

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Valoración de Criterios de Fallo de una lámina  
de material compuesto en base a los resultados  
del World Wide Failure Exercise

Autor: Luis Manuel Ramírez Montes

Tutor: Juan Carlos Marín Vallejo

Dpto. Elasticidad y Resistencia de Materiales  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Valoración de Criterios de Fallo de una lámina de material compuesto en base a los resultados del World Wide Failure Exercise**

Autor:

Luis Manuel Ramírez Montes

Tutor:

Juan Carlos Marín Vallejo

Profesor Titular

Dpto. Elasticidad y Resistencia de Materiales  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Grado: Valoración de Criterios de Fallo de una lámina de material compuesto en base a los resultados del World Wide Failure Exercise

Autor: Luis Manuel Ramírez Montes  
Tutor: Juan Carlos Marín Vallejo

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Resumen

---

Existen multitud de teorías diferentes que permiten predecir el fallo de una lámina de material compuesto sometida a un determinado estado tensional. A finales del siglo pasado se realizó un ejercicio a nivel mundial (*Word Wide Failure Exercise*) cuyo objetivo era obtener distintas comparaciones entre los criterios teóricos y los resultados experimentales. Mientras que en una parte del ejercicio se realizaron predicciones del fallo con distintos criterios, en la segunda se realizaron unos resultados experimentales que sirvieron para comparar con la primera parte. De esta manera, se pudieron sacar algunas conclusiones en base a los errores relativos que permitieron obtener una valoración global sobre la capacidad de predicción de cada criterio.

En este proyecto se va a tratar de profundizar en este estudio que se llevó a cabo, de manera que se cuantificarán los resultados que se obtuvieron para el caso de laminados unidireccionales y se propondrá una clasificación en base al error relativo obtenido que permitirá elegir el criterio de predicción óptimo para el caso que se está estudiando.



# Abstract

---

There are many different theories that allow predicting the failure of a composite material sheet subjected to a certain stress state. At the end of the last century, a worldwide exercise was carried out (*Word Wide Failure Exercise*) whose objective was to obtain different comparisons between the theoretical criteria and the experimental results. While in one part of the exercise, predictions of failure were made with different criteria, in the second, some experimental results were made that were used to compare with the first part. In this way, some conclusions could be drawn based on the relative errors that made it possible to obtain an overall assessment of the predictability of each criterion.

In this project we will try to deepen this study that was carried out, so that the results obtained in the case of unidirectional laminates will be quantified and a classification will be proposed based on the relative error obtained that will allow choosing the criterion optimal prediction for the case under study.



# Índice

---

<i>Resumen</i>	I
<i>Abstract</i>	III
<i>Notación</i>	VII
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Materiales compuestos	2
1.1.1 Fibras más empleadas	4
1.1.2 Matrices más empleadas	5
1.1.3 Aplicaciones interesantes	5
1.2 <i>Word Wide Failure Exercise</i>	6
<b>2 Criterios de fallo de una lámina de material compuesto</b>	<b>9</b>
2.1 Teoría de la Máxima Tensión	10
2.2 Teoría de la Máxima Deformación	10
2.3 Criterio de Tsai-Hill	11
2.4 Criterio de Tsai-Wu	11
2.5 Criterios de Hashin	12
2.5.1 Criterio de Hashin-Rotem (73)	12
2.5.2 Criterio de Hashin (80)	12
2.6 Criterio de Puck	13
<b>3 Curvas de fallo y resultados experimentales</b>	<b>17</b>
3.1 Materiales laminados seleccionados	17
3.2 Resultados experimentales	19
3.3 Curvas de fallo	20
3.3.1 Eglass/LY556	20
Teoría de la Máxima Tensión	20
Teoría de Máxima Deformación	21
Criterio de Tsai-Hill	21
Criterio de Tsai-Wu	22
Criterio de Hashin-Rotem (73)	22
Criterio de Hashin (80)	23
Criterio de Puck	23
3.3.2 T300/BSL914C	24
Teoría de la Máxima Tensión	24

Teoría de la Máxima Deformación	25
Criterio de Tsai-Hill	25
Criterio de Tsai-Wu	26
Criterio de Hashin-Roten (73)	26
Criterio de Hashin (80)	27
Criterio de Puck	27
3.3.3 Eglass/MY750	28
Teoría de la Máxima Tensión	28
Teoría de la Máxima Deformación	29
Criterio de Tsai-Hill	29
Criterio de Tsai-Wu	30
Criterio de Hashin-Roten (73)	30
Criterio de Hashin (80)	31
Criterio de Puck	31
<b>4 Estudio de los resultados obtenidos</b>	<b>33</b>
4.1 Cálculo del error relativo	33
4.2 Clasificación de los resultados en Categorías	35
4.2.1 Eglass/LY556	35
4.2.2 T300/BSL914C	37
4.2.3 Eglass/MY750	39
4.2.4 Resultados generales	41
4.3 División en Subcategorías	42
4.3.1 Eglass/LY556	42
4.3.2 T300/BSL914C	44
4.3.3 Eglass/MY750	46
4.3.4 Resultados generales	48
4.4 Conservadurismo de los criterios	49
4.4.1 Eglass/LY556	50
4.4.2 T300/BSL914C	52
4.4.3 Eglass/MY750	54
4.4.4 Resultados generales	56
<b>5 Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>Apéndice A Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del Eglass/LY556</b>	<b>59</b>
<b>Apéndice B Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del T300/BSL914C</b>	<b>67</b>
<b>Apéndice C Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del Eglass/MY750</b>	<b>75</b>
<i>Índice de Figuras</i>	87
<i>Índice de Tablas</i>	89
<i>Bibliografía</i>	91

# Notación

---

$\sigma$	Tensión
$\varepsilon$	Deformación
$X_t$	Resistencia longitudinal a tracción
$X_c$	Resistencia longitudinal a compresión
$Y_t$	Resistencia transversal a tracción
$Y_c$	Resistencia transversal a compresión
$S$	Resistencia a cortante en el plano
$E_1$	Módulo longitudinal
$E_2$	Módulo transversal
$G_{12}$	Módulo cortante en el plano
$\nu_{12}$	Coefficiente de Poisson
$E_{f1}$	Módulo longitudinal de la fibra
$\nu_{f12}$	Coefficiente de Poisson en el plano
$m_{\sigma f}$	Factor de magnificación de Puck
$X_{\varepsilon t}$	Máxima deformación normal de tracción admisible en la dirección 1
$X_{\varepsilon c}$	Máxima deformación normal de compresión admisible en la dirección 1
$Y_{\varepsilon t}$	Máxima deformación normal de tracción admisible en la dirección 2
$Y_{\varepsilon c}$	Máxima deformación normal de compresión admisible en la dirección 2
$S_{\varepsilon}$	Máxima deformación tangencial admisible
$S_t$	Resistencia a cizalladura interlaminar
$P_{\perp\parallel}^{(+)}$	Pendiente de la curva de fallo para $\sigma_2 \geq 0$ en el punto de $\sigma_2 = 0$
$P_{\perp\parallel}^{(-)}$	Pendiente de la curva de fallo $(\sigma_n, \tau_{n1})$ para $\sigma_n \geq 0$ en el punto de $\sigma_n = 0$
$P_{\perp\perp}^{(-)}$	Pendiente de la curva de fallo $(\sigma_n, \tau_{nt})$ para $\sigma_n \geq 0$ en el punto de $\sigma_n = 0$
$R_{\perp\perp}^A$	Resistencia a cortante en un plano de fractura en dirección perpendicular fibra
MT	Teoría de Máxima Tensión
MD	Teoría de Máxima Deformación
TH	Criterio de Tsai-Hill

TW	Criterio de Tsai-Wu
HR73	Criterio de Hashin-Rotem (73)
H80	Criterio de Hashin (80)
P	Criterio de Puck

# 1 Introducción

---

En la actualidad, el estudio de los materiales constituye un aspecto muy importante en el ámbito de la ciencia y la ingeniería, debido a las exigencias del ser humano de obtener soluciones tecnológicas cada vez más exigentes que resultan prioritarias en el desarrollo de una mejora del bienestar y la innovación. De esta manera, surge la necesidad de disponer de nuevos materiales que ofrezcan cada vez mejores prestaciones.

Estos son los conocidos como materiales compuestos, los cuales presentan propiedades que pueden ser muy atractivas para numerosas aplicaciones. Aunque se desconocen sus orígenes anteriores, estos tienen un largo historial de uso, ya que durante toda la historia registrada se han encontrado referencias de algún tipo a los materiales compuestos. Por ejemplo, los egipcios utilizaron madera contrachapada ya que mejoraba las propiedades de la madera o los medievales construyeron espadas de diferentes metales [2]. Así, en los últimos años se ha incrementado el uso de nuevos materiales para multitud de aplicaciones (siendo el ámbito aeronáutico uno de los más destacados) y todo hace indicar que esta tendencia continuará en el futuro.

Los materiales compuestos se encuentran en estudio desde principio de la década de 1950, momento en el cual empezaron a surgir numerosas teorías que pretendían predecir el comportamiento y el fallo del material. A partir de entonces se han seguido distintas estrategias para continuar con la mejora y desarrollo de los materiales compuestos. Para conseguir una optimización de las propiedades es necesario conocer en la mayor medida posible el comportamiento del material para poder realizar diseños fiables.

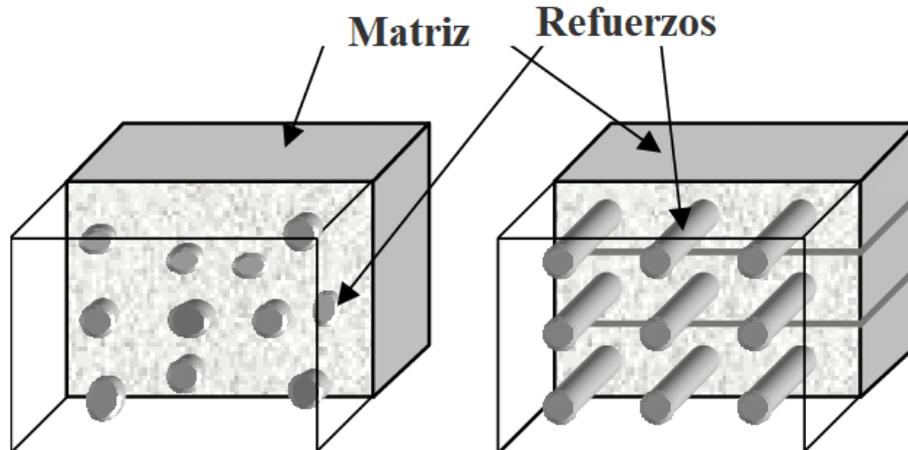
Sin embargo, la predicción de fallo de estos materiales es incierta, por lo que es conveniente estudiar los resultados a nivel de lámina unidireccional debido a que resultan más fiables y son fácilmente comparables con los resultados obtenidos en un laboratorio. En este proyecto se estudiará la validez de distintos criterios de fallo, los cuales están formulados para el caso de laminados unidireccionales sometidos a un estado tensional uniforme. Estos criterios serán representados en forma de curva bidimensional, exponiendo una comparación entre los puntos experimentales que se presentaron en el ejercicio del *Word Wide Failure Exercise* y los obtenidos por predicción teórica. Para ello se empleará el software MATLAB, en el que se programarán dichas ecuaciones y servirá de base para realizar el estudio. Una vez obtenidos los resultados, se realizarán comparaciones a nivel de error relativo que permitan establecer criterios o conclusiones para determinar la validez de los criterios ante los resultados que se obtengan.

## 1.1 Materiales compuestos

Un material compuesto es una combinación a escala macroscópica de dos o más materiales con interfaces de separación entre ellos para formar un nuevo material. De esta manera, se tiene que el principal objetivo es tanto el de obtener propiedades que no pueden ser alcanzadas por ninguno de los constituyentes actuando aisladamente como el de aunar las propiedades individuales de dichos constituyentes en un solo material [1]. Los materiales compuestos se pueden considerar materiales heterogéneos, debido a que están formados por varias fases que se pueden separar; y materiales anisótropos, ya que presenta diferentes características según la dirección en la que son examinadas.

Destacan principalmente por presentar una gran rigidez y una muy buena resistencia tanto mecánica como corrosiva con un peso notablemente inferior al de los materiales convencionales. También es destacable la vida a fatiga y la resistencia a la abrasión que presentan, y el aislamiento tanto térmico como acústico, que lo convierten en un material muy completo en muchos aspectos.

Los materiales compuestos están formados por la unión de matriz y refuerzos. La matriz se encarga de sostener las fibras, de mantener la integridad del compuesto y de transferir las cargas entre las fibras, dando capacidad al compuesto de soportar diferentes sollicitaciones de carga (las fibras por sí solas sólo son capaces de soportar tracción). Además, la matriz protege a las fibras del ataque del medio. Otra función de la matriz es aislar las fibras para retardar el crecimiento de grietas, es decir, para aumentar la tenacidad del material [3]. La fibra es el refuerzo principalmente usado, aunque también pueden encontrarse las partículas. Los materiales reforzados con fibra son de mayor interés y los más usados, puesto que tienen excelentes aplicaciones mecánicas. Normalmente, la distribución que se elige se encuentra en el rango de 55-60% de fibra y 40-45% de matriz.



**Figura 1.1** Compuesto reforzado por partículas (izquierda) y compuesto reforzado por fibras (derecha).

Una fibra se distingue porque una dimensión, su longitud, es mucho mayor que las otras dos. Éstas, debido principalmente a las pequeñas dimensiones de la sección transversal, no son directamente usables en aplicaciones ingenieriles <sup>1</sup>. Son por ello embebidas en matrices para formar los materiales compuestos reforzados con fibra [1].

<sup>1</sup> Mientras más pequeño sea el tamaño de las fibras mejor, debido a que el diámetro de éstas es más pequeño, provocando que tengan que romperse más fibras antes de la fractura total

Los compuestos de fibras pueden clasificarse en compuestos de una sola capa o multicapa. Los compuestos de una sola capa están generalmente formados también por múltiples capas, llamadas láminas, pero teniendo todas las mismas propiedades y orientación. Por lo tanto, el laminado resultante de la unión de varias láminas se suele llamar de una capa, dado que sus propiedades y su modelo de análisis no se diferencia en nada del caso de una sola lámina. En la mayoría de las aplicaciones estructurales se suelen usar materiales compuestos formados por diferentes láminas, dado que el espesor de cada una de ellas (del orden de 0.1 mm) hace inviable su uso aislado. Cuando todas las láminas son del mismo material (misma fibra, matriz y volumen relativo de ambos), si bien con orientaciones diferentes debido a las necesidades de diseño, el material compuesto recibe el nombre de laminado [1].

Dentro de los materiales reforzados con fibra de una sola capa, encontramos la distinción entre fibra continua y fibra discontinua. Se dice que la fibra es discontinua o corta cuando la longitud de la fibra afecta directamente a las propiedades del material, mientras que si la carga es soportada por las fibras principalmente, se trata de un material de fibra continua. Otra distinción que se puede hacer entre las láminas de fibra continua es que el refuerzo se produzca en una dirección, conocidos como compuestos unidireccionales, o en dos direcciones. Los compuestos unidireccionales son muy rígidos y resistentes en la dirección de las fibras, pero muy débiles en la dirección perpendicular [1]. En la figura 1.2 se puede apreciar de manera visual la clasificación que se ha explicado.

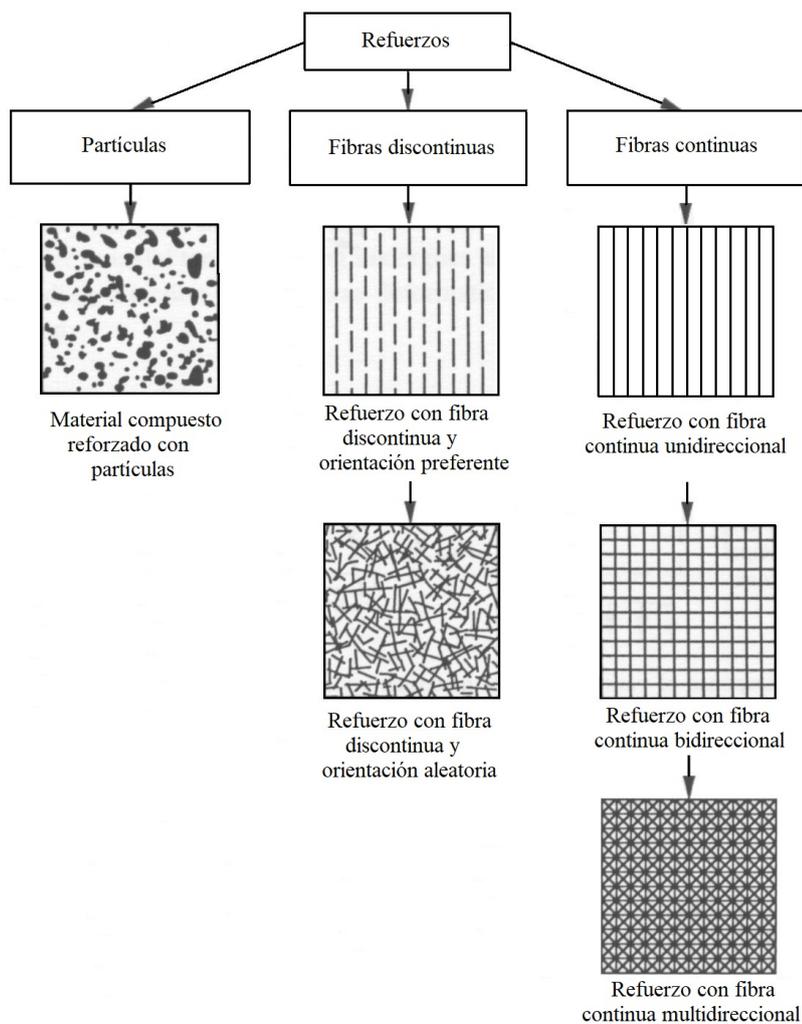


Figura 1.2 Clasificación de los materiales compuestos de una sola capa.

### 1.1.1 Fibras más empleadas

Como se ha comentado anteriormente, los materiales reforzados con fibra son los más relevantes debido a la multitud de aplicaciones que presentan y a las mejores propiedades mecánicas que ofrecen, especialmente de resistencia y módulo elástico. Las fibras que más se usan son las de carbono, vidrio, boro (en menor medida) y las orgánicas (registradas como Kevlar).



**Figura 1.3** Muestra de los tipos de fibra más empleados.

Las fibras de carbono tienen un diámetro de 7 a 8  $\mu\text{m}$  y sus propiedades dependen del grado de perfección de la orientación de los planos de las capas de grafito que deben estar orientadas paralelamente al eje de la fibra. Son fibras frágiles y muestran una recuperación elástica del 100% cuando se someten a esfuerzos inferiores a los de rotura. Entre los problemas de las fibras de carbono se encuentra la variabilidad de sus propiedades, condicionadas en gran medida por su longitud.

En lo que se refiere a las fibras de vidrio, se han usado muchas combinaciones de vidrios minerales. Todas tienen como base sílice con adiciones de óxidos de calcio, boro, sodio, hierro y aluminio. El vidrio E es el más usado por sus buenas propiedades de resistencia, rigidez, eléctricas y de desgaste. El diámetro de estas fibras oscila entre 8 y 15  $\mu\text{m}$ . La diferencia que concierne a las fibras de vidrio respecto a las fibras de carbono es que son fibras isotrópicas, consecuencia directa de la estructura tridimensional de la red de vidrio. La resistencia a la rotura del vidrio viene condicionada, en gran medida, por el daño superficial que pueden sufrir al rozar entre sí durante su manipulación.

Las fibras orgánicas se fundamentan en la alta resistencia y rigidez teórica que se puede obtener de polímeros completamente alineados. Al igual que sucede en las fibras de carbono, las fibras orgánicas tienen propiedades transversales muy inferiores a las longitudinales. Desde el punto de vista de las propiedades absolutas puede decirse que la fibra de Kevlar es la más resistente y la de carbono la más rígida, siendo la de vidrio la menos resistente y la menos rígida, aunque la más barata [1].

En este documento se tratarán laminados unidireccionales de material compuesto cuyas fibras son de carbono (grafito) y de vidrio (vidrio E).

### 1.1.2 Matrices más empleadas

Las materias primas más usadas como matrices en los materiales compuestos son las resinas epoxy y poliéster con gran variedad en sus propiedades mecánicas y químicas. Su propiedad más interesante, que les da nombre (termoestables), es su respuesta al calor ya que no se funden al calentarlas. Sin embargo, pierden propiedades de rigidez a una cierta temperatura (300° C para las epoxy y 110° C para las de poliéster). Estos valores de temperatura representan una limitación real para su uso. Las propiedades de las matrices de resina epoxy son en general superiores a las de poliéster, aunque más caras, por lo que se usan en aplicaciones tecnológicamente más avanzadas mientras que las de poliéster se usan (generalmente con fibra de vidrio) en aplicaciones de menor nivel de exigencia en cuanto a resistencia estructural.

En el proyecto que se va a llevar a cabo, se usará resina epoxy como matriz del material compuesto, dado que es el que se empleó en las investigaciones desarrolladas en el *Word Wide Failure Exercise*.

### 1.1.3 Aplicaciones interesantes

El uso de un material en aplicaciones ingenieriles está no tanto condicionado por sus propiedades mecánicas cuanto por el costo real de su fabricación y puesta en servicio. Solamente en situaciones en que el factor peso juega un papel muy importante (ingeniería del espacio) o el precio no es un obstáculo (aplicaciones deportivas), o el procedimiento de fabricación está bastante afinado (elementos de revolución), es cuando los materiales compuestos han irrumpido en el mercado con carácter extensivo [1].

En la actualidad, los materiales compuestos de alta tecnología (resina epoxy con fibras de carbono, boro o Kevlar) se han utilizado en la industria aeronáutica, fundamentalmente en las alas, fuselajes y tren de aterrizaje, de forma claramente incremental. La industria aeroespacial es el principal sector del uso y desarrollo de materiales compuestos. De esta manera, las aeronaves han ido aumentando el porcentaje de material compuesto de sus diseños, hasta llegar a modelos en los que predomina el uso de este tipo de materiales en lugar de los convencionales. Además de en la industria aeronáutica, los materiales compuestos también tienen importancia en otros ámbitos como la industria automovilística, la ingeniería naval o la industria deportiva.

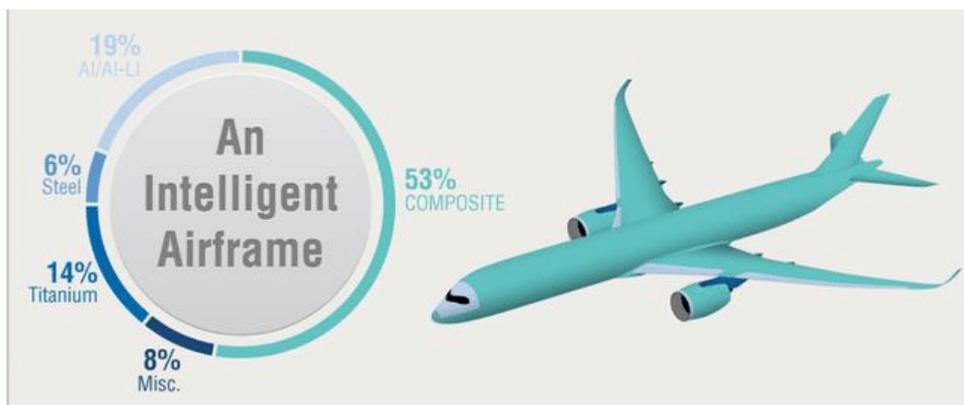


Figura 1.4 Proporciones de material del fuselaje del A350 XWB.

Los materiales compuestos reforzados con fibra son muy superiores a los convencionales en rigidez y resistencia específica <sup>2</sup>. Por consiguiente, la comparación entre los materiales convencionales y los compuestos a efectos de propiedades mecánicas está condicionada por el papel que el peso

<sup>2</sup> Las propiedades específicas se definen como las propiedades de los materiales en relación a su densidad

juega en el diseño total de la estructura, ya que los materiales compuestos tienen menor densidad que los metales y unas propiedades mecánicas muy similares. El otro aspecto de interés es relativo al fácil control que se puede alcanzar sobre la anisotropía de las propiedades finales, sobretudo si se compara con los metales, que son isótropos. De esta forma pueden disponerse "a medida" los refuerzos de fibra para soportar de la forma más óptima posible el estado tensional que se va a producir.

El mundo de los materiales compuestos aún tiene mucho margen de mejora siendo susceptible de estudio en el futuro, debido a que aunque se está profundizando e indagando sobre sus multitudes de aplicaciones, es una tecnología con muy poco desarrollo.

## **1.2 Word Wide Failure Exercise**

El origen del *World Wide Failure Exercise* se establece en St Albans (UK), en 1991, con motivo de mantener una reunión cuyo objetivo era el hablar y encontrar una solución sobre los mecanismos y criterios de predicción de fallo de los materiales compuestos. El nombre de la reunión fue '*Failure of Polymeric Composites and Structures: Mechanisms and Criteria for the Prediction of Performance*'. La misma fue organizada por UK Science and Engineering Research Council<sup>3</sup> junto con UK Institution of Mechanical Engineers. El objetivo específico era establecer el nivel de confianza dentro de las comunidades de investigación y diseño en los métodos existentes de predicción de fallo de materiales compuestos de polímeros reforzados con fibra. Expertos de muchos países acudieron y la reunión se transformó en una especie de presentaciones con discusiones informales en grupo [5].

Se sacaron dos grandes conclusiones de esta primera reunión. La primera de ellas es que hay una falta de confianza en los criterios de fallo que se estaban usando hasta ese momento. Los asistentes llegaron a la conclusión de que, incluso a nivel de lámina, faltaban pruebas que demostraran si alguno de los criterios podría proporcionar predicciones precisas y significativas de los fallos, en circunstancias que no fueran muy limitadas. Además de esto, también se concluyó que no existe una definición universal de lo que constituye el fallo de un material compuesto. Los asistentes concluyeron que aún no se había establecido la conexión entre los eventos a nivel de lámina y las muchas definiciones de fallo estructural requeridas por los diseñadores.

Después de algunas discusiones, los organizadores establecieron tres objetivos fundamentales que debían mejorarse:

- Establecer el nivel de madurez en el que se encontraban en ese momento las teorías empleadas, para predecir la respuesta a fallos en los laminados de plástico reforzados con fibra.
- Cerrar la brecha de conocimiento entre investigadores teóricos y científicos en este campo.
- Estimular a la comunidad de ingenieros de materiales compuestos que brinden a los investigadores de diseño nuevos métodos de predicción de fallo más sólidos y precisos así como la confianza de usarlos bien.

Establecidos las bases y motivos, la intención de los organizadores era aprovechar la *WWFE* como catalizador para un debate entre investigadores de teoría y científicos de laboratorio, para que, con la experiencia conjunta de ambos, se obtuvieran avances en este campo [5].

---

<sup>3</sup> Actualmente conocida como Engineering and Physical Sciences Research Council

En el "ejercicio", se invitó a autores seleccionados en el área de las teorías de fallo de compuestos de fibra, incluidos académicos destacados y desarrolladores de software, a presentar trabajos en un formato estrictamente controlado. Algunas de las bases del *WWFE* fueron [6]:

- Los creadores tienen la oportunidad de describir su método de diseño en detalle.
- Los creadores tienen la oportunidad de indicar las limitaciones de sus métodos y pasos específicos para mejorar la capacidad predictiva de sus teorías.
- Se anima a los creadores a proporcionar sus recomendaciones sobre cómo se podría utilizar su metodología en aplicaciones de diseño.
- Se restringió a cada grupo participante y se le solicitó que comentara solo su propia teoría cumpliendo así uno de los objetivos básicos e importantes del ejercicio.

De esta manera, se dio paso a la realización del ejercicio, el cual tuvo comienzo a finales de la década de los 90. Comenzó oficialmente en 1996 y tuvo un fructífero final en 2004 con la publicación de un libro de referencia completo sobre criterios de fallo en compuestos poliméricos reforzados con fibra bajo tensiones bidimensionales. Contenía una evaluación detallada de 19 enfoques teóricos para predecir la respuesta de deformación y fallo de los laminados compuestos de polímero cuando se someten a estados complejos de tensión. El ejercicio consistía en tres pasos. En primer lugar, cada participante debía realizar una explicación completa de su teoría de fallo. A continuación de eso, se pasaba a comparar la capacidad predictiva de cada caso entre cada uno de las teorías mostradas. Por último, se comparaba directamente con resultados experimentales que se habían obtenido [5].

El *WWFE* resultó ser un esfuerzo pionero con muchos logros. Estableció, por primera vez, una forma abierta y objetiva de trabajar para comparar, contrastar y desafiar teorías dispares de todo el mundo, lo que expuso las fortalezas y debilidades de las teorías. Como resultado de la realización del primer ejercicio, se mejoraron y modificaron alrededor del 50 % de las teorías. En algunos casos, las modificaciones se realizaron por primera vez en más de 40 años. Este ejercicio proporcionó un estímulo para que los investigadores se basaran en las características teóricas precisas mientras realizaban mejoras para hacer frente a las deficiencias expuestas. Destacaron las lagunas en los datos experimentales y en la comprensión teórica, y se formularon recomendaciones preliminares en términos de priorización y enfoque para su resolución. Además de esto, brindó a los ingenieros de diseño (los beneficiarios finales de tal conocimiento de investigación) recomendaciones sobre las teorías preferidas para usar, junto con evidencia del nivel de confianza y límites de aplicabilidad [6]. Por este motivo se ha catalogado como todo un éxito en la investigación de las teorías de fallo en los materiales compuestos.

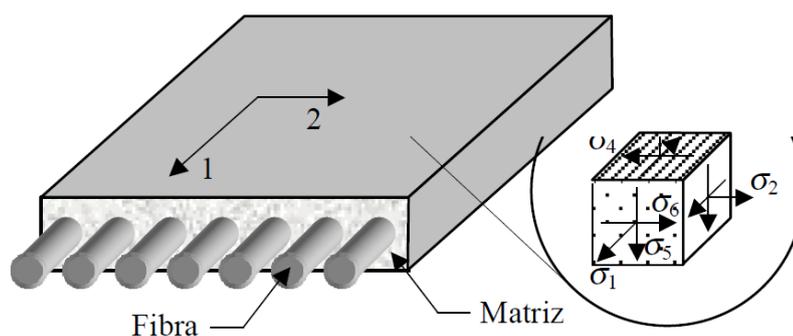
Desafortunadamente, el primer ejercicio no brindó pistas ni orientación sobre el comportamiento de materiales bajo tensiones triaxiales ni el desarrollo de grietas en la matriz, inicio de la delaminación impulsada por la matriz y el fallo final. Con el fin de mejorar en estos aspectos, en el año 2011 se puso en marcha el segundo *World Wide Failure Exercise*.



## 2 Criterios de fallo de una lámina de material compuesto

Este capítulo se va a dedicar a realizar una explicación detallada de los criterios de fallo que se van a emplear para realizar la comparación de los resultados experimentales considerados en el *WWFE*. Se expondrá cada una de las teorías junto con las ecuaciones definitivas <sup>1</sup> que las gobiernan además de analizar los motivos de fallo de los laminados.

Como normal general, las láminas de materiales compuestos son sometidas a solicitaciones exteriores que provocan estados tensionales en las mismas. Este hecho obliga a la necesidad de definir un criterio que relacione el estado actual de tensiones con uno admisible. Este estado admisible representa a la vez el fin del comportamiento elástico lineal y la rotura. En el primer aspecto no se diferencia de los criterios de plastificación de materiales isótropos, por lo que algunas de las ideas usadas para ellos también se han extrapolado para materiales ortótropos. En el caso de la rotura, sí que existe una diferencia notable, puesto que los mecanismos de fallo en materiales compuestos son más complejos y diversos que los de los materiales convencionales, debido a la complejidad de la estructura interna del material [1].



**Figura 2.1** Esquema de los ejes en un laminado unidireccional [3].

En este capítulo se explicarán los criterios más destacados a nivel de predicción de fallo de material, los cuales son: Teoría de la Máxima Tensión, Teoría de la Máxima Deformación, Criterio de Tsai-Hill, Criterio de Tsai-Wu, Criterio de Hashin-Rotem (73). Criterio de Hashin (80) y Criterio de Puck.

<sup>1</sup> En este documento no se abordará en exceso el procedimiento a seguir para obtener las expresiones finales, sino que se expondrá la expresión que se va a emplear en los siguientes capítulos para el desarrollo del proyecto.

## 2.1 Teoría de la Máxima Tensión

Esta teoría predice que el fallo ocurre cuando algún esfuerzo a lo largo de uno de los ejes principales del material es igual o mayor que la resistencia (experimental) correspondiente [3].

Predice que la fractura no se produce si en estado de tracción se tiene:

$$\sigma_{11} < X_t \quad (\sigma_{11} > 0) \quad (2.1)$$

$$\sigma_{22} < Y_t \quad (\sigma_{22} > 0) \quad (2.2)$$

$$|\sigma_{12}| < S \quad (2.3)$$

mientras que en estado de compresión se tiene que:

$$|\sigma_{11}| < X_c \quad (\sigma_{11} < 0) \quad (2.4)$$

$$|\sigma_{22}| < Y_c \quad (\sigma_{22} < 0) \quad (2.5)$$

Si alguna de estas desigualdades no se cumpliera el material habría facturado de acuerdo con el mecanismo asociado a la ecuación que no se ha cumplido.

Este criterio proporciona información sobre el modo de fallo que ocurre sobre el elemento, debido a que cada ecuación está ligada a una configuración de cargas, aunque no indica si el fallo se produce en la matriz o en la fibra. Este hecho hace que sea más fácil realizar modificaciones sobre el laminado. Una gran desventaja de este criterio es que no tiene en cuenta la interacción entre las tensiones que se producen en las distintas direcciones, puesto que en cada una de las expresiones que se muestran, no existe una relación directa entre  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_{12}$ .

Es equivalente al criterio de Rankine para el comienzo de plastificación en materiales ortótropos.

## 2.2 Teoría de la Máxima Deformación

La Teoría de la Máxima Deformación predice que el fallo ocurre cuando alguna de componente de deformación a lo largo de los ejes principales del material es igual o mayor que el valor experimental de deformación correspondiente que produciría el fallo [3].

Se producirá el fallo del material en el caso de tracción si no satisface alguna de las siguientes desigualdades:

$$\varepsilon_{11} < X_{\varepsilon t} \quad (\varepsilon_{11} > 0) \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{22} < Y_{\varepsilon t} \quad (\varepsilon_{22} > 0) \quad (2.7)$$

$$|\gamma_{12}| < S_{\varepsilon} \quad (2.8)$$

y en el caso de compresión:

$$|\varepsilon_{11}| < X_{\varepsilon c} \quad (\varepsilon_{11} < 0) \quad (2.9)$$

$$|\varepsilon_{22}| < Y_{\varepsilon c} \quad (\varepsilon_{22} < 0) \quad (2.10)$$

Las ventajas y desventajas de esta teoría son similares a las de la Máxima Tensión, pero en este caso, debido a las relaciones entre tensiones y deformaciones se incluye el valor del coeficiente de Poisson ( $\nu_{12}$ ).

Este criterio es equivalente al de Saint-Venant para materiales isótropos.

## 2.3 Criterio de Tsai-Hill

Este criterio está basado en el criterio de plastificación de Hill para materiales anisótropos que a su vez es una extensión del criterio de Von-Mises para isótropos. El fallo se produce cuando se cumple alguna de las siguientes expresiones:

$$\frac{\sigma_{11}^2}{X_t^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X_t^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (\sigma_{11} > 0, \sigma_{22} > 0) \quad (2.11)$$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{X_c^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X_c^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_c^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (\sigma_{11} < 0, \sigma_{22} < 0) \quad (2.12)$$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{X_t^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X_t^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_c^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (\sigma_{11} > 0, \sigma_{22} < 0) \quad (2.13)$$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{X_c^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X_c^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (\sigma_{11} < 0, \sigma_{22} > 0) \quad (2.14)$$

Tiene la ventaja adicional de tener en cuenta la interacción de las tensiones, ya que como se aprecia en las ecuaciones, aparecen tanto tensiones normales como tangenciales, lo cual no sucedía en el anterior criterio.

En este criterio no se hace diferencia entre fallo de la matriz o fallo de la fibra, ya que únicamente se hace distinción según el laminado se encuentre expuesto a una situación de tracción o compresión en alguna de las dos direcciones del plano.

## 2.4 Criterio de Tsai-Wu

La idea de este criterio es generalizar el Criterio de Tsai-Hill, introduciendo términos que no aparecen en él. De esta manera, la expresión final aplicando algunos valores recomendados por el autor queda de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 + \frac{\sigma_{11}^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_t Y_c} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}\right)\sigma_{11} + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c}\right)\sigma_{22} - \sqrt{\frac{1}{X_t X_c Y_t Y_c}}\sigma_{11}\sigma_{22} = 1 \quad (2.15)$$

Esta ecuación contiene todos los valores asociados a la resistencia en cada uno de los casos, por lo que no se puede diferenciar el modo en el que se produce el fallo del material<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> No diferencia entre si el fallo se produce debido a fallo de matriz o fallo de la fibra

## 2.5 Criterios de Hashin

La idea de partida de Hashin es que un criterio para predecir el fallo de un material compuesto ha de basarse necesariamente en los mecanismos de fallo del mismo, en contraposición a los criterios mostrados previamente que surgían como extrapolación de criterios existentes para otros materiales [1].

Bajo esta idea, dos son las propuestas de este autor. Una primera más simple (Hashin-Rotem, 1973) para un estado biaxial de tensiones, y una segunda más elaborada (Hashin, 1980) para un estado tridimensional de tensiones, que al particularizarlo a 2D conduce a una propuesta diferente a la anterior del año 73. Las hipótesis en las que se basan las propuestas originales son las siguientes [1]:

- Consideración separada de los distintos modos de fallo (fibra, matriz, tracción, compresión).
- En el modo de fallo de la matriz se consideran las componentes del vector tensión en el plano de fallo como responsables del mismo.
- La interacción entre las distintas componentes que intervienen en un modo se supone cuadrática.

### 2.5.1 Criterio de Hashin-Rotem (73)

Las expresiones que gobiernan este criterio son las siguientes:

$$\sigma_{11} = X_t \quad (\sigma_{11} > 0, X_t > 0) \quad (2.16)$$

$$|\sigma_{11}| = X_c \quad (\sigma_{11} < 0, X_c > 0) \quad (2.17)$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} > 0) \quad (2.18)$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} < 0) \quad (2.19)$$

En este caso, es necesario comentar con cual de los modos de fallo se corresponde cada expresión. La ecuación 2.16 está relacionada con el fallo de la fibra a tracción, mientras que la 2.17 es a compresión. Las otras dos son para el fallo de la matriz, siendo la expresión 2.18 la del caso de tracción, y la 2.19 para compresión.

Como se ha comentado anteriormente, en este caso es más sencillo detectar el modo de fallo del material, por lo que en el caso de producirse el fallo en alguna de las ecuaciones nombradas, se puede intentar realizar modificaciones.

### 2.5.2 Criterio de Hashin (80)

En este caso, se van a mostrar las ecuaciones para el caso bidimensional para el Criterio de Hashin (80).

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{11} > 0) \quad (2.20)$$

$$|\sigma_{11}| = X_c \quad (\sigma_{11} < 0, X_c > 0) \quad (2.21)$$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (\sigma_{22} > 0) \quad (2.22)$$

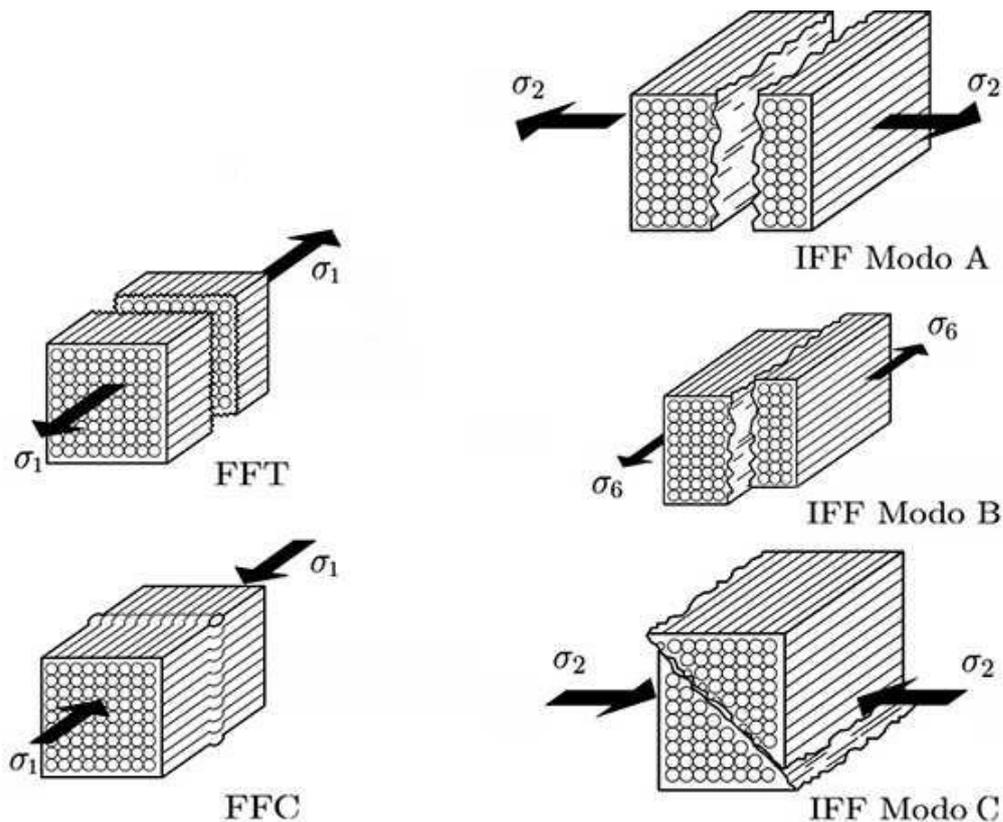
$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_t}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_t} - 1\right)\frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2\right] = 1 \quad (\sigma_{22} < 0) \quad (2.23)$$

Al igual que en el caso anterior, se va a separar entre el fallo de matriz y de fibra. Para el caso de fallo de la fibra, se definen las ecuaciones 2.20 para tracción y 2.21 para compresión. Mientras que si el fallo se produce en la matriz, queda reflejado en las expresiones 2.22 para tracción y 2.23 para compresión.

El valor de  $S_t$ , que aparece en el modo de fallo de matriz a compresión del criterio de Hashin (80) puede aproximarse como  $S_t = 0.4 Y_c$  [1].

### 2.6 Criterio de Puck

Este criterio, al igual que los de Hashin, plantea la consideración independiente de distintos modos de fallo, el fallo de la fibra y el fallo de la matriz<sup>3</sup>.



**Figura 2.2** Esquema de el modo de fallo y de las distintas situaciones que pueden darse según el Criterio de Puck.

De esta manera, se pasará a continuación a describir cada uno de los modos de fallo.

<sup>3</sup> Este modo de fallo también es conocido como fallo "entre fibras"

- **Fallo de la fibra:** En este caso, se tienen las siguientes expresiones:

$$\sigma_1 + \left( \frac{E_{11} \nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma f} - \nu_{12} \right) \sigma_2 = X_t \quad (\sigma_{f1} \geq 0) \quad (2.24)$$

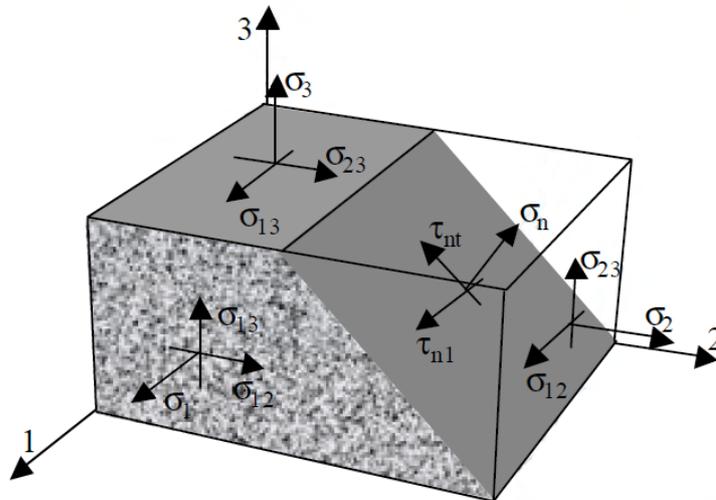
$$\frac{1}{X_c} \cdot \left| \sigma_1 + \left( \frac{E_{11} \nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma f} - \nu_{12} \right) \sigma_2 \right| \frac{100}{G_{12}^2} \sigma_{12}^2 = 1 \quad (\sigma_{f1} \leq 0) \quad (2.25)$$

En este modo de fallo se considera que se producirá el fallo cuando se alcance en las fibras una tensión normal longitudinal igual a la que provoca el fallo bajo un estado de tensión uniaxial  $\sigma_1$ . El valor de la tensión normal en las fibras en dirección paralela a las mismas se define como:

$$\sigma_{f1} = \frac{E_{f1}}{E_{11}} \sigma_1 + \left( \nu_{f12} m_{\sigma f} - \frac{\nu_{12} E_{f1}}{E_{11}} \right) \sigma_2$$

Comentar que la ecuación 2.24 se corresponde con el fallo de las fibras a tracción, mientras que la 2.25 es a compresión.

- **Fallo de la matriz**<sup>4</sup>: En cuanto al fallo de la matriz, se tiene que los materiales compuestos muestran un comportamiento en rotura frágil. La idea de Puck es admitir que el fallo está provocado exclusivamente por las componentes de tensión asociadas al plano de fallo. Esta hipótesis ha sido determinada por Puck determinando la inclinación del plano de fallo como función del estado tensional [1].



**Figura 2.3** Esquema del estado tensional y componentes de tensión en el plano de fallo [1].

En la figura 2.3 se representan de manera esquemática las componentes del estado tensional en los planos de ortotropía del material y las componentes de tensión en el plano de fallo [1]. Se van a presentar tres casos distintos que van a derivar en tres modos de fallo distintos debido al fallo de la matriz.

<sup>4</sup> Las expresiones finales que presenta el autor en el WWFE [7] están levemente modificadas a las usadas en otros contextos, dado que se introduce un término adicional dependiente de la tensión  $\sigma_1$  en las expresiones de los modos de fallo de la matriz (A, B y C). Esta modificación produce formalmente un redondeo de las esquinas de las curvas de fallo, aunque es justificada por el autor en base a considerar que en niveles de  $\sigma_1$  próximos al fallo de las fibras, pueden existir roturas prematuras de algunas fibras que supondrían daños que contribuyen a un fallo de la matriz a niveles algo inferiores.

- **Modo de fallo A:** Se trata del caso en el que la tensión normal al plano de fallo sea positiva ( $\sigma_n \geq 0$ ). En estas circunstancias, las tres componentes de tensión contribuirían al fallo. La expresión que se obtiene tras realizar el proceso matemático es la siguiente:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 + \left(1 - P_{\perp\parallel}^{(+)} \frac{Y_t}{S}\right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2} + P_{\perp\parallel}^{(+)} \frac{\sigma_2}{S} = 1 - \left|\frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}}\right|^6 \quad (\sigma_2 \geq 0) \quad (2.26)$$

donde es necesario aclarar los valores de  $\sigma_{1D}$  y de  $P_{\perp\parallel}^{(+)}$ . Para el caso de  $\sigma_{1D}$ , se tiene que en el caso de tracción en la dirección 1 toma un valor de  $\sigma_{1D} = 1.1X_t$ , mientras que si se tiene compresión en esta dirección el valor tomado es de  $\sigma_{1D} = -1.1X_c$ . Por otro lado, se estima que los valores de  $P_{\perp\parallel}^{(+)}$  son de 0.3 para el caso del vidrio y de 0.35 para el grafito.

- **Modo de fallo B:** En el caso en que la tensión normal al plano de fallo sea negativa ( $\sigma_n \leq 0$ ), se considera que dicha componente normal contribuye impidiendo el fallo a cortadura que propician las componentes tangenciales en el plano de fallo ( $\tau_m, \tau_{n1}$ ). La expresión que se tiene es la siguiente:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 + \left(\frac{P_{\perp\parallel}^{(-)}}{S}\right)^2} \sigma_2^2 + P_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{\sigma_2}{S} = 1 - \left|\frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}}\right|^6 \quad (-R_{\perp\perp} \leq \sigma_2 < 0) \quad (2.27)$$

En este caso se tiene el mismo criterio de signos para  $\sigma_{1D}$ . Para  $P_{\perp\parallel}^{(-)}$  se pueden aplicar 0.25 para el vidrio y 0.3 para el grafito. Comentar que  $R_{\perp\perp}$  cumple la siguiente expresión:

$$R_{\perp\perp} = \frac{Y_c}{2 \left(1 + P_{\perp\parallel}^{(-)}\right)}$$

- **Modo de fallo C:** La otra zona que completa el dominio de compresión (casos en que  $\sigma_2$  es dominante frente a  $\sigma_{12}$ ) es aquella en que el ángulo del plano de fallo nulo. De esta manera, la expresión resultante obtenida es la siguiente:

$$\left[ \left(\frac{\sigma_2}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 \frac{1}{\left[2 \left(1 + P_{\perp\perp}^{(-)}\right)\right]^2} \right] \cdot \frac{Y_c}{-\sigma_2} = 1 - \left|\frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}}\right|^6 \quad (\sigma_2 < -R_{\perp\perp} < 0) \quad (2.28)$$

Al igual que en el caso anterior, se tiene que el valor de  $\sigma_{1D}$  sigue el mismo criterio que en los modos anteriores, mientras que para  $P_{\perp\perp}^{(-)}$  se ha escogido unos valores de 0.25 para el vidrio y de 0.33 para el grafito.



## 3 Curvas de fallo y resultados experimentales

---

En este capítulo se mostrarán las curvas de fallo asociadas a cada uno de los criterios expuestos en el capítulo 2 junto con algunos de los resultados experimentales que se obtuvieron en el *WWFE*. Para ello, se va a particularizar cada criterio según el plano de tensiones considerado en el material elegido, para de esta manera poder realizar una representación bidimensional formada por el corte de la superficie de fallo en tres dimensiones (espacio  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$ ) con el plano correspondiente ( $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = 0$  ó  $\sigma_{12} = 0$ ). Para obtener estas representaciones, es necesario particularizar las expresiones asociadas a cada criterio para dicho plano.

Una vez que se realicen las representaciones de las curvas de fallo, se incluirán en los diagramas los resultados que se obtuvieron en los experimentos realizados en el *World Wide Failure Exercise*, y se podrán realizar algunas comparaciones a gran escala entre las predicciones contenidas en las curvas y los valores experimentales.

### 3.1 Materiales laminados seleccionados

En el estudio que se va a realizar en este documento se han seleccionado una serie de laminados unidireccionales (dentro de todos los experimentos realizados en el *WWFE*). Todos ellos han sido sometidos a un estado de tensión uniforme, configuración para la cual están formulados los criterios de fallo. De esta manera, los resultados experimentales de estos casos pueden considerarse adecuados para valorar la capacidad de predicción de estos criterios.

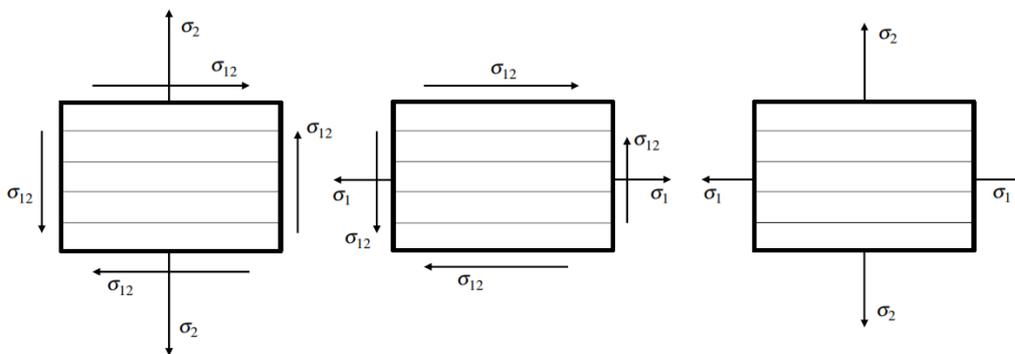


Figura 3.1 Esquema de laminados unidireccionales.

Los materiales que se seleccionaron fueron dos laminados de vidrio-epoxy, correspondientes con Eglass/LY556 y Eglass/MY750, y un laminado de grafito-epoxy, T300/BSL914C. Las exigencias biaxiales pedidas fueron las siguientes:

- **Eglass/LY556:** Cargas  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_2$ .
- **T300/BSL914C:** Cargas  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_1$ .
- **Eglass/MY750:** Cargas  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .

A continuación se van a mostrar las propiedades de los materiales, las cuales han sido extraídas del artículo de Soden, Hinton y Kaddour en el que se describen los casos a analizar en el *WWFE* [4]. Comentar que la mayor parte de los datos se extraen del artículo mencionado anteriormente, pero sin embargo algunos valores de las propiedades de los materiales han sido modificados en base a los resultados experimentales obtenidos para algunos de los ensayos uniaxiales. Las principales propiedades que se han utilizado se muestran en la siguiente tabla.

<b>Tipo de fibra</b>	<b>E-glass 21xK43 Gevetex</b>	<b>T300</b>	<b>Silenka E-glass 1200tex</b>
<b>Matriz</b>	<b>LY556</b>	<b>BSL914C</b>	<b>MY750</b>
Resistencia longitudinal a tracción, $X_t$ (MPa)	1140	1500	1280
Resistencia longitudinal a compresión, $X_c$ (MPa)	570	900	800
Resistencia transversal a tracción, $Y_t$ (MPa)	40	27	40
Resistencia transversal a compresión, $Y_c$ (MPa)	137.3	200	145
Resistencia a cortante en el plano, $S$ (MPa)	61.2	93.8	73
Módulo longitudinal, $E_1$ (GPa)	53.48	138	45.6
Módulo transversal, $E_2$ (GPa)	17.7	11	16.2
Módulo cortante en el plano, $G_{12}$ (GPa)	5.83	5.5	5.83
Coefficiente de Poisson, $\nu_{12}$	0.278	0.28	0.278
Módulo longitudinal de la fibra, $E_{f1}$ (GPa)	80	230	74
Coefficiente de Poisson el plano, $\nu_{f12}$	0.2	0.2	0.2

**Tabla 3.1** Propiedades de los materiales.

Partiendo de las propiedades expuestas en esta tabla se han realizado todos los cálculos y procedimientos matemáticos necesarios para obtener las curvas de fallo que se mostrarán más adelante.

### 3.2 Resultados experimentales

Como ya se ha comentado en varias ocasiones a lo largo de este documento, los valores de los resultados experimentales han sido los que se consideraron en el *WWFE*. En algunos de estos materiales se realizaron varios ensayos, con el fin de obtener una representación más amplia de puntos con los que poder comparar, de manera que se hacía algunos ensayos de tracción y otros de compresión. Sin embargo, en el caso del Eglass/LY556, se realizó únicamente un ensayo en el que se obtenían tensiones tanto de compresión como de tracción. Los datos que se obtuvieron se muestran en las siguientes tablas:

Ensayo 1	
$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)
hline -142	0
-137.8	0
-132	0
-134.6	28.9
-133.3	20.7
-122	54.6
-104.6	46.7
-99.4	64.5
-70.5	96.6
-44.1	81.9
0	61.2
18	51.3
26.9	36
30.7	32.3
34	12.8
40	0

**Tabla 3.2** Resultados experimentales Eglass/LY556.

Ensayo 1		Ensayo 2		Ensayo 3	
$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)
983.4	122.3	-939.3	0	-835.7	0
815.6	113	-854.8	0	-735.6	0
716.2	107.7	-798.7	37.4	-659.9	27.2
756.9	129.9	-790.1	46.7	-678.3	49.6
1309.8	56.4	-469.4	94.6	-559.6	78.6
1376.1	31	-297.8	104.5	-412.4	82.7
1417.3	68.4			-260.3	85.7
1435.4	73.7			-126	94.7
1480.6	46.9			0	101.3
1522.8	20.4			0	86.3
1318.9	0				
1481.1	0				
1500.7	0				

**Tabla 3.3** Resultados experimentales T300/BSL914C.

Ensayo 1		Ensayo 2	
$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)
-800	0	0	-145
0	40	206	-136
1029	29	510	-121
1041	29	696	-109
1086	31	834	-90
1124	33	906	-67
1134	34	1115	-79
1170	35	1138	-59
1181	36	1200	-42
1200	37	1249	-4
1280	0		

**Tabla 3.4** Resultados experimentales Eglass/MY750.

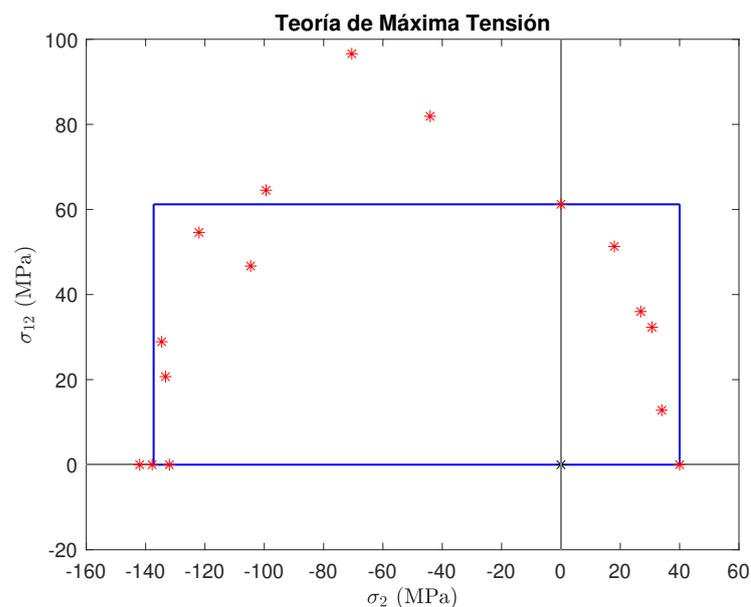
### 3.3 Curvas de fallo

A continuación se van a presentar las curvas de fallo bidimensionales que se corresponden con los criterios de fallo expuestos en el capítulo 2 para cada uno de los tres materiales comentados junto con los resultados experimentales<sup>1</sup>. Los criterios son la Teoría de Máxima Tensión, Teoría de la Máxima Deformación, Tsai-Hill, Tsai-Wu, Hashin-Rotem (73), Hashin (80) y Puck.

#### 3.3.1 Eglass/LY556

El primer laminado que se analizará se corresponde con el Eglass/LY556, el cual se encuentra sometido a  $\sigma_2$  y a  $\sigma_{12}$ . Las propiedades asociadas a la resistencia se exponen en la tabla 3.1.

#### Teoría de la Máxima Tensión



**Figura 3.2** Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para la Teoría de Máxima Tensión.

<sup>1</sup> Los resultados experimentales obtenidos en el WWFE se representan mediante asteriscos rojos

Teoría de Máxima Deformación

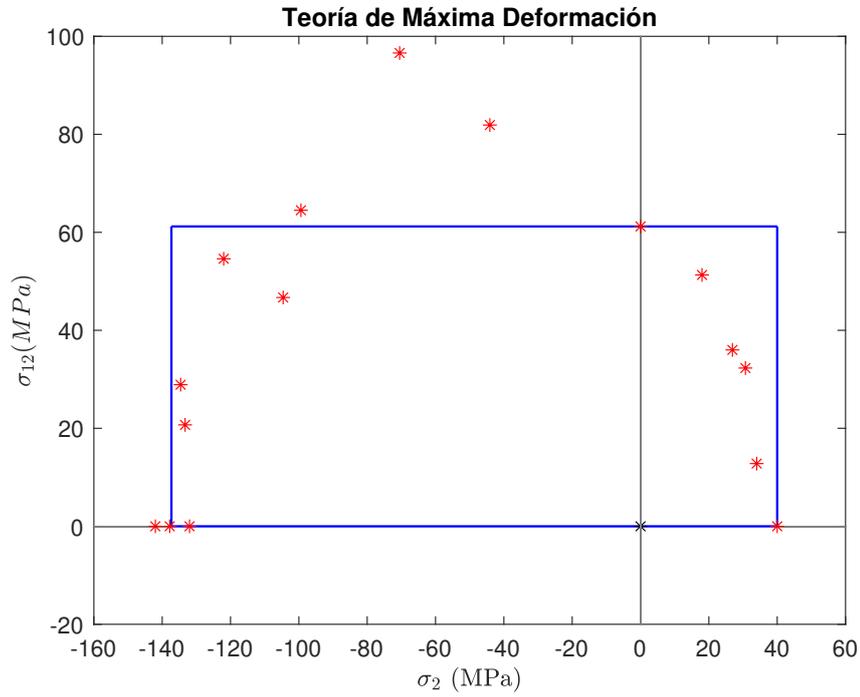


Figura 3.3 Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para la Teoría de Máxima Deformación.

Criterio de Tsai-Hill

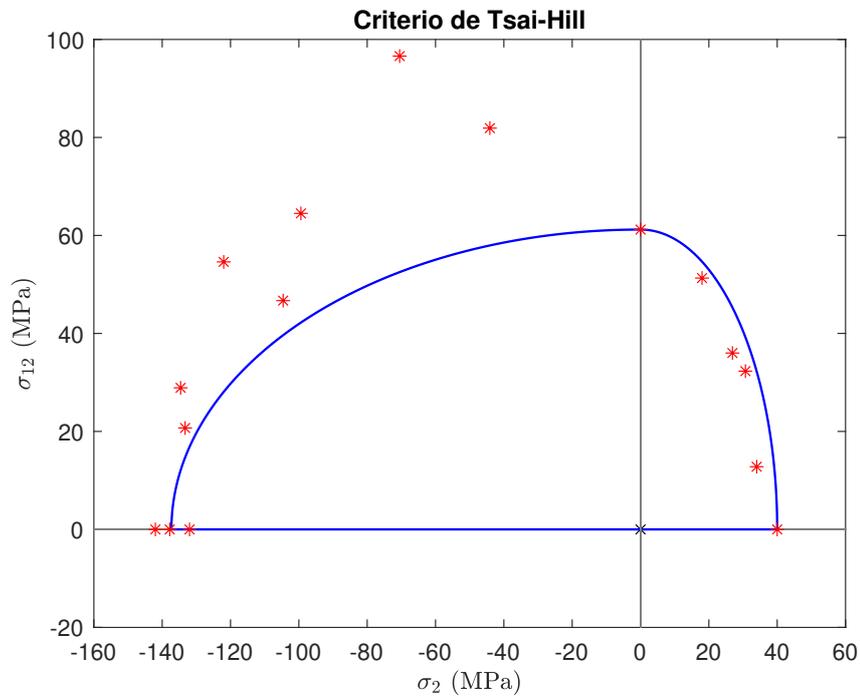
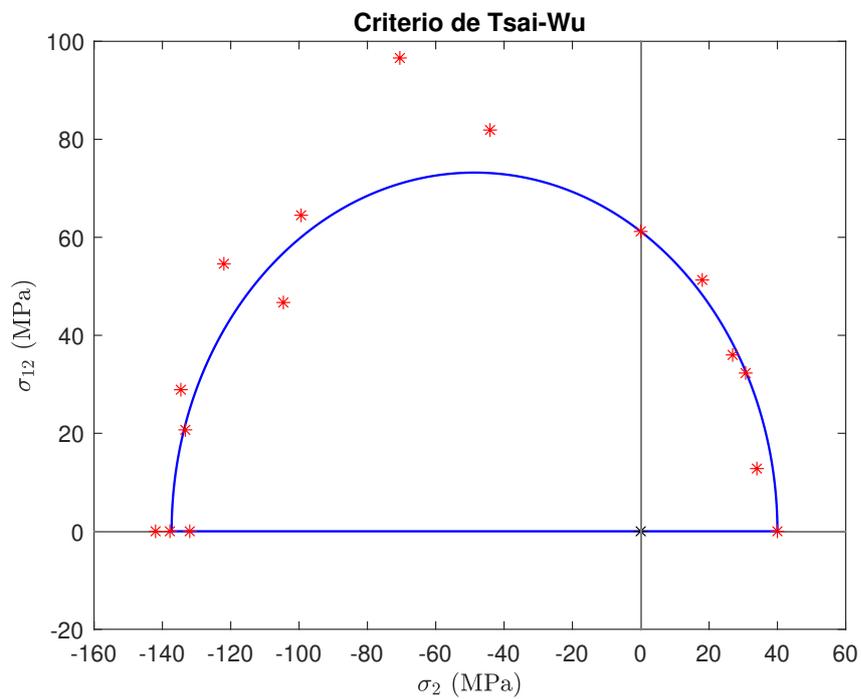


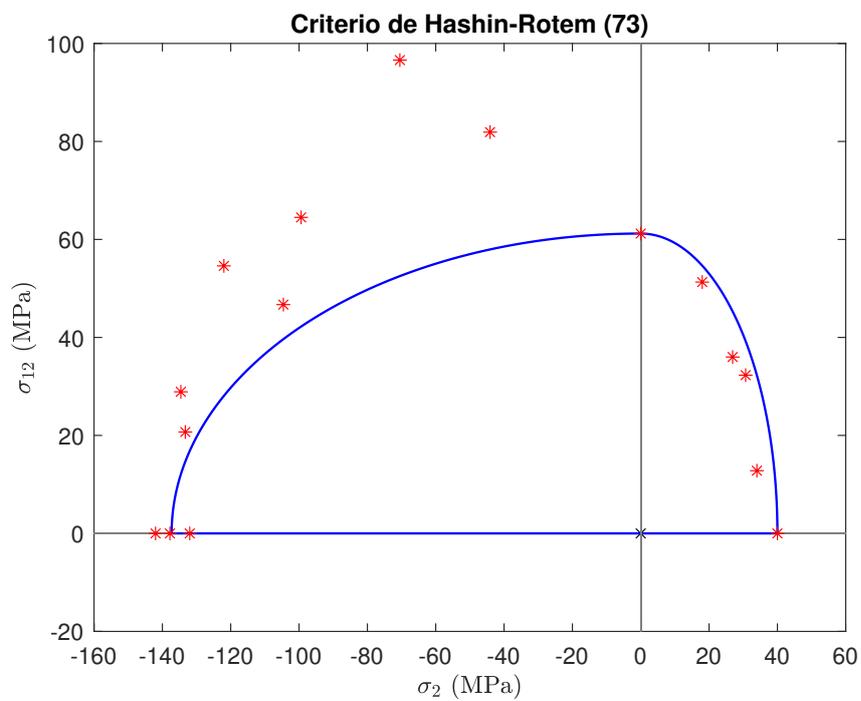
Figura 3.4 Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill.

**Criterio de Tsai-Wu**



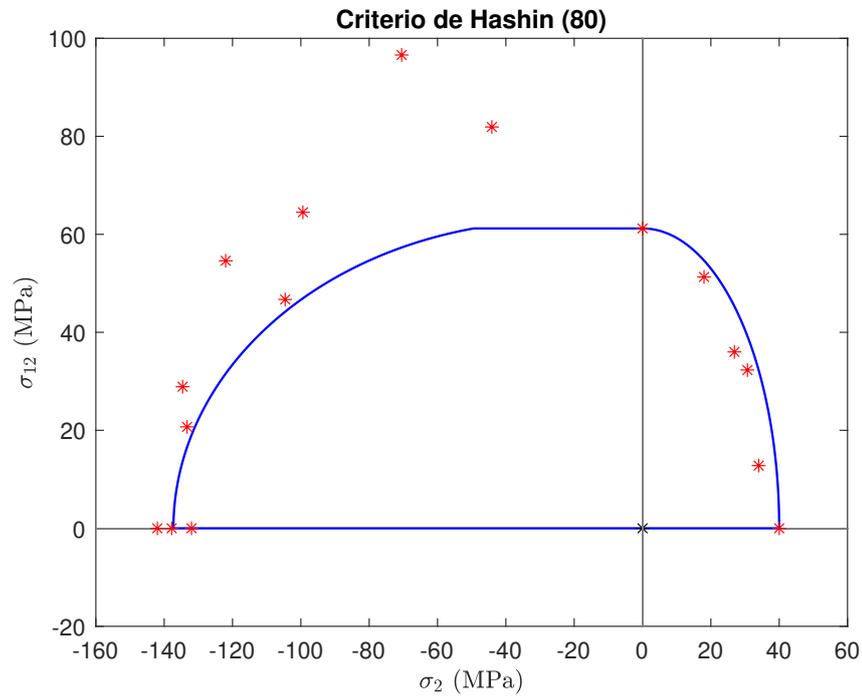
**Figura 3.5** Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Wu.

**Criterio de Hashin-Rotem (73)**



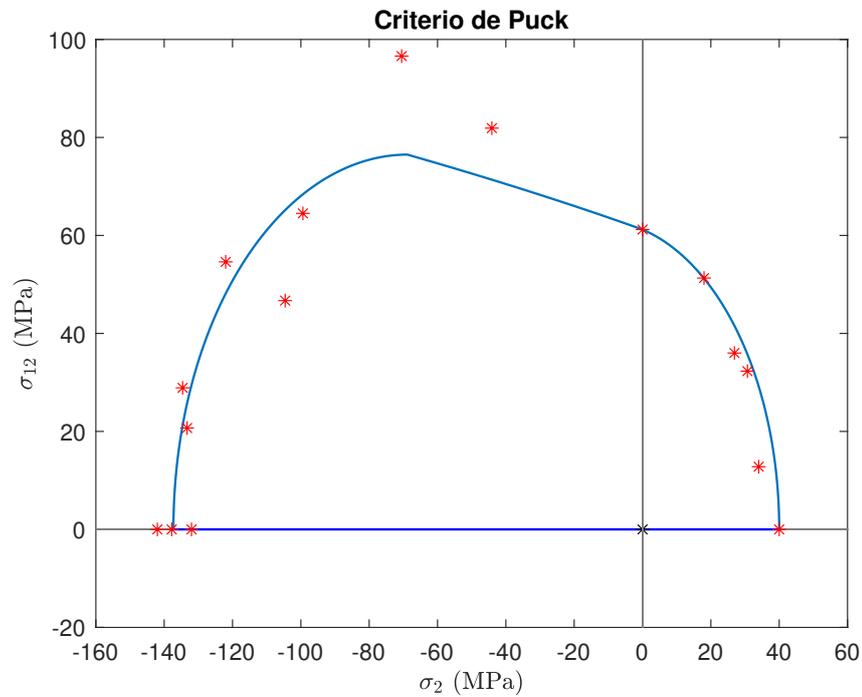
**Figura 3.6** Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para el Criterio de Hashin-Rotem (73).

### Criterio de Hashin (80)



**Figura 3.7** Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para el Criterio de Hashin (80).

### Criterio de Puck



**Figura 3.8** Curva de fallo  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/LY556 para el Criterio de Puck.

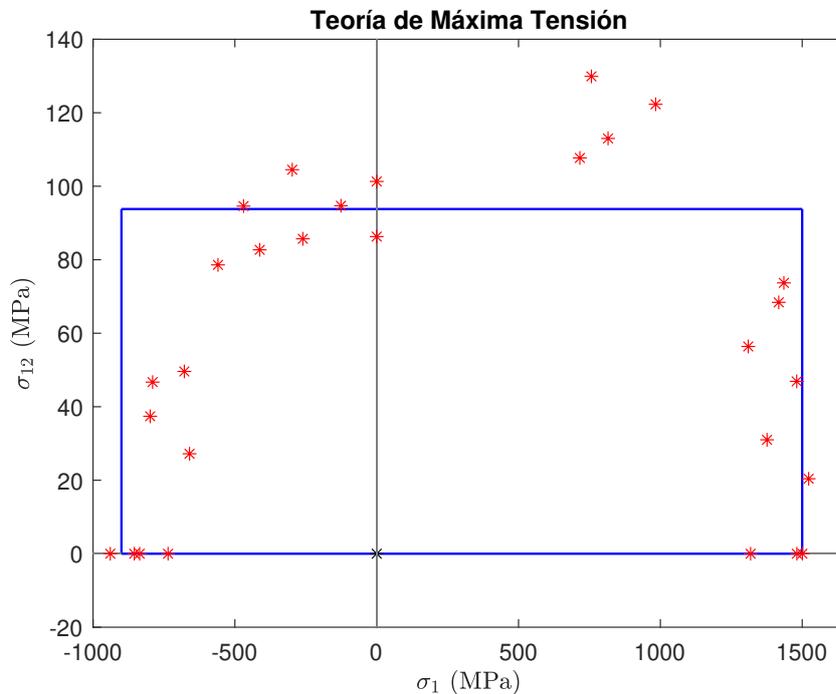
Las curvas que se obtienen tienen representaciones muy dispares debido a las diferencias existentes entre las expresiones. Tienen en común los valores de los puntos de corte con el eje  $\sigma_{12} = 0$ , siendo los mismos los correspondientes con  $\sigma_2 = Y_t$  para valores positivos (tracción) y  $\sigma_2 = -Y_c$  para valores negativos (compresión). Estos valores han sido impuestos en las ecuaciones debido a que se considera una exigencia básica en los criterios de fallo. Notar que, debido a que el signo tangencial resulta irrelevante en la contribución al fallo, las curvas son simétricas respecto del eje  $\sigma_2$ , por lo que se ha optado por representar únicamente la mitad del gráfico.

Los criterios de Máxima Tensión y Máxima Deformación <sup>2</sup> muestran un rectángulo debido a las ecuaciones que restringen la zona. Este hecho provoca que los resultados sean más fiables en las zonas en las que el valor de la tensión tangencial es menor. En todos los otros casos se obtienen unos resultados similares para tracción, consiguiendo unos resultados más fiables y realistas que en los otros dos criterios comentados anteriormente. Comentar que la curva obtenida en el criterio de Tsai-Hill es la misma que la de Hashin-Rotem (73), debido a las restricciones impuestas. Mencionar también que Tsai-Wu mejora en la zona de compresión con respecto a la de Hashin-Rotem (73). Finalmente, es apreciable que el criterio de Puck mejora en la zona de compresión y es el único que capta cualitativamente los puntos experimentales que aparecen con valores máximos de la tensión tangencial. En el capítulo 4 se llevará a cabo un estudio mucho más detallado de los resultados que se han obtenido en el que se cuantificarán los resultados y se sacarán conclusiones definitivas.

### 3.3.2 T300/BSL914C

Para este caso se han tomado los resultados experimentales, para los cuales se sometió a una combinación de  $\sigma_1$  y  $\sigma_{12}$ , y se han tomado las propiedades que se encuentran en la tabla 3.1.

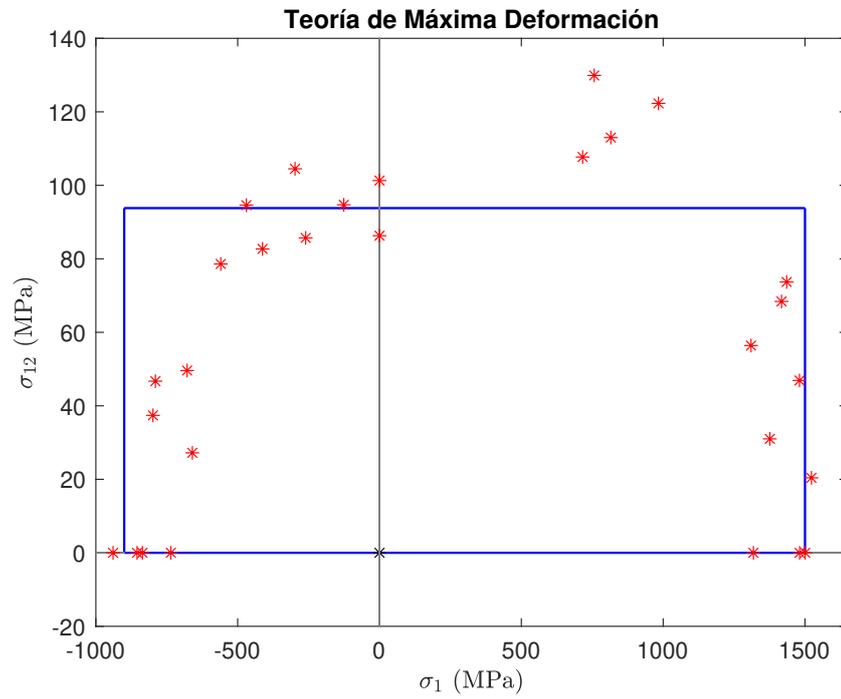
#### Teoría de la Máxima Tensión



**Figura 3.9** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para la Teoría de Máxima Tensión.

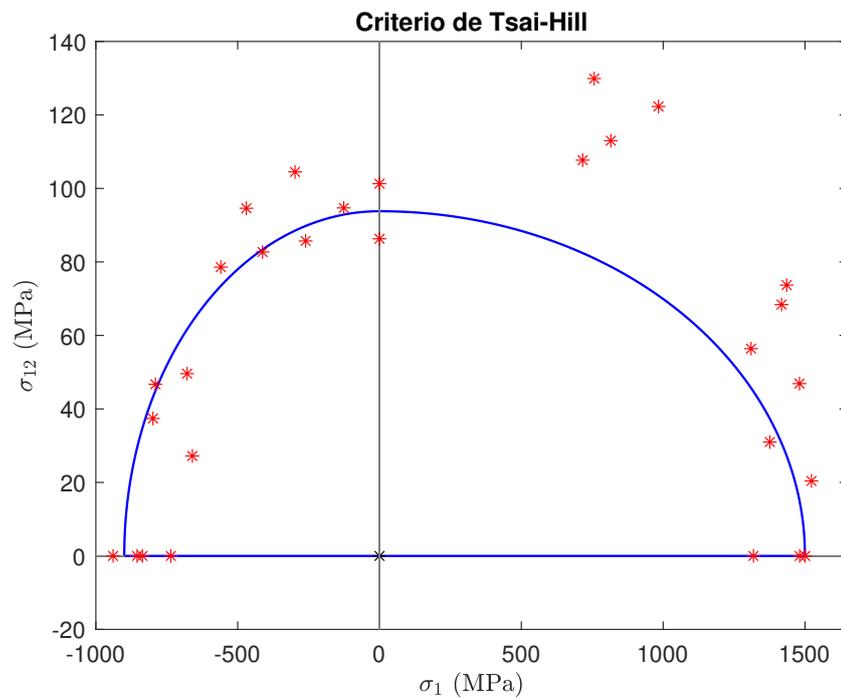
<sup>2</sup> Al imponer las restricciones tensionales en las ecuaciones se obtienen las mismas ecuaciones en ambos casos

## Teoría de la Máxima Deformación



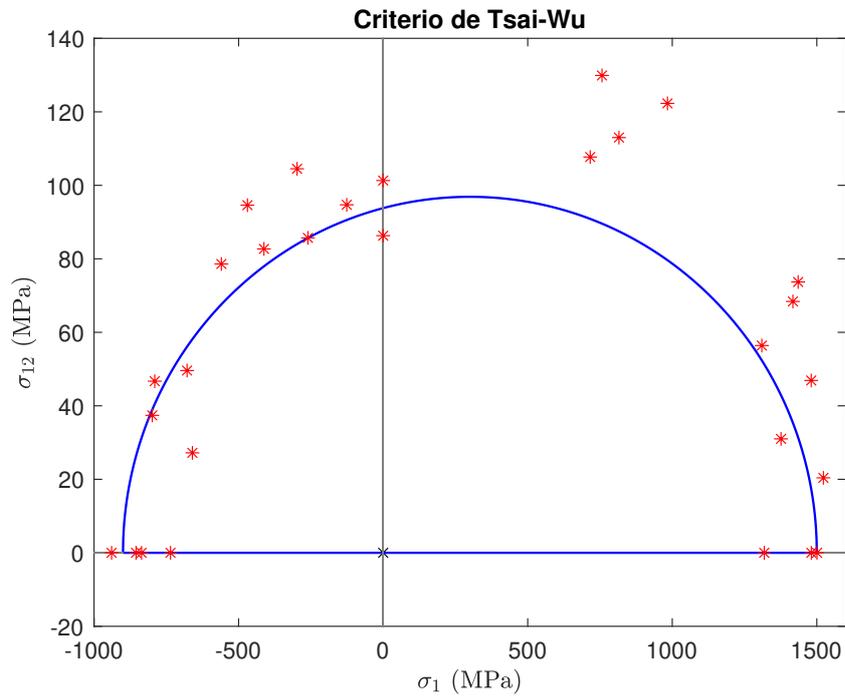
**Figura 3.10** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para la Teoría de Máxima Deformación.

## Criterio de Tsai-Hill



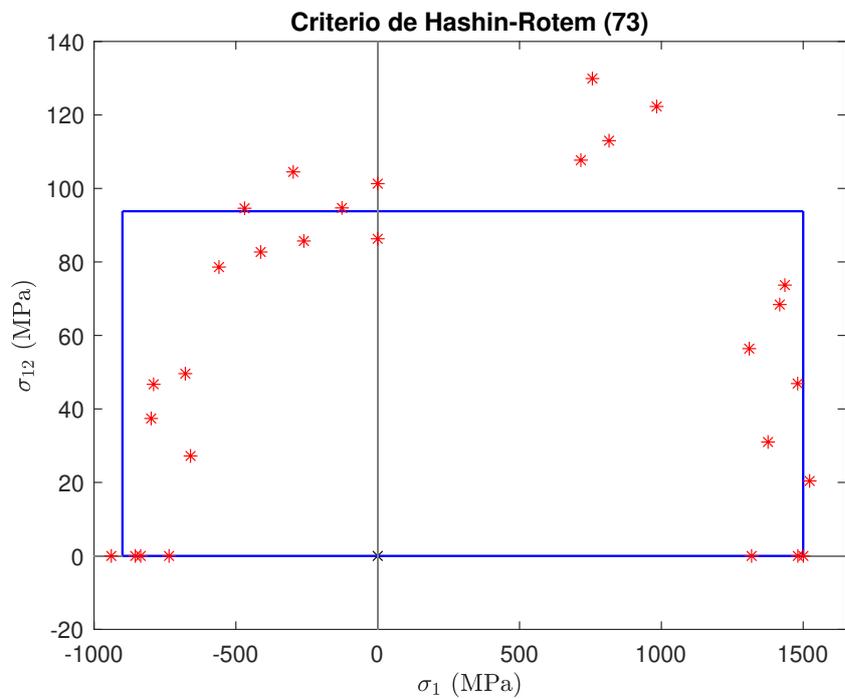
**Figura 3.11** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para el Criterio de Tsai-Hill.

**Criterio de Tsai-Wu**



**Figura 3.12** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para el Criterio de Tsai-Wu.

**Criterio de Hashin-Rotem (73)**



**Figura 3.13** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para el Criterio de Hashin-Rotem (73).

## Criterio de Hashin (80)

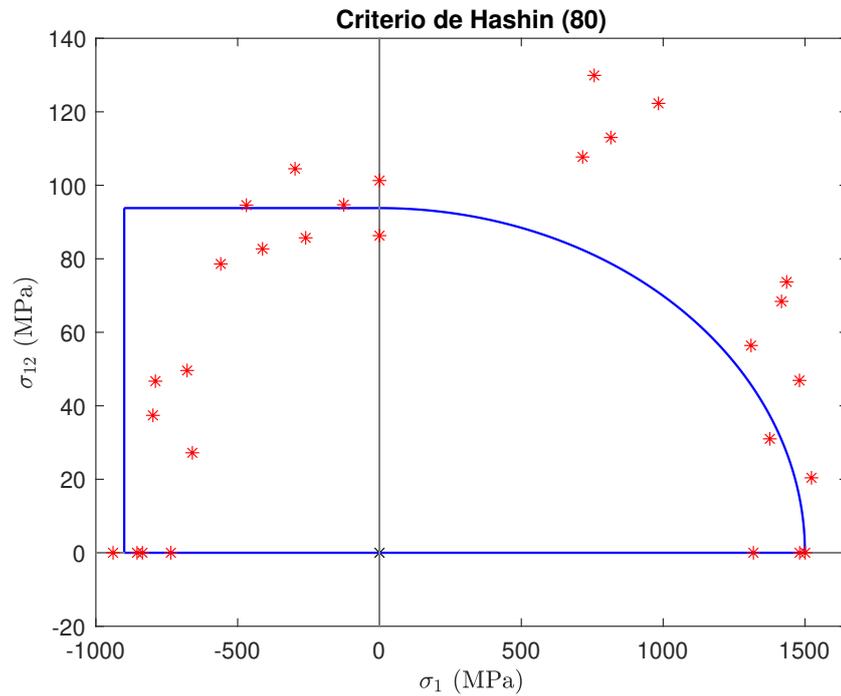


Figura 3.14 Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para el Criterio de Hashin (80).

## Criterio de Puck

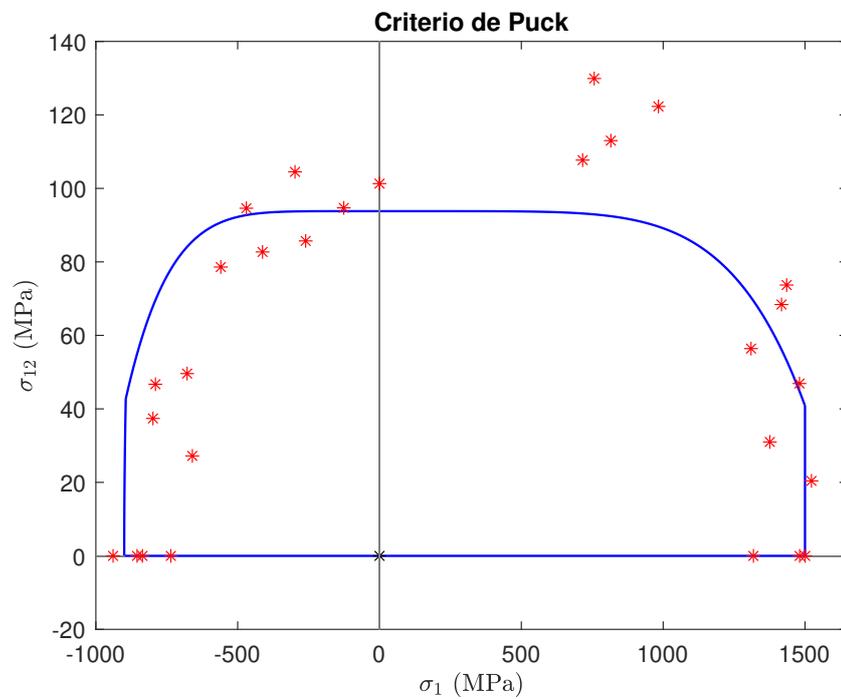


Figura 3.15 Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de T300/BSL914C para el Criterio de Puck.

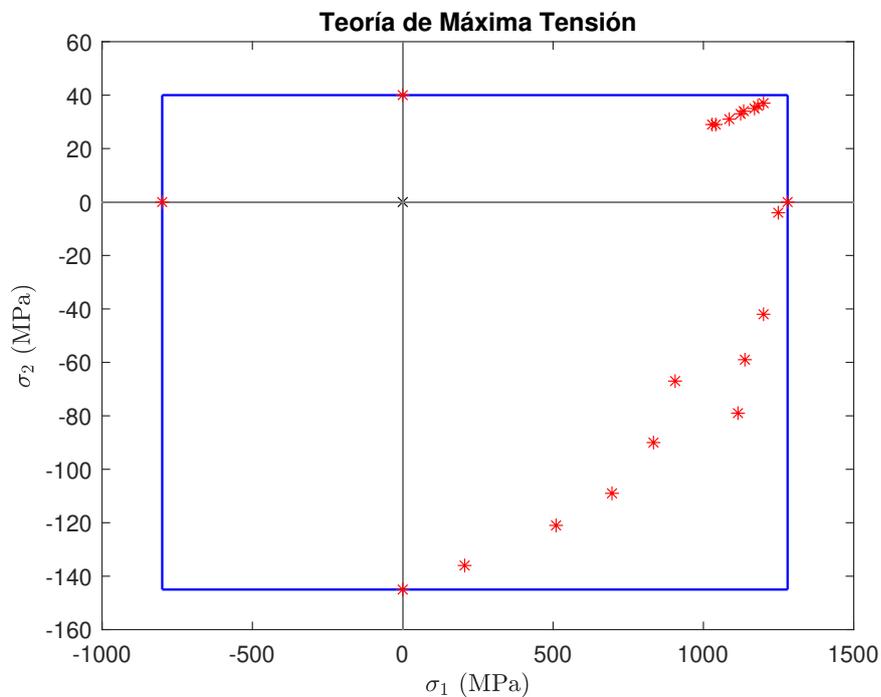
Al igual que en el caso anterior, los puntos de corte con el eje de tensión tangencial nula son comunes en cada una de las curvas, debido a que se trata de una imposición básica en la teoría. Se corresponden con  $\sigma_1 = X_t$  para tracción, y con  $\sigma = 1 = -X_c$  para compresión. También se ha optado por representar únicamente la mitad de la curva dada la irrelevante contribución del signo.

Para la teoría de Máxima Tensión y Máxima Deformación se obtiene un rectángulo, en el que los resultados son más fieles para valores de tracción y en aquellos cercanos a tensión tangencial nula. Para esta combinación de tensiones se obtienen los mismos resultados en el caso del criterio de Hashin-Rotem (73), dada la restricción impuesta a las ecuaciones ( $\sigma_2 = 0$ ). En el caso de Tsai-Wu y Tsai-Hill se obtienen unas mejores predicciones a priori, debido a que, al contrario de lo observado en las curvas mencionadas con anterioridad, existe una expresión que relaciona  $\sigma_1$  con  $\sigma_{12}$ . Se puede ver que los resultados de Tsai-Wu parecen más acertados que los de Tsai-Hill. En el criterio de Hashin (80) no se obtienen unos resultados demasiado precisos a simple vista, ya que combina unas rectas verticales y horizontales para compresión, y un cuarto de elipse para tracción. Por último, el criterio de Puck se asimila a los rectángulos obtenidos en el criterio de Hashin-Rotem (73) y en la teoría de Máxima Tensión y Máxima Deformación, siendo la principal diferencia el redondeo que presenta la curva en los puntos de máxima tensión tangencial y máxima tracción. En el siguiente capítulo se hará más énfasis en cada una de las predicciones de las curvas.

### 3.3.3 Eglass/MY750

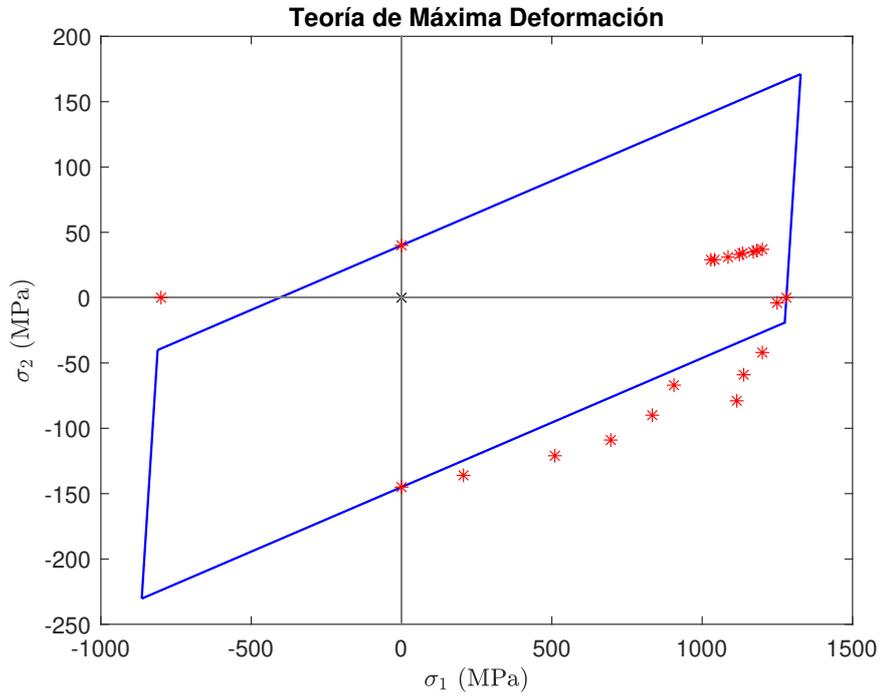
Por último, se mostrarán las curvas de fallo obtenidas en el caso de que el laminado se encuentre sometido a carga  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Al igual que en los casos anteriores, se han tomado las propiedades de la tabla 3.1.

#### Teoría de la Máxima Tensión



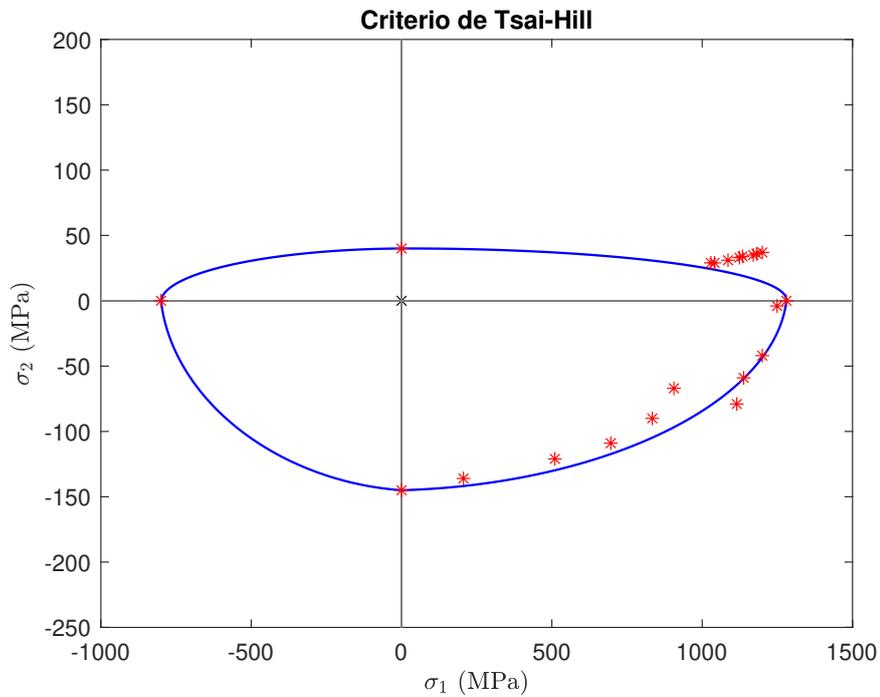
**Figura 3.16** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$  de Eglass/MY750 para la Teoría de Máxima Tensión.

## Teoría de la Máxima Deformación



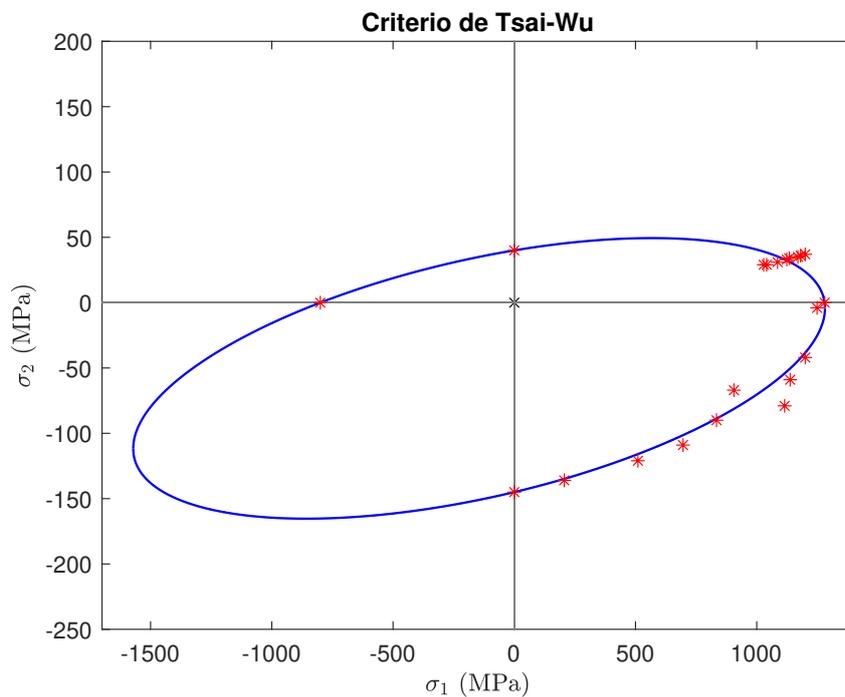
**Figura 3.17** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para la Teoría de Máxima Deformación.

## Criterio de Tsai-Hill



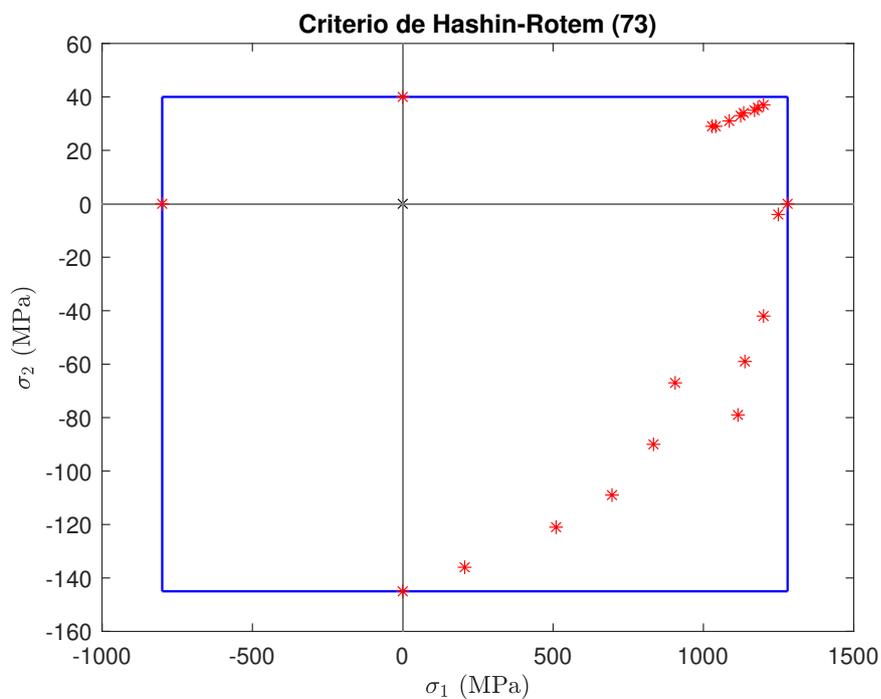
**Figura 3.18** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para el Criterio de Tsai-Hill.

**Criterio de Tsai-Wu**



**Figura 3.19** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para el Criterio de Tsai-Wu.

**Criterio de Hashin-Rotem (73)**



**Figura 3.20** Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para el Criterio de Hashin-Rotem (73).

### Criterio de Hashin (80)

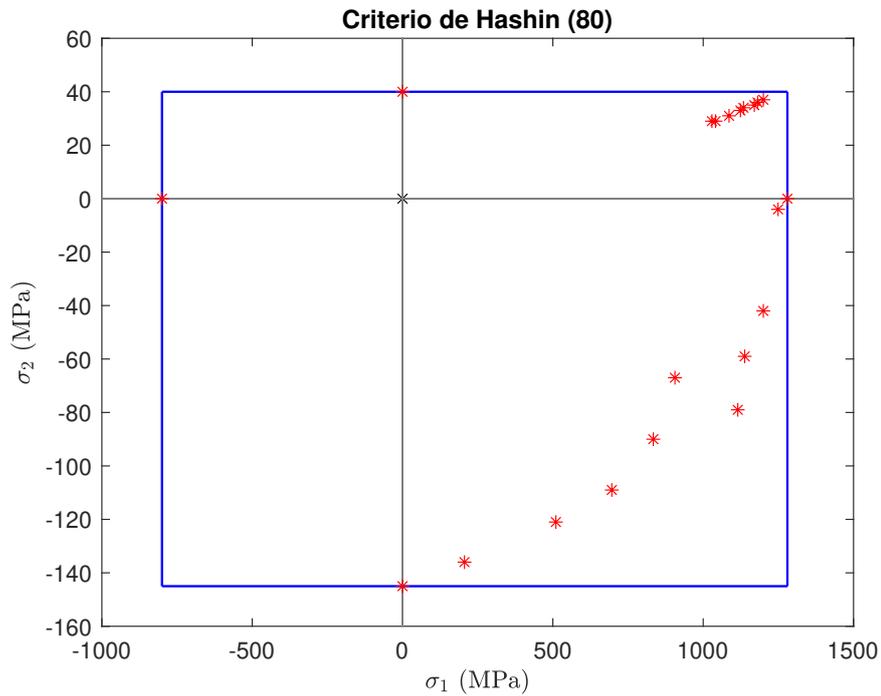


Figura 3.21 Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para el Criterio de Hashin (80).

### Criterio de Puck

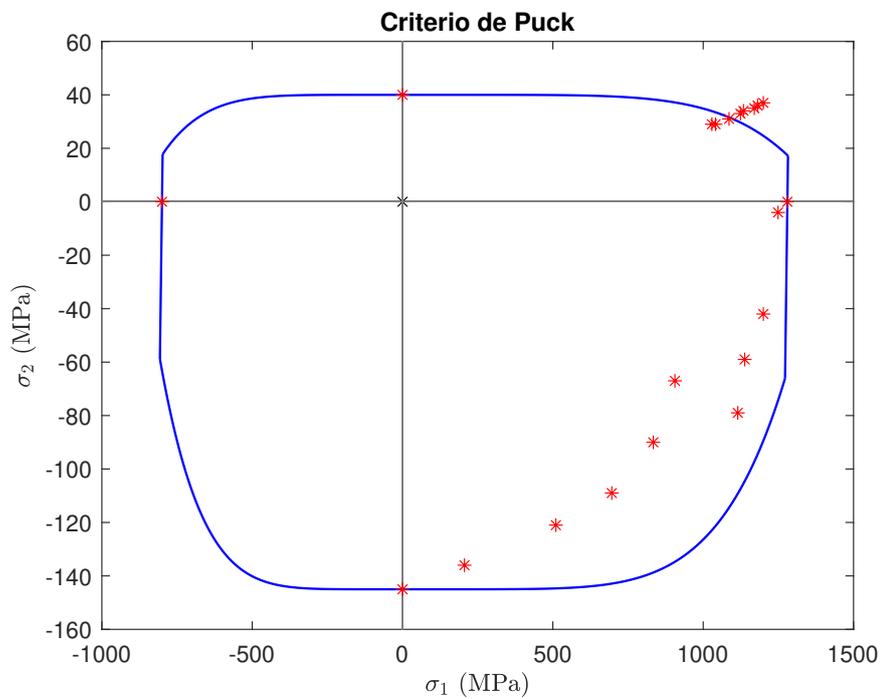


Figura 3.22 Curva de fallo  $\sigma_1$ - $\sigma_2$  de Eglass/MY750 para el Criterio de Puck.

Para el caso de cargas  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , al no estar presente la tensión tangencial, es necesario representar los ejes completos sin aplicar simetría de cargas. Como se vio anteriormente, los puntos de corte con los ejes se producen en los valores establecidos por las resistencias, los cuales se encuentran en la tabla 3.1.

En este caso, son los criterios de Hashin-Rotem (73), Hashin (80) y el de Máxima Tensión los que muestran una representación rectangular. Se puede ver como la predicción de esta curva no parece demasiado precisa, ya que los puntos que se encuentran en la zona  $\sigma_1 > 0$  y  $\sigma_2 < 0$  no son fieles a las rectas correspondientes a las resistencias correspondientes. Además de eso, se puede ver como en los puntos experimentales correspondientes a la zona de arriba a la derecha son muy parecidos, lo que no otorga mucha variedad que permita comparar la curva. A diferencia de estos, el criterio de Máxima Deformación consigue que los puntos de la zona  $\sigma_1 > 0$  y  $\sigma_2 < 0$  se acerquen a la predicción de una manera más fiable, aunque en para valores positivos de  $\sigma_2$  no sean los idóneos. Los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu sí que resultan mucho más fiables que los anteriormente comentados, logrando de esta manera una predicción que, al parecer, podría proporcionar unos resultados óptimos. El último de todos los casos es el criterio de Puck, el cual proporciona una curva similar a la obtenida por el criterio de Hashin-Rotem (73), pero en este caso los extremos de la misma se encuentran redondeados. De esta manera, el error obtenido se minimiza con respecto al caso que se ha comentado anteriormente, por lo que los resultados se pueden considerar más fiables. En el siguiente capítulo se desarrollará un estudio detallado con los errores relativos asociados a cada pareja de puntos experimentales.

## 4 Estudio de los resultados obtenidos

---

En este capítulo, se va a realizar un estudio sobre los resultados que se han obtenido en el capítulo 3. Se explicará el procedimiento que se empleará para poder comparar numéricamente el error relativo de las curvas de fallo con respecto a los valores experimentales que se obtuvieron en el *WWFE*. A partir de ahí, se mostrarán los resultados en unas tablas comparativas y mediante unas gráficas de barras, diferenciando los resultados en tres categorías que nos permitirán obtener algunas conclusiones.

Cuando se haya realizado esta primera clasificación, se realizará una subdivisión de la misma, esta vez más refinada, con vistas a sacar unos resultados más concluyentes que nos permitan afirmar con mayor claridad las ventajas de cada criterio. Por último, se estudiará el grado de conservadurismo de los criterios, estableciendo cuales de ellos se encuentran dentro del lado de la seguridad y cuales no.

El objetivo final de este apartado es obtener un orden de los criterios que nos permitan ordenarlos según el grupo al que pertenezcan, realizando también comparaciones globales y particulares para cada uno de los casos.

### 4.1 Cálculo del error relativo

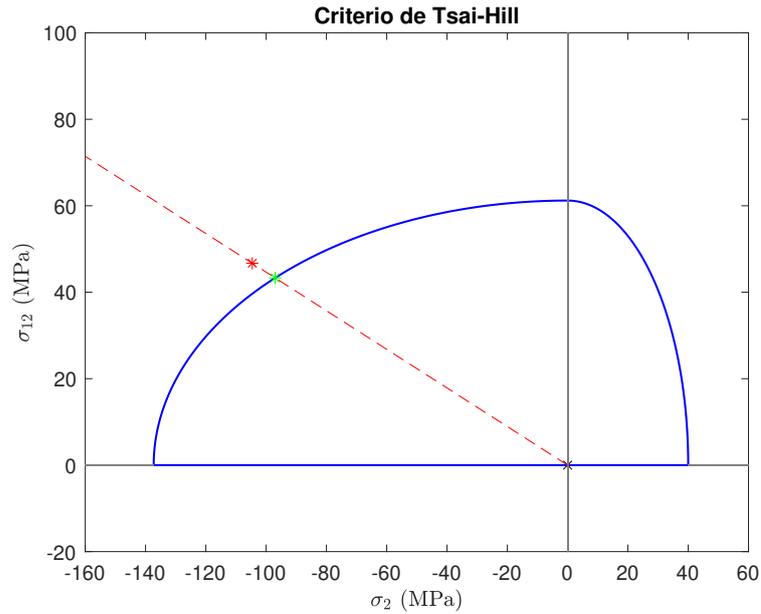
Una vez representadas las curvas de fallo correspondientes con los criterios propuestos en el capítulo 2, es necesario realizar cálculos que nos permitan observar las diferencias existentes entre los resultados experimentales y las predicciones realizadas.

Por este motivo, se va a explicar a continuación el proceso seguido para la obtención del error relativo. Para ello, se va a tomar una curva de las representadas anteriormente, la cual va a servir como ejemplo para la explicación. Concretamente, se ha seleccionado el criterio de Tsai-Hill<sup>1</sup> en el caso del laminado Eglass/LY556, correspondiente con la figura 3.4, y una pareja aleatoria de la tabla 3.2, que son  $\sigma_2 = -104.6$  MPa y  $\sigma_{12} = 46.7$  MPa.

En la figura 4.1 se puede ver como se encuentra representado el punto experimental en color rojo. A partir de este punto se traza una recta que une el punto experimental con el origen. Esta recta siempre debe pasar por el origen ya que representa un estado tensional, y para el estado inicial éste siempre será el  $\sigma_2 = 0$  MPa y  $\sigma_{12} = 0$  MPa. Se encuentra representada en la figura mediante una línea roja discontinua.

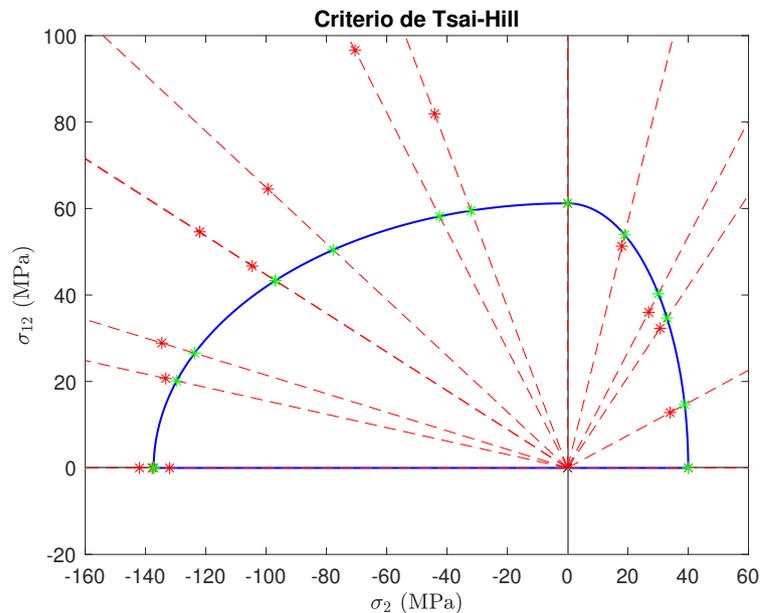
---

<sup>1</sup> Se ha elegido este caso de manera aleatoria, aunque se podía haber escogido cualquier otra.



**Figura 4.1** Error relativo de una pareja de puntos  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  en la curva de fallo del Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill.

A partir de esta recta se obtiene un punto de corte con la curva de fallo, el cual se encuentra marcado en verde, que se correspondería con la predicción del criterio para un estado tensional con la misma relación de tensiones ( $\sigma_{12}/\sigma_2$ ) del ensayo experimental. El error relativo se calcula como el cociente de entre la distancia entre ambos puntos ( $\Delta\sigma$ ) y la distancia del punto experimental al origen ( $\sigma_{exp}$ ). Este hecho se cumple debido a que la distancia desde los puntos hasta el origen representan el módulo del vector tensión para cada estado tensional.



**Figura 4.2** Error relativo de los puntos experimentales  $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$  en la curva de fallo del Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill.

Por ello, la expresión que se ha empleado para obtener el valor del error relativo es la siguiente:

$$Error\ Relativo\ (\%) = \left| \frac{\sigma_{TH} - \sigma_{exp}}{\sigma_{exp}} \right| \cdot 100 \quad (4.1)$$

De esta manera, para el caso que se ha presentado en la figura 4.1, se tiene que el error relativo obtenido es de 7.2591 %.

Así, se ha repetido este proceso para todas las parejas de puntos que hay en las tablas de resultados experimentales del capítulo 3, obteniendo la representación mostrada en la figura 4.2. En la siguiente sección se mostrarán los resultados obtenidos para cada criterio.

## 4.2 Clasificación de los resultados en Categorías

Una vez que se ha definido un método para obtener los resultados para cada uno de los criterios en los tres casos considerados, se va a pasar a la valoración de los mismos en cuanto al porcentaje de aciertos alcanzado. Para ello, se va a mostrar a continuación el porcentaje de puntos (estados tensionales) en varias tablas, y se van a clasificar en categorías. Estas van a estar distribuidas de la siguiente manera:

- **Categoría A:** El error es inferior al 10 %. Se representará en color verde.
- **Categoría B:** El error está entre el 10% y el 50 %. Se representará en color amarillo.
- **Categoría C:** El error está por encima del 50 %. Se representará en color rojo.

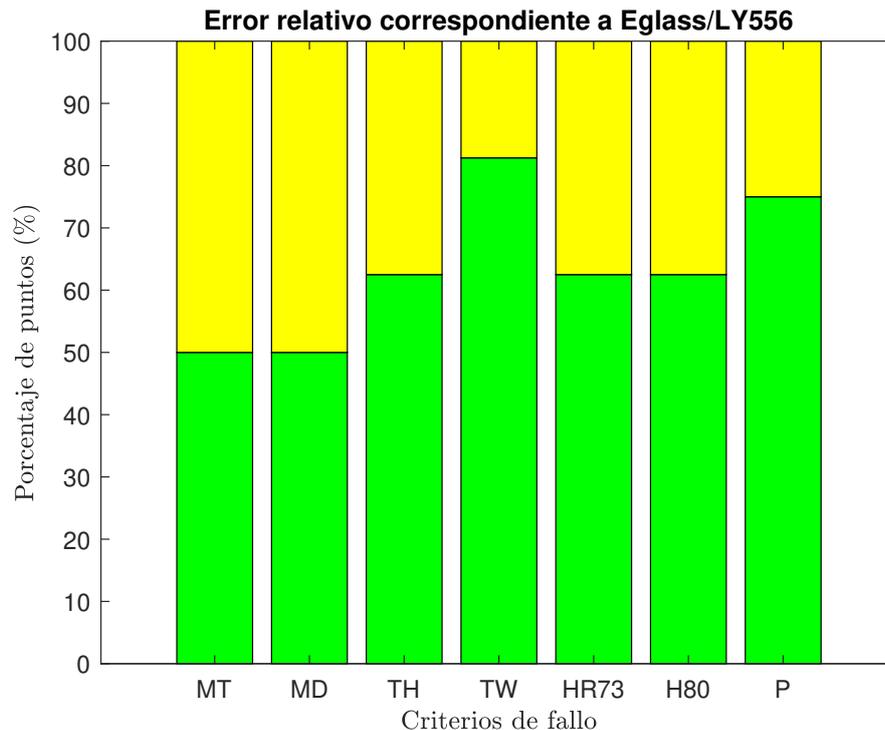
### 4.2.1 Eglass/LY556

En la tabla adjunta, se muestran los resultados obtenidos para el laminado Eglass/LY556. Estos resultados se han filtrado ya por categorías con el código de colores especificado anteriormente.

$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
-142	0	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099
-137.8	0	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628
-132	0	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152
-134.6	28.9	2.0059	2.0059	8.1001	3.0125	8.1001	6.2063	1.6454
-133.3	20.7	3.0008	3.0008	2.7330	0.2718	2.7330	1.5779	1.0386
-122	54.6	12.0879	12.0879	20.5822	7.5128	20.5822	16.4221	3.0902
-104.6	46.7	31.0493	31.0493	7.2591	7.9608	7.2591	2.4111	13.1062
-99.4	64.5	5.1163	5.1163	21.7007	3.7671	21.7007	16.6918	3.1518
-70.5	96.6	36.6460	36.6460	39.7536	24.3210	39.7536	36.6460	24.0409
-44.1	81.9	25.2747	25.2747	27.3383	11.1215	27.3383	25.2747	14.5415
0	61.2	0	0	0	0	0	0	0
18	51.3	19.2982	19.2982	5.1096	4.4537	5.1096	5.1096	0.1203
26.9	36	48.6989	48.6989	11.9240	3.1539	11.9240	11.9240	7.4338
30.7	32.3	30.2932	30.2932	7.3591	0.4106	7.3591	7.3591	3.9034
34	12.8	17.6471	17.6471	14.2396	12.5489	14.2396	14.2396	13.4699
40	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 4.1** Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 dividido en categorías.

Como se puede ver, no existen casos de Categoría C, debido a que todos los valores del error relativo obtenidos para cada estado tensional han sido inferiores al 50 %. Así, se descarta de esta manera que se tenga un error de carácter notable en los resultados. En cuanto a las otras dos categorías, es tangible que existe un cierto equilibrio de resultados en cuanto al número de resultados de Categoría B y Categoría C, aunque predominan los valores que aparecen en color verde. Se observa que, como se preveía, el valor en los puntos de corte con cada uno de los ejes en las curvas de corte es nulo. Esto es así debido a que en el modelo que se desarrolló se impuso que el valor de los puntos de corte debía ser el mismo que las resistencias definidas para cada material.



**Figura 4.3** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556.

En la figura 4.3 se puede ver una gráfica de barras de los resultados expuestos anteriormente en la tabla. Como se puede apreciar, en ninguno de los casos hay menos de la mitad de puntos que sean de la Categoría A, por lo que se puede tomar como que los resultados son bastante aceptables. Estos criterios son los de Máxima Tensión y Máxima Deformación, que pueden ser catalogados como los que proporcionan resultados menos precisos de los siete que se encuentran expuestos.

A continuación de estos, se puede ver como el número de puntos verdes en el criterio de Tsai-Hill, el de Hashin-Rotem (73) y el de Hashin (80) es el mismo, y a su vez superior que el de los dos criterios anteriores. Este hecho se produce debido a que tras las simplificaciones llevadas a cabo en estos criterios se obtienen las mismas expresiones en el caso de Tsai-Hill y Hashin-Rotem (73), y muy similares en el caso de Hashin (80).

Por último, destacar que los criterios de Puck y el criterio de Tsai-Wu se encuentran por encima de los demás, aunque los resultados del **Criterio de Tsai-Wu** se encuentran ligeramente por encima, motivo por el cual se puede considerar como el más preciso de todos los propuestos. En este caso, se tiene que el 81.25 % de los puntos están incluidos en Categoría A, lo que puede considerarse como un dato bastante importante.

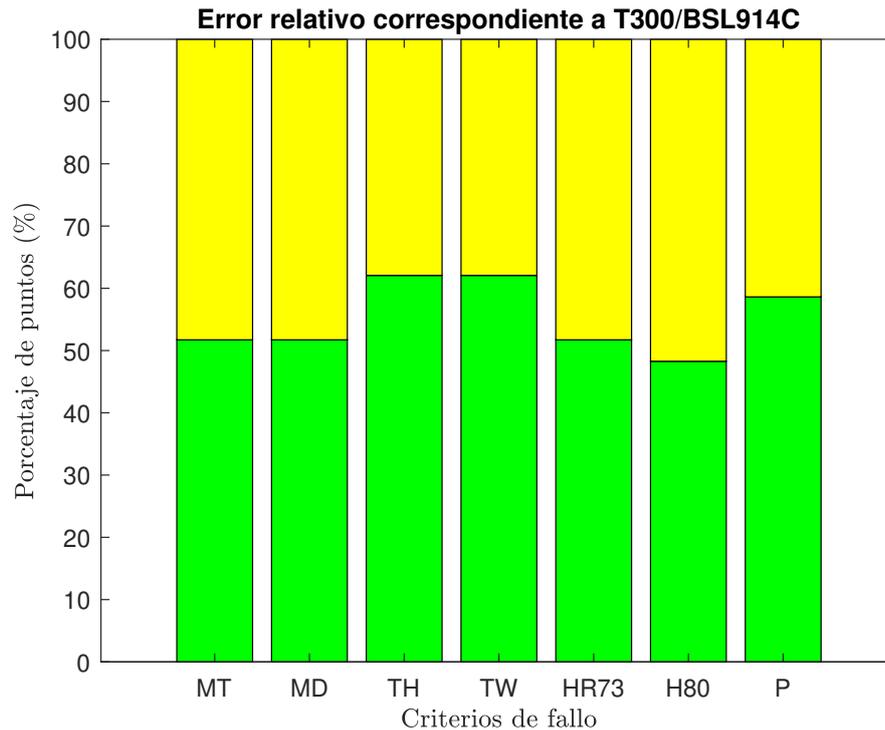
## 4.2.2 T300/BSL914C

A continuación se van a mostrar los resultados correspondientes al laminado de grafito-epoxy T300/BSL914C. Los datos se mostrarán mediante el mismo sistema comentado anteriormente.

$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
983.4	122.3	23.3034	23.3034	31.4780	25.9924	23.3034	31.4780	23.9675
815.6	113	16.9912	16.9912	24.3406	18.3519	16.9912	24.3406	17.3764
716.2	107.7	12.9062	12.9062	19.5823	13.3233	12.9062	19.5823	13.1561
756.9	129.9	27.7906	27.7906	32.1541	27.0841	27.7906	32.1541	27.8852
1309.8	56.4	14.5213	14.5213	5.6778	1.8932	14.5213	5.6778	6.2934
1376.1	31	9.0037	9.0037	2.5521	4.0301	9.0037	2.5521	9.0037
1417.3	68.4	5.8350	5.8350	16.2157	12.3337	5.8350	16.2152	4.5419
1435.4	73.7	4.5005	4.5005	19.2357	15.2150	4.5005	19.2357	7.4331
1480.6	46.9	1.3103	1.3103	9.6234	7.3083	1.3103	9.6234	0.6155
1522.8	20.4	1.4972	1.4972	3.6826	3.1534	1.4972	3.6826	1.4972
1318.9	0	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002
1481.1	0	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761
1500.7	0	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466
Ensayo 2								
-939.3	0	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840
-854.8	0	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878
-798.7	37.4	12.6831	12.6831	2.7854	0.8322	12.6831	12.6831	12.0292
-790.1	46.7	13.9096	13.9096	0.9153	3.5175	13.9096	13.9096	9.8186
-469.4	94.6	0.8457	0.8457	11.9259	16.3700	0.8457	0.8457	1.8527
-297.8	104.5	10.2392	10.2392	13.9543	17.4418	10.2392	10.2392	10.2739
Ensayo 3								
-835.7	0	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941
-735.6	0	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491
-659.9	27.2	36.3843	36.3843	26.8261	24.8463	36.3843	36.3843	35.7694
-678.3	49.6	32.6847	32.6847	8.6170	4.9654	32.6847	32.6847	22.6188
-559.6	78.6	19.3384	19.3384	4.1634	8.9938	19.3384	19.3384	11.7553
-412.4	82.7	13.4220	13.4220	0.6412	4.4415	13.4220	13.4220	12.2373
-260.3	85.7	9.4516	9.4516	4.3481	0.0333	9.4516	9.4516	9.3898
-126	94.7	0.9504	0.9504	1.8892	4.1951	0.9504	0.9504	0.9508
0	101.3	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038
0	86.3	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906

**Tabla 4.2** Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C dividido en categorías.

Se observa que, al igual que en la tabla 4.1, no se han catalogado casos de Categoría C, lo cual se puede considerar como un gran indicativo de la validez de los criterios. A diferencia del caso anterior, es posible contemplar la presencia de más casillas de color amarillo en la tabla con respecto al otro estudio realizado, aunque el número de casillas correspondientes a Categoría A sigue siendo mayor que el de Categoría B, lo que indica que los resultados se pueden considerar satisfactorios. Este hecho sumado a que para este material se tiene un mayor número de resultados experimentales, dan más validez al criterio. En este caso no existe ningún punto en el que el valor del error relativo sea nulo, aunque sí que se obtienen valores en los puntos de corte con los ejes muy próximos a cero.



**Figura 4.4** Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C.

La gráfica de barras nos proporciona una visión global y más ordenada de los resultados obtenidos. Es destacable observar que en este caso hay más puntos que se ubican en Categoría B que en el Eglass/LY556. Por lo que se puede afirmar, que ante cargas  $\sigma_1$  y  $\sigma_{12}$  el comportamiento de las predicciones es peor. Ninguno de los casos supera el 70% de puntos en categoría A, cifra algo pobre. Ese hecho no quita que en la gran mayoría de casos haya más de la mitad de puntos satisfactorios.

El que proporciona unos resultados menos fiable es el criterio de Hashin (80), ya que es el único que baja de la mitad de puntos de Categoría A. Este hecho se debe a que, como se puede ver en la figura 3.14, la curva presenta un tramo recto para valores de compresión, lo que asemeja su comportamiento al de los criterios de Máxima Tensión, Máxima Deformación y Hashin-Rotem (73), que son los siguientes que peor simulan el fallo de los criterios estudiados. Este hecho sumado a que los valores experimentales para tracción se alejan de la curva, provocan que este criterio sea catalogado como el peor de todos los que se han presentado para este material.

A continuación de estas cuatro teorías podemos encontrar el criterio de Puck, el cual obtiene un porcentaje de puntos razonablemente alto con respecto a sus perseguidores (58.62%). Para finalizar, como mejores predicciones, aparecen el **Criterio de Tsai-Hill** y el **Criterio de Tsai-Wu**, los cuales obtienen un resultado del 62.07%, valor que, aunque es el mejor registrado en este material, se puede considerar bajo para ser un máximo.

## 4.2.3 Eglass/MY750

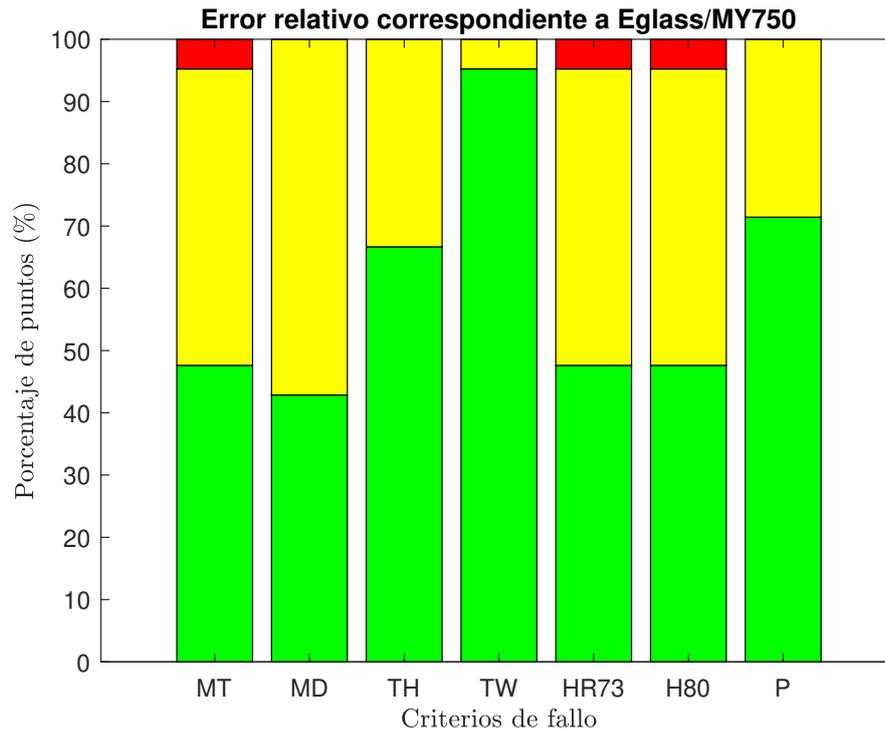
Para finalizar con esta división en categorías, se van a mostrar los resultados obtenidos para el Eglass/MY750.

$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
-800	0	0	49.3738	0	0	0	0	0
0	40	0	0	0	0	0	0	0
1029	29	24.3926	25.3749	6.8982	9.7187	24.3926	24.3926	6.7799
1041	29	22.9587	23.9184	7.4956	8.7466	22.9587	22.9587	5.9902
1086	31	17.8637	18.8065	12.2916	3.6445	17.8637	17.8637	0.7010
1124	33	13.8790	14.8161	16.3492	0.5531	13.8790	13.8790	3.7422
1134	34	12.8748	13.8235	17.9073	1.9639	12.8748	12.8748	5.3865
1170	35	9.4017	10.3191	20.3469	4.9237	9.4017	9.4017	8.2134
1181	36	8.3827	9.3090	21.8021	6.2816	8.3827	8.3827	9.7699
1200	37	6.6667	7.5889	23.4706	8.0549	6.6667	6.6667	11.6272
1280	0	0	0	0	0	0	0	0
Ensayo 2								
0	-145	0	0	0	0	0	0	0
206	-136	6.6176	7.2565	4.1037	0.7673	6.6176	6.6176	6.6161
510	-121	19.8347	15.3874	5.8347	3.2406	19.8347	19.8347	19.0637
696	-109	33.0275	18.4198	4.9984	4.5326	33.0275	33.0275	25.4592
834	-90	53.4772	15.8779	8.1095	0.7277	53.4772	53.4772	29.0181
906	-67	41.2804	7.3361	15.3505	8.3500	41.2804	41.2804	32.6656
1115	-79	14.7982	23.3295	5.0587	10.5529	14.7982	14.7982	8.7338
1138	-59	12.4780	15.3989	0.1515	3.5660	12.4780	12.4780	11.7953
1200	-42	6.6667	9.6662	0.3232	1.2297	6.6667	6.6667	6.2287
1249	-4	2.4820	2.3908	2.2775	2.6059	2.4820	2.4820	2.4433

**Tabla 4.3** Resultados del error relativo asociados a Eglass/MY750 dividido en categorías.

Para el Eglass/MY750 sí que encontramos una pareja de puntos que se puede clasificar dentro de la Categoría C, debido a que se obtiene un error relativo del 53.4772%. Este hecho se repite tanto en el criterio de Máxima Tensión como en los criterios de Hashin-Rotem (73) y Hashin (80). Este hecho es debido a que tras las simplificaciones llevadas a cabo en estos criterios debido a la presencia de cargas biaxiales, se obtienen las mismas expresiones en ambos. Se puede ver mucha disparidad entre el color amarillo y el verde, siendo un poco más predominante el verde, aunque esto no ocurra en la todos los criterios. Viendo los resultados de la tabla, se puede adelantar que el mejor de los criterios en este caso será el criterio de Tsai-Wu, puesto que únicamente en una de las parejas de puntos ha obtenido un valor catalogado de Categoría B, y el mismo se encuentra en el límite, puesto que tiene un valor de 10.5529%. Otro hecho importante es el de ver que los puntos experimentales que coinciden con los puntos de corte de los ejes con la curva tienen un valor nulo de error relativo, puesto que coinciden con los valores de las resistencias de dicho material.

De la gráfica de barras mostrada en la figura 4.5 se pueden obtener multitud de conclusiones interesantes.



**Figura 4.5** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750.

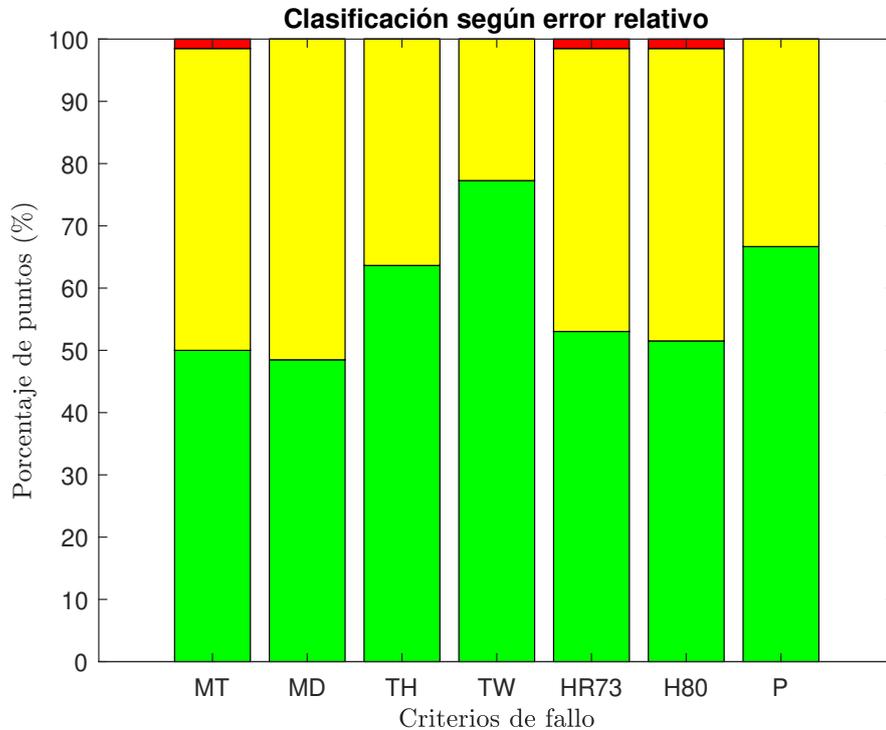
En primer lugar, es interesante observar el hecho de que se tienen la misma cantidad de puntos de Categoría C en los criterios de Máxima Tensión, Hashin-Rotem (73) y Hashin (80) como de Categoría B en el criterio de Tsai-Wu. Este hecho implica el nivel de precisión del criterio de Tsai-Wu en este caso. Es observable que para esta combinación de cargas hay más de la mitad de los criterios propuestos que no tienen ni siquiera la mitad de sus puntos en la máxima categoría, lo que provoca que se pueda dudar de su eficacia. Este hecho se produce sobre todo en los puntos que se encuentran sometidos a cargas con valores positivos de  $\sigma_1$  pero negativos de  $\sigma_2$ . La cantidad de puntos que se encuentran en la zona verde para estos casos asciende al 47.62%, cantidad que resulta insuficiente a priori en comparación con otros de los casos mostrados en la gráfica. Sin embargo, aunque no presente ningún punto de Categoría C, el criterio que menos puntos de Categoría A presenta es el criterio de Máxima Deformación. Éste, tal y como se muestra en la figura 3.17, presenta una forma peculiar, puesto que es bastante diferente a los otros criterios con los que se le está comparando.

En el siguiente escalón, se puede ver que hay dos criterios con resultados bastante fiables que se encuentran rozando la zona del 70% de los puntos. Estos son el criterio de Tsai-Hill y el criterio de Puck, los cuales presentan resultados bastante mejores que los otros debido principalmente a la forma curva que toma su representación gráfica.

Para terminar es necesario comentar el caso más especial de todos. Se trata del **Criterio de Tsai-Wu**. Tal y como se puede ver en la figura 3.19 y se puede confirmar en la figura 4.5, la curva que se obtiene al implementar este criterio recrea con bastante acierto los resultados experimentales que se obtuvieron en el *WWFE*, de ahí que se obtengan unos resultados tan admirables. Todos los puntos a excepción de uno, lo que conforman el 95.34% de las parejas de valores, se pueden clasificar en Categoría A, dato que se puede contemplar como significativo.

#### 4.2.4 Resultados generales

Finalmente, para completar este estudio relacionado con las categorías, se va a mostrar un gráfico de barras en cual se incluyen los resultados de los tres laminados estudiados, para de esta manera poder comparar de manera general los resultados obtenidos.



**Figura 4.6** Gráfico de barras comparativo relativo a la clasificación en Categorías.

Como se puede ver en la figura 4.6, en todos los criterios, a excepción del criterio de Máxima Deformación, el porcentaje de puntos correspondiente a la Categoría A es mayor que los otros. Este hecho reafirma que la predictibilidad de las teorías es aceptable. El porcentaje de puntos en Categoría C es prácticamente despreciable, existiendo casos únicamente en los criterios de Máxima Tensión, Hashin-Rotem (73) y Hashin (80). De esta manera, como se ha comentado anteriormente, los cuatro criterios que ofrecen un resultado menos fiable serían los criterios Máxima Tensión, Máxima Deformación, Hashin-Rotem (73) y Hashin (80).

Los criterios restantes presentan unas predicciones más fiables. El Criterio de Tsai-Hill muestra unos resultados bastante correctos, puesto que prácticamente dos tercios de las parejas de puntos experimentales se encuentran en Categoría A (66.64%). Equivalente al mismo, aunque con un porcentaje ligeramente mayor correspondiente exactamente a dos terceras partes del total de puntos (66.67%) se encuentra el criterio de Puck. Ambos se pueden considerar criterios predictivos muy aceptables.

Finalmente, se puede observar como el **Criterio de Tsai-Wu** es el que presenta un mayor porcentaje correspondiente con puntos de categoría A (77.27%). Este valor le proporciona una alta fiabilidad de predicción, debido a que en la mayoría de las situaciones propuestas, ha conseguido obtener resultados con un error relativo menor del 10%, lo cual se puede considerar un éxito.

### 4.3 División en Subcategorías

Una vez que se ha realizado una primera clasificación por categorías en el que se han realizado los primeros filtros de los distintos criterios, se hace necesaria una nueva criba en la que se refinan más aún las diferencias existentes entre cada uno de los criterios. El hecho de que los resultados obtenidos en la sección 4.2 hayan sido positivos, hasta el punto de obtener únicamente tres parejas de Categoría C, provoca la nueva subdivisión que se vaya a realizar ahora se centre principalmente en las categorías A y B. Con estos nuevos resultados se podrán sacar conclusiones más realistas y que se podrán tomar como casi definitivas.

Las subcategorías se van a definir de la siguiente manera:

- **Subcategoría A1:** El error es inferior al 5%. Se representará en color verde claro.
- **Subcategoría A2:** El error está comprendido entre el 5% y el 10%. Se representará en color verde oscuro.
- **Subcategoría B1:** El error está comprendido entre el 10% y el 30%. Se representará en color amarillo claro.
- **Subcategoría B2:** El error está acotado entre 30% y 50%. Se representará en color naranja.
- **Categoría C:** Se seguirá manteniendo esta categoría, en la que el error relativo es superior al 50%. Se representará en color rojo.

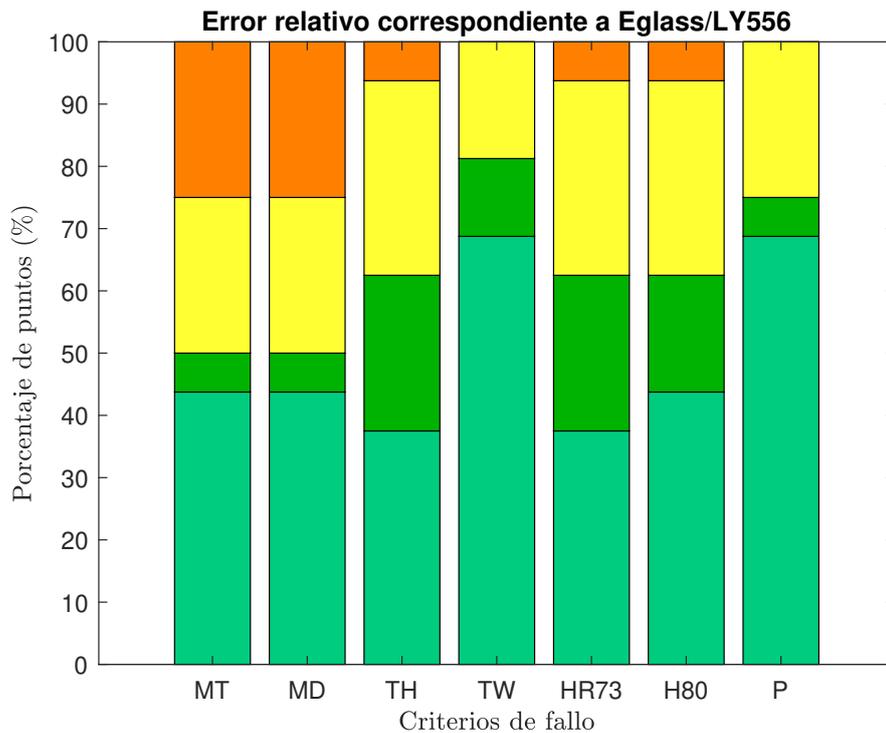
#### 4.3.1 Eglass/LY556

En la tabla que se muestra a continuación se pueden ver los mismos resultados que se mostraron en la tabla 4.1, pero en esta ocasión teñidos de un nuevo color que mostrará la nueva clasificación que se ha comentado.

$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
-142	0	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099	3.3099
-137.8	0	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628	0.3628
-132	0	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152
-134.6	28.9	2.0059	2.0059	8.1001	3.0125	8.1001	6.2063	1.6454
-133.3	20.7	3.0008	3.0008	2.7330	0.2718	2.7330	1.5779	1.0386
-122	54.6	12.0879	12.0879	20.5822	7.5128	20.5822	16.4221	3.0902
-104.6	46.7	31.0493	31.0493	7.2591	7.9608	7.2591	2.4111	13.1062
-99.4	64.5	5.1163	5.1163	21.7007	3.7671	21.7007	16.6918	3.1518
-70.5	96.6	36.6460	36.6460	39.7536	24.3210	39.7536	36.6460	24.0409
-44.1	81.9	25.2747	25.2747	27.3383	11.1215	27.3383	25.2747	14.5415
0	61.2	0	0	0	0	0	0	0
18	51.3	19.2982	19.2982	5.1096	4.4537	5.1096	5.1096	0.1203
26.9	36	48.6989	48.6989	11.9240	3.1539	11.9240	11.9240	7.4338
30.7	32.3	30.2932	30.2932	7.3591	0.4106	7.3591	7.3591	3.9034
34	12.8	17.6471	17.6471	14.2396	12.5489	14.2396	14.2396	13.4699
40	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 4.4** Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 dividido en subcategorías.

Como se puede ver en la tabla, los resultados que se obtienen tienen un amplio color verde claro, debido a que los valores correspondientes al error relativo son muy pequeños (del orden de menos de una vigésima parte del módulo del estado tensional). Este hecho provoca que se pueda considerar que los criterios son aceptables, aunque como en todas las situaciones, hay algunos de esos criterios que proporcionan unos resultados más ventajosos que otros. Cabe destacar también que, aunque predomine el color verde, la cantidad de puntos que se encuentran en Subcategoría B2 no es despreciable, debido a que, en algunos criterios, sí que se pueden encontrar varios puntos que se encuentran en tales circunstancias.



**Figura 4.7** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556 para una división refinada.

En este gráfico de barras se muestra lo que se venía observando de la tabla anterior. La mayor parte de los puntos son de Subcategoría A1, siendo los valores mínimos alrededor del 40%, lo cual simboliza una cantidad bastante alta y para nada despreciable.

Comenzando con los criterios que alcanzan menor cantidad de puntos incluidos en Subcategoría A1 encontramos el criterio de Tsai-Hill y el criterio de Hashin-Rotem (73), los cuales sorprendentemente no son los que menos puntos de Categoría A tenían. El hecho de que se hay obtenido que el número de puntos verdes oscuros es significativo no es algo que pueda considerarse como penalizable, puesto que el total sigue siendo mayor que los de Categoría B, aunque sí que es llamativo. Algo similar ocurre con el criterio de Hashin (80), que iguala en esta ocasión a los criterios de Máxima Tensión y Máxima Deformación en cuanto a puntos óptimos obtenidos. Este hecho es notorio, viendo que el número de puntos de Categoría A analizado en el apartado anterior se encontraba en torno a un 12.5% más. Como detalle comentar que el porcentaje de puntos asociados a la Subcategoría A2 en el criterio de Máxima Tensión y Máxima Deformación es muy pequeño, lo que provoca que la mayor parte de los resultados predichos por estos criterios que se encontraban en Categoría A tienen un error relativo muy pequeño. Esto se contrarresta con el alto porcentaje que presenta relativo a la Subcategoría B2 (25%).

Los dos últimos criterios que faltan por analizar son el **Criterio de Tsai-Wu** y el **Criterio de Puck**. En este caso, ambas teorías encuadran la misma cantidad de puntos de Subcategoría A1, por lo que se podría decir que ambos criterios son igual de precisos, pero el hecho de el criterio de Puck obtenga un mayor porcentaje en Subcategoría B1 hace que el **Criterio de Tsai-Wu** pueda ser considerado como el mejor en esta comparación.

#### 4.3.2 T300/BSL914C

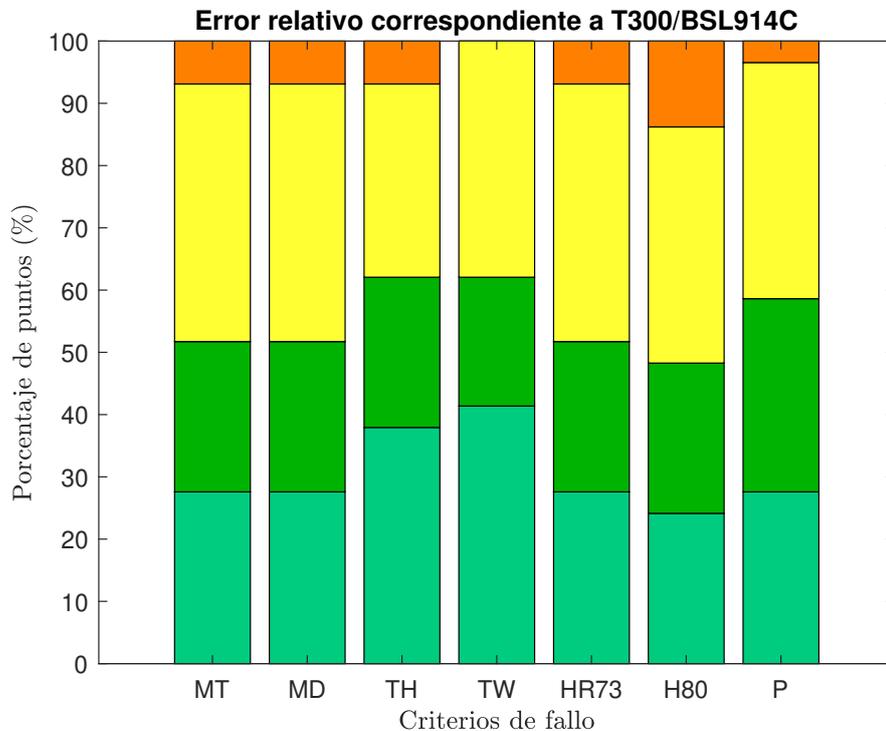
Ahora se va a mostrar la clasificación correspondiente con los resultados del laminado de grafito-epoxy T300/BSL914C.

$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
983.4	122.3	23.3034	23.3034	31.4780	25.9924	23.3034	31.4780	23.9675
815.6	113	16.9912	16.9912	24.3406	18.3519	16.9912	24.3406	17.3764
716.2	107.7	12.9062	12.9062	19.5823	13.3233	12.9062	19.5823	13.1561
756.9	129.9	27.7906	27.7906	32.1541	27.0841	27.7906	32.1541	27.8852
1309.8	56.4	14.5213	14.5213	5.6778	1.8932	14.5213	5.6778	6.2934
1376.1	31	9.0037	9.0037	2.5521	4.0301	9.0037	2.5521	9.0037
1417.3	68.4	5.8350	5.8350	16.2157	12.3337	5.8350	16.2152	4.5419
1435.4	73.7	4.5005	4.5005	19.2357	15.2150	4.5005	19.2357	7.4331
1480.6	46.9	1.3103	1.3103	9.6234	7.3083	1.3103	9.6234	0.6155
1522.8	20.4	1.4972	1.4972	3.6826	3.1534	1.4972	3.6826	1.4972
1318.9	0	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002
1481.1	0	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761
1500.7	0	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466
Ensayo 2								
-939.3	0	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840	4.1840
-854.8	0	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878
-798.7	37.4	12.6831	12.6831	2.7854	0.8322	12.6831	12.6831	12.0292
-790.1	46.7	13.9096	13.9096	0.9153	3.5175	13.9096	13.9096	9.8186
-469.4	94.6	0.8457	0.8457	11.9259	16.3700	0.8457	0.8457	1.8527
-297.8	104.5	10.2392	10.2392	13.9543	17.4418	10.2392	10.2392	10.2739
Ensayo 3								
-835.7	0	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941
-735.6	0	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491
-659.9	27.2	36.3843	36.3843	26.8261	24.8463	36.3843	36.3843	35.7694
-678.3	49.6	32.6847	32.6847	8.6170	4.9654	32.6847	32.6847	22.6188
-559.6	78.6	19.3384	19.3384	4.1634	8.9938	19.3384	19.3384	11.7553
-412.4	82.7	13.4220	13.4220	0.6412	4.4415	13.4220	13.4220	12.2373
-260.3	85.7	9.4516	9.4516	4.3481	0.0333	9.4516	9.4516	9.3898
-126	94.7	0.9504	0.9504	1.8892	4.1951	0.9504	0.9504	0.9508
0	101.3	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038	7.4038
0	86.3	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906

**Tabla 4.5** Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C dividido en subcategorías.

En la tabla que se ha mostrado anteriormente, se puede observar una cierta predominancia del color amarillo claro correspondiente a la Subcategoría B1 con respecto a los otros colores, casi al

mismo nivel que los valores asociados a la subcategoría de mínimo error. Es notorio el hecho de que, aunque en la tabla 4.2 predominara el color verde, en este caso lo haga a la par con el amarillo. Esto es debido a que una parte no despreciable de puntos que se encuentran en Categoría A tienen un error relativo que se encuentra entre el 5% y el 10%. Destacar el hecho de la existencia de puntos que ninguno de los criterios es capaz de predecir con precisión, puesto que se encuentran en Subcategoría B1.



**Figura 4.8** Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C para una división refinada.

El gráfico de barras de la figura 4.8 demuestra lo comentado anteriormente, y es que el porcentaje de puntos amarillo claro es muy similar (o incluso superior en la mayoría de los casos) a los verde claro. Significativa es también la cantidad de puntos en Subcategoría A2, lo que deja algo bajo el porcentaje de puntos pertenecientes a la máxima categoría en relación al caso anterior.

Aunque en todos los criterios se ronda entre un 30% y un 40% de porcentaje de Subcategoría A1, es en el criterio de Hashin (80) en el que se extraen las conclusiones más pobres, ya que esta cantidad ni siquiera llega al 30% (24.14%). Es destacable también que este sea el criterio en el que mayor sea el porcentaje perteneciente a Subcategoría B2, el cual se puede considerar alto (13.79%).

Los criterios de Máxima Tensión, Máxima Deformación y Hashin-Rotem (73) presentan los mismos datos, siendo estos dominados por el porcentaje, lo cual hace ver que no es una de las mejores opciones a elegir en este caso, sobretodo teniendo también cuenta que el porcentaje de Subcategoría A1 se encuentra en 27.59%. En este caso el criterio de Puck obtiene los mismos datos, aunque sin embargo sus porcentajes en el caso de Subcategoría B2 son menores.

Finalmente, se va a destacar a los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu, los cuales rozan el 40% en la categoría máxima. Ante estos dos criterios, se hace más recomendable la elección del **Criterio de Tsai-Wu**, puesto que además de que su porcentaje de puntos naranjas es nulo, posee el

mayor número de puntos en Subcategoría A1 (41.38%), lo cual lo convierte en el criterio más recomendable de todos.

#### 4.3.3 Eglass/MY750

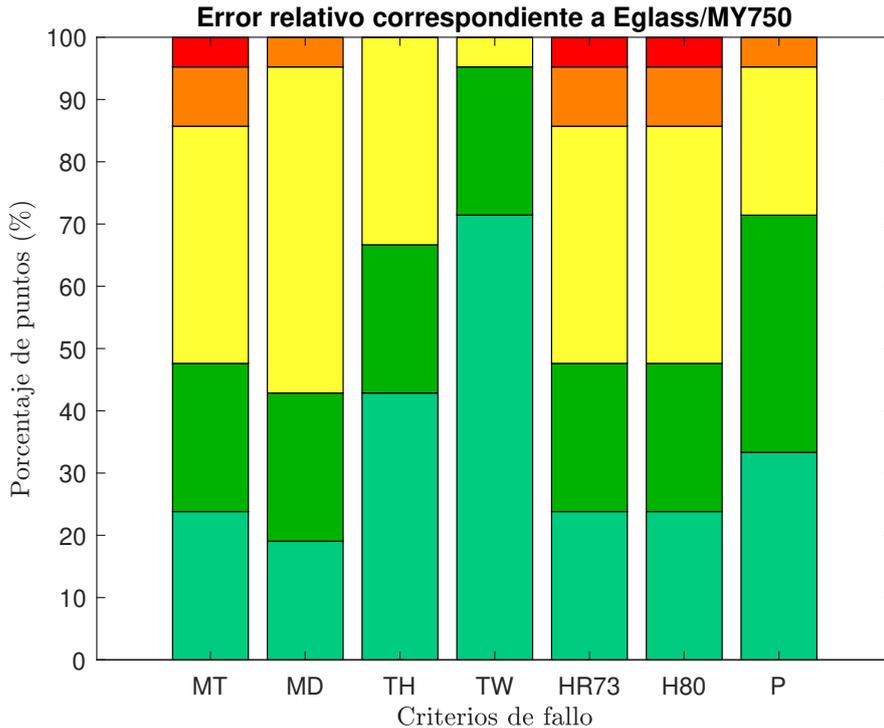
Para finalizar con esta división en subcategorías, se van a mostrar los resultados obtenidos para el Eglass/MY750 y analizar los mismos con el fin de obtener conclusiones relevantes.

$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
-800	0	0	49.3738	0	0	0	0	0
0	40	0	0	0	0	0	0	0
1029	29	24.3926	25.3749	6.8982	9.7187	24.3926	24.3926	6.7799
1041	29	22.9587	23.9184	7.4956	8.7466	22.9587	22.9587	5.9902
1086	31	17.8637	18.8065	12.2916	3.6445	17.8637	17.8637	0.7010
1124	33	13.8790	14.8161	16.3492	0.5531	13.8790	13.8790	3.7422
1134	34	12.8748	13.8235	17.9073	1.9639	12.8748	12.8748	5.3865
1170	35	9.4017	10.3191	20.3469	4.9237	9.4017	9.4017	8.2134
1181	36	8.3827	9.3090	21.8021	6.2816	8.3827	8.3827	9.7699
1200	37	6.6667	7.5889	23.4706	8.0549	6.6667	6.6667	11.6272
1280	0	0	0	0	0	0	0	0
Ensayo 2								
0	-145	0	0	0	0	0	0	0
206	-136	6.6176	7.2565	4.1037	0.7673	6.6176	6.6176	6.6161
510	-121	19.8347	15.3874	5.8347	3.2406	19.8347	19.8347	19.0637
696	-109	33.0275	18.4198	4.9984	4.5326	33.0275	33.0275	25.4592
834	-90	53.4772	15.8779	8.1095	0.7277	53.4772	53.4772	29.0181
906	-67	41.2804	7.3361	15.3505	8.3500	41.2804	41.2804	32.6656
1115	-79	14.7982	23.3295	5.0587	10.5529	14.7982	14.7982	8.7338
1138	-59	12.4780	15.3989	0.1515	3.5660	12.4780	12.4780	11.7953
1200	-42	6.6667	9.6662	0.3232	1.2297	6.6667	6.6667	6.2287
1249	-4	2.4820	2.3908	2.2775	2.6059	2.4820	2.4820	2.4433

**Tabla 4.6** Resultados del error relativo asociados a Eglass/MY750 dividido en subcategorías.

En este caso se puede observar que los colores se encuentran repartidos, aunque con predominio del verde claro y el amarillo. Se puede ver como en este caso aparecen todos los colores nombrados anteriormente en la definición de las categorías. El motivo por el que la subcategoría predominante es la A1 es la existencia de varios puntos de corte de los ejes con las curvas, lo que provoca que en esos puntos el error relativo sea nulo, ya que, como se ha comentado en otras ocasiones, se ha impuesto que los valores de las resistencias de los materiales aparezcan en la curva como punto de corte con los ejes como una de las restricciones más importantes.

En la siguiente gráficas de barras correspondiente a la figura 4.9 se pueden sacar algunas conclusiones que pueden ser definitivas para decidir cual de los criterios es el más recomendable en el caso de estar expuesto a una carga biaxial de  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .



**Figura 4.9** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750 para una división refinada.

Como se puede observar, existe una gran diferencia entre la mayoría de criterios analizados en todos los ámbitos, por lo que se puede decir que en este caso cada criterio va a obtener unos resultados y unas valoraciones muy diferentes entre sí.

En primer lugar, se va a comenzar con el criterio de Máxima Deformación, el cual proporciona unos resultados que se pueden catalogar como imprecisos, dado que únicamente el 19.05 % del porcentaje corresponde con la Subcategoría A1. Estos resultados resultan muy pobres, sobre todo comparándolo con los que se consiguen con el criterio de Tsai-Wu. Hacer notar además que la mayor parte de los puntos se encuadran en la Subcategoría B1, lo cual no se puede considerar un gran éxito.

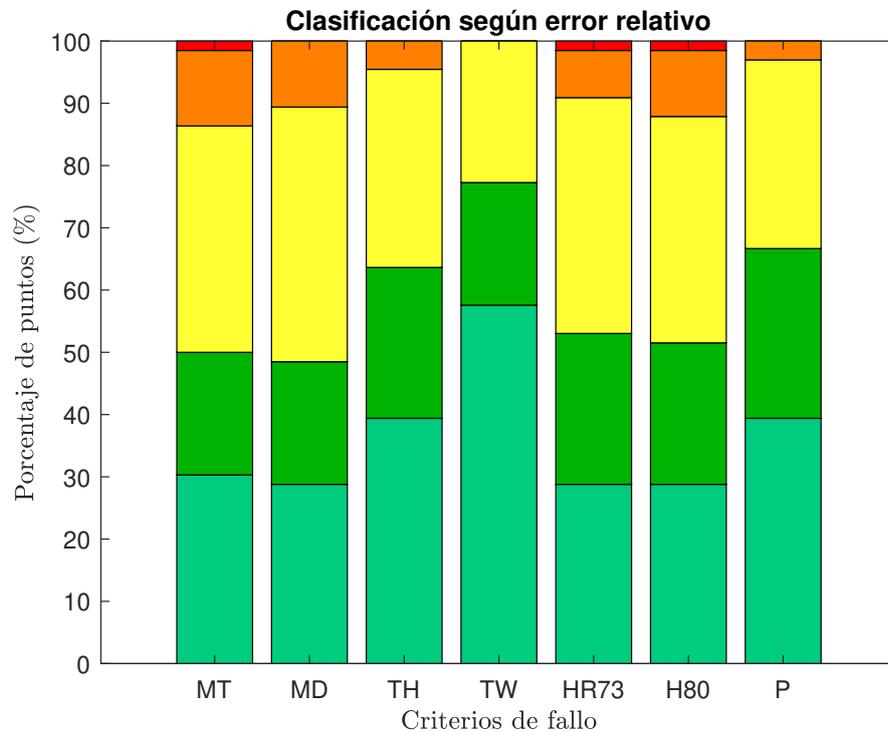
Pasando a continuación al criterio de Máxima Tensión y a los criterios de Hashin-Rotem (73) y Hashin (80), se puede decir que ambos proporcionan valores muy pobres en cuanto a la máxima categoría (levemente superior al 20 %), además de ser los únicos en todo el proceso de estudio que poseen uno de sus puntos en la Categoría C.

Dignos de mención son los criterios de Tsai-Hill y el criterio de Puck, estando el primero de ellos levemente por encima al no poseer ningún punto con un error relativo por encima del 30 % y además conseguir un porcentaje de 42.86 % en Subcategoría A1. El criterio de Puck posee uno de sus puntos en Subcategoría B2 aunque tiene más puntos que el criterio de Tsai-Hill en Categoría A.

Por último, el criterio que proporciona una mejor predicción en este caso sin ninguna duda es el **Criterio de Tsai-Wu**, el cual tiene un índice altísimo de porcentaje de Subcategoría A1 (71.43 %) y únicamente uno de sus puntos se ubica en Subcategoría B1. De esta manera, se coloca en la cima de los criterios de predicción hasta el momento para el caso que se está analizando.

#### 4.3.4 Resultados generales

Por último, se va a mostrar una gráfica de barras correspondiente a los resultados conjunto de los tres laminados, pudiendo de esta manera comparar de manera general las predicciones obtenidas.



**Figura 4.10** Gráfico de barras comparativo relativo a la clasificación en Subcategorías.

En la figura adjunta se muestran los resultados obtenidos para el caso general. Notar que esta representación es muy similar a la mostrada en la figura 4.9. En este caso se puede ver como el color verde claro y el color amarillo son los que más predominan.

Se puede ver que los criterios que menos puntos aportan a la Subcategoría A1 serían los criterios de Máxima Deformación, el de Hashin-Rotem (73) y el de Hashin (80). En estos casos no se alcanza un porcentaje del 30% de puntos pertenecientes a la máxima subcategoría (28.79%), lo que se puede considerar un porcentaje algo bajo para tratarse de un criterio de predicción de fallo. Además de estos tres, también se suma el Criterio de Máxima Tensión, el cual solo aporta una pareja más de puntos a esta división, llegando al 30.30%.

Al igual que en la figura 4.6, se observa que los criterios de Tsai-Hill, Puck y Tsai-Wu obtienen resultados más fiables en cuanto a valores de predicción. Los dos primeros consiguen un porcentaje de aproximadamente el 40% de puntos en Subcategoría A1 (39.39%), lo que supone un aumento considerable con respecto a los criterios anteriormente nombrados.

Finalmente, el criterio que aporta mejores resultados es el **Criterio de Tsai-Wu**, el cual supera ampliamente a sus perseguidores, al no tener ningún punto de Subcategoría B2. Además presenta un 57.57% de Subcategoría A1, lo que lo hace altamente fiable ante los otros, ya que supone aproximadamente el doble de porcentaje que los criterios de Máxima Tensión, Máxima Deformación, Hashin-Rotem (73) y Hashin (80).

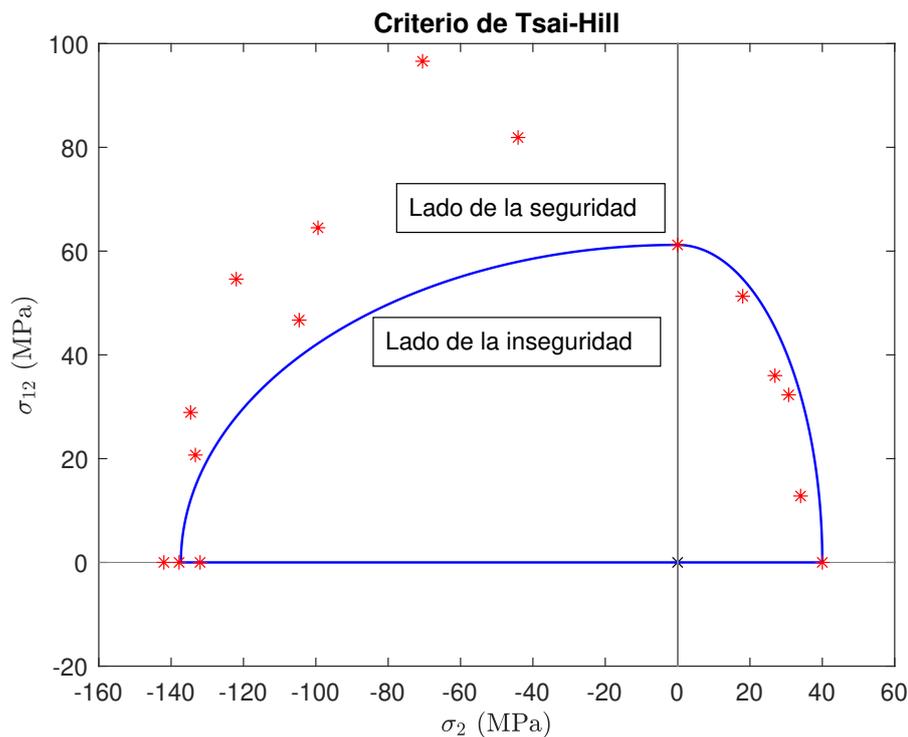
## 4.4 Conservadurismo de los criterios

En esta sección se va a desarrollar un estudio de los resultados que se han obtenido en relación al conservadurismo de los mismos.

Para ello, se obtendrán los valores del error relativo sin el valor absoluto, es decir, con su signo. De esta manera, se puede ver cuantas predicciones se encuentran por el lado de la seguridad y cuantas no. Modificando la ecuación 4.1, se obtiene la expresión con la que se va a trabajar en esta sección.

$$Error\ Relativo\ (\%) = \frac{\sigma_{TH} - \sigma_{exp}}{\sigma_{exp}} \cdot 100 \quad (4.2)$$

El lado de la seguridad se corresponde con los puntos que se encuentran fuera de la curva de fallo, puesto que la teoría ha predicho un estado tensional en el que se debería haber producido el fallo, pero el mismo se produce para una combinación de tensiones mayor. Esto quiere decir que el módulo del estado tensional del punto experimental es mayor que el del punto de corte de la recta<sup>2</sup> con la curva. De esta manera, el lado de la inseguridad se define como los valores que se encuentran dentro de la curva de fallo, ya que se ha producido el fallo antes de que se prediga. También se definirá una categoría neutral en el caso en el que el punto experimental se encuentre sobre la curva. Para clarificar estas ideas, se muestra un ejemplo en la figura 4.11.



**Figura 4.11** Muestra del criterio de conservadurismo.

Esta distinción puede resultar útil e interesante de cara a predecir y establecer la carga límite a la que se puede exponer cada material según las circunstancias que se requieran.

<sup>2</sup> Esta recta se definió en la sección 4.1

Para la representación, se van a usar diferentes tonos de azul. El código de colores es el siguiente:

- **Lado de la seguridad:** Los puntos que se encuentren en esta zona se representarán en color celeste.
- **Neutral:** Se representará en color morado.
- **Lado de la inseguridad:** En este caso se usará el color azul marino en la representación.

Los valores de signo negativo se corresponderán con el lado de la seguridad.

A continuación se van a mostrar unas tablas y gráficos de barras en los que se realizará un desglose de los resultados obtenidos junto con el grado de conservadurismo del criterio.

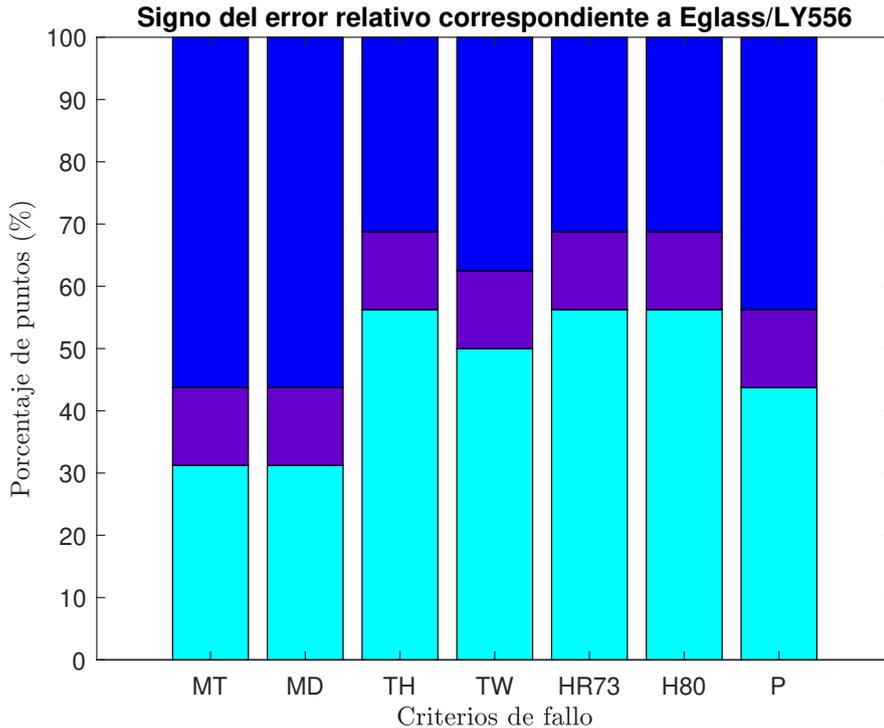
#### 4.4.1 Eglass/LY556

En primer lugar se va a mostrar una tabla donde se puede observar en primera instancia los valores de cada tipo:

$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
-142	0	- 3.3099	-3.3099	-3.3099	-3.3099	-3.3099	-3.3099	-3.3099
-137.8	0	- 0.3628	-0.3628	-0.3628	-0.3628	-0.3628	-0.3628	-0.3628
-132	0	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152	4.0152
-134.6	28.9	2.0059	2.0059	-8.1001	-3.0125	-8.1001	-6.2063	-1.6454
-133.3	20.7	3.0008	3.0008	-2.7330	0.2718	-2.7330	-1.5779	1.0386
-122	54.6	12.0879	12.0879	-20.5822	-7.5128	-20.5822	-16.4221	-3.0902
-104.6	46.7	31.0493	31.0493	-7.2591	7.9608	-7.2591	-2.4111	13.1062
-99.4	64.5	- 5.1163	-5.1163	-21.7007	-3.7671	-21.7007	-16.6918	3.1518
-70.5	96.6	- 36.6460	-36.6460	-39.7536	-24.3210	-39.7536	-36.6460	-24.0409
-44.1	81.9	-25.2747	-25.2747	-27.3383	-11.1215	-27.3383	-25.2747	-14.5415
0	61.2	0	0	0	0	0	0	0
18	51.3	19.2982	19.2982	5.1096	-4.4537	5.1096	5.1096	-0.1203
26.9	36	48.6989	48.6989	11.9240	3.1539	11.9240	11.9240	7.4338
30.7	32.3	30.2932	30.2932	7.3591	0.4106	7.3591	7.3591	3.9034
34	12.8	17.6471	17.6471	14.2396	12.5489	14.2396	14.2396	13.4699
40	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 4.7** Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 clasificados según el grado de conservadurismo que presentan.

En la tabla 4.7 se muestran los resultados obtenidos, los cuales están clasificados según el código de color explicado anteriormente. En términos globales, se puede ver como el color celeste predomina ligeramente sobre el azul marino, lo que indica que hay más resultados que se encuentran por el lado de la seguridad. Las dos filas que aparecen de color azul marino son los puntos de corte de la curva con los ejes  $\sigma_2$  y  $\sigma_{12}$ . De esta manera se puede decir que la mayor parte de los resultados se encuentran por el lado de la seguridad, aunque, como se verá más adelante, en unos criterios esto se cumple más que en otros.



**Figura 4.12** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556 en el estudio del conservadurismo de los resultados.

Los resultados arrojan conclusiones interesantes. En general, mantienen una línea general bastante similar, aunque es obvio que en alguno de los criterios se obtienen mejores predicciones que en otros. Mencionar que en todos los criterios se tienen dos casos (12.5%) que pueden ser considerados neutrales, ya que se tratan de los puntos de corte con los ejes para los que se ha impuesto el valor de la resistencia para cada uno de los distintos materiales.

En primer lugar, se puede ver como los criterios que proporcionan peores resultados serían los de Máxima Tensión y Máxima Deformación, para los cuales se obtiene el menor número de valores celestes. Dicho porcentaje es del 31.25%. Estos casos son los menos precisos. Uno de los motivos es que las curvas de fallo se corresponden con rectas horizontales y verticales cuyo valor coincide con el de las resistencias, de manera que muchos de los valores se encuentran envueltos en el recinto formado.

A continuación se encuentra el Criterio de Puck, el cual también tiene menos de la mitad de sus puntos en la zona de seguridad (43.75%), aunque en este caso se obtienen cotas mayores que los dos criterios anteriores. El siguiente criterio que más puntos tiene en el lado seguridad sería el Criterio de Tsai-Wu. El mismo cuenta con la mitad de color celeste, lo cual se considera un porcentaje adecuado. Notar que, a diferencia de las clasificaciones realizadas en otros casos, este criterio no ha resultado ser el óptimo para predecir con seguridad la rotura.

Por último, encontramos tres criterios con más de la mitad de sus puntos en zona de seguridad. Se trata del **Criterio de Tsai-Hill**, el **Criterio de Hashin-Rotem (73)** y el **Hashin (80)**, que proporcionan las predicciones más fiables a la hora de asegurar el momento de rotura de todos los criterios estudiados.

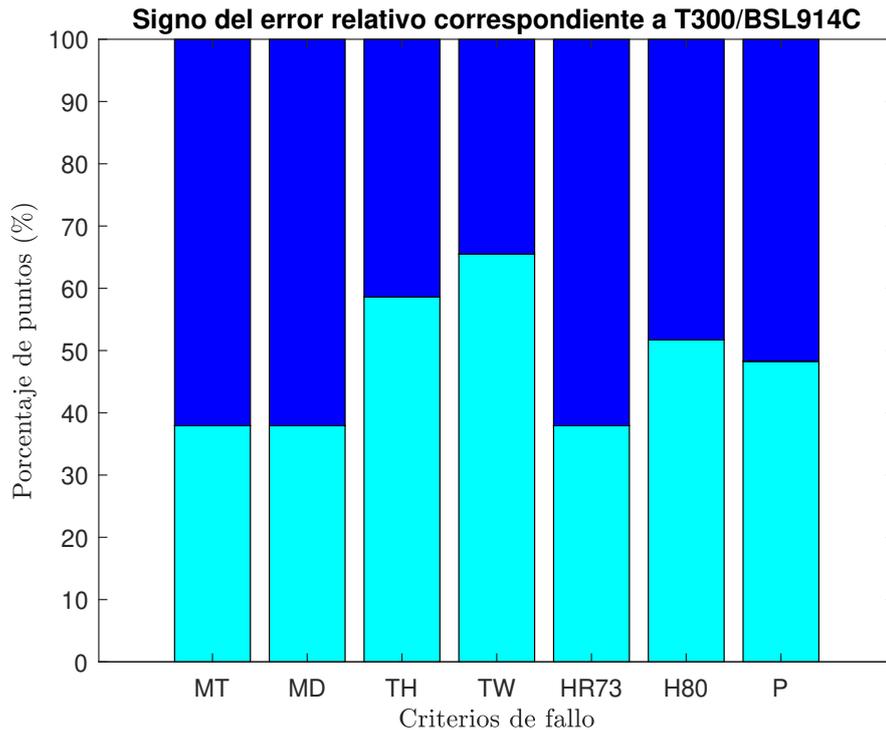
## 4.4.2 T300/BSL914C

En este apartado se van a analizar los valores obtenidos para el T300/BSL914C. Se va a seguir empleando el mismo código de colores que en el caso anterior.

$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_{12}$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
983.4	122.3	-23.3034	-23.3034	-31.4780	-25.9924	-23.3034	-31.4780	-23.9675
815.6	113	-16.9912	-16.9912	-24.3406	-18.3519	-16.9912	-24.3406	-17.3764
716.2	107.7	-12.9062	-12.9062	-19.5823	-13.3233	-12.9062	-19.5823	-13.1561
756.9	129.9	-27.7906	-27.7906	-32.1541	-27.0841	-27.7906	-32.1541	-27.8852
1309.8	56.4	14.5213	14.5213	-5.6778	-1.8932	14.5213	-5.6778	6.2934
1376.1	31	9.0037	9.0037	2.5521	4.0301	9.0037	2.5521	9.0037
1417.3	68.4	5.8350	5.8350	-16.2157	-12.3337	5.8350	-16.2152	-4.5419
1435.4	73.7	4.5005	4.5005	-19.2357	-15.2150	4.5005	-19.2357	-7.4331
1480.6	46.9	1.3103	1.3103	-9.6234	-7.3083	1.3103	-9.6234	-0.6155
1522.8	20.4	-1.4972	-1.4972	-3.6826	-3.1534	-1.4972	-3.6826	-1.4972
1318.9	0	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002	13.8002
1481.1	0	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761	1.2761
1500.7	0	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466	-0.0466
Ensayo 2								
-939.3	0	-4.1840	-4.1840	-4.1840	-4.1840	-4.1840	-4.1840	-4.1840
-854.8	0	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878	5.2878
-798.7	37.4	12.6831	12.6831	2.7854	0.8322	12.6831	12.6831	12.0292
-790.1	46.7	13.9096	13.9096	-0.9153	-3.5175	13.9096	13.9096	9.8186
-469.4	94.6	-0.8457	-0.8457	-11.9259	-16.3700	-0.8457	-0.8457	-1.8527
-297.8	104.5	-10.2392	-10.2392	-13.9543	-17.4418	-10.2392	-10.2392	-10.2739
Ensayo 3								
-835.7	0	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941	7.6941
-735.6	0	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491	22.3491
-659.9	27.2	36.3843	36.3843	26.8261	24.8463	36.3843	36.3843	35.7694
-678.3	49.6	32.6847	32.6847	8.6170	4.9654	32.6847	32.6847	22.6188
-559.6	78.6	19.3384	19.3384	-4.1634	-8.9938	19.3384	19.3384	11.7553
-412.4	82.7	13.4220	13.4220	0.6412	-4.4415	13.4220	13.4220	12.2373
-260.3	85.7	9.4516	9.4516	4.3481	-0.0333	9.4516	9.4516	9.3898
-126	94.7	-0.9504	-0.9504	-1.8892	-4.1951	-0.9504	-0.9504	-0.9508
0	101.3	-7.4038	-7.4038	-7.4038	-7.4038	-7.4038	-7.4038	-7.4038
0	86.3	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906	8.6906

**Tabla 4.8** Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C clasificados según el grado de conservadurismo que presentan.

En este caso se puede observar como no existe ningún punto cuyo valor sea neutro, puesto que no hay puntos en los que el error relativo sea nulo. Es destacable en este caso la mayor presencia de celeste que de azul, lo que indica que los resultados que se han obtenido pueden considerarse válidos en su mayoría, a excepción de los valores del Ensayo 3, en el cual empeoran notablemente los resultados.



**Figura 4.13** Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C en el estudio del conservadurismo de los resultados.

En este caso, los resultados arrojan la disparidad de los criterios, debido a que los porcentajes varían entre el 40% y el 70% de puntos de color celeste. En este caso, se produce una ligera mejora con respecto a los mostrados para el Eglass/LY556, puesto que en ese caso el mínimo y el máximo de porcentaje tenían valores más bajos.

En primer lugar, comenzamos con los criterios de Máxima Tensión, Máxima Deformación y Hashin-Rotem (73), los cuales proporcionan en este caso unos resultados pobres en cuanto a seguridad, puesto que únicamente el 37.93% de los mismos se encuentran en este rango. Es llamativo el caso de Hashin-Rotem (73), el cual para el laminado anterior resultó ser el criterio óptimo, mientras que para el T300/BSL914C alcanza unos valores insuficientes para considerarlo como un criterio fiable en este aspecto.

En el entorno de la mitad de los puntos se encuentran el Criterio de Hashin (80) y el Criterio de Puck, los cuales obtienen el 48.28% y el 51.72% de los puntos respectivamente. Este hecho provoca que se consideren mejores que los anteriormente nombrados.

En un último rango, encontramos los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu, los cuales superan al resto en cuanto a valores de porcentaje. Al igual que en el caso anterior, el Criterio de Tsai-Hill vuelve a obtener unos resultados satisfactorios, ya que presenta más puntos en la zona de seguridad que en la de inseguridad. Sin embargo, el **Criterio de Tsai-Wu** es en este caso el criterio más fiable en esta situación, debido a que presenta un 65.52% de los puntos en color celeste. Este hecho lo hace el más fiable de todos los que se han comparado para las situaciones en las que se encuentra expuesto el T300/BSL914C.

## 4.4.3 Eglass/MY750

El último caso a analizar, al igual que se lleva haciendo a lo largo de todo el documento es el del Eglass/MY750. En la tabla adjunta se muestran los valores clasificados por colores:

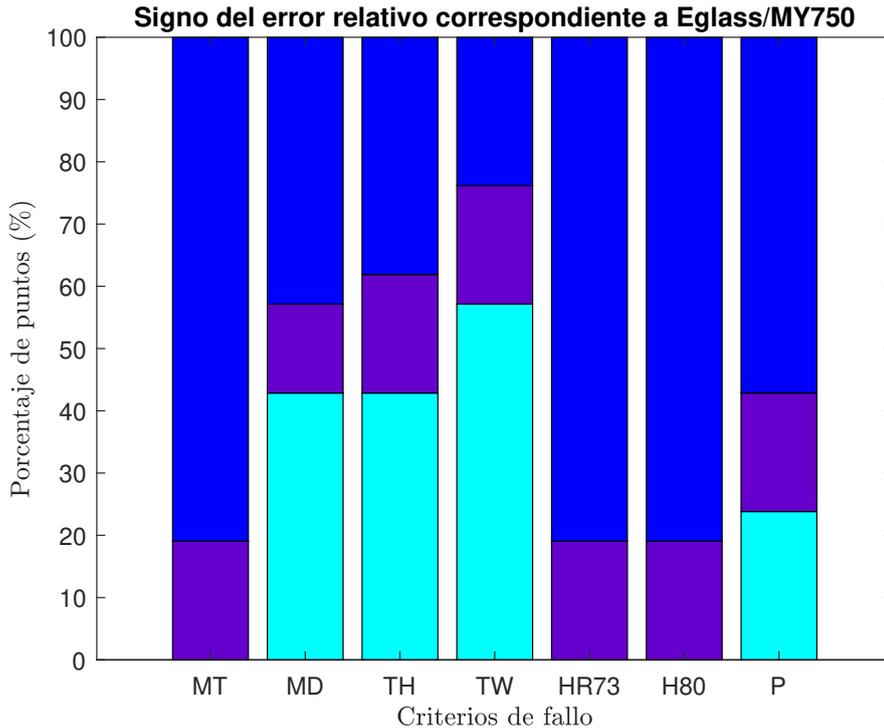
$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	MT	MD	TH	TW	HR73	H80	P
Ensayo 1								
-800	0	0	-49.3738	0	0	0	0	0
0	40	0	0	0	0	0	0	0
1029	29	24.3926	25.3749	-6.8982	9.7187	24.3926	24.3926	6.7799
1041	29	22.9587	23.9184	-7.4956	8.7466	22.9587	22.9587	5.9902
1086	31	17.8637	18.8065	-12.2916	3.6445	17.8637	17.8637	0.7010
1124	33	13.8790	14.8161	-16.3492	-0.5531	13.8790	13.8790	-3.7422
1134	34	12.8748	13.8235	-17.9073	-1.9639	12.8748	12.8748	-5.3865
1170	35	9.4017	10.3191	-20.3469	-4.9237	9.4017	9.4017	-8.2134
1181	36	8.3827	9.3090	-21.8021	-6.2816	8.3827	8.3827	-9.7699
1200	37	6.6667	7.5889	-23.4706	-8.0549	6.6667	6.6667	-11.6272
1280	0	0	0	0	0	0	0	0
Ensayo 2								
0	-145	0	0	0	0	0	0	0
206	-136	6.6176	-7.2565	4.1037	-0.7673	6.6176	6.6176	6.6161
510	-121	19.8347	-15.3874	5.8347	-3.2406	19.8347	19.8347	19.0637
696	-109	33.0275	-18.4198	4.9984	-4.5326	33.0275	33.0275	25.4592
834	-90	53.4772	-15.8779	8.1095	-0.7277	53.4772	53.4772	29.0181
906	-67	41.2804	-7.3361	15.3505	8.3500	41.2804	41.2804	32.6656
1115	-79	14.7982	-23.3295	-5.0587	-10.5529	14.7982	14.7982	8.7338
1138	-59	12.4780	-15.3989	0.1515	-3.5660	12.4780	12.4780	11.7953
1200	-42	6.6667	-9.6662	0.3232	-1.2297	6.6667	6.6667	6.2287
1249	-4	2.4820	2.3908	2.2775	2.6059	2.4820	2.4820	2.4433

**Tabla 4.9** Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C clasificados según el grado de conservadurismo que presentan.

En este caso se puede ver como el color predominante es el color azul marino, existiendo una menor presencia de puntos celeste que en las situaciones anteriores, lo cual indica que los resultados no se encuentran en su mayoría en el rango de seguridad. Se puede observar como hay cuatro parejas de valores de color morado<sup>3</sup>, puesto que se trata de cada uno de los puntos en los que se produce el corte de la curva con los ejes  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Es destacable que en algunas de las columnas no existan celdas de color celeste, lo que indica que todos los puntos experimentales se encuentran dentro de la envolvente de la curva de fallo de dichos criterios. Comentar también que los resultados obtenidos en ambos ensayos siguen una tendencia parecida.

A continuación se mostrará la gráfica de barras de la que se podrá obtener algunas conclusiones que pueden resultar interesantes.

<sup>3</sup> En el caso de la pareja  $\sigma_1 = -800$  MPa y  $\sigma_2 = 0$  MPa no se obtiene un valor nulo debido a la forma de dicha curva. Esto se puede apreciar en la figura 3.17, en el que el punto de corte con el eje  $\sigma_2 = 0$  no se produce en el punto comentado



**Figura 4.14** Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750 en el estudio del conservadurismo de los resultados.

De la figura 4.14 se pueden sacar numerosas conclusiones, debido a que en este caso los resultados para cada criterio son muy dispersos dada la alta diferencia existente entre las curvas de fallo de dichos criterios predictivos.

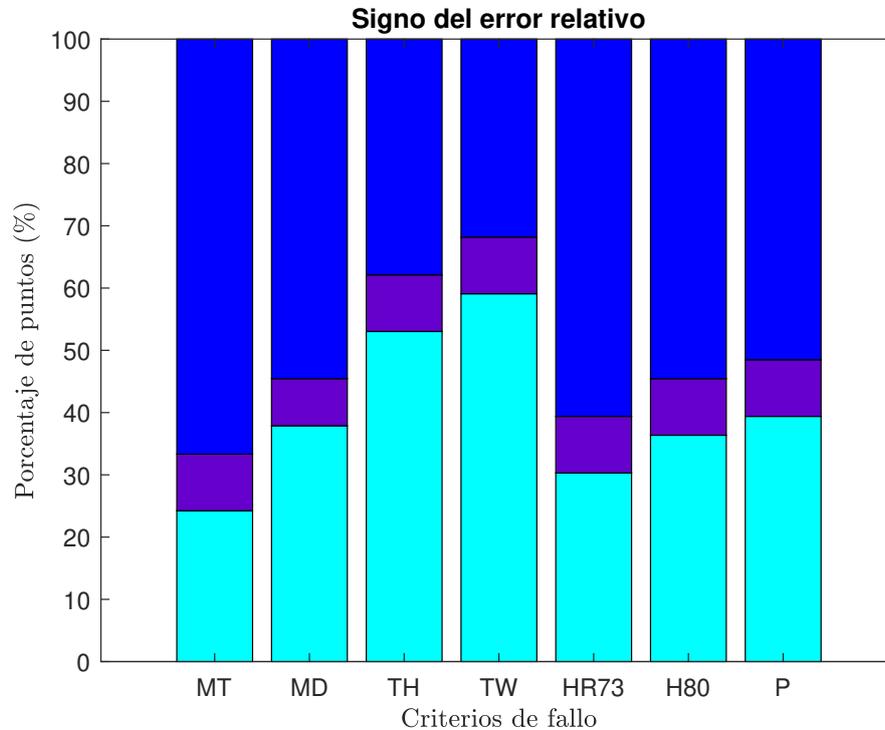
Son muy notorios los casos del Criterio de Máxima Tensión, el Criterio de Hashin-Rotem (73) y el de Hashin (80), para los cuales no se obtienen puntos dentro de la zona de seguridad. Los puntos que más se adecúan son los relativos a la zona morada, los cuales se encuentran en la propia curva de fallo. Este hecho resulta fundamental y muy relevante, puesto que provoca que las predicciones en estos casos no sean para nada fiables, ya que el material falla para un estado tensional que se alcanza antes del que propone los criterios teóricos establecidos.

Contrario a estos, se encuentran los criterios de Puck, Máxima Deformación y Tsai-Hill, para los cuales sí que se obtienen valores que se encuentran en la zona de seguridad. El que menos proporciona es el Criterio de Puck, puesto que presenta únicamente el 23.81 % de sus puntos fuera de su envolvente. Mejores resultados muestran los otros dos, aunque sin ser valores excesivamente altos, puesto que se encuentran en 41.86 %. Sin embargo, para el Criterio de Máxima Deformación se obtiene un menor porcentaje en zona neutra, como ya se ha comentado con anterioridad. Esto provoca que el Criterio de Tsai-Hill pueda ser considerado como mejor en este aspecto. Es llamativa la presencia en este grupo del Criterio de Máxima Deformación, puesto que en la mayoría de clasificaciones que se ha realizado hasta el momento siempre ha mostrado resultados que no se encontraban en el grupo de los mejores.

Por último, se encuentra el **Criterio de Tsai-Wu**, el cual consigue de nuevo arrojar los resultados más óptimos de todo el grupo de criterios que se está estudiando. En este caso, se ha llegado a un poco más de la mitad de valores en la zona de seguridad (51.14 %).

#### 4.4.4 Resultados generales

Finalmente, se va a mostrar una gráfica de barras que se corresponde con los resultados conjuntos de los tres laminados, con el objetivo de obtener unas conclusiones más generales del comportamiento de cada uno de los criterios.



**Figura 4.15** Gráfico de barras comparativo relativo al estudio del conservadurismo de los resultados.

Para el conjunto de todos los materiales se obtienen resultados bastante similares a los mostrados en la figura 4.12. Se puede apreciar como existe una cantidad de puntos bastante similar para la zona de seguridad y la de inseguridad.

El Criterio de Máxima Tensión ofrece unos peores resultados, puesto que el porcentaje de puntos en la zona celeste es del 24.24%, la cota más baja de todas. El Criterio de Hashin-Rotem (73), pesar de ser el criterio con mayor porcentaje para el Eglass/LY556, únicamente proporciona un total del 30.30% de puntos en la zona celeste.

Muy seguidamente a estos se encuentran los criterios de Máxima Deformación, Hashin (80) y Puck, los cuales se encuentran alrededor del 40%. A una distancia de ellos, está el Criterio de Tsai-Hill, que supera ampliamente (53.03%) la mitad de puntos en la zona de seguridad, lo que hace que este criterio deba ser tenido en cuenta.

Por último, el **Criterio de Tsai-Wu**, al igual que en las distintas clasificaciones mostradas en los apartados anteriores, es el criterio que obtiene unos resultados mejores y más óptimos para este caso (59.09%), aunque no se trata de un valor extremadamente alto.

## 5 Conclusiones

---

Para cerrar el proyecto, se van a exponer una serie de conclusiones sobre el trabajo realizado, una vez que se han terminado de realizar los estudios expuestos en el capítulo 4.

Después de todos los estudios realizados, se puede decir que el criterio que mejor se ha adaptado a la mayoría de las situaciones ha sido el **Criterio de Tsai-Wu**. En todos y cada uno de los estudios, a excepción del correspondiente al conservadurismo de resultados del Eglass/LY556, ha sido el que mejor ha predicho los resultados experimentales y el que se ha encontrado más veces en el lado de la seguridad. Este hecho resulta llamativo, ya que se puede considerar que los resultados que obtienen son mucho mejores que los de los otros criterios. Comentar que la diferencia se hace muy notoria en todos los estudios que se han llevado a cabo para el Eglass/MY750, en el cual se estudiaban cargas  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . En estos casos se llegaban a obtener predicciones muy precisas, como se puede ver en la gráfica 4.9, en el que la mayoría de los puntos estaban a menos de un 5% de error relativo. También llama la atención el hecho de que ninguno de los puntos de ninguno de los ensayos tenga más de un 30%, dato muy a tener en cuenta. Para el caso del conservadurismo no se observa tanta diferencia, aunque sigue siendo el que proporciona predicciones más seguras.

En el siguiente nivel de predicción se podrían ubicar tanto el **Criterio de Tsai-Hill** como el **Criterio de Puck**, puesto que ambos, después del citado Criterio de Tsai-Wu, proporcionan resultados realmente buenos, ya que, por ejemplo, en ambos criterios menos de un 5% de los puntos se ubican en Subcategoría B2, lo cual hace indicar que la amplia mayoría de sus predicciones presentan un error relativo bajo. Debido a que los resultados de ambos en el estudio por clasificaciones fue muy similar, aunque el Criterio de Puck obtuvo resultados ligeramente superiores a los de Tsai-Hill, es necesario fijarse también en el de conservadurismo. En este aspecto, el Criterio de Tsai-Hill arroja un mayor porcentaje en el lado de la seguridad que el de Puck. Este hecho provoca que pueda ser preferible la aplicación del Criterio de Tsai-Hill en lugar del de Puck, aunque ambos pueden considerarse como criterios de predicción bastante correctos.

Los cuatro criterios restantes obtienen resultados bastante similares en la división por clasificaciones, aunque difieren en el nivel de conservadurismo. Para la valoración de estos cuatro criterios, se va a priorizar en primer lugar la precisión de los resultados obtenidos, y de forma secundaria el nivel de conservadurismo. Dicho esto, el criterio que presenta un mayor número de puntos en Categoría A, aunque por muy poco margen con respecto a los demás, es el **Criterio de Hashin-Rotem (73)**, tal y como se observa en la figura 4.6. En este caso, se puede ver como el número de puntos de esta categoría (53.03%) supera al de los otros criterios, por lo que se puede considerar más fiable. En su caso, el nivel de conservadurismo no es el más alto de los cuatro, pero aún así no existe una diferencia tan notoria como para penalizarlo en este aspecto.

A continuación se puede ubicar el **Criterio de Hashin (80)**, puesto que presenta un porcentaje de 51.52% de puntos de Categoría A, lo que implica que más de la mitad de las parejas de puntos muestran un valor de error relativo menor del 10%. Comentar que el número de puntos en Subcategoría A1 de ambos criterios de Hashin es el mismo (28.79%). En este caso, el porcentaje de puntos en el lado de la seguridad del Criterio de Hashin (80) se encuentra algo por encima del de Hashin-Rotem (73).

El **Criterio de Máxima Tensión** presenta unos resultados que no se pueden considerar óptimos en cuanto al nivel de precisión, puesto que justo la mitad de sus puntos se encuentran en Categoría A, lo que se corresponde con el segundo menor porcentaje, únicamente por encima del Criterio de Máxima Deformación. Un hecho que se puede considerar destacable del Criterio de Máxima Tensión es que se trata del cuarto criterio con mayor porcentaje de puntos en Subcategoría A1 (30.30%), por encima de los dos analizados anteriormente y del Criterio de Máxima Deformación. Además de ello, esta teoría obtiene los peores resultados de todos los criterios en términos de conservadurismo, debido a que, como se ve en la figura 4.15, ni siquiera un 25% de los puntos se encuentra por el lado de la seguridad.

Finalmente, con el **Criterio de Máxima Deformación** se obtienen los resultados menos precisos de todos los criterios estudiados, puesto que el porcentaje de puntos que se encuentran en Categoría A está por debajo de la mitad, siendo el mismo de 48.48%. A esto se une que presenta también el menor número de puntos en Subcategoría A1, cuyo dato es el mismo que el mencionado anteriormente en el Criterio de Hashin (80). Esto contrasta con el estudio del conservadurismo, según el cual consigue los mejores valores dentro de los últimos cuatro criterios contemplados.

Concluido de esta manera el estudio realizado, se puede afirmar que el fallo de los materiales compuestos es difícil de definir y de predecir, debido a que el fallo puede producirse de muchas situaciones y circunstancias diferentes. Todos los criterios que se han mostrado pueden considerarse válidos, aunque ninguno de ellos resulta infalible. El gran éxito que tuvo el *Word Wide Failure Exercise* puede considerarse como un ejemplo o modelo para futuras investigaciones o criterios que puedan desarrollarse, ya que el uso de materiales compuestos se irá normalizando en cada vez más campos de la ciencia y la ingeniería.

# Apéndice A

## Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del Eglass/LY556

```
1 %% Criterios de fallo Eglass/LY556
2 %En este caso, la lamina solo se encuentra sometida a sigma2 y a
3 %sigma12, de manera que la sigma1=0. Representaremos las curvas del
4 %criterio de fallo en los ejes para poder obtener el error relativo
5 clear, clc
6 %Propiedades del material
7 Xt=1140;Xc=570;Yt=40;Yc=137.3;S=61.2;E11=53480;Ef1=8e4;G12=5830; %MPa
8 nu12=0.2; nu12=0.278; msigmaf=1.3;
9 %Datos experimentales
10 sigma2exp=[-142 -137.8 -132 -134.6 -133.3 -122 -104.6 -99.4 -70.5 -44.1
11           0 18 26.9 30.7 34 40]; %Mpa
12 sigma12exp=[0 0 0 28.9 20.7 54.6 46.7 64.5 96.6 81.9 61.2 51.3 36 32.3
13            12.8 0]; %Mpa
14 %-----%
15 %% Criterio de Maxima Tension
16 clc; x=linspace(-Yc,Yt,1000); y=linspace(0,S,1000);
17 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
18 for i=1:length(x); sigma2pos(i)=Yt; sigma2neg(i)=-Yc; end
19
20 figure; plot(sigma2pos,y,'b','LineWidth',1); hold on
21 plot(x,sigma12,'b','LineWidth',1); hold on;
22 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on
23 plot(sigma2neg,y,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on
24 aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
25     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
26 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
27     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
28 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
29     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
30 xlabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
```

```

29 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
30 title('Teoría de Máxima Tensión')
31
32 j=13; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
33
34 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
35 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
36 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
37
38 %Recta para obtener error relativo
39 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
40 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
41 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
42 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-160 60 -20 100])
43
44 %Punto de corte segun el criterio
45 if sigma12exp_A<-0.4457*sigma2exp_A
46     sigma2MT=-Yc
47     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2MT)
48 elseif sigma12exp_A>-0.4457*sigma2exp_A && sigma12exp_A>1.53*sigma2exp_A
49     sigma12MD=S
50     sigma2MT=sigma12MD*(sigma2exp_A/sigma12exp_A)
51 elseif sigma12exp_A<1.53*sigma2exp_A
52     sigma2MT=Yt
53     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2MT)
54 end
55 sigmaMT=[sigma2MT,sigma12MD]; hold on; plot(sigma2MT,sigma12MD, 'g*')
56 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMT)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
57 %-----%
58 %% Teoria de la Maxima Deformacion
59 clear sigma12; clc; x=linspace(-Yc,Yt,50); y=linspace(0,S,50);
60 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
61 for i=1:length(x); sigma2_1(i)=-Xt/nu12; sigma2_2(i)=Yt; sigma2_3(i)=Xc/
    nu12; sigma2_4(i)=Yc; end
62
63 figure; plot(sigma2_2,y, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
64 plot(-sigma2_4,y, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
65 plot(x,zeros(1,length(x)), 'b', 'LineWidth',1); hold on;
66 plot(x,sigma12, 'b', 'LineWidth',1); hold on; plot(0,0, 'k*'); hold on
67 aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
68     'Color', [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
69 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
70     'Color', [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
71 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
72     'Color', [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
73 xlabel('\sigma_2$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
74 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
75 title('Teoría de Máxima Deformación')
76
77 j=8; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar

```

```

78 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
79 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
80 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
81
82 %Recta para obtener error relativo
83 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
84 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
85 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
86 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-160 60 -20 100])
87
88 %Punto de corte segun el criterio
89 if sigma12exp_A<-0.4457*sigma2exp_A
90     sigma2MD=-Yc
91     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2MD)
92 elseif sigma12exp_A>-0.4457*sigma2exp_A && sigma12exp_A>1.53*sigma2exp_A
93     sigma12MD=S
94     sigma2MD=sigma12MD*(sigma2exp_A/sigma12exp_A)
95 elseif sigma12exp_A<1.53*sigma2exp_A
96     sigma2MD=Yt
97     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2MD)
98 end
99 sigmaMD=[sigma2MD,sigma12MD]; hold on; plot(sigma2MD,sigma12MD, 'g*')
100 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMD)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
101 %-----%
102 %% Criterio de Tsai-Hill
103 clc; sigma2_1=[0:0.01:40]; sigma2_2=[-137.3:0.01:0.2];
104 for i=1:length(sigma2_1); sigma12_pos1(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)
    ^2)); sigma12_neg1(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)^2)); end
105 for i=1:length(sigma2_2); sigma12_pos2(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_2(i)/Yc)
    ^2)); sigma12_neg2(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma2_2(i)/Yc)^2)); end
106
107 figure plot(sigma2_1,sigma12_pos1, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
108 plot(sigma2_2,sigma12_pos2, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
109 x=linspace(-Yc,Yt,50); y=linspace(0,S,50);
110 plot(0,0, 'k*'); hold on; plot(x,zeros(1,length(x)), 'b', 'LineWidth',1);
111 aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
112     'Color',[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
113 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
114     'Color',[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
115 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
116     'Color',[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
117 xlabel('\sigma_2$ (MPa)', 'Interpreter','latex')
118 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter','latex')
119 title('Criterio de Tsai-Hill')
120
121 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
122
123 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
124 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
125 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')

```

```

126 %Recta para obtener error relativo
127 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
128 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
129 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
130 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-160 60 -20 100])
131
132 %Punto de corte segun el criterio
133 if sigma2exp_A<0
134     sigma2TH=-sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma2exp_A^2+S^2/Yc^2))
135     sigma12TH=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2TH)
136 elseif sigma2exp_A>0
137     sigma2TH=sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma2exp_A^2+S^2/Yt^2))
138     sigma12TH=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2TH)
139 elseif sigma2exp_A==0
140     sigma2TH=0
141     sigma12TH=S
142 end
143 sigmaTH=[sigma2TH,sigma12TH]; hold on; plot(sigma2TH,sigma12TH,'g*')
144 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
145 %-----%
146 %% Criterio de Tsai-Wu
147 clc; sigma2=[-137.3:0.01:40];
148 for i=1:length(sigma2); sigma12_pos(i)=S*sqrt(1-sigma2(i)^2/(Yt*Yc)-(1/
    Yt-1/Yc)*sigma2(i)); sigma12_neg(i)=-S*sqrt(1-sigma2(i)^2/(Yt*Yc)
    -(1/Yt-1/Yc)*sigma2(i));end
149
150 figure; plot(sigma2,sigma12_pos,'b','LineWidth',1); hold on;
151 x=linspace(-Yc,Yt,50);plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1);
152 hold on; plot(0,0,'k*'); hold on; axis([-160 60 -20 100])
153 aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
154     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
155 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
156     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
157 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
158     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
159 xlabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
160 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)','Interpreter','latex')
161 title('Criterio de Tsai-Wu')
162
163 j=8; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
164
165 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
166 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
167 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)),'r*')
168
169 %Recta para obtener error relativo
170 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
171 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
172 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200];end
173 hold on; plot(xERR,yERR,'r--');

```

```

174 %Punto de corte segun el criterio
175 if sigma2exp_A~=0
176     p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2+1/Yt/Yc 1/Yt-1/Yc -1]; r=roots(p);
177     if sigma2exp_A<0
178         sigma2TW=r(1)
179         sigma12TW=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2TW)
180     elseif sigma2exp_A>0
181         sigma2TW=r(2)
182         sigma12TW=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2TW)
183     end
184 elseif sigma2exp_A==0
185     sigma2TW=0
186     sigma12TW=S
187 end
188 sigmaTW=[sigma2TW,sigma12TW]; hold on; plot(sigma2TW,sigma12TW,'g*')
189 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTW)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
190 %-----%
191 %% Criterio de Hasim-Rotem (73)
192 %En este caso, debido a que al particularizar las ecuaciones solo se
193 % tiene valor para sigma12 y sigma2, los resultados que se obtienen
194 %coinciden integralmente con los del Criterio de Tsai-Hill
195 clear sigma12_pos2; clc; sigma2_1=[0:0.01:40]; sigma2_2=[-137.3:0.01:0];
196 for i=1:length(sigma2_1); sigma12_pos1(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)
197     ^2)); sigma12_neg1(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)^2)); end
198 for i=1:length(sigma2_2); sigma12_pos2(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_2(i)/Yc)
199     ^2)); sigma12_neg2(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma2_2(i)/Yc)^2)); end
200
201 figure; plot(sigma2_1,sigma12_pos1,'b','LineWidth',1); hold on;
202 plot(sigma2_2,sigma12_pos2,'b','LineWidth',1); hold on;
203 x=linspace(-Yc,Yt,50); y=linspace(0,S,50);
204 plot(0,0,'k*'); hold on; plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1);
205 aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
206     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
207 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
208     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
209 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
210     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
211 xlabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
212 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)','Interpreter','latex')
213 title('Criterio de Hashin-Rotem (73)')
214
215 j=8; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
216
217 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
218 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
219 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)),'r*')
220
221 %Recta para obtener error relativo
222 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
223 xERR=[0 sigma2exp_A a];

```

```

222 yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
223 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
224 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-160 60 -20 100])
225
226 %Punto de corte segun el criterio
227 if sigma2exp_A<0
228     sigma2HR=-sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma2exp_A^2+S^2/Yc^2))
229     sigma12HR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2HR)
230 elseif sigma2exp_A>0
231     sigma2HR=sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma2exp_A^2+S^2/Yt^2))
232     sigma12HR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2HR)
233 elseif sigma2exp_A==0
234     sigma2HR=0
235     sigma12HR=S
236 end
237 sigmaHR=[sigma2HR,sigma12HR]; hold on; plot(sigma2HR,sigma12HR,'g*')
238 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaHR)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
239 %-----%
240 %% Criterio de Hashin (80)
241 clc; St=0.4*Yc; x=linspace(-Yc,Yt,50); y=linspace(0,S,50);
242 sigma2_1=[0:0.01:40]; sigma2_2=[-137.3:0.01:0];
243 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
244 for i=1:length(sigma2_1); sigma12_pos1(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)
    ^2)); sigma12_neg1(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma2_1(i)/Yt)^2)); end
245 for i=1:length(sigma2_2); sigma12_pos2(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma2_2(i)/2/St)
    ^2-(Yc^2/(2*St)^2-1)*sigma2_2(i)/Yc)); sigma12_neg2(i)=-sqrt(S
    ^2*(1-(sigma2_2(i)/2/St)^2-(Yc^2/(2*St)^2-1)*sigma2_2(i)/Yc)); end
246 for i=1:length(sigma12_pos2); if sigma12_pos2(i)>61.2; sigma12_pos2(i)
    =61.2; end; end
247
248 figure; plot(sigma2_1,sigma12_pos1,'b','LineWidth',1); hold on
249 plot(sigma2_2,sigma12_pos2,'b','LineWidth',1); hold on
250 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*');
251 hold on; aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
252     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
253 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
254     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
255 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
256     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
257 xlabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
258 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)','Interpreter','latex')
259 axis([-160 60 -20 100]); title('Criterio de Hashin (80)')
260
261 j=8; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
262
263 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
264 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
265 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)),'r*')
266
267 %Recta para obtener error relativo

```

```

268 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
269 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
270 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
271 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-160 60 -20 100])
272
273 if sigma2exp_A~0
274     if sigma2exp_A<0
275         p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2+1/(2*St)^2 ((Yc/2/St)^2-1)/Yc
-1]; r=roots(p);sigma2H=r(1)
276         sigma12H=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2H)
277     elseif sigma2exp_A>0
278         p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2+1/(Yt)^2 0 -1];
279         r=roots(p); sigma2H=r(1)
280         sigma12H=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2H)
281     end
282 elseif sigma2exp_A==0
283     sigma2H=0
284     sigma12H=S
285 end
286 if sigma12H>S;sigma12H=S;sigma2H=(sigma2exp_A/sigma12exp_A)*(sigma12H);
    end
287 sigmaH=[sigma2H,sigma12H]; hold on; plot(sigma2H,sigma12H,'g*')
288 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
289 %-----%
290 %% Criterio de Puck
291 clc; clear sigma2_1; clear sigma2_2; clear sigma12_pos3;
292 clear sigma12_pos4; clear sigma12_pos5
293 %En este caso se esta tratando el caso de un vidrio-epoxy, por lo que se
294 %van a definir los valores de las pendientes de la curva de fallo
295 p_pos=0.3; p_neg1=0.25; p_negt=0.25; RA=Yc/(2*(1+p_negt));
296 x=linspace(-Yc,Yt,50); sigma12_1=[-40:0.01:40]; sigma12_2=[-S:0.01:S];
297 sigma2_3=[0:0.01:40]; sigma2_4=[-68.65:0.01:0];
298 sigma2_5=[-137.3:0.01:-68.65]; sigma2=[-137.3:0.01:40];
299 for i=1:length(sigma2)
300     if sigma2(i)>=0
301         sigma12(i)=S*sqrt((1-p_pos*sigma2(i)/S)^2-(1-p_pos*Yt/S)^2*...
302             (sigma2(i)/Yt)^2);
303     elseif sigma2(i)<0 && sigma2(i)>-68.85
304         sigma12(i)=S*sqrt((1-p_neg1*sigma2(i)/S)^2-(p_neg1/S)^2*...
305             (sigma2(i))^2);
306     elseif sigma2(i)<-68.85
307         sigma12(i)=S*(2*(1+p_negt))*sqrt(-sigma2(i)/Yc-(sigma2(i))^2/Yc
^2);
308     end
309 end
310
311 figure; plot(sigma2,sigma12,'LineWidth',1); hold on;
312 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*');
313 hold on; aX1=linspace(-2500,-Yc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),...
314     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on

```

```

315 aX2=linspace(Yt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),...
316     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
317 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,...
318     'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
319 xlabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
320 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)','Interpreter','latex')
321 title('Criterio de Puck')
322
323 j=8; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
324
325 sigma2exp_A=sigma2exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
326 sigmaEXP=[sigma2exp_A, sigma12exp_A];
327 hold on; plot(sigma2exp(j),(sigma12exp(j)),'r*')
328
329 %Recta para obtener error relativo
330 if sigma2exp_A<0; a=-200; else; a=200; end
331 xERR=[0 sigma2exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*xERR;
332 if sigma2exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 200]; end
333 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-160 60 -20 100])
334
335 if sigma2exp_A==0
336     sigma2P=0; sigma12P=S;
337 end
338 if sigma2exp_A>0
339     p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2-(p_pos/S)^2+1/Yt^2*...
340         (1-p_pos*Yt/S)^2 2*p_pos/S -1]; r=roots(p); sigma2P=r(2);
341     sigma12P=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2P);
342 elseif sigma2exp_A<0
343     if j==10
344         p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2 2*p_neg1/S -1];r=roots(p);
345         sigma2P=r(1); sigma12P=(sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2P);
346     else
347         if sigma12exp_A<-1530/1373*sigma2exp_A
348             p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2+4*(1+p_negt)^2/Yc^2
349                 4*(1+p_negt)^2/Yc 0]; r=roots(p); sigma2P=r(2); sigma12P=(
350                 sigma12exp_A/sigma2exp_A)*(sigma2P);
351             else
352                 p=[(sigma12exp_A/sigma2exp_A/S)^2 2*p_neg1/S -1];
353                 r=roots(p); sigma2P=r(1); sigma12P=(sigma12exp_A/
354                 sigma2exp_A)*(sigma2P);
355             end
356         end
357     end
358 end
359 sigma2P
360 sigma12P
361 sigmaP=[sigma2P,sigma12P]; hold on; plot(sigma2P,sigma12P,'g*')
362 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaP)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)

```

# Apéndice B

## Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del T300/BSL914C

---

```
1 %% Criterios de fallo Eglass/LY556
2 %En este caso, la lamina solo se encuentra sometida a sigma1 y a
3 %sigma12, de manera que la sigma2=0. Representaremos las curvas del
4 %criterio de fallo en los ejes para poder obtener el error relativo
5 clear, clc
6 %Propiedades del material
7 Xt=1500;Xc=900;Yt=27;Yc=200;S=93.8;E11=1.38e5;Ef1=23e4;E22=11e3;%MPa
8 nu12=0.2; nu12=0.28; G12=5500; msigmaf=1.1; nu21=nu12*E22/E11;
9
10 %Datos experimentales (Elegir el Ensayo segun se quiera uno u otro)
11 Ensayo=1;
12 if Ensayo==1
13     sigma1exp=[983.4 815.6 716.2 756.9 1309.8 1376.1 1417.3 1435.4
14     1480.6 1522.8 1318.1 1481.1 1500.7];
15     sigma12exp=[122.3 113 107.7 129.9 56.4 31 68.4 73.7 46.9 20.4 0 0
16     0];
17 elseif Ensayo==2
18     sigma1exp=[-939.3 -854.8 -798.7 -790.1 -469.4 -297.8];
19     sigma12exp=[0 0 37.4 46.7 94.6 104.5];
20 elseif Ensayo==3
21     sigma1exp=[-835.7 -735.6 -659.9 -678.3 -559.6 -412.4 -260.3 -126 0
22     0];
23     sigma12exp=[0 0 27.2 49.6 78.6 82.7 85.7 94.7 101.3 86.3];
24 end
25 %-----%
26 %% Criterio de Maxima Tension
27 clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(0,S,1000);
28 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
29 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt; sigma1neg(i)=-Xc; end
30
```

```

28 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on;
29 plot(x,sigma12,'b','LineWidth',1); hold on;
30 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on;
31 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on
32 aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
33 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
34 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
35 title('Teoría de Máxima Tensión')
36 xlabel('\sigma_1$ (MPa)','Interpreter','latex')
37 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)','Interpreter','latex')
38
39 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
40
41 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
42 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
43 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma12exp(j)),'r*')
44
45 %Recta para obtener error relativo
46 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
47 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
48 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1800]; end
49 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
50
51 %Punto de corte segun el criterio
52 if sigma12exp_A<-0.1042*sigma1exp_A
53     sigma1MT=-Xc
54     sigma12MT=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MT)
55 elseif sigma12exp_A>-0.1042*sigma1exp_A && sigma12exp_A>0.06253*
    sigma1exp_A
56     sigma12MT=S
57     sigma1MT=sigma12MT*(sigma1exp_A/sigma12exp_A)
58 elseif sigma12exp_A<0.06253*sigma1exp_A
59     sigma1MT=Xt
60     sigma12MT=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MT)
61 end
62 sigmaMT=[sigma1MT,sigma12MT]; hold on; plot(sigma1MT,sigma12MT,'g*')
63 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMT)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
64 %-----%
65 %% Teoria de la Maxima Deformacion
66 clear sigma12; clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(0,S,1000);
67 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
68 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt; sigma1neg(i)=-Xc; end
69
70 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on;
71 plot(x,sigma12,'b','LineWidth',1); hold on;
72 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on;
73 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on

```

```

74 aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth', 0.4); hold on
75 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth', 0.4); hold on
76 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth', 0.4)
77 title('Teoría de Máxima Deformación')
78 xlabel('\$\sigma_1\$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
79 ylabel('\$\sigma_{12}\$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
80
81 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
82
83 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
84 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
85 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
86
87 %Recta para obtener error relativo
88 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
89 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
90 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1800]; end
91 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
92
93 %Punto de corte segun el criterio
94 if sigma12exp_A<-0.1042*sigma1exp_A
95     sigma1MD=-Xc
96     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
97 elseif sigma12exp_A>-0.1042*sigma1exp_A && sigma12exp_A>0.06253*
    sigma1exp_A
98     sigma12MD=S
99     sigma1MD=sigma12MD*(sigma1exp_A/sigma12exp_A)
100 elseif sigma12exp_A<0.06253*sigma1exp_A
101     sigma1MD=Xt
102     sigma12MD=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
103 end
104 sigmaMD=[sigma1MD,sigma12MD]; hold on; plot(sigmaMD,sigma12MD, 'g*')
105 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMD)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
106 %-----%
107 %% Criterio de Tsai-Hill
108 clc; sigma1_1=[0:0.01:1500]; sigma1_2=[-900:0.01:0.2];
109 for i=1:length(sigma1_1); sigma12_pos1(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma1_1(i)/Xt)
    ^2)); sigma12_neg1(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma1_1(i)/Xt)^2)); end
110 for i=1:length(sigma1_2); sigma12_pos2(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma1_2(i)/Xc)
    ^2)); sigma12_neg2(i)=-sqrt(S^2*(1-(sigma1_2(i)/Xc)^2)); end
111
112 figure; plot(sigma1_1,sigma12_pos1, 'b', 'LineWidth', 1); hold on;
113 plot(sigma1_2,sigma12_pos2, 'b', 'LineWidth', 1); hold on;
114 x=linspace(-Xc,Xt,50); y=linspace(0,S,50);
115 plot(x,zeros(1,length(x)), 'b', 'LineWidth', 1); hold on; plot(0,0, 'k*');
116 hold on; aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth', 0.4); hold on

```

```

117 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
118 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
119 title('Criterio de Tsai-Hill')
120 xlabel('\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
121 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
122
123 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
124
125 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
126 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
127 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
128
129 %Recta para obtener error relativo
130 if sigma1exp_A<0; a=-1700; else; a=1700; end
131 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
132 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1700]; end
133 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
134
135 %Punto de corte segun el criterio
136 if sigma1exp_A<0
137     sigma1TH=-sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma1exp_A^2+S^2/Xc^2))
138     sigma12TH=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TH)
139 elseif sigma1exp_A>0
140     sigma1TH=sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma1exp_A^2+S^2/Xt^2))
141     sigma12TH=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TH)
142 elseif sigma1exp_A==0
143     sigma1TH=0
144     sigma12TH=S
145 end
146 sigmaTH=[sigma1TH,sigma12TH]; hold on; plot(sigma1TH,sigma12TH, 'g*')
147 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
148 %-----%
149 %% Criterio de Tsai-Wu
150 clc; sigma1=[-900:0.01:1500];
151 for i=1:length(sigma1); sigma12_pos(i)=S*sqrt(1-sigma1(i)^2/(Xt*Xc)-(1/
    Xt-1/Xc)*sigma1(i)); sigma12_neg(i)=-S*sqrt(1-sigma1(i)^2/(Xt*Xc)
    -(1/Xt-1/Xc)*sigma1(i)); end
152
153 figure; plot(sigma1,sigma12_pos, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
154 plot(0,0, 'k*'); hold on; x=linspace(-Xc,Xt,50);
155 plot(x,zeros(1,length(x)), 'b', 'LineWidth',1); hold on
156 aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
157 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
158 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
159 title('Criterio de Tsai-Wu')

```

```

160 xlabel('$\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
161 ylabel('$\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
162
163 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
164
165 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
166 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
167 hold on; plot(sigma1exp(j), (sigma12exp(j)), 'r*')
168
169 %Recta para obtener error relativo
170 if sigma1exp_A<0; a=-1700; else; a=1700; end
171 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
172 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1700]; end
173 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
174
175 %Punto de corte segun el criterio
176 if sigma1exp_A~0
177     p=[(sigma12exp_A/sigma1exp_A/S)^2+1/Xt/Xc 1/Xt-1/Xc -1];r=roots(p);
178     if sigma1exp_A>0
179         sigma1TW=r(1)
180         sigma12TW=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
181     elseif sigma1exp_A<0
182         sigma1TW=r(2)
183         sigma12TW=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
184     end
185 elseif sigma1exp_A==0
186     sigma1TW=0
187     sigma12TW=S
188 end
189 sigmaTW=[sigma1TW,sigma12TW]; hold on; plot(sigma1TW,sigma12TW,'g*')
190 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTW)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
191 %-----%
192 %% Criterio de Hasim-Rotem (73)
193 %Este caso es exactamente igual que el criterio de MT
194 clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(0,S,1000);
195 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
196 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt; sigma1neg(i)=-Xc; end
197
198 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on;
199 plot(x,sigma12,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on;
200 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on;
201 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on
202 aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
203 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)),'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
204 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
205 title('Criterio de Hashin-Rotem (73)')
206 xlabel('$\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')

```

```

207 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
208
209 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
210
211 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
212 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
213 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
214
215 %Recta para obtener error relativo
216 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
217 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
218 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1800]; end
219 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
220
221 %Punto de corte segun el criterio
222 if sigma12exp_A<-0.1042*sigma1exp_A
223     sigma1HR=-Xc
224     sigma12HR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1HR)
225 elseif sigma12exp_A>-0.1042*sigma1exp_A && sigma12exp_A>0.06253*
sigma1exp_A
226     sigma12HR=S
227     sigma1HR=sigma12HR*(sigma1exp_A/sigma12exp_A)
228 elseif sigma12exp_A<0.06253*sigma1exp_A
229     sigma1HR=Xt
230     sigma12HR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1HR)
231 end
232 sigmaHR=[sigma1HR,sigma12HR]; hold on; plot(sigma1HR,sigma12HR, 'g*')
233 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaHR)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
234 %-----%
235 %% Criterio de Hashin (80)
236 clc; clear sigma1_2; clear sigma12_pos2; clear sigma1neg; St=0.4*Yc; x=
linspace(-Xc,Xt,50); y=linspace(0,S,50); sigma1_1=[0:0.01:1500];
sigma1_2=[-900:0.01:0];
237 for i=1:length(y); sigma12(i)=S; end
238 for i=1:length(sigma1_1); sigma12_pos1(i)=sqrt(S^2*(1-(sigma1_1(i)/Xt)
^2));end
239 for i=1:length(sigma1_2); sigma12_pos2(i)=S; end
240 for i=1:length(x); sigma1neg(i)=-Xc; end
241
242 figure; plot(sigma1_1,sigma12_pos1, 'b', 'LineWidth',1); hold on
243 plot(sigma1_2,sigma12_pos2, 'b', 'LineWidth',1); hold on
244 plot(sigma1neg,y, 'b', 'LineWidth',1);hold on;
245 plot(0,0, 'k*'); hold on; plot(x,zeros(1,length(x)), 'b'); hold on
246 aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)), 'Color'
,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
247 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)), 'Color'
,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
248 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
249 title('Criterio de Hashin (80)')

```

```

250 xlabel('$\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
251 ylabel('$\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
252
253 j=7; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
254
255 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
256 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
257 hold on; plot(sigma1exp(j), (sigma12exp(j)), 'r*')
258
259 %Recta para obtener error relativo
260 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
261 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
262 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1800]; end
263 hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
264
265 %Punto de corte segun el criterio
266 if sigma12exp_A<-0.1042*sigma1exp_A
267     sigma1H=-Xc
268     sigma12H=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1H)
269 elseif sigma12exp_A>-0.1042*sigma1exp_A && sigma1exp_A<=0
270     sigma12H=S
271     sigma1H=sigma12H*(sigma1exp_A/sigma12exp_A)
272 elseif sigma1exp_A>0
273     sigma1H=sqrt(S^2/(sigma12exp_A^2/sigma1exp_A^2+S^2/Xt^2))
274     sigma12H=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1H)
275 end
276 sigmaH=[sigma1H,sigma12H]; hold on; plot(sigma1H,sigma12H,'g*')
277 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
278 %-----%
279 %% Criterio de Puck
280 clc; clear sigma1_2; clear sigma12_pos2
281 p_pos=0.35; p_neg1=0.3; p_negt=0.33; RA_t=Yc/(2*(1+p_negt));
282 x=linspace(-Xc,Xt,50); sigma12_1=linspace(0,40.852345360955688);
283 sigma1_1=linspace(0,Xt); sigma1_2=linspace(-Xc,-894.56460287);
284 sigma1_3=linspace(0,Xt); sigma1_4=linspace(-894.564602874,0);
285 for i=1:length(sigma1_1); sigma1_1(i)=Xt; end
286 for i=1:length(sigma1_2)
287     sigma12_pos2(i)=G12/10*sqrt(1+sigma1_2(i)/Xc); end
288 for i=1:length(sigma1_3)
289     sigma12_pos3(i)=S*(1-(sigma1_3(i)/1.1/Xt)^6); end
290 for i=1:length(sigma1_4)
291     sigma12_pos4(i)=S*(1-(sigma1_4(i)/1.1/Xc)^6); end
292
293 figure; plot(sigma1_1,sigma12_1,'b','LineWidth',1); hold on
294 plot(sigma1_2,sigma12_pos2,'b','LineWidth',1); hold on
295 plot(sigma1_3,sigma12_pos3,'b','LineWidth',1); hold on
296 plot(sigma1_4,sigma12_pos4,'b','LineWidth',1); hold on
297 plot(x,zeros(1,length(x)),'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*');
298 hold on; aX1=linspace(-2500,-Xc); plot(aX1,zeros(length(aX1)),'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on

```

```

299 aX2=linspace(Xt,2500); plot(aX2,zeros(length(aX2)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
300 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
301 xlabel('\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
302 ylabel('\sigma_{12}$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
303 title('Criterio de Puck')
304
305 j=9; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
306
307 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma12exp_A=sigma12exp(j);
308 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma12exp_A];
309 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma12exp(j)), 'r*')
310
311 %Recta para obtener error relativo
312 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
313 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
314 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0]; yERR=[0 1800]; end
315 hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1650 -20 140])
316
317 %Punto de corte segun el criterio
318 if sigma1exp_A==0
319     sigma1P=0
320     sigma12P=S
321 elseif sigma12exp_A<0.027234896907304*sigma1exp_A
322     sigma1P=Xt
323     sigma12P=(sigma12exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1P)
324 elseif sigma12exp_A>0.027234896907304*sigma1exp_A
325     p=[sigma1exp_A^6/1.1^6/Xt^6/sigma12exp_A^6 0 0 0 0 1/S -1];
326     r=roots(p); sigma12P=r(6)
327     sigma1P=(sigma1exp_A/sigma12exp_A)*(sigma12P)
328 elseif sigma1exp_A<0 && sigma12exp_A>-0.04777989*sigma1exp_A
329     p=[sigma1exp_A^6/1.1^6/Xc^6/sigma12exp_A^6 0 0 0 0 1/S -1];
330     r=roots(p); sigma12P=r(6)
331     sigma1P=(sigma1exp_A/sigma12exp_A)*(sigma12P)
332 elseif sigma12exp_A<-0.04777989*sigma1exp_A
333     if sigma12exp_A~~0
334         p=[100/G12^2 -sigma1exp_A/sigma12exp_A/Xc -1];
335         r=roots(p); sigma12P=r(2)
336         sigma1P=(sigma1exp_A/sigma12exp_A)*(sigma12P)
337     else
338         sigma12P=0
339         sigma1P=-Xc
340     end
341 end
342 sigmaP=[sigma1P,sigma12P]; hold on; plot(sigma1P,sigma12P, 'g*')
343 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaP)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)

```

# Apéndice C

## Códigos de MATLAB empleados para la implementación de las ecuaciones del Eglass/MY750

---

```
1 %% Criterios de fallo Eglass/MY750
2 %En este caso, la lamina solo se encuentra sometida a sigma1 y a
3 %sigma2, de manera que la sigma12=0. Representaremos las curvas del
4 %criterio de fallo en los ejes para poder obtener el error relativo
5 clear, clc
6 %Propiedades del material
7 Xt=1280;Xc=800;Yt=40;Yc=145;S=73;E11=45600;Ef1=74e3;G12=5830;E22=16200;%
8 MPa
9 nuf12=0.2; nu12=0.278; msigmaf=1.3; nu21=nu12*E22/E11;
10 %Datos experimentales (Elegir el Ensayo segun se quiera uno u otro)
11 Ensayo=2;
12 if Ensayo==1
13     sigma1exp=[-800 0 1029 1041 1086 1124 1134 1170 1181 1200 1280];
14     sigma2exp=[0 40 29 29 31 33 34 35 36 37 0];
15 elseif Ensayo==2
16     sigma1exp=[0 206 510 696 834 906 1115 1138 1200 1249];
17     sigma2exp=[-145 -136 -121 -109 -90 -67 -79 -59 -42 -4];
18 end
19 %-----%
20 %% Criterio de Maxima Tension
21 clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(-Yc,Yt,1000);
22 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt;sigma1neg(i)=-Xc; end
23 for i=1:length(y); sigma2pos(i)=Yt;sigma2neg(i)=-Yc; end
24
25 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on
26 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on;
27 plot(x,sigma2pos,'b','LineWidth',1); hold on;
28 plot(x,sigma2neg,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on
```

```

29 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
30 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
31 title('Teoría de Máxima Tensión')
32 xlabel('\$\sigma_1\$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
33 ylabel('\$\sigma_2\$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
34
35 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
36
37 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
38 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
39 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)), 'r*')
40
41 %Recta para obtener error relativo
42 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
43 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
44 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
45     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
46 end; hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1500 -160 60])
47
48 %Punto de corte segun el criterio
49 if sigma2exp_A<1/32*sigma1exp_A && sigma2exp_A>-29/256*sigma1exp_A
50     sigma1MT=Xt
51     sigma2MT=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MT)
52 elseif sigma2exp_A<-29/256*sigma1exp_A && sigma2exp_A<29/160*sigma1exp_A
53     sigma2MT=-Yc
54     sigma1MT=sigma2MT*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)
55 elseif sigma2exp_A>29/160*sigma1exp_A && sigma2exp_A<-1/20*sigma1exp_A
56     sigma1MT=-Xc
57     sigma2MT=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MT)
58 elseif sigma2exp_A>-1/20*sigma1exp_A && sigma2exp_A>1/32*sigma1exp_A
59     sigma2MT=Yt
60     sigma1MT=sigma2MT*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)
61 end
62 sigmaMT=[sigma1MT,sigma2MT]; hold on; plot(sigma1MT,sigma2MT, 'g*')
63 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMT)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
64 %-----%
65 %% Teoria de la Maxima Deformacion
66 clear sigma12; clc; sigma1_1=linspace(1274.5,1327.575,1000); sigma1_2=
    linspace(-811.1596,1327.59,1000); sigma1_4=linspace
    (-864.0412,1274.7,1000); sigma1_3=linspace(-864.0412,-811.15,1000);
67 for i=1:length(sigma1_1); sigma2_1(i)=(sigma1_1(i)-Xt)/nu12;sigma2_2(i)=
    nu21*sigma1_2(i)+Yt; sigma2_3(i)=(sigma1_3(i)+Xc)/nu12;sigma2_4(i)=
    nu21*sigma1_4(i)-Yc; end
68
69 figure; plot(sigma1_1,sigma2_1, 'b', 'LineWidth',1); hold on
70 plot(sigma1_2,sigma2_2, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
71 plot(sigma1_3,sigma2_3, 'b', 'LineWidth',1); hold on;
72 plot(sigma1_4,sigma2_4, 'b', 'LineWidth',1); hold on; plot(0,0, 'k*')

```

```

73 hold on; aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)), 'k', '
    LineWidth',0.4); hold on
74 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'k', 'LineWidth',0.4)
75 xlabel('$\sigma_1$', 'Interpreter', 'latex')
76 ylabel('$\sigma_2$', 'Interpreter', 'latex')
77 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)), 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
78 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
79 xlabel('$\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
80 ylabel('$\sigma_2$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
81
82 j=1; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
83
84 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
85 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
86 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)), 'r*')
87 title('Teoría de Máxima Deformación')
88
89 %Recta para obtener error relativo
90 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
91 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
92 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
93     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
94 end; hold on; plot(xERR,yERR, 'r--'); axis([-1000 1500 -250 200])
95
96 %Punto de corte segun el criterio
97 if sigma1exp_A~~0
98     if sigma2exp_A<0.1292972*sigma1exp_A && sigma2exp_A>-0.0149521*
sigma1exp_A
99         sigma1MD=Xt/(1-nu12*sigma2exp_A/sigma1exp_A)
100        sigma2MD=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
101     elseif sigma2exp_A<-0.0149521*sigma1exp_A && sigma2exp_A<0.2666162*
sigma1exp_A
102        sigma1MD=-Yc/(sigma2exp_A/sigma1exp_A-nu21)
103        sigma2MD=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
104     elseif sigma2exp_A>0.2666162*sigma1exp_A && sigma2exp_A<0.0494879*
sigma1exp_A
105        sigma1MD=-Xc/(1-nu12*sigma2exp_A/sigma1exp_A)
106        sigma2MD=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
107     elseif sigma2exp_A>0.0494879*sigma1exp_A && sigma2exp_A>0.1292972*
sigma1exp_A
108        sigma1MD=Yt/(sigma2exp_A/sigma1exp_A-nu21)
109        sigma2MD=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1MD)
110     end
111 else
112     if sigma2exp_A>0
113         sigma1MD=0
114         sigma2MD=40
115     elseif sigma2exp_A<0

```

```

116     sigma1MD=0
117     sigma2MD=-145
118     end
119 end
120 sigmaMD=[sigma1MD,sigma2MD]; hold on; plot(sigma1MD,sigma2MD,'g*')
121 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaMD)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
122 %-----%
123 %% Criterio de Tsai-Hill
124 clc; sigma1_1=[0:0.01:Xt]; sigma1_2=[-Xc:0.01:0];
125 sigma1_3=[0:0.01:Xt]; sigma1_4=[-Xc:0.01:0];
126 for i=1:length(sigma1_1); sigma2_pos1(i)=(Yt/Xt)^2*0.5*sigma1_1(i)+0.5*
    sqrt((sigma1_1(i))^2*(Yt/Xt)^2*((Yt/Xt)^2-4)+4*Yt^2);sigma2_neg1(i)
    =(Yt/Xt)^2*0.5*sigma1_1(i)-0.5*sqrt((sigma1_1(i))^2*(Yt/Xt)^2*((Yt/
    Xt)^2-4)+4*Yt^2);end
127 for i=1:length(sigma1_2);sigma2_pos2(i)=0.5*((Yc/Xc)^2*sigma1_2(i)+sqrt
    ((sigma1_2(i))^2*(Yc/Xc)^4-4*((Yc/Xc)^2*(sigma1_2(i))^2-Yc^2));
    sigma2_neg2(i)=0.5*(-(Yc/Xc)^2*sigma1_2(i)-sqrt((sigma1_2(i))^2*(Yc/
    Xc)^4-4*((Yc/Xc)^2*(sigma1_2(i))^2-Yc^2));end
128 for i=1:length(sigma1_3);sigma2_pos3(i)=(Yc/Xt)^2*0.5*sigma1_3(i)+0.5*
    sqrt((sigma1_3(i))^2*(Yc/Xt)^2*((Yc/Xt)^2-4)+4*Yc^2);sigma2_neg3(i)
    =(Yc/Xt)^2*0.5*sigma1_3(i)-0.5*sqrt((sigma1_3(i))^2*(Yc/Xt)^2*((Yc/
    Xt)^2-4)+4*Yc^2);end
129 for i=1:length(sigma1_4);sigma2_pos4(i)=(Yt/Xc)^2*0.5*sigma1_4(i)+0.5*
    sqrt((sigma1_4(i))^2*(Yt/Xc)^2*((Yt/Xc)^2-4)+4*Yt^2);sigma2_neg4(i)
    =(Yt/Xc)^2*0.5*sigma1_4(i)-0.5*sqrt((sigma1_4(i))^2*(Yt/Xc)^2*((Yt/
    Xc)^2-4)+4*Yt^2);end
130
131 figure; plot(sigma1_1,sigma2_pos1,'b','LineWidth',1); hold on;
132 plot(sigma1_2,sigma2_neg2,'b','LineWidth',1); hold on;
133 plot(sigma1_3,sigma2_neg3,'b','LineWidth',1); hold on;
134 plot(sigma1_4,sigma2_pos4,'b','LineWidth',1); hold on;
135 plot(0,0,'k*'); hold on
136 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)), 'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
137 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
138 xlabel('\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
139 ylabel('\sigma_2$ (MPa)', 'Interpreter', 'latex')
140 title('Criterio de Tsai-Hill')
141
142 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
143
144 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
145 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
146 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)), 'r*')
147
148 %Recta para obtener error relativo
149 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
150 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
151 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];

```

```

152     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
153 end; hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1500 -250 200])
154
155 %Punto de corte segun el criterio
156 if sigma1exp_A~~0
157     if sigma1exp_A>0 && sigma2exp_A>=0
158         sigma1TH=sqrt(4*Yt^2/((2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-(Yt/Xt)^2)
159         ^2-(((Yt/Xt)^4)-4*(Yt/Xt)^2)))
160         sigma2TH=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1TH
161     elseif sigma1exp_A<0 && sigma2exp_A<=0
162         sigma1TH=-sqrt(4*Yc^2/((2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-(Yc/Xc)^2)
163         ^2-(((Yc/Xc)^4)-4*(Yc/Xc)^2)))
164         sigma2TH=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1TH
165     elseif sigma1exp_A>0 && sigma2exp_A<0
166         sigma1TH=sqrt(4*Yc^2/((2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-(Yc/Xt)^2)
167         ^2-(((Yc/Xt)^4)-4*(Yc/Xt)^2)))
168         sigma2TH=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1TH
169     else
170         sigma1TH=sqrt(4*Yt^2/((2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-(Yt/Xc)^2)
171         ^2-(((Yt/Xc)^4)-4*(Yt/Xc)^2)))
172         sigma2TH=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1TH
173     end
174 elseif sigma1exp_A==0
175     if sigma2exp_A>0
176         sigma1TH=0
177         sigma2TH=40
178     elseif sigma2exp_A<0
179         sigma1TH=0
180         sigma2TH=-145
181     end
182 end
183 sigmaTH=[sigma1TH,sigma2TH];hold on; plot(sigma1TH,sigma2TH,'g*')
184 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
185 %-----%
186 %% Criterio de Tsai-Wu
187 clc; sigma1_pos1=[-1571.66:0.01:1281.75];
188 sigma1_neg1=[-1571.66:0.01:1282];
189 for i=1:length(sigma1_pos1)
190     sigma2_pos1(i)=0.5*(sigma1_pos1(i)*sqrt((Yt*Yc)/(Xt*Xc))+Yt-Yc+sqrt(Yt
191     ^2*Yc^2*((1/Yt-1/Yc)-sigma1_pos1(i)*sqrt(1/Xt/Xc/Yt/Yc))^2-(4*Yt*Yc)
192     *((sigma1_pos1(i))^2/Xt/Xc+(1/Xt-1/Xc)*sigma1_pos1(i)-1)));
193 end
194
195 for i=1:length(sigma1_pos1)
196     sigma2_neg1(i)=0.5*(sigma1_pos1(i)*sqrt((Yt*Yc)/(Xt*Xc))+Yt-Yc-sqrt(Yt
197     ^2*Yc^2*((1/Yt-1/Yc)-sigma1_pos1(i)*sqrt(1/Xt/Xc/Yt/Yc))^2-(4*Yt*Yc)
198     *((sigma1_pos1(i))^2/Xt/Xc+(1/Xt-1/Xc)*sigma1_pos1(i)-1)));
199 end
200
201 figure; plot(sigma1_pos1,sigma2_pos1,'b','LineWidth',1); hold on;

```

```

194 plot(sigma1_pos1,sigma2_neg1,'b','LineWidth',1); hold on;
195 plot(0,0,'k*'); hold on
196 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)),'Color'
    , [0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
197 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,'Color'
    , [0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
198 xlabel('\sigma_1$ (MPa)','Interpreter','latex')
199 ylabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
200 title('Criterio de Tsai-Wu')
201
202 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
203
204 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
205 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
206 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)),'r*')
207
208 %Recta para obtener error relativo
209 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
210 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
211 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
212     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
213 end; hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1700 1400 -250 200])
214
215 %Punto de corte segun el criterio
216 if sigma1exp_A~0
217     p=[(2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-sqrt(Yt*Yc/Xt/Xc))^2+3*Yt*Yc/Xt/Xc (Yc-
    Yt)*2*(2*sigma2exp_A/sigma1exp_A-sqrt(Yt*Yc/Xt/Xc))+2*Yt^2*Yc^2*(1/
    Yt-1/Yc)*sqrt(1/Xt/Xc/Yt/Yc)+4*Yc*Yt*(1/Xt-1/Xc) (Yc-Yt)^2-Yt^2*Yc
    ^2*(1/Yt-1/Yc)^2-4*Yt*Yc]; r=roots(p);
218     if sigma1exp_A>0 && sigma2exp_A>0
219         sigma1TW=r(2)
220         sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
221     elseif sigma1exp_A<0 && sigma2exp_A>0
222         sigma1TW=r(1)
223         sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
224     end
225     if sigma1exp_A>0 && sigma2exp_A<0
226         sigma1TW=r(1)
227         sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
228     elseif sigma1exp_A<0 && sigma2exp_A<0
229         sigma1TW=r(2)
230         sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
231     end
232     if sigma2exp_A==0
233         if sigma1exp_A>0
234             sigma1TW=r(1)
235             sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)
236         elseif sigma1exp_A<0
237             sigma1TW=r(2)
238             sigma2TW=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1TW)

```

```

239     end
240 end
241 elseif sigma1exp_A==0
242     if sigma2exp_A>0
243         sigma1TW=0
244         sigma2TW=40
245     elseif sigma2exp_A<0
246         sigma1TW=0
247         sigma2TW=-145
248     end
249 end
250 sigmaTW=[sigma1TW,sigma2TW]; hold on; plot(sigma1TW,sigma2TW,'g*')
251 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaTW)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
252 %-----%
253 %% Criterio de Hasim-Rotem (73)
254 %Igual que MT
255 clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(-Yc,Yt,1000);
256 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt;sigma1neg(i)=-Xc; end
257 for i=1:length(y); sigma2pos(i)=Yt;sigma2neg(i)=-Yc; end
258
259 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on;
260 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on;
261 plot(x,sigma2pos,'b','LineWidth',1); hold on;
262 plot(x,sigma2neg,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on;
263 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)),'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4); hold on
264 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',0.4)
265 xlabel('\sigma_1$ (MPa)','Interpreter','latex')
266 ylabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
267 title('Criterio de Hashin-Rotem (73)')
268
269 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
270
271 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
272 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
273 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)),'r*')
274
275 %Recta para obtener error relativo
276 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
277 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
278 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
279     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
280 end; hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1500 -160 60])
281
282 %Punto de corte segun el criterio
283 if sigma2exp_A<1/32*sigma1exp_A && sigma2exp_A>-29/256*sigma1exp_A
284     sigma1HR=Xt
285     sigma2HR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1HR)
286 elseif sigma2exp_A<-29/256*sigma1exp_A && sigma2exp_A<29/160*sigma1exp_A

```

```

287     sigma2HR=-Yc
288     sigma1HR=sigma2HR*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)
289 elseif sigma2exp_A>29/160*sigma1exp_A && sigma2exp_A<-1/20*sigma1exp_A
290     sigma1HR=-Xc
291     sigma2HR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1HR)
292 elseif sigma2exp_A>-1/20*sigma1exp_A && sigma2exp_A>1/32*sigma1exp_A
293     sigma2HR=Yt
294     sigma1HR=sigma2HR*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)
295 end
296 sigmaHR=[sigma1HR,sigma2HR]; hold on; plot(sigma1HR,sigma2HR,'g*')
297 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaHR)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
298 %-----%
299 %% Criterio de Hashin (80)
300 %Igual que MT
301 clc; x=linspace(-Xc,Xt,1000); y=linspace(-Yc,Yt,1000);
302 for i=1:length(x); sigma1pos(i)=Xt;sigma1neg(i)=-Xc; end
303 for i=1:length(y); sigma2pos(i)=Yt;sigma2neg(i)=-Yc; end
304
305 figure; plot(sigma1pos,y,'b','LineWidth',1); hold on;
306 plot(sigma1neg,y,'b','LineWidth',1); hold on;
307 plot(x,sigma2pos,'b','LineWidth',1); hold on;
308 plot(x,sigma2neg,'b','LineWidth',1); hold on; plot(0,0,'k*'); hold on;
309 aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(aX)),'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
310 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY,'Color'
    , [0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
311 xlabel('\sigma_1$ (MPa)','Interpreter','latex')
312 ylabel('\sigma_2$ (MPa)','Interpreter','latex')
313 title('Criterio de Hashin (80)')
314
315 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
316
317 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
318 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
319 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)),'r*')
320
321 %Recta para obtener error relativo
322 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
323 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
324 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
325     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
326 end; hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1500 -160 60])
327
328 %Punto de corte segun el criterio
329 if sigma2exp_A<1/32*sigma1exp_A && sigma2exp_A>-29/256*sigma1exp_A
330     sigma1H=Xt
331     sigma2H=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1H)
332 elseif sigma2exp_A<-29/256*sigma1exp_A && sigma2exp_A<29/160*sigma1exp_A
333     sigma2H=-Yc
334     sigma1H=sigma2H*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)

```

```

335 elseif sigma2exp_A>29/160*sigma1exp_A && sigma2exp_A<-1/20*sigma1exp_A
336     sigma1H=-Xc
337     sigma2H=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*(sigma1H)
338 elseif sigma2exp_A>-1/20*sigma1exp_A && sigma2exp_A>1/32*sigma1exp_A
339     sigma2H=Yt
340     sigma1H=sigma2H*(sigma1exp_A/sigma2exp_A)
341 end
342 sigmaH=[sigma1H,sigma2H]; hold on; plot(sigma1H,sigma2H,'g*')
343 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaH)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
344 %------%
345 %% Criterio de Puck
346 clc; clear sigma2_1; clear sigma2_2; clear sigma2_pos3;
347 clear sigma2_pos4; clear sigma2_pos5
348 %En este caso se está tratando el caso de un vidrio-epoxy, por lo que se
349 %van a definir los valores de las pendientes de la curva de fallo en
350 %cada caso para el vidrio
351 p_pos=0.3; p_neg1=0.25; p_negt=0.25; RA_t=Yc/(2*(1+p_negt));
352 sigma1_1=linspace(1272.21532220105,1282.026552928,1000);
353 sigma1_2=linspace(-806.92645,-797.906598,1000);
354 sigma1_3=linspace(-797.9066028,1282.026552928,1000);
355 sigma1_4=linspace(-Xc,Xt,1000);
356 sigma1_5=linspace(-806.92645,1272.2153222011,1000);
357 for i=1:length(sigma1_1); sigma2_1(i)=(Xt-sigma1_1(i))/(E11*nuf12/Ef1*
    msigmaf-nu12); end
358 for i=1:length(sigma1_2); sigma2_2(i)=(-Xc-sigma1_2(i))/(E11*nuf12/Ef1*
    msigmaf-nu12); end
359 for i=1:length(sigma1_3)
360     if sigma1_3(i)>0; sigma2_3(i)=(1-(sigma1_3(i)/(1.1*Xt))^6)/(1/Yt*(1-
    p_pos*Yt/S)+p_pos/S); else; sigma2_3(i)=(1-(sigma1_3(i)/(-1.1*Xc))
    ^6)/(1/Yt*(1-p_pos*Yt/S)+p_pos/S); end
361 end
362 for i=1:length(sigma1_4)
363     if sigma1_4(i)>0;sigma2_4(i)=(1-(sigma1_4(i)/(1.1*Xt))^6)/(2*p_neg1/
    S);else;sigma2_4(i)=(1-(sigma1_4(i)/(-1.1*Xc))^6)/(2*p_neg1/S);end
364 end
365 for i=1:length(sigma1_5)
366     if sigma1_5(i)>0; sigma2_5(i)=Yc*(sigma1_5(i)/(1.1*Xt))^6-Yc; else;
    sigma2_5(i)=Yc*(sigma1_5(i)/(-1.1*Xc))^6-Yc; end
367 end
368
369 figure; plot(sigma1_1,sigma2_1,'b','LineWidth',1); hold on;
370 plot(sigma1_2,sigma2_2,'b','LineWidth',1); hold on;
371 plot(sigma1_3,sigma2_3,'b','LineWidth',1); hold on;
372 plot(sigma1_5,sigma2_5,'b','LineWidth',1); hold on;
373 plot(0,0,'k*'); hold on; aX=linspace(-2500,2500); plot(aX,zeros(length(
    aX)), 'Color',[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4); hold on
374 aY=linspace(-2500,2500); plot(zeros(length(aY)),aY, 'Color'
    ,[0.5,0.5,0.5], 'LineWidth',0.4)
375 xlabel('$\sigma_1$ (MPa)', 'Interpreter','latex')
376 ylabel('$\sigma_2$ (MPa)', 'Interpreter','latex')

```

```

377 title('Criterio de Puck')
378
379 j=6; %Elegir punto del vector de experimentos para trabajar
380
381 sigma1exp_A=sigma1exp(j); sigma2exp_A=sigma2exp(j);
382 sigmaEXP=[sigma1exp_A, sigma2exp_A];
383 hold on; plot(sigma1exp(j),(sigma2exp(j)), 'r*')
384
385 %Recta para obtener error relativo
386 if sigma1exp_A<0; a=-1800; else; a=1800; end
387 xERR=[0 sigma1exp_A a]; yERR=(sigma2exp_A/sigma1exp_A)*xERR;
388 if sigma1exp_A==0; xERR=[0 0];
389     if sigma2exp_A>0; yERR=[0 1800]; else; yERR=[0 -1800]; end
390 end; hold on; plot(xERR,yERR,'r--'); axis([-1000 1500 -160 60])
391
392 %Punto de corte segun el criterio
393 if sigma1exp_A~~0
394     if sigma2exp_A<0.013420708*sigma1exp_A && sigma2exp_A>-0.05195107*
sigma1exp_A
395         sigma1P=Xt/(1+sigma2exp_A/sigma1exp_A*(E11*nuf12/Ef1*msigmaf-
nu12))
396         sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
397     elseif sigma2exp_A<-0.05195107*sigma1exp_A && sigma2exp_A
<0.072876885*sigma1exp_A
398         if sigma1exp_A>0
399             p=[Yc/(1.1*Xt)^6 0 0 0 0 -sigma2exp_A/sigma1exp_A -Yc];
400             r=roots(p); sigma1P=r(6)
401             sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
402         else
403             p=[Yc/(1.1*Xc)^6 0 0 0 0 -sigma2exp_A/sigma1exp_A -Yc];
404             r=roots(p); sigma1P=r(6)
405             sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
406         end
407     elseif sigma2exp_A>0.072876885*sigma1exp_A && sigma2exp_A
<-0.0486516*sigma1exp_A
408         sigma1P=-Xc/(1-sigma2exp_A/sigma1exp_A*(E11*nuf12/Ef1*msigmaf-
nu12))
409         sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
410     else
411         if sigma1exp_A>0
412             p=[1/(1.1*Xt)^6 0 0 0 0 sigma2exp_A/sigma1exp_A*(1/Yt*(1-
p_pos*Yt/S)+p_pos/S) -1]; r=roots(p); sigma1P=r(6)
413             sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
414         else
415             p=[Yc/(1.1*Xc)^6 0 0 0 0 sigma2exp_A/sigma1exp_A*(1/Yt*(1-
p_pos*Yt/S)+p_pos/S) -1]; r=roots(p);sigma1P=r(6)
416             sigma2P=sigma2exp_A/sigma1exp_A*sigma1P
417         end
418     end
419 elseif sigma1exp_A==0

```

```
420     if sigma2exp_A>0
421         sigma1P=0
422         sigma2P=40
423     elseif sigma2exp_A<0
424         sigma1P=0
425         sigma2P=-145
426     end
427 end
428 sigmaP=[sigma1P,sigma2P]; hold on; plot(sigma1P,sigma2P,'g*')
429 ERROR_rel_porcent=100*abs(norm(sigmaP)-norm(sigmaEXP))/norm(sigmaEXP)
```



# Índice de Figuras

---

1.1	Compuesto reforzado por partículas (izquierda) y compuesto reforzado por fibras (derecha)	2
1.2	Clasificación de los materiales compuestos de una sola capa	3
1.3	Muestra de los tipos de fibra más empleados	4
1.4	Proporciones de material del fuselaje del A350 XWB	5
2.1	Esquema de los ejes en un laminado unidireccional [3]	9
2.2	Esquema de el modo de fallo y de las distintas situaciones que pueden darse según el Criterio de Puck	13
2.3	Esquema del estado tensional y componentes de tensión en el plano de fallo [1]	14
2.4	Curva de fallo de la matriz que predice el criterio de Puck [1]	16
3.1	Esquema de laminados unidireccionales	17
3.2	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para la Teoría de Máxima Tensión	20
3.3	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para la Teoría de Máxima Deformación	21
3.4	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill	21
3.5	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Wu	22
3.6	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para el Criterio de Hashin-Rotem (73)	22
3.7	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para el Criterio de Hashin (80)	23
3.8	Curva de fallo $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/LY556 para el Criterio de Puck	23
3.9	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para la Teoría de Máxima Tensión	24
3.10	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para la Teoría de Máxima Deformación	25
3.11	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para el Criterio de Tsai-Hill	25
3.12	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para el Criterio de Tsai-Wu	26
3.13	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para el Criterio de Hashin-Rotem (73)	26
3.14	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para el Criterio de Hashin (80)	27
3.15	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de T300/BSL914C para el Criterio de Puck	27
3.16	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_{12}$ de Eglass/MY750 para la Teoría de Máxima Tensión	28
3.17	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para la Teoría de Máxima Deformación	29
3.18	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para el Criterio de Tsai-Hill	29
3.19	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para el Criterio de Tsai-Wu	30
3.20	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para el Criterio de Hashin-Rotem (73)	30
3.21	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para el Criterio de Hashin (80)	31
3.22	Curva de fallo $\sigma_1$ - $\sigma_2$ de Eglass/MY750 para el Criterio de Puck	31
4.1	Error relativo de una pareja de puntos $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ en la curva de fallo del Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill	34

4.2	Error relativo de los puntos experimentales $\sigma_2$ - $\sigma_{12}$ en la curva de fallo del Eglass/LY556 para el Criterio de Tsai-Hill	34
4.3	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556	36
4.4	Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C	38
4.5	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750	40
4.6	Gráfico de barras comparativo relativo a la clasificación en Categorías	41
4.7	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556 para una división refinada	43
4.8	Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C para una división refinada	45
4.9	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750 para una división refinada	47
4.10	Gráfico de barras comparativo relativo a la clasificación en Subcategorías	48
4.11	Muestra del criterio de conservadurismo	49
4.12	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/LY556 en el estudio del conservadurismo de los resultados	51
4.13	Gráfico de barras comparativo para el T300/BSL914C en el estudio del conservadurismo de los resultados	53
4.14	Gráfico de barras comparativo para el Eglass/MY750 en el estudio del conservadurismo de los resultados	55
4.15	Gráfico de barras comparativo relativo al estudio del conservadurismo de los resultados	56

# Índice de Tablas

---

3.1	Propiedades de los materiales	18
3.2	Resultados experimentales Eglass/LY556	19
3.3	Resultados experimentales T300/BSL914C	19
3.4	Resultados experimentales Eglass/MY750	20
4.1	Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 dividido en categorías	35
4.2	Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C dividido en categorías	37
4.3	Resultados del error relativo asociados a Eglass/MY750 dividido en categorías	39
4.4	Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 dividido en subcategorías	42
4.5	Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C dividido en subcategorías	44
4.6	Resultados del error relativo asociados a Eglass/MY750 dividido en subcategorías	46
4.7	Resultados del error relativo asociados a Eglass/LY556 clasificados según el grado de conservadurismo que presentan	50
4.8	Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C clasificados según el grado de conservadurismo que presentan	52
4.9	Resultados del error relativo asociados a T300/BSL914C clasificados según el grado de conservadurismo que presentan	54



# Bibliografía

---

- [1] J.C. Marín A. Barroso F. Paris, J. Cañas, *Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos*, Ed. ETSI. Universidad de Sevilla.
- [2] Robert M. Jones, *Mechanics of composite materials*, 2<sup>a</sup> ed., Brunner-Routledge, 1999.
- [3] Libardo Vanegas Useche Luz Stella Arias Maya, *Falla de los materiales compuestos laminados*, Scientia et Technica (Agosto, 2004), 113–118.
- [4] A. S. Kaddour P. D. Soden, M. J. Hinton, *Lamina properties, lay-up configurations and loadings conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates*, Composites Science And Technology, Elsevier, 1998, pp. 1011–1022.
- [5] ———, *Failure criteria in fibre reinforced polymer composites: The world-wide failure exercise*, 1<sup>a</sup> ed., Elsevier, 2004.
- [6] M. J. Hinton A. S. Kaddour S. Li, P.A. Smith, *The world wide failure exercise: How can composites design and manufacture communities build their strength*, ECCM16, Sevilla, 2014.
- [7] A. Puck H. Schürmann, *Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models*, Composites Science And Technology, Elsevier, 1998, pp. 1045–1067.