

Trabajo Fin de Grado Grado en Ingeniería Aeroespacial

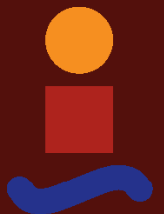
Modelado de sistemas de bombeo electrohidrodinámico de líquidos por conducción

Autor: Ricardo Lozano Ortega

Tutor: Pedro Ángel Vázquez González

**Dpto. Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

**Modelado de sistemas de bombeo
electrohidrodinámico de líquidos por
conducción**

Autor:

Ricardo Lozano Ortega

Tutor:

Pedro Ángel Vázquez González

Profesor Titular de Universidad

Dpto. Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020

Trabajo Fin de Grado: Modelado de sistemas de bombeo electrohidrodinámico de líquidos por conducción

Autor: Ricardo Lozano Ortega
Tutor: Pedro Ángel Vázquez González

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

Este trabajo tiene dos significados para mí. Por una parte, simboliza haber alcanzado la meta más grande que me he planteado hasta el momento: ser ingeniero aeroespacial. Por otra parte, es el final de un camino y el inicio de otro. Como me dijo una vez un estimado profesor en primero: «Hay tres días felices en la vida de un estudiante de ingeniería: el que entra en la carrera, el que se da cuenta de que verdaderamente quiere ser ingeniero y el que sale». Puedo decir con orgullo que ya he pasado por los tres. Es un camino que no podría haber recorrido y que no podré seguir descubriendo sin el amor y apoyo de muchas personas a las que me gustaría dedicar este espacio.

En primer lugar, a mi hermano mayor Antonio Manuel, quien con su espíritu altruista a la vez que ambicioso en el conocimiento, me ha enseñado y me enseña a lo largo de su trayectoria como persona y como ingeniero qué tipo de profesional y de ser humano quiero ser el día de mañana.

En segundo lugar, a mis padres, Antonio Manuel y María Francisca, quienes con su eterno amor, esfuerzo e infinita motivación están consiguiendo que sus hijos cumplan sus sueños y los que ellos no pudieron cumplir.

En tercer lugar, a todos mis *panas*, los de toda la vida y los que vienen y van.

Por último, quisiera agradecer estos años de aprendizaje y formación profesional y humana a todos aquellos profesores y profesoras de la ETSI que se han empeñado en que nos llenáramos de ilusión por seguir aprendiendo y no perdiéramos la motivación en un camino tan duro. Por supuesto, especial mención a mi profesor y tutor Pedro Ángel, con quien he tenido la suerte no solo de realizar este trabajo, pues su ayuda y atención constante han sido fundamentales en su desarrollo, sino de haberme empapado de conocimiento en las charlas que hemos tenido durante las tutorías.

Ricardo Lozano Ortega
Baza, 2020

Resumen

En este trabajo se ha realizado un modelo de bomba de conducción electrohidrodinámica de tamaño típico de 0.2mm donde se contemplan las magnitudes del fluido como función de la temperatura así como se considera la acción de la fuerza dieléctrica. Se ha implementado en el paquete *COMSOL* y se ha estudiado la evolución con el campo eléctrico de la estructura espacial de las magnitudes físicas (velocidad, temperatura, carga eléctrica, etc.) así como se ha analizado la evolución de magnitudes globales como la transferencia térmica, la velocidad máxima, etc. en función del campo eléctrico impuesto al sistema. Se demuestra que al contemplar en el fluido utilizado la dependencia con la temperatura no hay cambios apreciables, al menos en la configuración estudiada. Finalmente se observa que la transferencia térmica aumenta hasta un factor 10 con la aplicación del campo eléctrico en el rango de valores estudiado.

Abstract

In this project it has been developed a model of an electrohydrodynamic pump of a typical size of 0.2mm in which the magnitudes of the fluid are function of the temperature and the dielectric force is considered. The software selected in order to compute the simulations has been COMSOL Multiphysics, in which we have studied the evolution of different physical magnitudes such as the velocity field, temperature field, or charge concentration with the electric field, as well as other global magnitudes, for instance the maximum velocity or the heat transfer. It has been demonstrated that the dependence of the fluid's magnitudes with the temperature do not interfere with the performance of the pump in the current configuration. Finally, it is shown how the heat transfer is increased by a factor of 10 owing to the application of the electric field, in the range of values considered.

Índice

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<i>Índice de Figuras</i>	VIII
<i>Índice de Tablas</i>	XI
1 Introducción	1
1.1 Contexto	1
1.2 Aplicaciones	1
1.3 Elementos físicos básicos	2
1.4 Conducción en líquidos	2
2 Modelo teórico	5
2.1 Ecuaciones de la electrohidrodinámica y condiciones de contorno	5
2.2 Adimensionalización	9
2.3 Ecuaciones adimensionales	9
3 Modelo físico	11
3.1 Descripción de la geometría	11
3.2 Condiciones de contorno adimensionales en el modelo	12
3.3 Modelado de las magnitudes como función de la temperatura	12
4 Implementación del modelo	15
4.1 Software COMSOL Multiphysics	15
4.2 Interfaces	17
4.3 Variables y parámetros	17
5 Resultados y discusión	19
5.1 Estudio mallado	19
5.2 Dificultades durante el estudio	20
5.3 Resultados	20
5.3.1 Distribución espacial de las magnitudes	22
5.3.2 Evolución de magnitudes globales con el campo eléctrico	29
Análisis del rendimiento del sistema	38
6 Conclusiones	39

Referencias

41

Índice de Figuras

3.1	Esquema bomba real	11
3.2	Esquema bomba modelo	12
3.3	Implementación en el programa del ajuste lineal para la densidad	13
3.4	Ejemplo del programa de Excel para la densidad	13
3.5	Interpolación lineal de las magnitudes dimensionales en función de la temperatura adimensional	14
4.1	Interfaces y tipo de estudio	16
4.2	Vista general de la interfaz	16
4.3	Definición de parámetros	18
4.4	Definición de magnitudes	18
5.1	Distintas configuraciones del mallado según tamaño	20
5.2	Líneas horizontales en el dominio en las que se representan las magnitudes físicas	21
5.3	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	22
5.4	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	22
5.5	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	23
5.6	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	23
5.7	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	24
5.8	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	24
5.9	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	25
5.10	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	25
5.11	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	26
5.12	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$	26
5.13	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	27
5.14	Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$	27
5.15	Magnitudes adimensionales estudio 0	31
5.16	Magnitudes dimensionales estudio 0	32
5.17	Magnitudes adimensionales estudio 1	33
5.18	Magnitudes dimensionales estudio 1	34
5.19	Magnitudes adimensionales estudio 2	35

5.20	Magnitudes dimensionales estudio 2	36
5.21	Definición de la fuerza de Coulomb y la fuerza dieléctrica	37
5.22	Fuerza de Coulomb y fuerza dieléctrica en el dominio	37
5.23	Potencia calorífica extraída del sistema en relación a la potencia eléctrica introducida frente al campo eléctrico (V/m)	38

Índice de Tablas

3.1	Dimensiones bomba real	11
3.2	Interpolación lineal de las magnitudes dimensionales como función de la temperatura adimensional	13
5.1	Dependencia de mediciones según malla	19

1 Introducción

1.1 Contexto

Una bomba de conducción electrohidrodinámica (EHD) es un dispositivo de generación y control de flujos a través de campos eléctricos. Estos campos manipulan el fluido al producir fuerzas eléctricas sobre las cargas presentes en el mismo. En esta sección se plantearán los principios básicos según los que se rige su funcionamiento, así como se verán ejemplos de aplicaciones prácticas que arrojarán luz sobre el gran potencial de las mismas.

1.2 Aplicaciones

La operación óptima de un intercambiador de calor compuesto de varios ramales o bifurcaciones requiere de una distribución uniforme de los flujos, ya que de no ser así, se provocaría un mal funcionamiento que implicaría, entre otros fenómenos no deseables, focos de mayor temperatura y caídas no homogéneas de presión. En el control de esta distribución para líquidos y flujos bifásicos han demostrado[1] las bombas de conducción EHD, disponiendo de gran sencillez y practicabilidad, ser de gran aplicabilidad.

Estos sistemas también han sido considerados por su interés como mecanismos de bombeo para tubos termosifones bifásicos. Estos dispositivos y otros similares generalmente usan el fenómeno de la capilaridad para generar el movimiento del fluido. Sin embargo, limitaciones relevantes como insuficiente capacidad de bombeo o problemas de arranque han llevado a la consideración de las bombas de conducción EHD como un sustituto para enmendar estos problemas.

Otra aplicación donde pueden ser de utilidad este tipo de bombas es en la formación de chorros. Experimentos [2] [3] donde fueron usados un electrodo circular y uno plano para crear una tobera EHD, se consiguieron caudales de 1 m/s . Este logro fue inicialmente atribuido a otro fenómeno conocido como electrostricción -del que será planteada su expresión posteriormente- pues no había un gran conocimiento sobre el mecanismo del bombeo por conducción, sin embargo, gracias trabajos desarrollados ulteriormente [4] [5] se llegó efectivamente a la conclusión de que sí era debido la conducción EHD y se realizaron diversos modelos para estudiar la formación de chorros en mayor profundidad.

Mediante simulación numérica ha sido estudiado por Yazdani y Seyed-Yagoobi [6] el uso de bombas de conducción EHD para dispositivos mezcladores y tanques de almacenamiento, donde se conseguía producir circulaciones con capacidad de mezclar fluidos monofásicos dieléctricos

almacenados en un tanque esférico.

Estas, entre otras, demuestran las diversas aplicaciones donde las bombas resultan disponer de gran potencial e interés. A demás de las ventajas ya mencionadas, también son sistemas que, a pesar de haber sido menos estudiadas que las bombas mecánicas tradicionales, logran un desempeño superior, especialmente en procesos de transmisión de calor, gracias a su sencillez, ausencia de partes móviles que impliquen ruidos y vibraciones, funcionalidad con fluidos multifásicos y alta capacidad de miniaturización; pudiendo conseguirse incluso bombas de tamaño del orden de cientos de micrómetros, ya sea para aplicaciones terrestres como espaciales, pues también han demostrado su funcionamiento en ausencia de gravedad.[7]

1.3 Elementos físicos básicos

La rama de la física que permite estudiar el comportamiento de nuestros sistemas es la electrohidrodinámica. Consiste en una materia interdisciplinar donde se abarca el estudio de fluidos bajo el efecto de campos eléctricos. Por lo tanto, será una combinación de las ecuaciones de la mecánica de fluidos junto con las de la electricidad las que nos acercarán al entendimiento y desarrollo de las bombas de conducción EHD.

Por una parte, la herramienta que nos posibilita el análisis de los fluidos son las conocidas ecuaciones de Navier-Stokes. Compuestas por la ecuación de conservación de la masa y de conservación de la cantidad de movimiento, permiten conocer el campo de velocidades y de presiones. Esto nos capacitará posteriormente para calcular fuerzas en el sistema u otros fenómenos donde el conocimiento de estos campos sea requerido, como el de la transmisión de calor. La segunda disciplina se desarrolla a través de las ecuaciones de campo eléctrico y la ecuación de Poisson. El conocimiento del campo eléctrico en nuestro dominio juega un papel fundamental en la interacción entre las cargas, así como se verá involucrado en las ecuaciones de los fluidos previamente descritas. En tercer lugar, será la ecuación de la energía, bajo ciertas hipótesis, la que nos permita obtener una ecuación para la temperatura. Al estar nuestro trabajo especialmente enfocado en el comportamiento del sistema con la temperatura, es clave su incorporación. Por último, las ecuaciones del transporte describirán la interacción entre las especies iónicas y los fenómenos que las involucran.

Entender los mecanismos de generación de carga en líquidos es uno de los primeros pasos en nuestro estudio. Existen principalmente tres mecanismos: la inyección, la inducción y la conducción. El primero de ellos consiste directamente en la introducción de carga a través de los electrodos, cuya polaridad será la misma que la del electrodo y la densidad de carga inyectada dependerá del valor de campo eléctrico. Este fenómeno es posible en líquidos muy aislantes. El segundo de los mecanismos, para líquidos conductores, aprovecha la existencia de un gradiente o discontinuidad de la conductividad eléctrica. El último de los mecanismos y en el que está basado nuestro objeto de estudio es el de la conducción. Aquí, las cargas son producidas por la disociación de electrolitos en líquidos de baja conductividad, y será estudiado en más profundidad.

1.4 Conducción en líquidos

Sea considerando un líquido dieléctrico en condiciones de equilibrio y sin campo eléctrico aplicado (o suficientemente pequeño para no afectar al fenómeno de disociación, es decir, menor de 10^6 V/m

[7]). Entonces, las impurezas presentes en el mismo, jugando el papel de electrolitos, sufren un proceso reversible de disociación y recombinación que se describe según la siguiente expresión:



donde AB es una especie neutra simple, y A^+ y B^- las respectivas especies positiva y negativa en las que se disocia. El volumen globalmente tendrá una carga neta neutra, sin embargo, cerca de los electrodos, por la presencia de una superficie, este equilibrio se romperá y será generada la conocida como *Capa Eléctrica Doble* a la que nos referiremos reiteradamente como *EDL* (del inglés *Electric Double Layer*). Este fenómeno ocurre sin dependencia de que la superficie sea metálica o dieléctrica. En el modelo que contemplaremos de EDL, la estructura estará compuesta por dos capas: la *capa de Stern* y la *capa de Debye*. Esta primera es la interna y consiste en un conjunto de iones adheridos a la superficie. Por otra parte, la segunda es una capa difusa con carga eléctrica neta y se caracteriza por su espesor λ_D , cuyo valor depende del equilibrio entre difusión y recombinación. Para estimar su valor, estudiemos los tiempos característicos de estos procesos. En primer lugar, el tiempo de difusión es $\tau_D = \frac{\lambda_D^2}{D}$. Por otra parte, el tiempo de recombinación sigue la expresión $\tau_\sigma = \frac{\epsilon}{\sigma}$. Las magnitudes que aquí aparecen son el coeficiente de difusión D , la permitividad ϵ y la conductividad eléctrica σ . Asumiendo que la movilidad iónica de ambas especies es la misma y recordando la condición de equilibrio, que supone que estos dos tiempos serán iguales, fácilmente obtenemos la expresión para el espesor de la capa de Debye:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\epsilon D}{\sigma}}, \quad (1.2)$$

que en virtud de la relación de Einstein[8] $D = \frac{Kk_bT}{e_0}$, se puede desarrollar para poder observar explícitamente la dependencia con la temperatura :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon K k_b T}{\sigma e_0}}, \quad (1.3)$$

donde K es la movilidad iónica de las especies, k_b es la constante de Boltzmann y T la temperatura absoluta.

Hasta el momento el campo eléctrico no ha aparecido en el estudio. Analizar el efecto de introducirlo es lo que se desarrollará a continuación. Si se aplica una diferencia de potencial entre dos electrodos metálicos inmersos en el líquido, el equilibrio entre difusión y recombinación que ha sido mencionado será perturbado de tal modo que el campo eléctrico, en dirección perpendicular a los electrodos, ejercerá una fuerza repulsiva sobre las especies iónicas de carga opuesta a los mismos. El efecto opuesto ocurrirá con los iones de signo contrario, de los cuales, algunos de ellos no encontrarán un contraión. Si el campo eléctrico aplicado es suficiente, se generará una zona de carga eléctrica neta llamada *capa de heterocarga*, que siguiendo el razonamiento planeado, tendrá carga neta opuesta al electrodo. El espesor de la capa de heterocarga, λ_H , se puede estimar mediante un análisis de órdenes de magnitud de la velocidad y tiempo característicos del problema. Aproximando la velocidad típica como el producto de la movilidad iónica por el módulo del campo eléctrico en dirección perpendicular al electrodo, esto es, KE_0 , y sabiendo que el tiempo característico es el presentado previamente como τ_σ , obtenemos:

$$\lambda_H \simeq KE_0 \tau_\sigma = \frac{\epsilon KE_0}{\sigma}. \quad (1.4)$$

Para entender mejor la naturaleza de la capa de heterocarga, es interesante resaltar la diferencia

que tiene de la doble capa eléctrica. Mientras que esta segunda es un compromiso entre difusión y recombinación, la capa de heterocarga surge del balance de los procesos de recombinación y el arrastre que provoca el campo eléctrico actuando sobre las especies iónicas. Cabe también resaltar que la capa de heterocarga solo aparece en presencia de electrodos metálicos sobre los que se aplica una diferencia de potencial, a diferencia de la EDL que, como ya ha sido mencionado, sí aparece ya sea la superficie metálica o no.

Una vez entendidos los fundamentos, se puede dar el paso a cómo funcionan las bombas electrohidrodinámicas. El concepto es manipular, mediante fuerzas de Coulomb, las capas de heterocarga generadas en torno a los electrodos introducidos tras aplicar sobre estos un campo eléctrico. Al depender esta fuerza sobre el fluido del tamaño de las capas, una manera de controlarlo es mediante la geometría de los electrodos. Desarrollos experimentales como el realizado por Yazdani y Seyed-Yagoobi[9] muestran que, manteniendo la hipótesis de misma movilidad iónica, el flujo siempre estará dirigido hacia el electrodo con mayor superficie mojada, independientemente de la carga.

2 Modelo teórico

El objetivo de esta sección es presentar las ecuaciones que modelarán las bombas EHD. Una primera subsección planteará las ecuaciones dimensionales de la EHD, posteriormente el criterio que se ha seguido para la adimensionalización de las mismas y finalmente el conjunto de ecuaciones adimensionales. Para ello se ha usado como guía el artículo[7].

2.1 Ecuaciones de la electrohidrodinámica y condiciones de contorno

Las ecuaciones de la electrohidrodinámica son la combinación de las ecuaciones de la hidrodinámica junto con las ecuaciones de la electricidad. Al trabajar con fenómenos de transporte de partículas, usaremos también las ecuaciones de transporte para el estudio del comportamiento de las especies iónicas.

Por un lado encontramos las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento[10]:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \frac{1}{2} \nabla \cdot [\mu(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T)] + \vec{F}_g + \vec{F}_e, \quad (2.2)$$

donde ρ es la densidad del fluido, \vec{u} es el campo de velocidad, p es la presión y μ viscosidad dinámica. El penúltimo término \vec{F}_g representa la fuerza gravitatoria y se puede expresar como:

$$\vec{F}_g = \bar{\rho}(1 - a(\theta - \bar{\theta}))\vec{g}, \quad (2.3)$$

siendo $\bar{\rho}$ un valor de referencia de la densidad, a el coeficiente de expansión térmica, θ la temperatura absoluta y $\bar{\theta}$ una temperatura de referencia.

Por otra parte, \vec{F}_e representa la fuerza eléctrica y tiene tres componentes: la fuerza de Coulomb, la dieléctrica y la fuerza de electrostricción:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} - \frac{1}{2}E^2\nabla\epsilon + \nabla \left(\frac{1}{2}\rho \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T E^2 \right), \quad (2.4)$$

siendo q la carga eléctrica, ϵ la permitividad del fluido y \vec{E} el vector campo eléctrico. En nuestro análisis, al ser el término de electrostricción gradiente de una función escalar se absorbe en el gradiente de presión. Teniendo esto en cuenta, finalmente tenemos:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = e_0(n_+ - n_-)\vec{E} - \frac{1}{2}E^2\nabla\epsilon, \quad (2.5)$$

donde e_0 es la carga eléctrica elemental y n_+ y n_- las densidades de especies iónicas positivas y negativas respectivamente.

A continuación se demostrará que el término gravitatorio puede ser despreciado frente al eléctrico. Para ello se hará un análisis de órdenes de magnitud de ambos términos.

Sean \vec{F}_e y \vec{F}_g los términos previamente presentados y usando la relación[7] $\sigma = 2e_0n_{eq}K$, donde σ es la conductividad eléctrica, n_{eq} la densidad de especies en equilibrio -magnitud en la que se entrará en detalle más adelante- y K la movilidad iónica, entonces

$$\frac{F_g}{F_e} \sim \frac{\bar{\rho}ag}{e_0n_{eq}\bar{E}} = \frac{2\bar{\rho}agK}{\sigma\bar{E}}, \quad (2.6)$$

donde \bar{E} es un valor de referencia del módulo del campo eléctrico. Estableciendo los órdenes de magnitud de las magnitudes involucradas: $\bar{\rho} \sim 10^3 \frac{kg}{m^3}$; $g \sim 10 \frac{m}{s^2}$; $\sigma \sim 10^{-8} \frac{S}{m}$; $\bar{E} \sim 10^6 \frac{V}{m}$; $K \sim 10^{-8} \frac{m^2}{m \cdot s}$, obtenemos:

$$\frac{F_g}{F_e} \sim 2 \cdot 10^{-2} \alpha, \quad (2.7)$$

y considerando[11] que $a = \frac{\Delta V}{V \Delta \theta} \sim 1.5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{C^\circ}$, podemos asumir $F_g \ll F_e$ y por lo tanto podemos despreciar el término gravitatorio.

En segundo lugar tenemos la ecuación de la temperatura, originalmente obtenida a partir de la ecuación de la energía[10], para flujo incompresible y asumiendo fluido perfecto¹

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\rho c_p} \phi + \nabla \cdot \left(\frac{\kappa_T}{\rho c_p} \nabla \theta \right) + \vec{E} \cdot \vec{J}', \quad (2.8)$$

En esta ecuación escalar c_p es la capacidad calorífica y κ_T es la conductividad térmica. El primer término del miembro de la derecha representa el término viscoso, el segundo es el difusivo y en último lugar el término asociado al efecto Joule, siendo \vec{J}' el vector densidad de corriente óhmica respecto al líquido. En cuanto a la variable ϕ , se expresa como:

$$\phi = 2\mu \sum_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 + \mu \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right)^2 \right]. \quad (2.9)$$

Se demuestra a continuación que el único término no despreciable será el difusivo. Considerando los tiempos característicos de cada proceso:

$$\tau_u = \frac{d}{\bar{K}\bar{E}}, \quad \tau_d = \frac{d^2}{\kappa_D}, \quad \tau_J = \frac{\rho c_p \Delta \theta}{\bar{\sigma} \bar{E}^2}, \quad \tau_v = \frac{\rho c_p d^2 \Delta \theta}{\bar{\mu} \bar{K}^2 \bar{E}^2}, \quad (2.10)$$

donde $\kappa_D = \kappa_T / \rho c_p$ es la difusividad térmica, τ_u es el tiempo que tarda una partícula fluida en atravesar la bomba EHD, τ_d es el tiempo que caracteriza la difusión, τ_J y τ_v son los términos que representan el tiempo característico que tardan los efectos de Joule y el viscoso en aumentar la temperatura del fluido un $\Delta \theta$. Estos tiempos para nuestro problema en concreto resultan: $\tau_u = 4.2 \cdot 10^{-3} s$; $\tau_d = 6.972 \cdot 10^{-1} s$; $\tau_J = 2.5832 \cdot 10^3 s$; $\tau_v = 2.8114 s \cdot 10^6$; con lo que se demuestra que tanto el término de Joule como el viscoso el frente a la difusión son despreciables, por

¹ La condición de fluido perfecto implica capacidad calorífica constante con la temperatura.

lo que la ecuación de la temperatura resulta:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \theta = \nabla \cdot \left(\frac{\kappa_T}{\rho c_p} \nabla \theta \right). \quad (2.11)$$

Las condiciones de contorno para las ecuaciones de los fluidos son de no deslizamiento en las fronteras sólidas. En cuanto a condiciones de contorno para la temperatura, serán condiciones de Dirichlet, donde se fija el valor de una variable, o de tipo Neumann, es decir, fijando el valor de la derivada normal en la frontera.

Por otra parte, las ecuaciones de la electricidad, constituidas por la ecuación de Poisson y la definición de campo eléctrico:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \Phi) = -e_0(n_+ - n_-), \quad (2.12)$$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi, \quad (2.13)$$

donde Φ representa el potencial eléctrico. La condición de contorno es potencial fijado en los electrodos y condición de Neumann en las superficies no metálicas, es decir, de no acumulación de carga.

En cuarto lugar deduciremos las ecuaciones del transporte. Para ello es necesario discutir el fenómeno de disociación-recombinación de electrolitos, que es la única fuente de iones en nuestro sistema dado que los campos eléctricos que se utilizan en las bombas EHD no son suficientemente grandes como para producir inyección de carga desde los electrodos. Considérese un modelo simple constituido por un proceso reversible de disociación y recombinación de una especie neutra en iones monovalentes. Entonces, en equilibrio se tiene:

$$k_D c_0 = k_R n_+^{eq} n_-^{eq} = k_R n_{eq}^2, \quad (2.14)$$

donde c_0 es la concentración de especies neutras, n_+^{eq} y n_-^{eq} la concentración de especies positiva y negativa respectivamente en equilibrio y por último, k_D y k_R son los ratios de disociación y recombinación. La condición de neutralidad eléctrica implica que $n_+^{eq} = n_-^{eq} = n_{eq}$. En nuestro sistema en cuestión se utilizan electrolitos débiles, lo que quiere decir que se disociarán en pequeños porcentajes y permite asumir que la concentración de especies neutras c_0 es constante. Asimismo se asume movilidades iónicas y constantes de difusión iguales para ambas especies. Por otra parte, k_D presenta dependencia con el campo eléctrico:

$$k_D(|\vec{E}|) = k_D^0 F(w(|\vec{E}|)), \quad (2.15)$$

donde F es la función de Onsager y $w(|\vec{E}|)$ el ratio de mejora de disociación. En presencia de un campo eléctrico externo \vec{E} el ratio de disociación aumenta. Este fenómeno recibe el nombre de efecto Onsager-Wien[12]

$$F(w(|E|)) = \frac{I_1(4w(|E|))}{4w(|E|)}, \quad w(|E|) = \frac{L_B}{L_O} = \left(\frac{e_0^3 |E|}{16\pi\epsilon k_B^2 \theta^2} \right)^{1/2}, \quad (2.16)$$

$I_1(x)$ es la función modificada de Bessel de primera especie y orden 1, k_B la constante de Boltzmann, L_B es la distancia entre dos iones donde la energía electrostática y la energía térmica son del mismo orden y L_O es la distancia de una carga puntual a la que la intensidad de campo eléctrico externo \vec{E} es del mismo orden que el campo eléctrico creado por dicha carga. Si $L_B \geq L_O$ el proceso de disociación se ve incrementado dado que el campo eléctrico externo es suficientemente grande

como para afectar la atracción de un par iónico. Teniendo en cuenta el efecto mencionado del campo eléctrico, la concentración de especies iónicas en equilibrio quedaría:

$$n_{eq} = n_{eq}^0 \sqrt{F(w(|E|))}, \quad (2.17)$$

siendo n_{eq}^0 la concentración de especies iónicas en equilibrio sin campo eléctrico aplicado. Una relación de gran interés físico es la de la conductividad eléctrica σ y n_{eq} , que ya ha sido adelantada, y que para nuestro caso de estudio es

$$\sigma = 2e_0 K n_{eq}, \quad (2.18)$$

y teniendo en cuenta el desarrollo previo

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{F(w(|E|))}, \quad (2.19)$$

con σ_0 la conductividad eléctrica sin disociación mejorada por el campo externo.

Una vez planteado el fenómeno de disociación y recombinación y el efecto Onsager-Wien se pueden derivar a las ecuaciones de transporte. Las ecuaciones generales serían

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}_{\pm} = k_D(|E|)c_0 - k_R n_+ n_-, \quad (2.20)$$

obteniendo finalmente

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{\pm}(\vec{u} \pm K\vec{E}) - D\nabla n_{\pm}) = \frac{2e_0 K (n_{eq}^0)^2}{\epsilon} \left(F(w(|\vec{E}|)) - \frac{n_+ n_-}{(n_{eq}^0)^2} \right), \quad (2.21)$$

donde en el miembro de la izquierda el primer término es la variación temporal de la concentración. El segundo se compone de otros tres: el advectivo, de arrastre eléctrico y por último la difusión. D es el coeficiente de difusión y el miembro de la derecha representa la recombinación en presencia del efecto Onsager[12].

Las condiciones de contorno son para las ecuaciones del transporte son en el electrodo positivo:

$$n_+ = 0, \quad \frac{\partial n_-}{\partial n} = 0, \quad (2.22)$$

que significan que no hay carga positiva en el electrodo positivo -como es lógico ya que por interacción eléctrica son repelidas- y que no hay acumulación de cargas negativas. Para el electrodo negativo tenemos:

$$n_- = 0, \quad \frac{\partial n_+}{\partial n} = 0, \quad (2.23)$$

que tienen significado análogo a las del electrodo positivo.

Una vez presentadas las ecuaciones, variables y propiedades físicas, destacamos la dependencia de estas con la temperatura a través de la notación. Para ello se definirán las variables como un valor de referencia a una temperatura concreta multiplicado por una magnitud adimensional que incluirá esta dependencia con la temperatura. De este modo las magnitudes previamente definidas quedarían

como

$$\rho = \bar{\rho}\rho^*(\theta) \quad (2.24)$$

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon}\varepsilon^*(\theta) \quad (2.25)$$

$$\kappa = \bar{\kappa}\kappa^*(\theta) \quad (2.26)$$

$$K = \bar{K}K^*(\theta) \quad (2.27)$$

$$\mu = \bar{\mu}\mu^*(\theta) \quad (2.28)$$

$$\alpha = \bar{\alpha}\alpha^*(\theta) \quad (2.29)$$

Hecha tal aclaración, por motivos de claridad y simplicidad se opta por mantener en las ecuaciones las magnitudes como aparecen en el miembro izquierdo.

2.2 Adimensionalización

En esta subsección se presenta el criterio con el que se adimensionalizan las ecuaciones. Las variables dimensionales se representarán con un asterisco.

Tomamos como referencia para las variables espaciales la distancia característica de nuestro sistema, que es la distancia entre los electrodos d . Como orden de magnitud del campo eléctrico, \bar{E} , que es la intensidad de campo impuesto, del que derivará la expresión para el potencial. Para la densidad de especies iónicas, la densidad en equilibrio. Para la temperatura, la diferencia de temperatura entre los focos caliente y frío. Por otra parte, se elige como escala para la velocidad el producto de la movilidad iónica de las especies por el campo eléctrico impuesto, de lo que, junto con la escala para las longitudes, se deduce también la expresión para el tiempo característico del sistema. Por último, la presión se adimensionaliza sencillamente teniendo en cuenta de la ecuación de Bernouilli la relación entre la presión y la velocidad a través de la densidad.

Expresado matemáticamente obtenemos:

$$x = dx^*, \quad y = dy^*, \quad n_{\pm} = n_{eq}^0 n^*, \quad \theta = (\theta_2 - \theta_1)\theta^* + \theta_1, \quad \vec{E} = \bar{E}\vec{E}^*, \quad (2.30)$$

$$\vec{u} = \bar{K}\bar{E}\vec{u}^*, \quad \Phi = \bar{E}d\Phi^*, \quad p = \bar{\rho}\bar{K}^2\bar{E}^2 p^*, \quad t = \frac{d}{\bar{K}\bar{E}} t^*. \quad (2.31)$$

2.3 Ecuaciones adimensionales

Una vez presentadas las variables adimensionales, al manipular las ecuaciones obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones adimensionalizadas: las ecuaciones de los fluidos (2.1) y (2.2), la ecuación de la temperatura (2.11), las ecuaciones de transporte (2.21) y por último, las de la electricidad (2.12) (2.13)

$$\nabla \cdot \vec{u}^* = 0, \quad (2.32)$$

$$\rho^* \frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \rho^* \vec{u}^* \cdot \nabla \vec{u}^* = -\nabla p + \frac{1}{Re^E} \nabla \cdot [\mu^* (\nabla \vec{u}^* + (\nabla \vec{u}^*)^T)] + M^2 C_0 (n_+^* - n_-^*) \vec{E}^* - \frac{1}{2} M^2 E^{*2} \nabla \varepsilon^*, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \nabla \theta^* = \frac{1}{PrR_e^E} \nabla \cdot (\kappa^* \nabla \theta^*), \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial n_{\pm}^*}{\partial t^*} + \nabla \cdot (n_{\pm}^* (\vec{u}^* + K^* \vec{E}^*)) - \nabla (\alpha \nabla n_{\pm}^*) = \frac{2C_0}{\epsilon^*} (F(w(|\vec{E}^*|)) - n_{+}^* n_{-}^*), \quad (2.35)$$

$$\nabla (\epsilon^* \nabla \Phi^*) = -C_0 (n_{+}^* - n_{-}^*), \quad (2.36)$$

$$\vec{E}^* = -\nabla \Phi^*. \quad (2.37)$$

En el proceso de adimensionalización han aparecido ciertos términos que han sido agrupados en parámetros y son presentados a continuación

$$C_0 = \frac{e_0 n_{eq} d}{\bar{\epsilon} \bar{E}}, \quad Re^E = \frac{\bar{\rho} \bar{K} \bar{E} d}{\bar{\mu}}, \quad M = \frac{\sqrt{\bar{\epsilon} / \bar{\rho}}}{\bar{K}}, \quad \alpha = \frac{k_B \bar{\theta}}{e_0 \bar{E} d}, \quad Pr = \frac{c_p \bar{\mu}}{\bar{K}}. \quad (2.38)$$

El parámetro C_0 se llama número de conducción y tiene un significado físico interesante. Se puede entender como el ratio entre el tiempo de vuelo y el tiempo óhmico, $C_0 = \frac{\tau_K}{2\tau_\sigma^0}$. El primero, τ_K es el tiempo típico que tarda un ion en moverse desde un electrodo a otro, y el segundo, τ_σ^0 es el tiempo típico de recombinación de las especies iónicas en ausencia del efecto Onsager-Wien. Entonces, para $C_0 \gg 1$ se da $\tau_K \gg 2\tau_\sigma^0$, lo que significa que un ion tarda más en desplazarse entre electrodos que en recombinarse, esta situación da lugar a un régimen de funcionamiento conocido como régimen óhmico, caracterizado por la presencia de dos capas de heterocarga cercanas a los electrodos y un volumen eléctricamente neutro. Por el contrario, si $C_0 \ll 1$ las especies abandonan el líquido antes de tener tiempo de recombinarse, por lo tanto las capas de heterocarga se solapan y no existe volumen eléctricamente nulo. El segundo parámetro definido, Re^E , es el número de Reynolds eléctrico y tiene la interpretación de un voltaje adimensional. Es importante resaltar que no es el número de Reynolds tradicional de la mecánica de fluidos, lo cual puede observarse dado que se adimensionaliza con la velocidad iónica y no con la del fluido. El parámetro M es la movilidad hidrodinámica[13] y caracteriza el líquido. Se puede entender como un cociente entre la movilidad hidrodinámica y la movilidad iónica. En cuarto lugar, α representa la importancia de la difusión en el modelo y se puede entender como la relación entre el voltaje térmico ($\frac{k_B T}{e_0 d}$) y el voltaje aplicado ($\bar{\Phi}$). Por último, el número de Prandtl, Pr , que manifiesta la relación entre la difusión debida al efecto de la viscosidad y a la temperatura.

No de manera natural a través de este desarrollo pero sí de manera interesante se pueden definir otro número adimensional llamado número de Onsager y se obtiene de la función de ratio de mejora de disociación

$$w(\bar{E}) = O^{1/2} \bar{E}^{1/2}, \quad (2.39)$$

y su expresión es

$$O = \frac{e_0^3 \bar{E}}{16\pi \epsilon k_B^2 \theta^2}. \quad (2.40)$$

Si $O \geq 1$, el efecto de mejora de disociación creado por el campo eléctrico externo es relevante.

3 Modelo físico

En esta sección se describirá el modelo físico que representa la bomba real y se ha utilizado para la posterior implementación en el *software* de simulación.

3.1 Descripción de la geometría

El modelo ha sido creado de tal modo que represente en mayor medida posible la bomba real usada en estudios experimentales[14] (ver figura (3.1)) donde los las longitudes indicadas vienen expresadas en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Dimensiones bomba real.

L1 [mm]	L2 [mm]	L3 [mm]	L4 [mm]
1.3	1.3	3.4	7.7

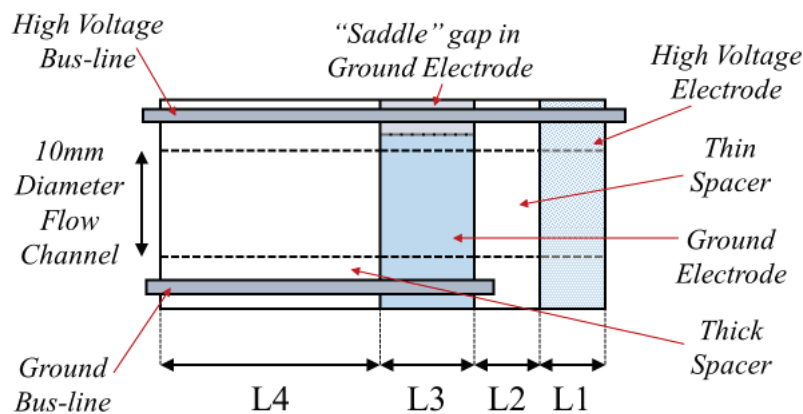


Figura 3.1 Esquema bomba real.

En figura 3.2 se puede observar el esquema que sigue el modelo realizado. La línea roja representa el electrodo de alto voltaje (*High Voltage Electrode*), es la frontera derecha del sistema y su dimensión es de $h_{cond} = 5mm$; la línea azul la toma de tierra (*Ground*) y como se han modelado como segmentos rectos sin espesor, la longitud $L1$ es nula en nuestro modelo. La longitud $L2$ es la distancia entre electrodos y se corresponde con la longitud de referencia d utilizada en el modelo teórico, que ha tenido que ser escalada a un valor $d = 0.2mm$, en lugar de los 1.3mm que indica en la tabla, por

motivos de convergencia en la simulación, ya que el régimen es más laminar de este modo. L_3 es la longitud del electrodo de tierra y L_4 la distancia entre la frontera izquierda del dominio y éste último. Como se observa, las dimensiones se han adimensionalizado con respecto a la longitud L_2 .

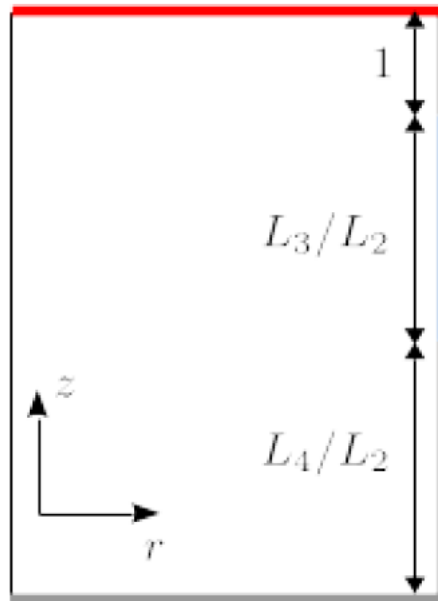


Figura 3.2 Esquema bomba modelo.

3.2 Condiciones de contorno adimensionales en el modelo

Las condiciones de contorno aplicadas para el electrodo de alto voltaje son: $\vec{u} = 0$, $\Phi = 1$, $n_+ = 0$, $\frac{\partial n_-}{\partial n} = 0$ y $\theta = 0$.¹ Para el electrodo de tierra: $\vec{u} = 0$, $\Phi = 0$, $\frac{\partial n_+}{\partial n} = 0$ y frontera adiabática. En la sección de la izquierda: $\vec{u} = 0$, $n_{\pm} = 0$, $\frac{\partial n_{\pm}}{\partial n} = 0$ y $\theta = 1$. Y por último, en el resto de paredes: $\vec{u} = 0$, $n_{\pm} = 0$, $\frac{\partial n_{\pm}}{\partial n} = 0$ y frontera adiabática.

3.3 Modelado de las magnitudes como función de la temperatura

Constituye una de las partes fundamentales del problema dado que es precisamente la dependencia del sistema con la temperatura uno de los objetivos de este trabajo. El procedimiento realizado ha sido un ajuste lineal empleando un programa en *Excel* donde la entrada son dos conjuntos de valores: la temperatura adimensionalizada según θ^* y los valores de la magnitud[14] dimensional para la temperatura correspondiente (ver ejemplo 3.4). Posteriormente, tras comprobar que los valores del coeficiente de correlación son aceptables, se han introducido en las funciones creadas bajo el nombre de las magnitudes empleando el valor de ordenada en el origen y pendiente que se obtiene del programa *Excel*. En la figura 4.3 se adelanta una captura del programa donde se ha introducido este ajuste lineal de la densidad con la temperatura. En la tabla 3.2 se pueden ver los resultados del programa para todas las magnitudes cuya dependencia con la temperatura se ha considerado. Nótese que para la conductividad térmica el valor de la incertidumbre tanto en la ordenada como en la pendiente es nulo. Esto se debe a que solo han sido tomados dos valores para generar el ajuste y por lo tanto conforman una recta. Por el mismo motivo no se especifica el coeficiente de correlación, ya que no tendría sentido.

¹ Condición de frontera de Dirichlet es aquella donde se especifica el valor de la solución en la frontera.

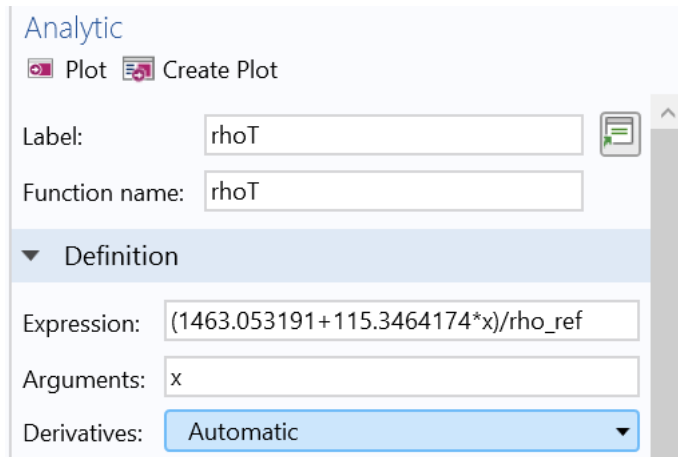


Figura 3.3 Implementación en el programa del ajuste lineal para la densidad.

Datos		Parámetros de la recta	Estadística de x
x	y	Ordenada en el origen	Número de términos
1,00816327	1578,3	$A = 1463,053191$	$S_x = 6$
0,80408163	1556	Incertidumbre de la ordenada	Media de x
0,62040816	1535,4	$E_A = 1,362423557$	$\langle x \rangle = 0,50136054$
0,39591837	1509,6	Pendiente	Varianza de x
0,19183673	1485,4	$B = 115,3464174$	$V(x) = 0,12222916$
-0,0122449	1460,6	Incertidumbre de la pendiente	Incertidumbre de $\langle x \rangle$
		$E_B = 2,229018211$	$E_{\langle x \rangle} = 0,31270326$
		Coefficiente de correlación	
		$r = 0,999813333$	

Figura 3.4 Ejemplo del programa de Excel para la densidad.

Tabla 3.2 Interpolación lineal de las magnitudes dimensionales como función de la temperatura adimensional.

Magnitud	Ordenada en el origen	Pendiente	Coefficiente de correlación
ρ [kg/m^3]	1463.1 ± 1.4	115.3 ± 2.2	0.9998
ϵ [pF/m]	42.5 ± 0.3	10.5 ± 0.6	0.998
K [$m^2/(V \cdot s)$]	$(472.89 \pm 0.09) \cdot 10^{-10}$	$(-22.1 \pm 1.6) \cdot 10^{-9}$	-0.997
κ_T [$W/(m \cdot K)$]	$5.6 \cdot 10^{-8}$	$1.1 \cdot 10^{-8}$	-
μ [$Pa \cdot s$]	$(4.1 \pm 0.5) \cdot 10^{-4}$	$(3.7 \pm 0.9) \cdot 10^{-5}$	0.97

A continuación se muestran las interpolaciones de las magnitudes:

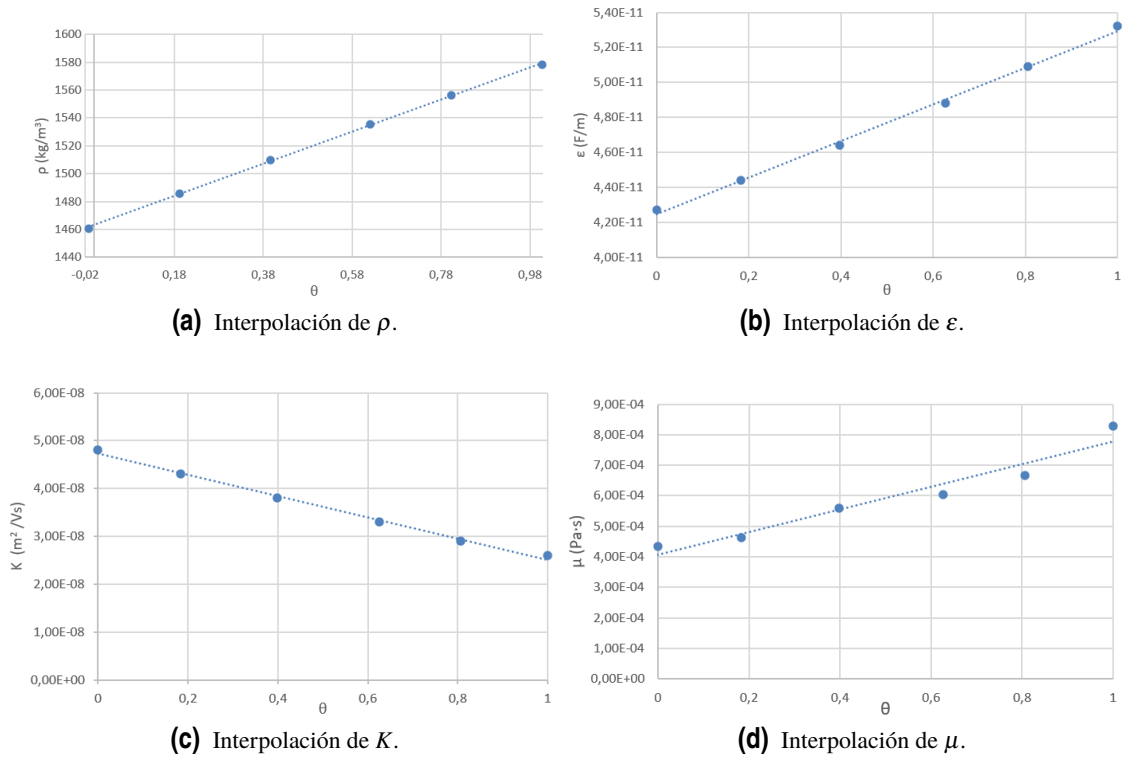


Figura 3.5 Interpolación lineal de las magnitudes dimensionales en función de la temperatura adimensional.

4 Implementación del modelo

En esta sección se describirá cómo, dado el modelo físico presentado en la sección previa, se ha implementado en un *software* de análisis y resolución por elementos finitos.

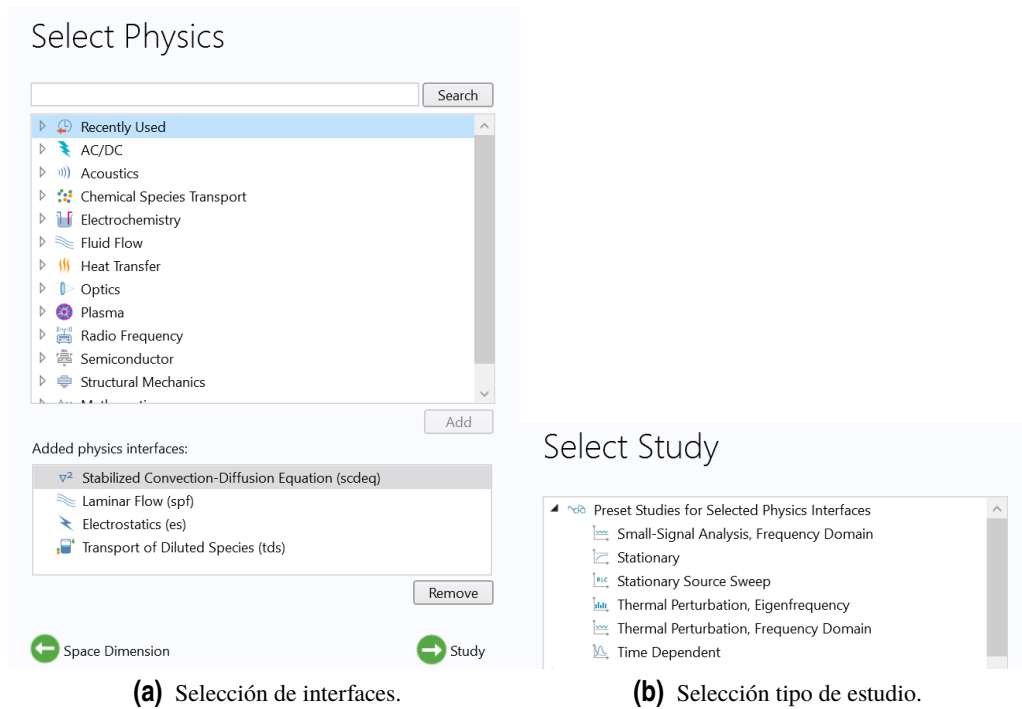
4.1 Software COMSOL Multiphysics

El programa de simulación elegido ha sido *COMSOL Multiphysics*, que destaca por diversas características. Por una parte, la rapidez de aprendizaje que permite familiarizarse rápidamente con su entorno tan intuitivo y amigable. Esto sumado a la versatilidad que posee para poder estudiar fenómenos multifísicos lo convierte en un candidato ideal para el problema de estudio.

Entre las numerosas físicas que proporciona (ver 4.1a) las interfaces implementadas en nuestro modelo, y en las que se profundizará posteriormente, siguiendo la lógica planteada en el apartado anterior son:

- *Laminar Flow* (Flujo laminar).
- *Electrostatics* (Electrostática).
- *Stabilized Convection-Diffusion* (Convección y difusión).
- *Transport of Diluted Species* (Transporte de especies diluidas).

A continuación se selecciona el tipo de estudio que se quiere realizar (figura 4.1b). Para el caso presente, será necesario un estudio transitorio y otro estacionario, que corresponden con *Time Dependant* y *Stationary*.



(a) Selección de interfaces.

(b) Selección tipo de estudio.

Figura 4.1 Interfaces y tipo de estudio.

Una vez seleccionadas las físicas, el tipo de estudio y de geometría -2D dado que no es necesaria la tercera dimensión espacial para este análisis en cuestión- se puede empezar a crear el modelo (figura 4.2).

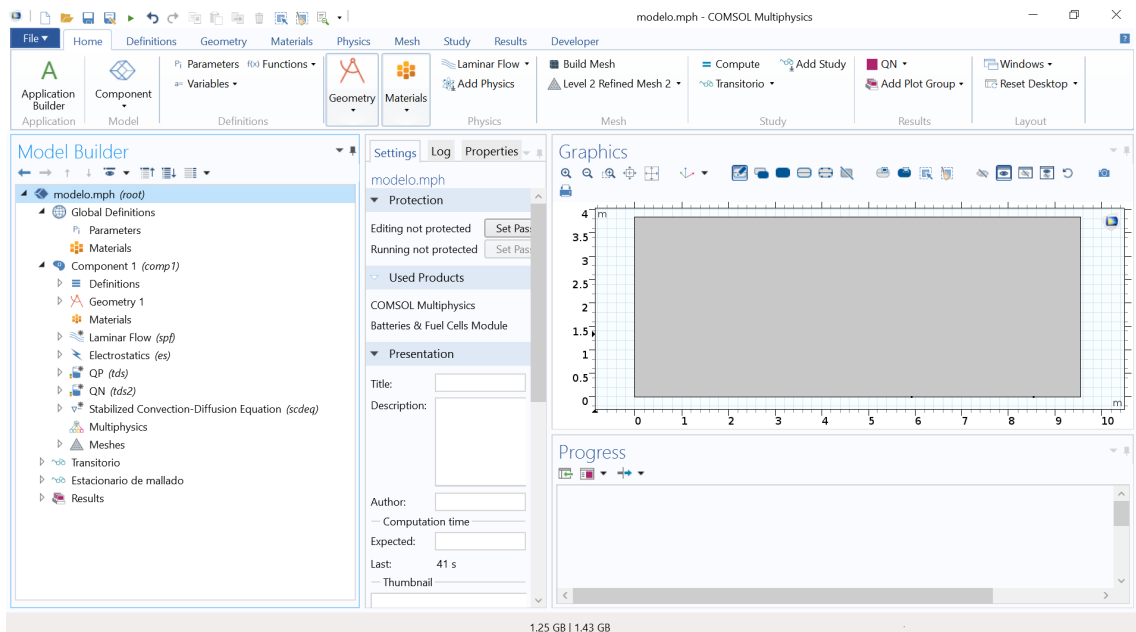


Figura 4.2 Vista general de la interfaz.

4.2 Interfaces

En esta subsección se describirán en mayor extensión las interfaces utilizadas y los elementos utilizados de las mismas para establecer condiciones iniciales y de contorno entre otras caracterizaciones del modelo.

Laminar flow

Es el módulo donde se introducen las ecuaciones de los fluidos. Los elementos añadidos a esta interfaz son los siguientes : un módulo de *Initial Values* para establecer las condiciones iniciales, un elemento *Wall* para imponer la condición de contorno de no deslizamiento, un módulo *Volume Force* para el término derivado de la fuerza de Coulomb y otro para el de electrostricción.

Electrostatics

Para añadir las ecuaciones eléctricas del problema. Ha sido necesario añadir un módulo de *Zero Charge* para modelar las paredes del dominio de tal modo que solo pueda haber carga en los electrodos e *Initial Values* para las condiciones de contorno. Para modelar los electrodos se han utilizado los elementos *Electric Potential* y *Ground*. Finalmente con el elemento *Space Charge Density* se modela el término de generación de carga de la ecuación de Poisson.

Stabilized Convection-Diffusion

Esta física es la correspondiente con los fenómenos de transmisión de calor. Con *Initial Values* se establecen las condiciones iniciales, con *No flux* se impide el flujo de calor en las paredes laterales, permitiéndolo solo a la izquierda y derecha del dominio. Con *Dirichlet Boundary Condition* se imponen las condiciones de contorno a la izquierda y la derecha.

Transport of Diluted Species (QP y QN)

En este caso es necesario añadir doblemente esta física, ya que se trabajan con dos especies: negativas y positivas. En ambos casos se han seleccionado como mecanismos de transporte la convección y la migración en campo eléctrico, se han establecido condiciones iniciales de concentración de especies iguales y se han impuesto mediante un elemento de *No Flux* que solo pueda haber flujos de carga, de las superficies del dominio, en los electrodos. Con *Concentration* se establece para la cada electrodo la condición de contorno de no carga de su mismo signo. Introduciendo el bloque de *Reactions* se modela el término de generación de especies, es decir el que corresponde con la parte derecha de la ecuación 2.35.

4.3 Variables y parámetros

Una parte del modelado consiste en establecer el valor de las distintas constantes y magnitudes del problema. Para ello, en el apartado de *Parameters* (ver figura 4.3) se recogen todas las constantes necesarias, su expresión, valor y descripción, ya sean geométricas, valores de referencia de magnitudes, o parámetros adimensionales. Por otra parte, para expresar en el modelo las magnitudes como función de la temperatura, se han creado funciones que las introduzcan en el apartado de *Component*, a través de *Definitions* \rightarrow *Functions* \rightarrow *Analytic*. En la figura 4.4 se pueden observar las funciones, que coinciden con las definidas en las expresiones 2.24 hasta 2.29 y son las modeladas según el apartado 3.3.

En particular, los valores de referencia de las magnitudes se han tomado a una temperatura de 25°C y han sido obtenidos de tablas[15] de propiedades físicas del refrigerante en cuestión, el R123.

Parameters

Parameters

Name	Expression	Value	Description
rho_ref	1463[kg/m^3]	1463 kg/m ³	kg/m ³
kappa_ref	0.0810[W/m/K]	0.081 W/(m·K)	W/m·K
cp_ref	0.965 [kJ/kg/K]	965 J/(kg·K)	KJ/Kg·K
epsilon_ref	42.778[pF/m]	4.2778E-11 F/...	
mu_ref	4.315E-4[Pa*s]	4.315E-4 Pa·s	
T_ref	273.15[K]	273.15 K	
sigma_ref	2.678E-8[S/m]	2.678E-8 S/m	
K_ref	4.776E-8[m^2/...	4.776E-8 m ² /...	
ceq	1	1	
Pr	cp_ref*mu_ref/k...	5.1407	
alfa	k_B_const*T_ref...	2.3538E-5	
beta	sqrt(e0^3*sigm...	0.93882	
C0	sigma_ref*d/2/...	6.5538	
M	sqrt(epsilon_ref...	3.5803	
ReE	rho_ref*K_ref*E...	161.93	

Figura 4.3 Definición de parámetros.

Component 1 (comp1)

Definitions

- a= Variables 1
- rhoT (rhoT)
- muT (muT)
- epsT (epsT)
- KT (KT)
- kT (kT)
- alfaT (alfaT)

Figura 4.4 Definición de magnitudes.

5 Resultados y discusión

5.1 Estudio mallado

Una vez que en nuestro modelo está establecida la geometría, las físicas que intervienen y su particularización a este caso, el siguiente paso es hacer un estudio de mallado previo a realizar las simulaciones con la que se obtendrán los resultados finales. Para ello se ha establecido una estrategia que permita establecer un criterio objetivo de selección de malla y se expone a continuación. El procedimiento consiste en crear tres casos iguales con una excepción: el tamaño de la malla seleccionado con el que se realizará la simulación. Con este objetivo se ha creado un archivo para cada uno de los tres tamaños seleccionados, denominados en el programa *Coarse*, *Normal* y *Fine*, cuya apariencia se puede ver en la figura (5.1). Una vez creados han sido ejecutados con el propósito de medir un conjunto de variables globales para su posterior comparación, y en caso de que la diferencia entre los valores obtenidos fuera suficientemente pequeña como para asumir que la solución no depende de la malla elegida, sería posible elegir una definitiva. Las magnitudes elegidas para este procedimiento han sido la fuerza eléctrica en todo el dominio, la velocidad máxima y la diferencia de presiones entre la frontera derecha e izquierda del dominio. El tiempo de estudio se ha seleccionado de manera aproximada pero razonable y se ha comprobado que los valores medidos llegaban a un régimen estacionario. Este valor es de 10000 unidades de tiempo adimensional. Dicho valor ha sido estimado a través de un análisis de órdenes de magnitud de la ecuación (2.34), obteniendo un tiempo de relajación del problema térmico (que es el más lento en llegar a estacionario) del orden de¹ $5PrRe^E$. Los resultados se pueden apreciar en la tabla 5.1.

Tabla 5.1 Dependencia de mediciones según malla.

Nombre malla	Tamaño máximo de elemento [m]	Tamaño mínimo de elemento [m]	Fe	U_{max}	$ \Delta P $
<i>Coarse</i>	0.258	0.0115	0.43752	0.79789	1.24425
<i>Normal</i>	0.173	0.00769	0.44259	0.81668	1.26106
<i>Fine</i>	0.135	0.00385	0.44258	0.82558	1.26466

Se puede apreciar la mínima variación de los resultados ($< 3\%$) con el tamaño de la malla. Por compromiso entre tiempos de computación y optar por una decisión más conservadora, se elige como tamaño de malla del estudio el tamaño *Normal* (figura(5.1b.)

¹ multiplicamos por 5 como factor de seguridad para tomar un valor más conservador.

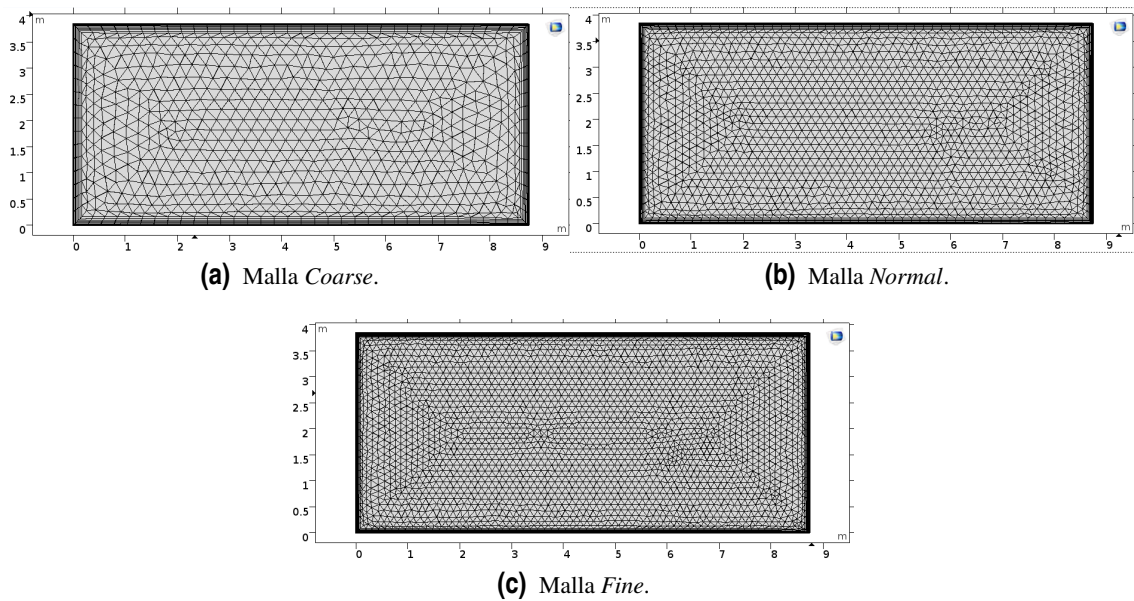


Figura 5.1 Distintas configuraciones del mallado según tamaño.

Adicionalmente y como se observa en las figuras, se ha implementado la opción de capas límite en los cuatro laterales del dominio para buscando una mejora de cálculo. Asimismo, este estudio de mallado se ha realizado sin incluir la dependencia de las propiedades del líquido con la temperatura ni la fuerza dieléctrica, a lo que posteriormente llamaremos como «Estudio 0».

5.2 Dificultades durante el estudio

No han sido pocas las dificultades encontradas a lo largo del desarrollo de este trabajo de simulación numérica. La principal ha sido debida a los altos valores que alcanza la función de Onsager (2.16). Esto ha implicado que la convergencia de las simulaciones fuera complicada y haya sido necesario probar numerosas estrategias de mallado hasta encontrar aquella que no fuera problemática y diera resultados estables y fiables.

Por otra parte, conforme se ha ido desarrollando el modelo e introduciendo más elementos al mismo, los requisitos en términos de capacidad de cálculo han ido creciendo hasta llegar a un punto de necesitar de la disposición de otro computador más potente para las simulaciones.

5.3 Resultados

Ya presentado el modelo teórico donde se desarrollan las ecuaciones del problema y se explica el proceso de adimensionalización, el modelo físico que describe la bomba real y cómo se han implementado las condiciones de contorno en la geometría en cuestión, y tras explicar cómo se ha implementado el modelo en el *software* mencionado junto con el estudio del mallado, el último paso lógico en este trabajo y el objeto de este apartado, es analizar los resultados obtenidos tras las simulaciones.

El procedimiento ha sido el siguiente: se han realizado tres estudios: Estudio 0, Estudio 1 y Estudio 2. En el Estudio 0 se ha resuelto el problema sin contemplar la dependencia de las magnitudes con la

temperatura ni la fuerza dieléctrica (segundo término de la ecuación 2.5). El Estudio 1 corresponde a la introducción de la mencionada dependencia con la temperatura y por último, el Estudio 2 resuelve el problema tanto teniendo en cuenta las magnitudes como función de la temperatura como con la inclusión del término de fuerza dieléctrica. El objetivo de las simulaciones ha sido obtener entre otros resultados, el campo de velocidades en el dominio, el campo de temperaturas, el potencial eléctrico y las distribuciones de carga positivas y negativas, en resumen, resolver los sistemas de ecuaciones planteados. Nos centraremos en representar gráficas de lo mencionado en el dominio, incluyendo soluciones a lo largo de líneas horizontales del mismo, como se muestra en la figura 5.2, de donde también se obtienen conclusiones interesantes. La línea inferior en $y = 0.5$ corresponde con la que en las gráficas es referida como $distance = 0$ en color azul, la intermedia en $y = 2$ se corresponde con aquella referida como $distance = 1.5$ en color verde y por último la superior en $y = 3.5$ es la línea de color rojo $distance = 3$.

El sistema se ha resuelto para un conjunto de valores del campo eléctrico $E_0 \in [1.0 \cdot 10^6, 1.7 \cdot 10^7] V/m$ y se mostrará la solución en el dominio para dos valores de campo, uno correspondiente al sistema en régimen óhmico, y otro en régimen de saturación.

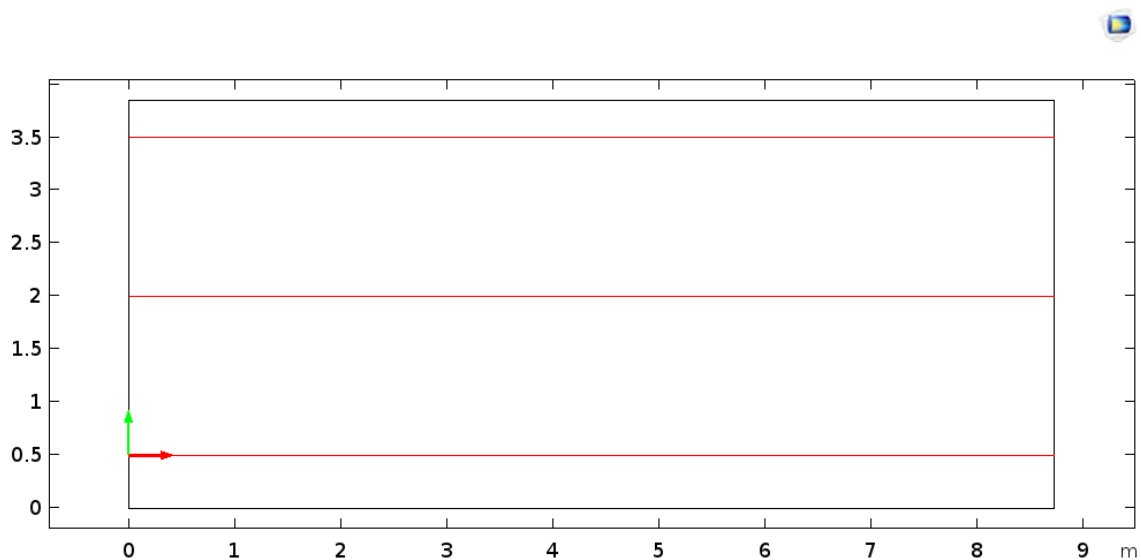


Figura 5.2 Líneas horizontales en el dominio en las que se representan las magnitudes físicas.

5.3.1 Distribución espacial de las magnitudes

Estudio 0: régimen óhmico

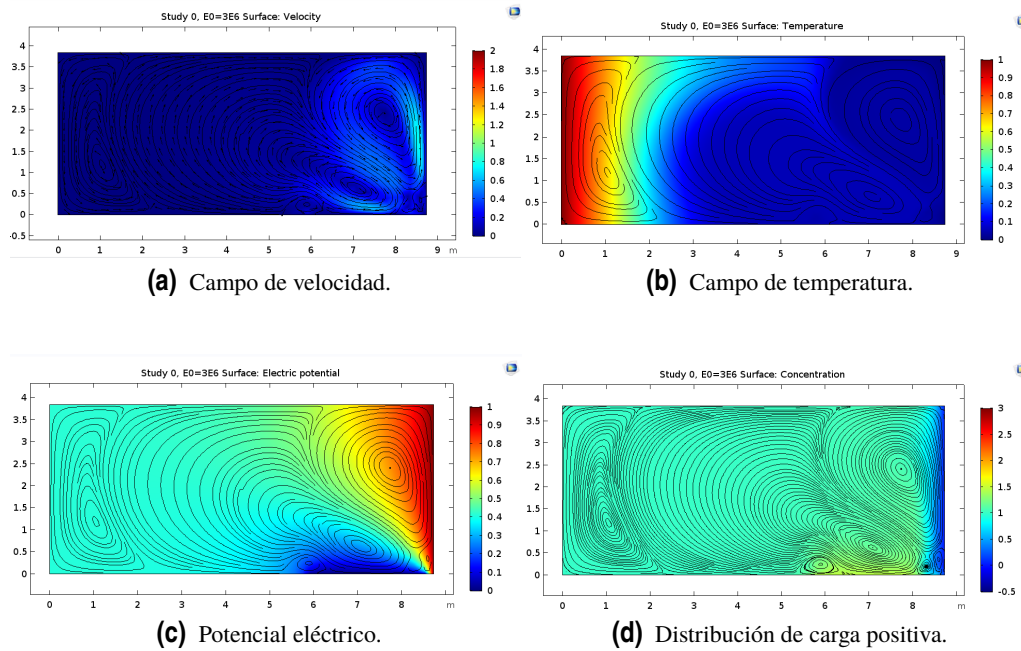


Figura 5.3 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.

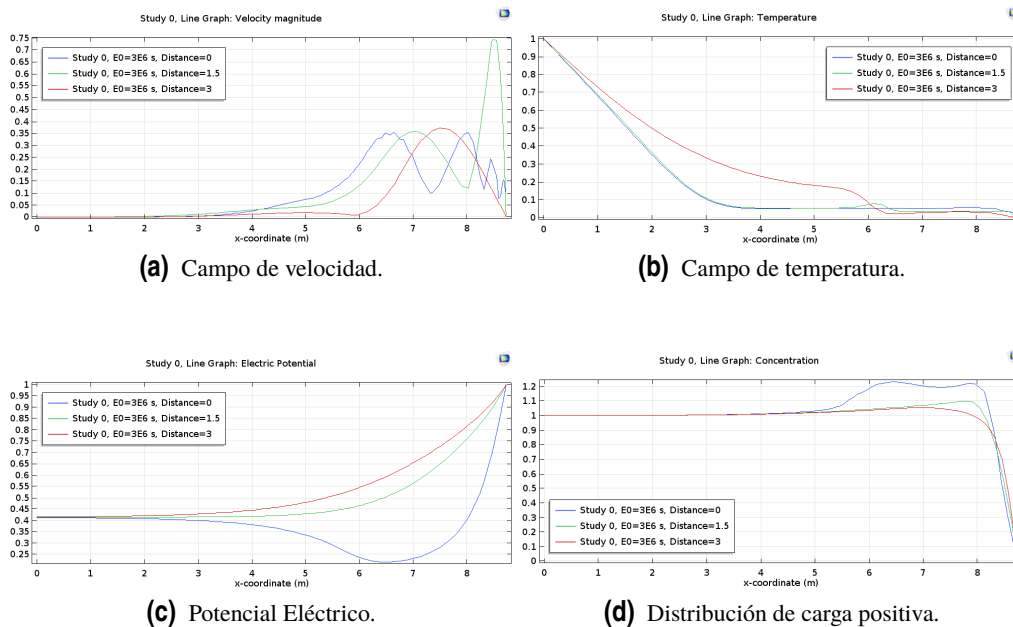


Figura 5.4 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.

Estudio 0: régimen de saturación

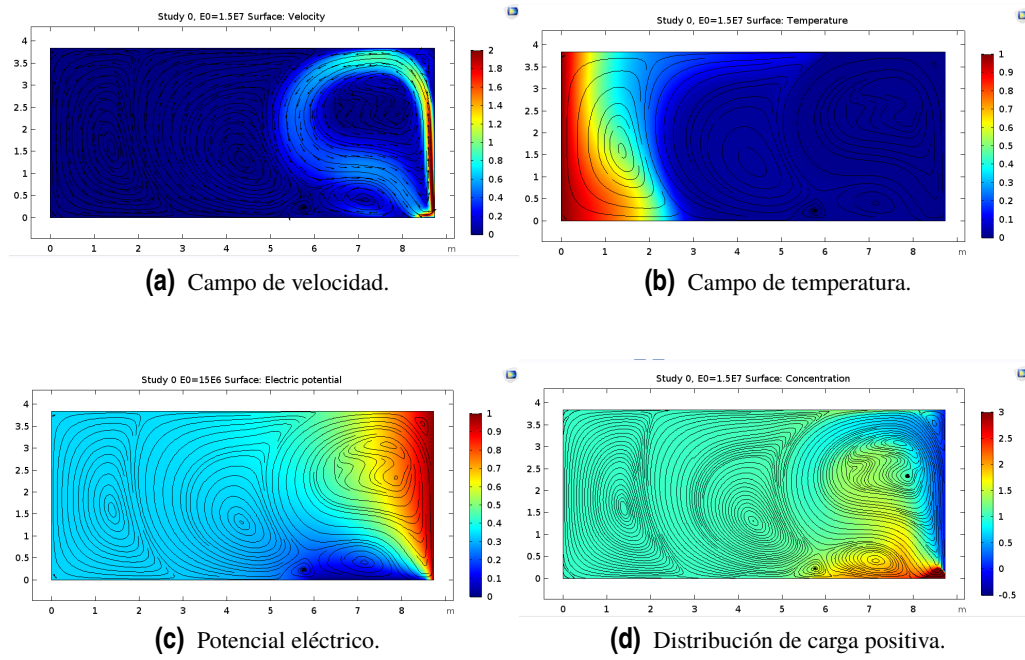


Figura 5.5 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

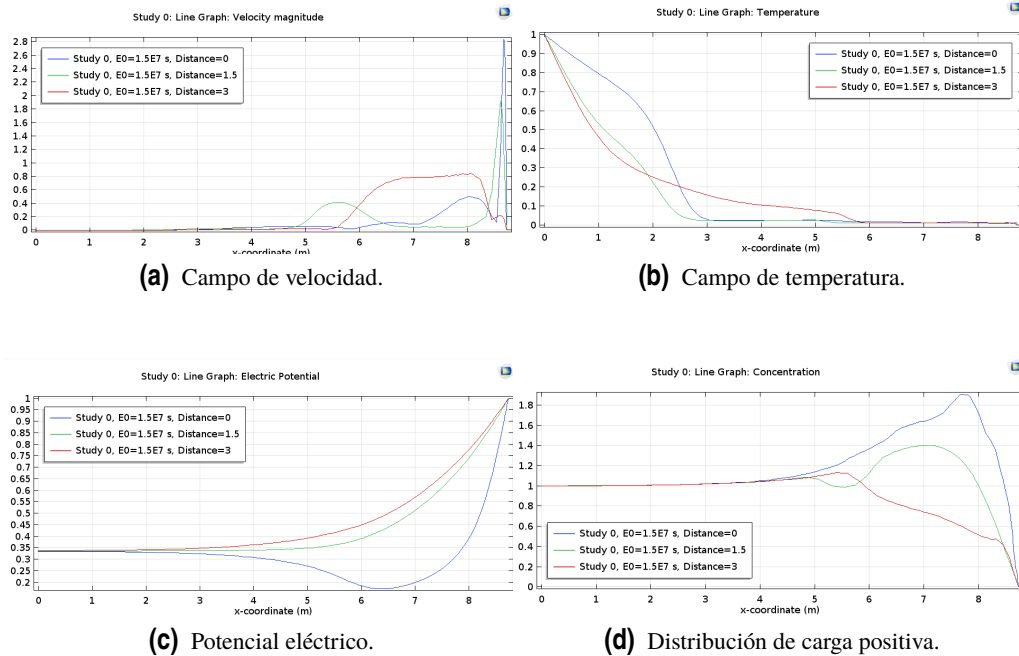
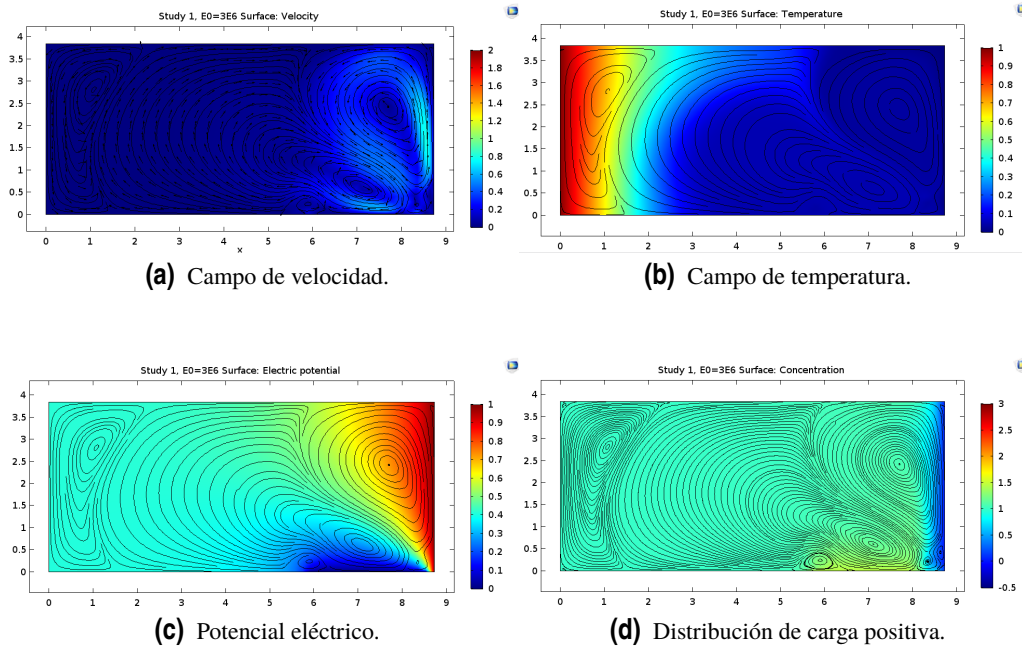


Figura 5.6 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

Estudio 1: régimen óhmico



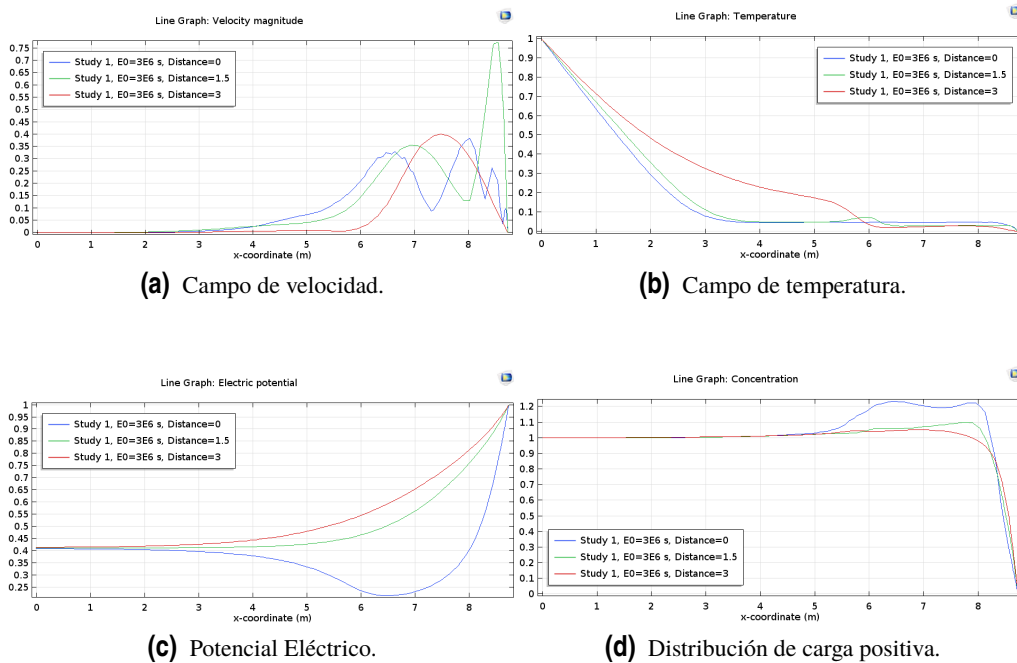
(a) Campo de velocidad.

(b) Campo de temperatura.

(c) Potencial eléctrico.

(d) Distribución de carga positiva.

Figura 5.7 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.



(a) Campo de velocidad.

(b) Campo de temperatura.

(c) Potencial Eléctrico.

(d) Distribución de carga positiva.

Figura 5.8 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.

Estudio 1: régimen de saturación

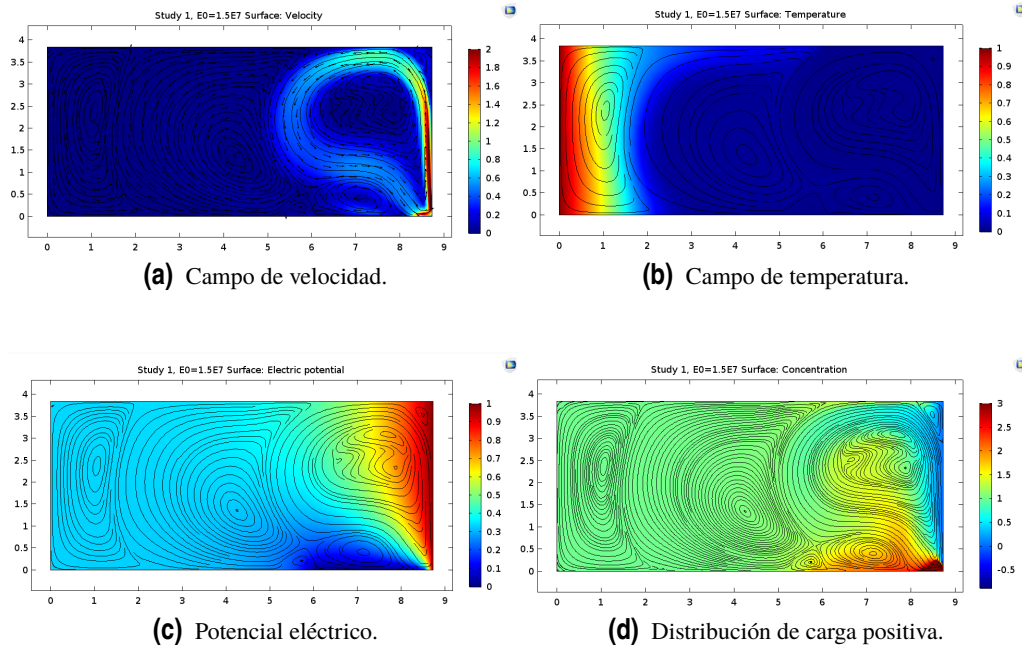


Figura 5.9 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

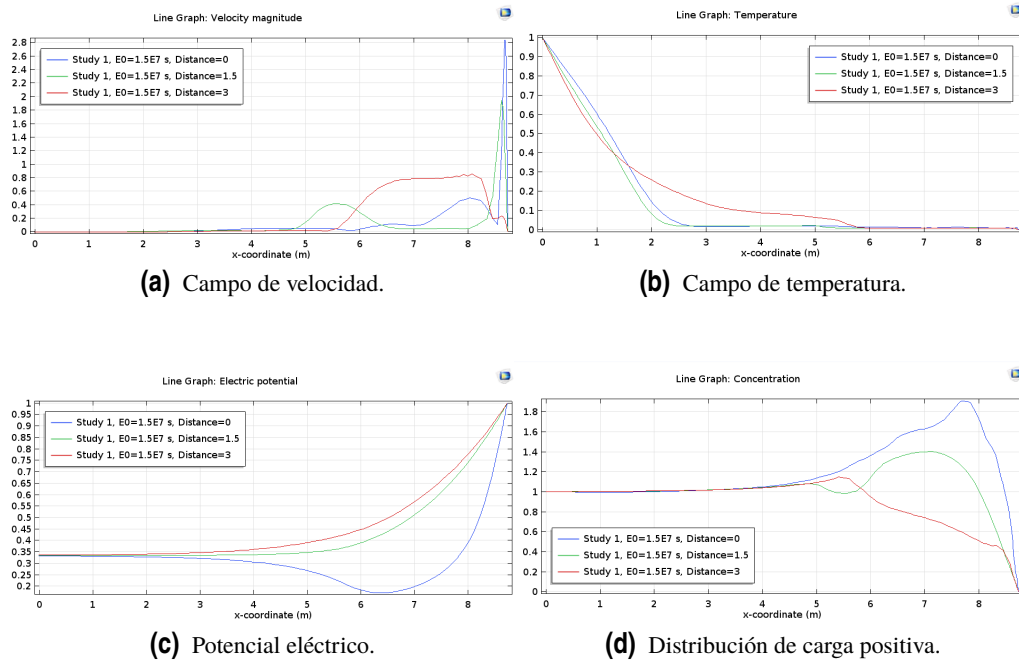


Figura 5.10 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

Estudio 2: régimen óhmico

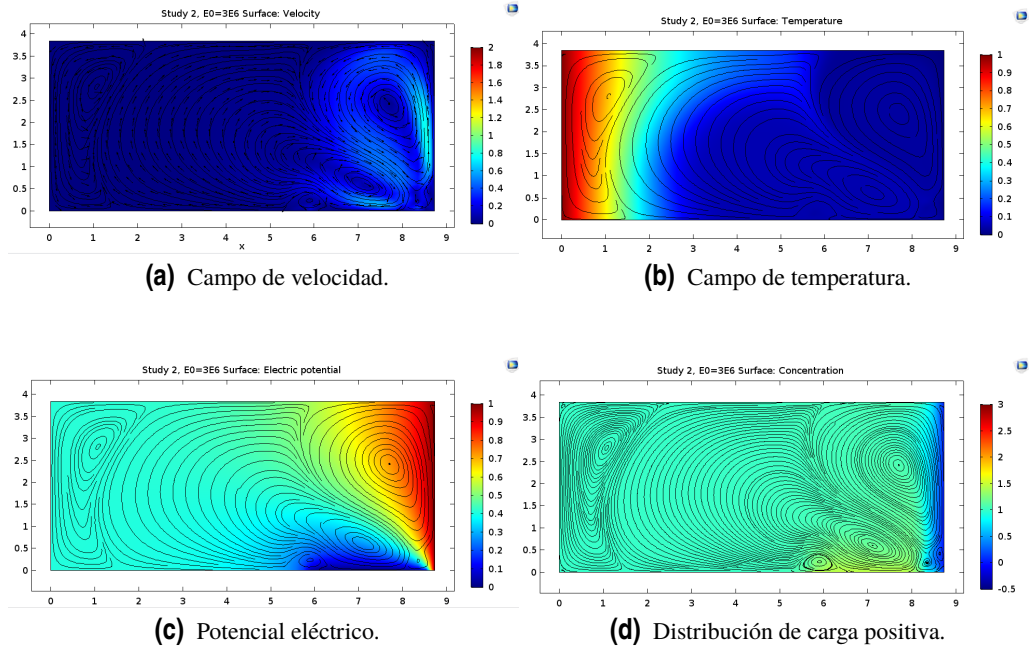


Figura 5.11 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.

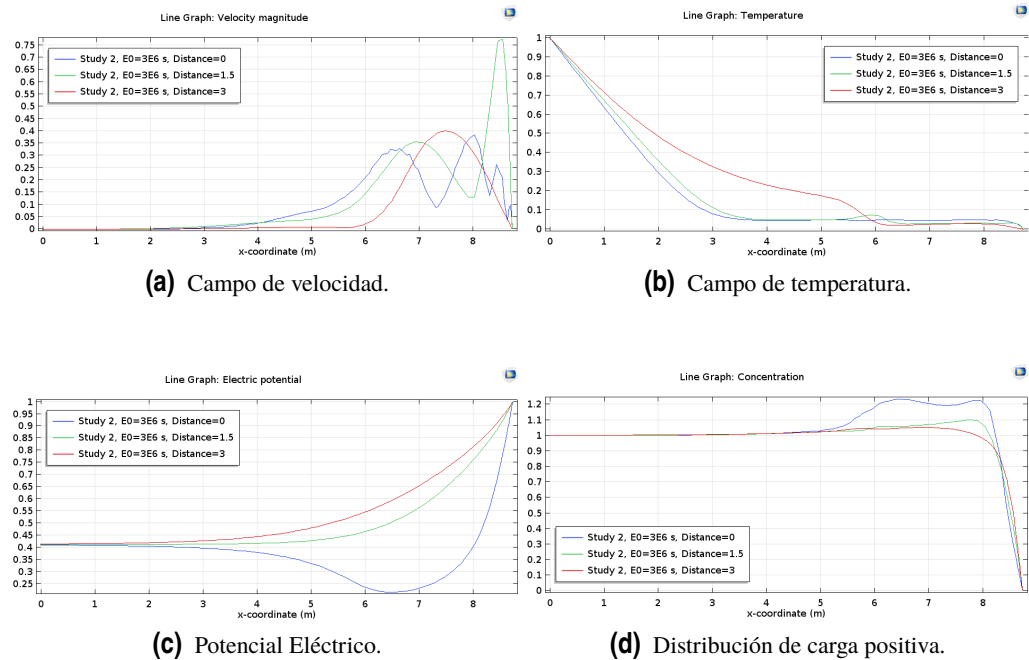


Figura 5.12 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 3.0 \cdot 10^6 V/m$.

Estudio 2: régimen de saturación

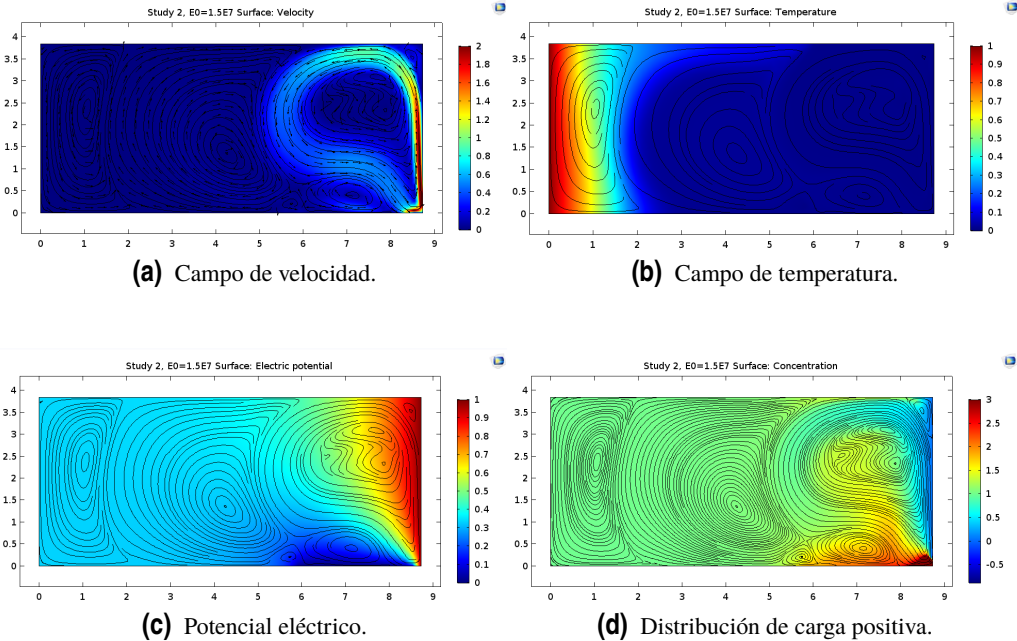


Figura 5.13 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

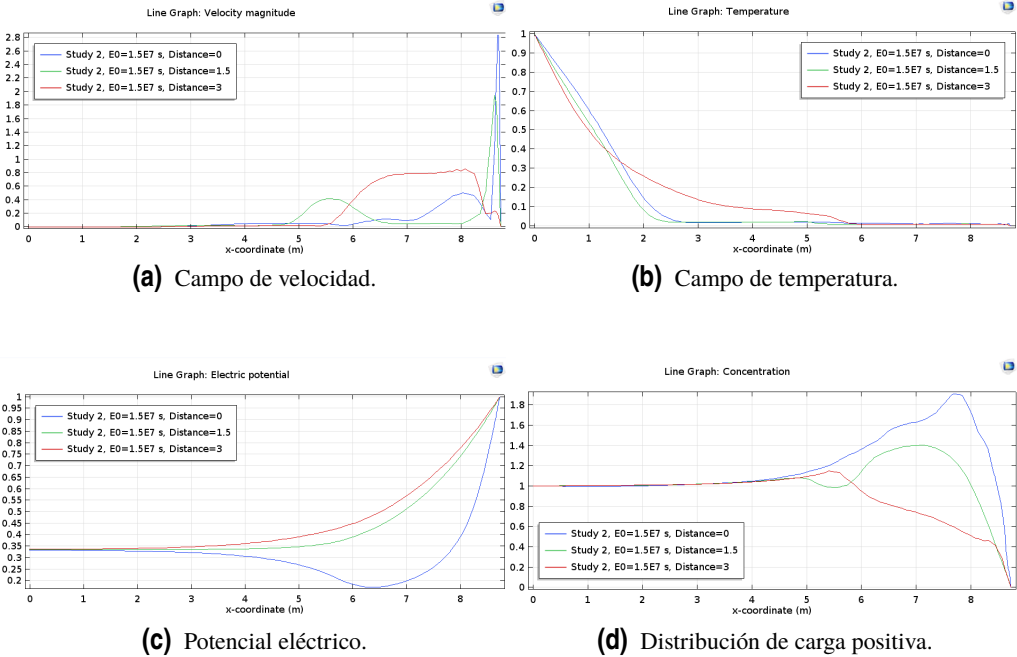


Figura 5.14 Velocidad, temperatura, campo eléctrico y distribución de carga positiva en secciones horizontales espaciadas para $E = 1.5 \cdot 10^7 V/m$.

Lo primero que llama especialmente la atención es que a simple vista es casi imposible distinguir

qué gráficas corresponden, dentro de un mismo régimen, a un estudio u otro. Esto nos adelanta una conclusión primordial: la influencia de la dependencia de las magnitudes con la temperatura y de la fuerza dieléctrica son despreciables. Es por esto que se analizarán genéricamente, excepto que se particularice, las gráficas sin hacer referencia a qué estudio pertenece, dado que es aplicable a los tres.

En cuanto al régimen óhmico (figuras (5.3),(5.7),(5.11)), el campo de velocidades muestra una apariencia lógica. Ésto es así ya que la disposición de los electrodos en esta configuración en particular promueve la generación de remolinos alrededor de los mismos (figuras (5.3a),(5.7a),(5.7a)). Como consecuencia de este campo de velocidad de mayor módulo en las cercanías de los electrodos se da el campo de temperaturas que se observa en las figuras (5.3b),(5.7b) y (5.11b), donde hay un evidente desplazamiento de las temperaturas hacia la izquierda, zona en la que se produce un mayor gradiente de temperatura y la consecuente transmisión de calor. En las figuras (5.3c),(5.7c) y (5.11c) visualizamos la distribución del potencial eléctrico, que al no ser simétrica provoca la fuerza eléctrica que consecuentemente generará el movimiento fluido, y crea las evidentes capas de heterocarga que se ven en la parte derecha en (5.3d), (5.7d) y (5.11d). Véase que en la parte inferior derecha se puede apreciar cómo las capas de heterocarga no se superponen, resultado completamente coherente y necesario dada la condición de estar en régimen óhmico.

Con respecto al régimen de saturación, el campo de velocidad (figuras (5.5a),(5.9a) y (5.13a)) se desarrolla de un modo muy similar al régimen óhmico, esperable ya que la disposición geométrica de los electrodos es la misma, pero con una diferencia fundamental que se percibe atendiendo a la leyenda de colores: cerca de los electrodos y en el tramo entre los mismos hay un aumento considerable de su magnitud. Se observa un aumento de la vorticidad que provoca que lo que en el régimen óhmico era un único remolino central que entraba en la parte inferior derecha, se separen en dos. Asimismo se observa un cambio en el tamaño del remolino de la parte izquierda, siendo de menor tamaño en el régimen óhmico que en el caso de saturación. Esta estructura del campo de velocidades hace que el campo de temperaturas también se vea desplazado a la izquierda como en el caso previo, pero de manera más pronunciada, aumentando la difusión. En tercer lugar se percibe en las figuras (5.5c), (5.9c) y (5.13c) que la influencia del campo eléctrico es sensiblemente mayor, que se deduce de nuevo atendiendo a la leyenda de color. Finalmente, con respecto a la distribución de carga positiva destaca especialmente cómo las capas de heterocarga se ven más extendidas en el espacio, de tal modo que acaban solapándose. como bien predice el planteamiento teórico al encontrarnos en régimen de saturación (véanse las figuras (5.5d), (5.9d) y (5.13d)). Esto se debe a que en dicho régimen el campo de velocidades arrastra estas capas de heterocarga, puesto que la velocidad del líquido domina sobre la velocidad de arrastre de los iones.

Fijándonos ahora en las soluciones a lo largo de líneas horizontales podemos obtener también información de interés. Atendiendo a las gráficas de la velocidad (5.4a), (5.8a) y (5.12a) para el régimen óhmico y (5.6a), (5.10a) y (5.14a) para el de saturación -nótese la diferencia en los ejes de ordenada con motivos de poder visualizar mejor los resultados- observamos la diferencia tanto en la distribución de los remolinos como en la intensidad, donde en el régimen de saturación alcanza magnitudes casi cuatro veces mayor. Asimismo en régimen óhmico las mayores velocidades se alcanzan en la sección media (distancia 1.5, línea verde) mientras que en el régimen de saturación se alcanzan en la sección inferior (distancia 0, línea azul). En las figuras del campo de temperatura (5.4b), (5.8b) y (5.12b) para el régimen óhmico y (5.6b), (5.10b) y (5.14b) para el de saturación se puede visualizar cómo el gradiente es mayor en el régimen de segundo que en el primero, así como se puede observar una capa límite en la parte derecha, lo cual provoca un aumento del número de Nusselt que podrá apreciarse en gráficas posteriores. En cuanto al potencial eléctrico ((5.4c), (5.8c) y (5.12c) para el régimen óhmico y (5.6c), (5.10c) y (5.14c) para el de saturación) salta a la vista la gran similitud entre los regímenes, si bien es verdad que atendiendo al

eje de ordenadas, está ligeramente desplazado hacia abajo en el régimen de saturación, es decir, hay valores de potencial más negativos en la parte izquierda y por lo tanto un gradiente mayor en la parte derecha. En última posición, las gráficas de concentración de especies positivas son especialmente descriptivas ((5.4d), (5.8d) y (5.12d) para el régimen óhmico y (5.6d), (5.10d) y (5.14d) para el de saturación)). En primer lugar, fijándonos en el eje vertical se ve como son alcanzadas concentraciones de especies positivas en mayor magnitud en el régimen de saturación que en el óhmico, como es lógico. En segundo lugar, es fácil ver las capas de heterocarga y de manera más pronunciada en el régimen de saturación. Se percibe un gran aumento de especies positivas en la sección más cercana al electrodo negativo (parte derecha de la gráfica (5.14d), línea azul) y un posterior descenso brusco dada la proximidad del electrodo positivo, así como un descenso en la línea roja, que corresponde con una sección superior y por lo tanto más alejada del electrodo negativo y consecuentemente más influenciado por el positivo. En cambio en régimen óhmico (por ejemplo figura (5.12d)) en la sección más separada de la parte inferior del dominio, es decir la línea roja, se ve cómo no se ve perturbado por el electrodo negativo, ya que no hay solapamiento de las capas de heterocarga y esta sección consecuentemente no percibe la influencia de dicho electrodo.

A continuación se hará un sencillo razonamiento para demostrar que la hipótesis de flujo laminar es razonable. Atendiendo a la definición del número de Reynolds eléctrico de (2.38), resultaría para los valores de referencia del problema un valor de $Re^E = 51.82$, y considerando $Re = U_{max_{adim}} * Re^E$, obteniendo esta velocidad máxima adimensional de las gráficas para ambos regímenes tendríamos un valor del número de Reynolds de $Re^{ohmico} = 38.86$ para el régimen óhmico y $Re^{saturacion} = 145.09$. Dado que para ambos regímenes el número de Reynolds es pequeño, queda justificada la hipótesis.

5.3.2 Evolución de magnitudes globales con el campo eléctrico

Una vez analizados los resultados del campo de velocidades, temperaturas, potencial eléctrico y la distribución de carga positiva, pasemos a estudiar el comportamiento de una serie de magnitudes globales: el valor de la fuerza eléctrica neta por unidad de volumen sobre el dominio, la velocidad máxima en el dominio, la intensidad por unidad de longitud, la diferencia de presión entre la frontera izquierda del dominio y la derecha y por último el número de Nusselt [16] para todos los valores de campo eléctrico y tanto dimensionales como adimensionalizados y estudiaremos si siguen alguna ley de comportamiento en concreto.

Las magnitudes se han calculado añadiendo un módulo *probe* en el software, ya sea *integral*, *average*, o *maximum*, es decir, según la magnitud que queramos calcular sea resultado de integrar una función, realizar una media o calcular el máximo, atendiendo a las expresiones matemáticas de la sección (2). En particular, el número de Nusselt ha sido calculado como el cociente de los flujos de calor para el caso estacionario y el caso estático, que para nuestro modelo sigue la expresión:

$$Nu = \frac{Q_S}{L_x h_{cond}}, \quad (5.1)$$

donde L_x es la longitud total del sistema, es decir $L_x = L2 + L3 + L4$, y h_{cond} la altura del mismo. Q_S es la media de Q_R y Q_L , que son los valores del flujo de calor adimensionales calculados en la frontera derecha e izquierda:

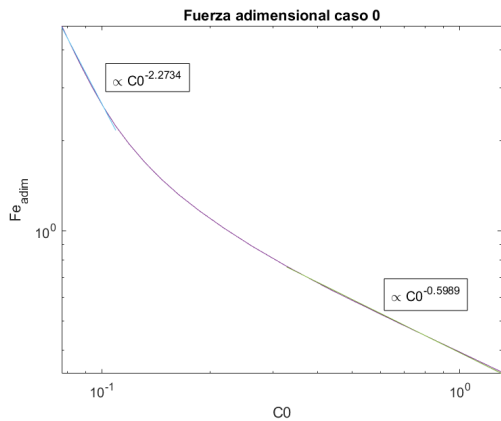
$$Q_R = \int_{x=L_x} -\frac{\partial \theta}{\partial x} dy, \quad Q_L = \int_{x=0} -\frac{\partial \theta}{\partial x} dy,$$

la intensidad de corriente como la media de las intensidades en la fronteras derecha e izquierda:

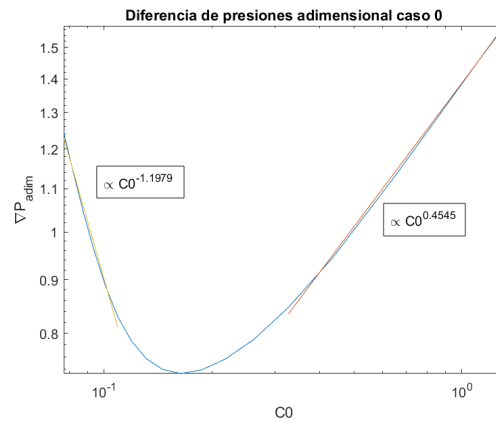
$$I = \frac{I_R + I_L}{2}, \quad I_R = \int_{x=Lx} \vec{J} \cdot \vec{n} dy, \quad I_L = \int_{x=0} \vec{J} \cdot \vec{n} dy, \quad (5.2)$$

Por último lugar, la fuerza eléctrica se calcula según la expresión (2.5).

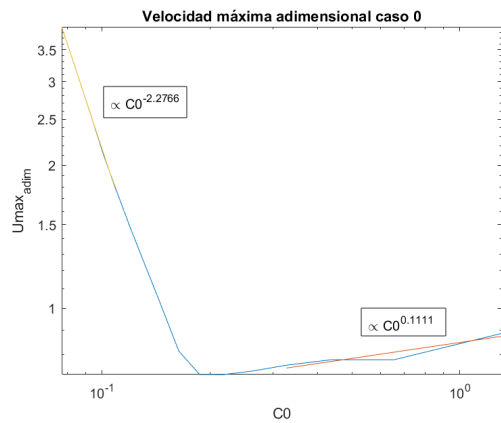
Magnitudes adimensionales estudio 0



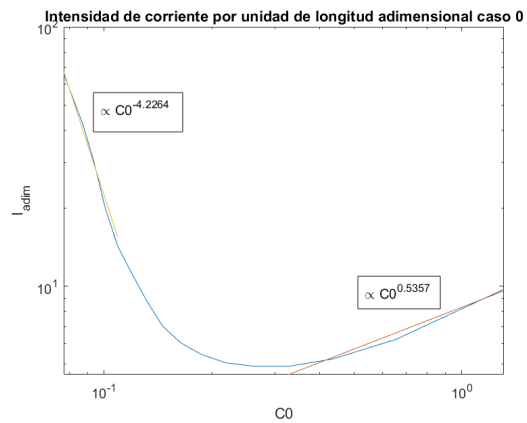
(a) Fuerza eléctrica adimensional estudio 0 .



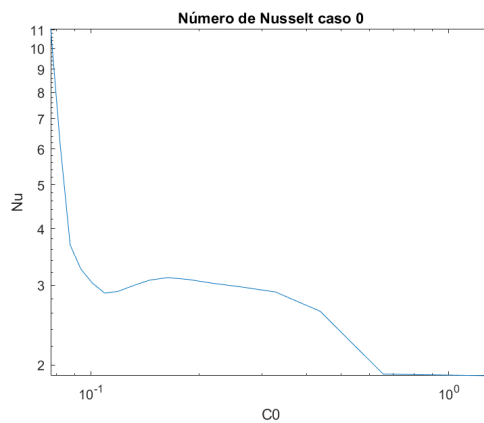
(b) Diferencia de presiones adimensional estudio 0.



(c) Velocidad máxima adimensional estudio 0.



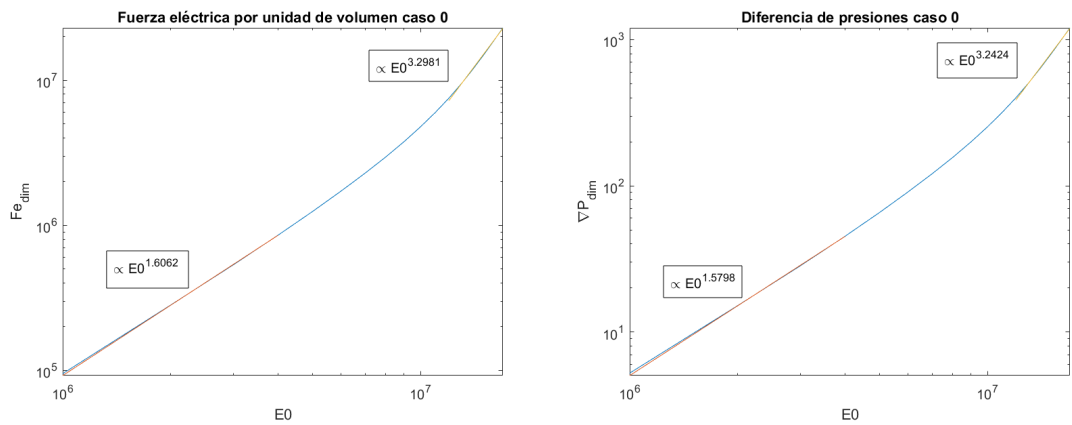
(d) Intensidad adimensional estudio 0.



(e) Número de Nusselt estudio 0.

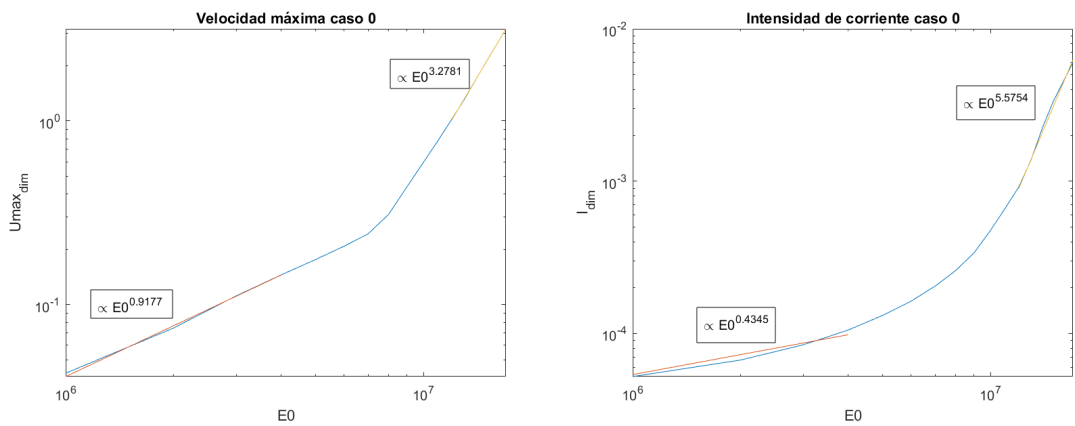
Figura 5.15 Magnitudes adimensionales estudio 0.

Magnitudes dimensionales estudio 0



(a) Fuerza eléctrica dimensional (N/m^3) estudio 0.

(b) Diferencia de presiones dimensional (Pa) estudio 0.

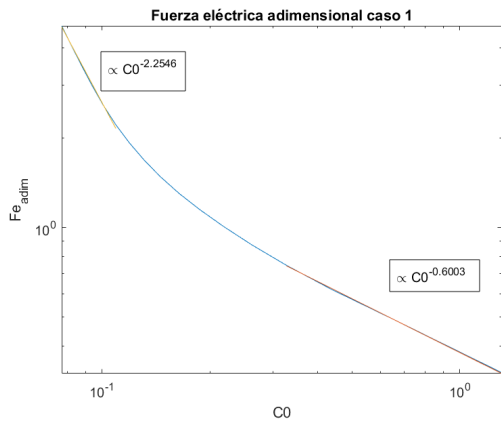


(c) Velocidad máxima dimensional (m/s) estudio 0.

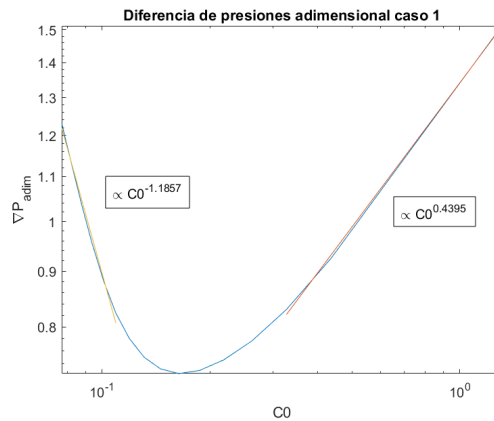
(d) Intensidad dimensional (A/m) estudio 0.

Figura 5.16 Magnitudes dimensionales estudio 0.

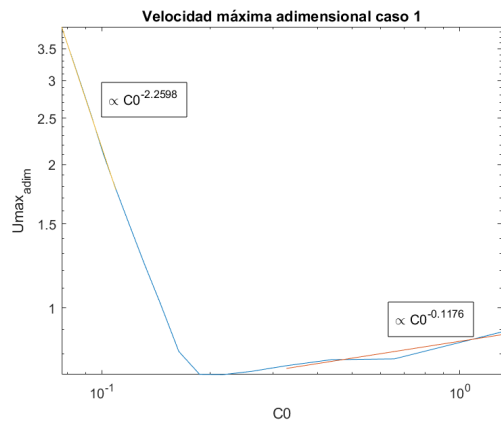
Magnitudes adimensionales estudio 1



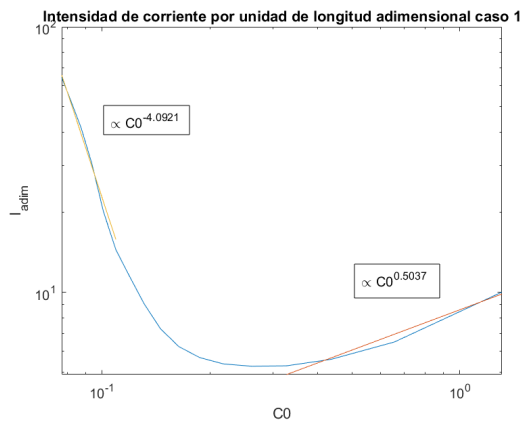
(a) Fuerza eléctrica adimensional estudio 1.



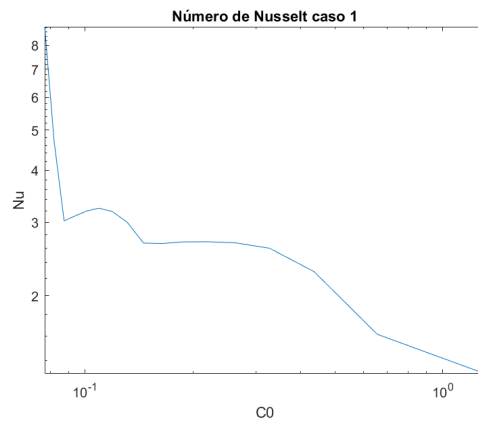
(b) Diferencia de presiones adimensional estudio 1.



(c) Velocidad máxima adimensional estudio 1.



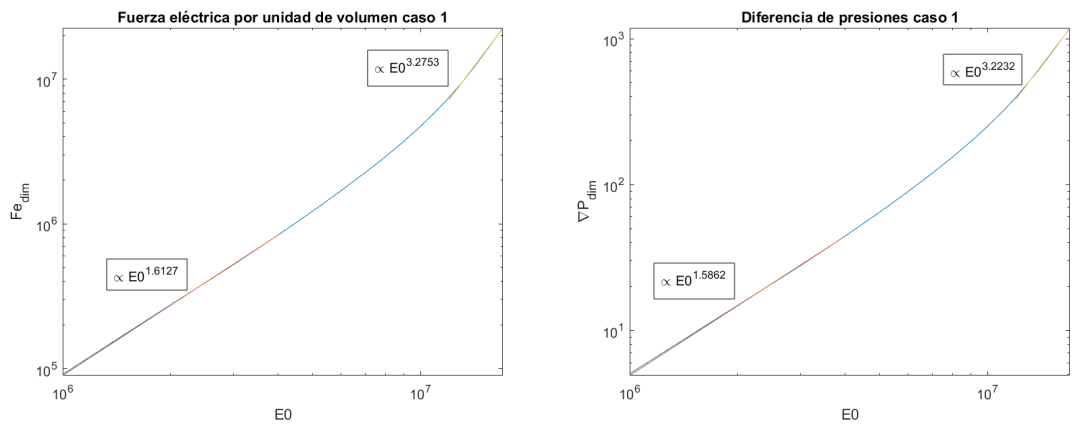
(d) Intensidad adimensional estudio 1.



(e) Número de Nusselt estudio 1.

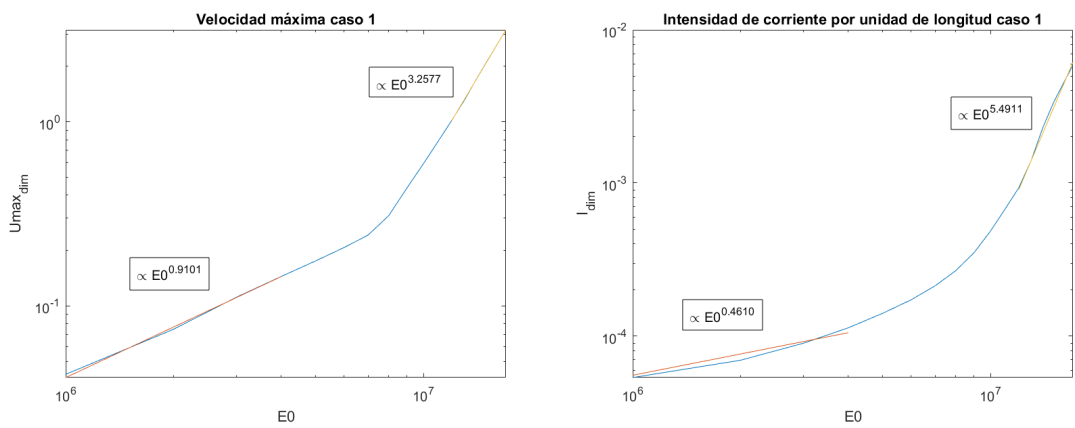
Figura 5.17 Magnitudes adimensionales estudio 1.

Magnitudes dimensionales estudio 1



(a) Fuerza eléctrica dimensional (N/m^3) estudio 1.

(b) Diferencia de presiones dimensional (Pa) estudio 1.

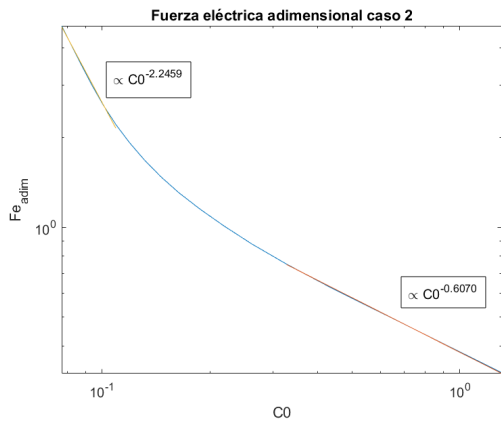


(c) Velocidad máxima dimensional (m/s) estudio 1.

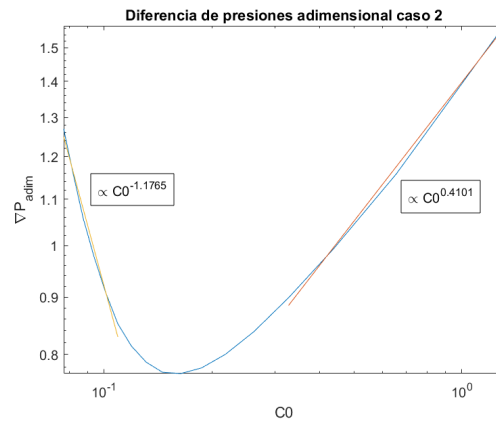
(d) Intensidad dimensional (A/m) estudio 1.

Figura 5.18 Magnitudes dimensionales estudio 1.

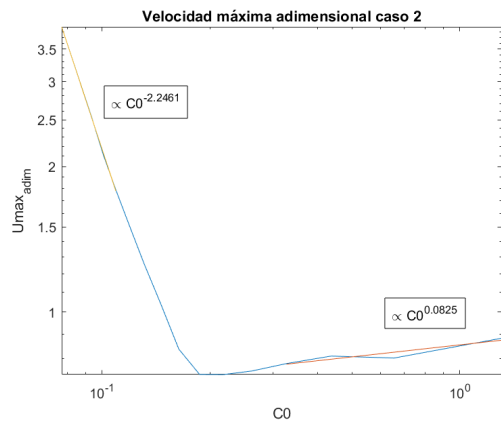
Magnitudes adimensionales estudio 2



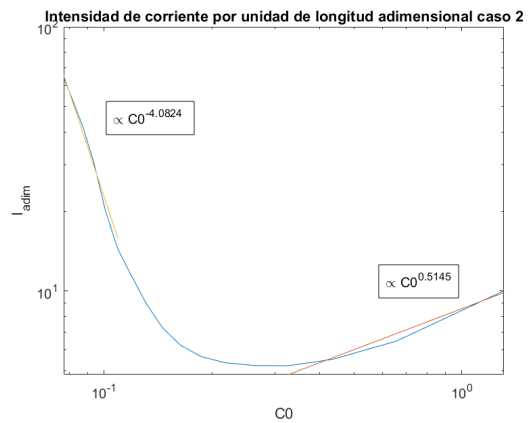
(a) Fuerza eléctrica adimensional estudio 2 .



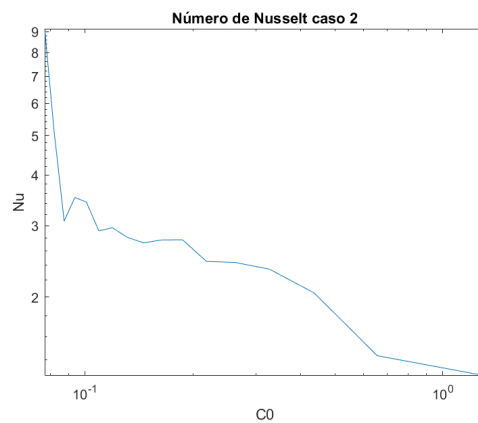
(b) Diferencia de presiones adimensional estudio 2.



(c) Velocidad máxima adimensional estudio 2.



(d) Intensidad adimensional estudio 2.



(e) Número de Nusselt estudio 2.

Figura 5.19 Magnitudes adimensionales estudio 2.

Magnitudes dimensionales estudio 2

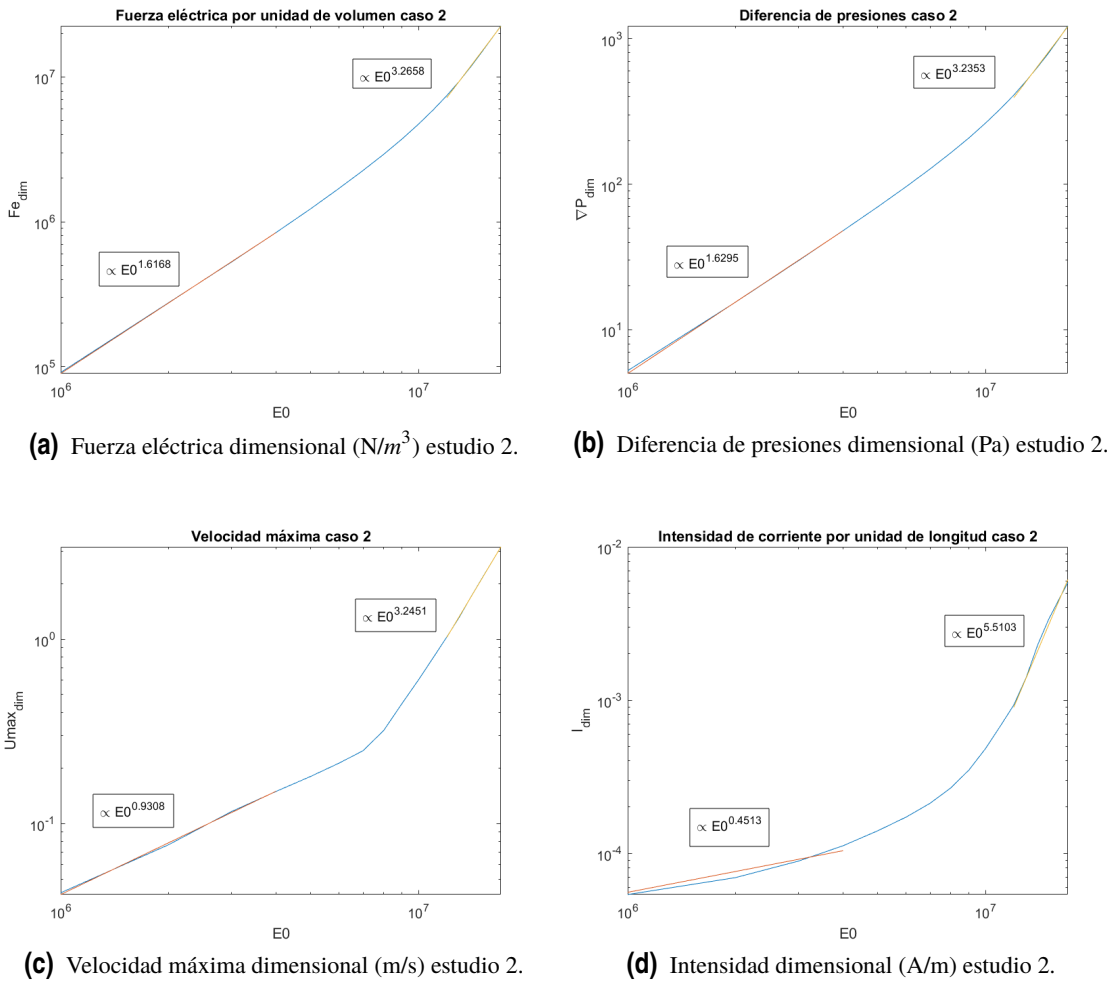


Figura 5.20 Magnitudes dimensionales estudio 2.

Véase cómo las dimensiones de las magnitudes dimensionales vienen expresadas en el pie de cada gráfica debido a problemas de representación y todas son en Sistema Internacional. Hecha tal claración, nuevamente se concluye tras observar las gráficas para los diferentes estudios que la inclusión de la dependencia con la temperatura de la densidad ρ , permitividad ϵ , la conductividad eléctrica σ , la movilidad iónica K , la conductividad térmica κ_T , el coeficiente de difusión α y la viscosidad dinámica μ junto con la fuerza dieléctrica tienen un efecto insignificante, ya que se podrían superponer las gráficas y prácticamente serían indiferenciables. Una conclusión esencial que afortunadamente podemos obtener de estas gráficas es la existencia de los dos regímenes explicados de manera teórica en el apartado 2.3, el óhmico y de saturación. Atendiendo a las figuras correspondientes a las magnitudes adimensionales (5.15, 5.17 y 5.19), vemos como para valores de $C_0 < 1$ hay un comportamiento directamente proporcional a una potencia de esta misma variable -recordemos inversamente proporcional al campo eléctrico aplicado E_0 - así como efectivamente también ocurre para valores de $C_0 > 1$. De manera similar, se percibe un comportamiento equivalente para las magnitudes dimensionales en cuanto a dependencia con el campo eléctrico (figuras (5.16), (5.18) y (5.20)). Para los valores de E_0 situados en la parte izquierda del eje de abscisas se manifiesta una dependencia proporcional a una potencia de la variable independiente. Este primer tramo correspondería con el régimen óhmico, mientras que en la parte derecha, la dependencia que

muestra corresponde al régimen de saturación.

El postprocesado de los resultados obtenidos en *COMSOL* se ha realizado haciendo uso del *software MATLAB*, con el que se han representado estos gráficos y se ha realizado una interpolación potencial para resaltar, en la representación logarítmica que se ha utilizado, los dos regímenes. Para ambos se muestran las rectas (funciones potencia sin aplicar la escala logarítmica) elegido el rojo para el régimen óhmico y el amarillo para el de saturación.

Para una mayor justificación de estos resultados, se han creado en el estudio dos variable (ver figura 5.21) que representan, en orden de aparición, la fuerza dieléctrica y la fuerza de Coulomb. Se ha calculado y representado para un valor de campo eléctrico arbitrario, en concreto $E_0 = 1.0 \cdot 10^7$ el cociente $\frac{\text{Fuerza de Coulomb}}{\text{Fuerza dieléctrica}}$ obteniendo el resultado mostrado en la figura (5.22).

Name	Expression	Unit
fD	$\text{sqrt}(\text{d}(\text{epsT}(\text{T}),\text{x})^2 + \text{d}(\text{epsT}(\text{T}),\text{y})^2) * \text{es.normE}^2$	$\text{kg}^2 \cdot \text{m} / (\dots)$
fC	$\text{abs}((\text{qp}-\text{qn}) * \text{es.normE})$	$\text{kg} \cdot \text{mol} / \dots$

Figura 5.21 Definición de la fuerza de Coulomb y la fuerza dieléctrica.

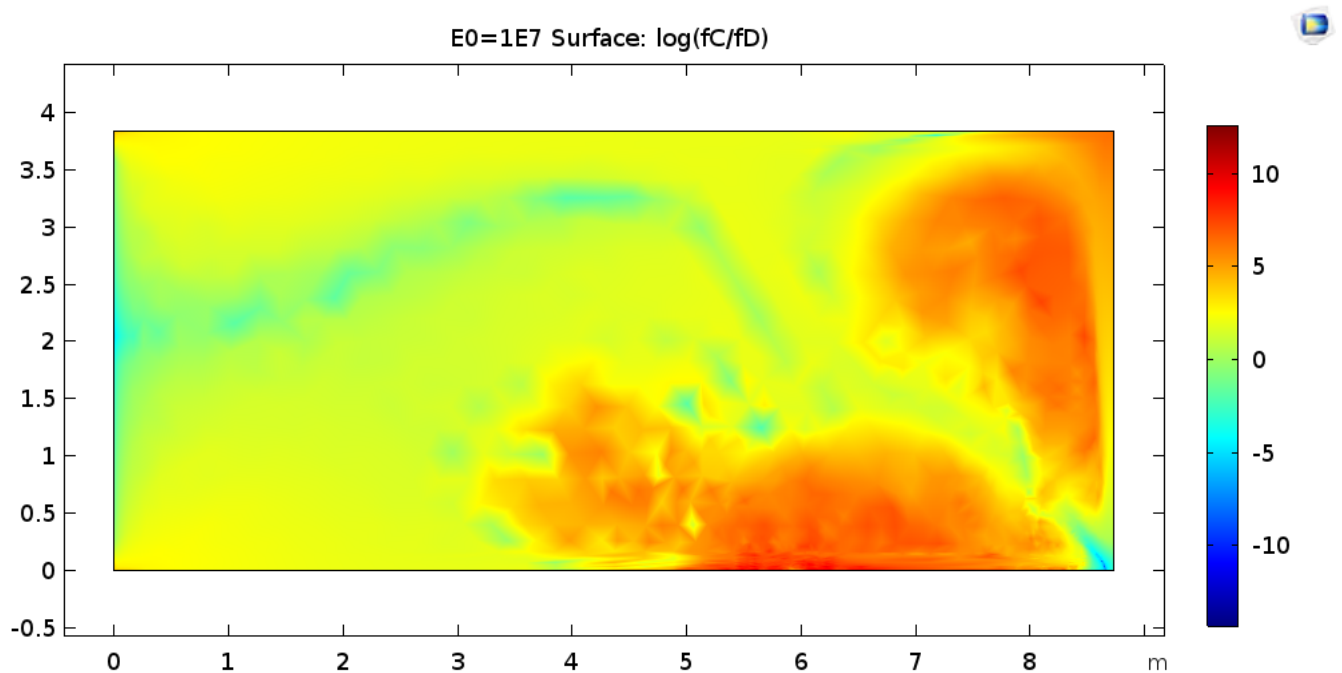


Figura 5.22 Fuerza de Coulomb y fuerza dieléctrica en el dominio.

Se ha representado el logaritmo del cociente en lugar del cociente directamente por motivos de visualización, dados los valores excesivamente elevados que se alcanzan en determinados puntos. El resultado es evidente: exceptuando un volumen pequeño en la esquina inferior derecha donde la fuerza dieléctrica es considerablemente mayor, junto con la frontera izquierda del dominio en $x = 0$, globalmente la fuerza de Coulomb es muy superior a la dieléctrica. Esta particularidad en la

esquina inferior derecha es completamente coherente con lo analizado previamente. Recalcando la importancia de las gráficas que muestran la solución del campo de temperaturas en una sección del dominio, por ejemplo 5.12b, hay un alto gradiente de temperaturas en el tramo entre electrodo, esto provoca un gradiente elevado de la permitividad ε y consecuentemente una predominancia de la fuerza dieléctrica. Sin embargo esto ocurre en una parte del dominio demasiado pequeña, por lo tanto en términos absolutos la fuerza predominante es la de Coulomb y en consecuencia se puede afirmar que la fuerza dieléctrica es despreciable.

Análisis del rendimiento del sistema

A través del *software MATLAB* se ha hecho un cálculo del rendimiento del sistema en términos de la potencia calorífica adimensional extraída en relación a la potencia eléctrica adimensional introducida al mismo. En la figura (5.23) se observa cómo evoluciona esta relación frente al campo eléctrico.

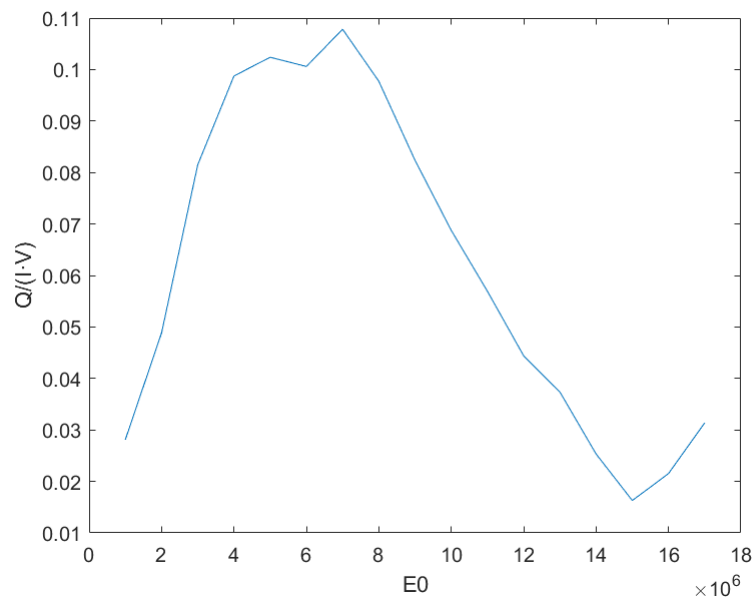


Figura 5.23 Potencia calorífica extraída del sistema en relación a la potencia eléctrica introducida frente al campo eléctrico (V/m).

Un resultado muy interesante es cómo este rendimiento no es máximo para el máximo valor de campo eléctrico impuesto. Se puede explicar atendiendo al fenómeno de la saturación. En general, el rendimiento aumenta conforme aumenta el campo eléctrico, sin embargo cuando tiene lugar el régimen de saturación, las capas de heterocarga se solapan y debido a esto la fuerza eléctrica se aplica de manera menos eficiente.

6 Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo de una bomba de conducción electrohidrodinámica que introduce dos elementos que no contienen estudios previos. En primer lugar, la dependencia de las propiedades del fluido utilizado con la temperatura. En segundo lugar, en el análisis de fuerzas eléctricas en el dominio se ha contemplado la fuerza dieléctrica. Las conclusiones que se obtienen de este trabajo son:

- El sistema no muestra dependencia en su desempeño al considerar las propiedades del líquido como función temperatura.
- La influencia de la fuerza dieléctrica en el sistema es despreciable.
- Existen dos regímenes de funcionamiento del sistema: el régimen óhmico y el régimen de saturación.
- Gracias al campo eléctrico hay un gran aumento del número de *Nusselt* en el sistema, siendo este aumento creciente con el campo impuesto.
- El rendimiento máximo no se da para el valor máximo del campo eléctrico sino para valores intermedios, correspondientes con el régimen óhmico.

Un posible estudio futuro en la línea del presente sería contemplar la dependencia del sistema con el tamaño de la bomba. Es decir, realizar simulaciones para una serie de dimensiones y analizar cómo modifica esto su comportamiento. En segundo lugar, podrían ser estudiadas diferentes configuraciones de los electrodos y ver cómo influye en el flujo y en la transmisión de calor. Por último lugar podría ampliarse a un estudio tridimensional, con el inconveniente de que requeriría una grandísima capacidad de cálculo.

Referencias

- M. R. Pearson and J. Seyed-Yagoobi, "Advances in electrohydrodynamic conduction pumping," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 16, no. 2, pp. 424–434, 2009.
- Y. Akira and M. Hiroshi, "Augmentation of convective and boiling heat transfer by applying an electro-hydrodynamical liquid jet," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 31, no. 2, pp. 407–417, 1988.
- M. Sato, A. Yabe, and T. Taketani, "Heat transfer enhancement by applying an electro-hydrodynamical pump utilizing dielectrophoretic force," in *Proceedings of the 1991 ASME JSME thermal engineering joint conference*, 1991.
- R. Hanaoka, S. Takata, M. Murakumo, and H. Anzai, "Properties of liquid jet induced by electrohydrodynamic pumping in dielectric liquids," *Electrical Engineering in Japan*, vol. 138, no. 4, pp. 1–9, 2002.
- R. Hanaoka, H. Nakamichi, S. Takata, and T. Fukami, "Distinctive flow properties of liquid jet generated by ehd pump and conical nozzle," *Electrical Engineering in Japan*, vol. 154, no. 1, pp. 9–19, 2006.
- M. Yazdani and J. Seyed-Yagoobi, "Fluid circulation within a spherical reservoir with ehd conduction pumping," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 45, no. 4, pp. 1491–1498, 2009.
- P. A. Vazquez, M. Talmor, J. Seyed-Yagoobi, P. Traoré, and M. Yazdani, "In-depth description of electrohydrodynamic conduction pumping of dielectric liquids: Physical model and regime analysis," *Physics of Fluids*, vol. 31, no. 11, p. 113601, 2019.
- J. R. Melcher, *Continuum electromechanics*. MIT press Cambridge, MA, 1981, vol. 2.
- M. Yazdani, J. Seyed-Yagoobi *et al.*, "Effect of charge mobility on electric conduction driven dielectric liquid flow," in *Electrostatics Joint Conf*, 2009.
- A. B. Ripoll and M. P.-S. Sánchez-Pastor, *Fundamentos y Aplicaciones de la Mecánica de Fluidos*. McGraw-Hill, 2005.
- E. Lemmon, M. Huber, and M. McLinden, "Nist standard reference database 23, reference fluid thermodynamic and transport properties (refprop)," 2013.
- L. Onsager, "Deviations from ohm's law in weak electrolytes," *The Journal of chemical physics*, vol. 2, no. 9, pp. 599–615, 1934.

N. Felici, "Phénomènes hydro et aérodynamiques dans la conduction des diélectriques fluides," *Rev. Gén. Electr.*, vol. 78, no. 7-8, pp. 717–734, 1969.

M. Talmor, J. Yagoobi, P. Vázquez, and P. Traoré, "Influence of temperature on the performance of electrohydrodynamic conduction pumps," *Artículo en revisión*, 2020.

D. Fluoroproducts, "Dupont hfc-123 properties, uses, storage and handling," *DuPont Fluorochemicals, Wilmington, DE. J.*, 2005.

T. L. Bergman, F. P. Incropera, D. P. DeWitt, and A. S. Lavine, *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, 2011.