

+11122

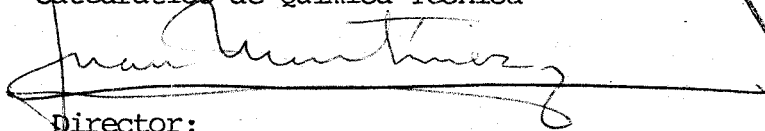
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE QUIMICA

GEOESTADISTICA LINEAL EN PROSPECCION GEOQUIMICA:  
SU NECESIDAD Y LIMITACIONES.

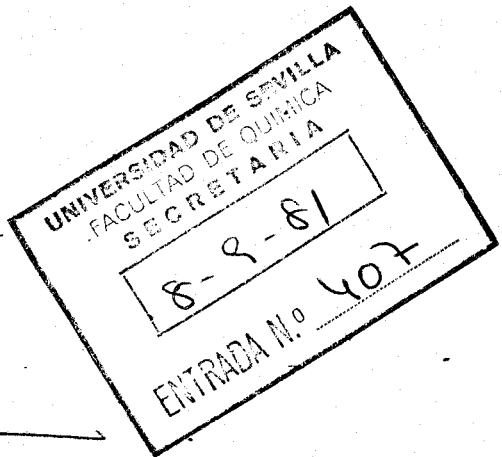
Padrino:

Prof. Dr. D. Juan Martinez Moreno  
Catedrático de Química Técnica

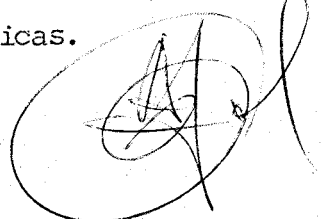


Director:

Prof. Dr. D. Ramón Coy Yll  
Catedrático de Cristalografía  
Mineralogía y Mineralotécnica

  
Fdo. Ramón Coy Yll

Memoria presentada para aspirar  
al grado de Doctor en Ciencias  
Químicas.



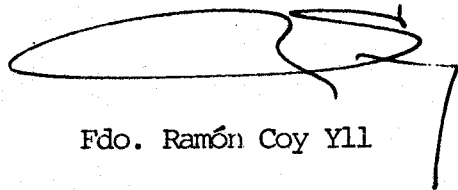
Fdo. Angel J. Polvorinos del Rio  
Lcdo. en Ciencias Químicas

Ramón Coy Yll, Catedrático de Cristalografía, Mineralogía y Mineralotécnica de la Facultad de Química de la Universidad de Sevilla

CERTIFICO que el trabajo titulado

"Geoestadística lineal en prospección geoquímica : su necesidad y limitaciones" , que presenta D. Angel J. Polvorinos del Rio para la obtención del grado de Doctor en Ciencias Químicas, ha sido realizado bajo mi dirección, habiéndose cumplido todos los requisitos vigentes a tal fin.

Sevilla, 29 de Agosto de 1981



Fdo. Ramón Coy Yll

## AGRADECIMIENTOS

De una u otra forma, son numerosas la personas que han colaborado en la realización del presente trabajo de tesis; aún a riesgo de olvidos involuntarios deseo expresar mi gratitud:

- Al Prof. Dr. D. Ramón Coy Yll por su contante y decidida ayuda, tanto durante mi especialización en el dominio geoestadístico, como en la realización de éste trabajo.

- Al Prof. Dr. D. Juan Martinez Moreno por haber aceptado apadrinar el presente trabajo de tesis.

- Al Dr. D. Michel David, Director del I.R.E.M. (Institut de Recherche en Exploration Mineral, Montreal, Quebec, Canada) y a todo su equipo de trabajo.

- Al Dr. D. Dominique Francois Bongarcon y sus compañeros del Centro de Geoestadística de Fontainebleau, Paris, Francia.

- Al personal de los Centros de Cálculo del Ministerio de Educación y Universidades de Madrid, y de la Universidad de Sevilla.

- A mis compañeros del Departamento de Geología de la Universidad de Sevilla y a Carmen J. Fernandez por su delicada labor mecanográfica.

## INDICE

<u>INTRODUCCION</u> .....	3
 <u>I. METODOLOGIA EN PROSPECCION GEOQUIMICA</u>	
INTRODUCCION.....	6
I.1. MUESTREO.....	8
I.2. ANALISIS QUIMICO.....	11
I.3. ANALISIS ESTADISTICO.....	14
I.3.a. Distribución Lognormal.....	17
I.3.b. Análisis de Tendencias Superficiales.....	23
I.3.c. Métodos de Ponderación.....	26
I.4. TEORIA DE VARIABLES REGIONALIZADAS.....	29
I.4.a. Modelización de Variables Regionalizadas... ..	30
I.4.b. Caracterización de Funciones Aleatorias....	35
I.4.c. Variogramas Teórico, Local y Experimental..	41
I.4.d. Estimación.....	51
I.4.e. Varianza de Dispersión.....	58
I.4.f. Krigeaje.....	62
 <u>II. ESTUDIO GEOESTADISTICO DE LAS CONCENTRACIONES DE Co,</u> <u>Cu, Pb, Zn y Mn EN SUELOS PERTENECIENTES AL DISTRITO</u> <u>MINERO DE MINAS GERAIS (BRASIL).</u>	
INTRODUCCION.....	68
II.1. ANALISIS DESCRIPTIVO.....	69

II.2.VARIOGRAFIA.....	95
II.3.ESTIMACION.....	106
II.4.CONCLUSIONES.....	114
 <u>III.ESTUDIO GEOESTADISTICO DE DOS CAMPAÑAS DE PROSPECCION</u> <u>HIDROGEOQUIMICA EN FUENTES MANANTIALES Y POZOS PERTENE-</u> <u>CIENTES A LA ZONA DE EL BURGO DE OSMA, SORIA.</u>	
INTRODUCCION.....	117
III.1.ANALISIS DESCRIPTIVO.....	119
III.2.VARIOGRAFIA.....	135
III.3.ESTIMACION.....	149
III.4.CONCLUSIONES.....	164
 <u>IV.ESTUDIO GEOESTADISTICO DE LAS CONCENTRACIONES DE Cu, Pb,</u> <u>Zn EN SUELOS PERTENECIENTES AL SECTOR MINERO DE HERRERI-</u> <u>AS (RESERVA ZONA DE HUELVA).</u>	
INTRODUCCION.....	166
IV.1.ANALISIS DESCRIPTIVO.....	168
IV.2.VARIOGRAFIA.....	177
IV.3.CONCLUSIONES.....	189
 <u>V.DISCUSION GENERAL DE RESULTADOS.....</u>	 191
 <u>VI.CONCLUSIONES.....</u>	 204
 <u>VII.BIBLIOGRAFIA.....</u>	 208
 <u>VIII.APENDICE.....</u>	 213

"Because we describe the world use fully in statistical terms does not mean that behaviour of particulars in the world is indeterministic and according to chance".

R.A. Watson; Jour. of Geology, 77, 492 (1969).

## INTRODUCCION,

El quehacer científico de las ciencias geológicas es fundamentalmente interdisciplinar, de aquí la existencia de numerosas disciplinas "a caballo" entre dos o más disciplinas clásicas. Señalaremos aquí solamente la Geoquímica y la Geomatemática.

El tema de fondo que subyace en el presente trabajo de tesis es la determinación de los niveles de homogeneidad, anisotropía y autocorrelación que, en el espacio, presentan las distribuciones de elementos químicos obtenidas en campaña de exploración geoquímica.

El método utilizado se apoya en la Teoría de Variables Regionalizadas establecida por Matheron (1) con el nombre genérico de Geoestadística. Hasta la fecha, las aplicaciones geológicas de esta teoría se han centrado fundamentalmente en la valoración de reservas minerales contenidas en un yacimiento (2,3).

En el campo de la Geoquímica, la Geoestadística no ha ido más allá de unas pocas y esporádicas aplicaciones prelimina--

res (4). Respecto a la bibliografía especializada española, sólo cabe citar el trabajo estrictamente informativo realizado por - Diez Viejobueno (5).

La aportación original del presente trabajo de Tesis se centra, en primer lugar, en el establecimiento riguroso de las limitaciones que presenta el método geoestadístico en las aplicaciones geoquímicas. En segundo lugar, se demuestra que en la interpretación de todo problema geoquímico es necesario que ésta se apoye en el previo tratamiento geoestadístico de los datos a utilizar.

Los datos de partida que se han tratado proceden de la bibliografía y de fuentes privadas (compañía de exploración minera), y no existe tratamiento geoestadístico previo sobre los mismos.

Dentro de un marco más general, el presente trabajo de tesis constituye una aportación al campo de la llamada Geología-Cuantitativa o también Geología Estocástica, representada principalmente por Vistelius (6) y Matheron (7; 8).

I.- METODOLOGIA EN PROSPECCION GEOQUIMICA.



## INTRODUCCION.

El desarrollo económico depende en gran medida de los recursos energéticos de que dispone la humanidad. La creciente demanda, por un lado, y la limitación de estos recursos, por otro, permite preveer plazos más o menos largos para su extinción; de ahí la importancia del aprovechamiento intensivo de los recursos en vías de explotación, y la necesidad de emprender vastas campañas de exploración.

Para afrontar con éxito los riesgos económicos inherentes a todo proyecto minero, se requiere el conocimiento de la ley y tonelaje total del yacimiento que se pretende explotar. Las técnicas de exploración minera permiten una profundización en el conocimiento mineral, en base a la información que éstas aportan.

La prospección geoquímica es una de estas técnicas, ya clásica en exploración mineral. El método en el que se basa parte de considerar que durante los procesos metalogenéticos o posteriormente a ellos, se emiten trazas de sus componentes químicos, cuya incidencia en el medio geológico puede servir para localizar los enclaves en que se ha producido la mineralización.

Esta técnica es aplicable a diversas escalas de investigación (regional y detallada), y posibilita el avance secuencial de la exploración. Integrada junto a otras técnicas de --

7

prospección, contribuye a la toma de decisiones sobre la viabilidad del proyecto minero.

En el diseño de toda campaña de prospección geoquímica existen una serie de condicionantes económicos, a partir de los cuales, y en base a ciertos estudios previos, se han de concretar las inversiones a realizar en cada escala del proyecto.

A este respecto, la determinación de "umbrales de anomalía" y el número de muestras a analizar en cada escala de prospección y para un presupuesto económico dado, incluye un alto grado de subjetividad, puesto que depende de una serie de variables de difícil estimación (5).

Por otra parte, la obtención de una información óptima dependerá del número de muestras, pero también, y fundamentalmente, de la calidad de las mismas para representar el fenómeno estudiado. La incidencia de los procedimientos de muestreo y análisis químico en el grado de dicha calidad, junto a los de análisis estadístico en la evaluación y presentación de resultados, justifica una breve exposición de algunos aspectos del método geoquímico. En todo caso, evitaremos particularizar dada la amplia bibliografía existente.

## I.I. MUESTREO.

En esta fase se destacan dos puntos condicionantes de los eventuales resultados de la campaña de prospección:

- Materiales a muestrear,
- Forma de muestreo.

Respecto al primero, los múltiples materiales soporte de la información (rocas, aluviones, hojas de árboles, agua, etc...), confiere una gran versatilidad al método geoquímico, lo que simultáneamente implica la elección de la técnica idónea en cada caso; el conocimiento geológico previo de la zona a estudiar, la escala de prospección y los objetivos a cubrir, son algunos de los factores condicionantes de esta elección.

La necesidad de referir en lo posible toda campaña de prospección geoquímica a un medio geológico lo más uniforme posible, se pone de manifiesto en la distinta naturaleza de las observaciones realizadas en medios tan diversos como rocas y suelos. Obviamente, toda campaña de prospección geoquímica, se limita con frecuencia al estudio de un solo tipo de materiales. Una delimitación más concreta del medio en el cual se va a realizar la recogida de muestras, un determinado nivel de suelo, un tipo de roca, será difícilmente controlable en la toma de las mismas; en cambio, en base a las informaciones reflejadas en las anotaciones de campo sobre tipo de roca, alteraciones, mineralizaciones, nivel de suelo, descripción del mismo, etc..., será posible establecer dicha delimitación en su análisis esta-

dístico.

El tamaño de las muestras minerales frecuentemente utilizadas en prospección, es asimilable en cualquier escala de investigación a observaciones puntuales; dicho tamaño, suele venir determinado por el material geológico recogido; a título ilustrativo diremos que en prospección de rocas este tamaño oscila entre 500 grs. a 2 kgs.

En cuanto al segundo apartado, la forma de muestreo, - tanto la distancia entre observaciones como su distribución espacial dependen de la escala de investigación. En reconocimientos globales, la distancia media entre muestra y muestra recogida, puede alcanzar varios kilómetros, y éstas suelen estar irregularmente repartidas. En reconocimientos tácticos, se emplean frecuentemente mallas regulares de muestreo, con tamaños que varían desde algunas decenas de metros, a unos pocos metros. Uno de los inconvenientes del primer método, muestreo irregular, es que se pueden generar reconocimientos preferenciales de determinadas zonas.

Existe una tendencia general a realizar prospecciones regionales de recogida de muestras, de sedimentos, mientras que en las detalladas se prefieren suelos y rocas. La escasez de afloramientos rocosos ha potenciado sustancialmente el muestreo de suelos.

En cuanto a la definición de mallas regulares de pros-

pección, son destacables las aportaciones realizadas en el análisis de las relaciones morfológicas y de tamaño entre varias estructuras geoquímicas y de muestreo (9), así como el modelo probabilista para el análisis de la eficacia de distintos esquemas de muestreo en la detección de estructuras, establecidas por Matheron y Marechal (10).

En general, la definición de tamaño y orientación de mallas regulares de muestreo se basan en estudios pilotos realizados en zonas representativas del área a estudiar.

## I.2. ANÁLISIS QUIMICO.

Los métodos de análisis de muestras pueden dividirse en dos categorías: pruebas de campo y métodos de laboratorio. En ambos se procede a una preparación de las muestras previamente a su análisis efectivo.

Las pruebas de campo cuentan con una preparación poco elaborada de muestras y, entre los procedimientos analíticos, se encuentran los colorimétricos, analizadores de fluorescencia de r-X, radiometría, etc... Estos métodos se han abandonado en gran medida por la puesta a punto de técnicas de laboratorio más sensibles y comparativamente más baratas. Los métodos de laboratorio parten de una preparación de muestras relativamente sencilla (pulverizado, secado, tamizado, disolución, fusión, etc...), específicas según el tipo de material geológico de que se trate; entre los métodos de análisis químico se encuentra la espectrofotometría de absorción atómica por medio de la cual es factible el análisis con buena precisión y exactitud de la mayoría de los elementos químicos. Igualmente se utilizan métodos de espectroscopía de emisión y colorimétricos (11).

La utilidad de cada elemento químico en particular, a la hora de estudiar un fenómeno geoquímico concreto, no es esquemizable dada la diversidad de condiciones geológicas, tipo de mineralización buscada, etc..., aunque sí es bien conocida la valoración de determinados elementos en el seguimiento de mineralizaciones (pathfinders).

En esta fase son destacables los errores sistemáticos y accidentales por su repercusión en la dispersión de las variables geoquímicas. Los errores sistemáticos, debidos a problemas analíticos en una serie continua de observaciones, producen desplazamientos continuos en los resultados; estos errores son controlables por el uso preventivo de patrones. Los errores accidentales generan valores aberrantes aislados y se deben a omisiones, errores de cálculo, posiciones de las comas en decimales, etc..., su control es más difícil (12).

En la fase de preparación de muestras, previamente a su análisis químico propiamente dicho, las técnicas seguidas por cada laboratorio son distintas. Esto conduce a resultados absolutos diferentes, que pueden escapar a cualquier comparación (13) (14).

Es grande el esfuerzo metodológico a realizar en la sistematización de estas técnicas, por lo que la posibilidad de integrar informaciones de distinta procedencia aún es pequeña. A este respecto, es de destacar el control de errores y la definición de prácticas recomendables en la realización de operaciones de submuestreo (15).

Apuntados algunos condicionantes de los resultados analíticos en toda campaña de prospección, se puede separar la incidencia globalizada de los errores inherentes a los procesos de muestreo  $\sigma^2_{Mj}$  y análisis químico  $\sigma^2_{Aj}$ , en la dispersión total  $\sigma^2_{Xj}$ , de una cierta variable geoquímica  $X_j$ . Estos procesos afectan la propia dispersión intrínseca de la variable  $\sigma^2_{Ij}$ , y son -

interpretables como fuente de ruidos, es decir, como fenómenos dispersivos a pequeña escala. Estos, se superponen a la señal, que es caracterizadora de fenómenos a mayor escala (potenciales guías de mineralización).

El oscurecimiento de la señal intrínseca de cada variable  $X_i$ , y puesto que "a priori" no se está en condiciones de separar ambos componentes, señal y ruido, justifica la necesidad de proceder a un análisis mediante métodos estadísticos.



### I.3. ANALISIS ESTADISTICO.

Experimentalmente, las variables geoquímicas:

- Son discontinuas entre puntos de observación próximos, es decir, presentan una fuerte variabilidad a escala local; esto sugiere un comportamiento aleatorio de las variables.
- Están ciertamente estructuradas a mayores distancias, lo que revela un comportamiento funcional de las mismas.

Este doble aspecto es aparentemente contradictorio y los métodos de análisis frecuentemente aplicados en prospección geoquímica parten de considerar preponderante alguno de ellos.

Los métodos de análisis estadístico pueden clasificarse en univariantes y multivariantes, según se interesen en el análisis aislado de cada variable o en su estudio simultáneo.

Entre los métodos de análisis univariantes se encuentran algunos métodos descriptivos y hemos de referirnos especialmente a la distribución lognormal; asimismo, cabe citar los métodos de análisis de tendencias superficiales, de ponderación y la metodología geoestadística objeto del presente trabajo.

Entre los métodos multivariantes se encuentran los de -- análisis discriminante (16), análisis de conglomerados (17), análisis factorial (18), de correspondencias (19) y regresión múltiple (20).

A pesar de la amplia metodología estadística apuntada, es de notar que su aplicación en prospección geoquímica no es habitual, siendo aún más notable la escasez de aplicaciones geoestadísticas.

De cualquier forma, la noción de anomalía es la base conceptual y operativa en prospección geoquímica. Esta se define a partir de las distintas estructuras que las dispersiones de los elementos químicos pueden adoptar en la naturaleza. Su definición práctica es el objeto de los métodos estadísticos.

Esquemmatizando, según sea la escala de prospección, los objetivos a cubrir serán siempre diferentes.

En prospección regional, frecuentemente se busca seleccionar zonas de interés (anomalías), para su posterior prospección detallada. A este nivel de prospección se utiliza frecuentemente la distribución lognormal (Apartado I.3.a), así como los métodos de análisis de tendencias superficiales (Apartado I.3.b) y de ponderación (Apartado I.3.c).

A escalas detalladas, el objetivo último de la prospección táctica es, frecuentemente, la localización de yacimientos en base al análisis de las zonas anómalas seleccionadas en la etapa de prospección previa. Dicho análisis se limita a la delimitación y cartografía de anomalías y se aplican preferentemente los métodos de ponderación y de análisis de tendencias superficiales; al respecto hemos de indicar que aún no se ha abordado

el problema de la efectiva estimación de anomalías (21).

A continuación se exponen, brevemente, las bases de los métodos univariantes indicados, así como las de la metodología geoestadística.

### I.3.a. Modelo lognormal.

Entre las leyes de distribución, la logarítmico-normal ha sido motivo de atención especial en geoquímica.

En general, las distribuciones experimentales de elementos químicos en suelos, aguas, rocas, etc., muy a menudo se aproximan a la distribución lognormal (22) (23).

Se dice que una variable aleatoria  $X$  sigue una ley de distribución lognormal de parámetros  $(M, V)$ , si la variable  $Y = \ln X$  sigue una  $N(m, \sigma)$ .

Así pues

$$X = e^{m+\sigma U} \quad U:N(0,1)$$

cuya función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{x} \frac{1}{\sigma\pi\sqrt{2}} e^{-1/2 \frac{(\ln x - \mu)^2}{\sigma^2}}$$

en que  $\mu$  y  $\sigma^2$  son la esperanza y varianza de  $Y$ .

Entre los parámetros de ambas variables existen las siguientes relaciones:

$$M = E[X] = e^{m+\sigma^2/2}$$

$$V = \text{Var } X = e^{2(m+\sigma^2)} - e^{2m+2\sigma^2}$$

Teóricamente, esta distribución se considera generada por procesos en los que existen un elevado número de causas independientes con efectos positivos que se componen de forma multiplicativa y en los que estas causas tienen efectos despreciables frente al total.

La proporcionalidad de los efectos que conducen a su génesis es la razón de que también se la llame "ley de efecto - proporcional".

La modelización de variables geoquímicas por esta distribución, ha seguido tradicionalmente el procedimiento de la recta de Henry. Este , consiste en el ajuste gráfico del histograma de frecuencias acumuladas de la variable experimental en papel gauso-logarítmico (24). Asimismo, existen otros criterios de normalidad, como los de "chi-cuadrado", "Kolmogorov-Smirnov", coeficientes de asimetría y apuntamientos, que son, evidentemente aplicables.

La estimación de los parámetros de las distribuciones lognormales está fuertemente condicionada por los valores experimentales extremos, especialmente, cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

Un estimador de la tendencia central, más robusto que la media aritmética, es la media de máxima probabilidad (25):

$$t = e^{\bar{x}} \delta_n(V)$$

Donde  $t$  es el estimador de la media de la variable experimental.  $e^{\bar{x}}$ , corresponde a la media geométrica de la variable experimental.  $\delta_n(V)$ , es la función de Sichel, la cual está convenientemente tabulada y depende de  $V$  (varianza logarítmica de la variable experimental) y de  $n$  (tamaño de la muestra).

Los límites de confianza del estimador  $t$ , a un determinado nivel de confianza  $\alpha$ , vienen dados por:

$$t \cdot \Psi_{\alpha}(V, n) \quad , \quad t \cdot \Psi_{1-\alpha}(V, n)$$

donde  $\Psi_{\alpha}(V, n)$  es una función también tabulada.

Experimentalmente no es frecuente encontrar distribuciones perfectamente lognormales. Las desviaciones respecto al modelo teórico son, frecuentemente, interpretadas en base a errores analíticos, muestreos preferenciales de unidades geológicas distintas, o a la influencia de procesos físico-químicos selectivos.

#### LOCALIZACION DE ANOMALIAS EN PROSPECCION REGIONAL.

Como ya se ha indicado, el objetivo en prospecciones geoquímicas a escala regional, es seleccionar zonas potencialmente interesantes desde el punto de vista metalogenético.

Partiendo de la lognormalidad de la variable, dicha selección se efectúa a dos niveles:

a.- Selección de observaciones experimentales que exceden un cierto valor límite ( $t_c$ ).

Este valor límite, también llamado valor de corte, nivel de anomalías posibles, etc., se define frecuentemente a partir de la media " $m$ " y de la desviación típica " $\sigma$ " de la distribución experimental de la variable. El valor,  $t_c = m + 2\sigma$ , es frecuentemente utilizado en dicha selección, y se consideran observaciones anómalas aquellas cuyo valor experimental supera  $m + 2\sigma$ . Dada la lognormalidad de la variable, esta selección implica considerar anómalas el 2.5% de las observaciones experimentales de valor más alto.

Esta selección del valor de corte para definir observaciones anómalas es arbitraria, pues no tiene sentido geoquímico-evidente. Por ello, ha de tenerse presente su operatividad, cuidándonos de su utilización "a ciegas". Así, en una prospección de una zona estéril, este criterio induciría a considerar anómalas el 2.5% de las observaciones, lo que evidentemente sobrevaloraría la realidad. En caso contrario, es decir, si existiese un depósito mineral extenso respecto al área prospectada, este criterio infravaloraría la situación.

La utilización de diferentes valores de corte no conduce a esclarecer el problema objetivo de la selección.

A su vez, en esta fase se procede a extender los valores anómalos a una cierta superficie de su entorno, cuyas dimen-

siones dependerían de la densidad del muestreo. Por esta operación se definen anomalías o "superficies en que el valor medio de la variable geoquímica es superior a un determinado valor de corte  $t_c$ ". Esta operación de extensión corresponde a un método particular de ponderación (polígonos de influencia).

b.- Selección de aquellas anomalías que forman conglomerados en el espacio y que son superiores a un cierto tamaño.

En esta segunda fase, tenemos que si el 2.5% de observaciones anómalas están dispersas en el espacio, éstas no revelarán anomalías.

La cuestión clave de esta operación es, dada una densidad de muestreo, determinar cuál es el tamaño mínimo de los conglomerados a seleccionar como anomalías.

La solución del problema, en base a la utilización de reglas como la de Hawkes

"Una anomalía se define a partir de un mínimo de 4 puntos agrupados, dada una densidad de muestreo suficiente",

puede considerarse arriesgada, al no disponer de ninguna medida precisa sobre la "suficiencia" del muestreo. De cualquier forma, hemos de indicar que con esta operación se busca caracterizar estructuras o anomalías.



## DELIMITACION DE ANOMALIAS EN PROSPECCION DETALLADA.

A esta escala de investigación se pretende describir las anomalías previamente seleccionadas. En realidad, la cartografía de anomalías geoquímicas sólo será abordable de una forma eficiente por métodos de estimación adecuados (Apartado 1.4.f), por lo que la utilidad de la distribución lognormal a este respecto es muy limitada. A este nivel, la cartografía de anomalías debe limitarse a la elaboración de curvas de nivel interpoladas manualmente.

### I.3.b. Análisis de tendencias superficiales.

Se considera que una variable geoquímica  $Z(x,y)$ , experimentalmente conocida en los puntos de muestreo  $(x,y)$ , pertenecientes al área prospectada  $s$ , puede ser adecuadamente modelizada por la superposición de dos variables  $T(x,y)$  y  $R(x,y)$ , igualmente definidas en  $s$ :

$$Z(x,y) = T(x,y) + R(x,y)$$

siendo

$T(x,y)$  la variable de tendencias regionales, que tomaría en consideración el componente regular de  $Z(x,y)$ ,

$R(x,y)$  la variable residual caracterizadora de las fluctuaciones locales de  $Z(x,y)$ .

Dada la regularidad de  $T(x,y)$ , se considera que es representable por polinomios de grado  $n$ :

$$T(x,y) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \dots + \alpha_n x^u y^v$$

o cualquier otro tipo de funciones, como series de Fourier.

Cualquiera que sea la representación funcional de  $T(x,y)$ , el método de análisis de tendencias superficiales se sirve del procedimiento de mínimos cuadrados para ajustar  $T(x,y)$  a  $Z(x,y)$ . A través de él, se obtienen los estimadores de  $a_i$  de  $\alpha_i$  y se define la superficie de tendencias  $T^*(x,y)$ :

$$T^*(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + \dots + a_n x^u y^v$$

Por la relación

$$R^*(x,y) = Z(x,y) + T^*(x,y)$$

se obtiene una valoración de  $R(x,y)$ .

Observemos que es posible conocer  $T^*(x',y')$  para todo  $(x',y')$  perteneciente a  $s$ , sin más que una simple sustitución en la fórmula precedente, por lo que el método puede considerarse apto para la realización de interpolaciones en la superficie de tendencias  $T^*(x,y)$ .

Este método es el resultado de la adaptación del método estadístico de regresión múltiple a los fenómenos geológicos. Según sea la naturaleza de  $Z(x,y)$ , el modelo general expuesto al comienzo, puede servir a sus dos objetivos; ya sea la identificación de la superficie de tendencias  $T(x,y)$  ó de la superficie de residuos,  $R(x,y)$ . En el primer caso, se asume que  $R(x,y)$  es una variable aleatoria no autocorrelacionada, es decir, que se caracterizaría una dispersión constante respecto la superficie de tendencias  $T(x,y)$ . En consecuencia, el método conduciría a la representación funcional ( $T(x,y)$ ) de la variable estudiada. El segundo objetivo se funda en la evidencia, frecuentemente encontrada, de que  $R(x,y)$  no es una variable aleatoria, sino que presenta un cierto grado de autocorrelación espacial; por ello, la adecuada modelización de  $Z(x,y)$ , sería:

$$Z(x,y) = T(x,y) + \delta_{i,j}(x,y) + \epsilon_{ij}$$

$$R(x,y) = \delta_{i,j}(x,y) + \epsilon_{ij}$$

donde  $\delta_{i,j}(x,y)$  tomaría en consideración el carácter no aleatorio de  $R(x,y)$ .

En consecuencia, la superficie de residuos  $R^*(x,y)$  - que el método de análisis de tendencias superficiales genera, se considera un indicador de las anomalías geoquímicas (26,27).

En general, el método expuesto es utilizado tanto en la localización de anomalías geoquímicas como en su cartografía.

Apuntemos brevemente, que la separación de ambos componentes regional y local, así como la significación interpretativa de las funciones que representan la superficie de tendencias, son algunos de los graves inconvenientes de estos métodos (28, 29).

### I.3.c. Métodos de ponderación

Se basan en la modelización de las variables geoquímicas similar a la expuesta anteriormente, pero el tratamiento a seguir es distinto.

Sea  $Z(x,y)$  la variable experimental observada en los puntos  $(x,y)$  de la superficie muestreada  $s$ ; esta variable puede ser modelizada por los dos esquemas:

$$Z(x,y) = T(x,y) + R(x,y) \quad \text{Aditivo}$$

$$Z(x,y) = T(x,y) \times R(x,y) \quad \text{Multiplicativo}$$

en que, de nuevo,  $T(x,y)$  es la variable regional y  $R(x,y)$  la residual. La utilización de uno u otro de los esquemas anteriores depende del comportamiento de  $Z(x,y)$ , aunque el último esquema es reducible al primero por transformación logarítmica:

$$\log Z(x,y) = \log T(x,y) + \log R(x,y)$$

De una forma operativa cualquier método de ponderación se basa en un modelo general:

$$Z^*(x,y) = \sum_{i=1}^n w_i Z(x_i, y_i)$$

donde  $Z(x_i, y_i)$  serán ciertos valores experimentales o sus logaritmos (modelo aditivo o multiplicativo). Concretamente,  $Z^*(x,y)$  puede representar una serie de puntos pertenecientes al área -

prospectada s, en que se desea conocer el valor de  $Z(x,y)$ , lo que hace que el método de ponderación utilizado ( $w_i$ ) se considere de interpolación; en otros casos  $Z^*(x,y)$  puede indicar el valor medio de  $Z(x,y)$  en determinadas superficies, que se definen, frecuentemente, por una malla superpuesta al área --prospectada. En esta situación, el método de ponderación utilizado se indica como de suavizamiento. En ambos casos, la --cuestión es definir los ponderadores  $w_i$ . A este respecto, existe una gran diversidad de criterios, lo que da lugar a procedimientos de ponderación que agruparemos en dos tipos generales: geométricos y de distancia.

Entre los primeros se encuentran los métodos poligonales y triangulares, por lo que se asigna a una superficie s' el valor experimental de una observación puntual. Entre los --del segundo tipo pueden citarse los de ponderación por inversas de la distancia (PID) y los de inversa de la distancia al cuadrado (PID2); estos métodos asignan a un punto o a una superficie determinada, el resultado de ponderar las observaciones experimentales.

La abundancia de procedimientos alternativos, no conduce a clarificar cual es el método idóneo en cada caso, pues no existen "a priori" criterios válidos para dicha elección.  
(30).

A este respecto, la formulación geoestadística da --una solución unificada a la dicotomía interpolación-suaviza --

miento, al referenciar ambos problemas en uno sólo de estimación (Apartado I.4.d).

#### I.4. TEORIA DE VARIABLES REGIONALIZADAS. GEOESTADISTICA.

##### INTRODUCCION

La descripción de muchos fenómenos naturales se hace a través de la repartición espacio-temporal de sus magnitudes más características, las cuales se pueden considerar variables regionalizadas (V.R.). Dicha descripción hace referencia al doble aspecto aleatorio-estructurado que, experimentalmente, presentan.

Matemáticamente son funciones de sus coordenadas espacio-temporales. Dada la dificultad de su representación funcional simple, se opta por su modelización probabilística. Su formulación por el lenguaje probabilístico de Funciones Aleatorias es, pues, una elección metodológica.



#### I.4.a. Modelización de variables regionalizadas (V.R.)

En la exposición que viene a continuación hemos procurado limitarnos a V.R.,  $z(x)$ , a una dimensión, con objeto de no complicar las notaciones. En el caso de tratarse de variables a dos o tres dimensiones ésto se especifica por:  $z_s(x)$ , donde "x" representaría sus coordenadas.

Las funciones aleatorias se representan por mayúsculas,  $Z(x)$ .

#### DEFINICION DE FUNCION ALEATORIA (F.A.)

Una F.A.  $Z(x)$  se define como una familia de variables aleatorias

$$\{z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_n)\} \quad \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in X$$

La modelización de una V.R.  $z(x)$  por la F.A.  $Z(x)$  implica, pues, que aquélla es una realización de un conjunto de V.A. en los puntos de muestreo  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i$ . La utilidad de esta formulación de la V.R.  $z(x)$  por la F.A.  $Z(x)$ , radica en el conocimiento de su ley espacial o de la V.A. vectorial de  $k$  variables.

$$\{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_k)\} \quad \forall x_k \in X$$

es decir, de su ley de distribución conjunta:

$$F_{x_1, x_2, \dots, x_k}(Z_1, Z_2, \dots, Z_k) = \text{Prob}\{Z(x_1) < \varepsilon_1, Z(x_2) < \varepsilon_2 \dots Z(x_k) < \varepsilon_k\}$$

la cual es inaccesible a partir de una sola realización de la F.A.  $Z(x)$ ; esta limitación obliga a introducir hipótesis sobre el tipo de F.A.  $Z(x)$  y más concretamente acerca de sus momentos de orden 1 y 2.

#### MOMENTOS DE UNA F.A. $Z(x)$ .

Si se admite la existencia de esperanza de la F.A.  $Z(x)$ , ésta, en general, es una función de  $x$ .

$$E[Z(x)] = m(x) \quad (\text{momento de orden 1})$$

y se pueden definir los momentos de orden 2:

. Varianza de  $Z(x)$

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E[Z(x) - m(x)]^2$$

. Covarianza entre las V.A.  $Z(x_1)$ ,  $Z(x_2)$

$$C[Z(x_1), Z(x_2)] = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\}$$

. Variograma  $2\gamma(Z(x_1), Z(x_2))$  o varianza de las diferencias entre las V.A.  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$ .

$$2\gamma(Z(x_1), Z(x_2)) = \text{Var}[Z(x_1) - Z(x_2)]$$

### HIPOTESIS ESTACIONARIA.

Una F.A.  $Z(x)$  es estacionaria si su ley espacial es invariante por traslación, es decir, si las V.A. vectoriales

$$\{Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_k)\}, \{Z(x_1+\vec{h}), Z(x_2+\vec{h}), \dots, Z(x_k+\vec{h})\}$$

tienen la misma ley de distribución para cualquier  $\vec{h}$ .

Esta hipótesis implica una fuerte homogeneidad de la F.A.  $Z(x)$ .

### HIPOTESIS ESTACIONARIA DE ORDEN 2.

Una F.A.  $Z(x)$  es estacionaria de orden 2 si:

- . Existe su esperanza matemática y es independiente de  $x$ .

$$E [Z(x)] = m \quad \forall x$$

- . La covarianza entre las V.A.  $Z(x)$ ,  $Z(x+h)$  es función de  $\vec{h}$ .

$$C(\vec{h}) = E [Z(x+\vec{h}) Z(x)] - m^2; \quad \forall x$$

$$C(0) = \text{Var } Z(x) \quad h = 0$$

$$\gamma(\vec{h}) = 1/2 E [Z(x+\vec{h}) - Z(x)]^2 = C(0) - C(\vec{h})$$

## HIPOTESIS INTRINSECA.

Se dice que una F.A.  $Z(x)$  es intrínseca si:

- . Su esperanza matemática existe y no depende del punto de implantación  $x$

$$E [Z(x)] = m \quad ; \quad \forall x$$

- . Para todo  $h$ , las diferencias  $Z(x+h) - Z(x)$  tienen varianza finita y no depende de  $x$

$$\text{Var} \{ Z(x+\vec{h}) - Z(x) \} = E \{ [Z(x+\vec{h}) - Z(x)]^2 \} = 2\gamma(\vec{h}); \quad \forall x$$

Se puede ver esta hipótesis como la limitación de la hipótesis estacionaria de orden dos a las diferencias  $[Z(x+\vec{h}) - Z(x)]$  de la F.A.  $Z(x)$ .

## HIPOTESIS CUASI-ESTACIONARIA Y CUASI-INTRINSECA.

Se refieren a la limitación de las hipótesis anteriores a ciertos dominios de definición de la F.A.  $Z(x)$ . Desde un punto de vista práctico, la utilización de estas hipótesis en la modelización de V.R., vienen impuestas por criterios de homogeneidad de la V.R., y se ha de cuidar que la amplitud de los dominios considerados sean tales, que tengan la densidad de información mínima que permita la inferencia de las funciones estructurales covarianza o variograma.

## FENOMENOS NO ESTACIONARIOS.

Aquellos fenómenos en los que las hipótesis anteriores no son aceptables, y concretamente aquellos casos en que se presentan tendencias o derivas,  $E[Z(x)] = m(x)$ , no son analizables por los modelos de F.A. antes expuestos. Los modelos de F.A. intrínsecas de orden  $k$  ( $FA_{i-k}$ ) pueden ser utilizados en estos casos, (31), (32), obviando los problemas de inferencia estadística que en el estudio de ciertos fenómenos no estacionarios presenta el "krigeaje universal" (33).

#### I.4.b. Caracterización de Funciones aleatorias.

De aquí en adelante nos referiremos a modelos de F. A. estacionarias e intrínsecas. Las funciones  $\gamma(h)$  y  $C(h)$ , de los tipos de funciones aleatorias antes indicados, tienen una serie de propiedades deducibles de la teoría de procesos estocásticos, entre las que se encuentran:

$$\begin{aligned} C(0) > 0 & \qquad \qquad \gamma(0) = 0 \\ C(\vec{h}) = C(-\vec{h}) & \qquad \gamma(\vec{h}) = \gamma(-\vec{h}) > 0 \\ C|\vec{h}| < C(0) & \end{aligned}$$

Entre la F.A.  $Z(x)$  y su  $\gamma(h)$ , se establecen las siguientes relaciones según los tipos de comportamiento al origen de  $\gamma(h)$ :

a) Parabólico (Fig. I.1.)

$$\gamma(h) \sim A(h^2) \qquad h \rightarrow 0$$

Indicador de una F.A.  $Z(x)$  altamente regular y contínua.

b) Lineal (Fig. I.2.)

$$\gamma(h) \sim A(h) \qquad h \rightarrow 0$$

La F.A.  $Z(x)$  es menos regular que anteriormente, pero contínua en  $h=0$ .

c) Discontinuidad al origen (Fig. I.3)

$$\gamma(h) \not\rightarrow 0 \qquad h \rightarrow 0$$

aunque  $\gamma(0) = 0$  por definición.

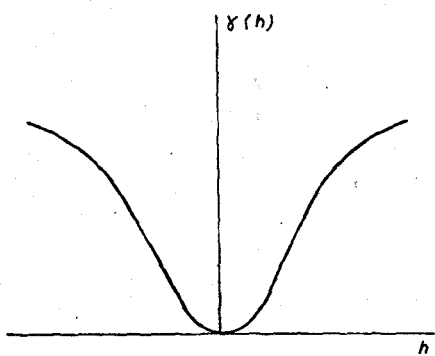


Fig. I-1

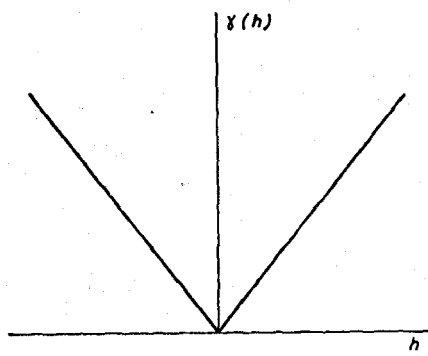


Fig. I-2

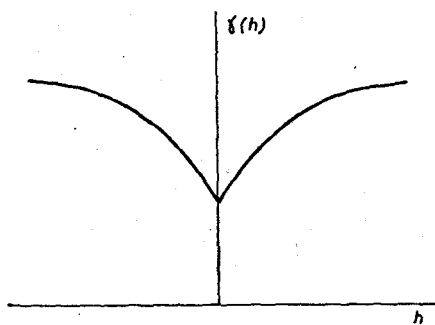


Fig. I-3

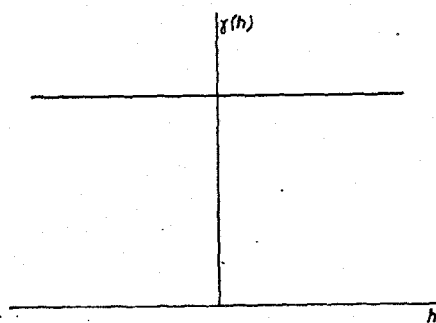


Fig. I-4

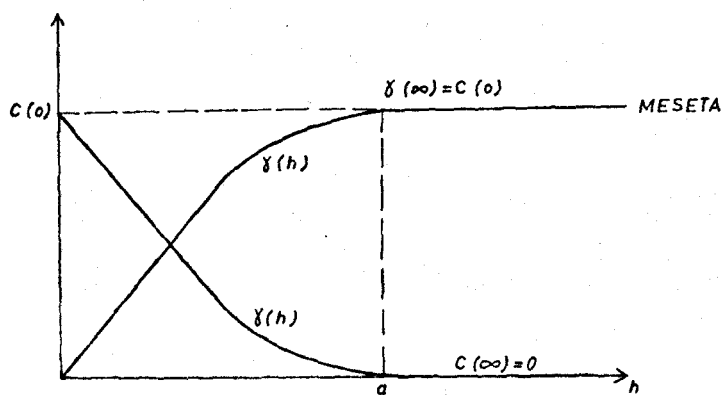


Fig. I-5

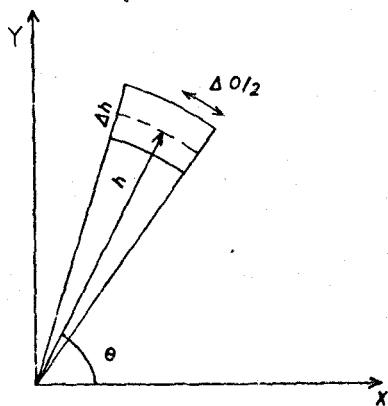


Fig. I-6

También llamado "nugget effect", indica una menor continuidad de la F.A.; esta variabilidad local o ruido blanco, puede ir unido a una cierta regularidad de  $Z(x)$  a distancias superiores.

d) Efecto "nugget" puro (Fig. I.4)

Es el caso límite del comportamiento precedente, en el que el grado de autocorrelación espacial de la F.A. es nulo.

El comportamiento de  $\gamma(h)$  al infinito, se demuestra que no crece menos rápido que  $h^2$ , es decir

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\gamma(h)}{|h|^2} = 0$$

Un crecimiento parabólico del variograma está asociado a la existencia de derivas, y es característico de fenómenos no estacionarios.

Una F.A. definida en un espacio de dos o tres dimensiones puede tener iguales o diferentes comportamientos en las distintas direcciones del mismo. Se dice que una F.A. es isótropa, si presenta la misma variabilidad en todas direcciones o de forma equivalente, si su variograma es el mismo en cualquier dirección. En caso contrario se distinguen dos tipos de anisotropía: geométrica y zonal. El primer tipo incluye aquellas anisotropías reducibles a un caso isótropo; el resto de-



anisotropías observadas se consideran zonales.

Una F.A.  $Z(x)$  se dice que caracteriza un fenómeno de transición cuando su variograma se estabiliza alrededor de un valor (meseta) a partir de una cierta distancia "a" o alcance (Fig. I.5) y ésto es indicativo de que la correlación espacial entre las V.A.  $z(x)$  y  $z(x+h)$  es nula cuando  $h$  alcanza o supera el alcance "a".

#### CORREGIONALIZACIONES.

La descripción de un fenómeno a partir de ciertas variables intercorrelacionadas, sugiere la necesidad de su estudio simultáneo. La conceptualización probabilística de una corregionalización es semejante a la regionalización de una sola variable. Así, las corregionalizaciones de  $k$  variables regionalizadas  $\{z_1(x), z_2(x), \dots, z_k(x)\}$  son interpretadas como una realización particular de un conjunto de  $k$  F.A. correlacionadas

$$\{Z_1(x), Z_2(x), \dots, Z_k(x)\}$$

Bajo la hipótesis de estacionaridad de orden 2 se definen los momentos:

a) Esperanza matemática de cada F.A.  $Z_k(x)$

$$E[Z_k(x)] = m_k = \text{cte} ; \quad \forall x$$

b) Covarianza cruzada entre los pares de F.A.  $Z_k(x)$  y  $Z_{k'}(x)$

$$C_{k',k}(h) = E\{Z_k(x+h) Z_{k'}(x)\} - m_k \cdot m_{k'} \quad ; \quad \forall x$$

c) El variograma cruzado

$$2\gamma_{k',k}(h) = E\{[Z_{k'}(x+h) - Z_{k'}(x)][Z_k(x+h) - Z_k(x)]\} \quad ; \quad x$$

Las limitaciones en la existencia de las funciones covarianzas y variogramas cruzados, corresponden con lo ya ex puesto en las regionalizaciones a una sola variable.

Algunas propiedades de estas funciones son:

- 1º- Cuando  $k=k'$  los momentos cruzados  $C_{k',k}(h)$  y  $\gamma_{k',k}(h)$  corres ponden a las funciones directas  $C_k(h)$  y  $\gamma_k(h)$ .
- 2º- Mientras el variograma directo de una F.A.  $Z_k$  es siempre positivo,  $\gamma(h) \geq 0$ , un variograma cruzado puede tomar valores negativos, lo cual correspondería a la disminución media de una variable frente al aumento medio de la otra; este tipo de comportamiento de  $\gamma_{k',k}(h)$  sirve para caracterizar por ejemplo un fenómeno de sustitución de un elemento  $k$  por otro  $k'$ .
- 3º- El variograma cruzado es simétrico en  $(k, k')$  y  $(h, h')$

$$\gamma_{k',k}(h) = \gamma_{kk'}(h) \quad ; \quad \gamma_{kk'}(h) = \gamma_{kk'}(-h)$$

mientras el covariograma cruzado no lo es necesariamente:

$$C_{kk'}(h) = C_{k'k}(h) \quad ; \quad C_{k'k}(-h) \neq C_{k'k}(h)$$

La interpretación de un covariograma disimétrico, se realiza en base a un efecto de retardo de una variable respecto a otra.

El coeficiente de correlación  $\rho_{kk'}$  entre dos variables se define:

$$\rho_{kk'} = \frac{C_{kk'}(0)}{\sqrt{C_{kk}(0) \cdot C_{k'k'}(0)}}$$

Una consecuencia interesante es el hecho de poder existir dos variables con coeficientes de correlación  $\rho_{kk'}=0$ , debido a que  $C_{kk'}(0)=0$  sin que ello implique que  $C_{kk'}(h)$  sea también nulo; es decir, dos variables pueden tener un coeficiente de correlación nulo aún estando espacialmente correlacionadas.

#### I.4.c. Variogramas Teórico, Local y Experimental.

Sea  $Z(x)$  una V.R. a una dimensión, muestreada en  $n$  puntos regularmente espaciados. El variograma experimental  $\gamma^*(h)$

$$2\gamma^*(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^n [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2$$

en que  $N(h)$  es el número de pares  $[Z(x_i+h) - Z(x_i)]$ , para cada  $h$  múltiplo de una distancia de muestreo, representa el valor medio del cuadrado de las diferencias entre las observaciones separadas por una distancia  $h$  y cuantifica la varia bilidad media de las observaciones en función de su distancia relativa.

Por su parte, el variograma teórico  $\gamma(h)$  se define por:

$$\gamma(h) = 1/2 E[Z(x) - Z(x+h)]^2 = 1/2 \int [Z(x) - Z(x+h)]^2 dx$$

donde la integral se ha de calcular sobre un campo supuestamente infinito, con un número también infinito de pares  $[Z(x) - Z(x+h)]$ , por lo que prácticamente no será accesible.

La reducción del campo a un dominio finito  $L$ , permite definir el variograma local  $\gamma'(h)$

$$\gamma'(h) = \frac{1}{2(L-h)} \int_0^{L-h} [Z(x) - Z(x+h)]^2 dx$$

que supone, también, un número infinito de observaciones, y -

será igualmente inaccesible en la práctica.

Entre los tres variogramas previamente definidos -- existe la relación dada por Matheron (8):

$$E [\gamma^*(h)] = E [\gamma'(h)] = \gamma(h)$$

Las discrepancias entre estos variogramas se sistematizan en la siguiente terminología:

- Fluctuación o diferencia entre el variograma local  $\gamma'(h)$  y el teórico  $\gamma(h)$ .

- Error de estimación o diferencia entre el variograma local  $\gamma'(h)$  y el experimental  $\gamma^*(h)$ .

Su cálculo en determinados casos representativos, permite concluir que:

- Las fluctuaciones del variograma local son elevadas cuando  $h$  (distancia a que se calcula el variograma  $\gamma'(h)$ ) supera la mitad del dominio  $L$ .

- La varianza de estimación  $E[\gamma'(h) - \gamma^*(h)]^2$  está -- controlada por el número de parejas experimentales disponibles en el dominio  $L$ ; esta varianza de estimación es normalmente pequeña, lo que posibilita -- asignar una significación objetiva al variograma -- experimental. Estos cálculos realizados para F.A. -- de ley espacial gaussiana y esquemas teóricos lineales, aportan unos valores a dichos errores que pueden considerarse punitivos, por lo que pueden utilizarse en el establecimiento de las siguientes re

glas prácticas:

- Limitar el cálculo de variogramas experimentales hasta distancias  $h < L/2$ .
- Verificar que en la estimación de cada punto experimental del variograma se incluyen un mínimo de parejas no inferior a 30.

El cálculo de variogramas experimentales de variables definidas en espacios de dos o tres dimensiones, es esencialmente el mismo que para variables unidimensionales, si bien se procede al agrupamiento de observaciones por clases de direcciones  $\Delta\theta$  y distancias  $\Delta h$  (Fig. I.6).

Por este procedimiento se estima:

$$\gamma^*(\theta, h) = \frac{1}{\Delta h \Delta \theta} \int_{-\frac{\Delta h}{2}}^{\frac{\Delta h}{2}} \int_{-\frac{\Delta \theta}{2}}^{\frac{\Delta \theta}{2}} \gamma(h+x, \theta + \psi) dx d\psi$$

el cual es un suavizado del variograma puntual,  $\gamma^*(h)$ ; en la práctica el uso de  $\Delta\theta$  y  $\Delta h$ , suficientemente pequeños, permitirá considerarlo un buen estimador de  $\gamma^*(h)$ .

De igual forma es posible construir los variogramas experimentales cruzados  $\gamma_{12}^*(h)$  entre dos variables  $z_1(x)$  y  $z_2(x)$ :

$$2\gamma_{12}^*(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^n [z_1(x_i+h) - z_2(x_i)] [z_2(x_i+h) - z_2(x_i)]$$

La inferencia del variograma experimental por los estimadores previamente indicados, se dificulta por la presencia de valores experimentales extremos (outliers), lo que ha motivado la búsqueda de estimadores más robustos, (34), siendo éste, aún, un campo de investigación.

#### MODELOS DE VARIOGRAMAS.

El variograma  $\gamma(h)$  no es conocido, por lo que se adopta como modelo del mismo aquel que resulta de ajustar una ecuación a su estimador  $\gamma^*(h)$  (variograma experimental). Algunos de los modelos o esquemas de regionalización son los siguientes:

- Esquemas con meseta y comportamientos al origen:

. Lineal.....	Modelo esférico
. Parabólico.....	Modelo exponencial
	Modelo Gaussiano.

- Esquemas sin meseta

Modelo en  $h^\lambda$   $0 < \lambda < 2$

Modelo de De Wijs

Modelo de efecto agujero

a) Modelo esférico (Fig. I.7)

$$\gamma(h) = C_0 + C \left( \frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3} \right) \quad h \leq a$$

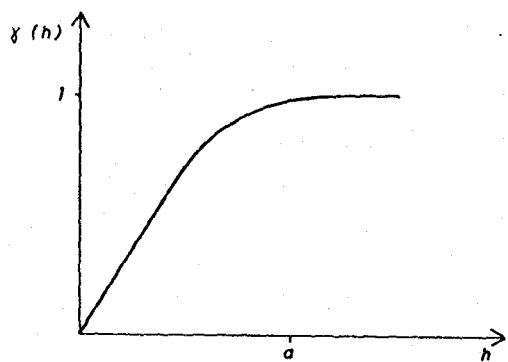


Fig I-7

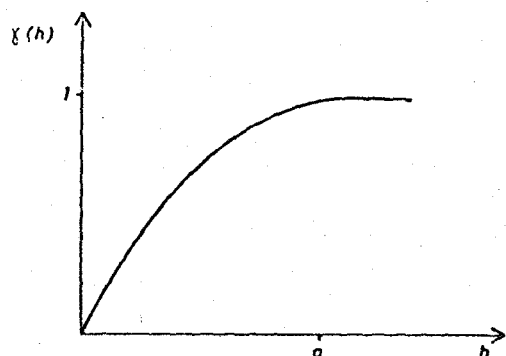


Fig. I-8

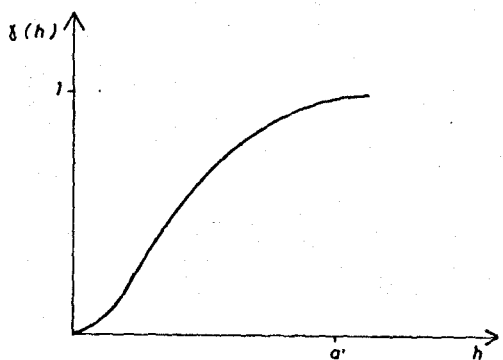


Fig I-9

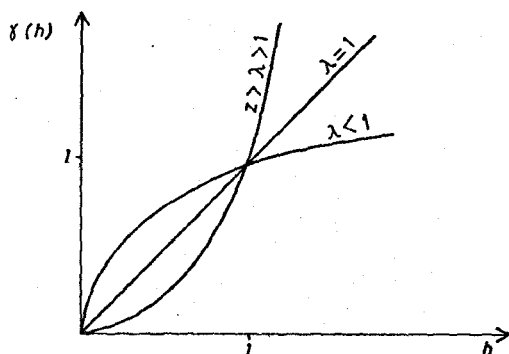


Fig I-10

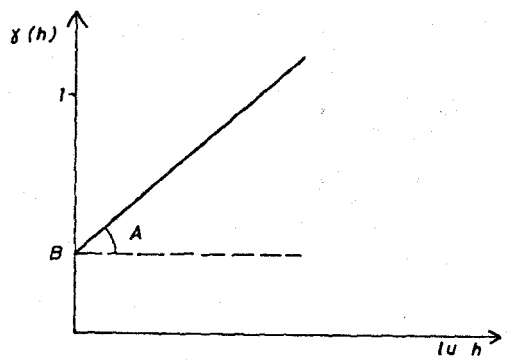


Fig I-11

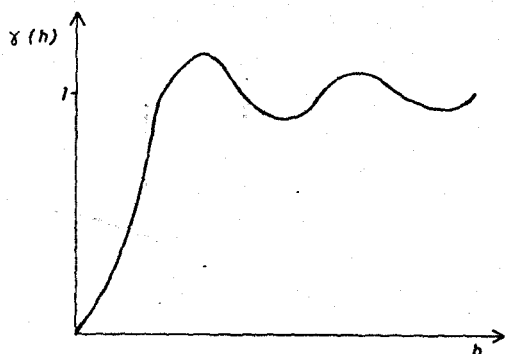


Fig I-12



$$\gamma(h) = C_0 + C = C_T \quad h > a$$

$$\gamma(0) = 0$$

b) Modelo exponencial (Fig. I.8)

$$\gamma(h) = C_0 + C[1 - \exp(-h/a)] \quad h \leq a$$

$$\gamma(0) = 0$$

El crecimiento de  $\gamma(h)$  es mucho más continuo que en el modelo anterior y no se llega a alcanzar la meseta  $C_T = C_0 + C$  pues la función  $\gamma(h)$  es asintótica a la misma.

c) Modelo gaussiano (Fig. I.9)

$$\gamma(h) = C_0 + C[1 - \exp(-h^2/a^2)] \quad h \leq a$$

Alcanza la meseta  $C_T = C_0 + C$ , de forma asintótica y se puede adoptar por alcance  $a' = a\sqrt{3}$  cuando  $\gamma(a') \approx C_0 + C$ .

d) Modelos en  $h^\lambda$  (Fig. I.10)

$$\gamma(h) = h^\lambda \quad 0 < \lambda < 2$$

El esquema lineal ( $\lambda=1$ ) es el de uso más frecuente.

e) Modelo de De Wijs (Fig. I.11)

$$\gamma(h) = A \ln(h) + B$$

f) Modelo de efecto agujero (Fig. I.12)

$$\gamma(h) = C \left(1 - \frac{\text{Sen } a h}{ah}\right)$$

Este esquema presenta una meseta y un comportamiento parabólico al origen; la existencia de componentes pseudoperiódicos en la regionalización pueden motivar la aparición de este tipo de efectos en el variograma experimental. Otro modelo, para representar este tipo de efectos es el siguiente:

$$\gamma(h) = p(1 - e^{-\lambda h}) + (1-p)\left(\frac{1 - \text{sen } \mu h}{\mu h}\right); \quad \frac{\lambda}{\mu} > 1$$

que incluye una combinación de modelos expuestos anteriormente (35).

La variabilidad de un fenómeno puede considerarse un compendio de múltiples causas actuantes a distinta escala e intensidad según la dirección; dicha variabilidad será caracterizable a través del variograma experimental. El modelo general de regionalización,  $\gamma_T(h) = \sum_i \gamma_i(h)$ , utilizable en la descripción de los trazos estructurales del variograma experimental,

posibilita el uso de combinaciones de los esquemas antes descritos. Las anisotropías manifiestas en los variogramas experimentales, pueden corresponder a los tipos: geométrico y zonal.

El primer tipo se describe para la variable  $Z(x,y)$ , en que los tres variogramas direccionales,  $\gamma^*(\vec{h})$ , se han ajustado a esquemas  $\gamma_i(h)$  (Fig. I.13.a). Estos presentan una misma meseta y distintos alcances,  $a_i$ , que describen una elipse (Fig. I.13.b). La reducción de este tipo de anisotropías a un modelo isótropo que permita cuantificar la variabilidad encontrada en cada dirección, es posible a través de una transformación lineal sobre las coordenadas (2).

La anisotropía zonal engloba aquellos casos en que no es aplicable la transformación lineal anterior. El modelo de anisotropía zonal se define como un modelo de superposición de esquemas  $\gamma_T(\vec{h}) = \sum_i \gamma_i(\vec{h})$  en que cada  $\gamma_i(\vec{h})$  puede presentar su propia anisotropía.

Este modelo es muy flexible pues permite particularizar las distintas variabilidades observadas; en cambio, es recomendable no proceder a modelizaciones excesivas que no estén justificadas por la propia naturaleza del fenómeno.

Es frecuente encontrar este tipo de anisotropía, por ejemplo, en yacimientos en que se dan fenómenos de enriquecimiento

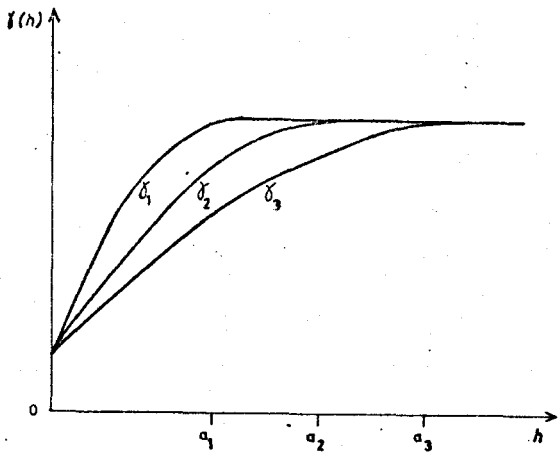


Fig. I-13-a

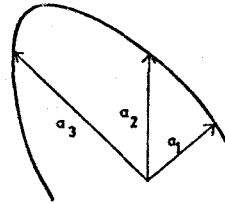


Fig. I-13-b

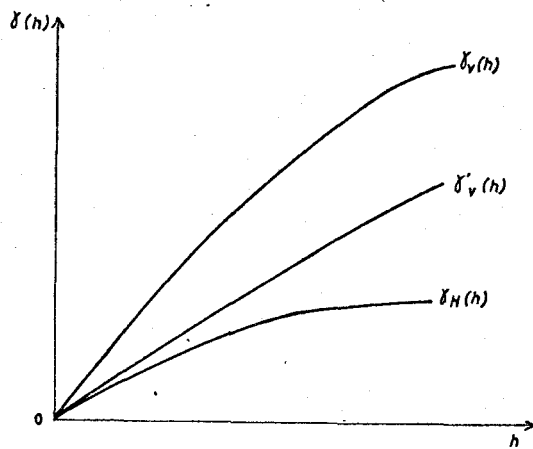


Fig. I-14

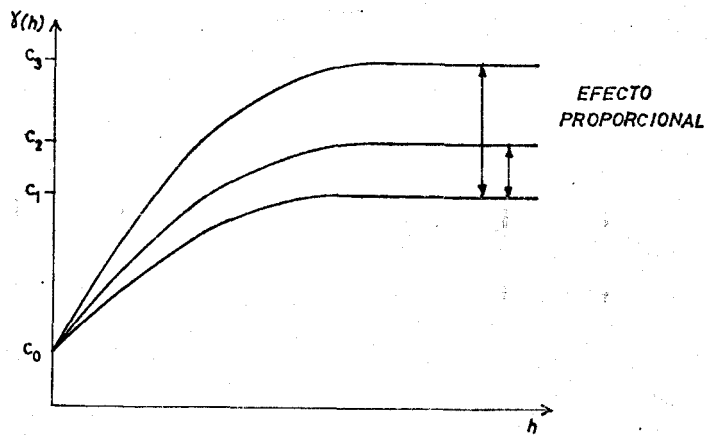


Fig. I-15

en profundidad o alteración superficial; sus variogramas, vertical  $\gamma_h(h)$  y horizontal  $\gamma_v(h)$ , (Fig. I.14), presentando una distinta variabilidad, son modelizables por un esquema isótropo  $\gamma(h)$  aplicable a cualquier dirección y uno que particulariza la dirección vertical  $\gamma'_v$ .

$$\gamma'_v(h) = \gamma_v(h) - \gamma_h(h)$$

Existen fenómenos que no cumplen las condiciones de estacionaridad, y que, por tanto, su estudio requeriría el empleo de otras metodologías ("krigeaje universal", F.A. intrínsecas de orden K). Una forma de sustraerse a esta necesidad - consiste en la utilización de las hipótesis de cuasiestacionaridad. En estos casos, es frecuente que los variogramas calculados en los diversos dominios de cuasiestacionaridad presenten un tipo de anisotropía conocido como efecto proporcional (Fig. I.15). A efectos de modelización es posible establecer una relación entre las variabilidades ( $\sigma_i$ ) y las medias experimentales ( $m_i$ ) de cada dominio. Una de las más frecuentemente encontradas implica una relación lineal entre ( $m_i$ ) y ( $\sigma_i$ ). Por este procedimiento es posible asignar a cada dominio un variograma, cuyos parámetros serán una función simple de la media experimental.

Finalmente, digamos que este efecto está ligado a variables con histogramas próximos a la distribución lognormal.

#### I.4.d. Estimación.

Sea una variable  $z(x)$  conocida en una serie de puntos  $x_i$ , pertenecientes al área  $S$ , a partir de los cuales queremos conocer su valor medio por malla  $z_s$ .

$$z_s = \frac{1}{s} \int_S z(x) dx$$

o los valores  $z(x_i)$  en los nudos de la red superpuesta a  $S$ .

Como se ve, son los problemas ya planteados en el apartado I.3.c.; estos problemas son formulables de una forma unificada, en base a la caracterización estructural de las variables (Apartado I.4.c.) y la definición adecuada de las mismas (noción de soporte, Apartado I.4.e.). En la exposición -- nos limitaremos a  $z_s(x)$ .

De una forma general su estimador  $z_s^*(x)$ , ha de ser una función de la información disponible:

$$z_s^*(x) = f[z(x_1), z(x_2), z(x_3) \dots z(x_n)]$$

aunque las restricciones en el tipo de funciones  $f$  vendrán impuestas por las condiciones que debe cumplir el estimador  $z_s^*(x)$ ; éste debe ser :

- insesgado, es decir, que, en media, los errores

$$[z_s(x) - z_s^*(x)] \text{ deben ser nulos, es decir}$$

$$E[z_S(x) - z^*_S(x)] = 0$$

- suficientemente simple para permitir el cálculo -  
de la varianza de estimación  $\sigma_E^2$ .

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= E[z_S(x) - z^*_S(x)]^2 = E[z_S(x)^2] + E[z^*_S(x)^2] - \\ &- 2E[z_S(x) z^*_S(x)] \end{aligned}$$

En el contexto del modelo probabilístico estudiado, el cálculo de estimadores que cumplan estas condiciones es posible limitándonos a los lineales, es decir, del tipo:

$$z^*_S(x) = \sum_i \lambda_i z(x_i) \quad \text{con} \quad \sum \lambda_i = 1$$

puesto que entonces será posible calcular  $\sigma_E^2$  a partir de la información estructural constituida por la covarianza o el variograma.

Posteriormente, veremos que es posible calcular aquellos ponderadores  $\lambda_i$  que conducen a una varianza de estimación mínima (Kriging). Veamos cuál es su formulación en el caso de estimación de una cierta variable  $Z_S(x)$  definida en un dominio  $S$  centrado en  $x$ , por la variable  $Z_s(x)$  definida en otro dominio  $s$ , igualmente centrado en  $x$ .

Sea conocida la variable  $Z_S(x)$  definida en un cierto dominio  $s$  centrado en  $x$ , definida por

$$Z_S(x) = \frac{1}{s} \int_S z(y) dy$$

a partir de la cual se ha estimado  $Z_S$

$$Z_S(x) = \frac{1}{s} \int_S z(y) dy$$

por una operación de extensión.

Si la hipótesis estacionaria se verifica, se puede demostrar que  $Z_S(x)$  es un estimador insesgado de  $Z_S(x)$  y que la varianza de extensión viene dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 = & \frac{2}{S \cdot s} \int_{S(x)} dy \int_{s(x)} \gamma(y-y') dy - \frac{1}{s^2} \int_{S(x)} dy \int_{s(x)} \gamma(y-y') dy' - \\ & - \frac{1}{s^2} \int_{s(x)} dy \int_{s(x)} \gamma(y'-y) dy \end{aligned}$$

donde  $\gamma(h)$  es la función variograma de  $z(y)$ .

Esta formulación es general, indicando para dominios a tres dimensiones que cada signo integral representa una integral triple, y en consecuencia, la varianza de estimación es una suma de integrales sextuples. En la notación simbólica de la equivalencia precedente

$$\sigma_E^2 = 2\bar{\gamma}(S,s) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(s,s)$$

$\bar{\gamma}(S,s)$  designa el valor medio del variograma puntual cuando las dos extremidades del vector  $h$  describen, independientemente



te la una de la otra, los dominios de  $S$  y  $s$ .

La significación de cada uno de los términos puede describirse:

- $\bar{\gamma}(S,S)$  cuantifica la influencia del tamaño del dominio  $S$  a estimar en la calidad de la estimación.- Al ser  $\gamma(h)$  una función creciente, a medida que aumenta el tamaño del dominio a estimar, la varianza de estimación disminuye, supuesto el resto de los términos fijos. Asimismo, el hecho de que  $\gamma(h)$  es una función vectorial, la geometría de  $S$  actúa también como condicionante de la calidad de la estimación.
- $\bar{\gamma}(S,s)$  caracteriza la distancia y disposición relativa entre el estimado y el estimante; a medida que aumenta la distancia entre ambos, la calidad de la estimación es menor.
- $\bar{\gamma}(s,s)$  actúa reduciendo la varianza de estimación a medida que aumenta la información; asimismo influye su configuración en el valor final.

En el caso de existir la función covarianza (funciones aleatorias de orden dos), por la relación:

$$C(h) = C(0) - \gamma(h)$$

se deduce que:

$$\sigma_E^2 = \bar{C}(S,S) + \bar{C}(s,s) - 2\bar{C}(S,s)$$

Vemos, pues, cómo el cálculo de la varianza de estimación se deduce de la información estructural  $\gamma(h)$  ó  $C(h)$ .

Un caso concreto de estas operaciones de extensión, es la realizada frecuentemente al definir anomalías geoquímicas a través del modelo lognormal (Apartado I.3.d.)

La varianza de estimación asociada a ponderaciones del tipo media aritmética:

$$z_s^*(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z(x_i)$$

sería formulable en forma discreta:

$$\sigma_E^2 = \frac{2}{Ns} \sum_i \int_{s(x)} \gamma(y-x_i) dy' - \frac{1}{s^2} \int_{s(x)} dy \int_{s(x)} \gamma(y-y') dy' - \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j \gamma(x_i - x_j)$$

El cálculo de estas varianzas no es realizable de forma sencilla, por lo que existen tabulados algunos tipos de extensión frecuentes.

Veamos, pues, cómo la definición de anomalías (Apartado I.3.a.) puede ser descrita en términos geoestadísticos:

- Extensión de los valores puntuales  $z(x_i)$  a superficies  $z^*_s(x_i)$

$$z^*_s(x_i) = z(x_i)$$

- Selección sobre el histograma de  $z^*_s(x_i)$  para definir anomalías por determinados valores de corte.

Del hecho de que, en general,  $z^*_s(x_i)$  no es el mejor estimador de  $z_s(x_i)$ , puede deducirse que la selección conducirá a sobrevalorar algunas superficies  $s(x_i)$  e infravalorar -- otras. Esto se elimina parcialmente al retener sólo aquellas  $z^*_s(x_i)$  conglomeradas en el espacio.

El método geoestadístico, a través de la caracterización estructural de  $z(x_i)$ , permite obtener la mejor estimación posible de  $z_s(x_i)$  por medio del "krigeaje" (Apartado -- I.4.f). Por tanto, es de considerar que la selección de anomalías (aún sin disponer de valores de corte con sentido geoquímico), recibe una formulación más objetiva que por otros métodos (PID, PID2, etc...).

Los diferentes procedimientos de estimación de superficies y de interpolación, genera a menudo el problema de decidir cuál entre los existentes es el adecuado a cada caso -- concreto (30).

El método geoestadístico permite unificarlos en un solo de estimación; la solución general al problema de estimación, se formula en el procedimiento de "krigeaje".

#### I.4.e. Varianza de Dispersión.

La noción de soporte en geoestadística sirve para designar la forma y tamaño de una muestra. Asimismo, una adecuada definición de una variable, hará referencia al soporte que representa.

Esta noción de soporte será fundamental para la caracterización de dos hechos experimentales bien conocidos:

- La dispersión de valores experimentales, alrededor del valor medio de los datos, pertenecientes a una cierta superficie prospectada  $S$ , disminuye a medida que se reduce  $S$ ; Esto es una consecuencia lógica de la existencia de correlaciones espaciales, pues, a medida que  $S$  es menor, los valores son más próximos en distancia y, consecuentemente, en valor.
- Para una determinada superficie  $S$ , la dispersión de valores experimentales medidos en diferentes soportes, aumenta a medida que disminuye el soporte.

Veamos cuál es la formulación geoestadística de estos hechos. Sea  $S$  una superficie prospectada, constituida por la yuxtaposición de  $N$  superficies iguales  $s_i$ , en que se conoce la concentración media en las mismas  $z_s(x_i)$  de una cierta variable  $z(y)$ .

$$z_s(x_i) = \frac{1}{s} \int_s z(y) dy$$

y

$$Z_S(x) = \frac{1}{S} \int_S z(y) dy$$

es la concentración media en todo el área.

A cada superficie  $s_i$   $S$ , le corresponde una diferencia  $[z_s(x_i) - Z_S(x)]$  que, en conjunto, caracterizan la dispersión de las unidades  $s_i$  respecto de  $Z_S(x)$  por

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_i [z_s(x_i) - z_S(x)]^2$$

En el cuadro del modelo probabilístico de la geostatística,  $z_s(x_i)$ ,  $z_S(x)$  y  $z(y)$  son consideradas variables -- aleatorias y, así,  $z(y)$  sería una realización particular de -- una F.A.Z(y); bajo las condiciones de estacionaridad de las -- mismas, se define como varianza de dispersión de las unidades  $s$  en  $S$  a la esperanza estacionaria de  $s^2$ .

$$D^2(s/S) = E[s^2(x)] = E\left\{\frac{1}{N} \sum_i [Z_s(x_i) - Z_S(x)]^2\right\}$$

la cual aparece como el valor medio de la varianza de estimación de  $Z_S(x)$  por  $Z_s(x_i)$  :

$$D^2(s/S) = \frac{1}{S} \int_S E [Z_s(y) - Z_S(x)]^2 dy =$$

$$= \frac{1}{S} \int \sigma^2_E(s(y), S(x)) dy$$

Utilizando la notación simbólica ya expuesta con anterioridad (Apartado I.4.d.) son demostrables las fórmulas generales siguientes:

$$D^2(s/S) = \bar{\gamma}(S, S) - \bar{\gamma}(s, s)$$

también  $D^2(s/S) = \bar{C}(s, s) - \bar{C}(S, S)$  en el caso de verificarse la hipótesis estacionaria de orden dos de  $Z(y)$ . Como se ha indicado previamente,  $\bar{\gamma}(S, S)$  representa el valor medio del variograma puntual de  $z(y)$  cuando las extremidades del vector  $h$  describen independientemente el área  $S$ .

Las únicas restricciones impuestas a la validez general de estas fórmulas es el recubrimiento de  $S$  por  $s$ , ó de forma equivalente que  $s \ll S$ .

La linealidad de estas fórmulas conduce a la relación de aditividad de las varianzas de dispersión, también llamada relación de Krige, al ser establecidas por D.G. Krige en el estudio de los yacimientos de oro de Witwatersrand:

$$D^2(s'/S) = D^2(s'/s) + D^2(s/S)$$

donde  $s$ ,  $s'$  y  $S$  son áreas de tamaño creciente; esto implica que

$$D^2(s'/S) > D^2(s/S) \quad \text{si } s' < S$$

es decir, que la varianza de dispersión aumenta al disminuir - el soporte.

Vemos, pues, cómo a través del método geoestadístico se caracteriza la dispersión de variables de distinto soporte- ( $s$  y  $S$ ).



#### I.4.f. Krigeaje.

Este es un método de estimación derivado del modelo probabilista base de la geoestadística lineal. Este método permite el cálculo de estimadores lineales que cumplen las condiciones de no sesgo y optimalidad (varianza de estimación mínima); desarrollado por Matheron, G. (1960), lleva el nombre de D.G. Krige, quien fue posiblemente el primero en utilizar la correlación espacial, y éste método en la estimación de reservas mineras.

De una forma general, el problema de estimación ya planteado consiste en:

Dadas una serie de observaciones  $Z(x_i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), obtener una serie de ponderadores  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), tales que:

$$Z^*(x_i) = \sum_{j=1}^n \lambda_j Z(x_j)$$

conduzca al mejor estimador de una cierta variable  $Z_s(x_i)$  definida en  $s$ .

La condición de no sesgo impuesta a  $Z^*(x_i)$

$$E[Z^*(x_i) - Z_s(x_i)] = 0 = E[Z^*(x_i)] = E[Z_s(x_i)]$$

$$E[Z^*(x_i)] = \sum_{j=1}^n \lambda_j E[Z(x_j)] = \sum_{j=1}^n \lambda_j m$$

como  $E[Z(x_i)] = m$ , luego  $\sum \lambda_i = 1$ .

La condición de optimalidad o varianza de estimación ( $\sigma_E^2$ ) mínima bajo la condición precedente ( $\sum \lambda_i = 1$ )

$$\sigma_E^2 = E\{[Z^*(x_i) - Z_S(x_i)]^2\} = E\{Z(x_i)^2\} - 2E\{Z^*(x_i) \cdot Z_S(x_i)\} + E\{Z_S(x_i)^2\}$$

Desarrollando cada término precedente:

$$E\{Z_S^2(x_i)\} = \frac{1}{s^2} \int_S dx \int_S [Z(x)Z(x')] dx' = \bar{C}(s,s) + m^2$$

$$E\{Z_S(x_i) Z(x_i)\} = \sum_i \lambda_i \bar{C}(s, x_i) + m^2$$

$$E\{Z^{*2}(x_i)\} = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) + m^2$$

$\bar{C}(s,s)$  es la varianza de la concentración media en unidades S.

$\bar{C}(s, x_i)$  es la covarianza de las concentraciones de unidades s y la muestra  $x_i$ .

$C(x_i, x_j)$  es la covarianza de las concentraciones de muestras  $x_i$  y  $x_j$ .

$\sigma_E^2$  será una función de  $\lambda_i$  y para su minimización es necesario igualar su derivada respecto  $\lambda_i$  a cero; cuando existe una condición  $\sum \lambda_i - 1 = 0$ , el principio de Lagrange indica que es  $F = \sigma_E^2 + 2\mu \cdot (\sum \lambda_i - 1)$  la función a minimizar, donde  $\mu$  es una

nueva incógnita o multiplicador de Lagrange.

Así pues:

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = -2 \bar{C}(s, x_i) + 2 \sum_j \lambda_j C(x_i, x_j) + 2\mu = 0$$

$$(i=1, 2, \dots, n)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = \sum_i \lambda_i - 1 = 0$$

La varianza de estimación minimizada o "varianza de-Krigeaje" es:

$$\sigma_k^2 = E\{[Z_s(x) - Z(x_i)]^2\} = \bar{C}(s, s) + \mu - \sum_i \lambda_i \bar{C}(s, x_i)$$

y se obtiene un sistema lineal de (n+1) ecuaciones y (n+1) incógnitas, que puede escribirse:

$$\sum_j \lambda_j C(x_i, x_j) + \mu = \bar{C}(s, x_i) \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_i \lambda_i = 1$$

y en forma matricial:

$$[K] [\lambda] = [M]$$

$$[K] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} & 1 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} & 1 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & 1 \\ 1 & 1 & \dots & & 0 \end{bmatrix} ; [\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \bar{c}(s, x_1) \\ \bar{c}(s, x_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{c}(s, x_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

K es una matriz simétrica que depende sólo de las -- muestras mientras M depende de las muestras y de s.

La solución  $[\lambda] = [K]^{-1}[M]$  conduciría a los ponderados  $\lambda_i$  buscados.

En el caso de que la V.R. sea modelizada por una F.A. intrínseca (la covarianza no está definida), el sistema de kri-

geaje que se obtiene es el siguiente:

$$\sum_j \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu' = \bar{\gamma}(x_i, s) \quad \mu' = -\mu$$

$$\sum_i \lambda_i = 1$$

Esta formulación es el punto de partida para la realización práctica del "krigeaje" (2) y (3).

II. ESTUDIO GEOESTADISTICO DE LAS CONCENTRACIONES  
EN Co, Cu, Pb, Zn y Mn DE SUELOS, PERTENECIEN-  
TES AL DISTRITO MINERO DE MINAS GERAIS (BRASIL).

## INTRODUCCION.

Durante una campaña de prospección geoquímica de suelos (en el distrito de Minas Gerais, Brasil), se realizaron -- 1.680 desmuestres repartidos en los nudos de una malla regular de 250 x 100 m. En cada individuo se analizaron los contenidos en ppm de Co, Cu, Pb, Zn y Mn de la fracción inferior a -- 0.177 mm/mm (80 mallas).

Los cálculos que conducen a los resultados que se exponen a continuación, se han realizado mediante una serie de - programas que se referencian en el apéndice (Apartado VIII).

## II.1. ANALISIS DESCRIPTIVO.

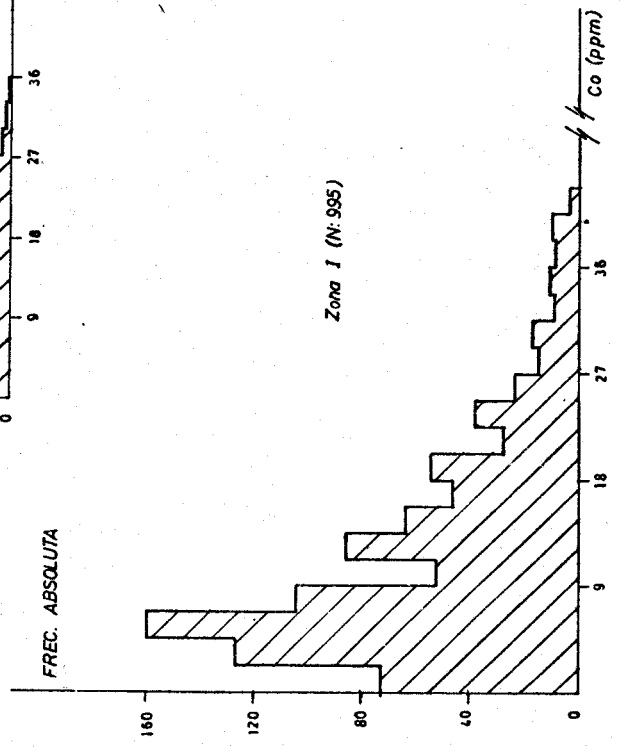
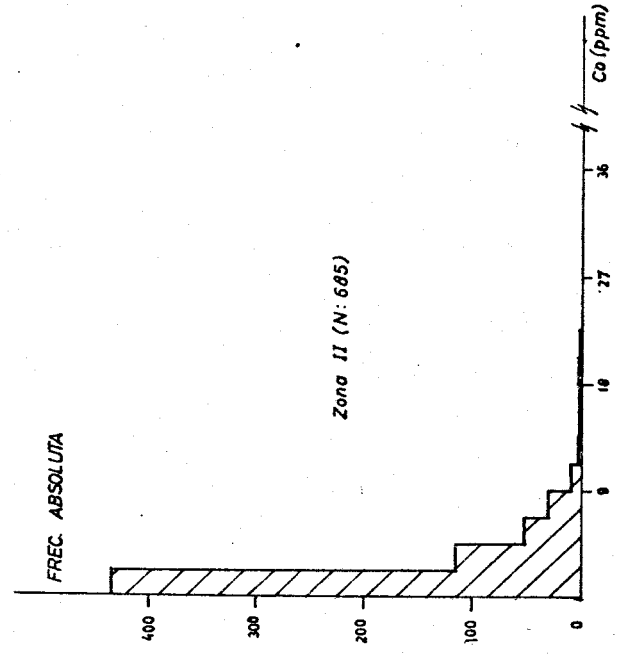
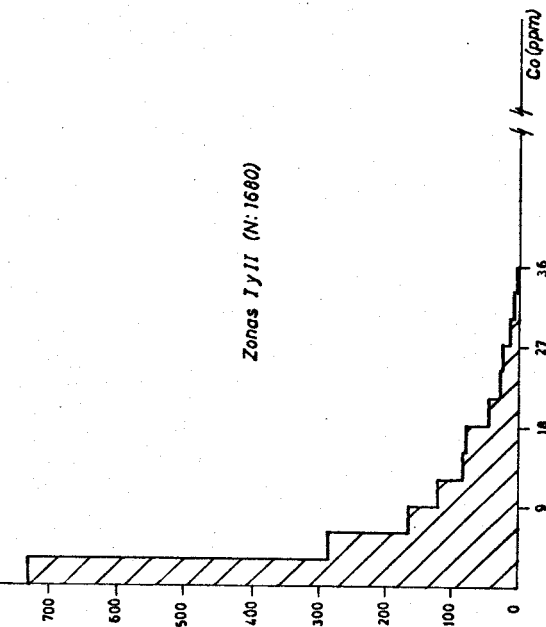
Los histogramas de las concentraciones de Co, Cu, Pb, Zn y Mn son asimétricos desviados a la derecha. Una sección interesante de estos histogramas es la más próxima a las clases inferiores (Fig. II-1 a II-5, N:1680); en ellos se observa, para todas las variables, una abundancia relativamente elevada de valores experimentales bajos.

Se han calculado los ajustes gráficos de los logaritmos de las variables a una distribución normal (Fig. II-6 a -- II-10; N: 1680); en ellos se observan ciertos desplazamientos de los puntos experimentales correspondientes a las clases superiores, respecto a los ajustes propuestos para las variables Co, Cu, Pb y Zn; la variable Mn indica la coexistencia de dos poblaciones naturales en la población muestral.

Para la identificación de estas poblaciones se elaboran mapas a partir de los valores experimentales de cada variable (Fig. II-11 a II-15). Hemos de indicar que los puntos en estos mapas se encuentran a unas distancias regulares de 250m. en la dirección E-W y 100m. en la dirección N-S. Existe una notoria coincidencia en todos ellos, al localizarse en el borde sur una fuerte acumulación de los valores experimentales más bajos.

Orientados por este hecho y a partir de un algoritmo de medias móviles, se separaron dos zonas distintas geográfica





*Fig II-1*

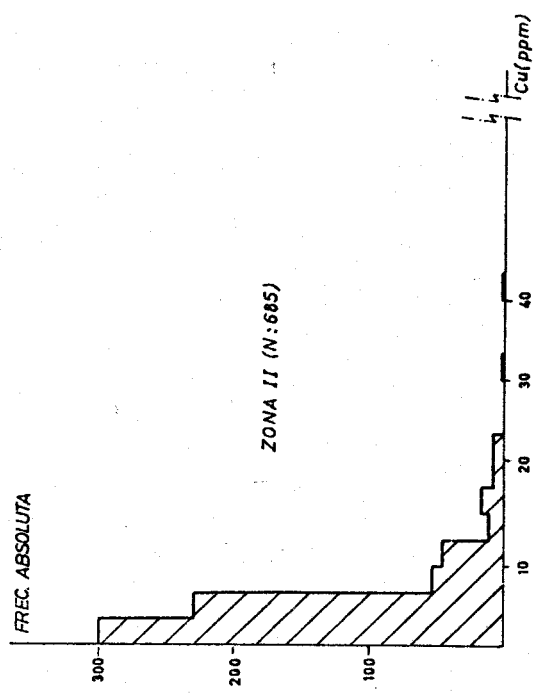
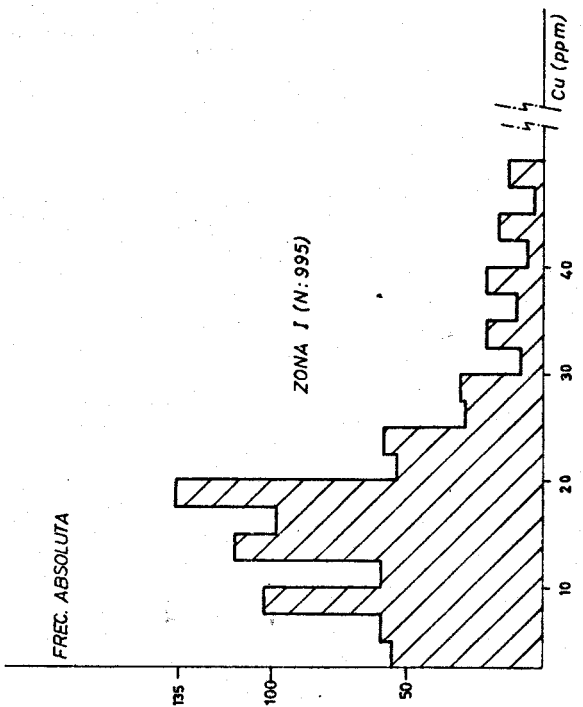
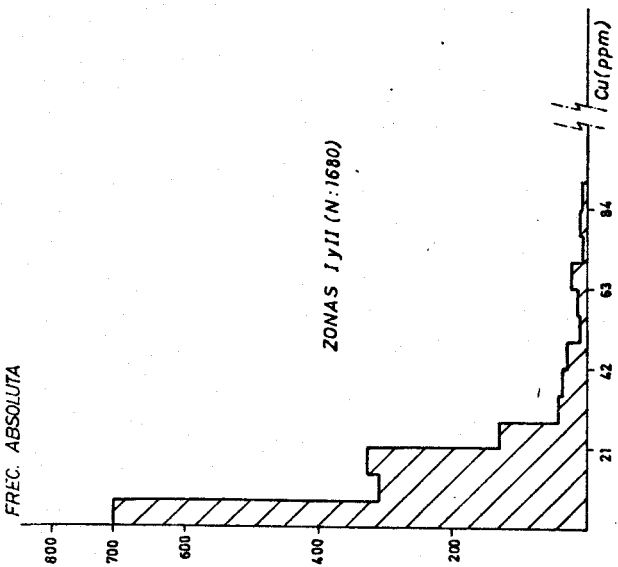


Fig II-2

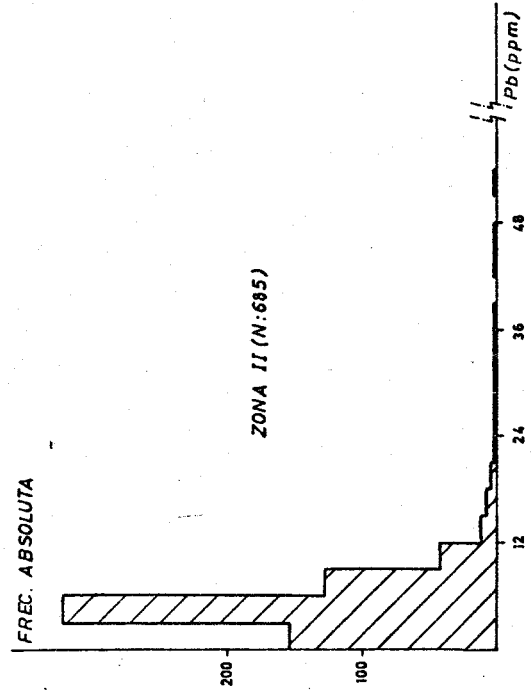
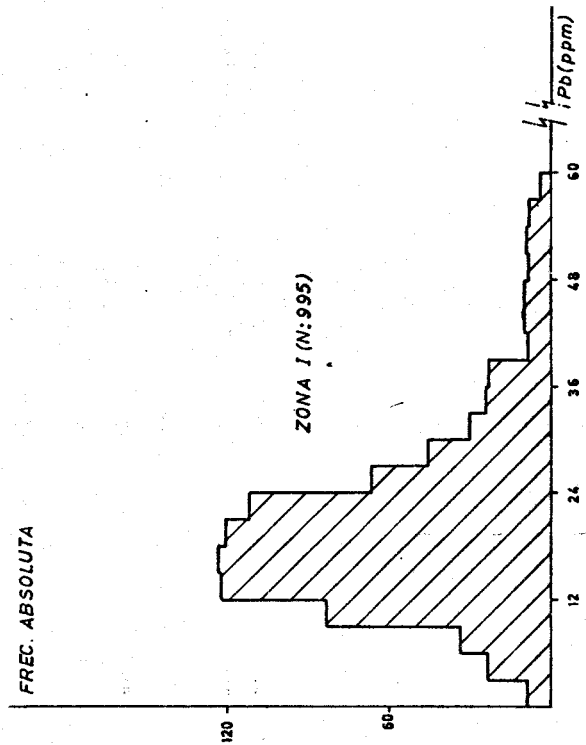
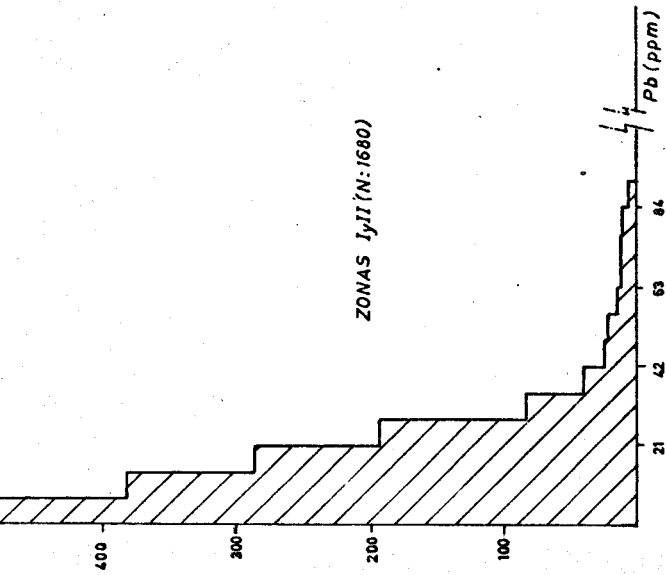


Fig. II-3

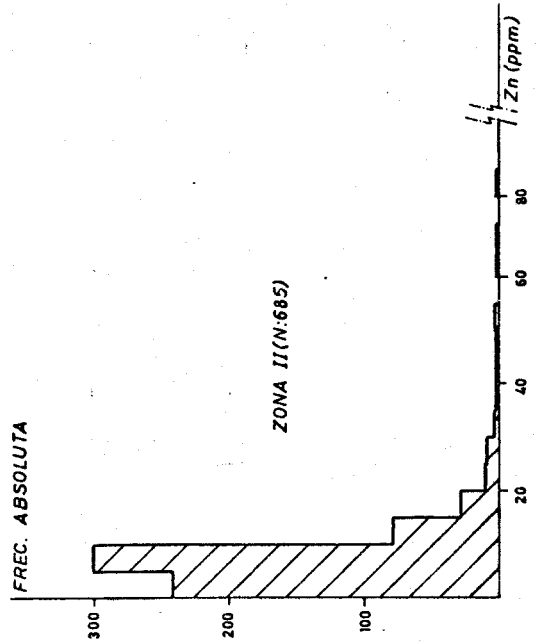
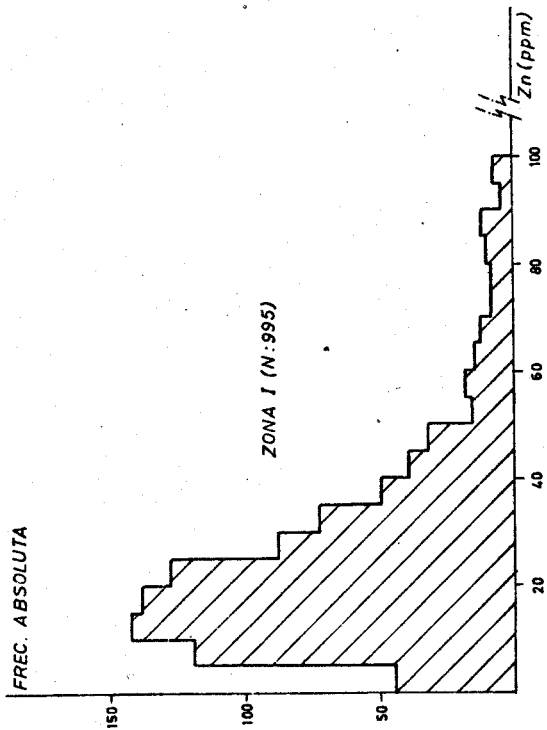
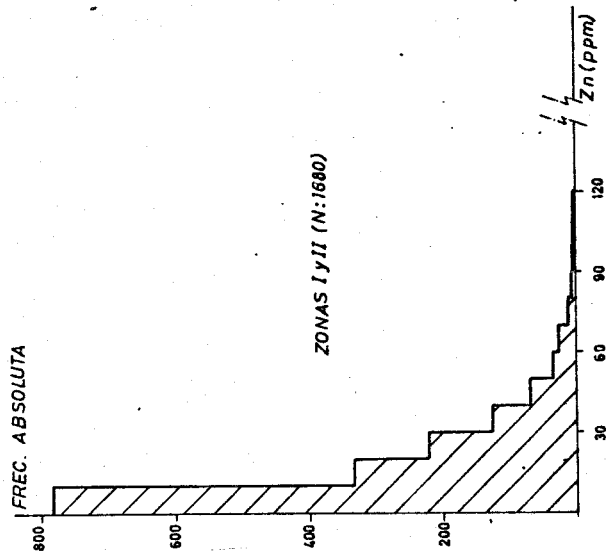


Fig. II-4

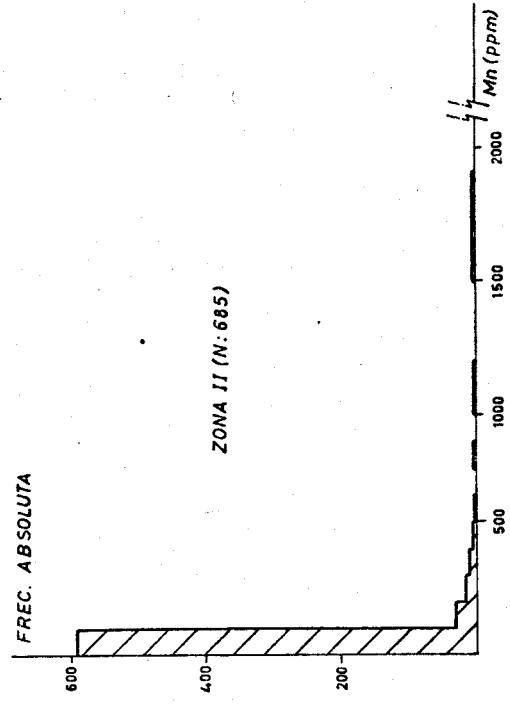
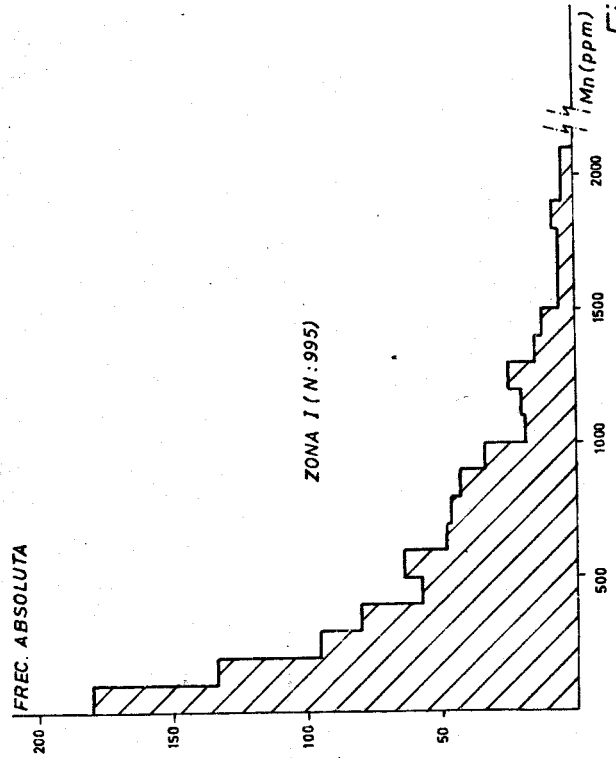
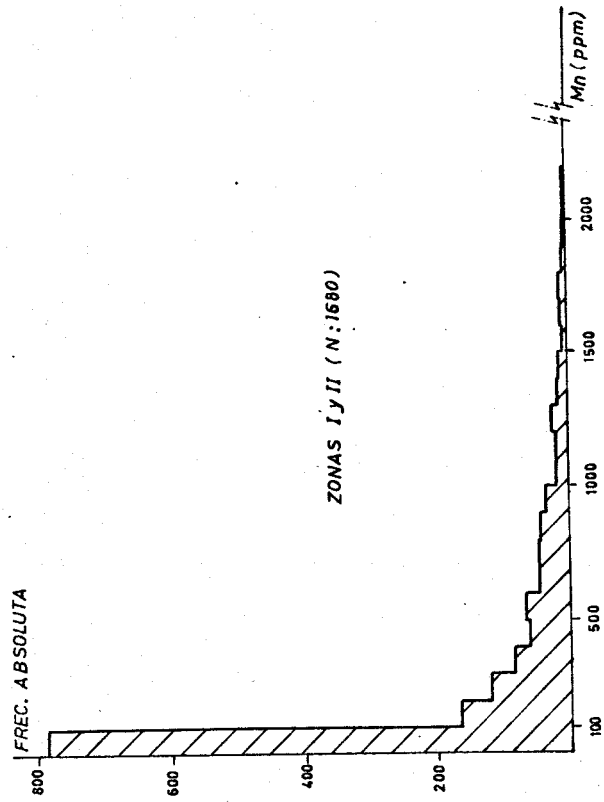


Fig. II-5

- Zonas I y II (N: 1680)
- Zona I (N: 995)
- + Zona II (N: 685)

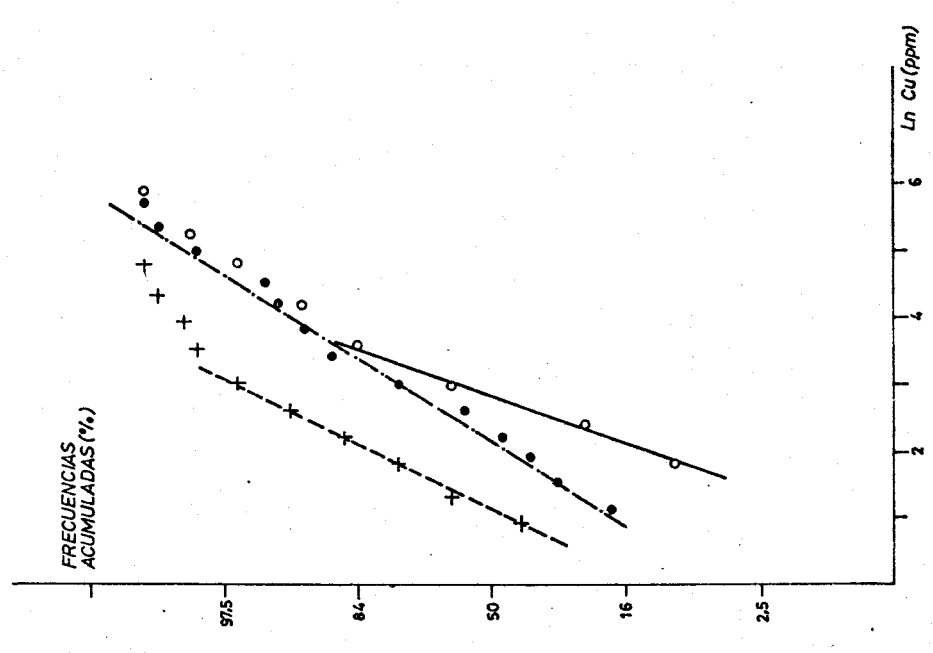


Fig. II-7

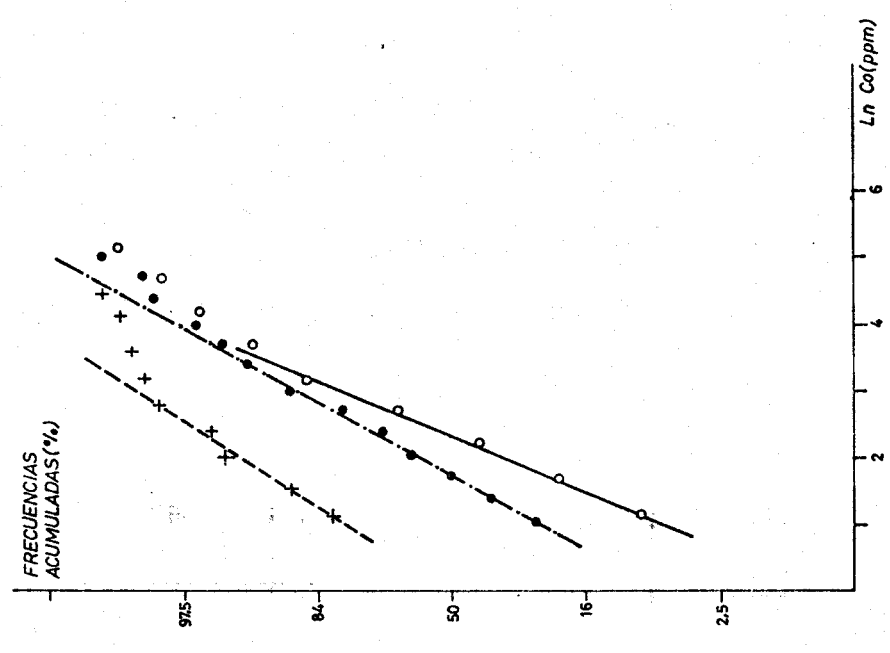


Fig. II-6

- Zonas IyII (N: 1680)
- Zona I (N: 995)
- Zona II (N: 685)

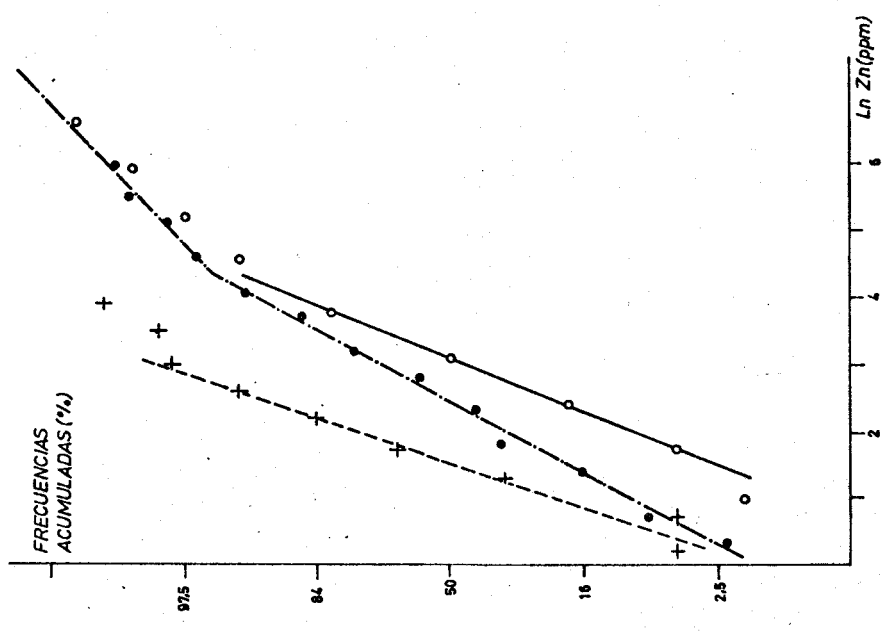


Fig. II-9

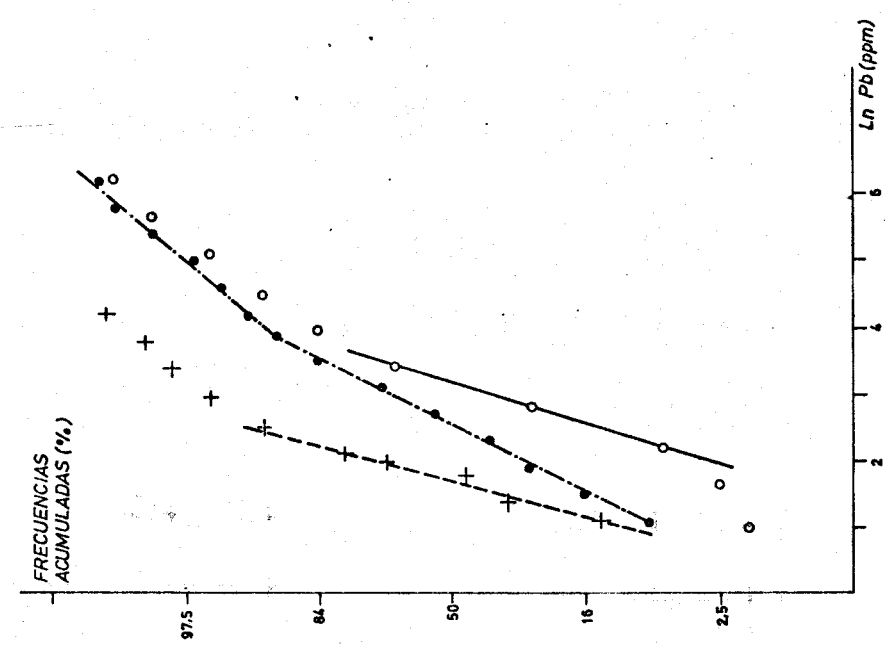


Fig. II-8

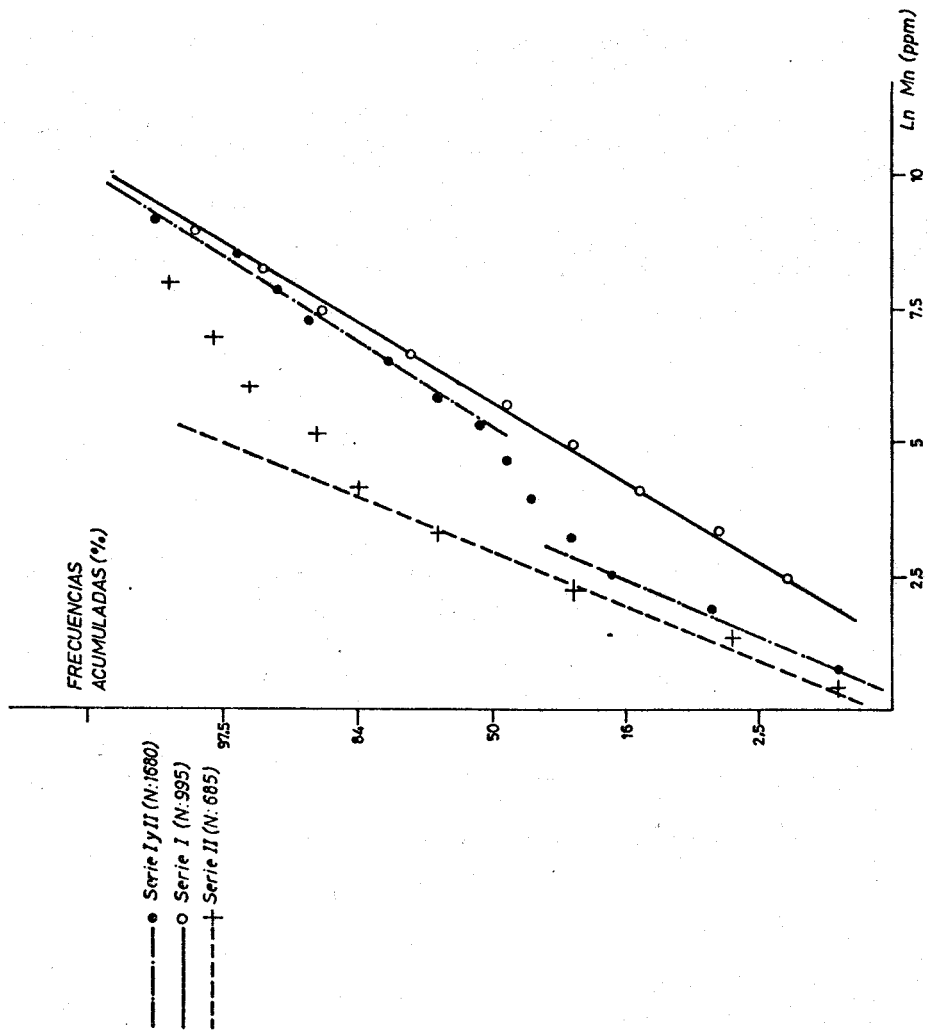


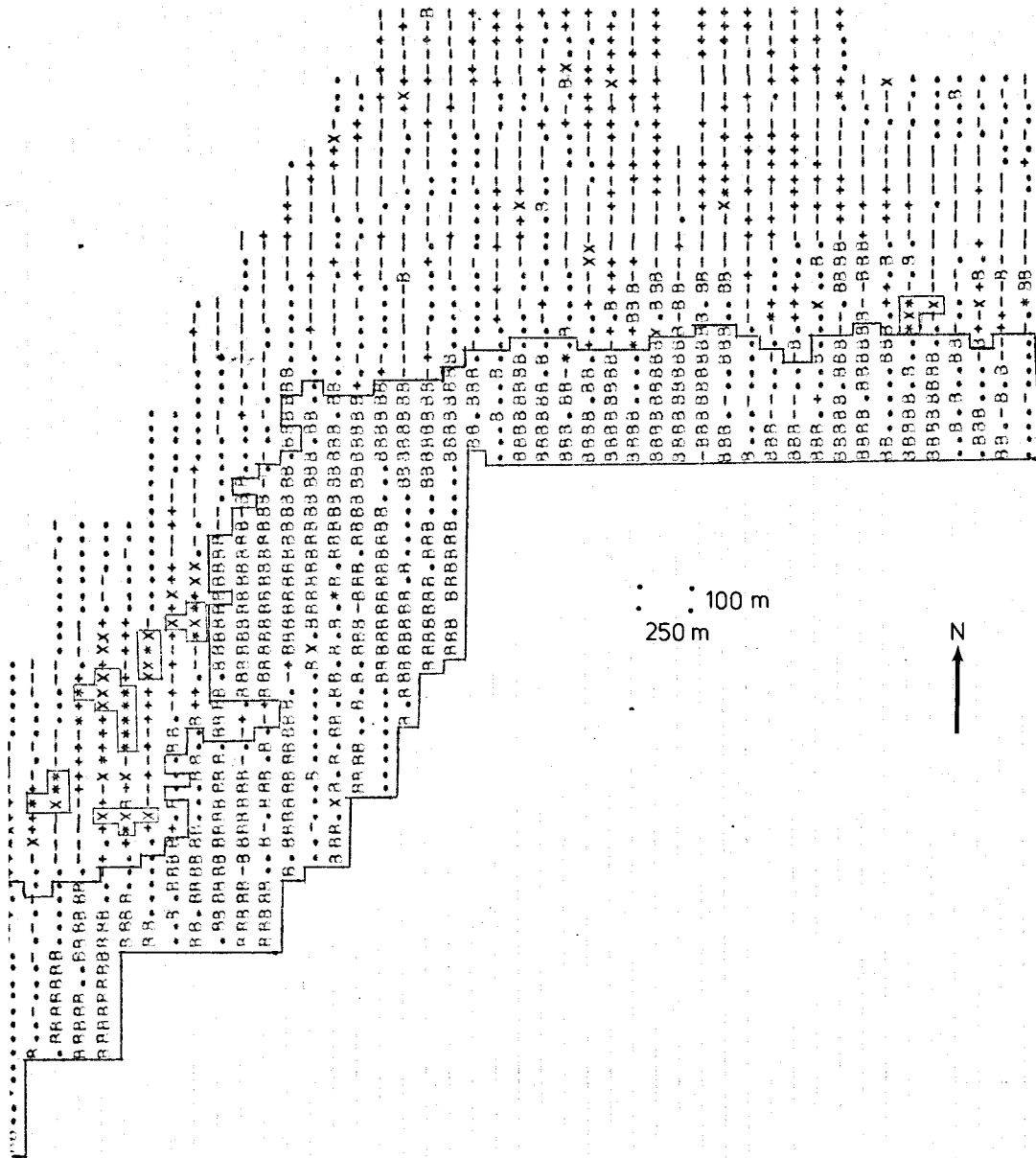
Fig. II-10



mente, referenciadas zona I y zona II (Fig. II-11 a II-15),-- que incluyen 995 y 685 observaciones respectivamente; a partir de aquí, cuando nos referimos al área total, también se referencia como "zonas I y II".

En la zona I y zona II se han calculado los histogramas de cada variable; las secciones de estos histogramas, que incluyen las clases inferiores (Fig. II-1 a II-15, N:995; - N:685), son comparables a los ya calculados en todo el área; Efectivamente, en la zona II, existen para todas las variables netas acumulaciones de valores experimentales bajos; Para los intervalos de clase elegidos para cada variable, es notable - la apariencia lognormal de los histogramas de Co, Cu, Pb y Zn en la zona I. Se han calculado los estimadores de media y varianza experimental de cada variable en la zona I, zona II y "zonas I y II" (Tabla II.1). El carácter lognormal de las variables en la zona I y zona II (Fig. II-6 a II-10, N:995 y -- N:685), se ha verificado por el mismo procedimiento ya expuesto para las "zonas I y II". Destacaremos la lognormalidad de Mn en la zona I, así como las leves desviaciones del resto de las variables en ambas zonas respecto a las distribuciones -- lognormales propuestas.

Tanto en la zona I y la zona II, como en el área total (zonas I y II), se han calculado los coeficientes de correlación lineal entre las variables y entre los logaritmos de las mismas (Tablas II.2, II.3 y II.4).



zona I

zona II

100 m  
250 m



Symbol	VALORES MENORES QUE	M-S
R	VALORES MENORES QUE	M-S = 2.23
X	VALORES MAYORES QUE	M = 6.03
B	VALORES MAYORES QUE	M+S = 16.30
S	VALORES MAYORES QUE	M+2S = 44.95
+	VALORES MAYORES QUE	M+2.5S = 72.43

Fig. II-11 (Co)

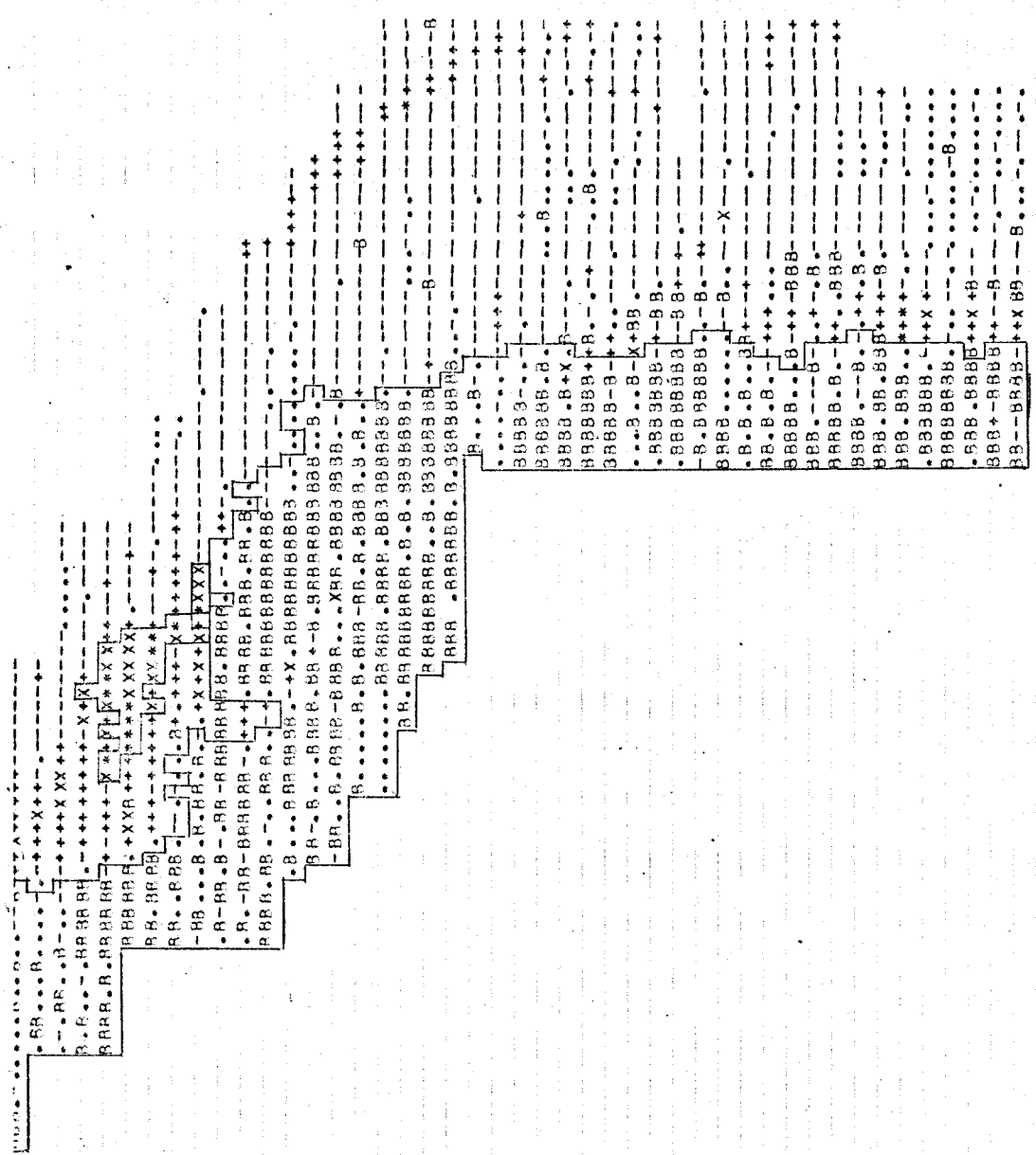


Fig. II-12 (Cu)

R R B VALORES MENORES QUE M-S  
 - - - VALORES MAYORES QUE M-S = 3.06  
 + + + VALORES MAYORES QUE M = 9.37  
 X X X VALORES MAYORES QUE M+S = 28.72  
 X X X VALORES MAYORES QUE M+2S = 88.03

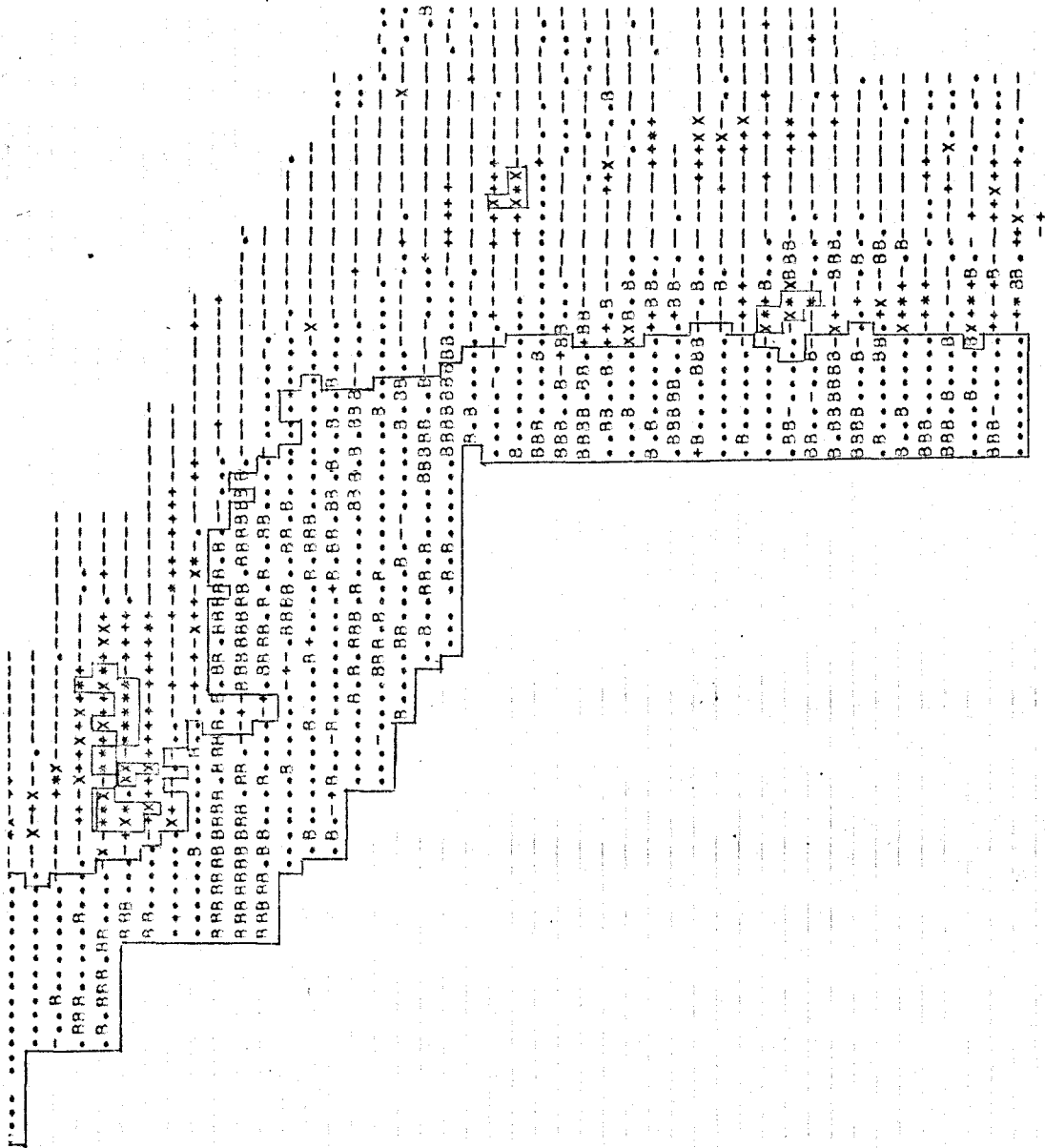


Fig. II-13 (Pb)

R R B R VALORES MENORES QUE M-S = 4.64  
 . . . VALORES MAYORES QUE M-S = 13.20  
 + + + VALORES MAYORES QUE M+S = 37.60  
 X X X VALORES MAYORES QUE M+2S = 107.06  
 \* \* \* VALORES MAYORES QUE M+2.5S = 180.66

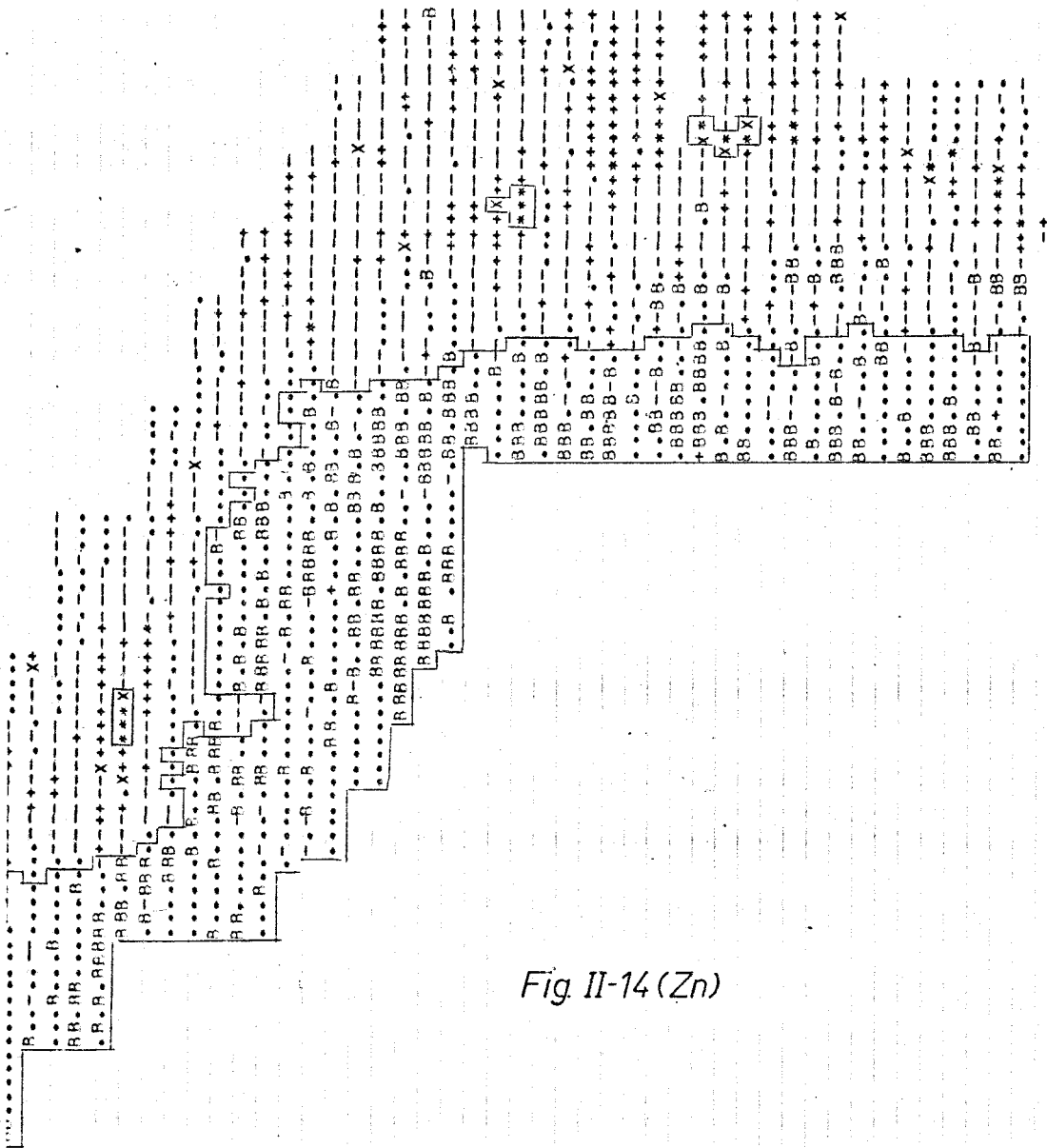


Fig II-14 (Zn)

R B R VALORES MENORES QUE M-S  
 . . . VALORES MAYORES QUE M-S = 3.80  
 - - - VALORES MAYORES QUE M = 11.74  
 + + + VALORES MAYORES QUE M+S = 36.31  
 X X X VALORES MAYORES QUE M+2S = 112.26  
 \* \* \* VALORES MAYORES QUE M+2.5S = 197.19

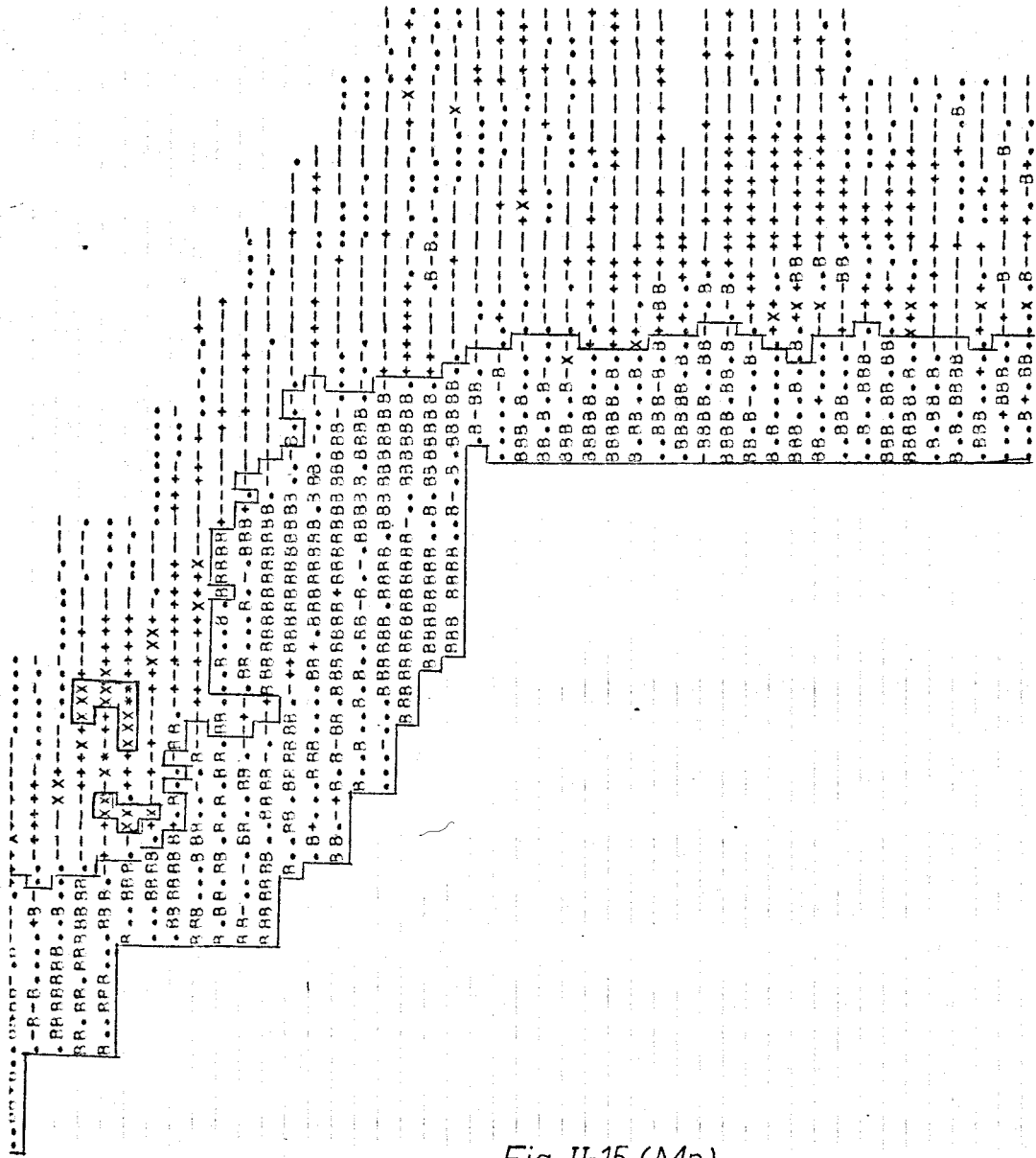


Fig. II-15 (Mn)

R B R VALORES MENORES QUE M-S  
 . . . VALORES MAYORES QUE M-S = 18.12  
 - - - VALORES MAYORES QUE M = 122.15  
 + + + VALORES MAYORES QUE M+S = 823.63  
 X X X VALORES MAYORES QUE M+2S= 5553.51  
 \* \* \* VALORES MAYORES QUE M+2.5S=14420.72

Tabla II-1

	<u>Zonas I y II</u>		<u>Zona I</u>		<u>Zona II</u>	
	m*	V*	m*	V*	m*	V*
Co	10.9	354	16	494	3.4	50.8
Cu	18.5	1201	27.4	1759	5.3	102
Pb	25.5	2712	38.3	4147	6.9	46
Zn	23.6	2442	35.9	3732	5.8	35
Mn	609.1	23.5x10 <sup>5</sup>	956.3	34.4x10 <sup>5</sup>	105.6	3.27x10 <sup>5</sup>

Tabla II-2

$\rho$	Co	Cu	Pb	Zn
Cu	.7 .74			
Pb	.64 .69	.49 .64		
Zn	.2 .62	.14 .44	.37 .57	
Mn	.79 .79	.68 .61	.75 .63	.24 .52

NOTA:

	Co
$\rho$	Co - Cu
Cu	$\rho \log Co - \log Cu$

Tabla II-3

$\rho$	Co	Cu	Pb	Zn
Cu	.79 .53			
Pb	.69 .56	.59 .55		
Zn	.49 .59	.49 .5	.64 .59	
Mn	.84 .68	.71 .59	.59 .5	.45 .53

Tabla II-4

$\rho$	Co	Cu	Pb	Zn
Cu	.73 .83			
Pb	.67 .82	.54 .8		
Zn	.28 .8	.22 .73	.43 .78	
Mn	.81 .87	.7 .8	.76 .79	.3 .77



En la zona I (Tabla II.2) el coeficiente de correlación lineal de Zn con el resto de las variables, así como el del par Cu-Pb, presentan los menores valores; éstos coeficientes son mayores al calcularse entre los logaritmos de las variables; resaltemos los coeficientes de correlación Co-Cu y Co-Mn.

Contrariamente, en la zona II (Tabla II.3), los coeficientes de correlación lineal, Co-Cu y Co-Mn, se reducen sensiblemente al calcularse entre los logaritmos de las variables.

En "zona I y II" (Tabla II.4), los coeficientes de correlación lineal siguen una pauta similar a los calculados en la zona I, mientras que entre los logaritmos de las variables son notablemente altos en todos los casos. Retendremos como más significativas las relaciones lineales  $\log \text{Co}-\log \text{Mn}$  - en las dos zonas, y  $\log \text{Co}-\log \text{Cu}$ ,  $\log \text{Co}-\log \text{Pb}$  en la zona I. En las nubes de dispersión (Fig. II-16-b a II-19-b) para estos mismos pares de variables, son evidentes los efectos de la división en zonas realizada a nivel de la dispersión entre variables. Destaquemos que tanto en toda el área (Fig. II-16-a), como en la zona I (Fig. II-16-b), en las nubes de dispersión  $\log \text{Mn}-\log \text{Co}$  se detecta un límite en la dispersión de ambas variables; este límite es, posiblemente, indicativo de la coexistencia preferencial de ambos elementos en una misma especie mineral presente en los suelos analizados.

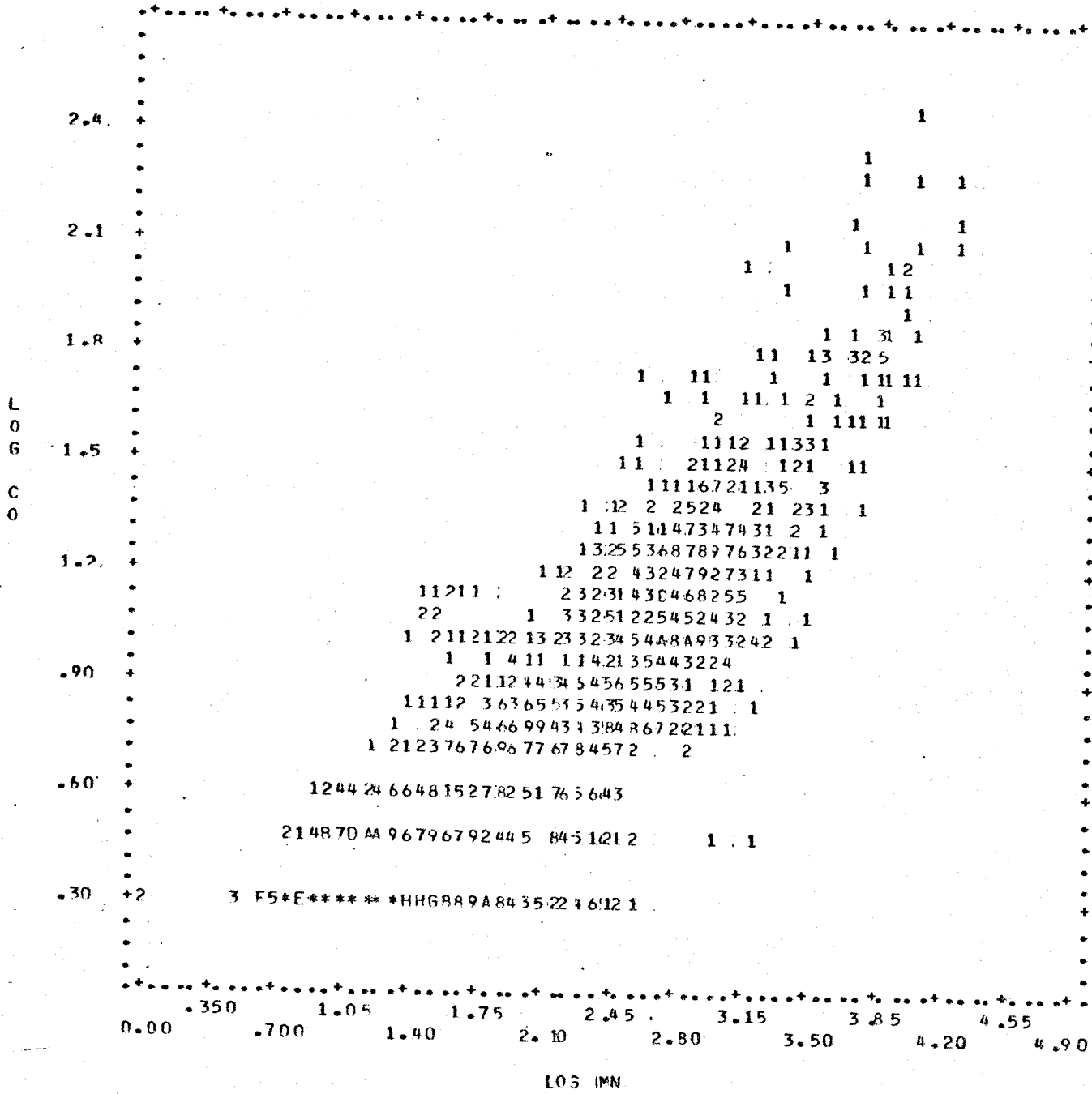


Fig. II-16-a

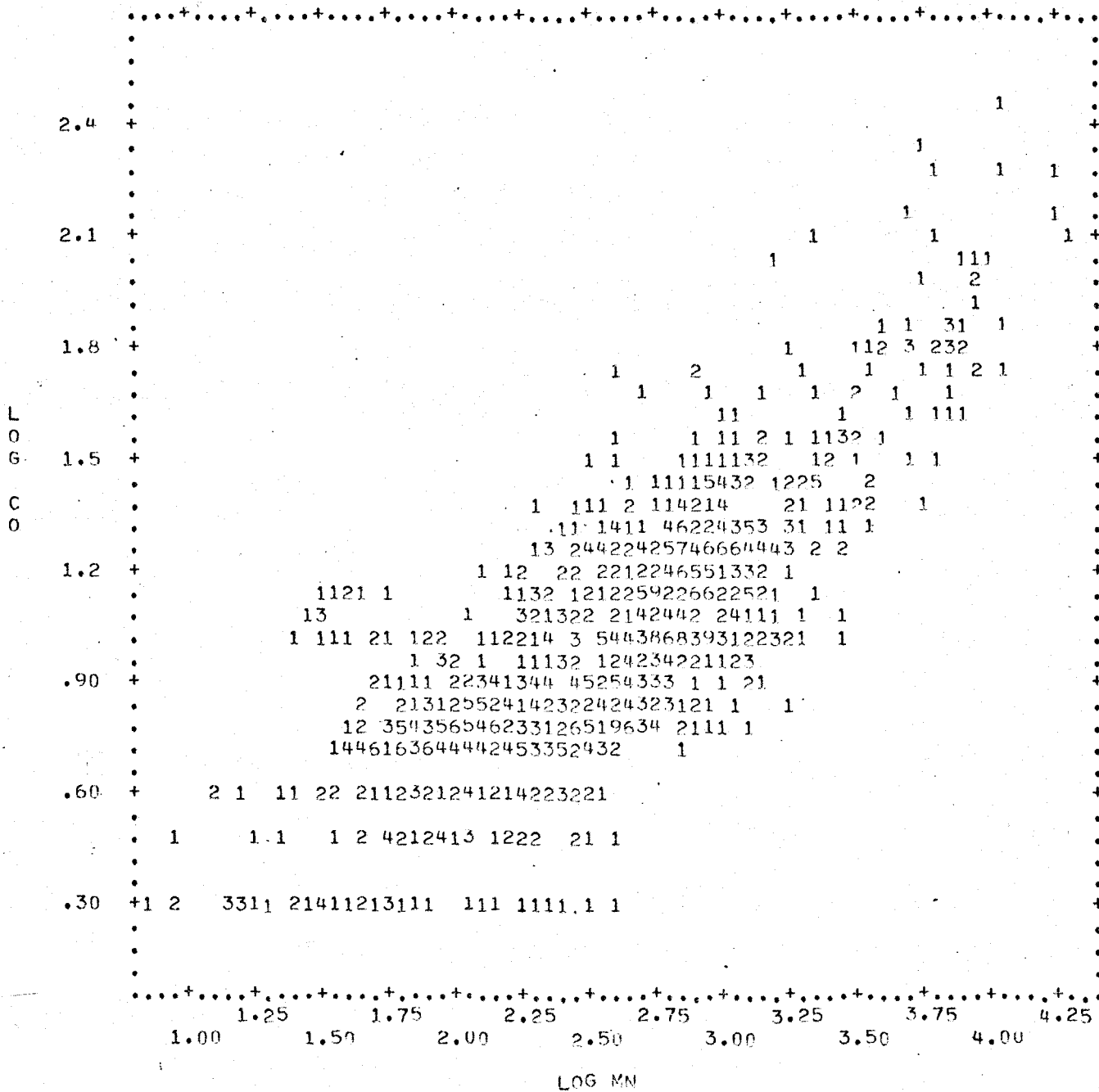
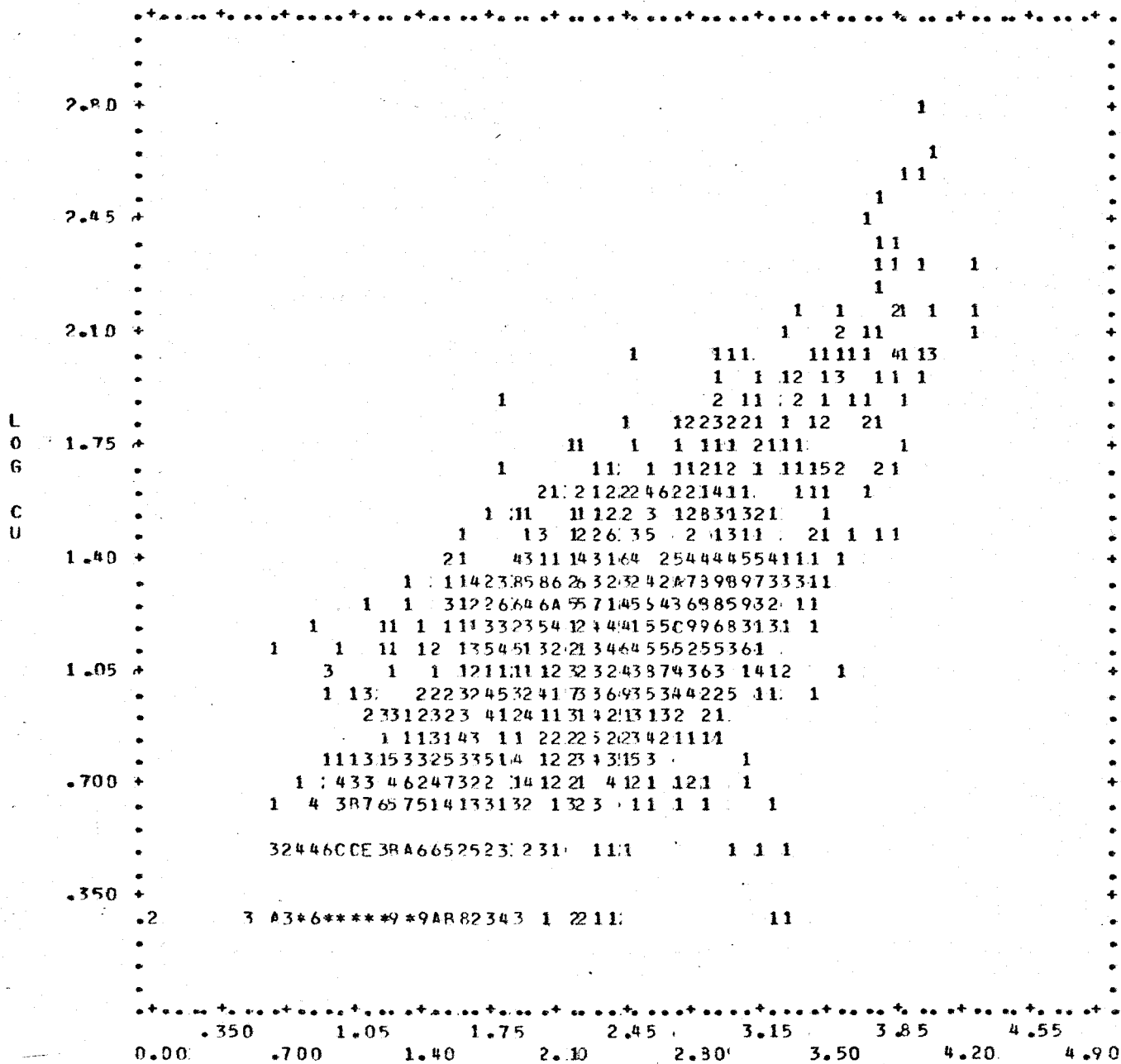


Fig. II-16-b



LOG IMN

Fig. II-17-a

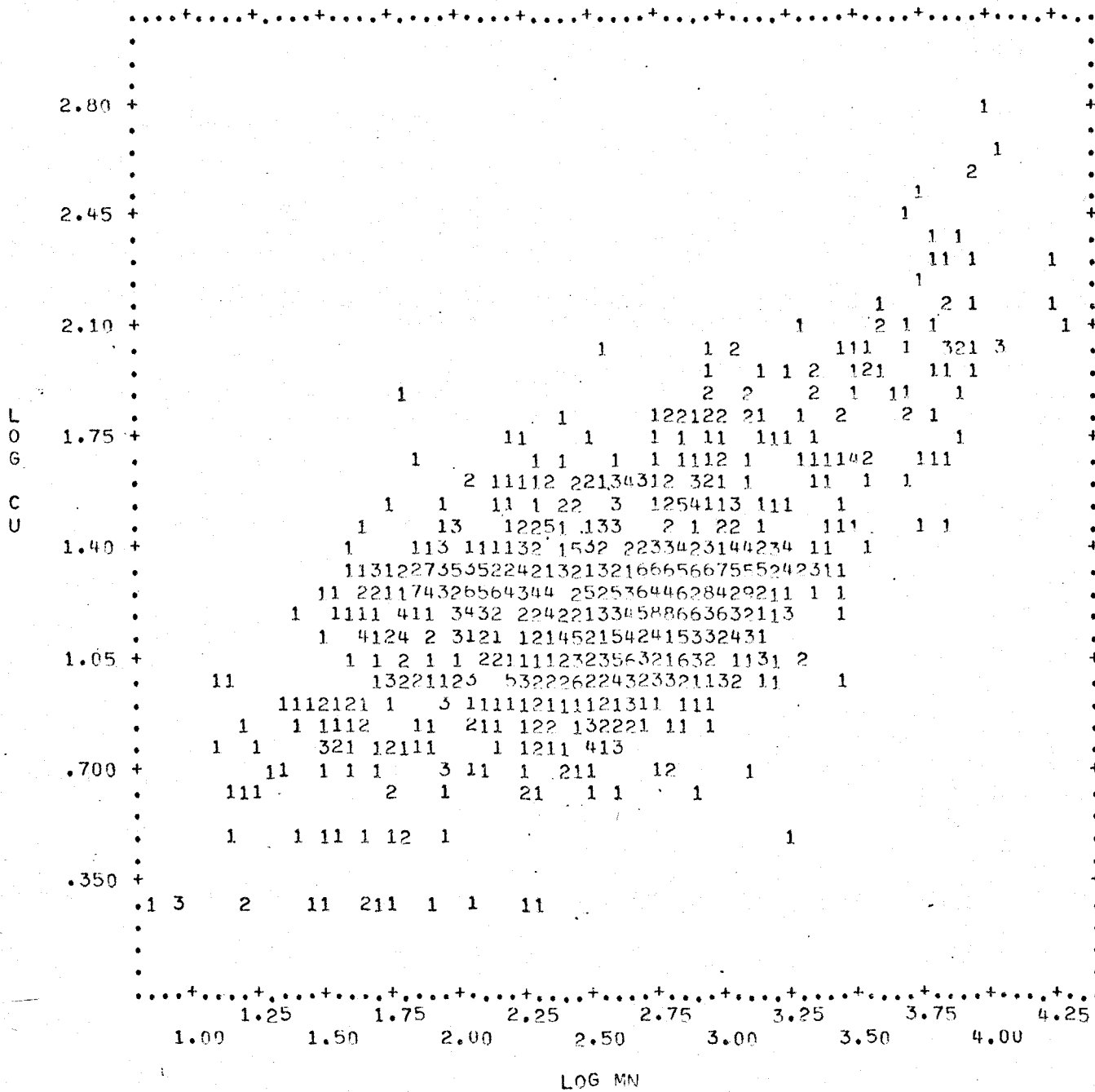
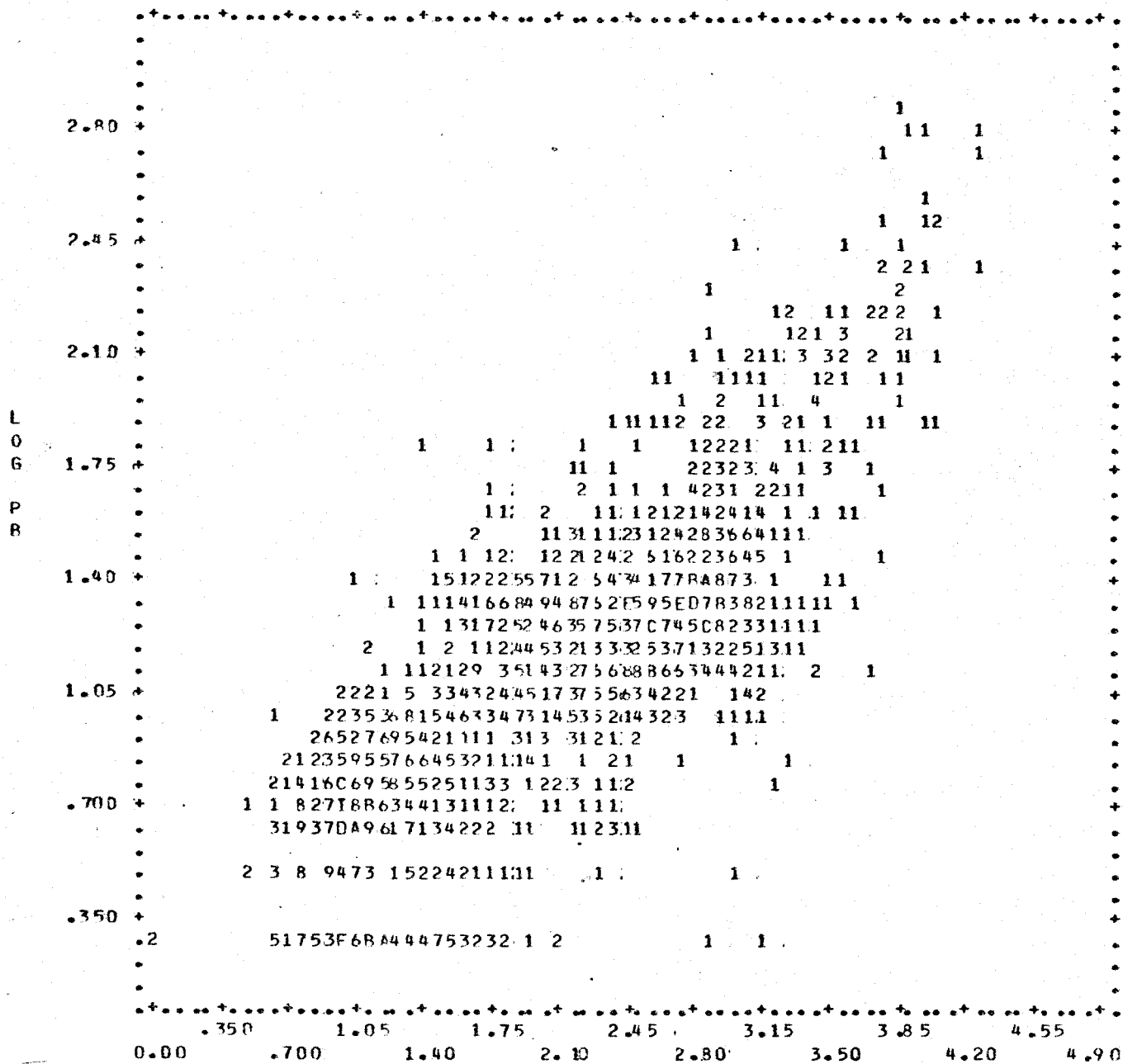


Fig. II-17-b



LOG IMP

Fig. II-18-a

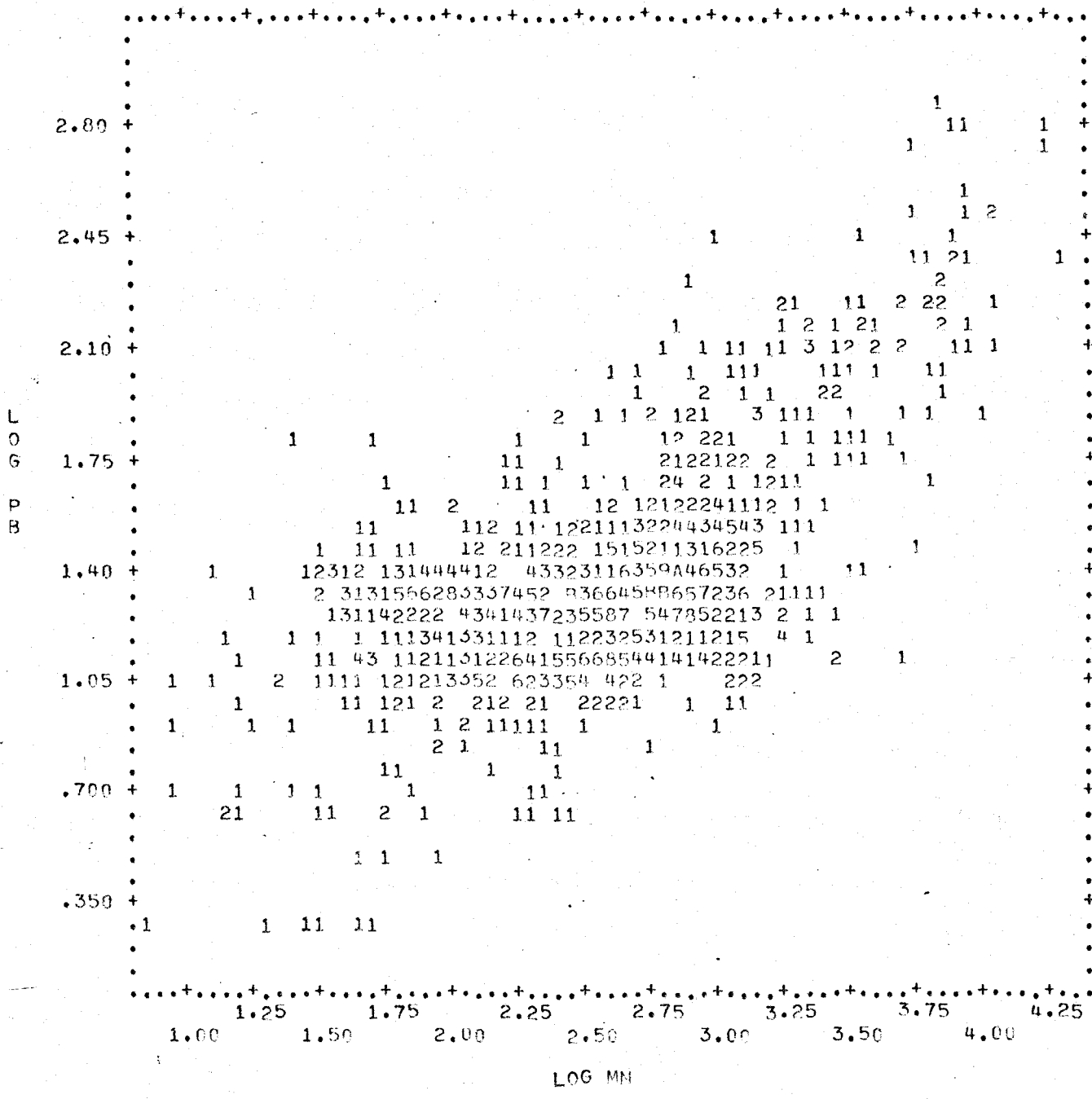


Fig. II-18-b

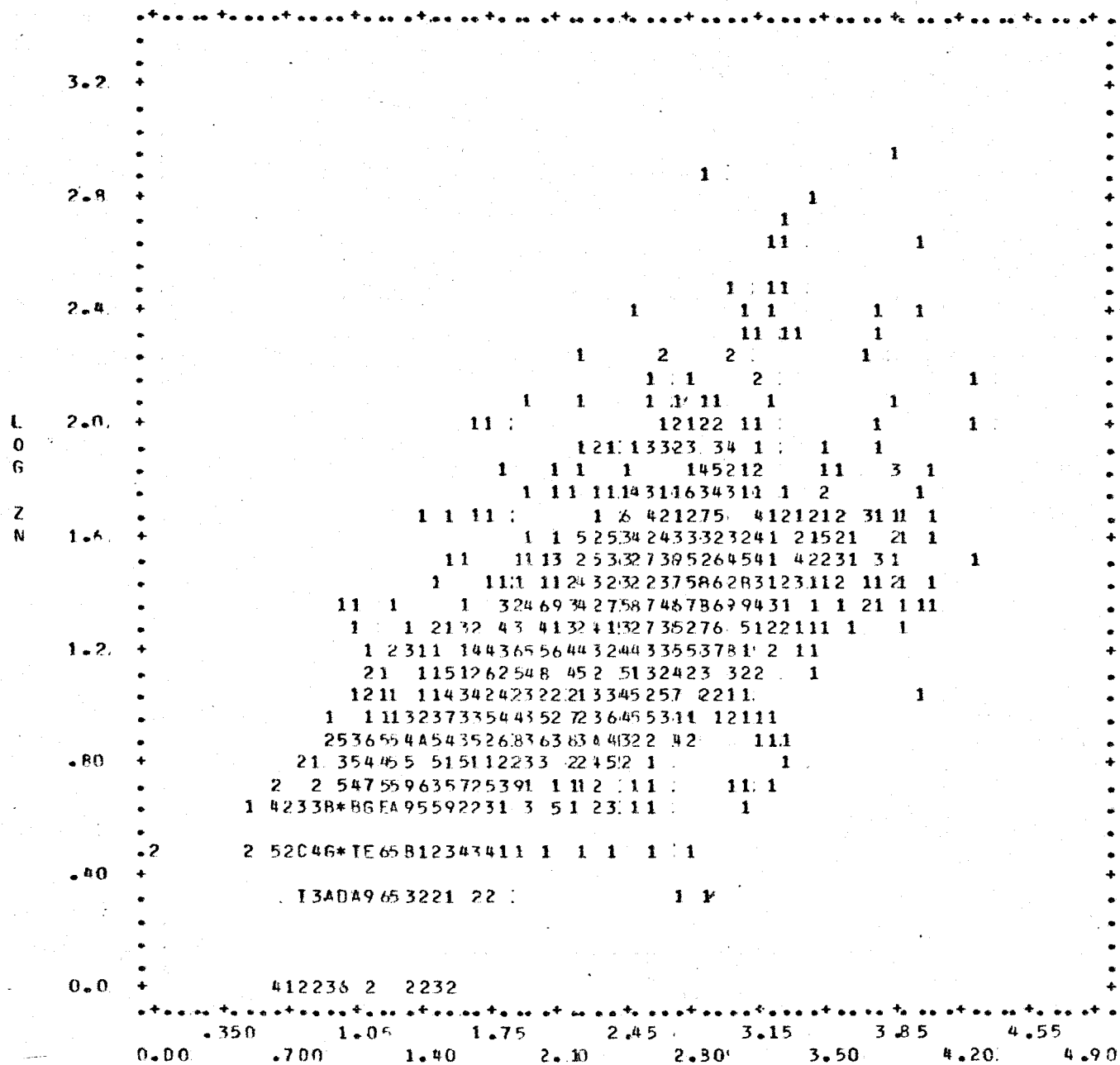


Fig. II-19-a



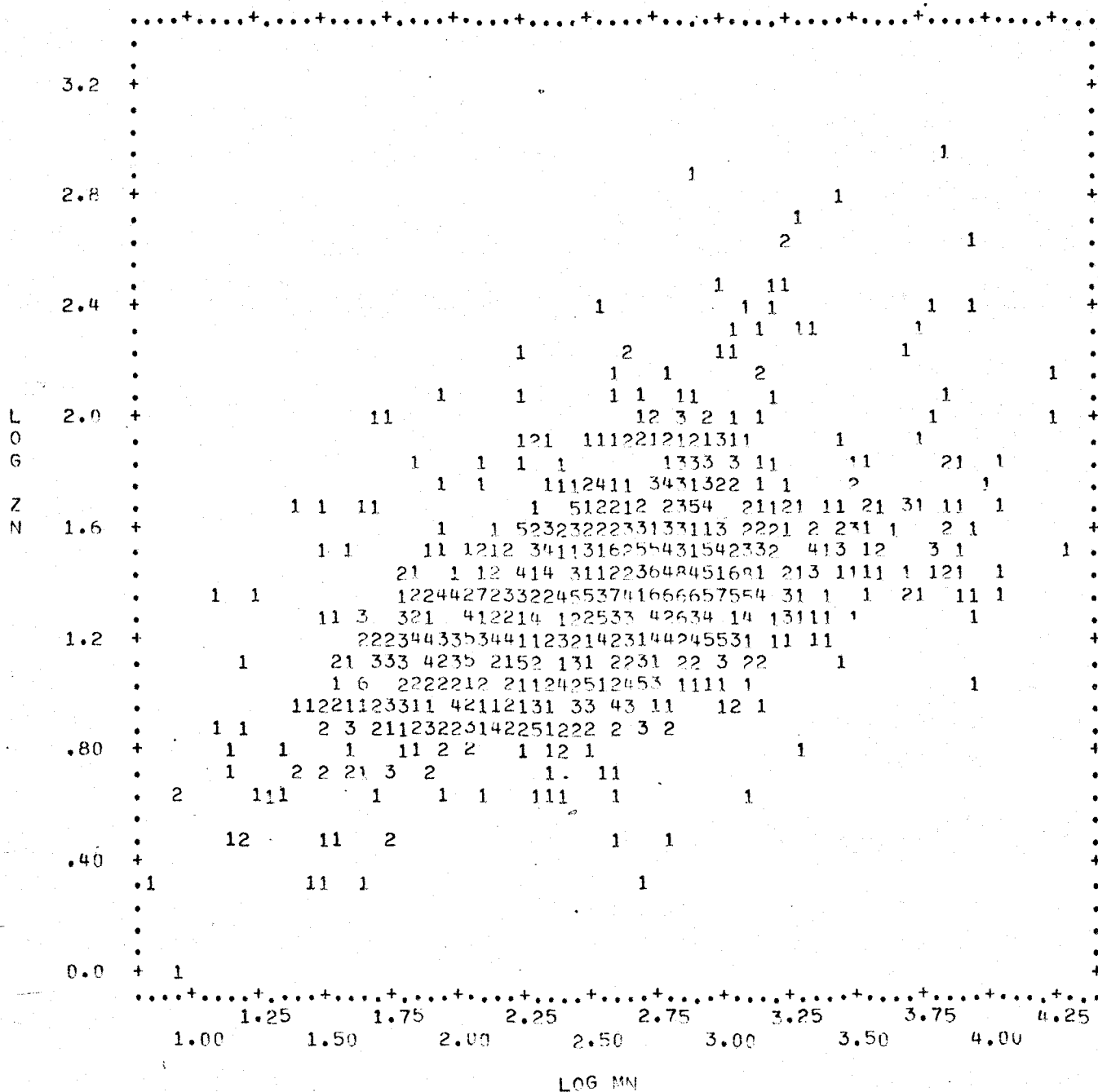


Fig. II-19-b

## II.2. VARIOGRAFIA.

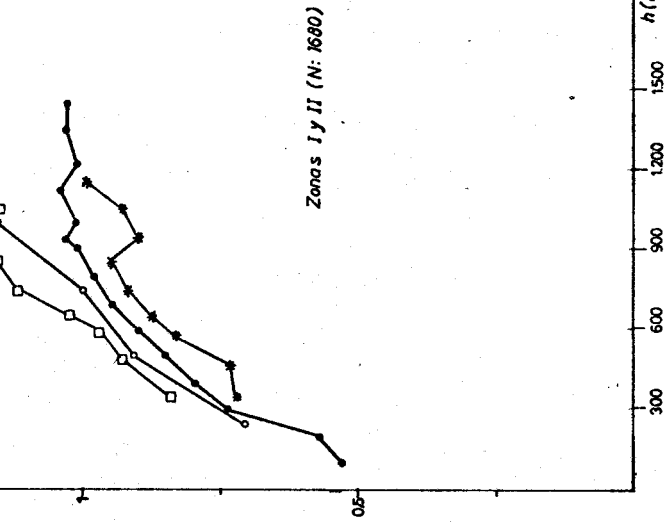
Puesto que el análisis previo conduce a la separación de la zona I y zona II, se ha calculado en cada una de ellas los variogramas de cada variable. Haciendo abstracción de la división en zonas efectuada, se presentan, también, los resultados a que conduce el cálculo del variograma en toda la zona (zonas I y II); este cálculo se ha realizado a fin de comprobar cómo en el variograma se manifiesta la existencia de heterogeneidades de la variable, y, en consecuencia, a poder prever este tipo de factores.

A continuación, se describen los variogramas que para cada variable se han encontrado en la zona I (N:995), zona II (N:685) y "zonas I y II" (N:1680).

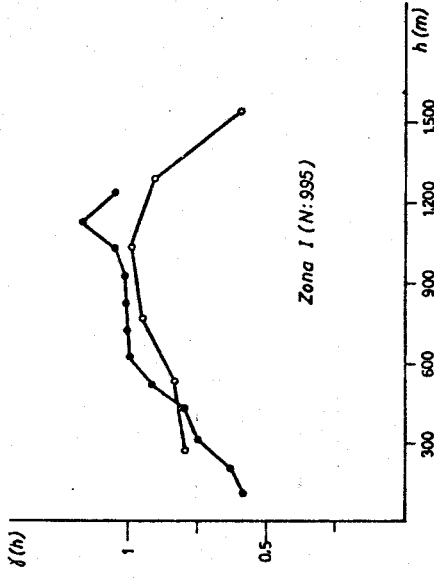
### COBALTO.

Son isótropos sus variogramas en la zona I (Fig. II-21), con estructuras de transición de alcance 800m. En la dirección E-W se apunta un descenso de la meseta del variograma, lo que sugiere la existencia de un efecto agujero; apuntemos que el mínimo de dicho efecto se sitúa a distancias próximas al doble de las estructuras de transición encontradas. El modelo de variograma considerado ha sido esférico (Tabla II-5).

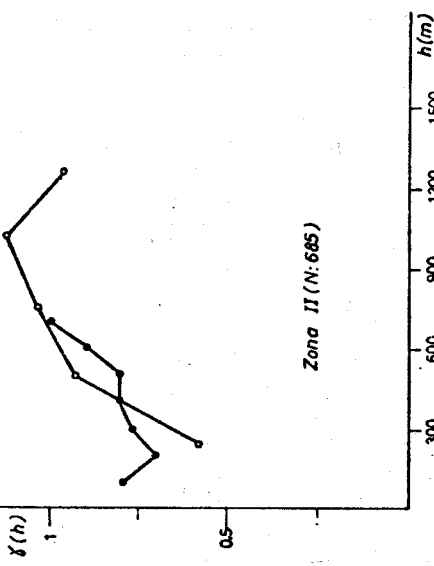
En la zona II (Fig. II-21), la dirección N-S representa una fuerte discontinuidad de la variable. Por el contrario,-



Zona I (N: 995)



Zona II (N: 685)



Co

- o - Direction E-W
- - " N-S
- - " NW-SE
- ◆ - " NE-SW

Fig. II-21

Tabla II-5

	$C_0$	$C_T$	a(m)
Co	230	500	800
Cu	430	1750	600
Pb	2100	4000	800
Zn	2200	3750	600
Mn	$140 \times 10^4$	$360 \times 10^4$	800

Tabla II-6

	$C_0$	$C_T$	a(m)
Co	28	61	800
Cu	77	132	800
Pb	31	48	800
Zn	19	31	600
Mn	$16 \times 10^4$	$32 \times 10^4$	800

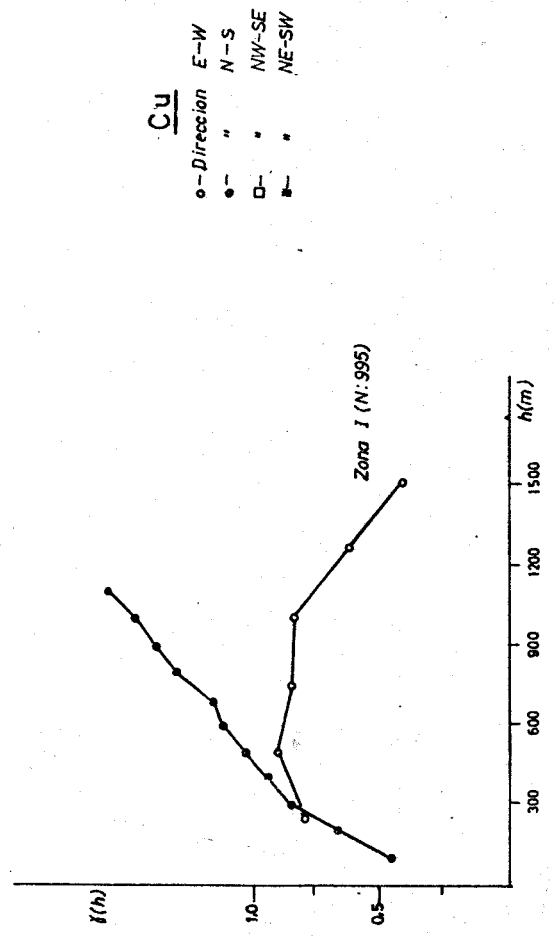
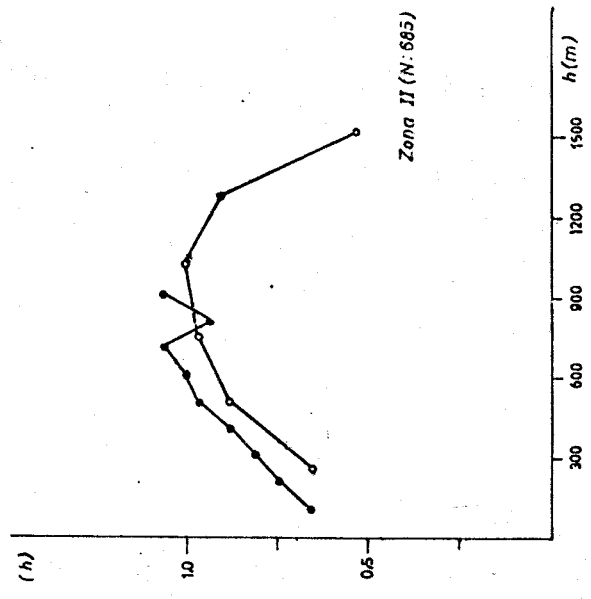
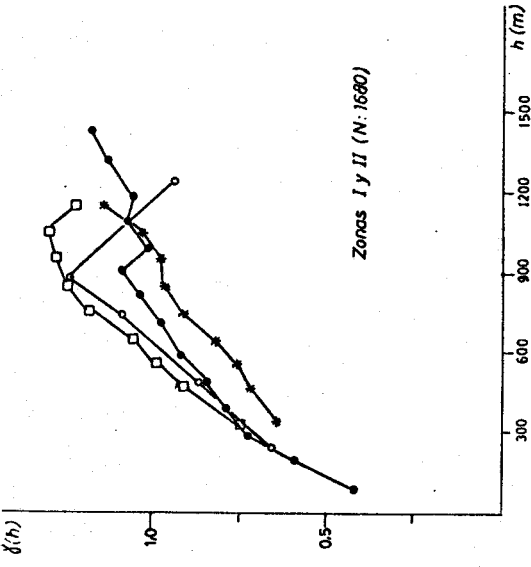
en la dirección E-W, la variable es más continua a pequeñas distancias, presentando su variograma una meseta ligeramente superior a la varianza experimental de la variable, así como una estructura de transición de 800m. de alcance. A efectos prácticos, se ha retenido esta estructura como representativa de la regionalización (Tabla II-6).

Los variogramas de "zonas I y II" (Fig. II-21), se caracterizan por tener distintas mesetas. Este hecho se debe a la disposición relativa entre la zona I y la zona II; así la mayor continuidad del variograma NE-SW, se justifica por ser la dirección en la que existe menor confrontación entre las zonas heterogéneas; por el contrario, en la dirección ortogonal, NW-SE, se encuentran las variabilidades más fuertes.

### COBRE.

Sus variogramas en la zona I (Fig. II-22) son isotropos hasta 600m. A partir de esta distancia en la dirección N-S se deja sentir una viabilidad más intensa, que excede la varianza experimental de la variable y que puede deberse a un fenómeno de deriva; en la dirección E-W el variograma decrece hacia los 1500m., como para la variable precedente; en su modelización se ha retenido un esquema esférico de alcance 600m. (Tabla II-5).

En la zona II (Fig. II-22), se observa una disminución de la continuidad de la variable respecto a la zona I,-



Cu

o	-	Direction	E-W
•	-	"	N-S
□	-	"	NW-SE
■	-	"	NE-SW

Fig. II-22

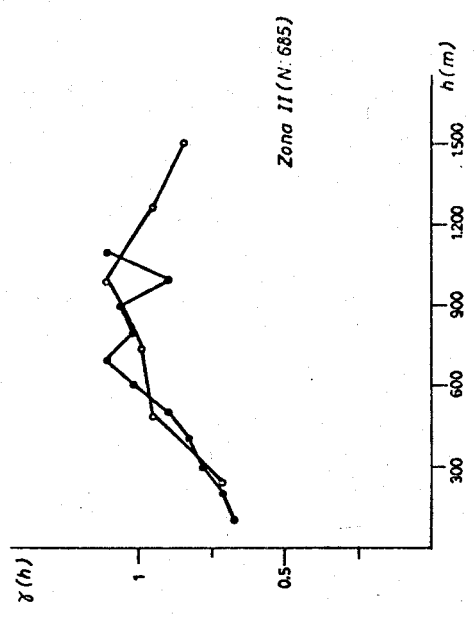
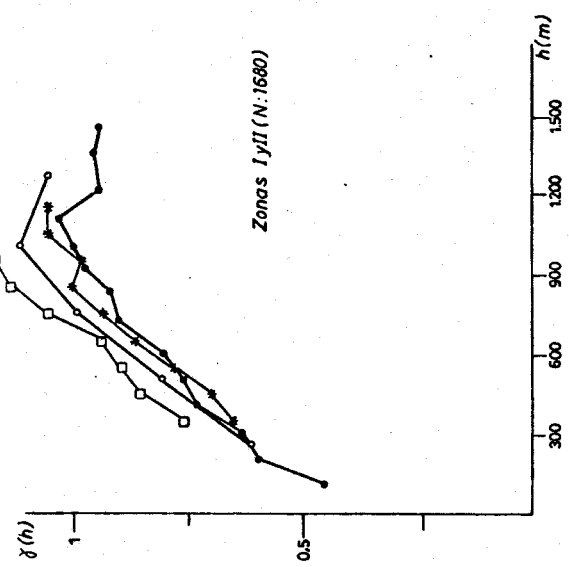
dado el incremento relativo de su parámetro  $C_0$  (nugget effect). Al igual que en la zona I, la dirección E-W presenta un variograma que decrece fuertemente a distancias cercanas a 1600m. - El modelo de variograma utilizado en el ajuste de estos variogramas experimentales ha sido esférico (Tabla II-6).

Respecto a los variogramas en la zona total (Fig. II-22), se observa un comportamiento similar al del Co; asimismo, se mantiene de forma sistemática el orden de variabilidad ya descrito anteriormente.

#### PLOMO.

Sus variogramas son isótropos en la zona I y la zona II (Fig. II-23). Con estructuras de transición de alcance 800m. en ambos casos, el comportamiento local de las variables (en las dos zonas), es discontinuo, dados los parámetros  $C_0$  (Tabla II-5 y II-6). En cambio, en la zona II se observa una degradación más paulatina de la correlación espacial comparativamente a la zona I, por lo que sus variogramas experimentales se han ajustado a un esquema de Gauss. En ambas zonas, como en los casos precedentes, los variogramas E-W descienden hacia distancias próximas a 1600m. El modelo de variograma utilizado para representar esta variable en la zona I, ha sido esférico de alcance 800m. (Tabla II-5).

Respecto a los variogramas calculados en las "zonas I y II" (Fig. II-23) presentan los comportamientos indicados -



**Pb**

o - Dirección E-W  
 ● - " N-S  
 □ - " NW-SE  
 \* - " NE-SW

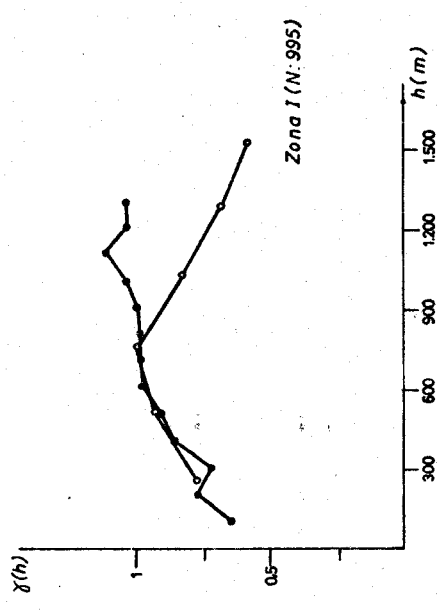


Fig. II-23



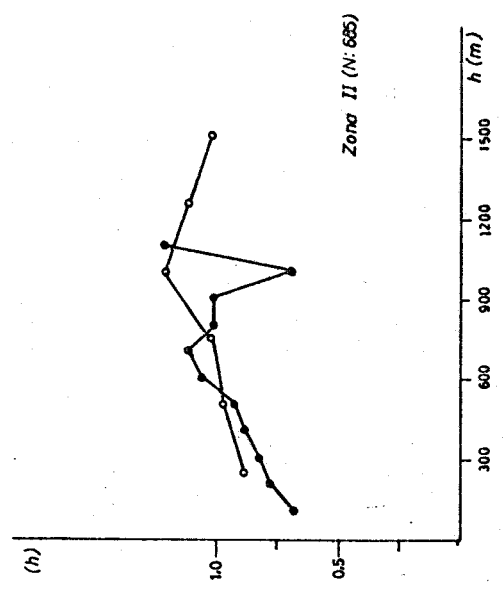
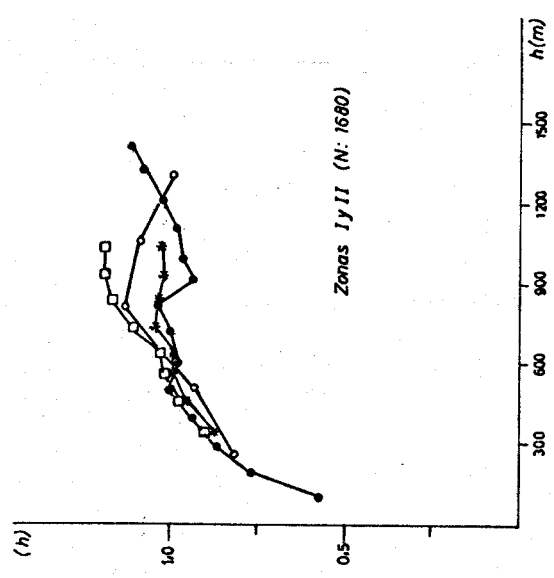
para las variables precedentes, si bien parece disminuir la separación relativa entre las mesetas de los variogramas.

### ZINC.

En la zona I (Fig. II-24) su variograma E-W caracteriza un comportamiento más regular de la variable que en la dirección N-S; en esta última dirección, existe un efecto agujero cuyo mínimo es próximo a 1200m.; la estructura de transición es de alcance 600m. y corresponde a la mitad de la distancia en que aparece el mínimo del efecto agujero. Este efecto-agujero indica la posible existencia de periodicidades estructurales; esta aparente anisotropía entre los variogramas E-W y N-S, se justifica por la existencia del efecto agujero en la dirección N-S, por lo que en la modelización del variograma hemos retenido un esquema esférico de alcance 600m. (Tabla II-5).

En la zona II esta variable tiene variogramas isótropos con una estructura de transición de 600m. de alcance, como la descrita en la zona I.

En los variogramas calculados en "zonas I y II", -- (Fig. II-24) las estructuras son semejantes a las anteriormente indicadas para las subzonas, y con comportamiento isótropo en todas las direcciones estudiadas.



**Zn**

○ - Dirección E-W  
 ● - " N-S  
 □ - " NW-SE  
 \* - " NE-SW

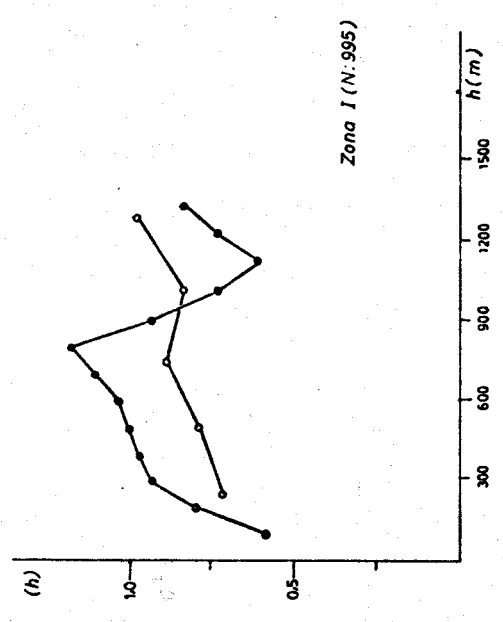


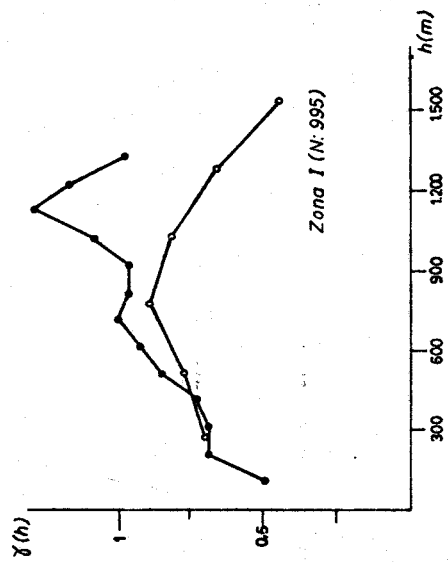
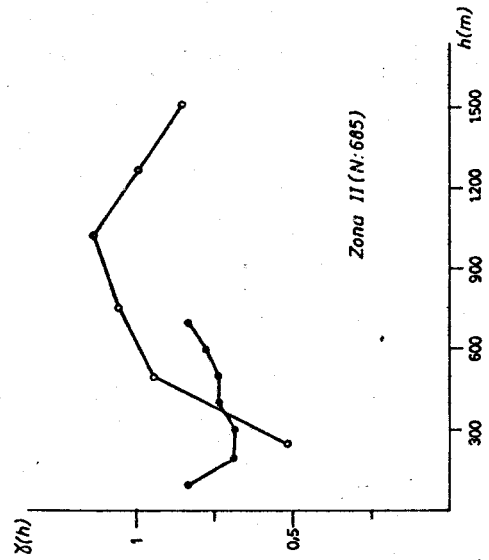
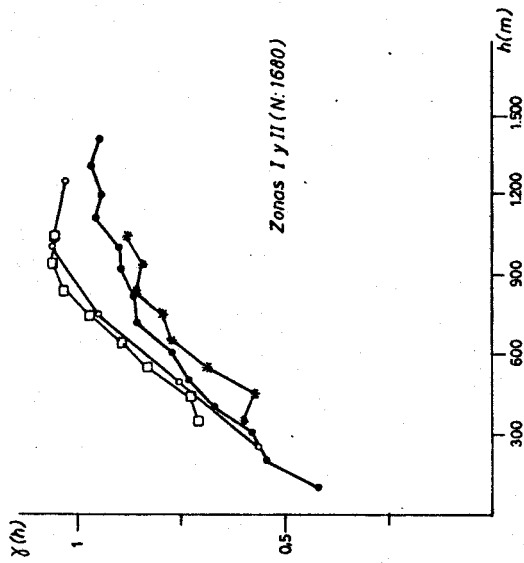
Fig. II-24

## MANGANESO.

Sus variogramas en la zona I (Fig. II-25) son isotropos con estructuras de transición de alcance 800m. Es de notar de nuevo, como para algunas de las variables precedentes, que el variograma experimental de la dirección E-W desciende hacia un mínimo a 1600m., es decir, el doble del tamaño de la estructura de transición encontrada.

En la zona II (Fig. II-25) se observan variogramas casi idénticos a los encontrados para el Co, (Fig. II-21), - que particularizan la dirección E-W como la de mayor continuidad de la variable; como para la variable Co, se ha considerado el variograma E-W el representativo de la regionalización, por lo que se ha retenido un esquema esférico de alcance 800m. (Tabla II-6).

En las "zonas I y II" (Fig. II-25), los variogramas presentan de nuevo distintas mesetas, cuya interpretación se ha realizado previamente.



Mn

o - Dirección	E-W
● - "	N-S
□ - "	NW-SE
■ - "	NE-SW

Fig. II-25

### II.3. ESTIMACION.

Esta prospección puede considerarse una prospección táctica dada la forma y la distancia del muestreo efectuado.

No es precisamente el estudio detallado de anomalías el que se puede efectuar a partir de la información disponible sino más bien indicar zonas de interés para su estudio detallado.

Fijado este objetivo, se han tomado una serie de criterios en la definición de anomalías. Así se han establecido - una serie de valores de corte, a partir de la distribución experimental de cada variable, guiados por la aparente lognormalidad de las variables.

Dicha representación de los valores experimentales - de cada variable se refleja en los mapas (Fig. II-11 a II-15), previamente referenciados durante el análisis descriptivo (Apartado II-1).

A parte de la delimitación de la zona I y la zona II, en estos mapas se señalan los valores experimentales de las variables superiores a ciertos límites, (representados por cruces y estrellas), que están agrupados espacialmente; a este fin se ha utilizado la convención de señalar sólo aquellos agrupamientos con un tamaño mínimo de cuatro valores, siempre que éstos fueran adyacentes.

Esta clasificación de anomalías geoquímicas, coincide en señalar para todas las variables que las áreas anómalas se sitúan en la zona I. Asimismo existen áreas anómalas en el extremo SW de cada uno de los mapas; otras áreas anómalas dispersas en los mapas parecen específicas de cada variable.

Indiquemos que un mismo tipo de criterios utilizados sólo en la zona I condujo a una idéntica separación de áreas anómalas.

Se han efectuado estimaciones de superficies (250m. x 100m.) por "krigeaje". Dichas estimaciones se han realizado por separado en la zona I y en la zona II en base a los variogramas correspondientes previamente descritos. Posteriormente, éstas estimaciones se han agrupado en un solo mapa para cada variable (Fig. II-26 a II-30).

Estos mapas, aparentemente discretizados, no representan, como anteriormente, valores puntuales o muestrales de los elementos químicos, sino sus concentraciones medias en superficies de 250m. x 100m. La estimación de estas variables es, objetivamente, la mejor posible, pues el "krigeaje" considera simultáneamente el tamaño soporte de la variable a estimar (250m. x 100m.) y las características estructurales de la regionalización; en consecuencia, estas estimaciones son un punto de partida idóneo para que, en base a criterios geoquímicos, geológicos y económicos, se seleccionen las áreas a prospectar en detalle.

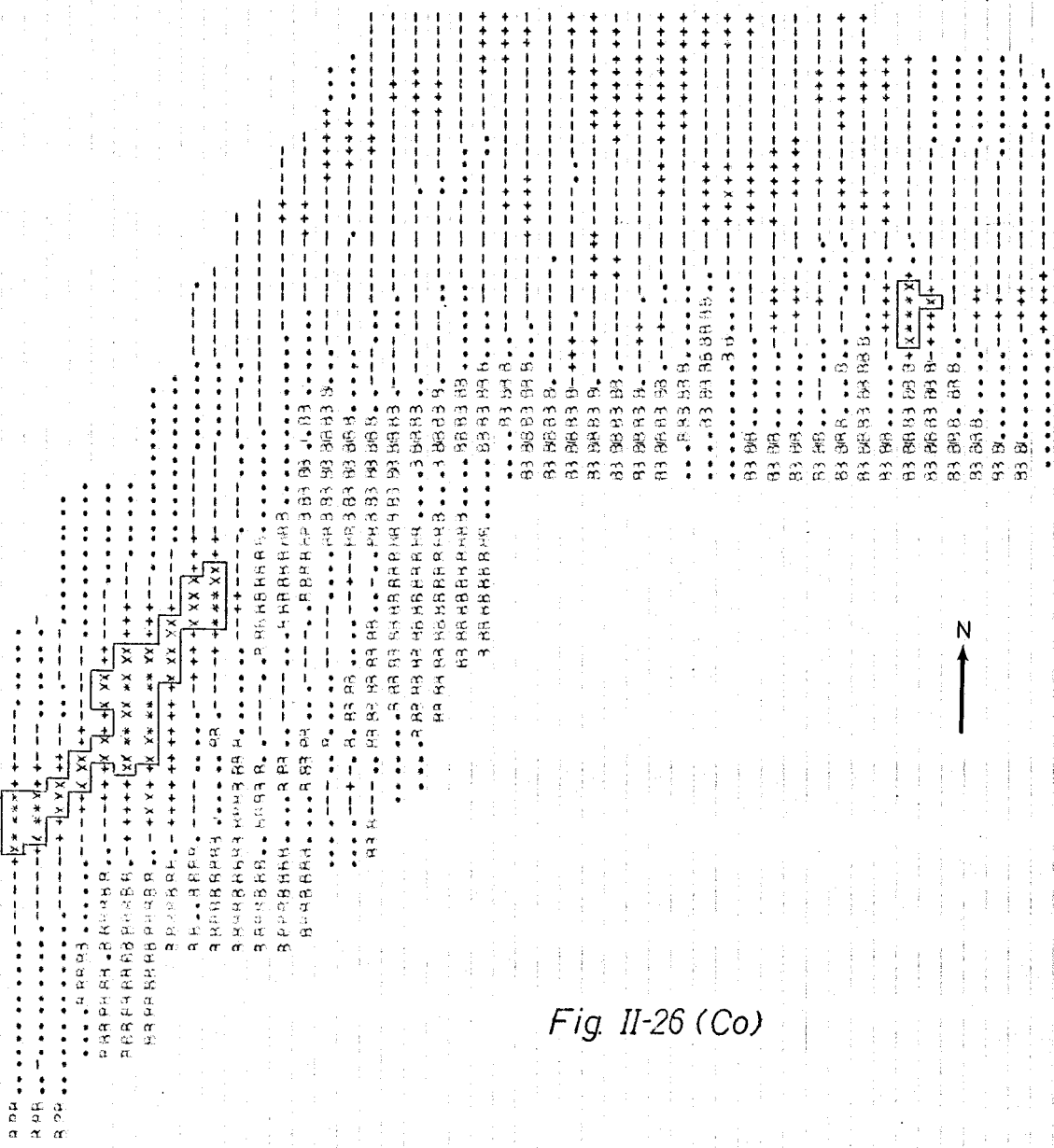


Fig. II-26 (Co)

R	R	K	VAL	ORFS	ME	ORFS	JUF	M+S	
-	-	-	VAL	ORFS	MAV	ORFS	JUF	M+S	2.96
-	-	-	VAL	ORFS	MAV	ORFS	JUF	M+S	7.04
-	-	-	VAL	ORFS	MAV	ORFS	JUF	M+S	16.73
X	X	X	VAL	ORFS	MAV	ORFS	JUF	M+S	39.77
*	*	*	VAL	ORFS	MAV	ORFS	JUF	M+S	51.33

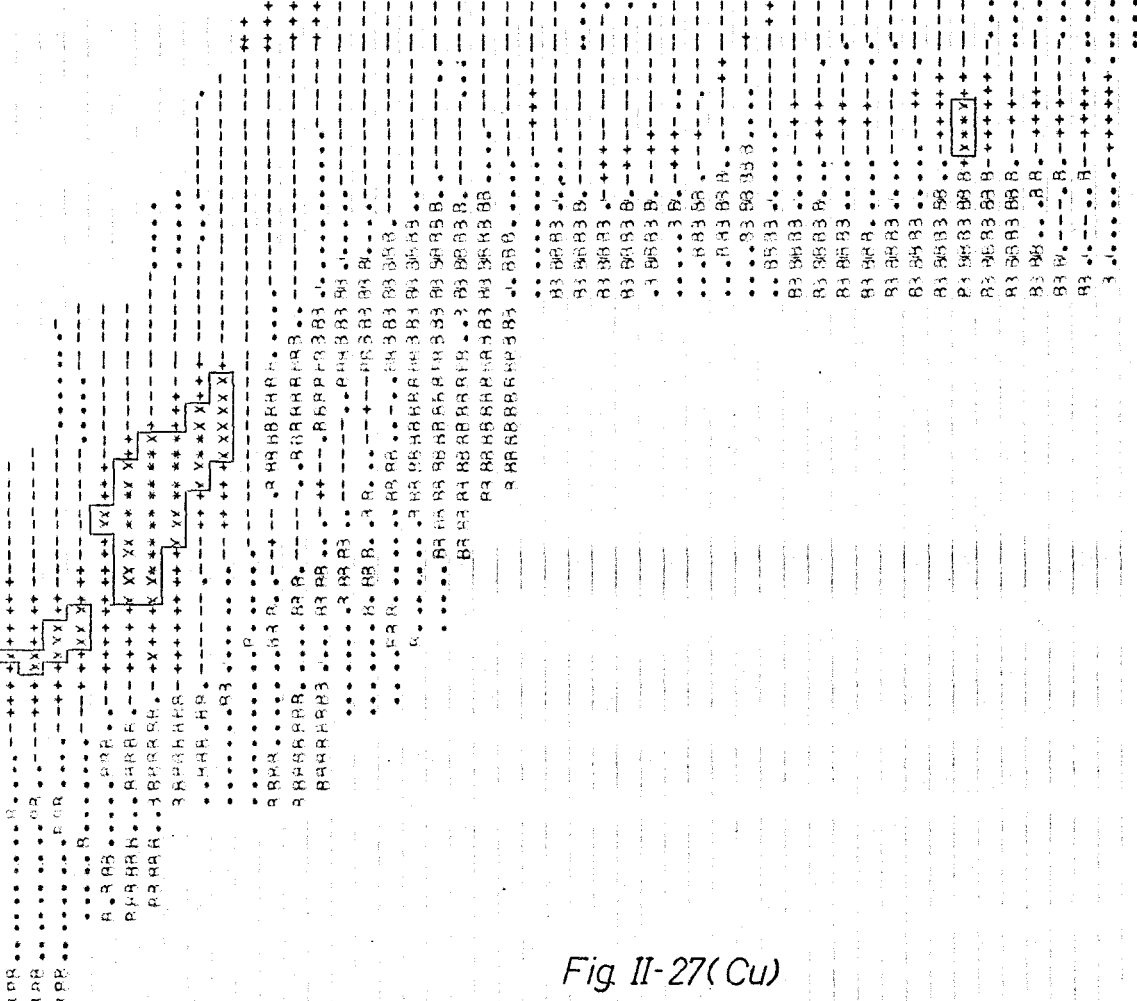


Fig II-27(Cu)

R R R VALORES MEMORES 3 IUF M-5  
 \* \* \* VALORES MAYORES 3 IUF M-5 = 4.19  
 - - - VALORES MAYORES 3 IUF M-5 = 12.27  
 + + + VALORES MAYORES 3 IUF M-5 = 28.16  
 x x x VALORES MAYORES 3 IUF M+SE = 72.99  
 \* \* \* VALORES MAYORES 3 IUF M+SE = 117.50









En los histogramas de estas variables estimadas por "krigeaje", se han aplicado criterios de clasificación de los valores idénticos a los utilizados ya con anterioridad; estos criterios conducen a seleccionar las áreas marcadas en los mapas respectivos (Fig. II-26 a II-30). Asimismo ofrecen una imagen de la evolución espacial de las variables fácilmente utilizable a la hora de hacer interpretaciones geoquímicas del fenómeno estudiado.

#### II.4. CONCLUSIONES.

1°- A partir del análisis descriptivo de las variables - Co, Cu, Pb, Zn y Mn, conocidas en todo el área prospectada, - (zonas I y II), se han aislado dos zonas distintas geográficamente y con contenidos medios distintos en las variables indicadas; éstos contenidos son sistemáticamente menores en la zona II, lo que permite suponer distinta la naturaleza de los suelos de ambas zonas.

2°- Del análisis descriptivo, se apunta la posible concentración preferente de los elementos Co y Mn en determinadas especies minerales presentes en los suelos prospectados.

3°- En cada subzona (zona I y zona II), se han calculado y modelizado los variogramas experimentales de cada variable; éstos variogramas presentan estructuras de transición de alcances entre 600m. y 800m., así como una menor continuidad local de todas las variables en la zona II respecto a la zona I.

4°- Calculados a partir de todos los datos experimentales, los variogramas de Co, Cu, Pb y Mn presentan comportamientos que reflejan la existencia de heterogeneidades puestas de manifiesto por el análisis descriptivo.

5°- Se han efectuado "krigeajes" de la concentración media de Co, Cu, Pb, Zn y Mn en superficies de 250m. x 100m., a partir de los análisis estructurales efectuados en cada subzo

na. Estas estimaciones son idóneas, tanto para representar la distribución espacial de las variables geoquímicas, como para la selección objetiva de anomalías.

III. ESTUDIO GEOESTADISTICO DE DOS CAMPAÑAS DE  
PROSPECCION HIDROGEOQUIMICA EN LA ZONA DE  
EL BURGO DE OSMA, SORIA.

## INTRODUCCION.

Estos datos pertenecen a dos campañas de prospección hidrogeoquímica realizados en El Burgo de Osma (Soria) en la primavera y otoño de 1.972.

Cada fuente, manantial o pozo muestreado se referencia por sus coordenadas Lambert y altitud, analizándose las concentraciones de  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{CO}_3\text{H}^-$  y  $\text{SO}_4^-$ , en mg/l de sus aguas.

Los resultados de las dos campañas de prospección (primavera y otoño) se referencian Series I y II e incluyen 105 y 93 puntos de observación respectivamente; ésto se debe a que durante el muestreo realizado posteriormente al período de sequía (Serie II), algunos de los afloramientos permanecían extintos.



Los dos grupos de datos aquí utilizados, pertenecen a las publicaciones de Alvarez, C., De Pedro, F., Del Hoyo, C. y Sánchez, J. (36) y De Pedro, F., Alvarez, C. y García Magariño, J.A. (37).

De la información metodológica descrita en ambas publicaciones, se desprende que la zona que aquí estudiamos ha sido muestreada y analizada de forma uniforme.

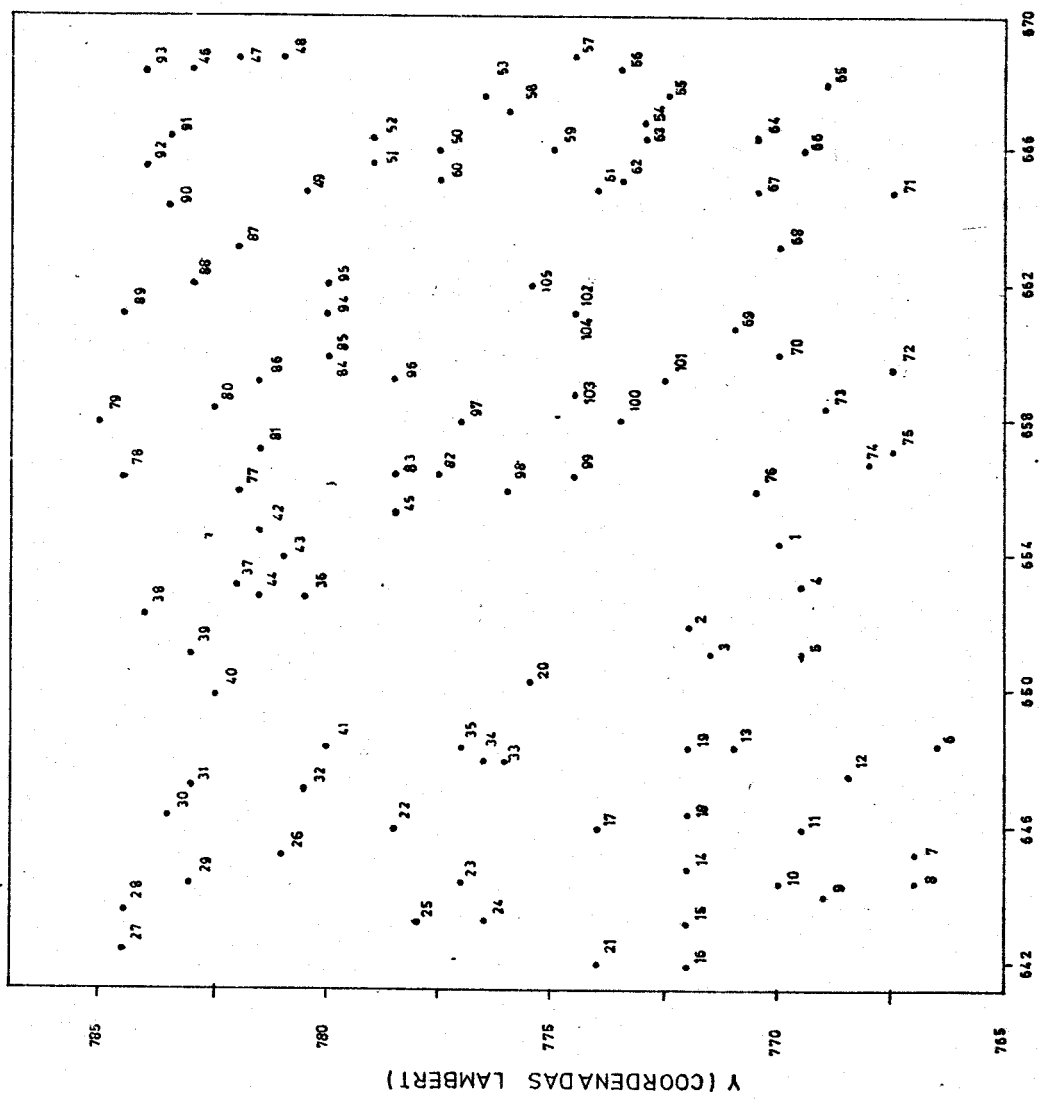
Los programas de cálculo utilizados en este trabajo se referencian en el Apéndice (Apartado VIII).

### III.1. ANALISIS DESCRIPTIVO.

Este se ha realizado simultáneamente en los dos grupos de datos, Series I y II. Como se ha indicado anteriormente, comprenden 105 y 93 puntos de observación repartidos irregularmente (Fig. III-1-a). Una primera distinción cualitativa de la información, indica que en la Serie I son 4 los pozos -muestreados y 101 los afloramientos naturales (fuentes y manantiales); en la Serie II, son 3 los pozos y 90 los afloramientos naturales.

Los histogramas de todas las variables son disimétricos desviados a la derecha (Fig. III-2 a III-5); en la mayoría de estos histogramas, existen algunas observaciones que se desvían notoriamente del resto.

Se ha verificado el ajuste de los datos experimentales a la distribución lognormal (Fig. III-6 a III-9); las variables  $\text{Ca}^{++}$  y  $\text{CO}_3\text{H}^-$ , (Fig. III-7), pueden considerarse lognormales en ambas series, y presentan un ligero enriquecimiento - medio en la Serie II respecto a la I; este hecho está de acuerdo con una mayor lixiviación de los materiales geológicos más abundantes en la zona (36) y (37). Igualmente, las variables  $\text{Na}^+$  y  $\text{Cl}^-$  en la serie I, (Fig. III-6), son lognormales, mientras en la serie II indican discrepancias respecto a la distribución lognormal en las clases superiores de la gráfica de frecuencias acumuladas. Este mismo hecho, se evidencia para la variable  $\text{K}^+$



X (COORDENADAS LAMBERT)

Fig. III-1

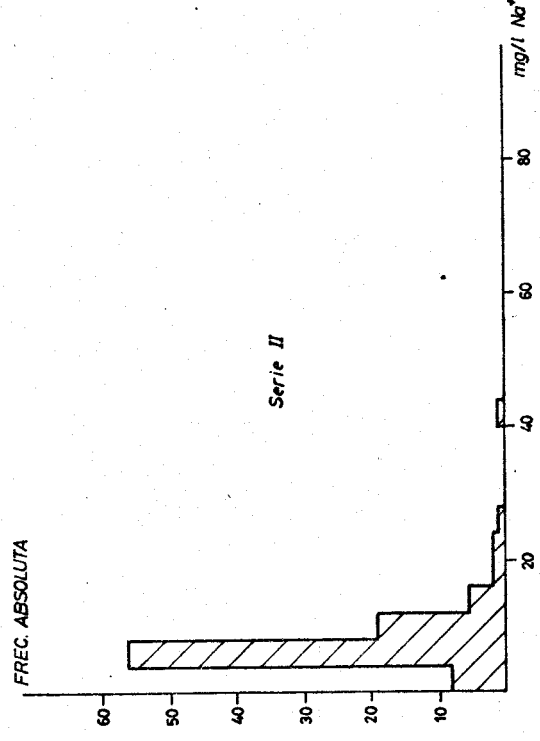
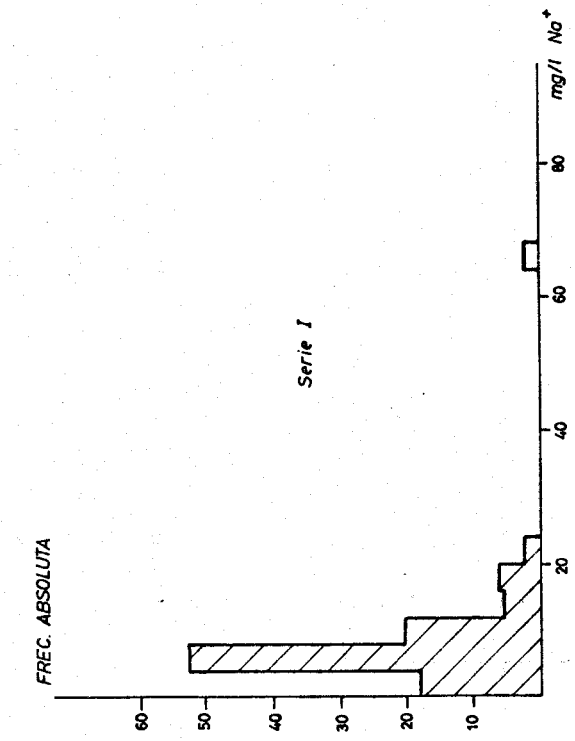
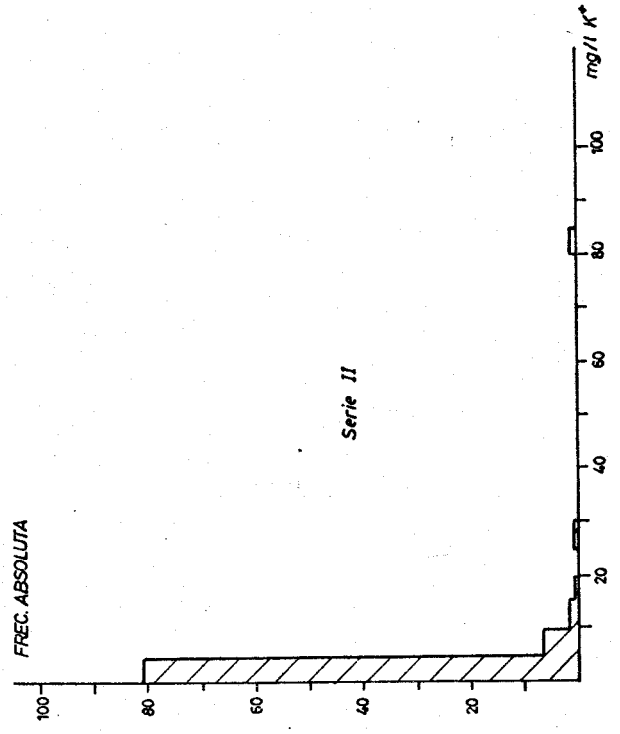
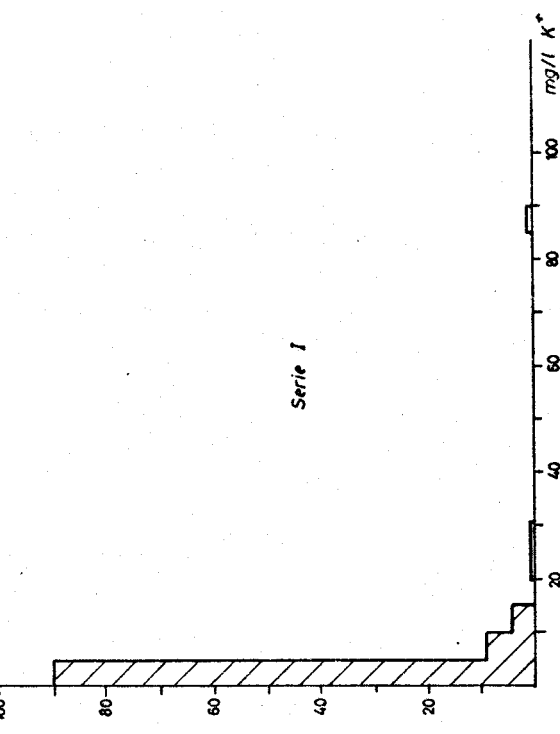


Fig. III-2

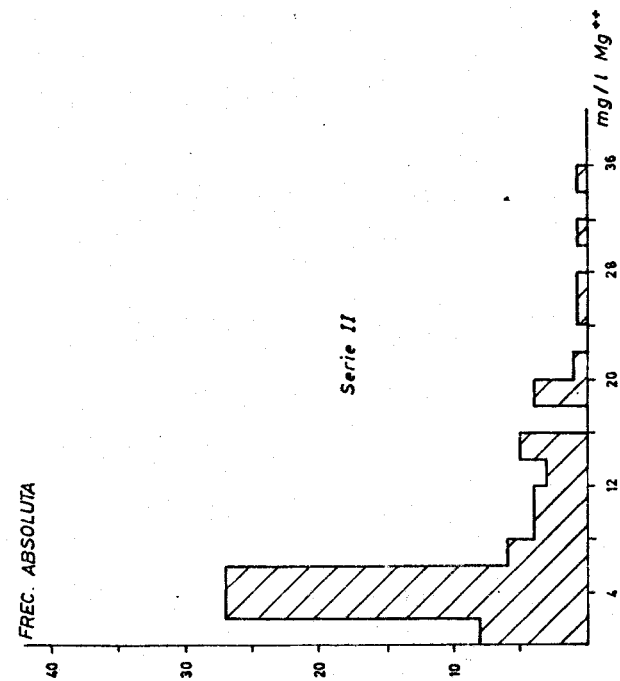
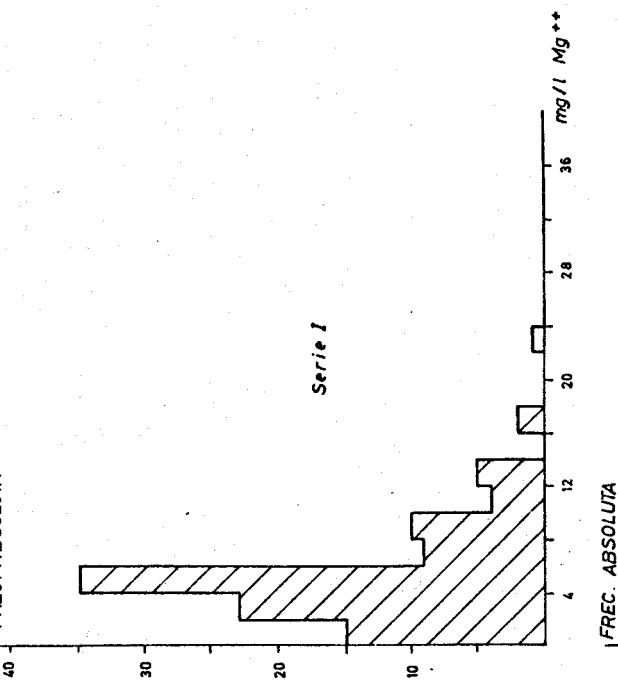
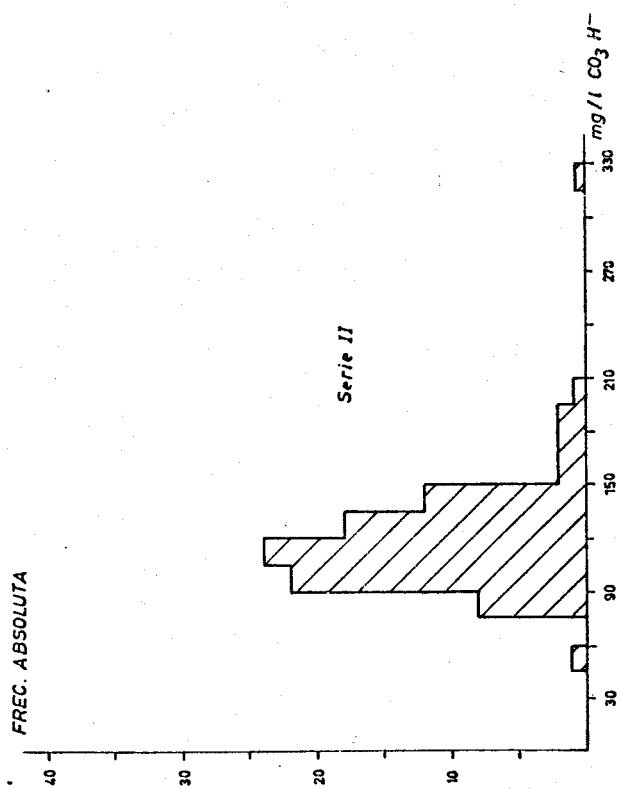
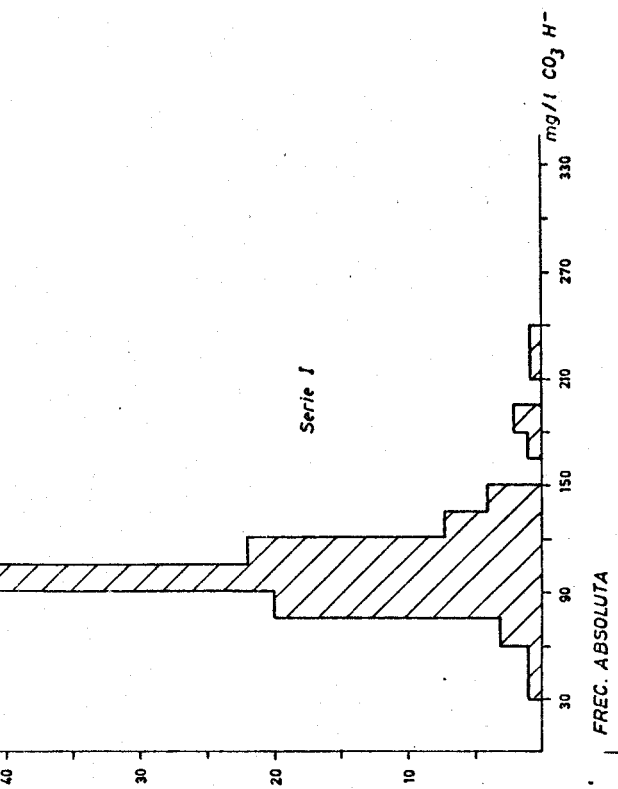


Fig. III-3

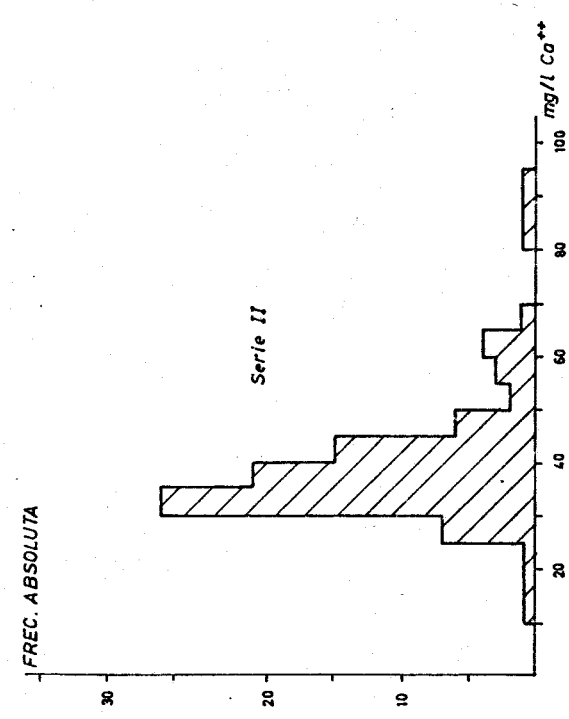
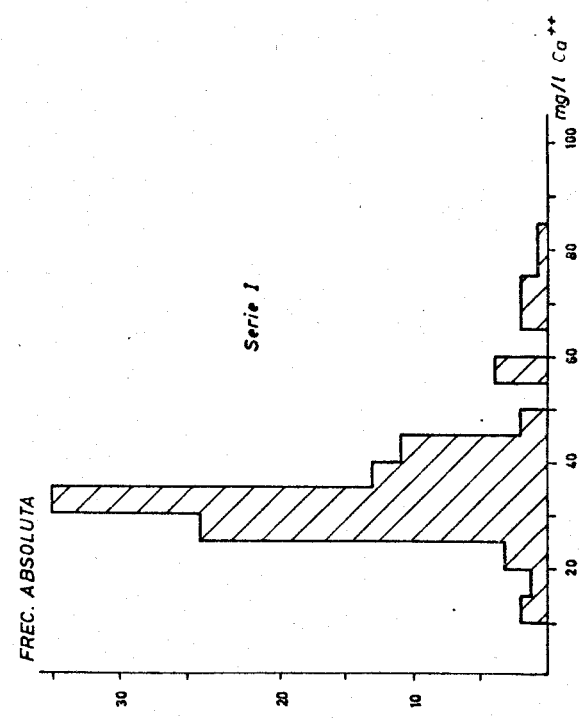
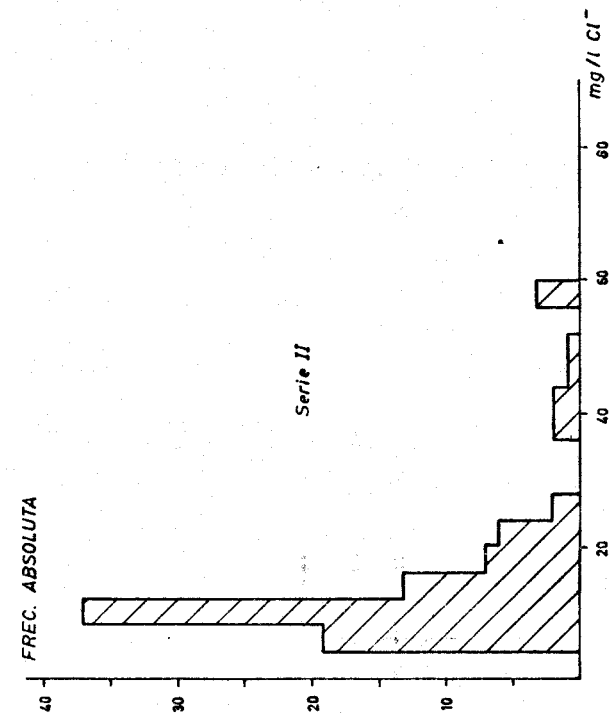
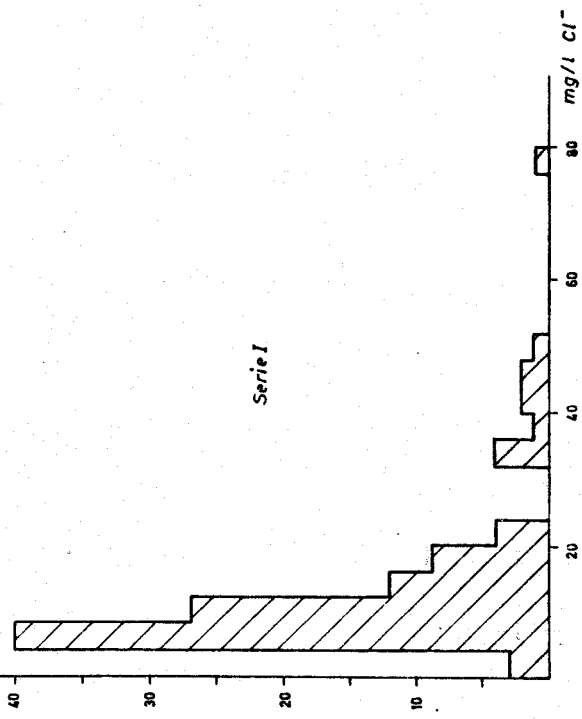


Fig. III-4

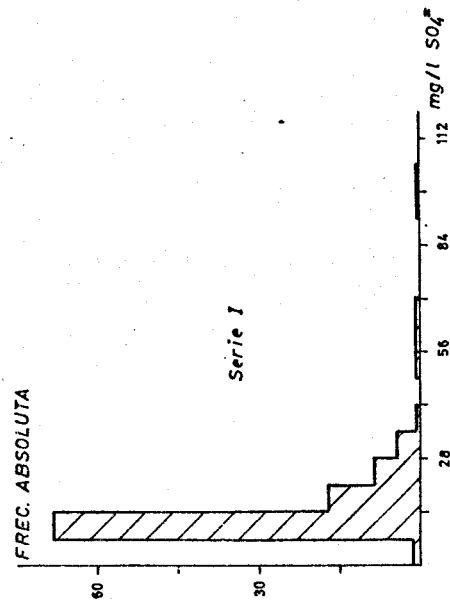
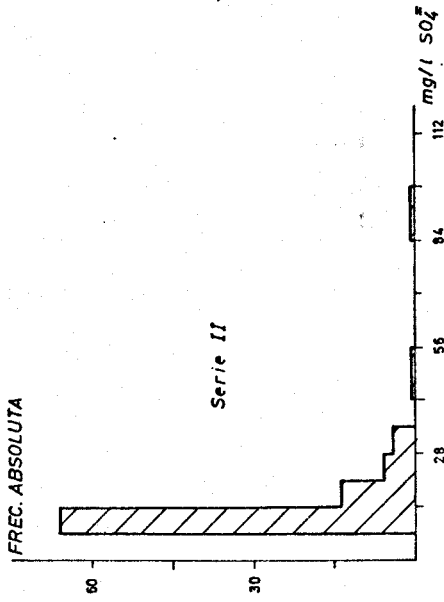


Fig. III-5

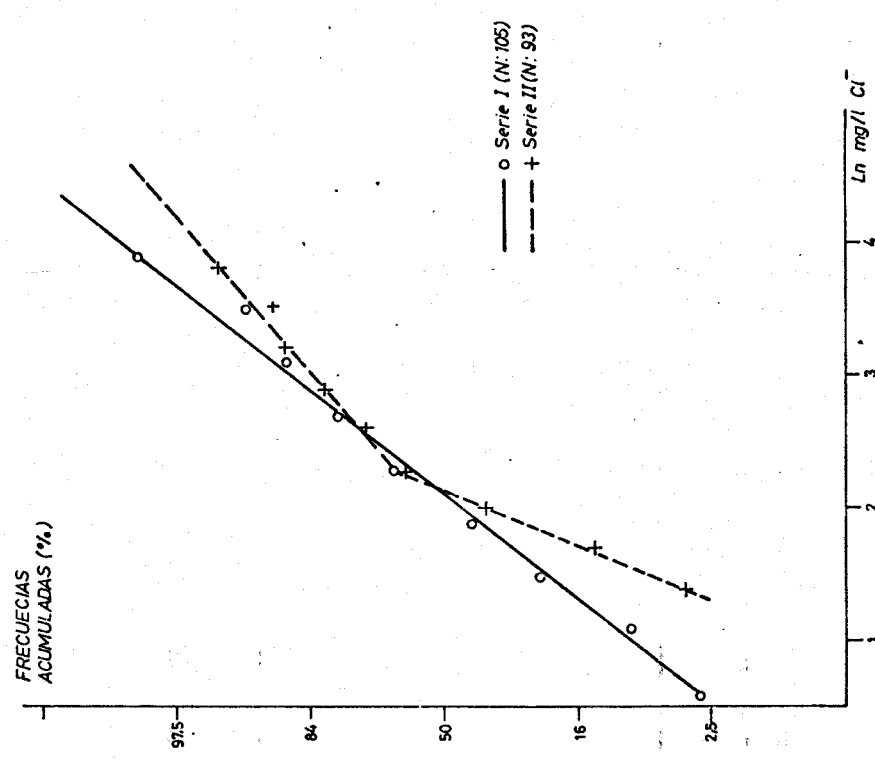
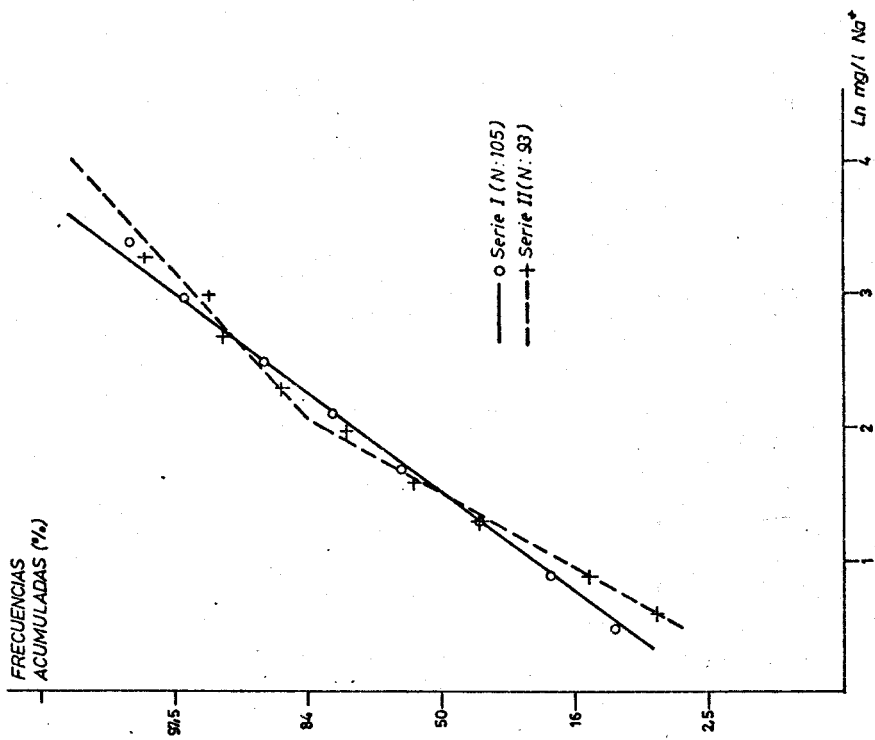


Fig. III-6



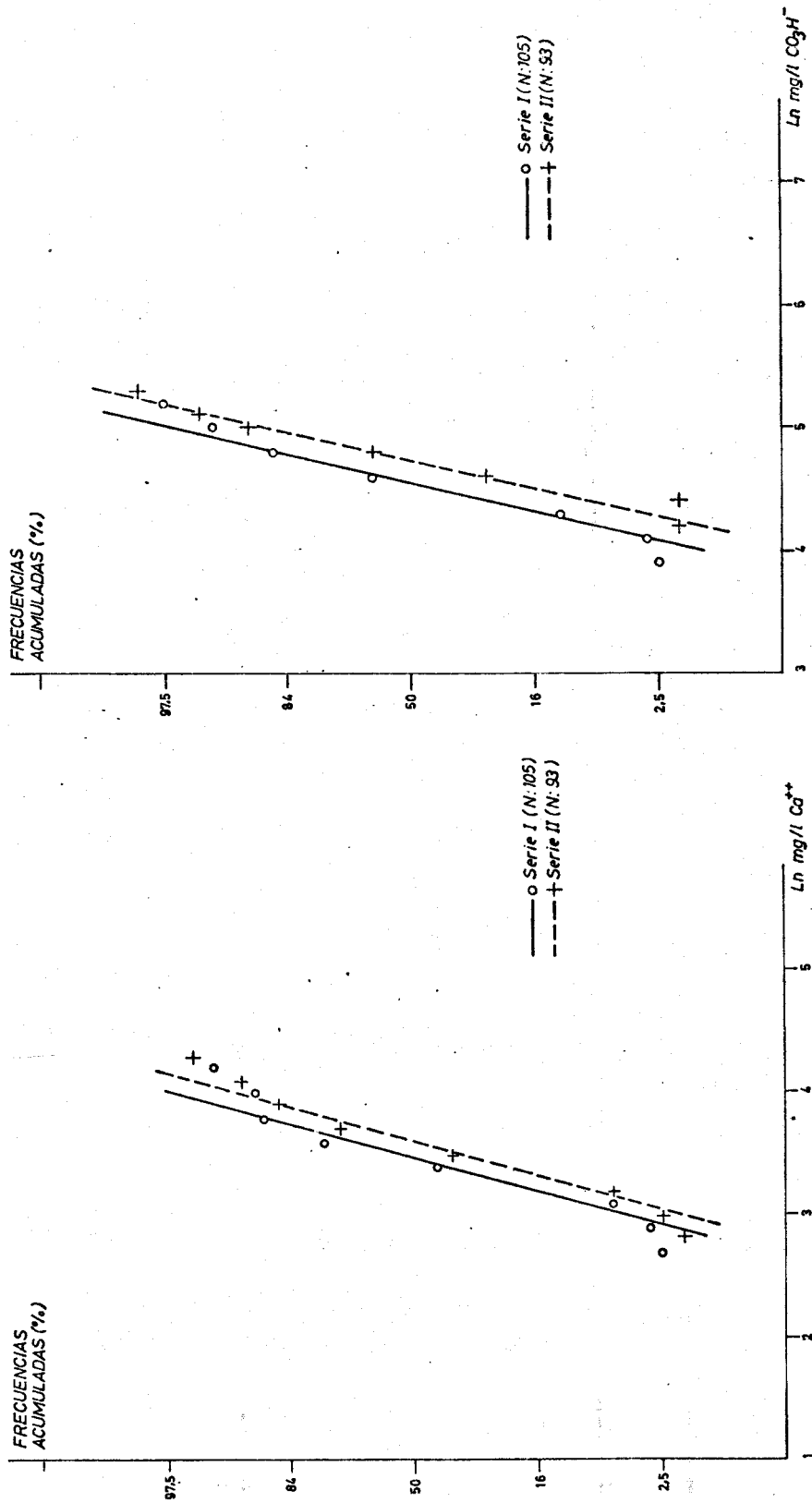


Fig. III-7

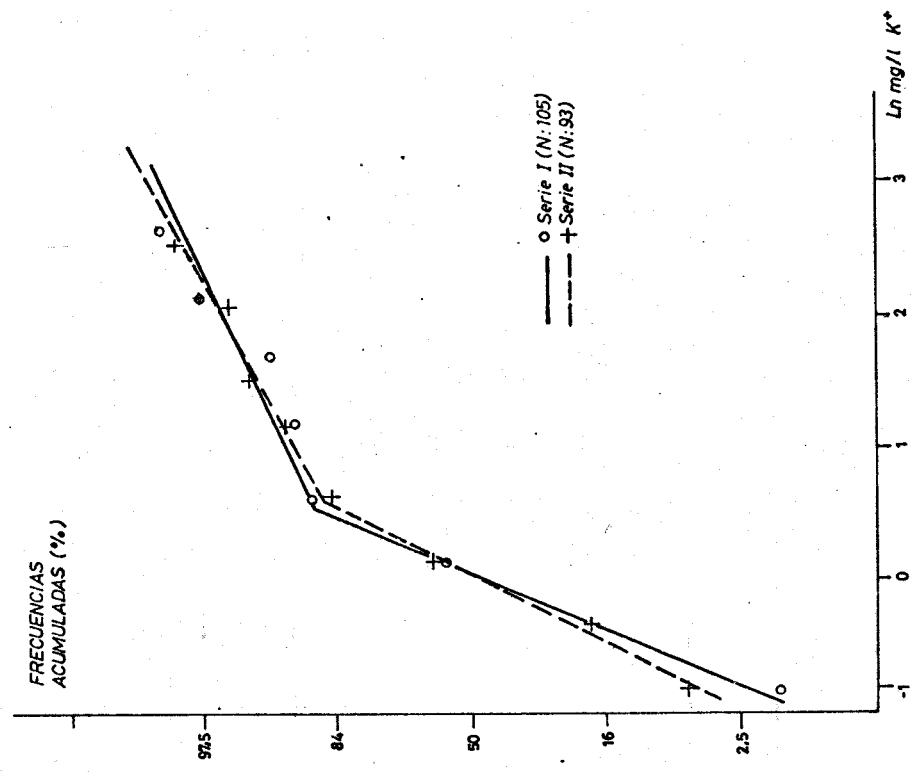
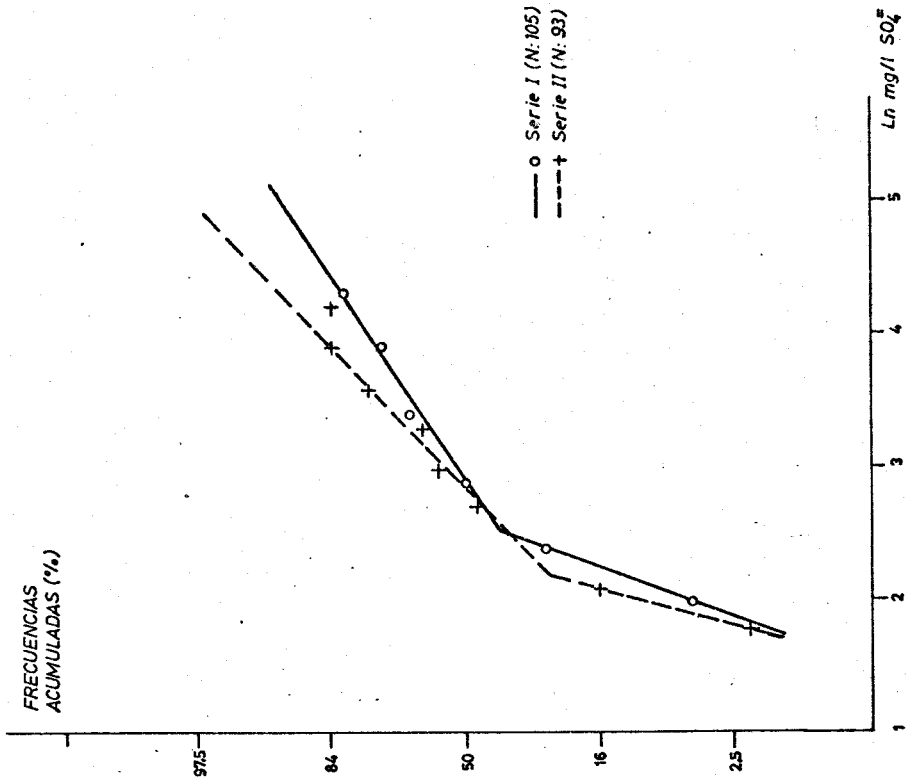


Fig. III-8

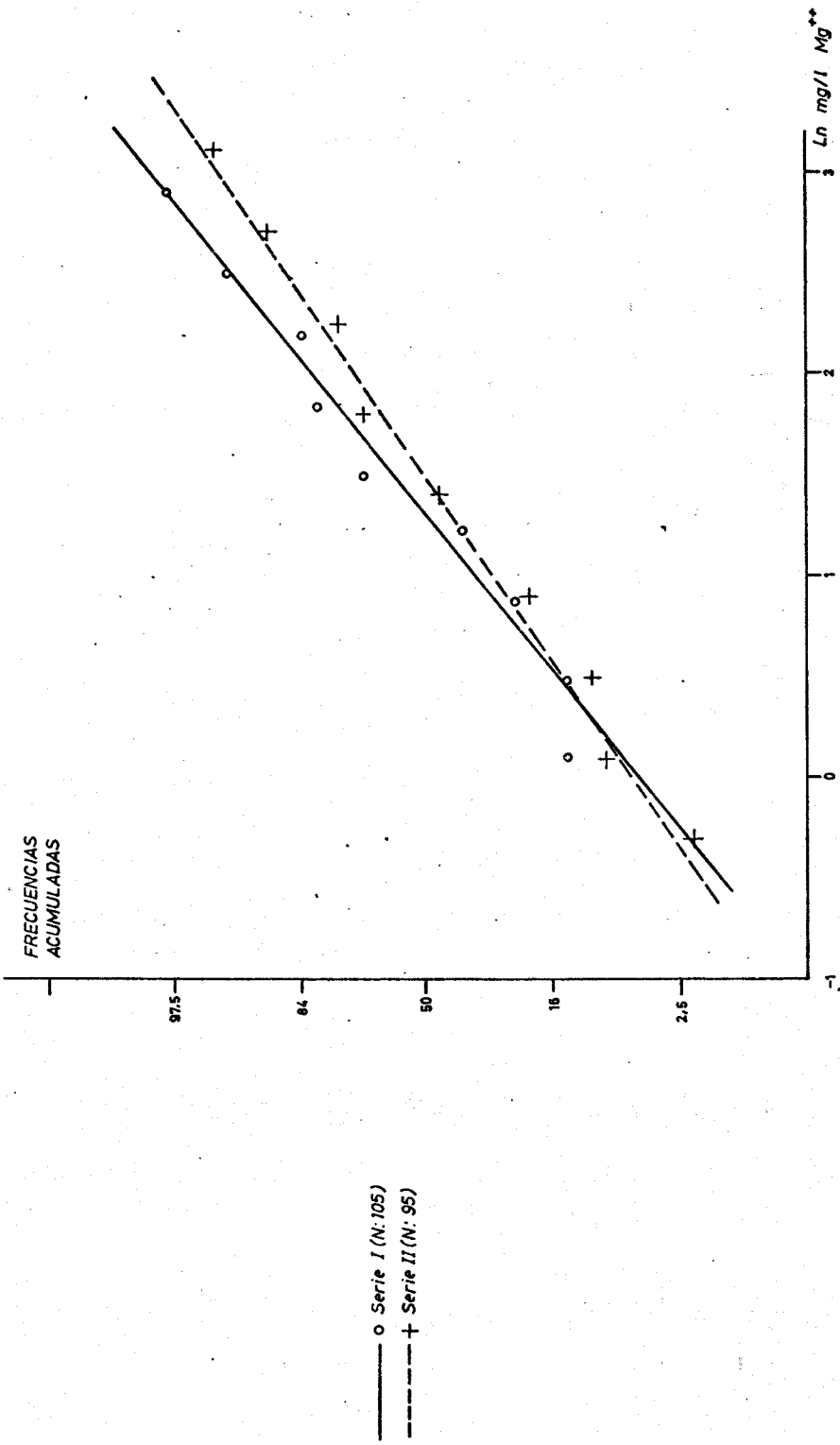


Fig. III-9

(Fig. III-8); estas discrepancias, de cualquier forma, son debidas a un escaso número de observaciones. Contrariamente, la variable  $SO_4^{=}$  caracteriza un enriquecimiento relativo en valores experimentales bajos respecto al total.

Junto a las medias y varianzas experimentales de las variables en ambas series (Tablas III-1 y III-2), se presentan las correspondientes a las distribuciones lognormales de aquellas variables consideradas como tal.

De los coeficientes de correlación lineal entre las variables (Tabla III-3 y III-4, las asociaciones  $\log Na^+ - \log Cl^-$  y  $\log Ca^{++} - \log CO_3H^-$  son las más significativas. Asimismo se presentan los coeficientes de correlación de rango ( $\rho$  Spearman) en los que es de notar la reducción del coeficiente de correlación  $\log Ca^{++} - \log CO_3H^-$ . Dada la lognormalidad de estas variables en las nubes de dispersión  $\log Ca^{++} - \log CO_3H^-$  (Fig. III-10-a y b) de ambas series, se distinguen unos pocos valores extremos, que son los causantes de los elevados coeficientes de correlación lineal observados. Las nubes de dispersión  $\log Na^+ - \log Cl^-$  (Fig. III-11-a y b) reflejan bien la fuerte asociación lineal encontrada.

TABLA III-1 (SERIE I)

	m*	V*	m <sub>Ln</sub>	V <sub>Ln</sub>
Na	6.3	50.	6.1	29.
K	2.9	89.	---	---
Ca	32.9	152.	32.8	122.
Mg	4.6	14.	---	---
Cl	11.2	143.	10.8	109.
CO <sub>3</sub> H	96.4	798.	96.4	708.
SO <sub>4</sub>	14.6	325.	---	---
Altitud				
Afloram.	948.	1760.	---	---

TABLA III-2 (SERIE II)

	m*	V*	m <sub>Ln</sub>	V <sub>Ln</sub>
Na	6.1	31.	---	---
K	2.7	76.	---	---
Ca	37.3	171.	37.2	142.
Mg	6.5	42.	---	---
Cl	13.1	144.	---	---
CO <sub>3</sub> H	112.8	1029.	112.6	786.
SO <sub>4</sub>	12.5	172.6	---	---

TABLA III-3 (SERIE I)

$$Y \left\{ \begin{array}{l} \rho \log X - \log Y \\ \rho \text{ Spearman} \end{array} \right.$$

	$K^+$	$Ca^{++}$	$Mg^{++}$	$Cl^-$	$CO_3H^-$	$SO_4^{=}$	Alt.
$Na^+$	.24	.34	.53	.85	.08	.51	-.23
	.12	.23	.52	.84	.07	.44	-.21
$K^+$		.29	.09	.33	.11	.28	-.31
		.18	.01	.22	.05	.13	-.13
$Ca^{++}$			.3	.38	.71	.55	-.27
			.2	.22	.62	.49	-.12
$Mg^{++}$				.53	.29	.5	-.07
				.48	.27	.42	-.39
$Cl^-$					.03	.57	-.25
					-.05	.44	-.42
$CO_3H^-$						.09	-.37
						.18	-.03
$SO_4^{=}$							-.29
							-.42

TABLA III-4 (SERIE II)

	X						
	Y						
	$\rho \log X - \log Y$						
	$\rho$ Spearman						
	$K^+$	$Ca^{++}$	$Mg^{++}$	$Cl^-$	$CO_3H^-$	$SO_4^-$	Alt.
$Na^+$	.32	.24	.37	.85	.06	.45	-.07
	.31	.26	.49	.84	.07	.35	-.21
$K^+$		.26	.22	.3	.24	.46	-.15
		.28	.39	.26	.26	.36	-.22
$Ca^{++}$			.35	.23	.57	.39	-.4
			.14	.20	.55	.34	-.08
$Mg^{++}$				.39	.43	.41	-.2
				.39	.25	.39	-.36
$Cl^-$					.01	.43	-.2
					-.02	.44	-.34
$CO_3H^-$						.16	-.27
						.06	-.06
$SO_4^-$							-.35
							-.45

LOG  
C  
A

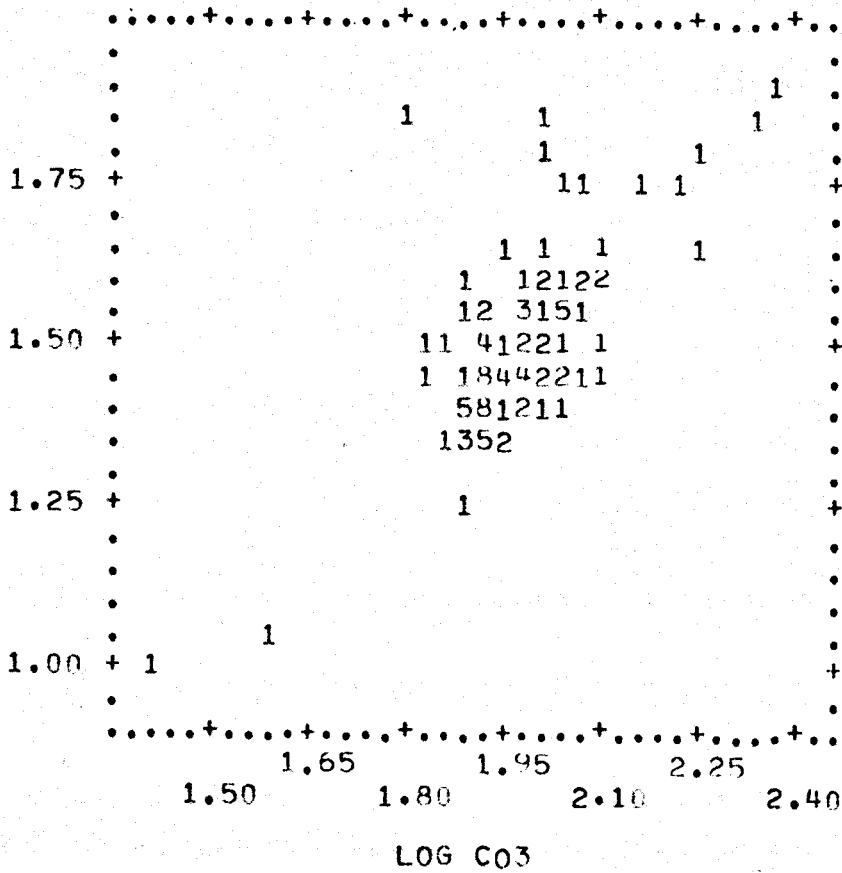


Fig. III-10-a

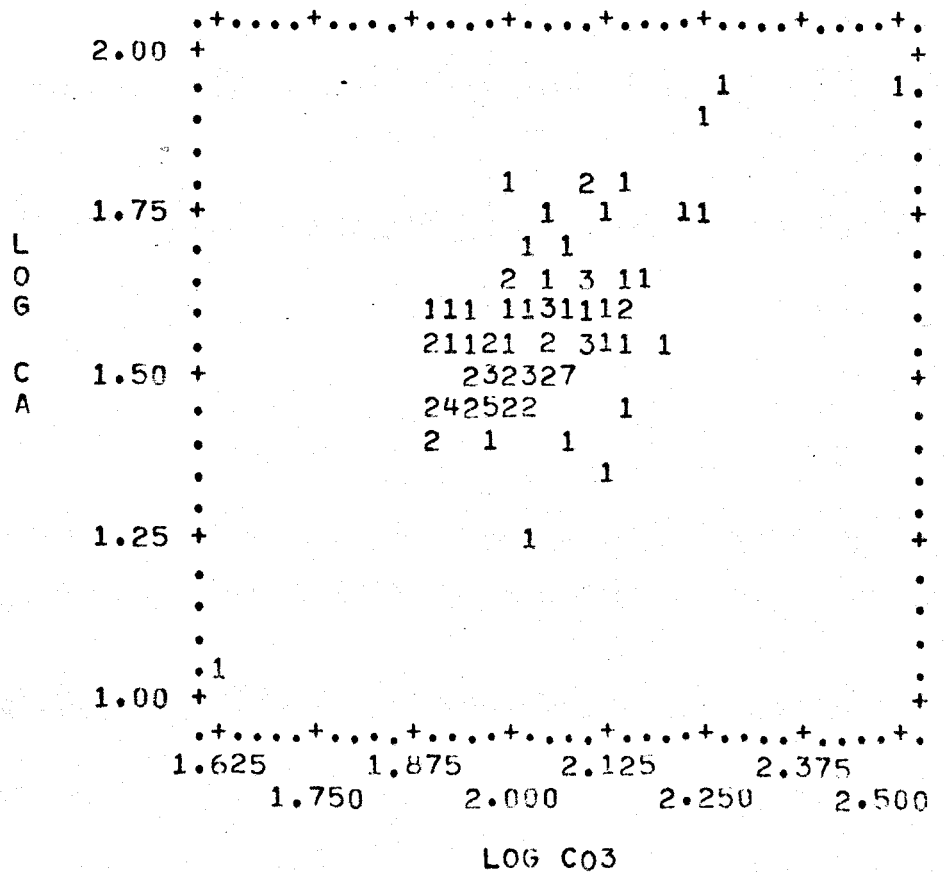


Fig. III-10-b



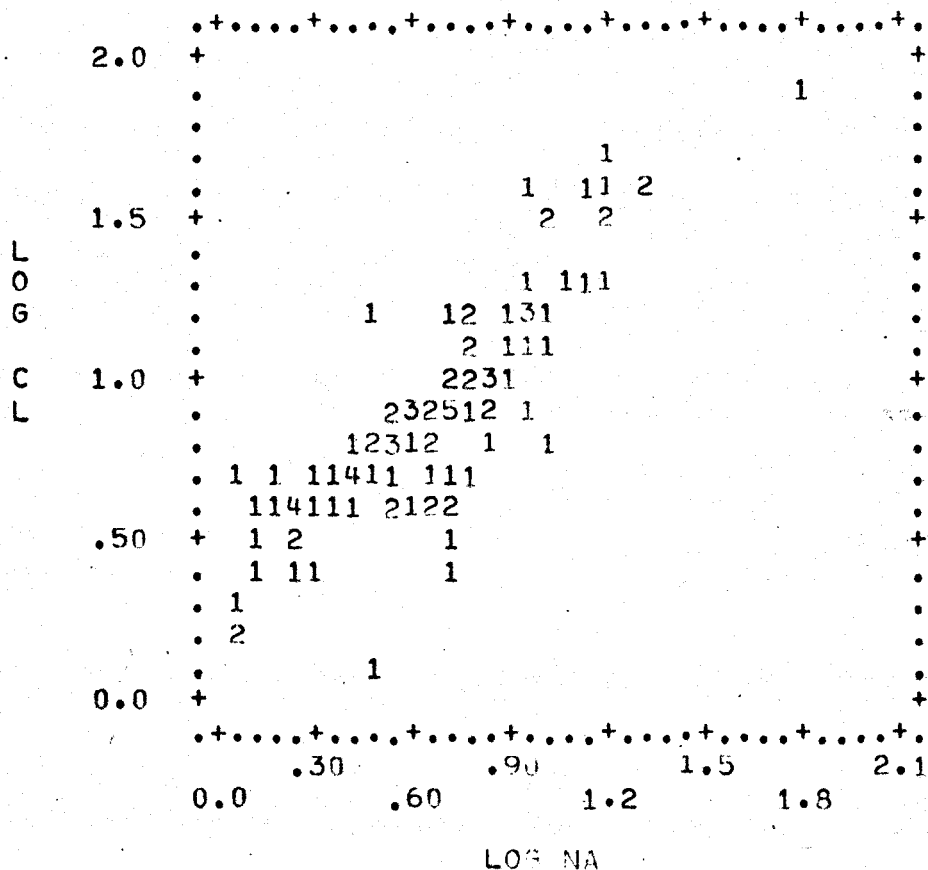


Fig. III-11-a

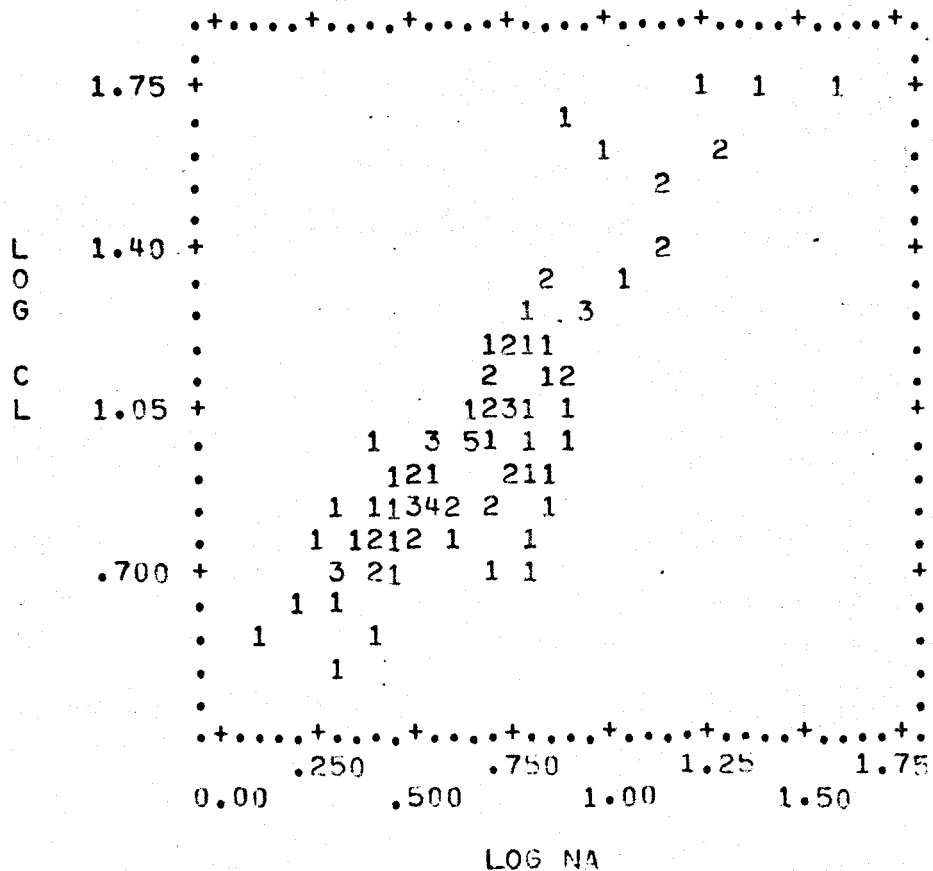


Fig. III-11-b

### III.2. VARIOGRAFIA.

Como era de esperar, de las heterogeneidades observadas durante el análisis de las distribuciones muestrales de cada variable, los variogramas calculados a partir de todas las informaciones son muy fluctuantes; al mismo tiempo que la significación estadística del variograma se pierde al no cumplirse las condiciones de homogeneidad de la variable, la escasez de observaciones, su irregular repartición espacial, -- así como la disimetría de las distribuciones experimentales, -- son factores negativos en su inferencia por el estimador clásico (Apartado I.4.c). El uso de estimadores del variograma -- más robustos, aún no suficientemente probados (34), se ha obviado al posibilitar la inferencia de los variogramas por su estimador clásico, previa imposición de ciertas condiciones -- de homogeneidad a las variables.

Para ello, se ha utilizado el método multivariante de análisis de conglomerados (clustering). Su utilización se orientó a seleccionar las observaciones que para una determinada distancia de agrupamiento permanecían aisladas. Se ha -- aplicado el programa P2M de la librería de programas estadísticos (BMDP), utilizando como distancia de agrupamiento la -- euclídea.

Los resultados obtenidos (Tabla III-5) coinciden en señalar un conjunto de observaciones comunes a las dos series, así como unas pocas particulares a cada campaña de prospección;

TABLA III-5

SERIE I nº observación	Serie II nº observación
2	2
5	/
	8
11	
12	/
13	13
14	/
18	18
	20
21	21
29	
36	
40	40
49	49
53	
58	/
	59
	69
72	72
75	/
76	76
	78
	84
101	101

TABLA III-6

	SERIE I	SERIE II
Na <sup>+</sup>	18	18,76,101
K <sup>+</sup>	76	72,76
Ca <sup>++</sup>	18,29,75	8,49,84
Mg <sup>++</sup>	18	18,69
Cl <sup>-</sup>	18,76	18,76
CO <sub>3</sub> H <sup>-</sup>	29,75,40,58	40,84
SO <sub>4</sub> <sup>=</sup>	13,18	13,18

en la columna correspondiente a la serie II, se señalan especialmente, (/), aquellos afloramientos que, siendo seleccionados en la serie I, no han sido muestreados en la campaña de otoño (serie II). En general, existe una localización preferente de observaciones en zonas topográficamente bajas.

Un procedimiento de identificación de valores extremos (Tabla III-6), señala la reiterada aparición de algunas observaciones aberrantes para diversas variables; todas estas observaciones se han identificado entre las seleccionadas por el método de análisis de conglomerados.

A continuación se describen los variogramas obtenidos para cada variable, tras la selección efectuada por el método de análisis de conglomerados. Asimismo se incluyen los -

parámetros de los modelos a que se han ajustado los variogramas experimentales.

### IONES SODIO Y CLORURO.

Ambas variables tienen variogramas similares en las dos series (Fig. III-12 y III-13); éstos variogramas se han considerado isótropos en ambos casos y en su modelización se han ajustado esquemas esféricos de alcance 8km., con parámetros:

	SERIE I		SERIE II	
	$C_0$	C	$C_0$	C
Na <sup>+</sup>	5.	5.5	2.6	7.2
Cl <sup>-</sup>	21.	31.	11.	27.

### ION POTASIO.

En la serie I (Fig. III-14), los variogramas revelan una menor continuidad que en la serie II. En ambos casos, a pesar de la dispersión de sus variogramas, no se han identificado anisotropías, por lo que se han modelizado por los esquemas esféricos de 8km. de alcance siguientes:

$$\text{SERIE I} \quad \gamma(h) = 2.1 + 2.2 \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{8} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{8} \right)^3 \right]$$

$$\text{SERIE II} \quad \gamma(h) = 1.4 + 2.5 \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{8} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{8} \right)^3 \right]$$

N-S  
NW-SE

□ ●

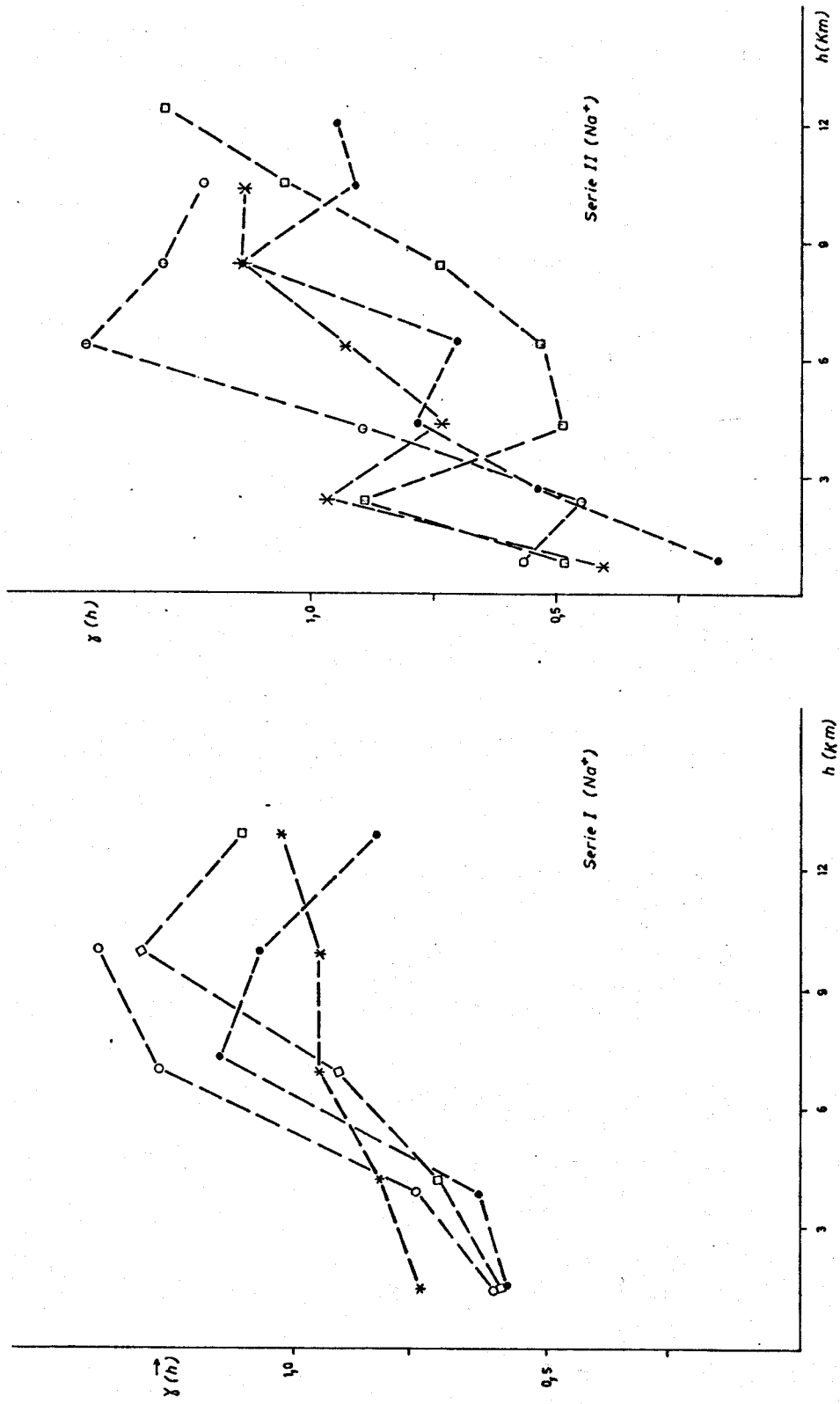


Fig. III-12

□ " " NW-SE  
 ● " " N-S

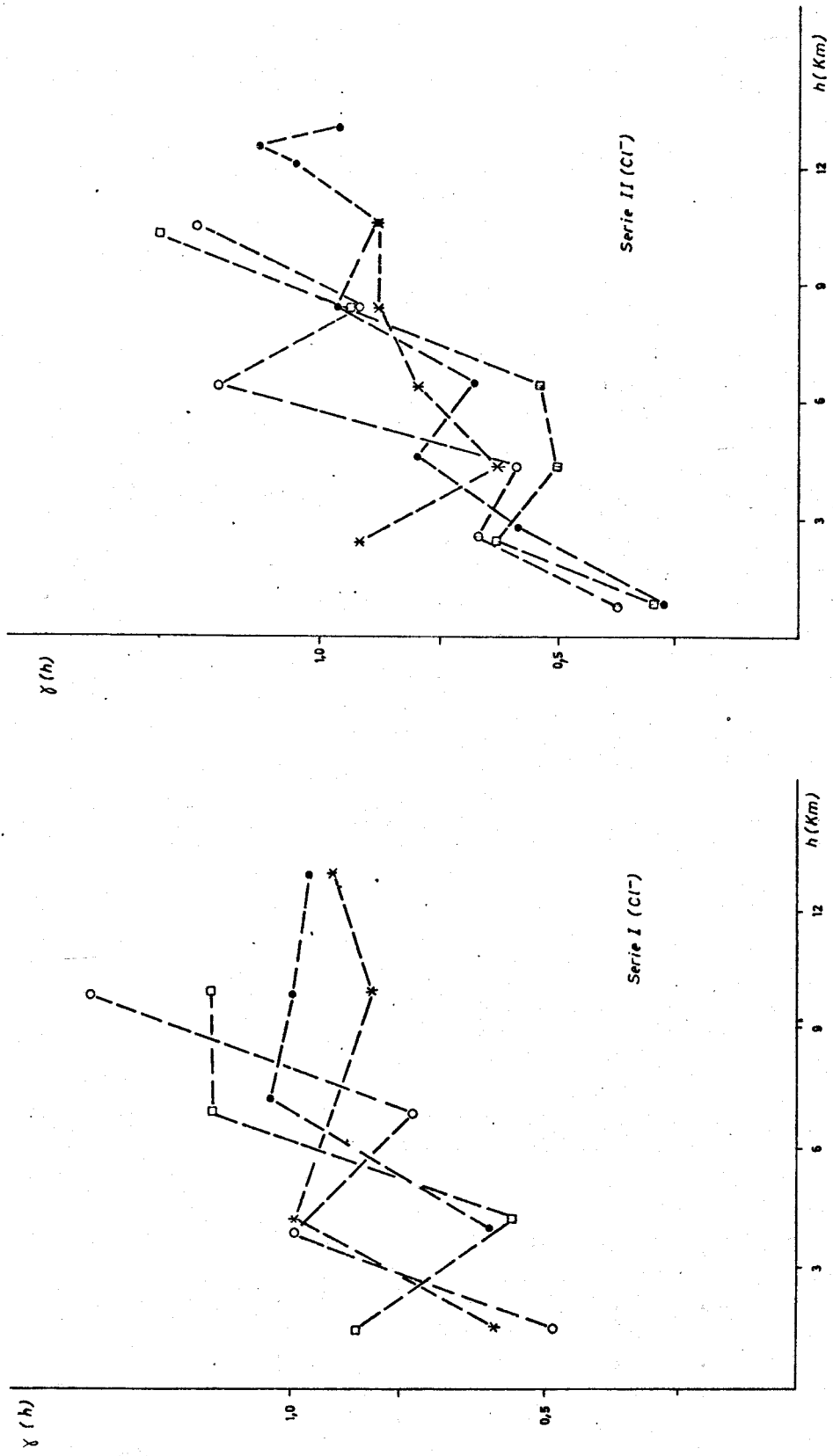


Fig. III-13

□ " " NW-SE

● " " N-S

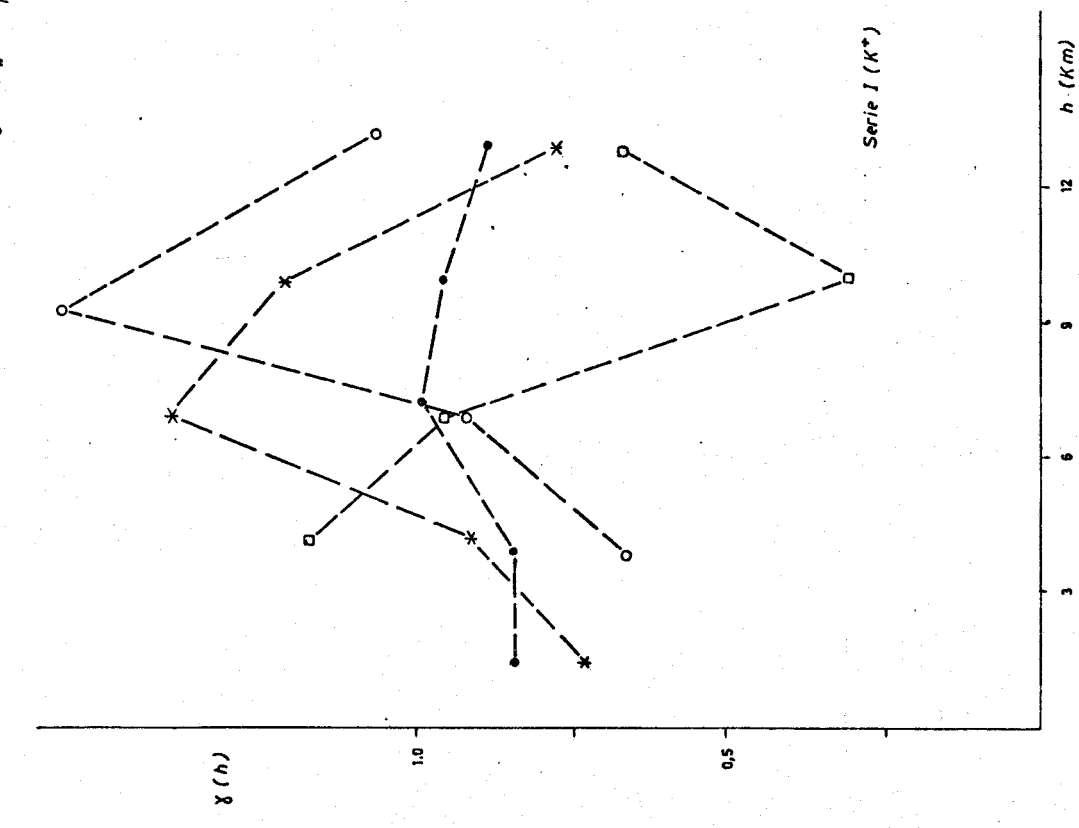
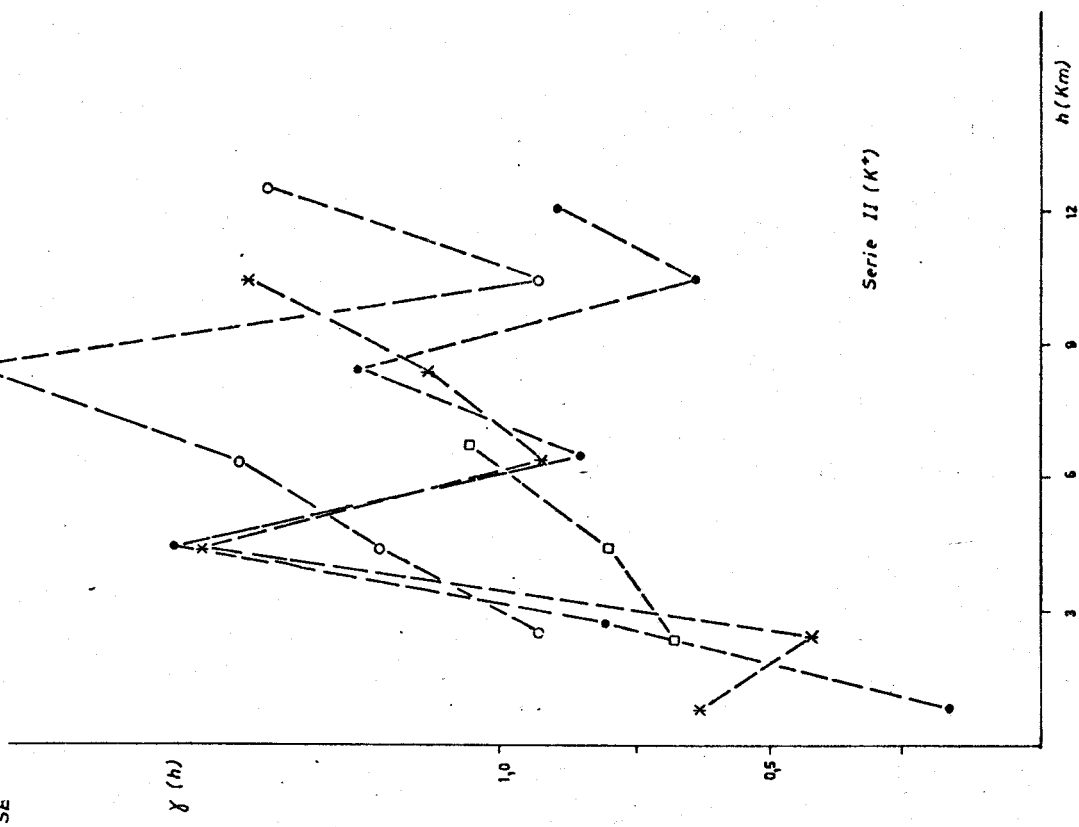


Fig. III-14



IONES CALCIO, BICARBONATO Y MAGNESIO.

Sus variogramas (Fig. III-15 a III-17) indican una baja continuidad de estas variables. A pesar de algunos comportamientos dispares, se observa una cierta estabilización de los variogramas a unas distancias que hemos considerado -- 8km. Asimismo, hemos ajustado los variogramas experimentales a un esquema esférico con el alcance ya indicado y de parámetros:

	SERIE I		SERIE II	
	$C_0$	C	$C_0$	C
$Ca^{++}$	17.	16.	25.	40.
$CO_3H^-$	155.	75.	190.	160.
$Mg^{++}$	2.2	4.1	3.	8.

ION SULFATO.

En la serie I (Fig. III-18) se caracteriza por presentar una fuerte regularidad apuntada por el crecimiento parabólico al origen de los variogramas. Se ha considerado un esquema de Gauss de alcance 8km. en su modelización. En la serie II se ha considerado un modelo esférico del mismo alcance.

	SERIE I		SERIE II	
	$C_0$	C	$C_0$	C
$SO_4^-$	5.	26.	12.	14.

□ N-S  
● " "  
\* NW-SE

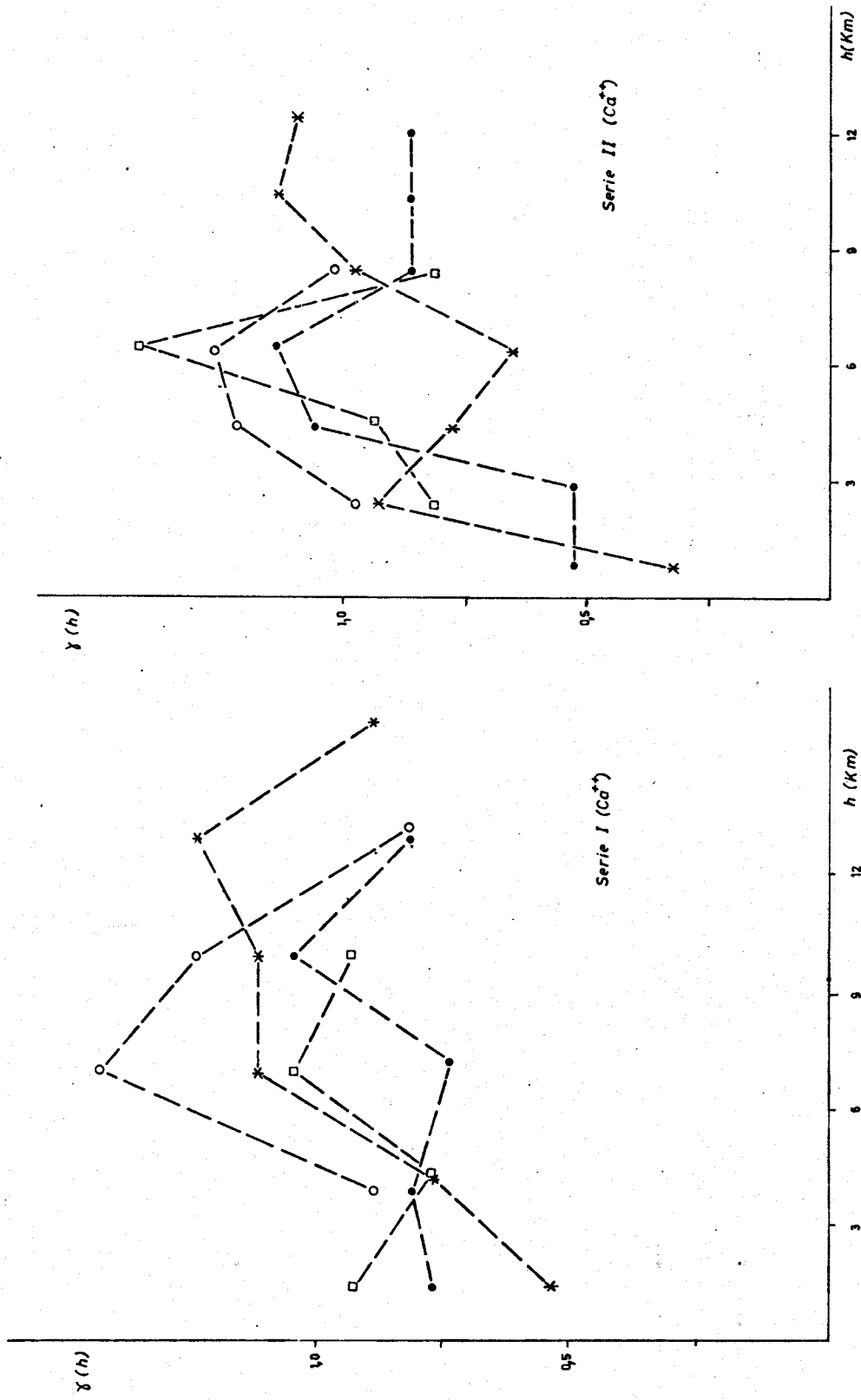


Fig III-15

□ " N-S  
 ● " NW-SE

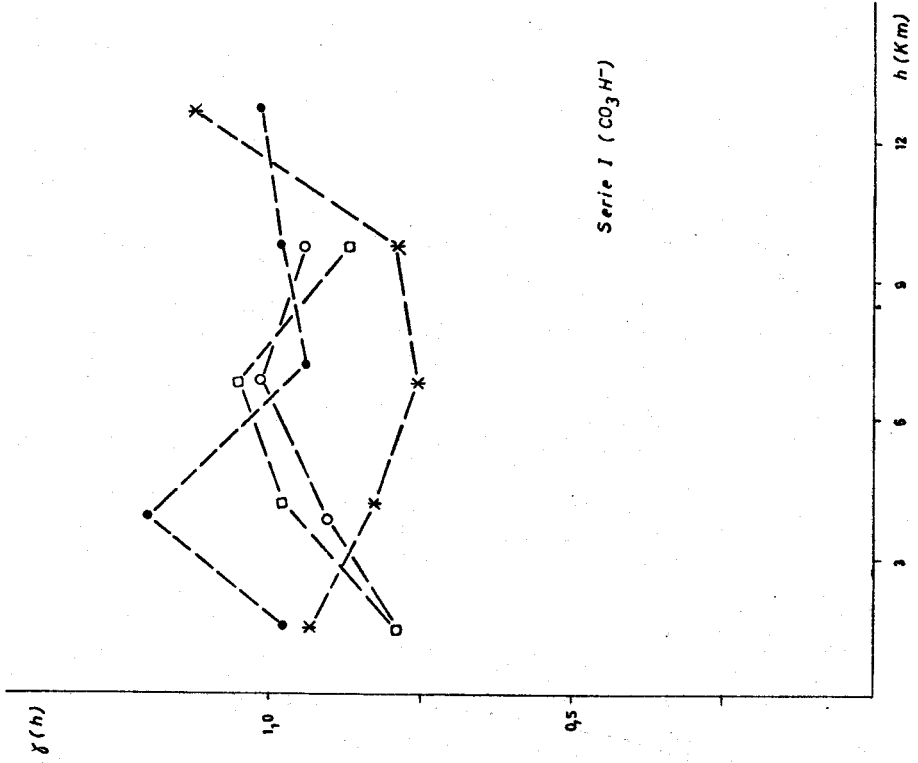
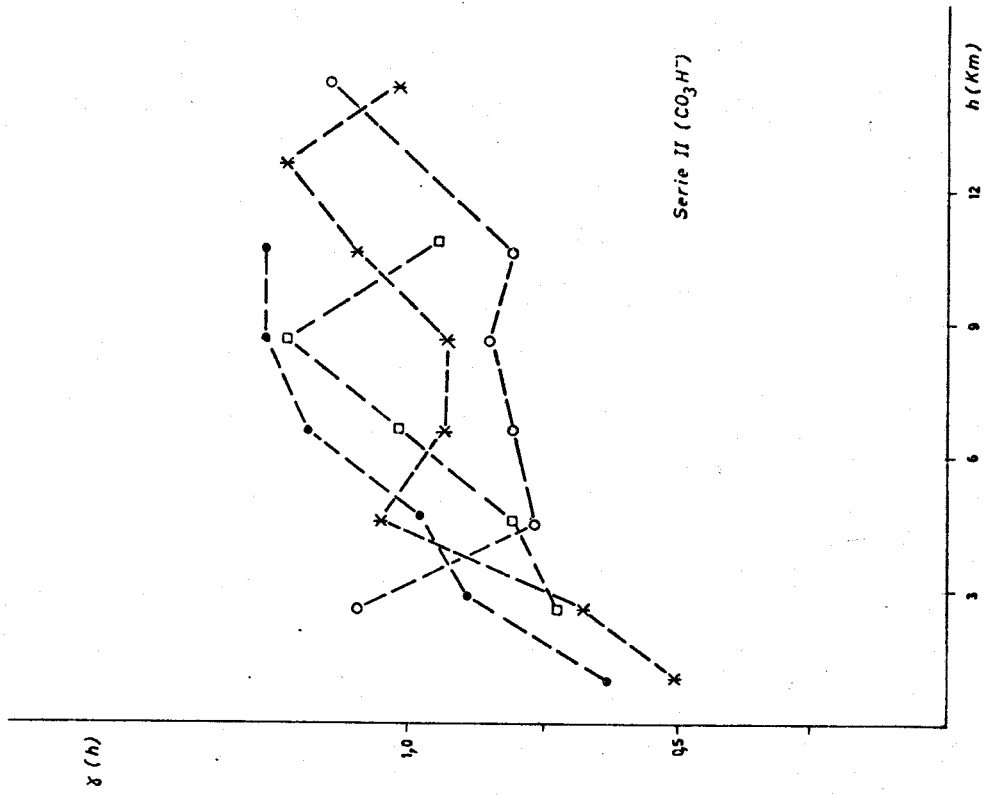


Fig. III-16

□ " N-S  
 • " NW-SE

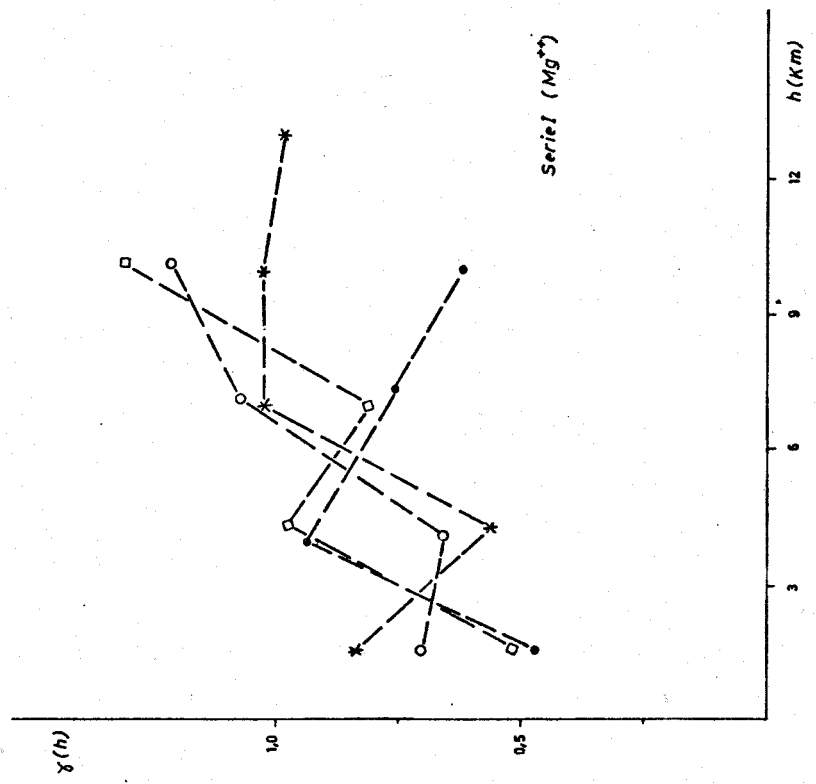
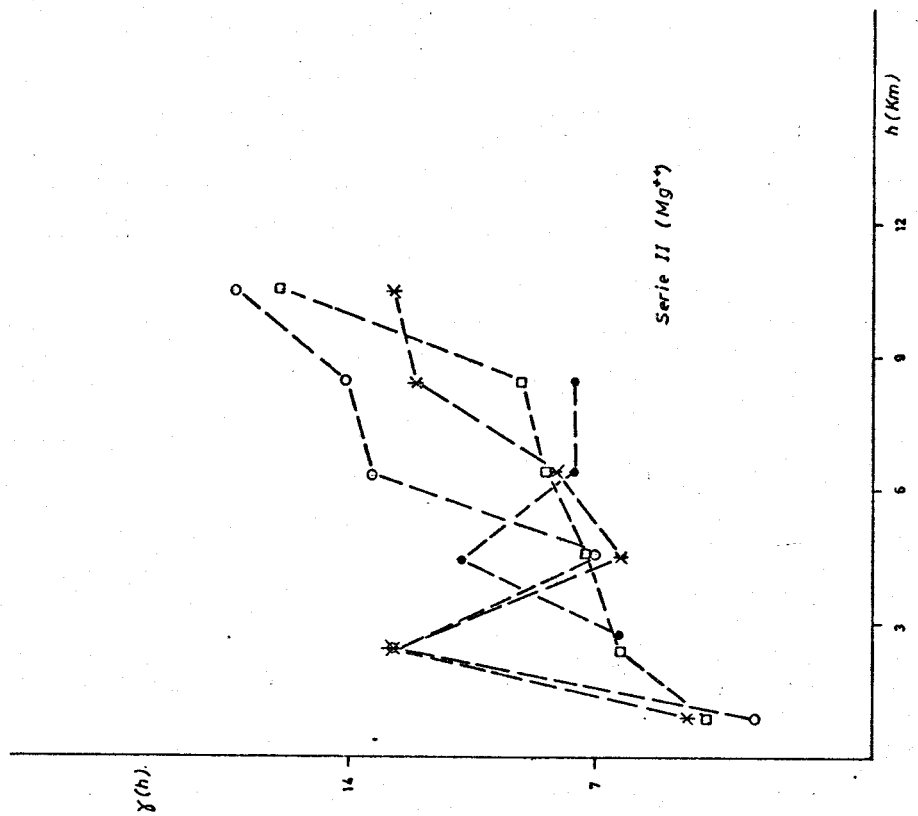


Fig. III-17

□ N-S  
 ● " "  
 \* MW SE

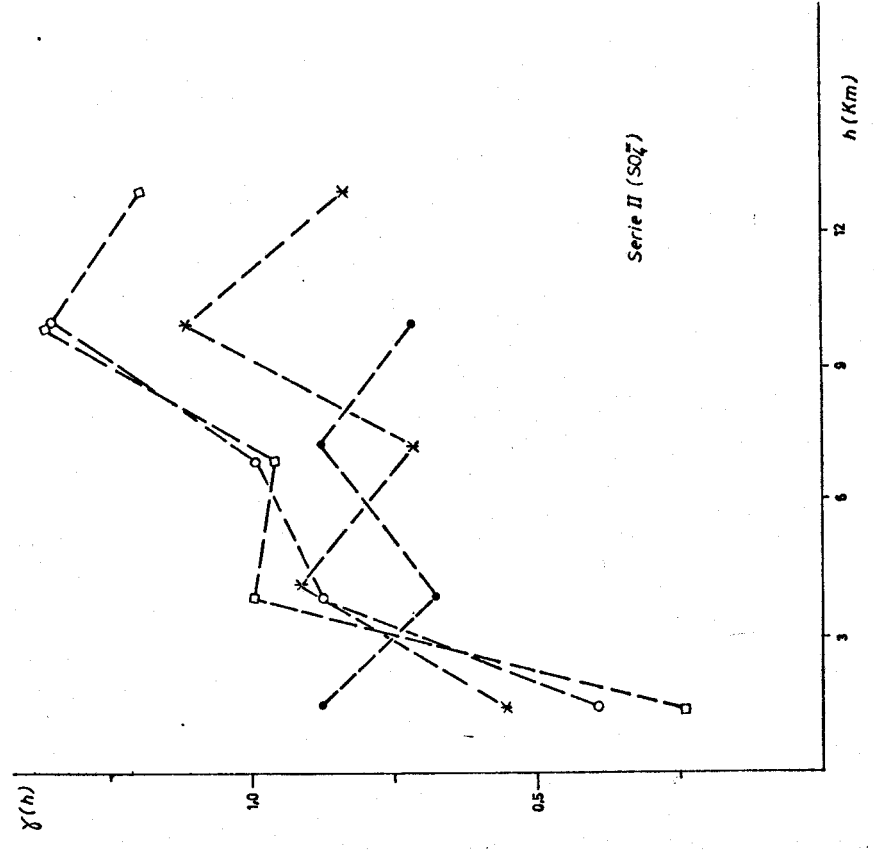
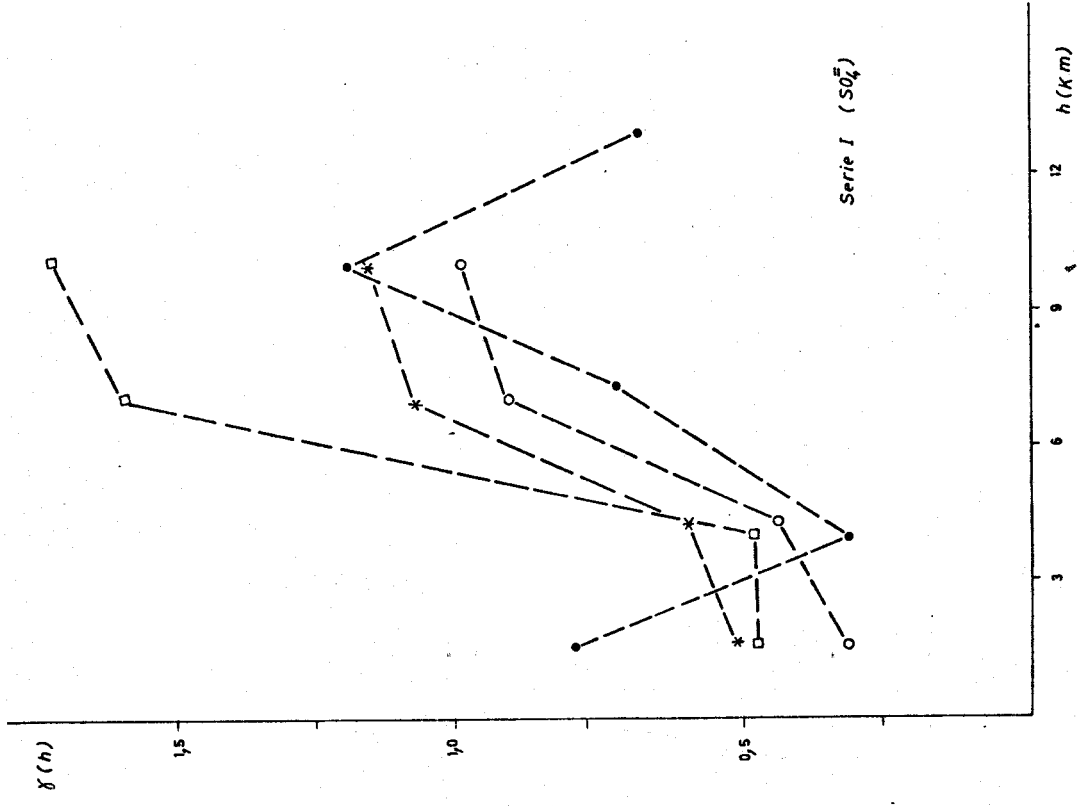


Fig III-18

## TOPOGRAFIA.

Los afloramientos se sitúan entre cotas que van de 860m. sobre el nivel del mar, al sur del mapa, a 1.100m. al norte, lo que da una idea de la horizontalidad del área estudiada (36), (37).

Los variogramas de las altitudes de los afloramientos (Fig. III-19) son anisótropos; las direcciones N-S y NE-SW presentan una estructura de transición de alcance 8km., mientras en las direcciones perpendiculares E-W y NW-SE, el crecimiento es más lento, indicando una mayor regularidad de la variable en estas direcciones. Como se observará, corresponde bien con la información geográfica de la zona.

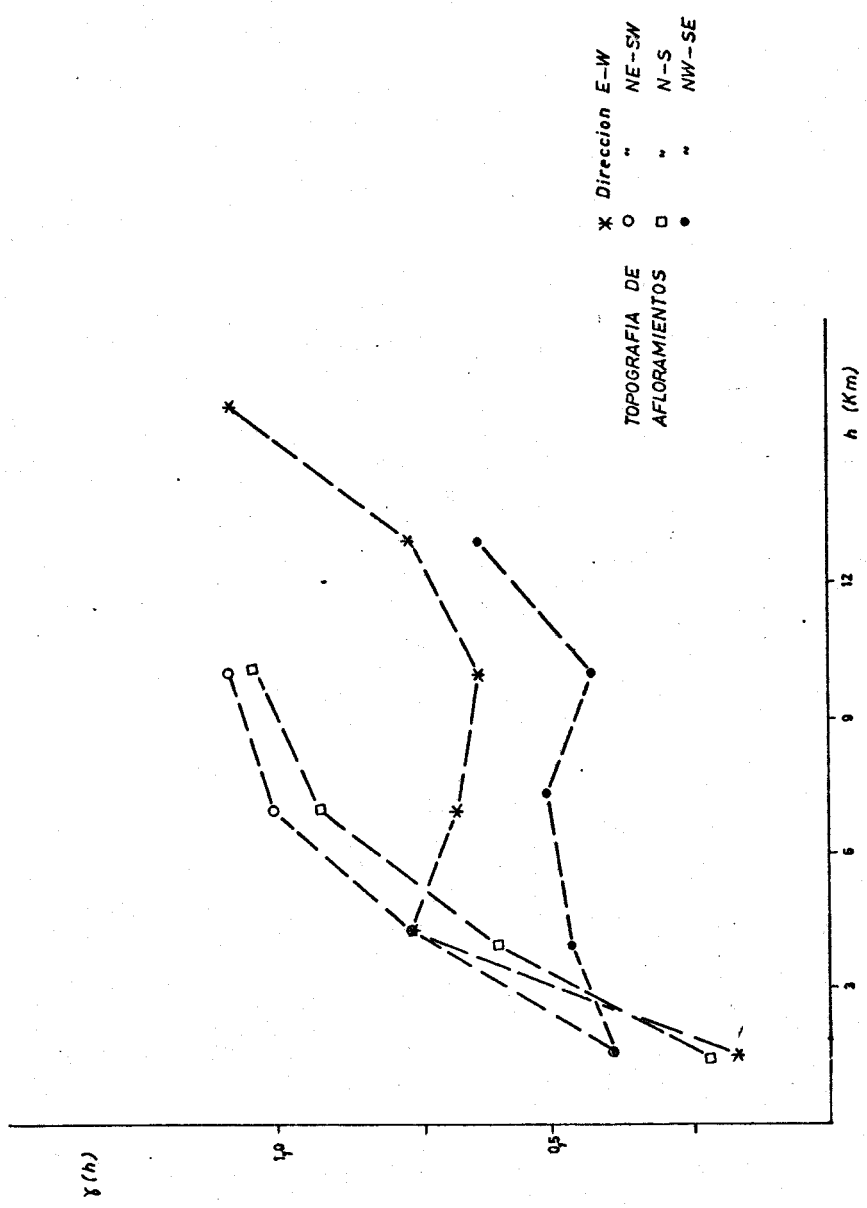


Fig. III-19

### III.3. ESTIMACION.

Se han realizado estimaciones de la concentración-media de cada ión en superficies regulares de 2 km. x 2 km. A partir de las observaciones retenidas como homogéneas por el algoritmo de clasificación multivariante, se han efectuado los "krigeajes" de dichas superficies. Estas estimaciones se presentan en forma de mapas para cada variable, tanto de la serie I (Fig. III-20-a a III-26-a), como de la serie II - (Fig. III-20-b a III-26-b). Aquellas superficies sin datos numéricos no han podido ser estimadas por ausencia de información suficiente. Para cada variable, en las dos series, se han definido dos intervalos; los resultados de las estimaciones incluidas en dichos intervalos se han marcado de forma diferente y corresponden a los valores estimados superiores.

Las superficies así definidas, para los iones  $\text{Na}^+$  y  $\text{Cl}^-$ , se sitúan en las mismas posiciones para las series I y II, y son próximas al borde SW del mapa.

En general, para todas las variables se observa un aumento de las concentraciones medias en las unidades 2 km. x 2 km., al pasar de la serie I a la II. En consecuencia, las áreas definidas por los intervalos anteriormente indicados, son más extensas en la serie II y es de resaltar que hay una conservación de las direcciones en que se sitúan los límites entre las clases de valores en la serie II y en la serie I (Fig. III-25-a y b).



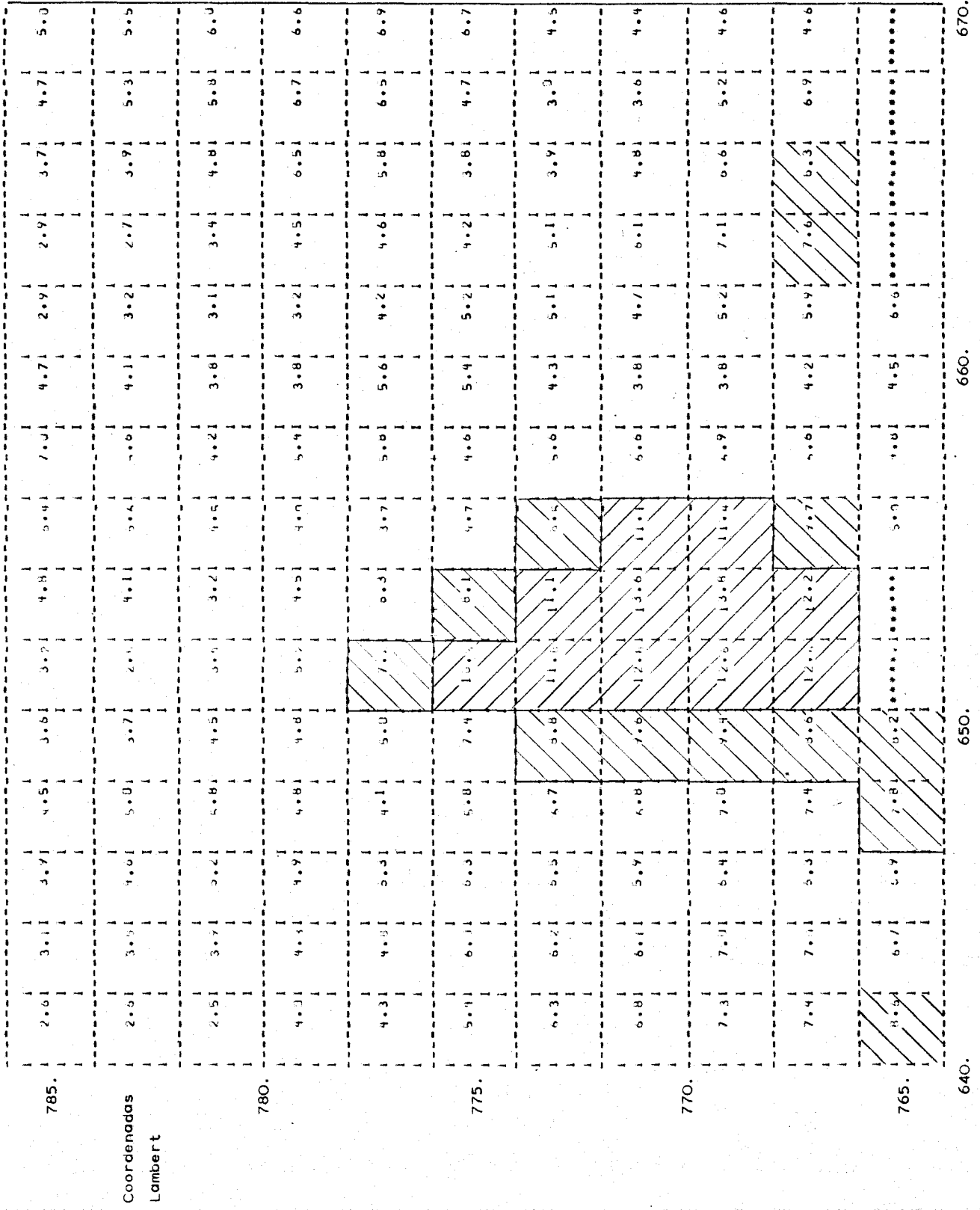


Fig. III-20-a

(16n Sodio)

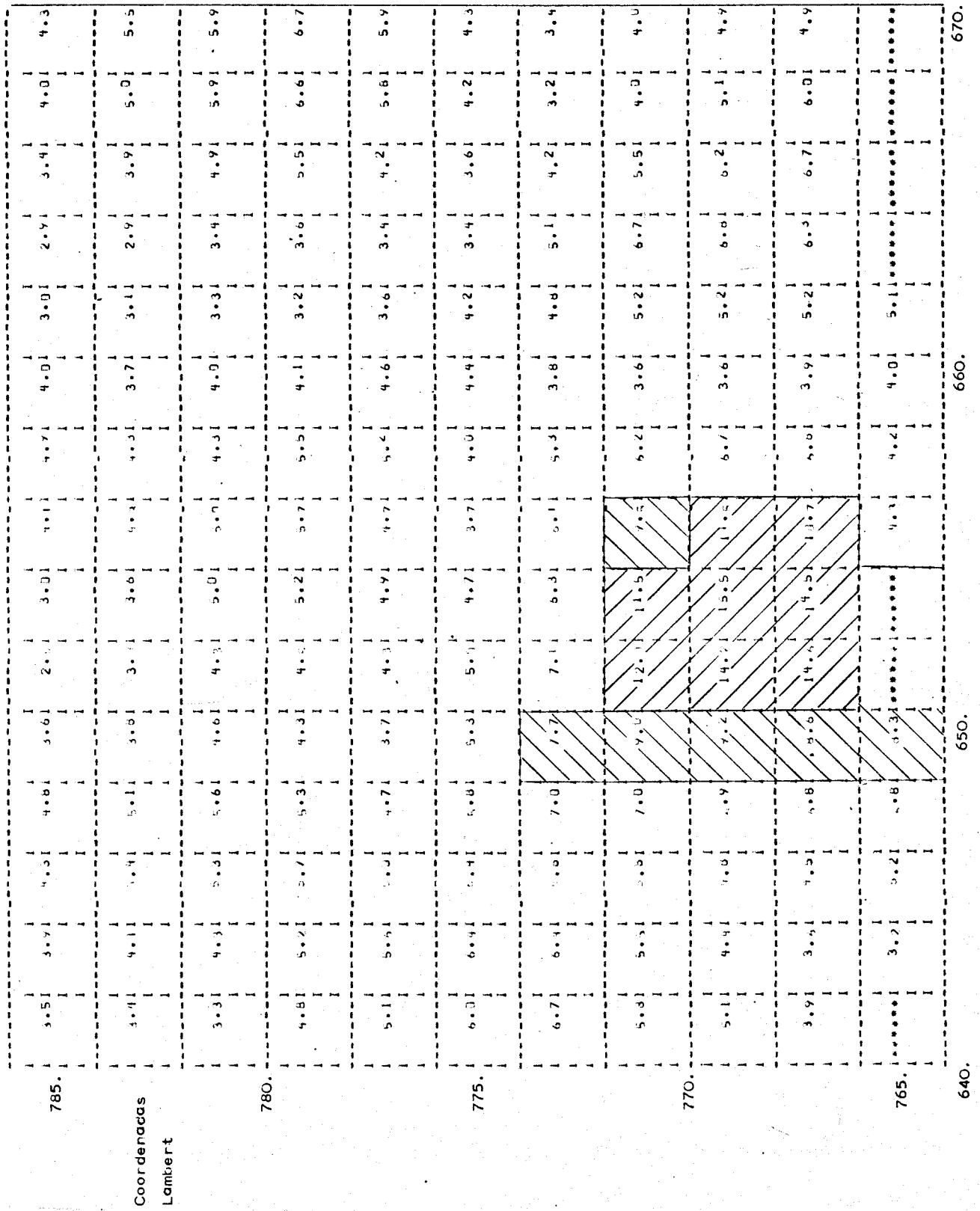
Coordenadas Lambert

640.

650.

660.

670.



Coordenadas Lambert

Coordenadas Lambert

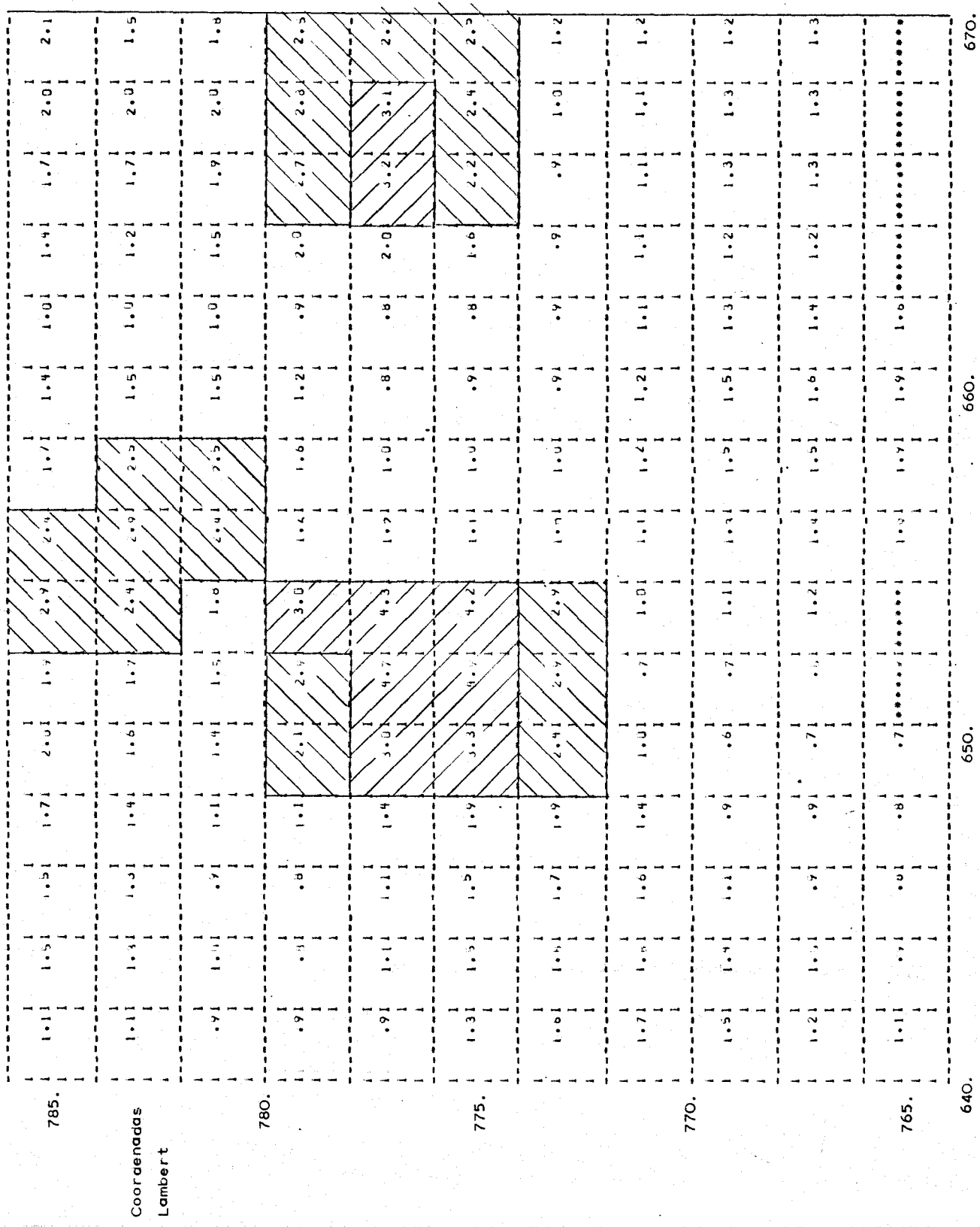
Fig. III-20-b (Ión Sodio)

640.

650.

660.

670.



670.

660.

650.

640.

Coordenadas Lambert

Fig. III-21-a (Ión Potasio)

785.	1.0	1.4	1.3	1.1	.8	.7	1.0	.8	.7	.9	1.0	.9	.9	.7	
Coordenadas Lambert	1.3	1.4	1.0	2.0	1.6	1.7	1.0	.9	.7	.8	.9	.9	.9	.8	
780.	1.5	1.2	1.0	2.5	4.7	2.2	1.0	.7	.7	.8	.7	1.2	1.5	1.7	
1.1	1.1	4.3	3.6	4.4	3.2	1.1	1.7	.9	.7	.5	1.6	2.0	2.1	2.0	
775.	1.2	1.1	2.3	3.4	1.6	1.2	1.1	1.0	.9	.7	.5	1.6	2.4	2.1	1.7
2.3	2.1	4.5	3.0	3.3	3.4	1.0	1.7	.9	.8	.6	1.5	1.9	1.7	1.6	
770.	2.5	2.4	4.4	2.7	2.5	2.4	1.1	1.1	1.0	.9	.7	.8	.9	1.0	1.1
2.7	2.1	4.3	2.2	1.6	1.6	1.2	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0	1.2	1.3	1.4	
765.	1.4	1.1	1.3	1.5	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.4	1.2	1.2	1.5	1.7	2.2
1.1	1.5	1.6	1.8	1.1	1.1	1.4	1.6	1.6	1.5	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	
640.	650.	660.	670.	680.	690.	700.	710.	720.	730.	740.	750.	760.	770.	780.	790.

Coordenadas Lambert

Fig. III-21-b (Ión Potasio)



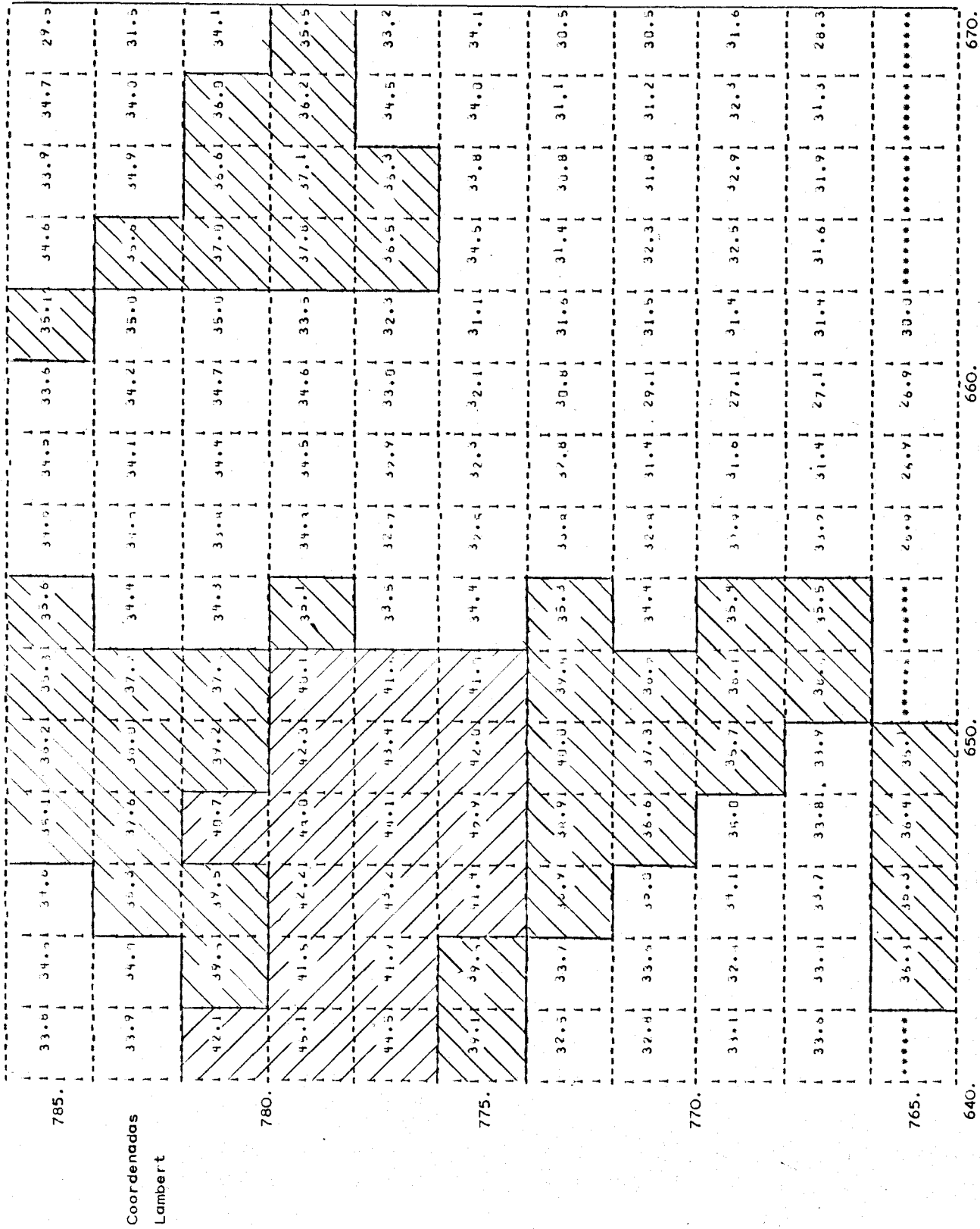


Fig. III-22-b (16n Calcio)

785.	2.41	2.21	2.41	1.91	2.11	2.91	3.51	4.01	3.21	2.21	1.41	1.31	1.11	1.11
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
Coordenadas Lambert														
	2.41	3.51	3.11	3.01	3.51	3.21	4.01	4.31	3.11	1.91	1.41	1.51	1.61	1.71
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
780.	3.31	4.21	4.11	4.21	4.01	3.71	4.41	4.51	3.01	2.11	2.11	2.51	2.41	2.01
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
	4.61	5.11	4.21	4.51	4.51	4.61	4.51	4.51	3.31	2.71	3.21	3.91	3.31	2.81
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
	4.61	4.71	4.21	4.11	5.11	5.21	4.41	4.41	3.71	3.11	3.51	3.91	4.01	3.91
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
775.	5.21	5.01	4.81	5.31	6.21	5.61	4.71	4.71	4.11	3.61	3.41	3.51	3.91	4.41
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
	6.51	6.21	6.41	6.01	7.11	6.21	5.71	5.41	4.51	3.71	3.51	3.61	3.81	4.01
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
770.	6.61	6.51	7.21	7.01	6.11	5.61	5.71	4.51	3.51	3.41	3.51	3.51	3.51	3.51
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
	7.51	6.41	7.01	6.51	9.41	7.01	5.11	3.21	2.11	2.81	3.41	3.21	3.11	2.91
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
	6.11	7.51	7.71	7.71	10.31	6.41	5.71	4.31	2.01	2.51	3.21	3.01	2.81	2.91
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
765.	6.41	7.31	6.91	7.41	6.01	6.01	1.41	1.41	1.31	1.81	1.81	1.81	1.81	1.81
	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
640.														

670.

660.

650.

Coordenadas Lambert

Fig. III-23-a (Ión Magnesio)

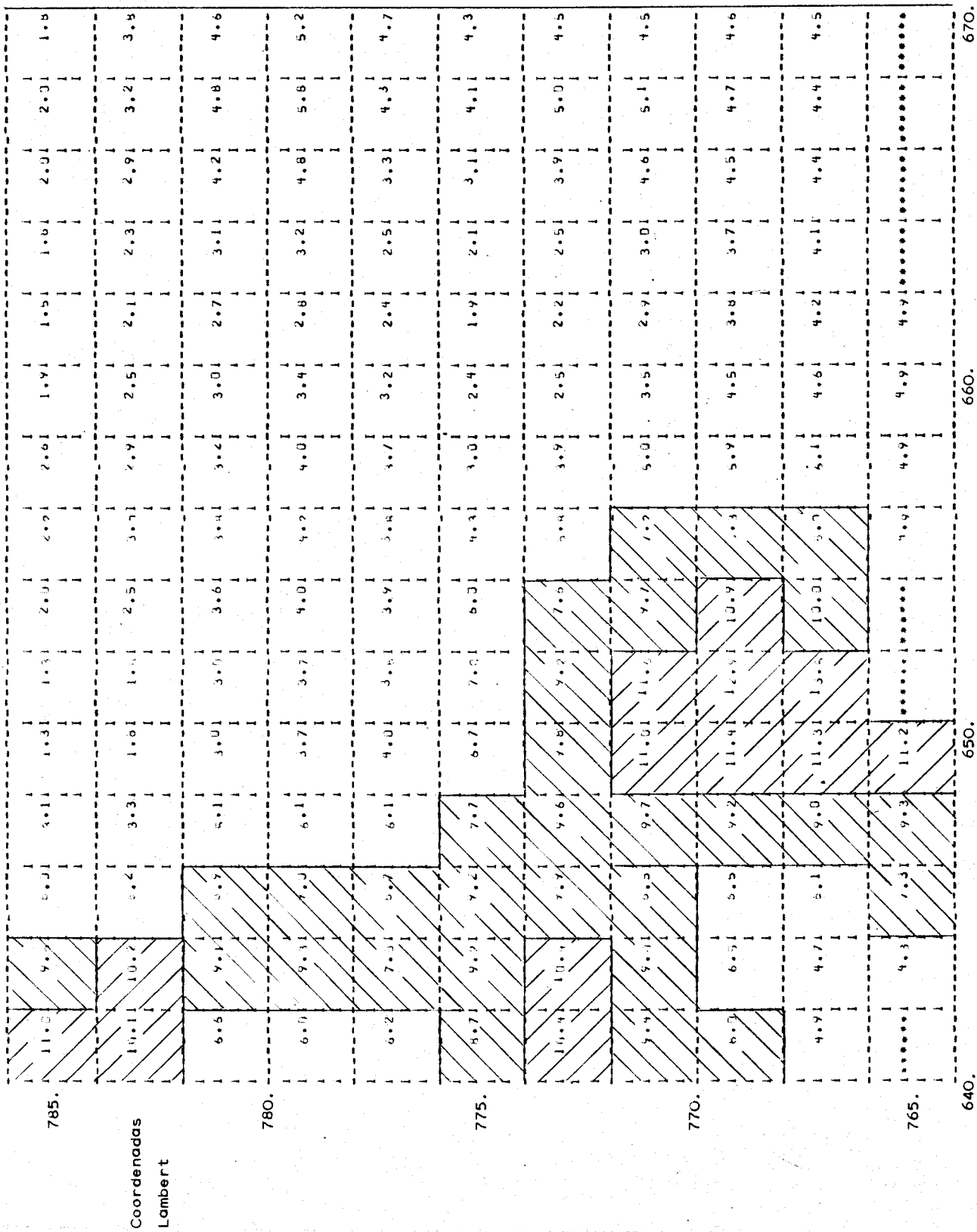


Fig. III-23-b

(Ión Magnesio)

Coordenadas Lambert



785.	6.21	7.31	7.71	8.21	8.41	5.21	13.21	13.81	17.71	10.51	5.11	5.81	6.61	6.5
Coordenadas Lambert	6.31	6.41	6.51	6.61	6.71	6.81	6.91	7.01	7.11	7.21	7.31	7.41	7.51	7.6
780.	5.51	5.71	5.81	5.91	5.91	6.01	6.11	6.21	6.31	6.41	6.51	6.61	6.71	6.8
775.	6.71	6.81	6.91	7.01	7.11	7.21	7.31	7.41	7.51	7.61	7.71	7.81	7.91	8.0
770.	8.01	8.11	8.21	8.31	8.41	8.51	8.61	8.71	8.81	8.91	9.01	9.11	9.21	9.3
765.	9.01	9.11	9.21	9.31	9.41	9.51	9.61	9.71	9.81	9.91	10.01	10.11	10.21	10.3
640.	10.31	10.41	10.51	10.61	10.71	10.81	10.91	11.01	11.11	11.21	11.31	11.41	11.51	11.6
	10.41	10.51	10.61	10.71	10.81	10.91	11.01	11.11	11.21	11.31	11.41	11.51	11.61	11.7
	10.61	10.71	10.81	10.91	11.01	11.11	11.21	11.31	11.41	11.51	11.61	11.71	11.81	11.9
	11.91	12.01	12.11	12.21	12.31	12.41	12.51	12.61	12.71	12.81	12.91	13.01	13.11	13.2

Coordenadas Lambert

Fig. III-24-a (16n Cloruro)

Coordenadas Lambert	
785.	7.01 8.51 9.21 9.71 1.01 6.01 7.51 7.01 5.31 7.21 6.41 7.51 9.01 10.41 11.51
7.71	9.41 9.11 1.71 6.01 8.01 6.81 7.31 9.31 11.21 11.41
7.11	7.11 1.51 4.51 9.11 10.11 7.91 7.91 7.71 10.81 10.71
780.	7.81 7.51 8.01 8.31 9.31 10.51 9.51 8.41 8.01 8.71 10.51 10.11 10.21
7.91	6.71 9.71 8.51 7.61 10.41 9.01 9.91 10.01 9.81 9.41 9.31 9.31 9.91
775.	10.11 11.51 12.91 12.31 10.71 9.61 9.71 9.71 8.71 8.71 10.61 12.41 10.41 8.51 7.61 7.31
11.71	12.51 14.61 15.71 15.51 13.91 13.21 13.01 11.61 9.71 12.41 12.81 9.71 6.31 6.61
11.21	11.21 12.71 15.71 16.01 15.71 16.01 22.91 21.81 16.11 12.61 8.51 11.61 15.01 13.11 8.11 7.51
770.	10.01 8.91 11.41 11.01 11.41 10.61 24.01 30.71 28.41 21.81 13.81 7.81 11.31 14.91 14.51 10.61 8.81
7.61	7.31 11.01 21.51 27.01 30.61 27.41 21.81 14.11 8.51 11.71 14.01 14.81 12.71 9.21
765.	6.11 10.51 22.21 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41 20.41
640.	650. 660. 670.

Coordenadas Lambert  
Fig. III-24-b (Ión Cloruro)

785.	105.7	99.7	132.9	103.9	76.1	97.2	92.1	93.9	91.2	91.0	88.4	84.4	83.9	84.4	88.4
	105.8	95.5	105.3	108.8	77.1	96.1	91.6	91.7	93.0	91.4	89.2	90.0	87.7	91.2	95.5
Coordenadas Lambert															
780.	103.9	93.1	77.4	97.9	95.9	97.2	95.4	93.8	95.0	93.6	89.1	87.8	87.8	90.6	93.4
	104.5	98.3	132.0	101.8	97.8	97.5	95.7	94.1	94.9	93.0	88.3	91.9	87.0	94.3	96.4
	105.6	98.7	102.0	108.9	78.3	108.7	94.7	95.4	97.3	87.4	82.6	88.6	89.5	93.2	94.1
775.	102.6	74.1	135.3	108.2	94.0	95.0	92.5	88.2	94.5	84.4	77.6	82.6	86.2	88.0	88.7
	100.0	79.7	77.6	108.0	94.5	93.1	85.1	81.9	83.0	80.5	79.4	83.7	84.5	85.3	87.7
	93.9	74.0	75.1	74.4	85.6	85.6	83.8	82.7	83.2	81.9	82.7	85.7	85.8	85.7	87.1
770.	96.6	74.9	74.5	75.5	87.1	87.0	87.1	87.7	85.4	88.0	87.7	88.1	84.5	84.4	84.1
	94.5	75.3	76.6	76.6	92.6	94.6	88.7	85.7	86.3	87.9	87.7	87.7	83.9	83.6	82.2
765.	107.7	74.4	77.0	74.9	92.6	81.4	81.4	81.4	81.6	81.7	91.1	81.4	81.4	81.4	81.4

640. 650. 660. 670. Coordenadas Lambert (Ión Bicarbonato)



785.	10.61	9.51	8.71	7.21	5.61	8.41	3.21	5.51	7.41	6.71	7.31	6.71	6.21	6.61	7.2
	10.31	9.11	8.51	11.01	1.51	8.11	7.41	5.11	5.11	7.31	6.81	6.11	6.11	6.91	7.6
	11.91	10.21	7.11	11.71	1.51	10.31	6.81	7.71	6.01	7.61	6.91	6.71	6.61	7.21	7.6
780.	12.91	11.71	1.71	11.61	15.11	16.21	11.51	7.71	7.41	8.51	7.31	7.61	6.11	6.61	8.6
	12.11	12.01	11.91	10.51	16.21	22.11	16.01	7.41	7.01	9.31	7.81	6.11	10.01	13.21	15.3
	14.41	13.41	12.51	12.51	16.91	25.11	18.21	7.51	8.01	9.31	8.41	7.71	7.01	13.51	18.7
775.	15.91	16.21	11.51	15.61	21.41	24.11	21.51	17.21	12.01	9.01	8.61	8.31	6.21	10.21	13.6
	15.51	15.21	17.11	17.11	21.61	23.11	25.31	23.21	14.51	8.01	8.41	8.91	4.71	10.31	11.4
770.	13.01	10.91	10.51	13.71	17.51	22.11	26.01	22.11	12.71	7.31	7.31	8.11	4.21	9.31	9.8
	9.21	9.31	9.71	19.81	11.51	20.11	22.31	17.21	19.51	7.41	7.41	7.41	7.91	8.41	9.2
765.	9.31	9.41	15.41	11.01	11.61	11.61	7.91	7.91	7.51	7.61	7.61	7.61	7.61	7.61	7.61
640.															

Coordenadas Lambert

670.

660.

650.

Coordenadas Lambert

Fig. III-26-a (Ión Sulfato)



### III.4. CONCLUSIONES.

1º- El análisis descriptivo de las variables  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{CO}_3\text{H}^-$  y  $\text{SO}_4^-$ , en las dos campañas de prospección estudiadas, ha indicado la presencia de valores extremos en cada una de ellas. Asimismo, se han puesto en evidencia las relaciones  $\text{Na}^+ - \text{Cl}^-$  y  $\text{Ca}^{++} - \text{CO}_3\text{H}^-$ , que están de acuerdo con la naturaleza litológica de la zona.

2º- De las observaciones pertenecientes a las dos campañas de prospección, se han retenido dos grupos de datos homogéneos; éstos grupos se han definido por un método de análisis de conglomerados y, es de resaltar que las observaciones excluidas de los grupos de datos estudiados, se sitúan preferentemente en las zonas topográficas más bajas.

3º- Del análisis estructural de cada variable, en ambas campañas de prospección, se destaca una constancia en el comportamiento regional de las mismas, al detectarse en todos los casos estructuras de transición de alcances próximos a 8 km.

Las variabilidades locales encontradas, son, en general, más intensas para la campaña de prospección de primavera (serie I) que para la campaña de otoño (serie II).

4º- Las estimaciones por "krigeaje" de las variables, representan las concentraciones medias de los iones en superficies de 2 km. x 2 km.; éstas concentraciones estimadas en la serie II son sistemáticamente mayores que en la serie I.

IV. ESTUDIO GEOESTADISTICO DE LAS CONCENTRACIONES DE Cu, Pb Y Zn EN SUELOS DEL SECTOR MINERO DE HERRERIAS, HUELVA.



## INTRODUCCION.

Este trabajo comprende tres campañas de prospección geoquímica con recogida sistemática de suelos, siguiendo una malla regular (25m. x 25m.), cuyos contenidos en ppm de Cu, - Pb y Zn se analizaron. Estas zonas pertenecen a la provincia metalogénica piritífera y su prospección se incluye en un proyecto más amplio en que se estudiaron las redes de drenaje de la reserva "zona de Huelva"; los datos aquí estudiados han sido publicados en la Colección - Informe del Instituto Geológico y Minero (38).

Estas tres zonas son próximas entre sí, aunque las referencias encontradas no permiten fijar su situación exactamente, lo que hace inviable su estudio conjunto.

Hemos de anotar la cercanía de yacimientos en explotación, con los consabidos efectos contaminantes de las labores mineras.

Este trabajo tiene por objeto la caracterización es tructural de las zonas a partir de la distribución espacial - de los tres elementos químicos analizados, cuya conexión con factores fisico-químico, geológicos, etc..., pueda tener impli ca ciones mineralogenéticas.

En el Apéndice (Apartado VIII) se indican los progra ma s de cálculo utilizados en la obtención de los resultados - que se exponen a continuación.

#### IV.1. ANALISIS DESCRIPTIVO.

Se ha realizado simultáneamente para las tres zonas prospectadas, que referenciamos en toda la exposición como -- Herrerías I, II y III por pertenecer al sector minero de su mismo nombre, e incluyen 167, 176 y 239 puntos de observación respectivamente.

Los histogramas de las variables Cu, Pb y Zn en las tres zonas son, en general, asimétricos desviados a la derecha (Fig. IV-1 a IV-3), en algunos de los cuales se apunta la coexistencia de poblaciones naturales distintas. Asimismo, las tres variables presentan distintos rangos de variabilidad, -- siendo máximos en Herrerías II y mínimos en Herrerías I (Tabla IV-1).

Sus ajustes a distribuciones lognormales (Fig. IV-4) indican que en Herrerías I las tres variables siguen esta ley de distribución, mientras en Herrerías II todas ellas presentan desviaciones respecto a la lognormalidad; en Herrerías III la variable Zn puede considerarse lognormal, mientras Cu y Pb se desvian del ajuste a la distribución propuesta.

Se observa una débil correlación lineal entre las variables en las tres zonas (Tabla IV-2), aunque cabe señalar una relación manifiesta entre el Pb y Zn, indicativa de su similar comportamiento geoquímico. Los coeficientes de correla-

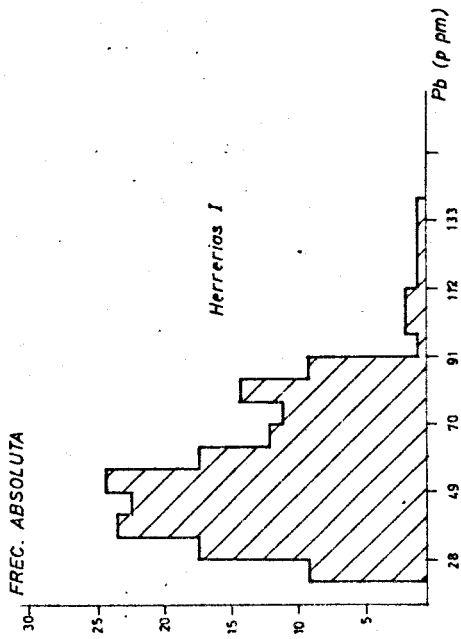
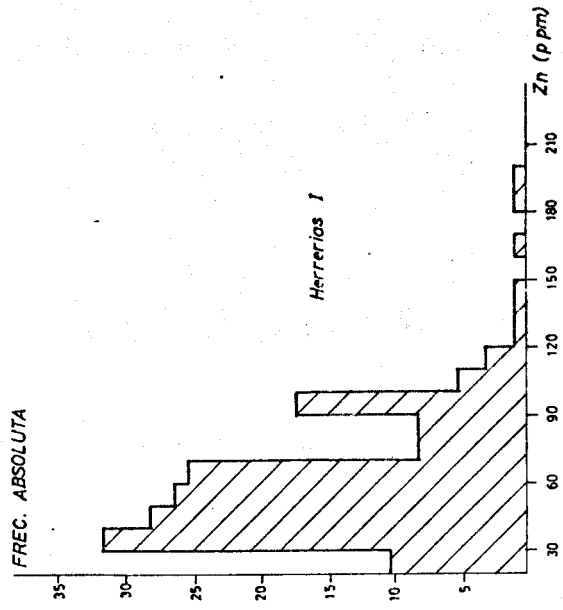
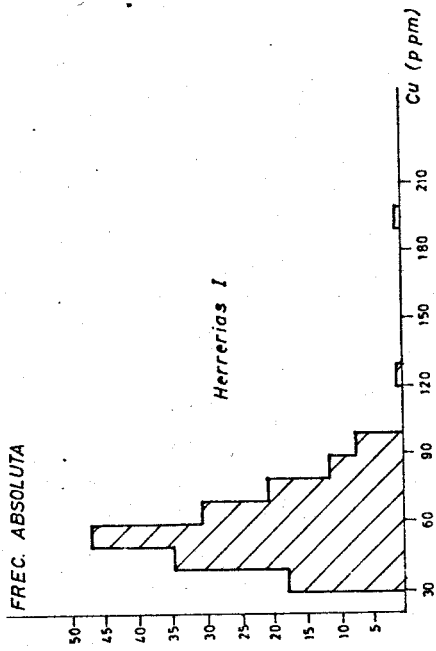


Fig. IV-1

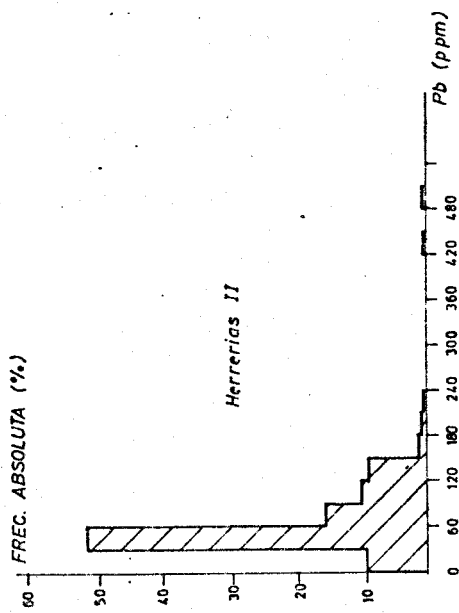
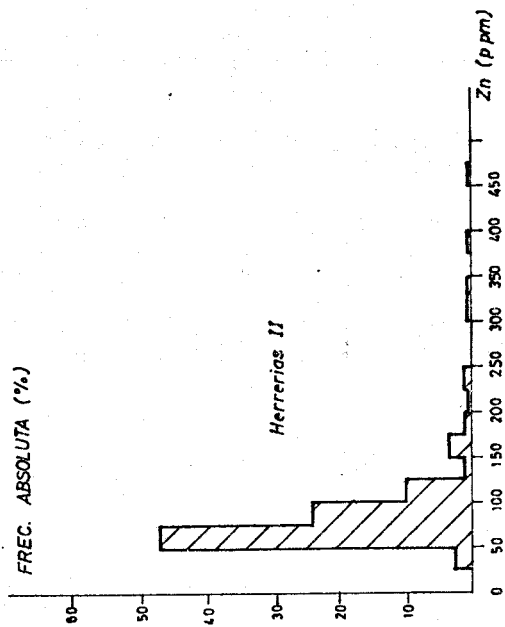
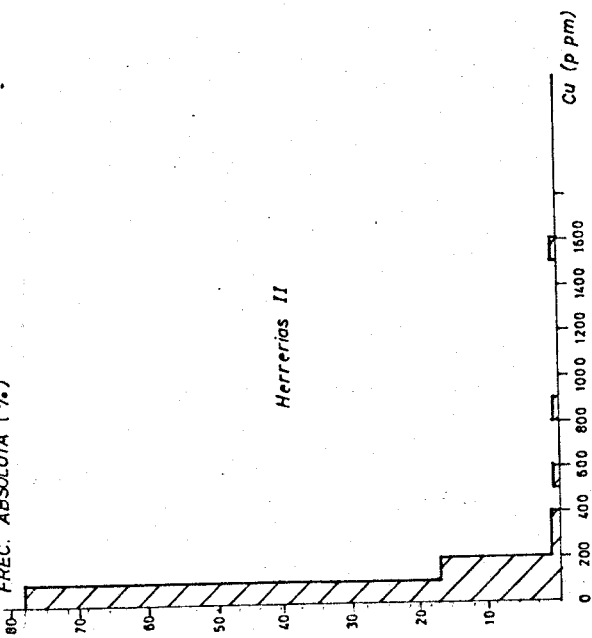


Fig. IV-2

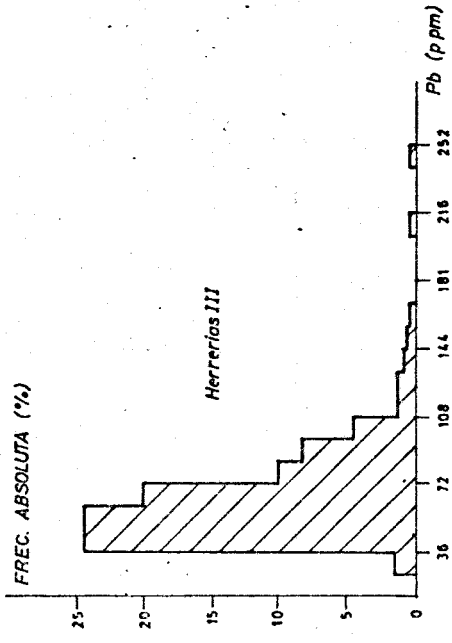
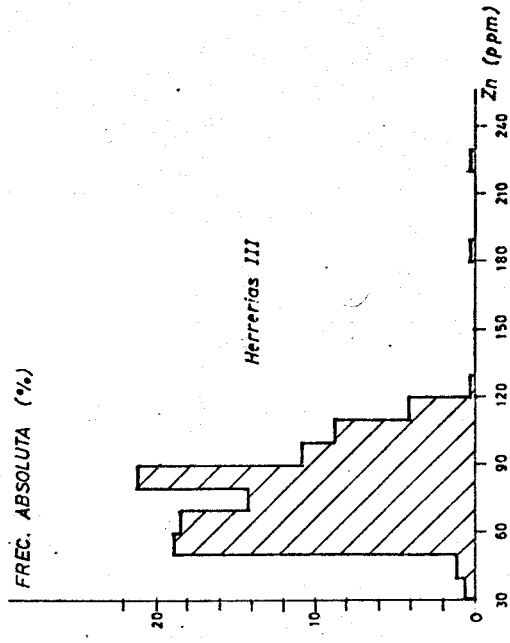
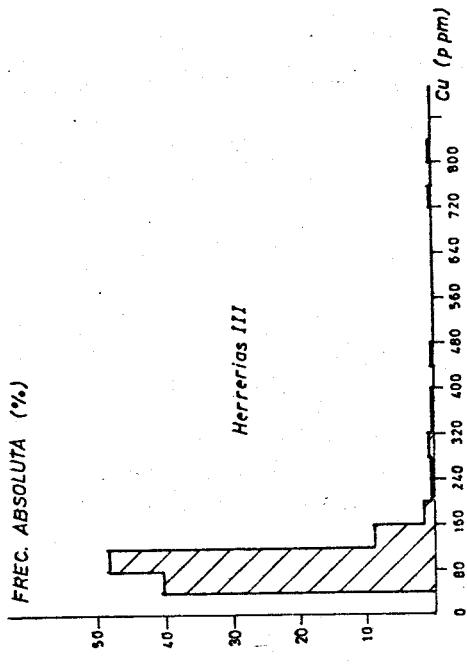


Fig. IV-3

TABLA IV-1

		m*	$\sigma^*$
Herrerías I	Cu	60.	19.
	Pb	57.1	22.
	Zn	62.5	29.
Herrerías II	Cu	95.3	136.
	Pb	70.8	58.
	Zn	97.2	68.
Herrerías III	Cu	100.9	78.
	Pb	66.8	28.
	Zn	79.	21.

- + HERRERIAS I (N:167)
- HERRERIAS II (N:176)
- HERRERIAS III (N:239)

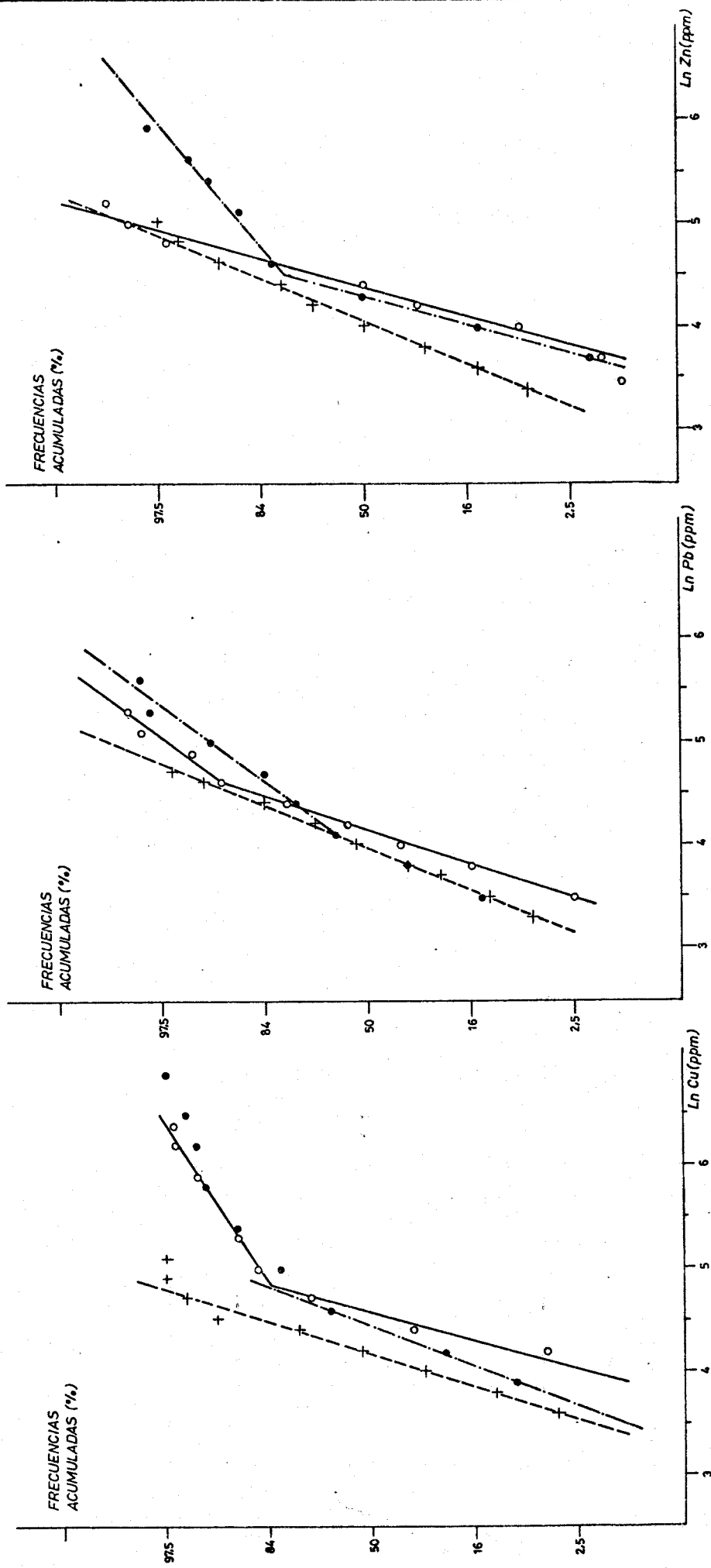


Fig. IV-4



TABLA IV-2

## Herrerías I

$\rho$	Pb	Zn	$\rho$	log Pb	log Zn
Cu	.23	.35	log Cu	.34	.39
Pb		.59	log Pb		.58

## Herrerías II

$\rho$	Pb	Zn	$\rho$	log Pb	log Zn
Cu	.36	.36	log Cu	.69	.59
Pb		.51	log Pb		.63

## Herrerías III

$\rho$	Pb	Zn	$\rho$	log Pb	log Zn
Cu	.18	.17	log Cu	.28	.13
Pb		.47	log Pb		.47

ción entre los logaritmos de las variables no indican asociación lineal significativa entre ellas.

Son interesantes las nubes de dispersión Cu-Zn, -- Pb-Zn, en la zona II (Fig. IV-5-a y b), para catalogar heterogeneidades y, eventualmente, justificarlas por razones de tipo geoquímico, cambios litológicos, procesos fisico-químicos diferenciales, errores analíticos, contaminaciones, etc.

C  
U

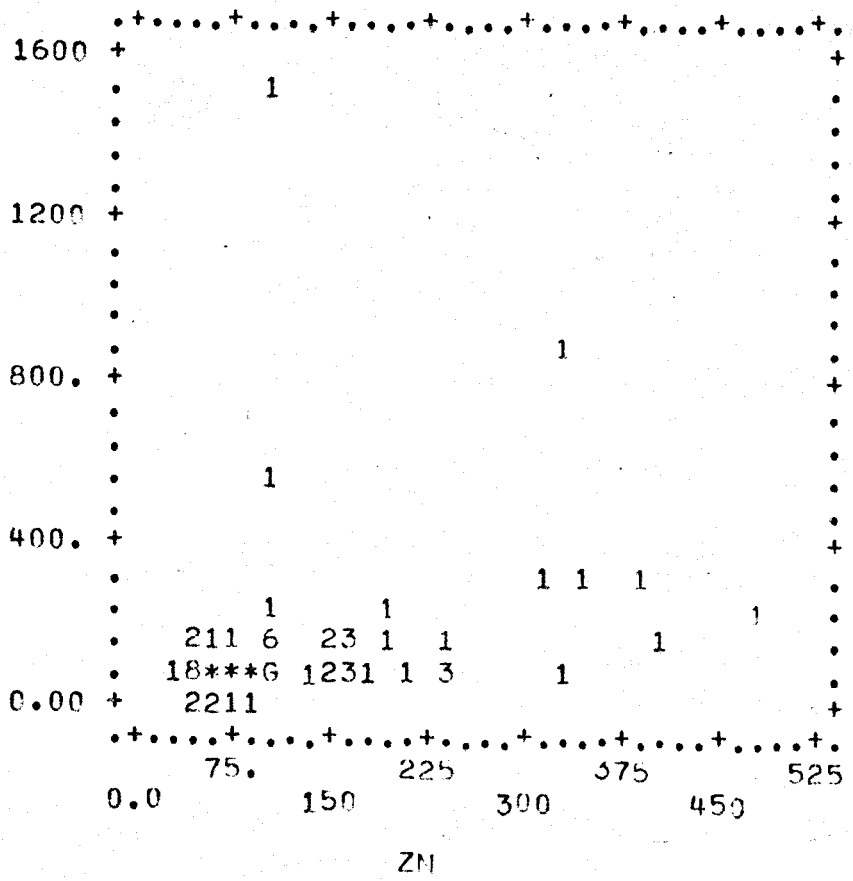


Fig. IV-5-a

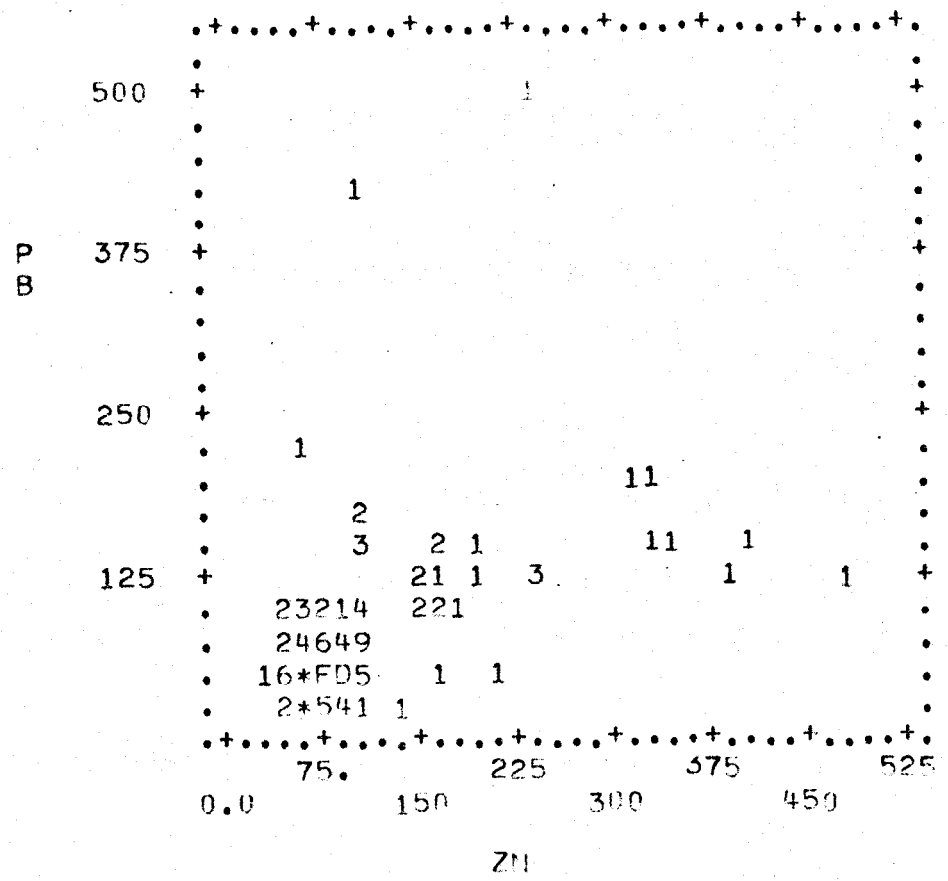


Fig. IV-5-b

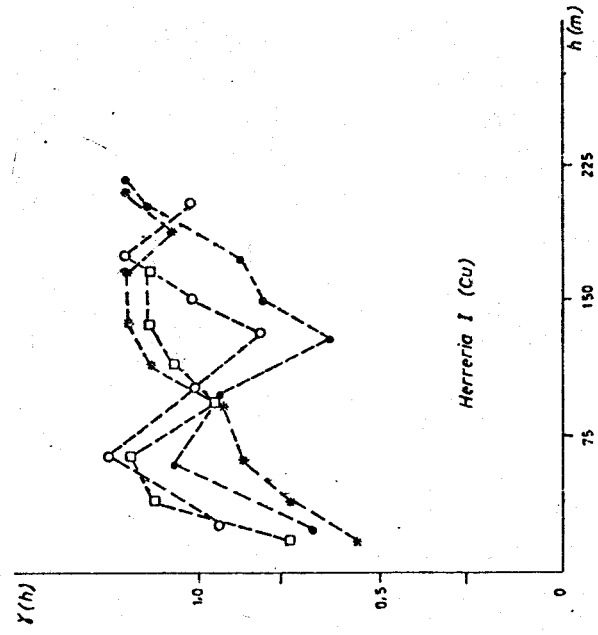
## IV.2. VARIOGRAFIA.

Para cada variable, en las zonas respectivas (Herrerías I a III), se ha procedido de forma individualizada; en base al análisis descriptivo de cada una y a un procedimiento de medias móviles, se aisló para cada variable una subzona que a la escala de trabajo se considera homogénea. Así por ejemplo, en el caso de la variable Cu en Herrerías I el criterio de homogeneidad empleado condujo a la separación de una sola observación extrema, la cual es fácilmente identificable en su histograma (Fig. IV-1); la variable Pb en esta misma zona fue considerada homogénea y, en consecuencia, no se aisló ningún valor experimental.

En todos los casos, estas subzonas son las más extensas geográficamente, por lo que fue en ellas donde se han calculado los variogramas que aquí se exponen; finalmente, digamos que estas subzonas siempre incluyen los valores experimentales bajos, y pueden representar las poblaciones del fondo -- geoquímico. La escasez de observaciones en las otras subzonas no ha permitido el uso de la metodología geoestadística para su estudio.

### HERRERIAS I.

De los variogramas de Cu (Fig. IV-6), es de resaltar la mayor regularidad de la variable en la dirección E-W; se observan efectos agujero de las direcciones NW-SE y NE-SW, con



- \* Direccion
- E-W
  - NE-SW
  - N-S
  - NW-SE

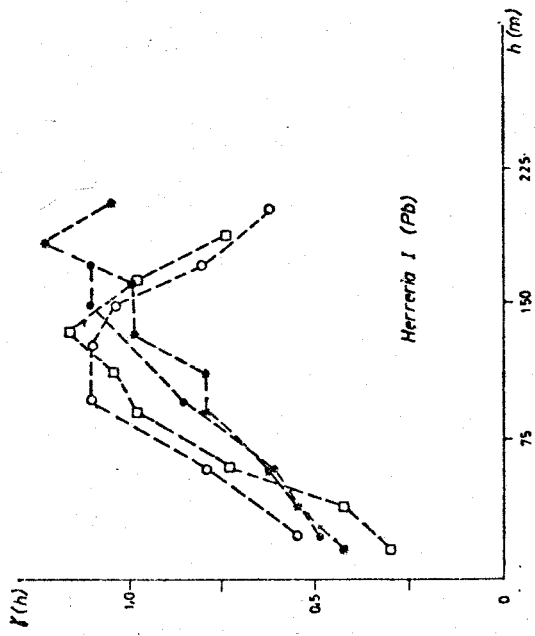


Fig. IV-6

máximo y mínimo a 50 y 125m., respectivamente; estos efectos son característicos de estructuras periódicas, cuya extensión y separación relativa media vendrían dadas por las distancias en que se sitúan el máximo y mínimo del efecto agujero, respectivamente. Aislando dichos efectos en la modelización del variograma de Cu, la estructura de transición considerada es de 100m., y se ha ajustado el siguiente esquema esférico:

$$\gamma(h) = 110. + 120. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{100} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{100} \right)^3 \right]$$

Los variogramas de Pb (Fig. IV-6), son isótropos - hasta 125m. con estructuras de transición. A distancias superiores se detectan supuestos efectos agujero en la dirección NE-SW y N-S.

La relación ( $C_0/C = 0.5$ ) indica una apreciable continuidad local de esta variable. El esquema esférico utilizado en su modelización ha sido el siguiente:

$$\gamma(h) = 160. + 324. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{125} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{125} \right)^3 \right]$$

Los variogramas de Zn calculados a partir de todas las observaciones (Fig. IV-7-a) son anisótropos con la dirección de máxima variabilidad NW-SE caracterizando la existencia de una intensa deriva. Separada una zona de concentración de máximos valores, se han calculado los variogramas en el resto (Fig. IV-7-b). En ellos se identifica de una forma neta dos direcciones con estructura de transición E-W y NE-SW,

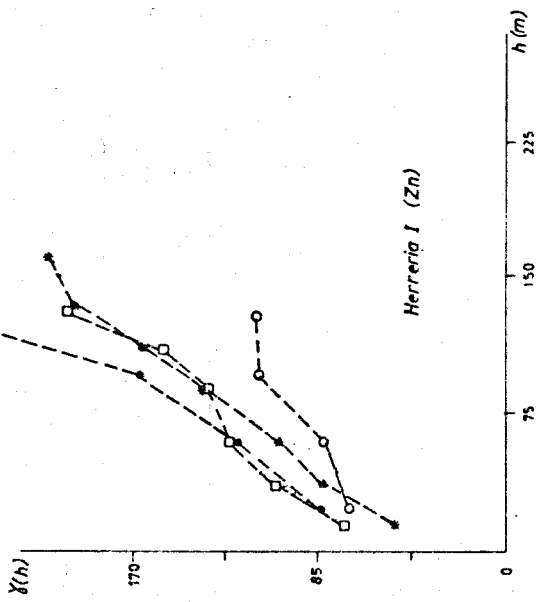


Fig. IV-7-a

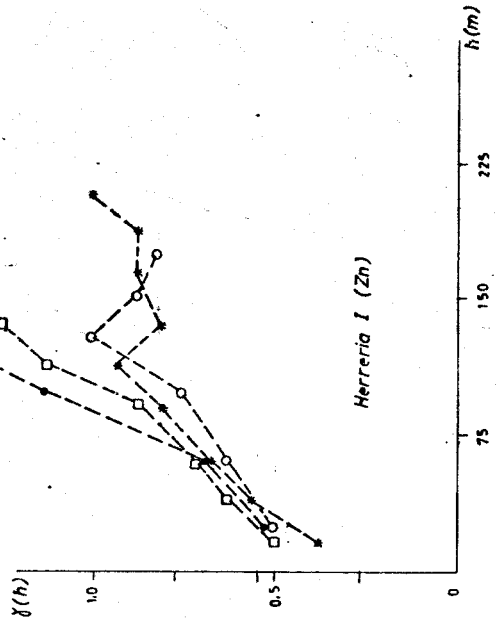


Fig. IV-7-b

- Dirección E-W
- NE-SW
- N-S
- NW-SE

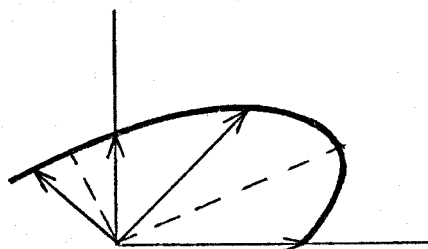
semejantes a las detectadas para el Pb; la no estacionaridad detectada en las direcciones ortogonales N-S y NW-SE, podría ser objeto de interpretación, en base al conocimiento geológico de la zona o de determinados procesos físico-químicos - actuantes en estas direcciones. El modelo de las estructuras de transición adoptado es:

$$\gamma(h) = 230. + 320. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{125} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{125} \right)^3 \right]$$

## HERRERIAS II.

A la vista de las heterogeneidades sugeridas por el análisis descriptivo, nos hemos limitado a calcular los variogramas en una subzona que se ha considerado homogénea para cada variable.

Los variogramas de Cu (Fig. IV-8-a) manifiestan una fuerte anisotropía, con las direcciones NE-SW y N-S de máxima variabilidad. Ajustados a esquemas lineales, se representan por las inversas de sus pendientes.





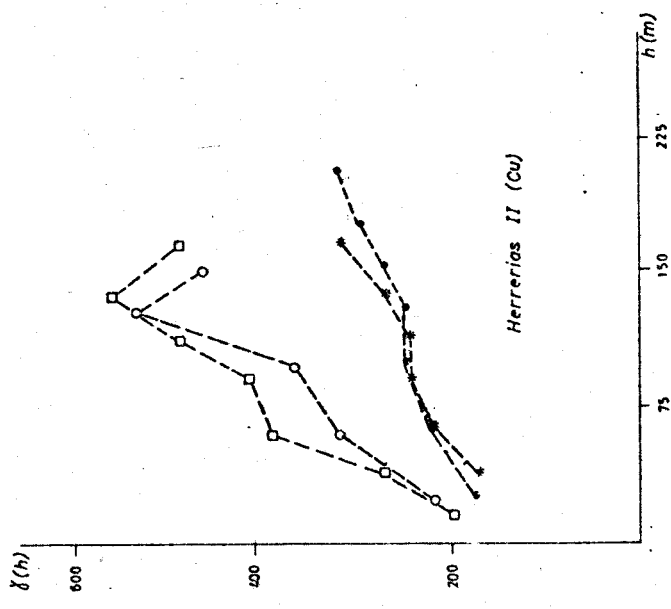


Fig. IV-8-a

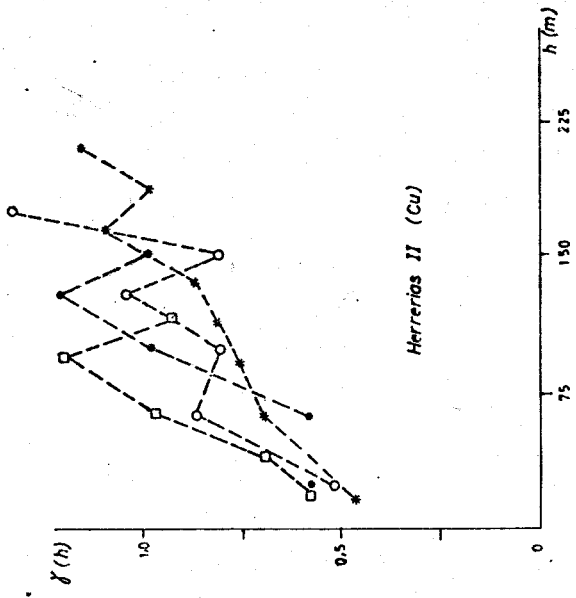


Fig. IV-8-b

\* Direccion E-W  
 ○ NE-SW  
 □ N-S  
 ● NW-SE

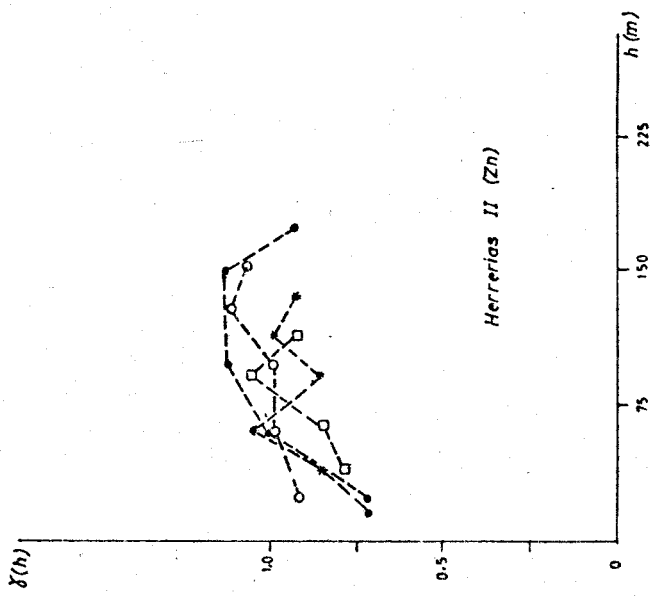
Un criterio de homogeneidad de la variable más estricto ha dado lugar a unos variogramas experimentales (Fig. IV-8-b) en los que subsiste la anisotropía, si bien se detectan estructuras de transición de, aproximadamente, 75m. (direcciones NE-SW y N-S) y 150 m. (direcciones NW-SE y E-W).

Tanto los variogramas de Pb como de Zn (Fig. IV-9) presentan en las zonas homogéneas definidas, una fuerte variabilidad local, con comportamientos isotropos hasta 100m. en que se localizan los alcances de sus estructuras de transición. Sus modelos de variogramas son:

$$(Pb) \quad \gamma(h) = 55.+30. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{100} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{100} \right)^3 \right]$$

$$(Zn) \quad \gamma(h) = 120.+80. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{100} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{100} \right)^3 \right]$$

Anotaremos que para la variable Pb, las direcciones NE-SW y N-S apuntan una mayor variabilidad que las restantes direcciones más allá de los 100m.; este efecto puede ser debido a la existencia de derivas actuantes en las direcciones indicadas, y ya ha sido reseñado en Herrerías I en la variografía del Zn.



- \* Dirección E-W
- " NE-SW
- " N-S
- " NW-SE

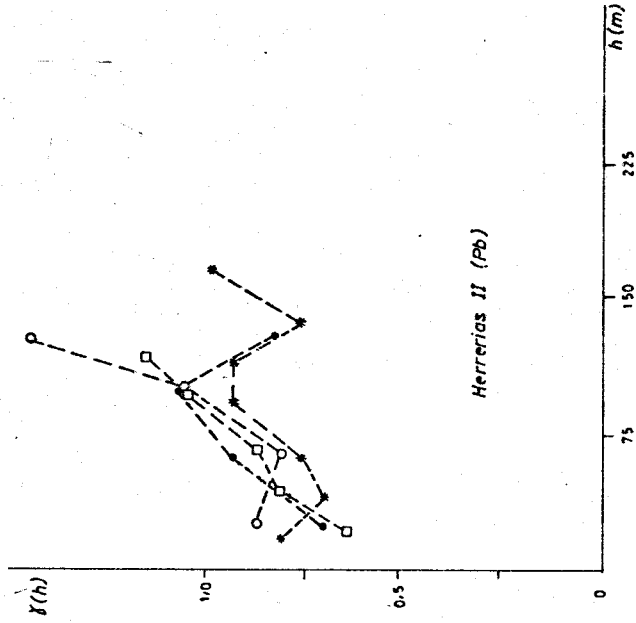


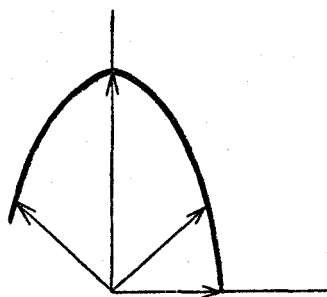
Fig. IV-9

### HERRERIAS III.

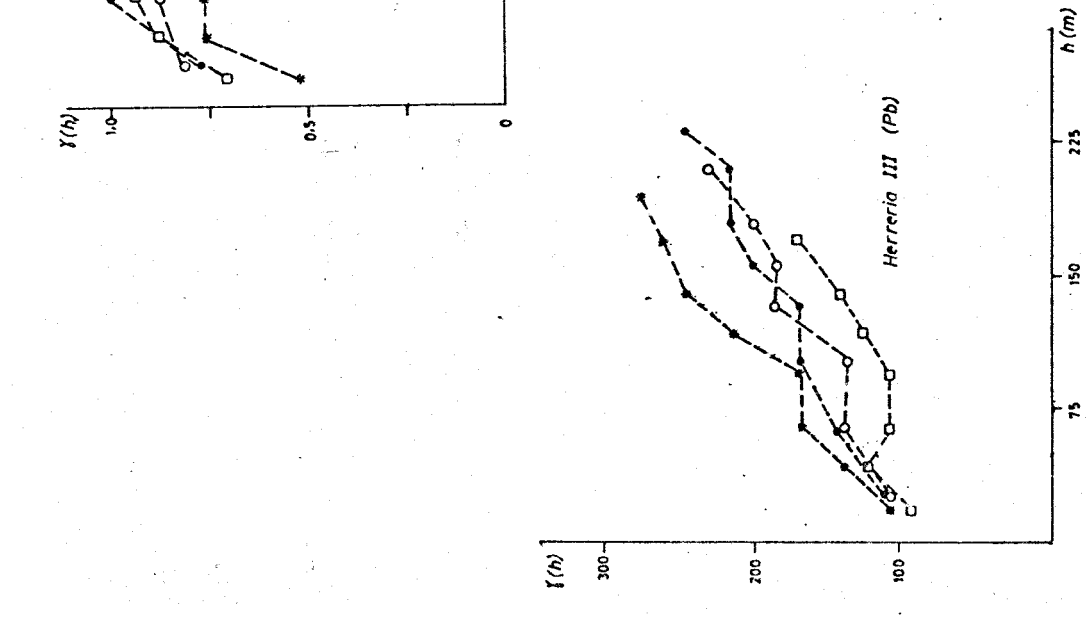
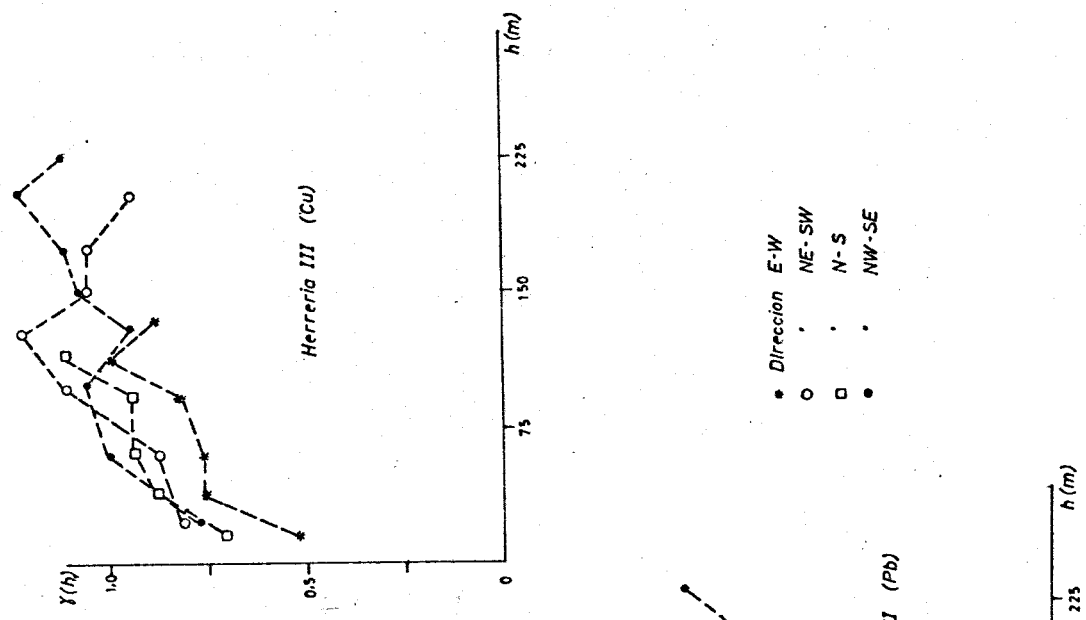
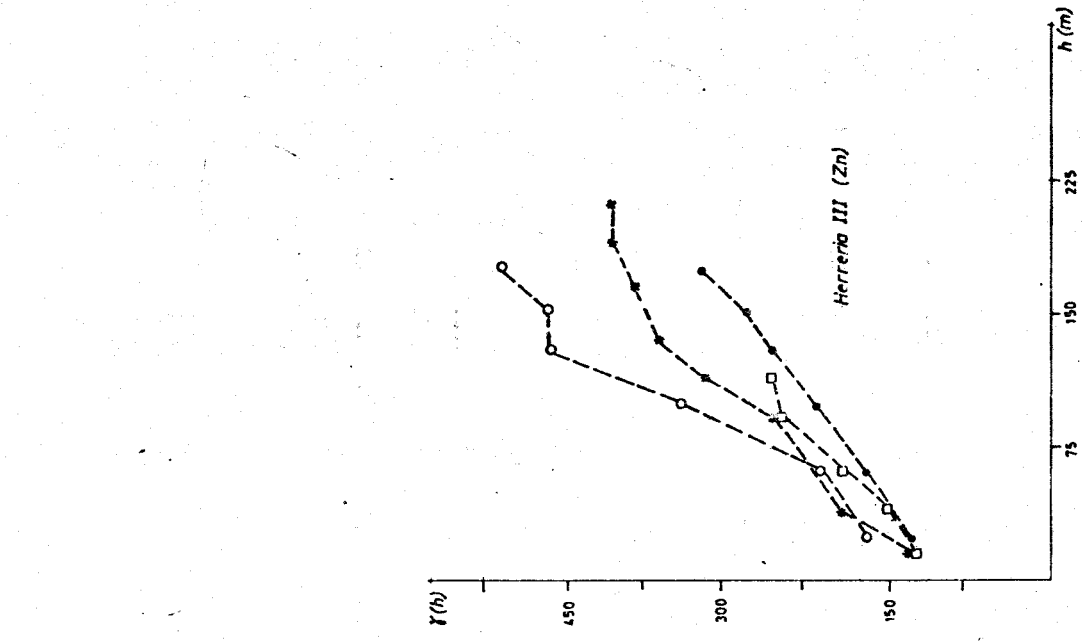
Los variogramas de Cu (Fig. IV-10), presentan en las direcciones E-W y NE-SW estructuras de transición de alcance 100m. y recuerdan por sus comportamientos los variogramas de Cu en Herrerías I (Fig. IV-6). El siguiente esquema esférico modeliza convenientemente estos variogramas:

$$\gamma(h) = 140. + 130. \left[ \frac{3}{2} \frac{h}{100} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{100} \right)^3 \right]$$

En los variogramas de Pb (Fig. IV-10) no se detectan estructuras de transición, en cambio sí reflejan ciertas anisotropías. Estas anisotropías se han representado por las inversas de las pendientes de los esquemas lineales ajustados a los variogramas experimentales:



En el caso del Zn (Fig. IV-10), la anisotropía de sus variogramas se debe a la mayor variabilidad reflejada en la dirección NE-SW; éste variograma indica la presencia de una deriva, que a partir de 100m. se deja sentir fuertemente, en relación a las otras direcciones estudiadas.



● Direccion E-W  
 ○ NE-SW  
 □ N-S  
 ◐ NW-SE

Fig. IV-10

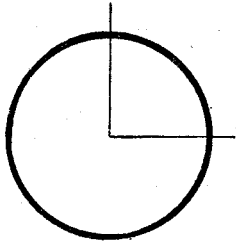
El lento crecimiento de los variogramas a cortas distancias, indica una gran regularidad de la variable Zn; la estabilización del variograma E-W a partir de 175m. en una meseta cercana a la varianza experimental de la variable, justifica la elección de un esquema de Gauss para el ajuste de los variogramas, excepto el de la dirección E-W.

$$\gamma(h) = 100. + 280. \left[ 1 - e^{-h^2/100^2} \right]$$

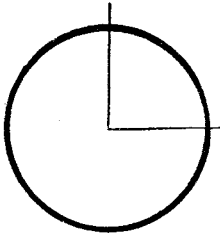
con  $a' \approx 175m.$

La disposición relativa aproximada entre las tres zonas (38), permite elaborar la representación conjunta (Fig. IV-11) de los comportamientos estructurales descritos anteriormente.

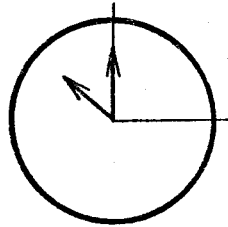
Herrerias I



Cu

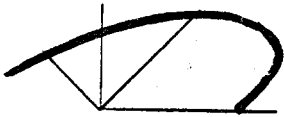


Pb

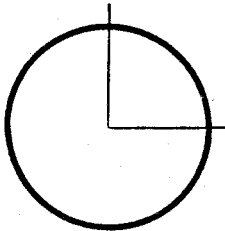


Zn

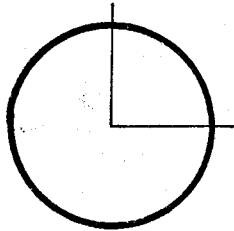
Herrerias II



Cu

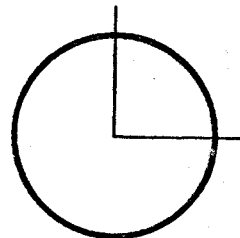


Pb

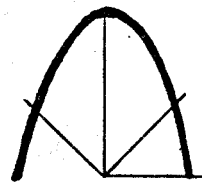


Zn

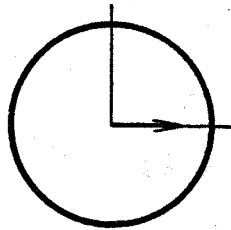
Herrerias III



Cu.



Pb



Zn

→ Deriva

Fig. IV-11

### IV.3. CONCLUSIONES.

1°- En las tres zonas estudiadas, las variables Cu, Pb y Zn presentan distintos rangos de concentración; para cada zona y variable las heterogeneidades observadas son distintas, algunas de las cuales son evidentes en las nubes de dispersión calculadas.

2°- Se ha realizado la selección de una subzona homogénea para cada variable, en base a los análisis descriptivos correspondientes y un procedimiento de medias móviles. Dado que éstas subzonas incluyen valores experimentales menores, pueden considerarse representantes de las poblaciones de fondo respectivas.

3°- Todas las variables indican la existencia de distintos grados de autocorrelación espacial, no encontrándose en ningún caso distribuciones aleatorias no autocorrelacionadas. Así se han descritos estructuras de transición isótropas de alcances que varían de 100m. a 125m. (Cu y Pb en Herrerías I, Pb y Zn en Herrerías II y Cu en Herrerías III).

4°- Se han detectado variables que presentan algunas direcciones con comportamientos espaciales diferentes. Así en Herrerías III, las variables Pb y Zn coinciden en señalar la dirección E-W como la de mayor variabilidad espacial; de igual forma ocurre para las direcciones N-S y NW-SE, en las que la variable Zn de Herrerías I refleja un comportamiento no estacionario.



Destaquemos el comportamiento anisótropo de la variable Cu en Herrerías II, mientras en Herrerías I y II es isótropo.

5.- De los análisis estructurales efectuados se deduce que la suposición acerca del carácter aleatorio de las poblaciones de fondo geoquímico, no es justificable en ninguno de los casos estudiados.

## V. DISCUSION GENERAL.

En la modelización de fenómenos y objetos geológicos no es, en realidad, muy interesante lograr que los datos disponibles se ajusten a una determinada función matemática; es mucho más interesante poner de manifiesto estructuras relacionadas con los factores geológicos del medio.

En este orden de cosas, los resultados que se han obtenido anteriormente (Apartados II, III y IV) se consideran particularmente idóneos para abordar el conocimiento de las limitaciones sistemáticas que acotan cualquier aplicación geoquímica de la teoría de Variables Regionalizadas.

Dado que la geoquímica de exploración dirige sus objetivos a la detección de posibles anomalías respecto al fondo regional para uno o varios elementos, es importante que, en primer lugar, se analice el mismo concepto de anomalía en términos geoestadísticos.

Sea  $s$  una superficie prospectada en  $n$  puntos con concentraciones  $z(x_i)$ , ( $i=1,2,\dots,n$ ), en un determinado elemento químico  $z$ . Las anomalías geoquímicas serán aquellas superficies ( $s$ ) en las que la concentración media en dicho elemento, ( $z_s(x_i)$ ), exceda un cierto valor  $t_c$ . Esta variable  $z_s(x_i)$  representaría la concentración media real en las unidades  $s$ , y prácticamente, será inaccesible; por ello se ha de proceder a su estimación, que indicaremos por  $z_s^*(x_i)$ , a partir de la información experimental  $z(x_i)$ .

Esta definición práctica de anomalía geoquímica subyace a todos los métodos estadísticos utilizados frecuentemente en prospección geoquímica; en cambio, circundan el problema de estimar de forma adecuada  $z_s(x_i)$ .

Es, precisamente, en éste punto en el que la geoestadística contribuye a la definición práctica de anomalía geoquímica, pues permite obtener la mejor estimación posible de  $z_s(x_i)$ .

Experimentalmente, es conocido que  $z_s(x_i)$  es menos variable a medida que  $s$  aumenta; en consecuencia,  $z(x_i)$  sobrevalorará la dispersión real de  $z_s(x_i)$ . Obviamente, la utilización del histograma de  $z(x_i)$  en la selección de  $z_s(x_i) > t_c$ , implicará la retención de unidades  $s$  que no cumplen la condición anterior y por otra parte, infravalorar ciertas superficies  $s$  que sí la cumplen. Estos hechos son conocidos en prospección geoquímica y el primer problema de sobrevaluación, se intenta eliminar, en la práctica, exigiendo que existan varias  $z(x_i)$  con valores superiores a un valor de corte adyacentes para que definan una anomalía. Este tipo de reglas no tienen un fundamento objetivo y así en ciertos casos un valor experimental aislado ha llevado a detectar anomalías de gran interés.

De igual forma, la aplicación objetiva de procedimientos de ponderación (Apartado III.3.c) en la estimación de  $z_s(x_i)$ , exige una medida de la adaptación de cada método utilizable a la realidad que se estudia. Estos métodos "a priori" no solucionan este problema y en general, las estimaciones que de  $z_s(x_i)$ -

producirán, no se sabrá cuál es la más adecuada. En consecuencia, la significación objetiva de las selecciones efectuadas - a partir de los histogramas de las variables estimadas, no podrá ser verificada.

A este respecto, el método geoestadístico permite realizar la mejor estimación posible de  $z_s(x_i)$  a través del "krigeaje". En dicha estimación se considera la variabilidad espacial de la regionalización cuantificada por el variograma, así como el tamaño  $s$  en que se define la variable a estimar y el nivel de información  $z(x_i)$ .

La cartografía de anomalías prospectadas a escala detallada es igualmente abordable por el método geoestadístico, -- pues el "krigeaje" es asimismo un método de interpolación lineal. Así pues, la cartografía de anomalías precisa de la estimación de la variable geoquímica en cuestión, en cualquier punto perteneciente al área prospectada.

Tanto, si la toma de muestras se realizó en puntos repartidos irregularmente, o siguiendo mallas de prospección regulares, es posible estimar la variable geoquímica en los nudos de una red regular superpuesta al área prospectada; dichas interpolaciones, representables en mapas, indicarán cuál es la evolución espacial de la variable geoquímica estudiada.

Un requisito imprescindible para un enfoque geoestadístico de cualquier problema, es el de homogeneidad del fenómeno.

La noción de homogeneidad, está estrechamente ligada a la escala de observación. Así, una anomalía en prospección detallada podrá considerarse una heterogeneidad en relación a su entorno, mientras que en una prospección regionalizada representaría una fluctuación local. Esta hipótesis, junto a la estacionariedad del fenómeno, debe cumplirse para asegurar la aplicabilidad de los métodos geoestadísticos.

Por esta razón, y tal como se ha evidenciado en los casos prácticos presentados (Capítulo II, III y IV), todo estudio geoestadístico de datos geoquímicos ha de basarse en las siguientes pautas:

1º- Análisis descriptivo de las variables.

Su fin primordial es el de comprobar que el conjunto de datos geoquímicos disponibles define un campo homogéneo. Pero raramente se cumple esta condición, siendo entonces necesario que se definan subcampos de mejor homogeneidad.

En la delimitación de subcampos homogéneos se pueden utilizar diversos procedimientos. Uno de ellos es el método de medias móviles de las variables (casos de Minas Gerais y Minas Herrerías, estudiados en los Apartados II y IV, respectivamente).

Por supuesto que será siempre interesante conocer "a priori" la naturaleza geológica y mineralógica del campo de exploración, que oriente dicha delimitación de subcampo. Aunque también conviene definir "a posteriori" las características -- geológicas que, ocultas a la observación directa, vienen precisamente indicadas por los datos geoquímicos de exploración.

Por otra parte, la delimitación de un campo homogéneo puede también efectuarse, si del campo de partida se excluyen algunos valores que se identifican como aberrantes debido a fenómenos extrínsecos a la naturaleza de la variable regionalizada (errores analíticos y de muestreo). La cuestión está en determinar los criterios idóneos para rechazar del conjunto los valores aberrantes.

Un criterio sería seleccionar los datos según la técnica de análisis de conglomerados. Conviene siempre que esta selección se relacione con las características del sustrato; así, en el estudio de las aguas de El Burgo de Osma (Apartado III) se observa que los valores rechazados por la técnica de conglomerados se localizan, preferentemente, en zonas topográficamente bajas.

Otro criterio sería eliminar, para cada variable, alguno de los valores extremos. Para ello bastará aplicar condiciones de selección, una vez examinadas las características de los histogramas correspondientes.

En resumen, pues, el análisis descriptivo de las variables no tiene otro objeto que el de definir la base homogénea de datos que requiere todo análisis geoestadístico. Esta es la limitación más severa que coarta las posibles aplicaciones geoquímicas de la geoestadística. Aunque, de acuerdo con los resultados obtenidos, cabe concluir que será siempre posible replantear un problema de heterogeneidad global en términos sectoriales homogéneos.

## 2º.- Cálculo de variogramas.

Su objeto es el de caracterizar el comportamiento espacial de la variable.

Debido al carácter vectorial de la función variograma, una de sus aplicaciones inmediatas, consiste en el descubrimiento de la anisotropía de la variable. En efecto, tal como se ha detectado en los datos correspondientes a Minas Herrerías (Apartado IV.2), las variables Cu, Pb y Zn presentan diversos tipos de anisotropía según sea la zona prospectada.

Junto a la detección de anisotropías, el variograma permite, también, detectar derivadas, es decir, comportamientos no-estacionarios de la variable. Por ejemplo, la variable Zn en la zona I de Minas Herrerías (Fig. IV-7-b), presenta derivadas en las direcciones NW-SE y N-S, mientras que para las direcciones E-W y NE-SW, el comportamiento del zinc es estacionario.



Resaltar las posibles anisotropías y derivas de una variable demuestra la utilidad del variograma para definir la extensión y preferencia direccional de las variables geoquímicas en un área determinada.

En todos los variogramas calculados, se deduce la existencia del parámetro  $C_0$ , revelador de un "nugget effect". La interpretación de dicho parámetro  $C_0$  es dual. Por un lado  $C_0$  integra todos los errores analíticos y de muestreo que, eventualmente, se hayan podido cometer. Por otro, encubre la posible autocorrelación de la variable dentro de un espacio inferior al de la malla de muestreo utilizada. Ahora bien, si conceptualmente se puede separar los errores analíticos y de muestreo, de las eventuales microregionalizaciones de la variable, es obvio que en la práctica ambos efectos no podrán separarse.

Esto pone de manifiesto la conveniencia de que las muestras se dupliquen con el fin de minimizar al máximo los errores analíticos. Sólo en el caso de que se obtengan suficientes argumentos en pro de la fiabilidad de los análisis, cabe, entonces, pensar que el parámetro  $C_0$  indica la existencia de autocorrelaciones de corto alcance respecto a la malla utilizada. Obviamente la caracterización de dichas autocorrelaciones de corto alcance sólo puede abordarse con una malla de muestreo más tupida.

Nótese que la mayoría de los variogramas obtenidos presentan estructuras de transición, caracterizadas por la estabilización del variograma a partir de una cierta distancia de alcance (parámetro  $a$ ). La extrapolación de la meseta del variograma hacia la ordenada define el parámetro  $C_T$ , el cual se relaciona con el parámetro  $C_0$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$C = C_T - C_0$$

siendo  $C$  un parámetro indicativo de que la variable presenta una continuidad o estructura de alcance  $a$ .

El análisis del cociente  $C_0/C$  abre una interesante línea de investigación con vistas, principalmente, a caracterizar el comportamiento geoquímico de los elementos. En efecto,  $C_0/C$ , reflejaría la relación entre los comportamientos "local" y regional de una variable dada.

En este orden de cosas, la Tabla V-1 incluye los valores de  $C_0/C$  obtenidos para las variables Co, Mn y Cu de la zona I de Minas Gerais.

Asimismo, la Tabla V-1 incluye los valores de la energía de estabilización de los iones en coordinación octaédrica (EECC).

Burns (39), Coy-Yll y Guilloux (40), demuestran que en los procesos de lateritización, los elementos de transición no si-

guen una distribución espacial aleatoria sino que su distribución no es independiente de controles cristaloquímicos (energía de estabilización de los iones debido al campo cristalino). En efecto, del trio Co, Mn y Cu, la variable Co presenta la menor apetencia por permanecer en disolución (alto valor de EECC), concentrándose en los silicatos y óxidos propios del proceso de lateritización.

En la Tabla V-1 se observa que existe una correspondencia positiva entre valores de  $C_0/C$  y EECC.

De acuerdo con el comportamiento de los elementos Co, Mn y Cu durante el proceso de lateritización y, excluida la existencia de importantes errores analíticos y de muestreo, no es de extrañar la correlación observada.

Para un elemento dado, el cociente  $C_0/C$  es significativo de la incidencia relativa de los fenómenos "locales" sobre los "regionales". El enriquecimiento relativo de Co en lateritas, es entonces coherente con la posible detección por el variograma de estructuras de corto alcance (o sea, inferior al paso de malla prospectado). No así en cuanto a Mn y Cu, cuyos valores  $C_0/C$ , relativamente inferiores al de Co, indican un control cristaloquímico de corto alcance menor, todo ello de acuerdo con lo previsto por la teoría del campo cristalino.

TABLA V-1

	EECC	$C_0/C$
$Co^{3+}$	2.4	.85
$Mn^{4+}$	1.2	.64
$Cu^{2+}$	.6	.35

Datos de EECC de Basolo y Pearson (41), p.109

### 3º- "Krigeaje".

El cálculo de variogramas y su modelización, desemboca en el cálculo de estimaciones de la variable regionalizada.

En las Fig. II-26 a II-30 y Fig. III-20 a III-26, se presentan los mapas de estimación correspondientes a cada una de las variables regionalizadas que han sido estudiadas en los Capítulos II y III.

Estos mapas constituyen la mejor base posible sobre la que, posteriormente, podrán aplicarse los criterios geológicos, geoquímicos e incluso económicos (costo de la campaña de exploración), que se consideren apropiados, con el fin de localizar en el espacio las áreas de eventual interés (áreas anómalas en el sentido clásico).

La representatividad de tales estimaciones, depende -- fuertemente de las características del variograma correspondiente. Así, en el estudio de los datos obtenidos en la campaña de Minas Gerais (Capítulo I) ha sido necesario que, dada la heterogeneidad de cada variable en el área total prospectada (zonas I y II) la estimación debe realizarse en cada una de estas zonas en base a sus variogramas correspondientes.

Como conclusión general, los resultados obtenidos en la estimación de una variable geoquímica, dependerá siempre de su variograma.

Un aspecto interesante en geoquímica de exploración es la planificación de mallas suplementarias que deben aplicarse - una vez realizada la campaña regional. A este respecto, los resultados obtenidos demuestran que la geoestadística puede aplicarse a cualquier conjunto de datos geoquímicos, cuya única condición es la de posibilitar el cálculo del variograma. "A priori", no existe ninguna razón para que las campañas de exploración, sean regionales o locales, no puedan cumplir esta condición ( número suficiente de datos). En consecuencia y, contrariamente a lo requerido por Diez Viejobueno (5), la geoestadística sí es válida y operativa en reconocimiento regionales.

## VI. CONCLUSIONES.

1º- Las heterogeneidades existentes en todos los casos estudiados (Apartados II, III y IV), han llevado a definir -- subzonas homogéneas (casos de Minas Gerais y Mina Herre - rías), o a clasificar observaciones de mejor nivel de homogeneidad (campana de prospección hidrogeoquímica en El Burgo de Osma).

2º- Entre las causas fundamentales de éstas heterogeneidades se encuentran los errores analíticos, la distinta naturaleza de los sustratos muestreados y la posible existencia de contaminaciones.

3º- El análisis descriptivo de variables se ha revelado imprescindible para dilucidar los problemas de heterogeneidades, así como para caracterizar ciertas relaciones existentes entre las mismas que se deben a la naturaleza químico física y mineralógica del sustrato estudiado. De cualquier forma la existencia de las heterogeneidades en las variables es una limitación para las aplicaciones geoestadísticas en geoquímica, aunque como se ha demostrado en los casos estudiados es evitable, al plantear el problema en dominios de mayor homogeneidad.

4º- Se han puesto de manifiesto los comportamientos estructurales de Co, Cu, Pb, Zn y Mn en dos subzonas distintas, - así como la heterogeneidad entre las mismas por medio de la función variograma, (Apartado II).



- 5°- La influencia relativa de los fenómenos dispersivos locales frente a los regionales, dada por la relación  $C_0/C$  para las variables Co, Mn y Cu en la zona I (Apartado II), concuerda con el orden de energías de estabilización de los iones  $Co^{3+}$ ,  $Mn^{4+}$  y  $Cu^{2+}$  en coordinación octaédrica propuesta por la Teoría de Campo Cristalino.
- 6°- En las tres zonas prospectadas en el sector de Mina Herreras, el análisis estructural de las variables Cu, Pb y Zn, ha puesto de manifiesto los distintos comportamientos espaciales de las "poblaciones de fondo geoquímico" de cada una de ellas. Se han detectado anisotropías, derivas, periodicidades estructurales, así como comportamientos isotropos, que, en todos los casos, reflejan distintos grados de autocorrelación espacial de las variables.
- 7°- El análisis estructural efectuado en las dos campañas de prospección hidrogeoquímica de El Burgo de Osma, indica igualmente la existencia de autocorrelaciones espaciales de las variables que, en este caso, coinciden en señalar una fuerte semejanza estructural entre las mismas. La aplicabilidad del método geoestadístico en campañas de prospección geoquímica de ámbito regional o local, queda demostrada a raíz de los trabajos realizados.
- 8°- Los "krigeajes" realizados en las campañas de prospección hidrogeoquímica (Apartado III) y de Minas Gerais (Aparta-

do II) conducen a la mejor estimación posible de la concentración media de las variables estudiadas en las superficies definidas en cada caso. Estos resultados permiten representar de forma adecuada la distribución espacial de las variables y son, objetivamente, el mejor punto de partida en la selección de anomalías geoquímicas.

VII. BIBLIOGRAFIA.

- 1.- MATHERON, G.; "The theory of regionalized variables and its application", Les Cahiers du CMM, 5, ENSMP, Paris - (1971).
- 2.- JOURNEL, A.; "Geostatistique Miniere", Centre de Geostatistique, ENSMP, Paris (1977).
- 3.- DAVID, M.; "Geostatistical ore reserve estimation", Elsevier Scientific Publishing Company, New York (1977).
- 4.- DAVID, M., DAGHBERT, M.; "Geochemical Exploration 1974", Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, - Canada, 163-181 (1974).
- 5.- DIEZ VIEJOBUEÑO, C.; "La economía y la Geomatématica en prospección geoquímica", Serie Universitaria, 83, Fundación Juan March, Madrid (1979).
- 6.- VISTELIUS, A. B.; "Studies in Mathematical Geology", Consultants Bureau, New York (1967).
- 7.- MATHERON, G.; Econ. Geol., 58, 1246-66 (1963).
- 8.- MATHERON, G.; "Les variables regionalisées et leur estimation", Editions Masson, Paris (1965).
- 9.- SINCLAIR, A.; "Geochemical Exploration 1974", Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canada 133-140 (1974).
- 10.- MATHERON, G., MARECHAL, A.; "Note sur la probabilité de succès dans une reconnaissance avengle", Centre de Morphologie Mathématique, Fontainebleau, Rep. N-109 (1969).

- 11.- SIEGEL, F. R.; "Applied Geochemistry", Wiley-Interscience, New York (1974).
- 12.- HARVEY, P. K.; Geoch. et Cosmoch. Acta, 38, 435-51 (1974).
- 13.- HILL, W. E.; "Geochemical Exploration", Proc. 5th Int.-Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canadá, 651-657 (1974).
- 14.- ALLCOTT, G. H., LAKIN, H. W.; "Geochemical Exploration-1974", Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canada, 659-90 (1974).
- 15.- INGAMELS, C. O.; Geoch. et Cosmoch. Acta, 38, 1225-37 - (1974).
- 16.- BULL, A. J., MAZZUCHELI, R. H.; "Geochemical Exploration 1974", Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canada, 219-26 (1974).
- 17.- SINDING-LARSEN, R.; "Geochemical Exploration 1974", Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canada, 191-217 (1974).
- 18.- GARRET, R.G., NICOL, I.; Quarterly of the Col. Sch. of Mines, 64(1), 245-64 (1969).
- 19.- DAVID, M., WOUSEN, G.; Porc. Min. Priubam, 1, 41-65 (1973).
- 20.- ROSE, A. W., DAHLBERG, E. C.; Econ. Geol., 65, 156-65 (1970).
- 21.- CACHAU-HERRIALT, F. et al.; "Geochemical Exploration 1974" Proc. 5th Int. Geoch. Exploration Symposium, Vancouver, Canada, 183-89 (1974).

- 22.- AHRENS, L. H.; Geoch. et Cosmoch. Acta, 5, 49-73 (1954).
- 23.- AHRENS, L. H.; Geoch. et Cosmoch. Acta, 6, 121-31 (1954).
- 24.- LEPELTIER, C.; Econ. Geol. 64, 538-50 (1969).
- 25.- SICHEL, H. S.; Proc. 1966 Symp. South African Institut of Minig and Metallurgy (1966).
- 26.- NACKOWSKI, M. P., MARDIROSIAN, C. A., BOTBAL, J. M.; Econ. Geol., 62, 1072-87 (1967).
- 27.- ASTERBERG, F. P.; Proccedings Symposium on Decision Making in Mineral Exploration II, 177-96 (1969).
- 28.- DAVIS, J. C.; "Statistics and data analysis in Geology", Willey, New York (1973).
- 29.- MATHERON, G.; CIIM Trans., 70, 240-44 (1967).
- 30.- HAAS, A. G., VIALIX, J. R.; Geophysical Prospecting, - 24, 49-69 (1976).
- 31.- MATHERON, G.; "La theorie des fonctions aleatoires intrinseques generalisés", Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathematique, N-299 (1971).
- 32.- CHILES, J. P.; "Geostatistique des phénomènes non stationnaires (dans le plan)", Tesis, Universidad de Nancy (1977).
- 33.- MATHERON, G.; "Le Krigeaje universel", Ecole des Mines de Paris, Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Fontainebleau, fasc. 1 (1969).
- 34.- ARMSTRONG, A.; "Towards a more robust variogram: a case study on coal", Ecole des Mines de Paris, Centre de Geostatistique, N-620 (1979).

- 35.- MARECHAL, A., DIDICK, M.; "Estudio Geoestadístico- Yacimiento El Salvador", Centro de Geoestadística, Departamento de Minas, Universidad de Chile (1977).
- 36.- ALVAREZ, C., DE PEDRO, F., DEL HOYO, C. y SANCHEZ, J. - Boletín Geológico y Minero, T.LXXXIXIV, 344-368 (1978).
- 37.- DE PEDRO, F., ALVAREZ, C. y GARCIA MAGARIÑO, J. A. Boletín Geológico y Minero, T.LXXXIX, 438-458 (1978).
- 38.- Instituto Geológico y Minero. Colección Informe. Reserva "Zona de Huelva", Informe II, Servicio de Publicaciones - del Ministerio de Industria. Madrid (1976).
- 39.- BURNS, R. G.; "Mineralogical Applications of Cristal Field Theory", Cambridge University Press (1970).
- 40.- COY-YLL, R., GUILLOUX, L.; Proc. 24th IGC of Montreal - Section 10, 112-121 (1972).
- 41.- BASOLO, F. y PEARSON, R. G.; "Mechanisms of Inorganic Reactions", J. Willey and Sons, New York (1958).

VIII. APENDICE.



Los cálculos necesarios para el estudio de las campañas de prospección geoquímica, que se presentan en esta memoria, se han realizado en el ordenador UNIVAC 1108 del Ministerio de Educación y Universidades.

Todos los grupos de datos fueron almacenados como distintos elementos simbólicos del fichero USVUSV.

Del grupo de programas estadísticos BMDP (Biomedical Package) se han utilizado los referenciados P5D, P6D, P3S y P2M. Con éstos programas se han cubierto parte de los cálculos precisos para el análisis descriptivo de datos.

El resto de los cálculos se han realizado por una serie de programas también almacenados en el fichero USVUSV.- Estos programas son suficientemente generales para que, sin necesidad de efectuar modificaciones, puedan utilizarse con cualquier tipo de datos; por ello, estos programas entran como subrutinas de un programa principal que realiza las operaciones de entrada-salida, por lo que sólo este sufrirá modificaciones. Así, para el ajuste lognormal nos hemos servido de los subprogramas NORM, ESTLN y PROT.

En el cálculo de variogramas se ha utilizado una modificación del programa MAREC2 (3). Los programas VARZ y GRAPH que incluyen un algoritmo de cálculo de variogramas y de salida gráfica de resultados, son accesibles en el fichero USVUSV.

El ajuste de variogramas experimentales a esquemas teóricos se ha realizado con una serie de programas ejecutables en una calculadora de despacho programable; nos hemos servido de una calculadora HP-97 y dichos programas son, así mismo, disponibles.

Los "krigeajes" de Co, Cu, Pb, Zn y Mn (Apartado II) se han realizado con un programa que esquemáticamente consta de un programa principal de entrada de datos y parámetros, - así como de llamada a la subrutina KRIP7. Esta subrutina efectúa las operaciones de:

- Búsqueda de informaciones experimentales más próximas al área a estimar.
- Elaboración de las matrices K y M (Apartado I.4.f); para ello se utilizan las subrutinas GAMMA y GOVAR.
- Resolución del sistema lineal de ecuaciones que dará - los ponderadores  $\lambda_i$ ; se ha utilizado la subrutina GSPLSE.
- Ponderación y cálculo de la varianza de estimación.
- Almacenamiento en cinta magnética de los resultados.

Para la salida gráfica de resultados nos hemos servido del programa BIPOL.

Las estimaciones efectuadas a partir de los datos de las campañas de prospección hidrogeoquímica (Apartado III-3), - se han efectuado mediante un programa distinto dada la distribución irregular de las informaciones, así como su menor volu-

men; esencialmente, las operaciones son similares, si bien, la subrutina de estimación KRIAGU no produce el almacenamiento en cinta magnética sino que produce una salida gráfica directamente al llamar al subprograma PRINT.

UNIVERSIDAD DE SEVILLA  
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS

Reunido el Tribunal integrado por los abajo firmantes  
en el día de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral de  
D. Angel Jesús Polanco del Río  
titulada: Geostatística lineal en prospección  
geoquímica: de necesidad y limitaciones

acordó otorgarle la calificación de  
SOBRESALIENTE CUM LAUDE

Sevilla, 30 de septiembre de 1981

El Vocal,

El Vocal,

El Vocal,

El Presidente,

El Secretario,

El Doctorado,

