

Trabajo Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos,
Canales y Puertos

Estudio paramétrico de puentes arcos de tablero
superio sometidos a torsión

Autor: Ramón Ruiz Pizarro

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Estudio paramétrico de puentes arcos de tablero superior sometidos a torsión

Autor:
Ramón Ruiz Pizarro

Tutor:
Antonio Martínez de la Concha

Dpto. de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2020

Trabajo Fin de Máster: Estudio paramétrico de puentes arcos de tablero superior sometidos a torsión

Autor: Ramón Ruiz Pizarro

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo Fin de Máster arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

AGRADECIMIENTOS

No quería comenzar este trabajo sin agradecer a todas las personas que han estado presente en este Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos que echó a rodar en el año 2018 después de haber finalizado los estudios de Grado en Ingeniería Civil en la Universidad de mi tierra, Extremadura.

Después de tres años esperando a una oferta de trabajo que no llegó, gracias al impulso de mi familia y por supuesto de mi pareja, la mayor “culpable” de seguir formándome, fui incentivado a realizar estos estudios para ampliar mi formación y en los que todo momento he sentido el apoyo y el aliento en el cogote para seguir en momentos de mayor flaqueza.

Una vez comenzado los estudios tuve la suerte de conocer a grandes personas, mis compañeros de estudios y de trabajos que tantas y tantas horas hemos realizado en las famosas “salas de la biblioteca”. A ellos también les agradezco todo este tiempo y por supuesto va dedicado a ellos este trabajo.

Finalmente no podría olvidarme de todos los profesores, que con gran pasión y con alegría nos transmitían todos sus conocimientos y experiencia, de nuevo gracias a todos.

Dentro de este grupo de profesores sin lugar a dudas no podría quedar en el tintero su nombre, mi tutor de este trabajo, D. ANTONIO MARTÍNEZ DE LA CONCHA al que le agradezco enormemente las horas y horas que hemos dado de tutorías y que se vieron interrumpidas por el estado de alarma debido al COVID-19. Aun así me siguió facilitando el camino para llegar al final de este trabajo ya que todas mis dudas fueron resueltas gracias a los enormes hilos de conversaciones por correo electrónico contestados en cualquier momento del día. Nuevamente GRACIAS TUTOR.

RESUMEN

Este documento tiene como objetivo ver el comportamiento de los puentes arcos de tablero superior cuando están sometidos a sollicitación torsora teniendo en cuenta la distorsión de la sección.

Para ello lo que se ha realizado ha sido variar la relación flecha-luz para ver cómo se comportan ante la misma carga de torsión. Para no alterar los resultados se han estudiado minuciosamente las secciones de los diferentes modelos al cambiar la flecha. En las secciones se han mantenido una serie de parámetros constantes como han sido el momento de inercia a torsión y a flexión transversal.

Los modelos han sido construidos con el software MIDAS mediante elementos placa, que es el elemento que permite realizar la sección de manera que permita la distorsión.

ABSTRACT

This document aims to see the behavior of the upper deck arch bridges when subjected to torsional stress taking into account the distortion of the section.

For this, what has been done has been to vary the arrow-to-light ratio to see how they behave under the same torsion load. In order not to alter the results, the sections of the different models have been carefully studied when changing the arrow. In the sections, a series of constant parameters have been maintained, such as the moment of inertia to torsion and transverse flexion.

The models have been built with MIDAS software using plate elements, which is the element that allows the section to be made in a way that allows distortion.

ÍNDICE

Agradecimientos.....	ix
Resumen	xi
Abstract.....	xiii
Índice.....	xv
Índice de tablas	xix
Índice de figuras.....	xxi
1. Introducción.....	27
1.1. Historia de los Puentes Arcos.....	27
1.2. Tipologías de puentes arcos.....	30
2. Objetivo del estudio.....	33
3. Estudio de las secciones	35
4. Modelo de estudio.....	39
4.1. Constantes elásticas del material	39
4.2. Definición de los espesores de los elementos placa.....	41
4.3. Construcción del arco	41
4.4. Construcción de pilas.....	44
4.5. Construcción del tablero	46
4.6. Condiciones de contorno	46
4.7. Definición de las cargas	47
5. Resultados	51
5.1. Exposición de resultados. Carga excéntrica.....	54
5.1.1. Modelo relación flecha-luz 1/5.....	54
5.1.2. Modelo relación flecha-luz 1/6.6	56
5.1.3. Modelo relación flecha-luz 1/10	58
5.1.4. Modelo relación flecha-luz 1/16	60
5.2. Exposición de resultados. Carga de viento	62

5.2.1.	Modelo relación flecha-luz 1/5	62
5.2.2.	Modelo relación flecha-luz 1/6.6	64
5.2.3.	Modelo relación flecha-luz 1/10	66
5.2.4.	Modelo relación flecha-luz 1/16	68
5.3.	Descripción de resultados. Carga excéntrica	70
5.3.1.	Flechas transversales	70
5.3.2.	Ley de momento torsor	73
5.3.3.	Ley de cortante transversal	74
5.3.4.	Ley de momento flector transversal	75
5.4.	Descripción de los resultados. Carga de viento	75
5.4.1.	Flechas transversales	75
5.4.2.	Ley de cortante transversal	76
5.4.3.	Ley de momento torsor	77
5.4.4.	Ley de momento flector transversal	77
5.5.	Análisis de los resultados. Carga excéntrica	79
5.5.1.	Flechas transversales	79
5.5.2.	Ley de Momento torsor	86
5.5.3.	Ley de cortante transversal	91
5.5.4.	Ley de momento flector transversal	94
5.6.	Análisis de los resultados. Carga de viento	96
5.6.1.	Flechas transversales	96
5.6.2.	Ley de cortante transversal	99
5.6.3.	Ley de momento torsor	100
5.6.4.	Ley de momento flector transversal	102
6.	Otras comparativas de resultados	105
6.1.	Desplazamientos máximos producidos en la clave	105
6.1.1.	Carga excéntrica	105
6.1.2.	Carga de viento	108
6.2.	Aportación a la sollicitación torsora	111

6.2.1.	Aportación a la sollicitación torsora. Carga excéntrica.....	114
6.2.2.	Aportación a la sollicitación torsora. Carga de Viento.....	120
7.	Conclusiones finales	127
8.	Estudios futuros	129
ANEXO I: OTRAS GRÁFICAS		130
	CARGA EXCÉNTRICA.....	130
	CARGA DE VIENTO.....	134
ANEXO II: SECCIONES Y PERFILES DE LOS DIFERENTES MODELOS		138
ANEXO III: RESULTADOS MIDAS CIVIL		139

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tabla de resultados de las secciones.....	37
Tabla 2. Resultados secciones adoptados	37
Tabla 3. Longitudes de pilas del tramo estribo-arranque del arco	45
Tabla 4. Desplazamientos relativos Dintel-Arco en la clave. Carga excéntrica	73
Tabla 5. Desplazamientos relativos en la posición de la clave. Carga de viento.....	76
Tabla 6. Desplazamientos relativos entre posiciones.....	83
Tabla 7. Desplazamientos transversales en las posiciones elegidas. Carga de viento.....	97
Tabla 8. Desplazamientos máximos en el arco	105
Tabla 9. Desplazamientos máximos en el dintel	105
Tabla 10. Desplazamientos máximos en el arco. Carga de Viento.....	108
Tabla 11. Desplazamientos máximos en el dintel. Carga de Viento	108
Tabla 12. Resultados aportación torsor posición 26.25m.....	127

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Puente de Alcántara. Fuente: Senditur	27
Figura 1-2. Puente romano de Mérida. Fuente: El periódico de Extremadura.....	28
Figura 1-3. Puente Krk en Croacia. Luz de 390 metros	29
Figura 1-4. Puente arco viaducto LAV Madrid-Extremadura-Frontera Portuguesa	29
Figura 1-5. Puente de Alconétar en la autovía A66 (Cáceres).....	30
Figura 1-6. Puente de la Vicaria sobre el embalse de la Fuensanta (Yeste, Albacete).....	30
Figura 1-7. Puente de la Barqueta (Sevilla).....	31
Figura 4-1. Valores constantes elásticas del material	40
Figura 4-2. Construcción de los diafragmas	42
Figura 4-3. Construcción de la viga recta completa	42
Figura 4-4. Resultado del cambio de transformación de coordenadas.....	44
Figura 4-5. Pila en la clave del arco.....	45
Figura 4-6. Construcción del arco y pilas.....	45
Figura 4-7. Construcción de la geometría completa del arco.....	46
Figura 4-8. Condiciones de contorno en las pilas del tramo de acercamiento y del arranque del arco	47
Figura 4-9. Condiciones de contorno en el estribo	47
Figura 4-10. Carga excéntrica aplicada en uno de los modelos	48
Figura 4-11. Carga de viento aplicada en el tablero.....	49
Figura 4-12. Carga de Viento aplicada en el arco	49
Figura 5-1. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento torsor. Carga excéntrica	51
Figura 5-2. Criterio de signo diagrama esfuerzo cortante transversal. Carga excéntrica	52
Figura 5-3. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento transversal. Carga Excéntrica	52
Figura 5-4. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento torsor. Carga de Viento.....	52
Figura 5-5. Criterio de signo diagrama esfuerzo cortante transversal. Carga de Viento	53
Figura 5-6. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento transversal. Carga de Viento	53
Figura 5-7. Flechas transversales modelo 1/5. Carga excéntrica	54

Figura 5-8. Ley de momento torsor modelo 1/5. Carga excéntrica	54
Figura 5-9. Ley de cortante transversal modelo 1/5. Carga excéntrica.....	55
Figura 5-10. Ley de momento flector transversal modelo 1/5. Carga excéntrica.....	55
Figura 5-11. Flechas transversales modelo 1/6.6. Carga excéntrica	56
Figura 5-12. Ley de momento torsor modelo 1/6.6. Carga excéntrica	56
Figura 5-13. Ley de cortante transversal modelo 1/6.6. Carga excéntrica	57
Figura 5-14. Ley de momentos flectores transversales modelo 1/6.6. Carga excéntrica	57
Figura 5-15. Flechas transversales modelo 1/10. Carga excéntrica	58
Figura 5-16. Ley de momento torsor modelo 1/10. Carga excéntrica	58
Figura 5-17. Ley de cortante transversal modelo 1/10. Carga excéntrica.....	59
Figura 5-18. Ley de momento flector transversal modelo 1/10. Carga excéntrica.....	59
Figura 5-19. Flechas transversales modelo 1/16. Carga excéntrica	60
Figura 5-20. Ley de momento torsor modelo 1/16. Carga excéntrica	60
Figura 5-21. Ley de cortante transversal modelo 1/16. Carga Excéntrica	61
Figura 5-22. Ley de momento flector transversal modelo 1/16. Carga excéntrica.....	61
Figura 5-23. Desplazamientos transversales modelo 1/5. Carga de viento.....	62
Figura 5-24. Ley de cortante transversal modelo 1/5. Carga de viento	62
Figura 5-25. Ley de momento torsor modelo 1/5. Carga de viento.....	63
Figura 5-26. Ley de momento flector transversal modelo 1/5. Carga de viento	63
Figura 5-27. Desplazamientos transversales modelo 1/6.6. Carga de viento.....	64
Figura 5-28. Ley de cortante transversal modelo 1/6.6. Carga de viento	64
Figura 5-29. Ley de momento torsor modelo 1/6.6. Carga de viento.....	65
Figura 5-30. Ley de momento flector transversal modelo 1/6.6. Carga de viento	65
Figura 5-31. Desplazamientos transversales modelo 1/10. Carga de viento.....	66
Figura 5-32. Ley de cortante transversal modelo 1/10. Carga de viento	66
Figura 5-33. Ley de momento torsor modelo 1/10. Carga de viento.....	67
Figura 5-34. Ley de momento flector transversal modelo 1/10. Carga de viento	67
Figura 5-35. Desplazamientos transversales modelo 1/16. Carga de viento.....	68
Figura 5-36. Ley de cortante transversal modelo 1/16. Carga de viento	68

Figura 5-37. Ley de momento torsor modelo 1/16. Carga de viento	69
Figura 5-38. Ley de momento flector transversal modelo 1/16. Carga de viento	69
Figura 5-39. Ley flechas transversales modelo 1/5 misma escala eje vertical	71
Figura 5-40. Ley flechas transversales modelo 1/6.6 misma escala eje vertical	71
Figura 5-41. Ley flechas transversales modelo 1/10 misma escala eje vertical	72
Figura 5-42. Ley flechas transversales modelo 1/16 misma escala eje vertical	72
Figura 5-43. Mecanismo de respuesta ante carga excéntrica y transversal. (Manterola Armisen, 2006)	79
Figura 5-44. Mecanismo de deformación. (Manterola Armisen, 2006)	80
Figura 5-45. Representación desplazamientos diferentes modelos	81
Figura 5-46. Ampliación en el inicio arco y dintel	81
Figura 5-47. Ampliación en final arco y dintel	82
Figura 5-48. Comparativa desplazamientos relativos posición 20 metros	84
Figura 5-49. Comparativa desplazamientos relativos posición 30 metros	84
Figura 5-50. Comparativa desplazamientos relativos posición 45 metros	85
Figura 5-51. Comparativa desplazamientos relativos posición 55 metros	85
Figura 5-52. Comparativa leyes de momentos torsos.....	86
Figura 5-53. Ley momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 0 a la 15 metros	87
Figura 5-54. Ley momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 15 a 25 metros	88
Figura 5-55. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 25 a 35 metros	89
Figura 5-56. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 35 a 45 metros	89
Figura 5-57. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 45 a 55 metros	90
Figura 5-58. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 55 a 65 metros	90
Figura 5-59. Comparativa cortantes transversales	91
Figura 5-60. Comparativa cortantes transversales (Ampliación cuartos de luz)	91
Figura 5-61. Valor en la ley de cortante en la posición 10 metros	92
Figura 5-62. Valor en la ley de cortante en la posición 10 metros (2)	93
Figura 5-63. Reacciones en el modelo en la posición 10 metros Modelo 1/5.....	93
Figura 5-64. Comparación leyes momento flector transversal	95
Figura 5-65. Comparativa flechas transversales. Carga de viento.....	96

Figura 5-66. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 20m. Carga de viento	97
Figura 5-67. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 30m. Carga de viento	98
Figura 5-68. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 45 metros. Carga de Viento	98
Figura 5-69. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 55 metros. Carga de Viento	98
Figura 5-70. Comparativa cortante transversal. Carga excéntrica	99
Figura 5-72. Comparativa de torsos diferentes modelos	100
Figura 5-73. Ampliación comparativa torsos primeros metros del dintel	101
Figura 5-74. Comparativa ley de momento flector transversal diferentes modelos	102
Figura 5-75. Ampliación ley de momento flector transversal. Ley en el arco metros cercanos a la clave	102
Figura 6-1. Desplazamientos transversales máximos en el arco	106
Figura 6-2. Desplazamientos transversales máximos en el dintel	106
Figura 6-3. Gráfica de variación respecto al desplazamiento máximo arco.....	107
Figura 6-4. Gráfica de variación respecto al desplazamiento máximo dintel.....	107
Figura 6-5. Desplazamientos máximos en el arco. Carga de viento.....	109
Figura 6-6. Desplazamientos máximos en el dintel. Carga de viento	109
Figura 6-7. Variación desplazamientos máximos entre modelos en el arco. Carga de viento	110
Figura 6-8. Variación desplazamientos máximos entre modelos en el dintel. Carga de viento	110
Figura 6-9. Descomposición del momento torsor y flector transversal en ejes globales	112
Figura 6-10. Obtención de la distancia vertical al centro de gravedad	114
Figura 6-11. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/5	115
Figura 6-12. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6	115
Figura 6-13. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/10	116
Figura 6-14. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/16	116
Figura 6-15. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/5.....	117
Figura 6-16. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6.....	117
Figura 6-17. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/10.....	118
Figura 6-18. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/16.....	118
Figura 6-19. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/5	120

Figura 6-20. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/5.....	121
Figura 6-21. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/6.6	121
Figura 6-22. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6.....	122
Figura 6-23. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/10	122
Figura 6-24. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/10.....	123
Figura 6-25. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/16	123
Figura 6-26. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/16.....	124
Figura 7-1. Tabla comparación del efecto del esfuerzo cortante según la relación flecha-luz. Trabajo Fin de Grado Antonio Domínguez.....	127

1. INTRODUCCIÓN

Sería impensable e inaceptable no dar una pequeña introducción acerca de los puentes arcos antes de entrar en el estudio.

1.1. Historia de los Puentes Arcos

Desde la época romana se puede decir que se llevan construyendo arcos en la vida humana. En la época romana se realizaban varias estructuras con forma de arco que se utilizaban para salvar cauces o arroyos incluso en las propias murallas de una ciudad que servían de entrada a la misma. En esta época el material utilizado era la mampostería. Uno de los puentes romanos que más interés despierta, es el Puente Romano de Alcántara, en la localidad de Alcántara salvando el río Tajo para dar continuidad a la carretera regional Ex-117 propiedad de la Junta de Extremadura. Como se puede observar en la imagen inferior, este puente está formado por varios arcos cuyos tímpanos están continuados con mampostería. También se puede apreciar en la zona de arranque y terminación de los arcos, como apoyan estos sobre unas pilas del mismo material y de sección más ancha que los arcos para acabar transmitiendo las cargas al terreno mediante sus zapatas correspondientes.

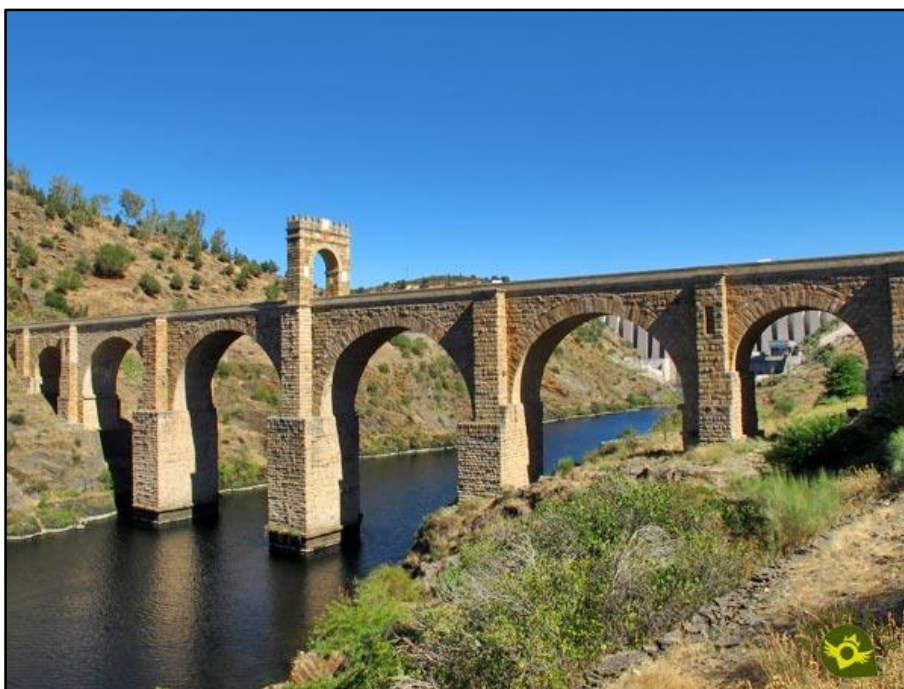


Figura 1-1. Puente de Alcántara. Fuente: Senditur

Recorriendo la zona de Extremadura no se podía quedar en el olvido la ciudad romana de Mérida, denominada en tiempos romanos como, Emérita Augusta. En esta ciudad también se encuentra la misma tipología de puente arco, sin embargo, en este puente se puede observar unas tajeas en los

arranques y finales de los arcos contiguos. Este elemento era utilizado en esta época para aumentar la capacidad de paso del caudal del río y evitar grandes empujes sobre los arranques de los arcos.



Figura 1-2. Puente romano de Mérida. Fuente: El periódico de Extremadura

En la actualidad el puente arco ha sufrido un parón en su construcción debido a la aparición del pretensado que permite la construcción de puentes rectos de gran luz y el puente atirantado. Estas tipologías pueden salvar luces de 200 a 500 metros incluso llegando a los 1.000 metros de luz (Manterola Armisen, 2006). Otra de las dificultades, que menciona Javier Manterola, que ha influido en su bajo uso ha sido la utilización de grandes cimbras en lugares de difícil acceso, grandes valles o cursos de agua. Un avance constructivo importante que relanzó los puentes arcos fue la construcción de avance en voladizo. Las luces salvadas hasta la actualidad oscila entre los 100 y 400 metros.



Figura 1-3. Puente Krk en Croacia. Luz de 390 metros

Uno de los puentes arcos de reciente construcción se encuentra sobre el río Tajo en la Línea de Alta Velocidad Madrid-Extremadura-Frontera Portuguesa. El arco presente en este viaducto tiene una luz de 324 metros de longitud, situándole en el segundo puesto de puentes arcos para líneas de alta velocidad en cuanto a longitud salvada.



Figura 1-4. Puente arco viaducto LAV Madrid-Extremadura-Frontera Portuguesa

1.2. Tipologías de puentes arcos

Desde el punto morfológico se encuentran 3 tipologías diferentes:

- Puente arco con tablero superior



Figura 1-5. Puente de Alconétar en la autovía A66 (Cáceres)

- Puente arco con tablero intermedio



Figura 1-6. Puente de la Vicaria sobre el embalse de la Fuensanta (Yeste, Albacete)

- Puente arco con tablero inferior



Figura 1-7. Puente de la Barqueta (Sevilla)

Nótese las diferentes construcciones dentro de cada tipología al igual que el material empleado en cada una de ellas encontrando puentes arcos de hormigón hasta puentes de arcos metálicos situándose entre estos dos tipos de materiales una construcción mixta.

En el presente estudio la tipología a estudiar es el puente arco de tablero superior construido con hormigón.

2. OBJETIVO DEL ESTUDIO

El objetivo del estudio es ver la respuesta de los puentes arco ante la solicitación de carga excéntricas. Este tipo de cargas provocara en la estructura esfuerzos de torsión. Para ver cómo responde este tipo de estructura lo que se ha realizado ha sido crear diferentes modelos variando su relación flecha/luz.

Existe ya un estudio realizado por el autor Antonio Domínguez modelizado con elementos barras que ha servido de base para obtener las condiciones de contorno de los modelos. En este estudio se cuidó que las tensiones normales a la sección transversal mediante una determinada fórmula en la que se obtiene el axil en la clave cuando la carga predominantes es una carga uniformemente repartida como podría ser el peso propio. A partir de las tensiones normales se obtuvieron las diferentes secciones para los diferentes modelos permaneciendo constante el canto de la sección. Cuando la flecha se hacía menor se obtenían secciones de mayor ancho.

En este estudio se ha cuidado con más detalle la obtención de las secciones. Se ha mantenido la premisa que mantuvo Antonio Domínguez, mantener constantes las tensiones normales a la sección transversal, pero también se ha mantenido constante, para todas las secciones de los diferentes modelos, su momento de inercia a torsión y de flexión transversal. Para mantener estos momentos de inercia lo que ha realizado ha sido variar su canto, ancho y espesores de almas y alas superiores de la sección.

Como se ha comentado, los diferentes modelos de Antonio Domínguez fueron modelizado mediante elementos barras. Este tipo de elemento no tiene en cuenta la distorsión de la sección. En el presente estudio se ha tenido en cuenta la distorsión, que Manterola supuso despreciable por la rigidización de la sección transversal, y para ello el elemento de modelización utilizado ha sido el elemento placa.

Por otro lado la rigidez a torsión predomina en el arco con lo cual la mayor rigidez a torsión será soportado por el arco, como ya mencionó Javier Manterola en su libro Puentes II de que el esfuerzo en este tipo de estructura será soportado por el elemento que más rigidez presente a dicho esfuerzo.

3. ESTUDIO DE LAS SECCIONES

Este punto ha sido tratado con mucha delicadeza pues esta parte se puede denominar como el tronco del estudio.

En el Trabajo Fin de Grado de Antonio Domínguez, las secciones establecidas se obtuvieron mediante la hipótesis de mantener las tensiones normales a la sección constante y para ello se fijó el canto de la sección, esto dio lugar a secciones cada vez más anchas a medida que la relación flecha-luz era menor. En este punto se estaba olvidando el mantener la rigidez a torsión y flexión transversal constantes también.

Una vez explicado el “error” cometido se va a proceder a realizar una explicación de cómo se han obtenido las secciones.

En primer lugar se parte de una hipótesis que relaciona el axil que se produce en la clave ante una carga uniformemente distribuida predominante sobre las demás acciones. Destacar que esta fórmula produce aproximaciones mejores cuanto más largo es la estructura y en la que el peso de la misma es la fuerza predominante. La fórmula es la siguiente:

$$N = \frac{P \cdot L^2}{8 \cdot f} \quad (3-1)$$

Donde

- P: Valor de la carga en KN/m
- N: axil en la clave en KN
- L: longitud del arco en metros
- f: flecha del arco en metros

La relación entre las tensiones normales y el axil es:

$$\sigma_{xx} = \frac{N}{A} \quad (3-2)$$

Donde:

- σ_{xx} : tensiones normales a la sección
- A: área de la sección

Introduciendo (3-1) **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**en (3-2) se obtiene:

$$\sigma_{xx} = \frac{P \cdot L^2}{A \cdot 8 \cdot f} \quad (3-3)$$

De la expresión (3-3) pasando el término de la carga P al primer miembro obtenemos:

$$\frac{\sigma_{xx}}{P} = \frac{L^2}{A \cdot 8 \cdot f} \quad (3-4)$$

Como se puede observar en (3-4) lo que se ha realizado ha sido mantener el primer miembro constante ya que los términos de este son constantes y al variar en el segundo miembro la flecha, dato conocido, y el área ya podemos obtener esta última.

En cuanto al momento de inercia transversal, al tratarse de una sección cajón, la expresión es la siguiente:

$$I_{zz} = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{(B - 2t_w)^3 \cdot (H - 2t_f)}{12} \quad (3-5)$$

Siendo:

- B: ancho total de la sección en metros
- H: canto total de la sección en metros
- t_w : espesor de las almas en metros
- t_f : espesor de las alas en metros

El momento de inercia a torsión viene dado por la expresión del manual del software MIDAS siendo esta:

$$I_{xx} = \frac{2 \cdot (b - h)^2}{\left(\frac{b}{t_f} + \frac{h}{t_w}\right)} \quad (3-6)$$

En la que b y h no se deben de confundir con el ancho total y canto total de la sección. Estas dimensiones se corresponden con el ancho abarcado por la línea media y h con el canto abarcado por la línea media, es decir:

$$b = B - 2 \cdot \frac{t_w}{2} = B - t_w \quad (3-7)$$

$$h = H - 2 \cdot \frac{t_f}{2} = H - t_f \quad (3-8)$$

Como se puede observar la expresión (3-6) es función del área encerrada por la línea media, que es lo que ocurre en este tipo de secciones.

Una vez mostrada las expresiones que se han utilizado para obtener las secciones se muestra a continuación los resultados obtenidos:

Caso	f/L	L	f	H	B	t_w	t_f	Área	σ_{xx}/P	b	h	I_{xx}	I_{zz}
1	1/6,6	100	15,152	1,60	4,50	0,20	0,20	2,280	36,18	4,30	1,40	2,54319	5,25790
2	1/5	100	20,000	1,97	4,50	0,23	0,10	1,727	36,18	4,27	1,87	2,54319	5,25790

3	1/10	100	10,000	1,59	4,00	0,18	0,40	3,455	36,18	3,82	1,20	2,54319	5,25790
4	1/16	100	6,250	2,34	3,30	0,10	0,82	5,527	36,18	3,20	1,53	2,54319	5,25790

Tabla 1. Tabla de resultados de las secciones

Estos resultados han sido obtenidos mediante el software EXCEL. A la hora de construir el modelo se han utilizado dos decimales, por tanto parámetros como el momento de inercia a torsión y flexión longitudinal y la constante de la tensión y la carga varían ligeramente, siendo los resultados finales los siguientes:

Caso	f/L	L	f	H	B	tw	tf	Área	σ_{xx}/P	b	h	Ixx	Izz
1	1/6,6	100	15,152	1,60	4,50	0,20	0,20	2,280	36,18	4,30	1,40	2,54319	5,25790
2	1/5	100	20,000	1,97	4,50	0,23	0,10	1,714	36,46	4,27	1,87	2,50868	5,23365
3	1/10	100	10,000	1,59	4,00	0,18	0,40	3,484	35,87	3,82	1,19	2,55729	5,30495
4	1/16	100	6,250	2,34	3,30	0,10	0,82	5,552	36,02	3,20	1,52	2,47701	5,26991

Tabla 2. Resultados secciones adoptados

Como se puede observar los resultados de la Tabla 2 son muy parecidos y los parámetros que se han fijado mantenerse iguales difieren en valores muy pequeños.

Las relaciones entre los diferentes elementos de la estructura, arco y dintel, en cuanto a rigidez a torsión y flexión transversal son las siguientes:

$$\frac{I_{XX\ ARCO}}{I_{XX\ DINTEL}} = \frac{2.54319}{0.250624} = 10,147 \cong 10 \quad (3-9)$$

En cuanto a su rigidez a flexión transversal:

$$\frac{I_{ZZ\ ARCO}}{I_{ZZ\ DINTEL}} = \frac{5.25790}{57.6} = 0,091 \cong \frac{1}{10} \quad (3-10)$$

Se puede observar como la rigidez a torsión en el arco es 10 veces más rígido y a flexión transversal el dintel es 10 veces más rígido.

4. MODELO DE ESTUDIO

Una vez establecidas las dimensiones de las secciones del arco en los diferentes modelos, el siguiente paso ha sido construir los modelos. La construcción de los modelos ha sido en todo momento igual para todos, variando únicamente las dimensiones de la sección del arco y por consiguiente su flecha que influye de manera directa en la longitud de las pilas y la altura la que se va disponer el tablero o dintel.

4.1. Constantes elásticas del material

El material con el que se ha construido el modelo es el hormigón cuyos valores de las constantes elásticas han sido las mismas que las utilizadas en los Trabajos Fin de Grados de los autores Antonio Domínguez y Antonio Martín. Siendo estos:

- Módulo de Young: $3,2836 \cdot 10^7$ KN/m²
- Coeficiente de Poisson: 0,20
- Peso específico: 25 KN/m³

Material Data

General
 Material ID: 1 Name: DIAFRAGMAS

Elasticity Data
 Type of Design: Concrete
 Type of Material: Isotropic Orthotropic
 Steel: Standard: [Dropdown] DB: [Dropdown]
 Concrete: Standard: None Code: [Dropdown] DB: [Dropdown]

Steel
 Modulus of Elasticity: 0.0000e+000 kN/m²
 Poisson's Ratio: 0
 Thermal Coefficient: 0.0000e+000 1/[F]
 Weight Density: 0 kN/m³
 Use Mass Density: 0 kN/m³/g

Concrete
 Modulus of Elasticity: 3.2836e+007 kN/m²
 Poisson's Ratio: 0.2
 Thermal Coefficient: 0.0000e+000 1/[F]
 Weight Density: 25 kN/m³
 Use Mass Density: 0 kN/m³/g

Plasticity Data
 Plastic Material Name: NONE

Inelastic Material Properties for Fiber Model
 Concrete: None Rebar: None

Thermal Transfer
 Specific Heat: 0 Btu/kN*[F]
 Heat Conduction: 0 Btu/m*hr*[F]
 Damping Ratio: 0.05

OK Cancel Apply

Figura 4-1. Valores constantes elásticas del material

Obsérvese que aunque en el nombre del material definido pone diafragmas, para cada parte de la estructura (diafragma, arco, pilas y tablero) se ha creado el mismo material con diferente nombre, para facilitar la selección de cada elemento que la forma.

4.2. Definición de los espesores de los elementos placa

Como el modelo se ha construido con elementos placa lo que se ha tenido que realizar es definir el espesor de las placas. Dependiendo de dónde se ubiquen estos elementos y del modelo a construir se ha utilizado un espesor u otro. Los espesores que no han variado en ningún modelo han sido:

- Espesor de los diafragmas: 20 centímetros
- Espesor de las pilas: 20 centímetros
- Espesor del tablero: 40 centímetros
- Espesores de las almas: diferentes según el modelo relación flecha-luz
- Espesor alas superiores: diferentes según el modelo relación flecha-luz

4.3. Construcción del arco

El primer paso ha sido realizar la construcción del arco con sus diafragmas en las posiciones de las pilas.

Para construir un arco de elementos placas en el software MIDAS es completamente diferente a un modelo de barras. Pues en el modelo de barras dispone de una opción directa para construir el arco. En estos modelos lo que se ha realizado ha sido construir una viga cajón recta de la longitud del arco y se ha realizado un cambio de coordenadas con las expresiones que se citarán.

Un paso previo a la construcción de la viga cajón ha sido establecer las posiciones de los diafragmas en esta viga recta. Como las posiciones de las pilas era la 0-5-10... hasta llegar a la posición 100 metros con un espaciamiento de 5 metros como se puede deducir, a la hora de construir los diafragmas se han posicionado de tal manera que a la hora de realizar el cambio de coordenadas la parte superior del diafragma quede exactamente en las posiciones de las pilas. Esto se ha realizado mediante la construcción de un código con el software MATLAB. Lo que realiza este código es realizar un cambio inverso de coordenadas del arco a la viga recta mediante sucesivas iteraciones. La precisión fijada en las iteraciones ha sido de 10^{-9} metros.

Una vez obtenida las coordenadas de los diafragmas, se construyen estos en primer lugar para proceder a construir la viga recta.

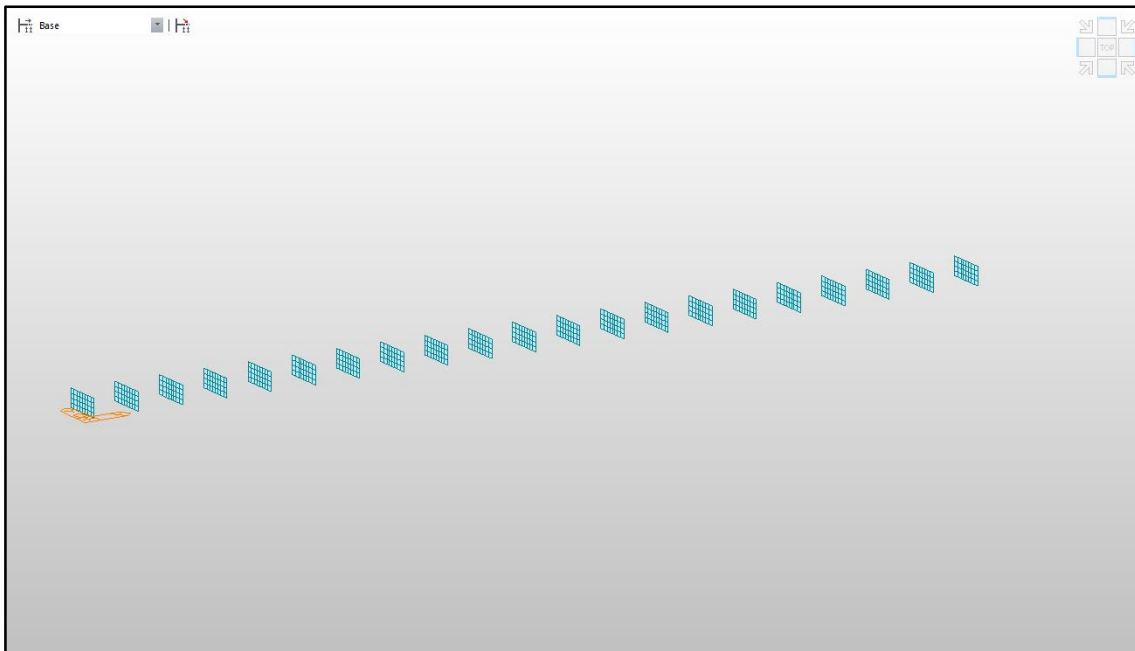


Figura 4-2. Construcción de los diafragmas

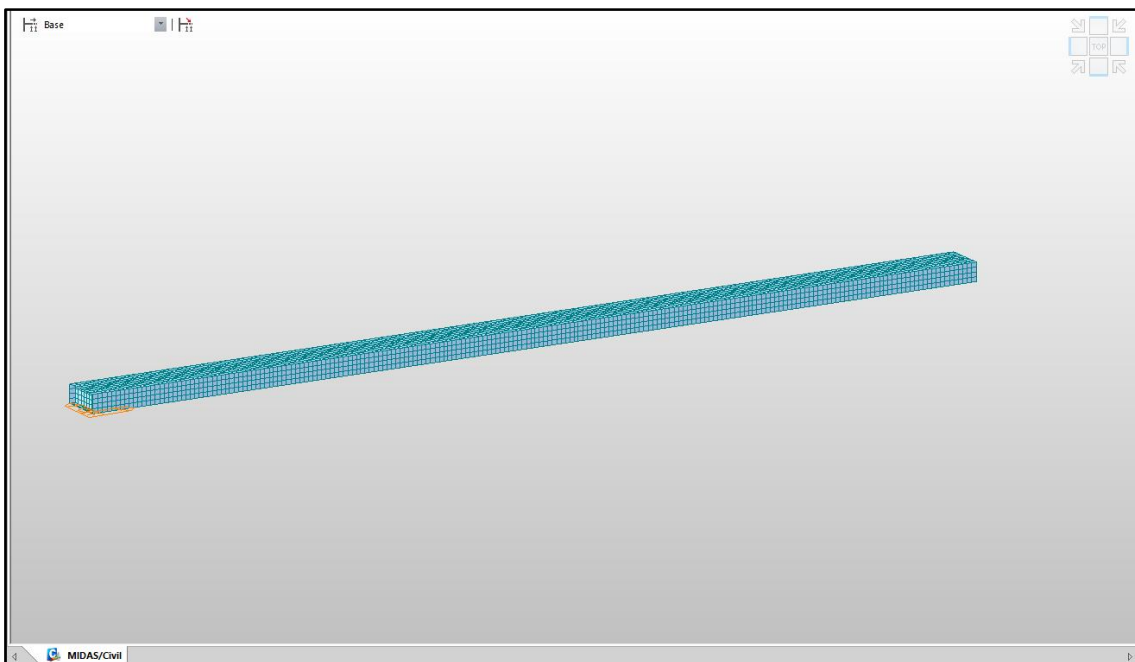


Figura 4-3. Construcción de la viga recta completa

El espacio entre diafragma y diafragma ha sido mallado mediante 10 elementos de los cuales 9 son de 0,5 metros y el restante de una dimensión muy cercana a los 0,5 metros que ha oscilado en una dimensión de 0,48-0,49 metros ya que el espacio en viga recta entre diafragma no es exactamente 5 metros y estas dimensiones van variando muy poco dependiendo de la posición que adquiera en el arco.

En cuanto a las caras laterales se han dispuesto un total de 4 elementos placa y en su cara superior e inferior 8 elementos placa en cada una. Conviene matizar como se ha distribuido en la cara superior e inferior este espaciado. El procedimiento seguido ha sido centrar la pila en el centro del arco y por consiguiente la franja que ocupa esta, 2 metros de ancho, que se ha dividido en 4 partes de 0,5

metros. Como todas las secciones tienen más de dos metros de ancho quedan dos franjas laterales de un espacio “x” cada una. Este espacio denominado “x” ha sido dividido en dos elementos cada franja sumando las 4 partes restantes.

La forma de construir la viga recta ha sido realizando primeramente un marco de barras con las divisiones de las caras antes mencionado y utilizando la herramienta de extrusión de transformar barras en elementos placa.

Una vez realizada la viga recta junto con sus diafragmas el siguiente paso ha sido realizar el cambio de coordenadas para obtener el arco. Cada elemento placa consta de unos nodos, los cuales tienen unas coordenadas espaciales en el espacio de MIDAS. El primer paso ha sido establecer la ecuación de la parábola que va a definir el arco en función de su flecha y su luz. Esta expresión ha sido fácilmente deducible haciendo pasar la parábola por el punto (0,0) por un segundo punto de coordenadas (L/2, f) y por último un tercer punto de coordenadas (L, 0). Resolviendo este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se llega a la expresión siguiente:

$$z = ax^2 + bx + c = -\frac{4f}{L}x^2 + \frac{4f}{L}x + 0 \quad (4-1)$$

El término independiente c es igual a cero pues la parábola tiene su inicio en el punto 0,0. Una vez definida la ecuación de la parábola que define el arco, la siguiente expresión es la derivada de dicha expresión para poder obtener en cada sección el ángulo que forma su tangente, normal a la sección, con la horizontal para realizar el cambio de coordenadas.

$$z' = \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{8f}{L^2}x + \frac{4f}{L} \rightarrow \alpha = \text{atan}(z'(x_0)) \quad (4-2)$$

Para comprender mejor este cambio de coordenadas, realizado en hoja de EXCEL, se han calculado el ángulo definido en la expresión (4-2) y una nueva variable denominada z_{eje} que consiste en introducir la coordenada x en la parábola en sí utilizando la expresión (4-1) pero a la que ya se le suma su canto dividido entre dos para tener referenciada la directriz del arco en el centro de la sección, es decir:

$$z_{eje} = \frac{4f}{L}x^2 + \frac{4f}{L}x + \frac{\text{canto}}{2} \quad (4-3)$$

Llegados a este punto se obtienen las secciones completamente perpendiculares al eje x global de la estructura. En el arco las secciones deben de ser perpendicular a la directriz del arco por tanto sus coordenadas “x”-“z” deben cambiar, en cambio, la “y” permanece sin ningún tipo de cambio pues esta coordenada define la profundidad en la sección. Por tanto las ecuaciones que finalmente transforman la viga recta en arco son:

$$x_{\text{arco}} = x_{\text{viga}} - \left(z_{\text{viga}} - \frac{\text{canto}}{2} \right) \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (4-4)$$

$$y_{\text{arco}} = y_{\text{viga}} \quad (4-5)$$

$$z_{\text{arco}} = z_{\text{eje}} + \left(z_{\text{viga}} - \frac{\text{canto}}{2}\right) \cdot \cos(\alpha) \quad (4-6)$$

Una vez transformada las coordenadas de la viga recta, el proceso a seguir ha consistido en copiarlas y pegarlas en la tabla que recoge los nodos con sus componentes de coordenadas en MIDAS y de esta manera se realiza el cambio final obteniendo como resultado el arco que se muestra en la Figura 4-4.

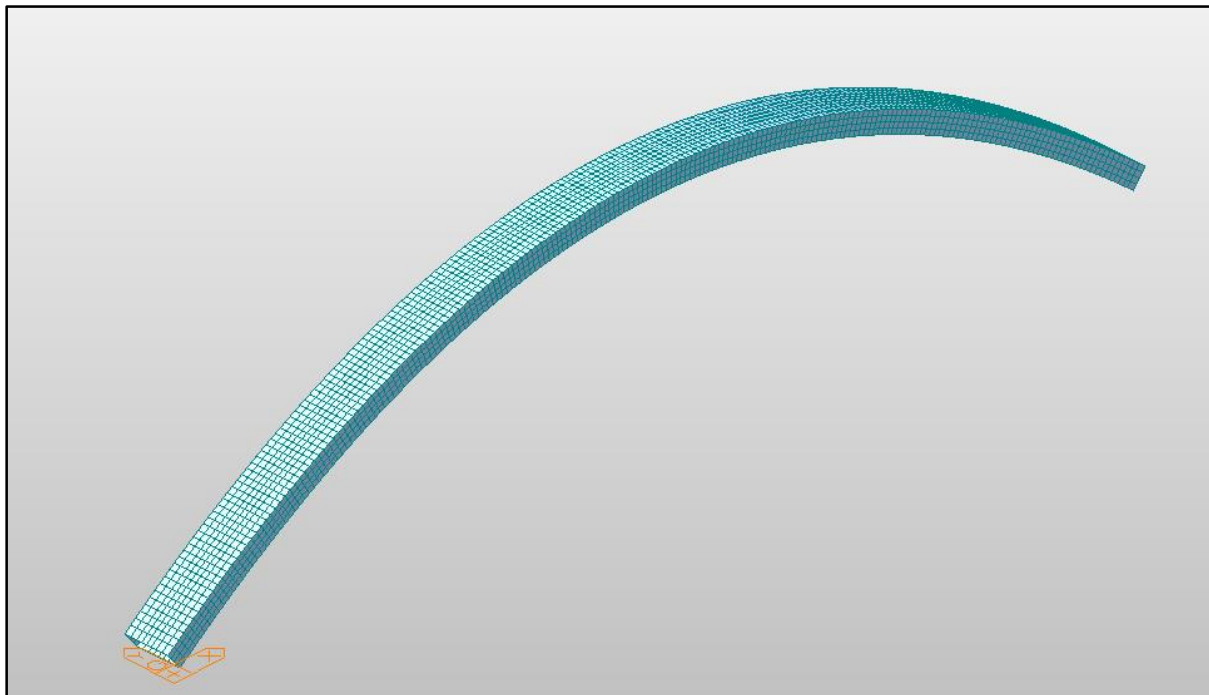


Figura 4-4. Resultado del cambio de transformación de coordenadas

4.4. Construcción de pilas

El paso siguiente a la construcción del propio arco ha sido la disposición de las pilas. La peculiaridad en este paso en los diferentes modelos ha consistido en obtener la altura final de todo el conjunto de pilas. Para ello se decidió en la posición de la clave del arco de disponer la cabeza de la pila sin ninguna longitud en su fuste. La cabeza adoptada consiste en una zona de transición de altura 0,20 metros que pasa de los 0 metros a 5 metros a ambos lados (recuérdese que esta linealidad comienza a partir del fuste, 2 metros en total, hasta llegar a 5 metros para cada lado para conseguir los 12 metros de ancho en la cabeza de la pila).

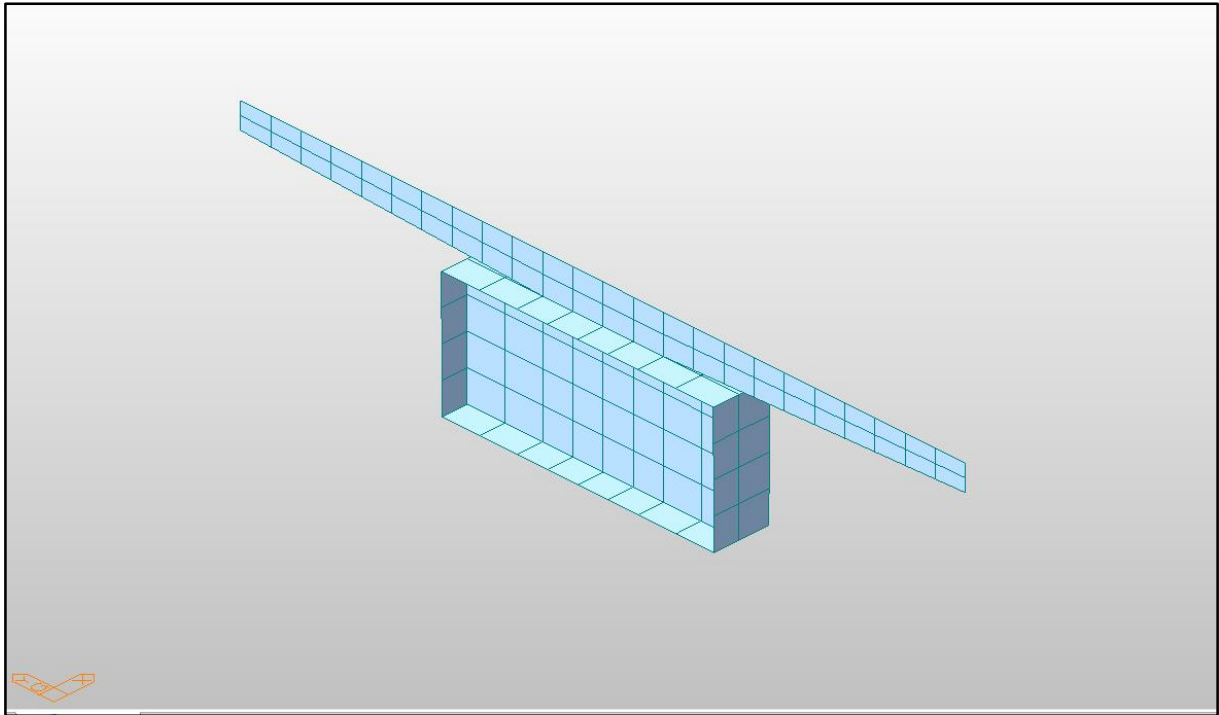


Figura 4-5. Pila en la clave del arco

En cuanto al tramo de acercamiento al arranque del arco se han dispuestos pilas en forma decreciente de altura desde el arranque del arco hasta los estribos. En total se ha dispuesto seis pilas de forma simétrica en ambos lados. Conviene matizar en este punto que dichas longitudes son diferentes para cada modelo ya que quien marca la cota superior de las pilas es la cota de la cara superior del arco en la clave, que lógicamente, tendrá mayor altura a mayor relación flecha/luz. En la siguiente tabla se hace un resumen de las longitudes de las pilas del tramo de acercamiento al arco.

Modelo	Pila 1	Pila 2	Pila 3
1/5	13,57	16,57	19,57
1/6.6	8,35	11,35	14,35
1/10	6,19	8,19	10,19
1/16	5,69	6,69	8,19

Tabla 3. Longitudes de pilas del tramo estribo-arranque del arco

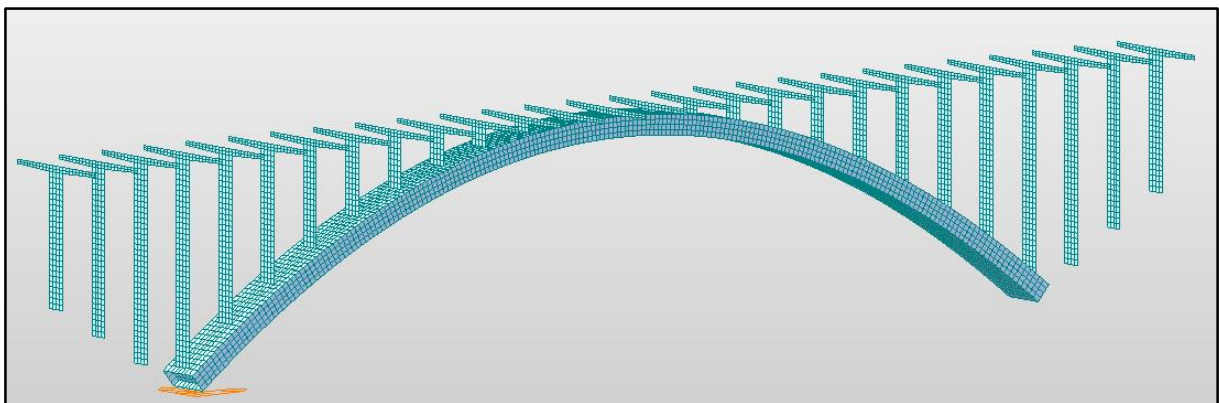


Figura 4-6. Construcción del arco y pilas

En el modelo 1/16 se da la casuística de que la última pila del tramo de acercamiento es más larga que la primera pila que nace en el arco. Esto surgió del hecho de obtener unas pilas aproximadamente iguales en cuanto a la relación de longitud decreciente.

Como se puede apreciar respecto a su sección estas pilas son más rígidas a flexión transversal que a flexión longitudinal.

4.5. Construcción del tablero

En cuanto al tablero ha consistido en disponer un elemento placa de pila a pila. Este tablero dispone de una longitud total de 140 metros, 20 metros a cada lado del arco. Una vez dispuesto una placa de pila a pila de longitud 5 metros y anchura 12 metros se ha dividido en su eje local x e y en elementos de 0,5 metros por 0,5 metros estando por tanto el tablero formado por un total de 6720 elementos placas de área $0,25 \text{ m}^2$ de 0,40 metros de espesor.

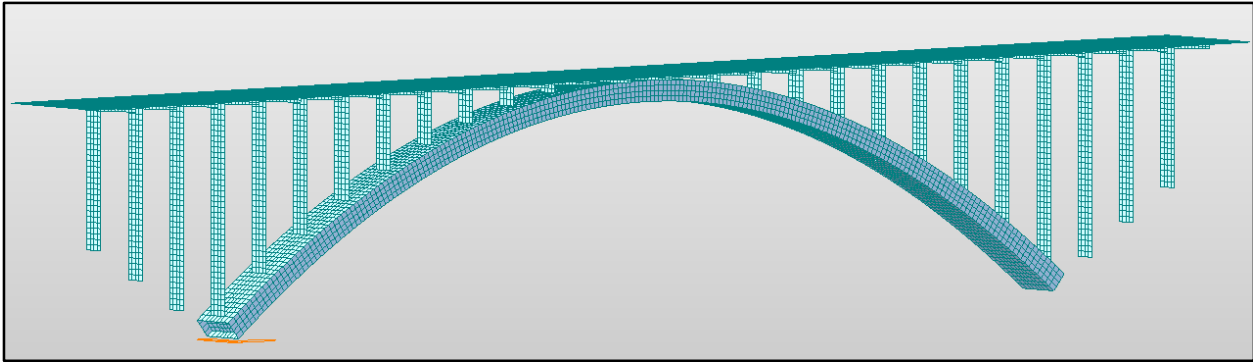


Figura 4-7. Construcción de la geometría completa del arco

4.6. Condiciones de contorno

Una vez construido el tablero ya se tiene por completo el modelo construido geoméricamente hablando. El siguiente paso ha consistido en introducir sus condiciones de contorno. Estas condiciones de contorno han sido las mismas que introdujeron Antonio Martín y Antonio Domínguez.

- Arranque del arco: Restringido todos sus giros y desplazamientos en todas las direcciones (totalmente empotrado).
- Estribos: Permitido desplazamiento en la dirección x global y restringido en las otras dos direcciones. En cuanto a los giros se permite en los ejes z e y pero no se permite en el eje x.
- Pilas del tramo de acercamiento: igual que en los arranques del arco, totalmente empotradas.

En cuanto a la restricción en el alabeo esto no supone nada para estos modelos ya que están construido con elementos placa y esta condición de contorno es aplicable para el elemento barra.

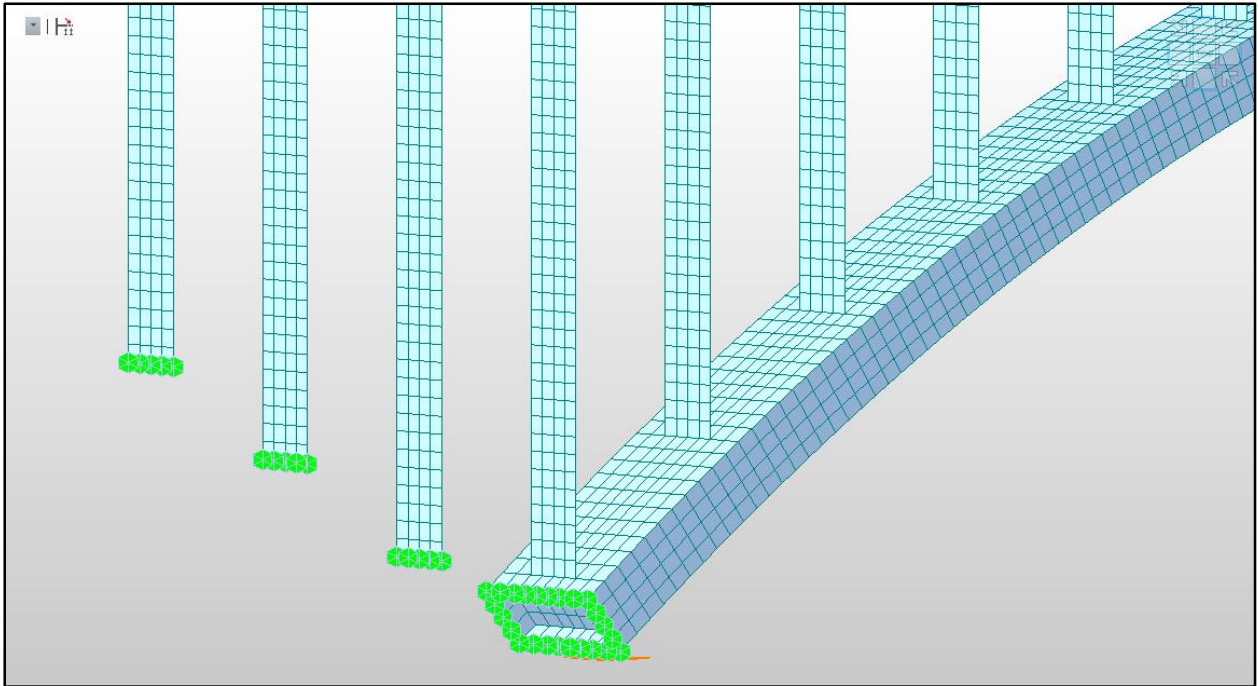


Figura 4-8. Condiciones de contorno en las pilas del tramo de acercamiento y del arranque del arco

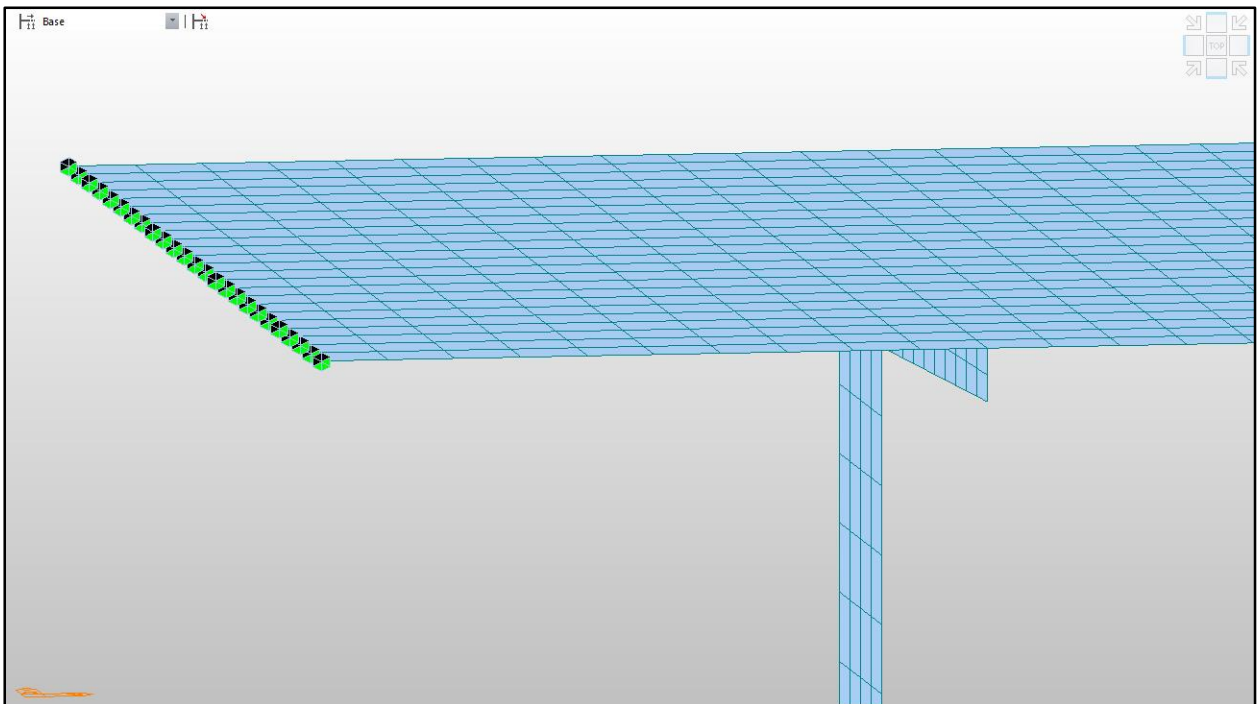


Figura 4-9. Condiciones de contorno en el estribo

4.7. Definición de las cargas

Es en este paso es donde se puede observar una diferencia entre los diferentes casos de carga en cuanto a construcción del modelo dentro de una misma relación flecha/luz, aunque realmente los dos casos de carga han sido definidos en el mismo modelo.

En cuanto al caso de carga excéntrica se ha decidido disponer la sobrecarga sobre una mitad del tablero a lo largo de todo el tablero de 2.4 Tn/m. Conviene matizar de donde proviene este resultado. En el modelo que realizó Manterola dispuso una sobrecarga de 3.6 Tn/m en una mitad del tablero y de otra en todo el tablero de 1.2 Tn/m. Esta última carga se debía al peso propio de la losa y demás que supuso Manterola. En este estudio se decidió disponer únicamente la diferencia, ya que el propio peso se ha tenido en cuenta combinándola con el caso de carga de peso propio. Por tanto si se convierte esta carga resultante de 2.4 Tn/m a KN/m resulta una carga de 23.52 KN/m. Al haberse modelizado con elementos placas, las cargas en el modelo hay que definir las como carga de superficie, por tanto la carga que hay que disponer por elemento placa es de 3.92 KN/m² resultado de dividir la carga de 23.52 KN/m entre los 6 metros de tablero.

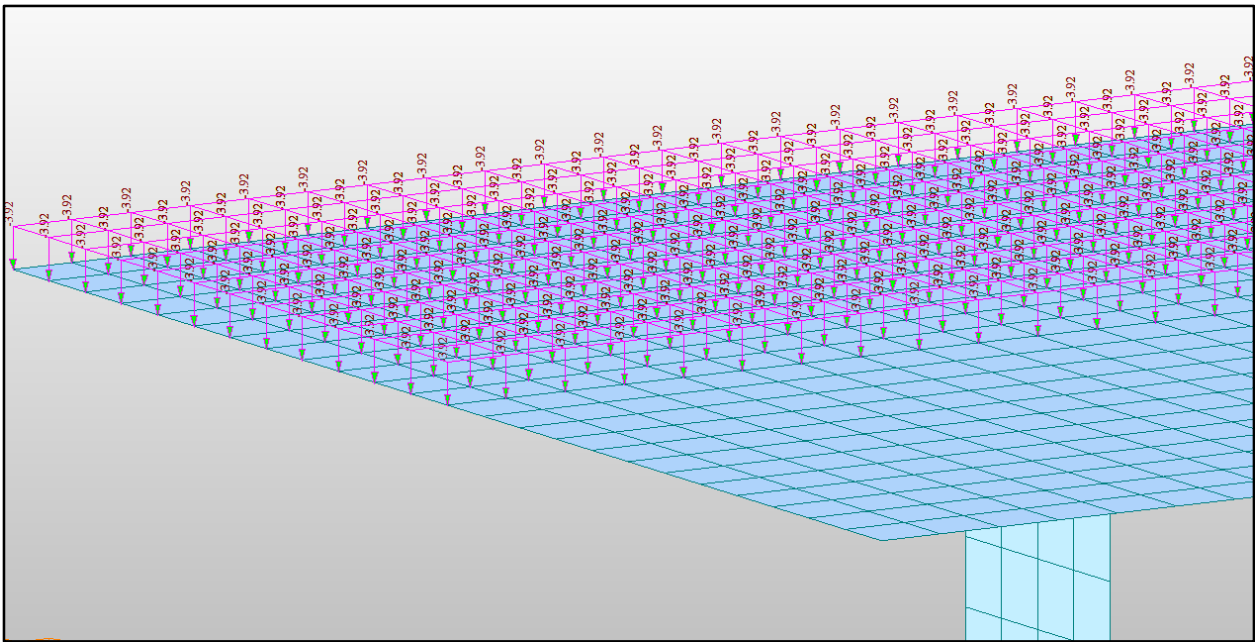


Figura 4-10. Carga excéntrica aplicada en uno de los modelos

En cuanto a la carga de viento, se han dispuesto los valores que utilizó Manterola en sus modelos. Manterola en sus modelos aplicaba una carga de 0.1 Tn/m tanto en tablero como en el arco. En cuanto al tablero al estar modelizado en elementos placas esta carga lineal ha sido modelizado mediante una carga de superficie de 0,082 KN/m². Este resultado proviene de dividir la carga entre los 12 metros de ancho del tablero.

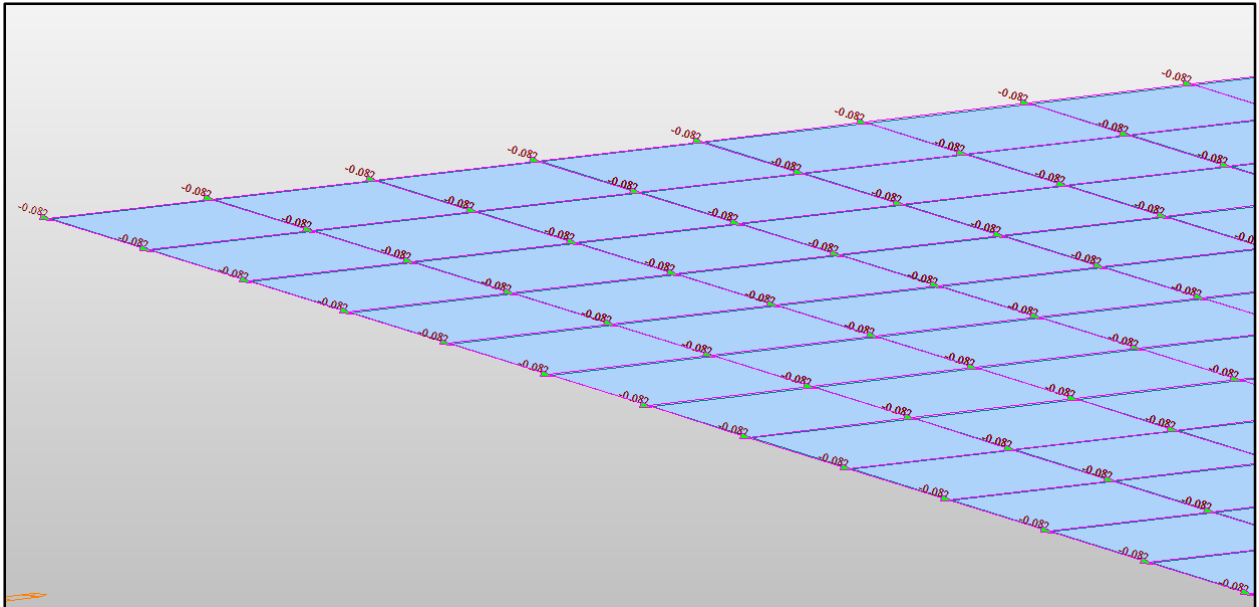


Figura 4-11. Carga de viento aplicada en el tablero

En el arco existe diferencia entre los diferentes modelos en cuanto a la carga aplicada ya que tienen diferente canto aunque la resultante tiene que ser la misma. La carga en superficie aplicada es el resultado de dividir la carga de 0.1 Tn/m entre el canto dispuesta de forma horizontal.

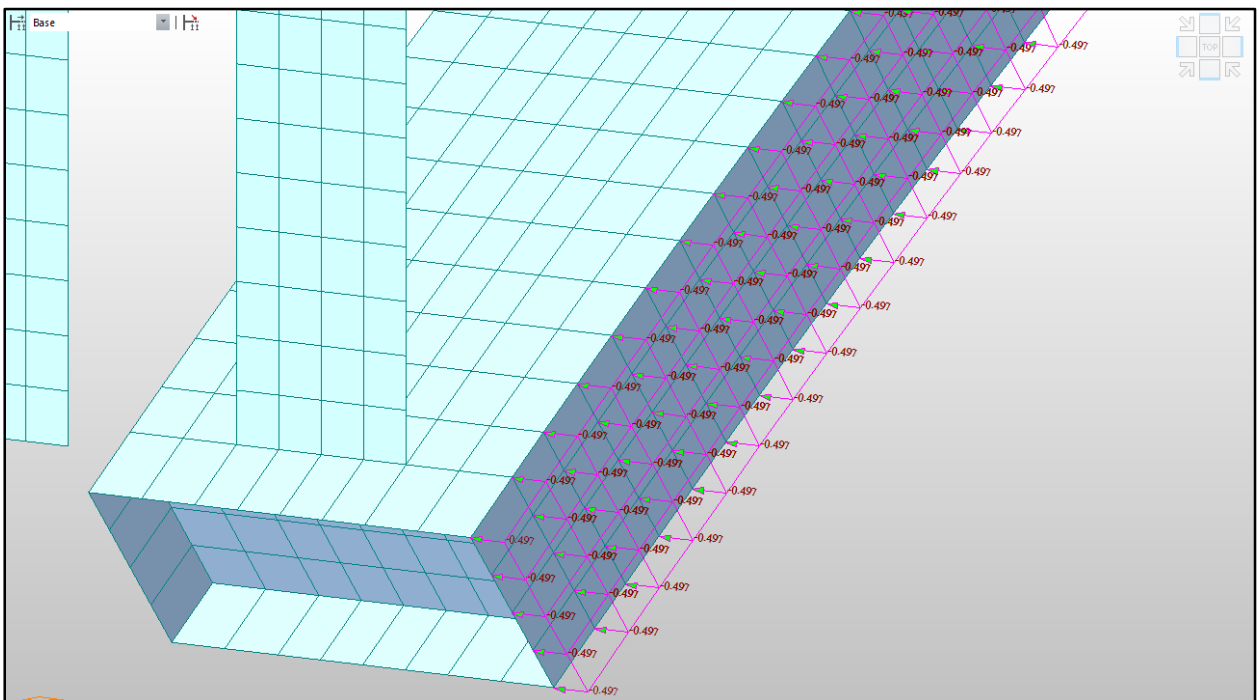


Figura 4-12. Carga de Viento aplicada en el arco

Las cargas de viento han sido aplicas en sentido contrario al eje global "y" de MIDAS al igual que la carga excéntrica ha sido aplicada en sentido contrario al eje global "z".

5. RESULTADOS

En el epígrafe de este estudio se procede a la muestra, comentario y explicación de los resultados obtenidos así como la comparación de los diferentes resultados de los modelos para poder obtener unas conclusiones claras y certeras.

Como se ha explicado anteriormente, en cada modelo se realiza el análisis de la estructura frente a dos tipos de solicitaciones, la carga excéntrica en una mitad del tablero y una carga horizontal de viento dando esta como resultado una acción transversal a la directriz de la estructura y un momento torsor. Por esta razón cada apartado de tratamiento de resultados se subdivide en dos apartados diferentes, uno para analizar la carga excéntrica y otro para la acción transversal, denominada a partir de ahora, carga de viento.

Por otro lado como se tratan cuatro modelos diferentes, los resultados serán mostrados, en el siguiente subcapítulo.

Por otro lado para permitir al lector una mejor apreciación de los resultados conviene matizar el criterio de signos adoptados en los diferentes diagramas de esfuerzos. Los diagramas a mostrar para los diferentes tipos de solicitaciones son:

- **Carga excéntrica**
 - Momento torsor

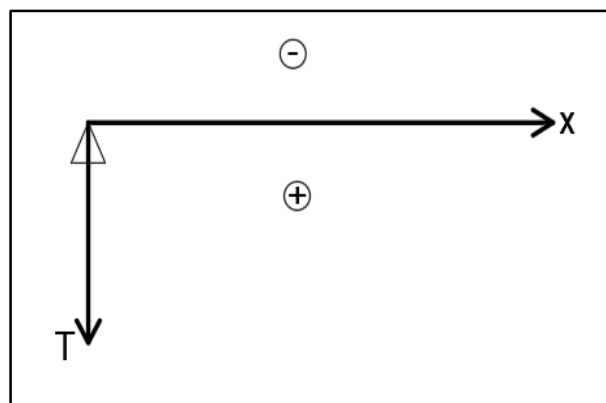


Figura 5-1. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento torsor. Carga excéntrica

- Cortante transversal



Figura 5-2. Criterio de signo diagrama esfuerzo cortante transversal. Carga excéntrica

- Flector transversal

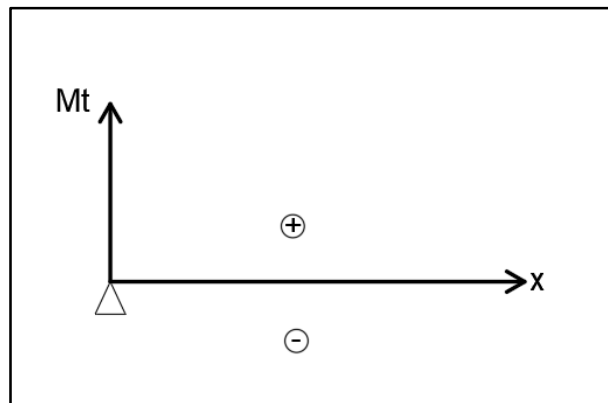


Figura 5-3. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento transversal. Carga Excéntrica

- **Carga de viento**

- Momento torsor



Figura 5-4. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento torsor. Carga de Viento

- Cortante transversal



Figura 5-5. Criterio de signo diagrama esfuerzo cortante transversal. Carga de Viento

- Flector transversal

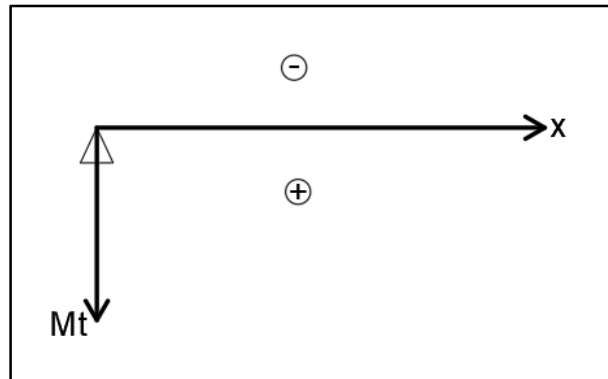


Figura 5-6. Criterio de signo diagrama esfuerzo momento transversal. Carga de Viento

5.1. Exposición de resultados. Carga excéntrica

5.1.1. Modelo relación flecha-luz 1/5

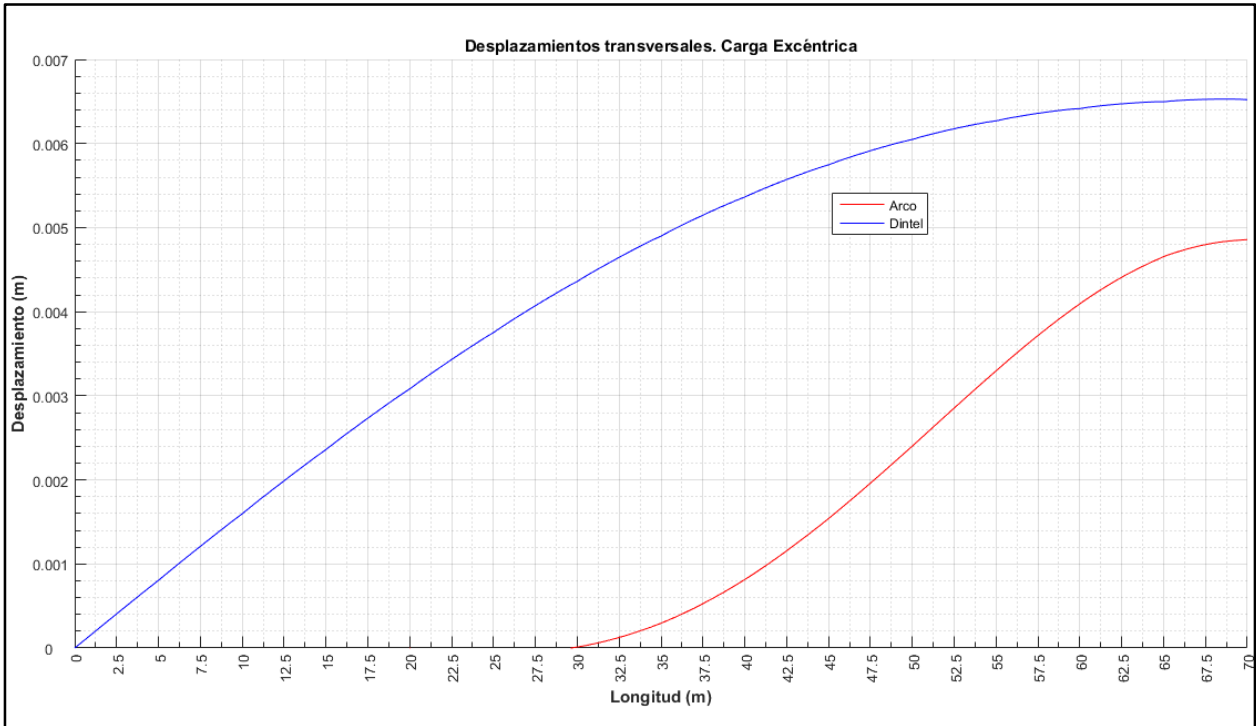


Figura 5-7. Flechas transversales modelo 1/5. Carga excéntrica

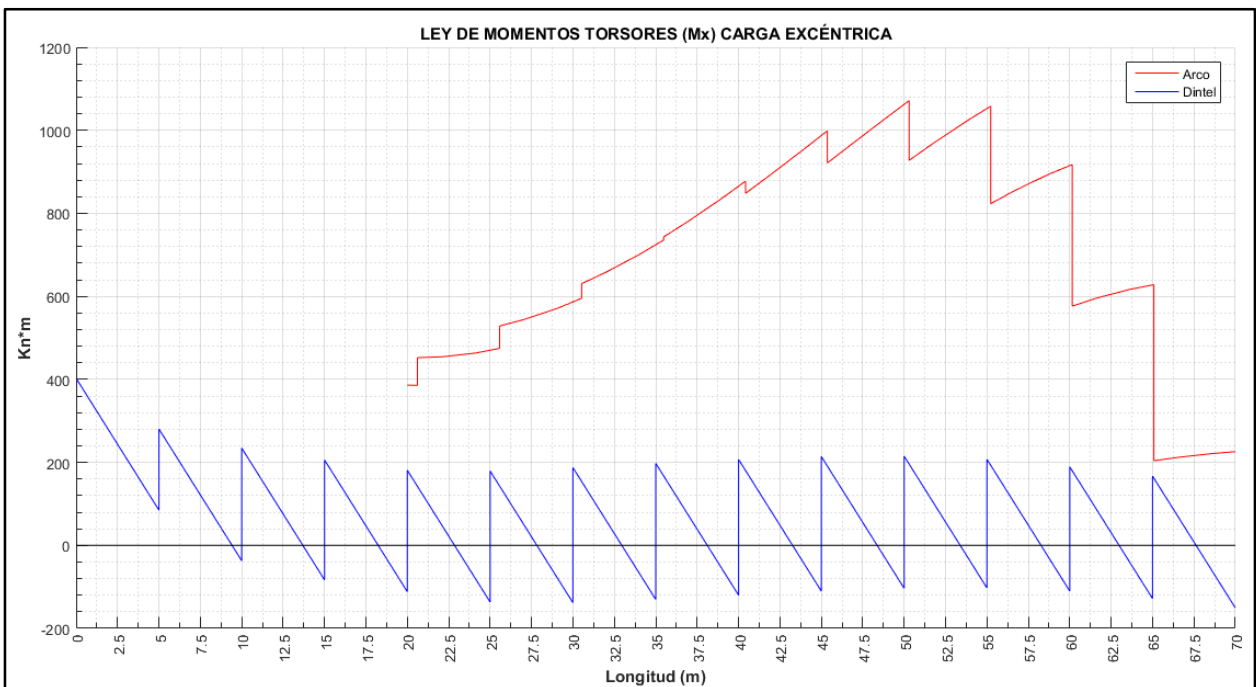


Figura 5-8. Ley de momento torsor modelo 1/5. Carga excéntrica

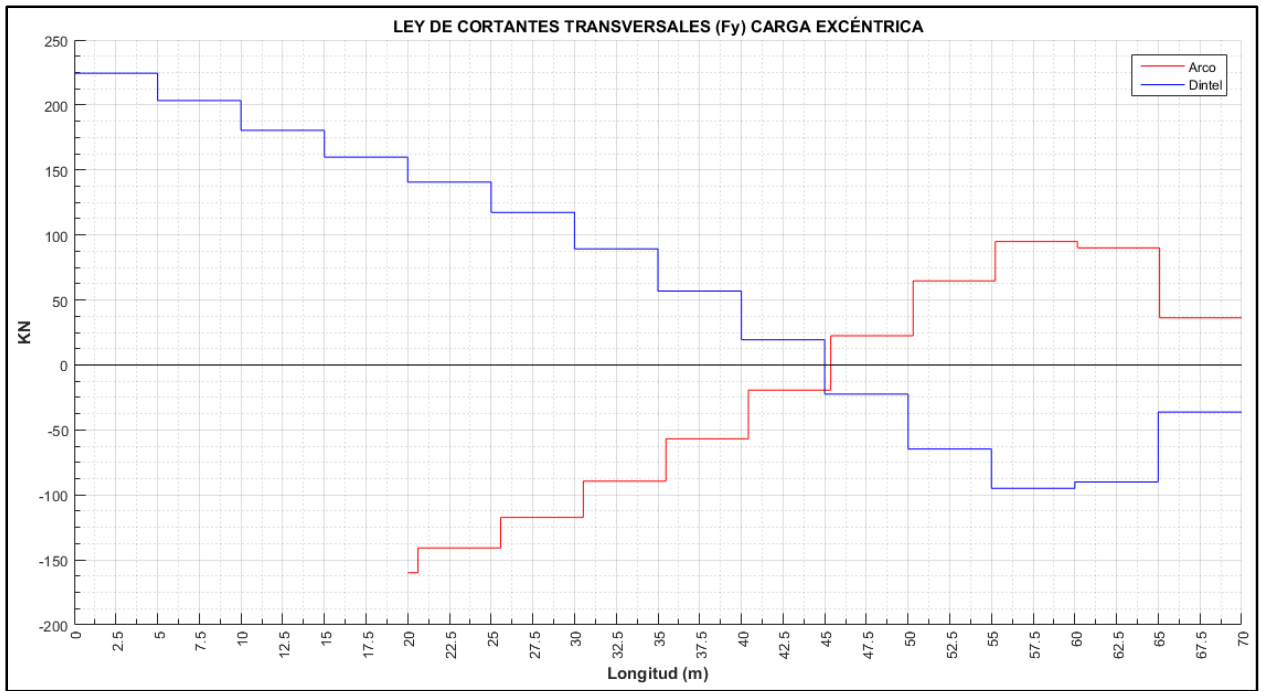


Figura 5-9. Ley de cortante transversal modelo 1/5. Carga excéntrica

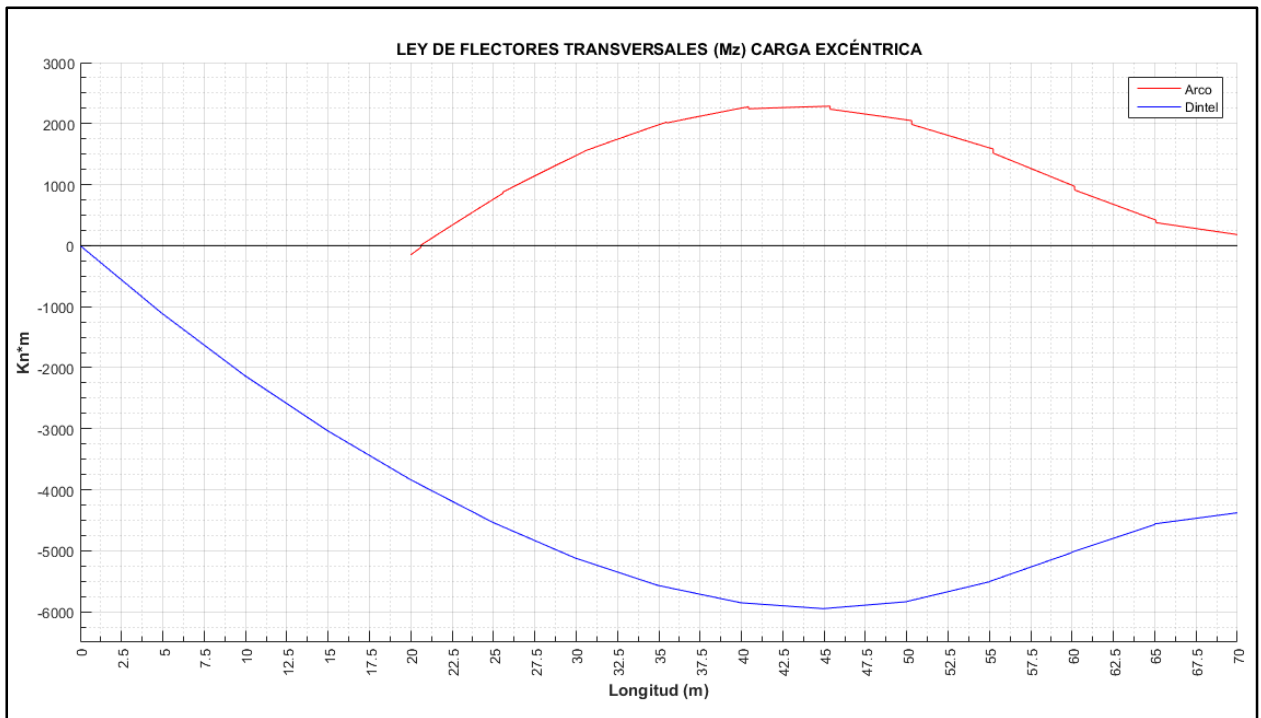


Figura 5-10. Ley de momento flector transversal modelo 1/5. Carga excéntrica

5.1.2. Modelo relación flecha-luz 1/6.6

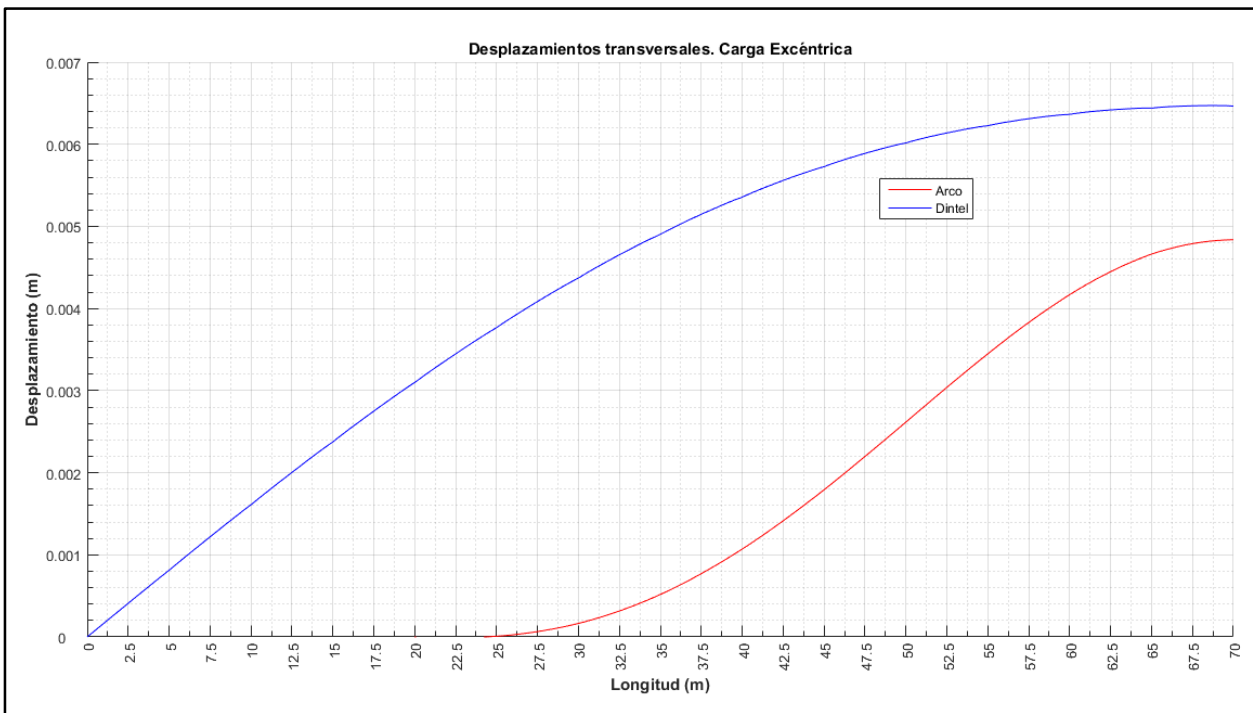


Figura 5-11. Flechas transversales modelo 1/6.6. Carga excéntrica

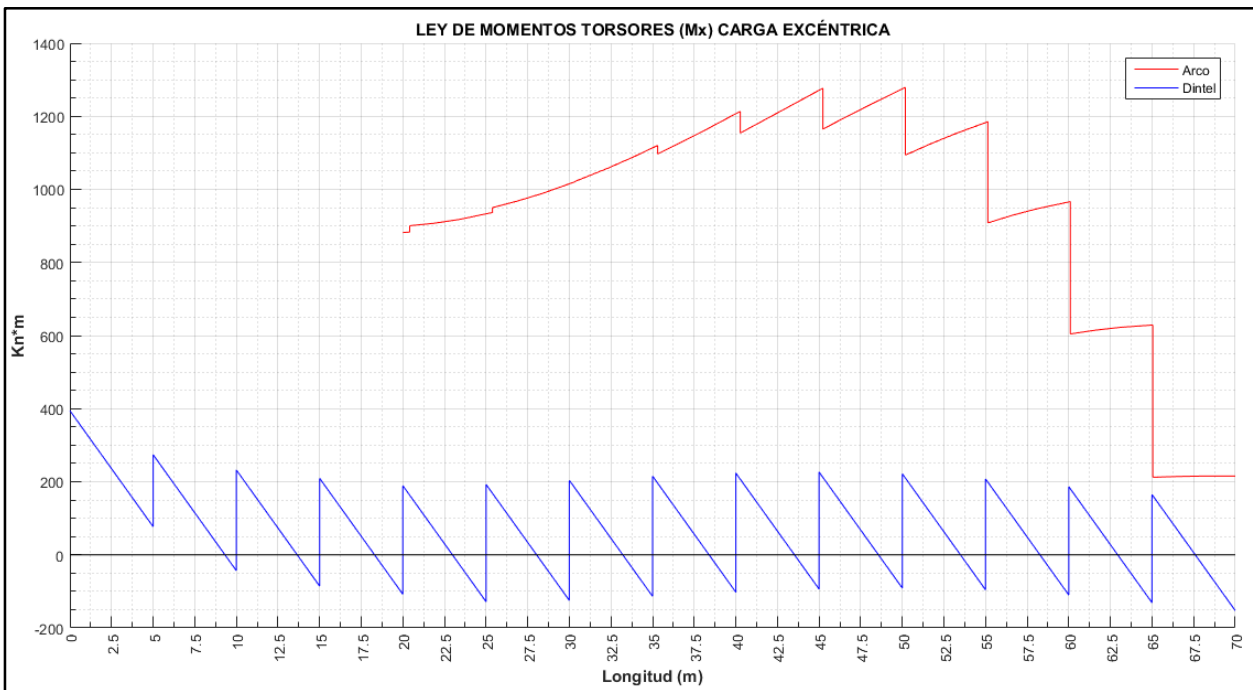


Figura 5-12. Ley de momento torsor modelo 1/6.6. Carga excéntrica

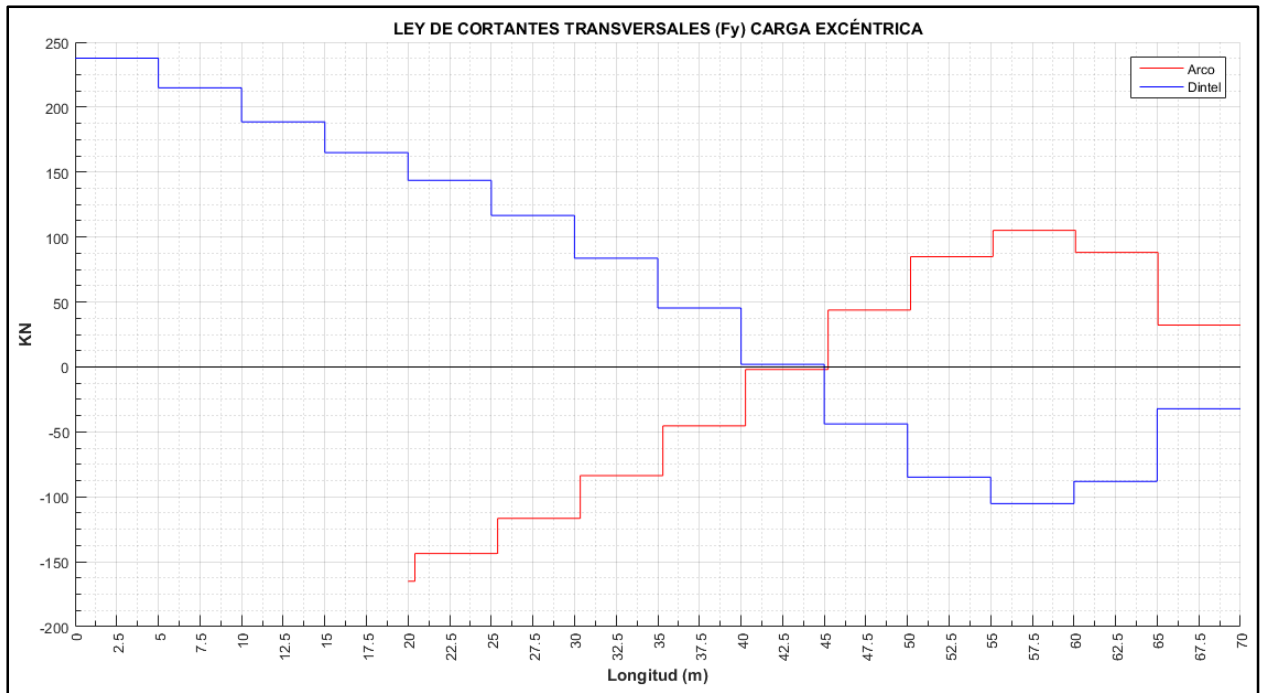


Figura 5-13. Ley de cortante transversal modelo 1/6.6. Carga excéntrica

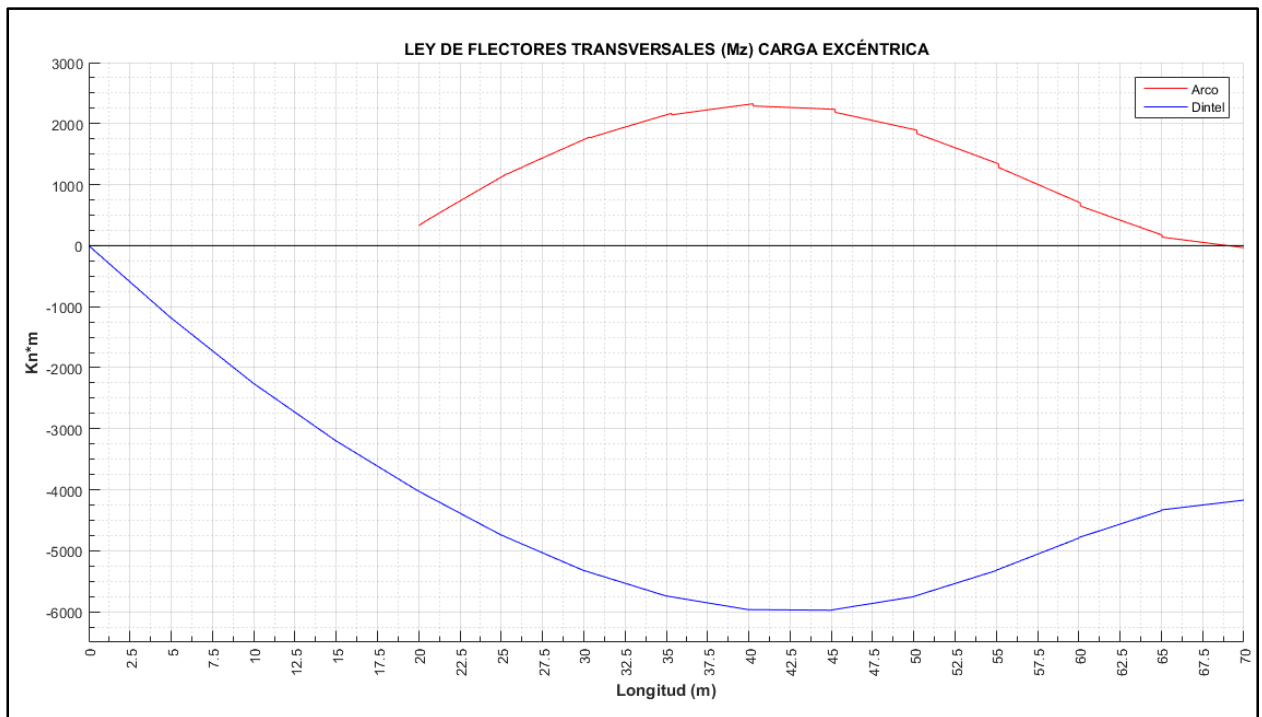


Figura 5-14. Ley de momentos flectores transversales modelo 1/6.6. Carga excéntrica

5.1.3. Modelo relación flecha-luz 1/10

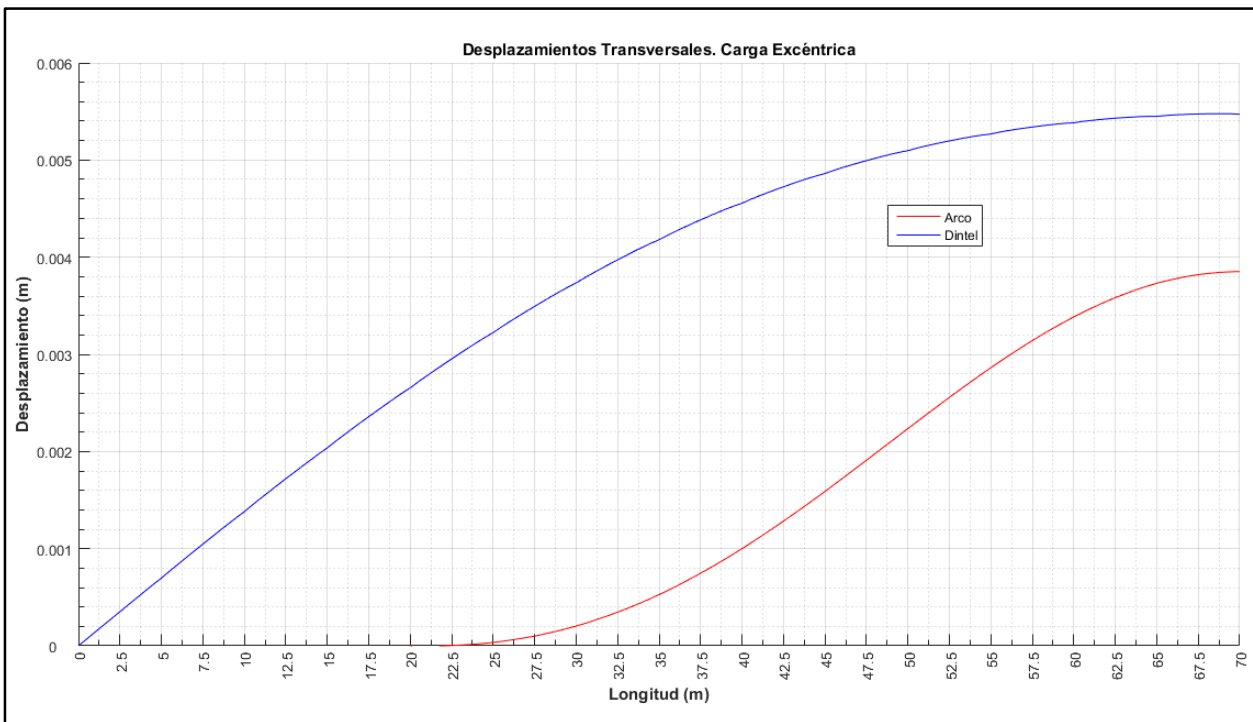


Figura 5-15. Flechas transversales modelo 1/10. Carga excéntrica

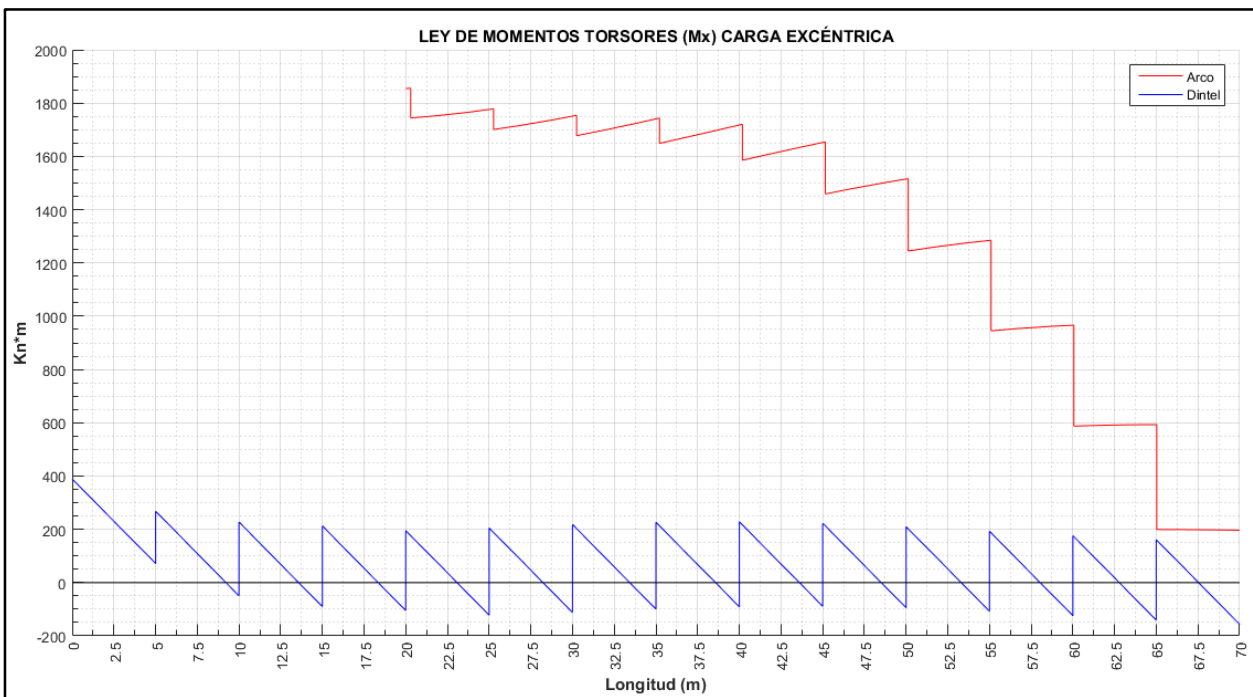


Figura 5-16. Ley de momento torsor modelo 1/10. Carga excéntrica

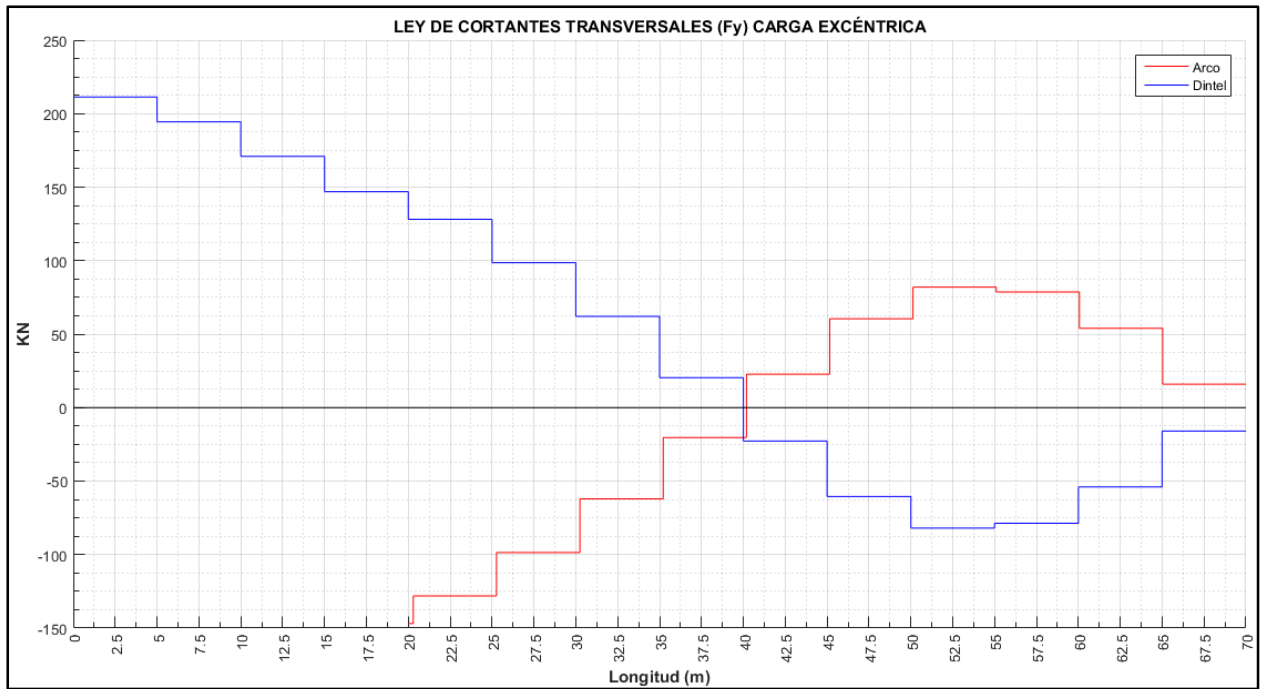


Figura 5-17. Ley de cortante transversal modelo 1/10. Carga excéntrica

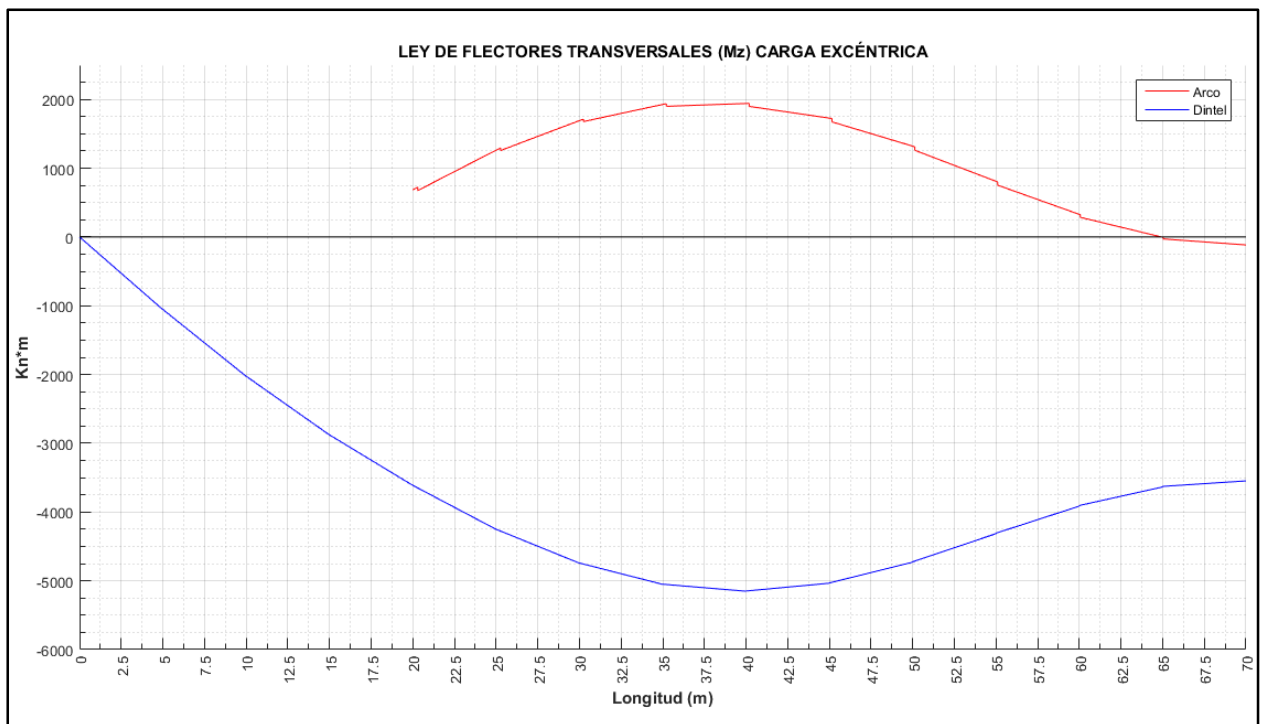


Figura 5-18. Ley de momento flector transversal modelo 1/10. Carga excéntrica

5.1.4. Modelo relación flecha-luz 1/16

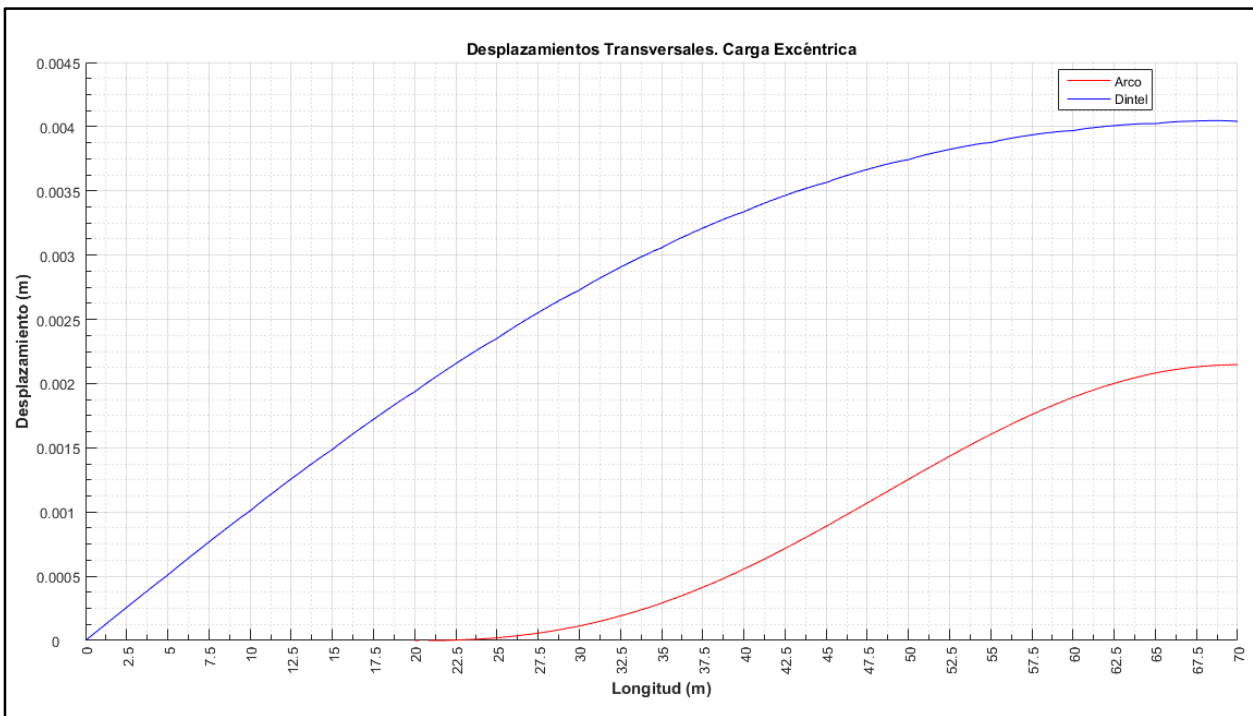


Figura 5-19. Flechas transversales modelo 1/16. Carga excéntrica

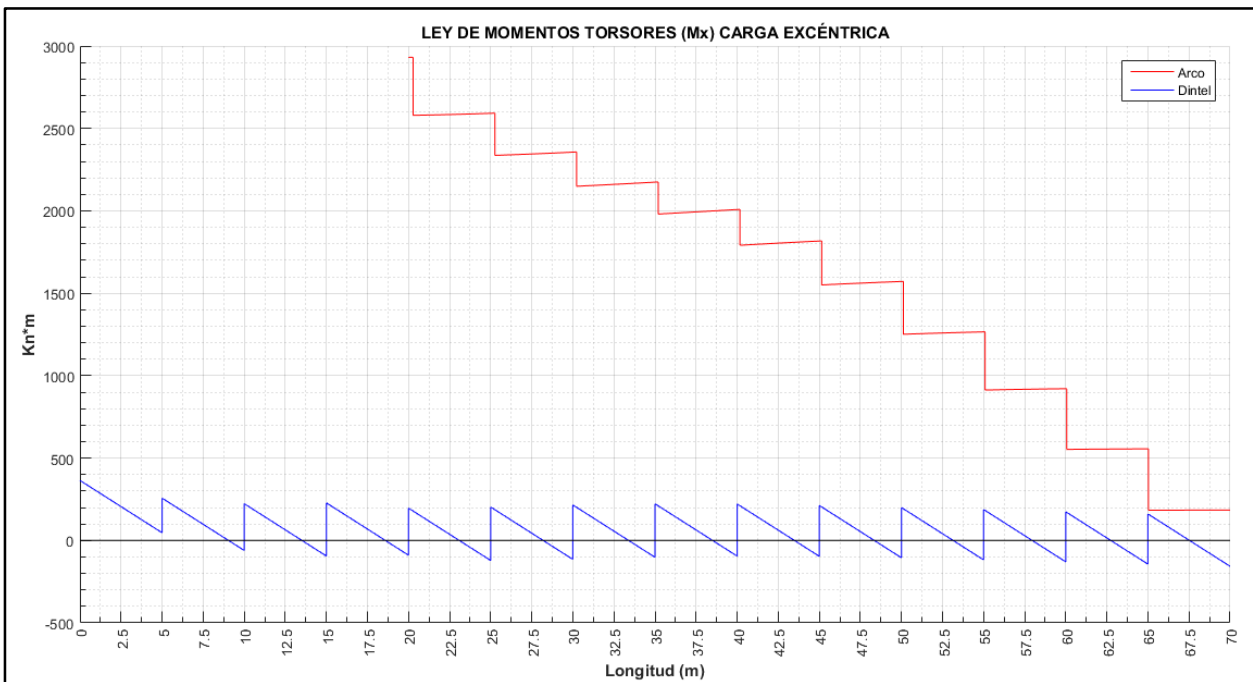


Figura 5-20. Ley de momento torsor modelo 1/16. Carga excéntrica

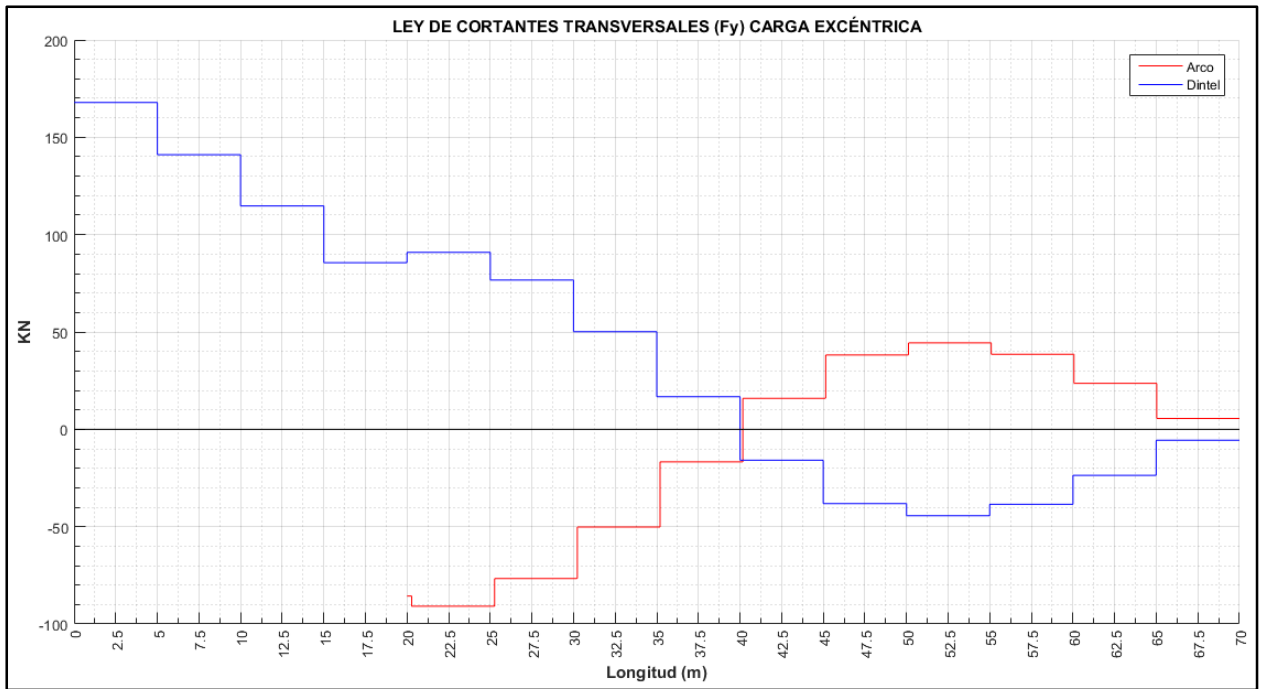


Figura 5-21. Ley de cortante transversal modelo 1/16. Carga Excéntrica

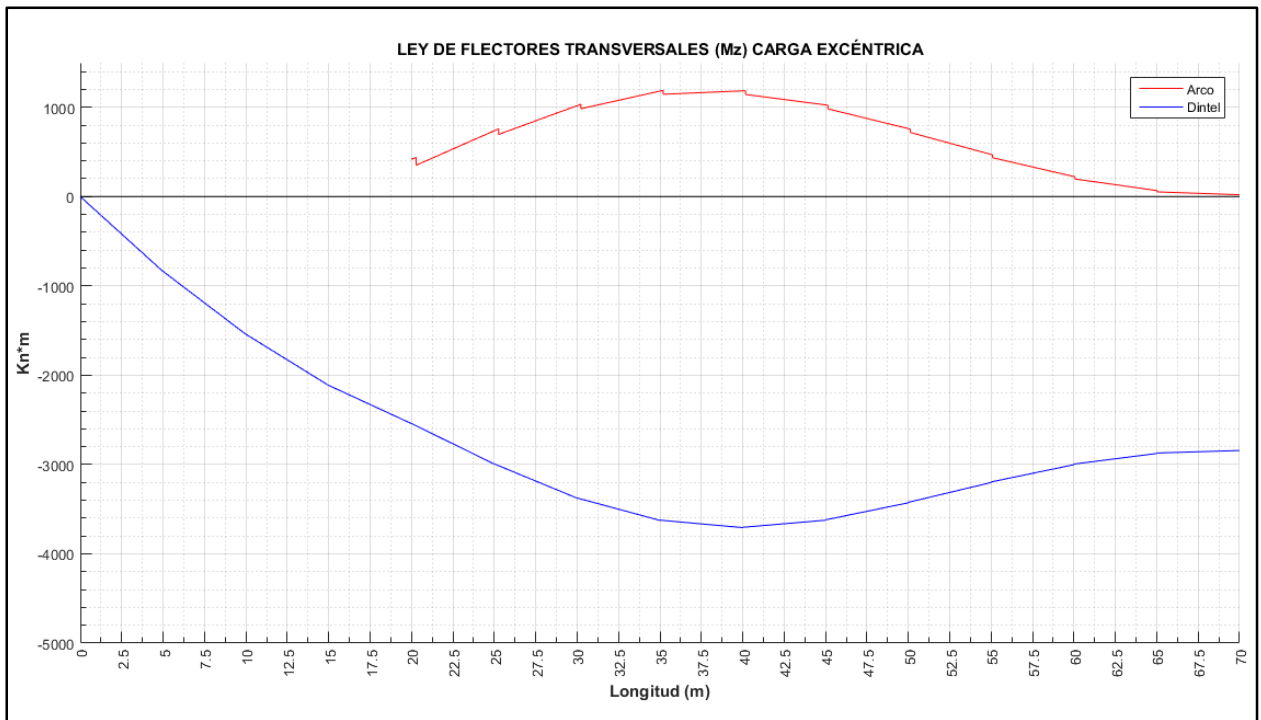


Figura 5-22. Ley de momento flector transversal modelo 1/16. Carga excéntrica

5.2. Exposición de resultados. Carga de viento

5.2.1. Modelo relación flecha-luz 1/5

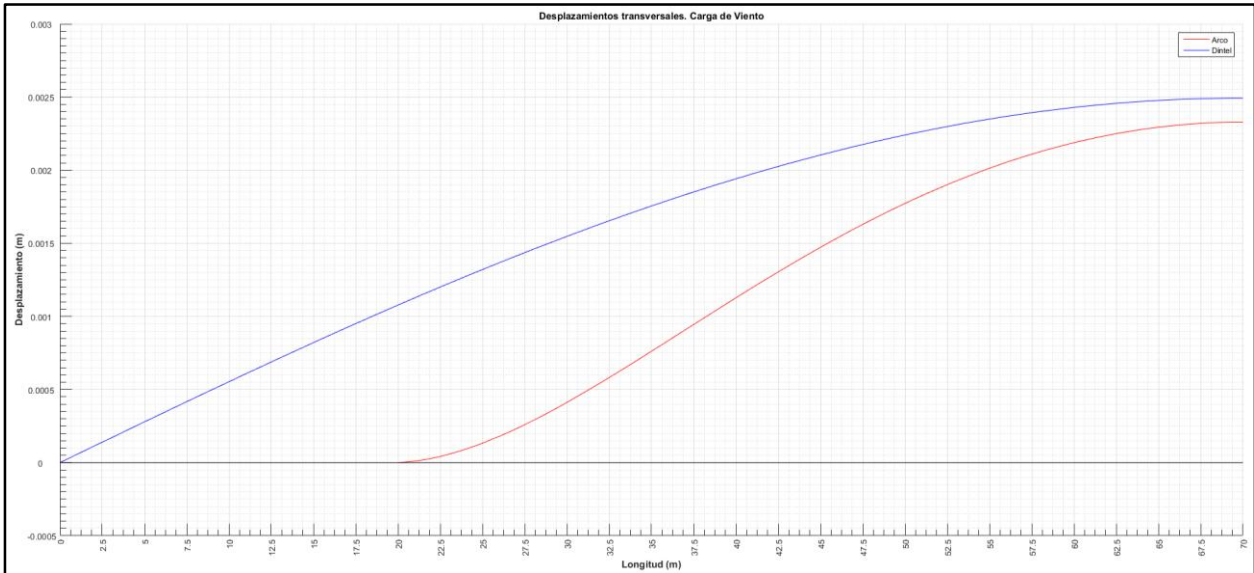


Figura 5-23. Desplazamientos transversales modelo 1/5. Carga de viento

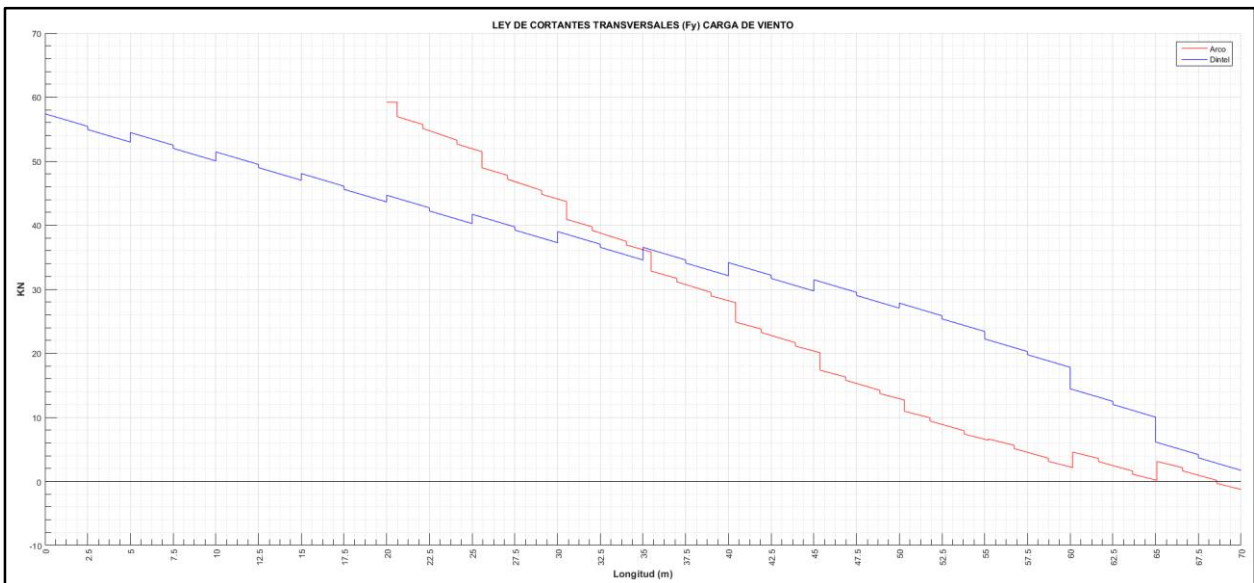


Figura 5-24. Ley de cortante transversal modelo 1/5. Carga de viento

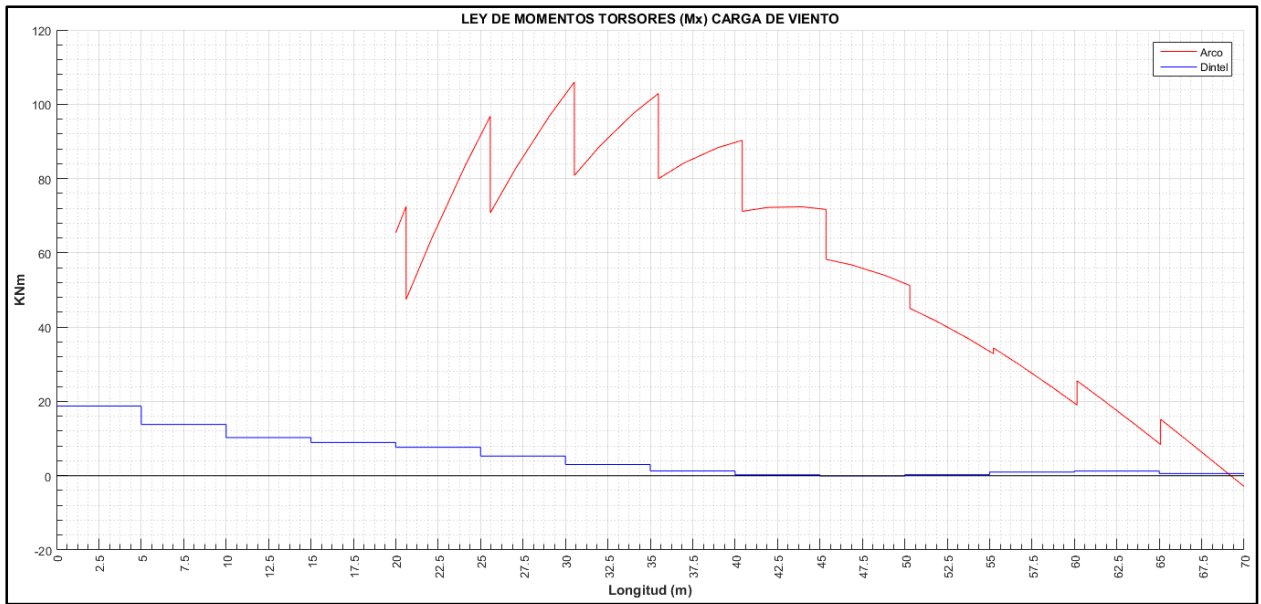


Figura 5-25. Ley de momento torsor modelo 1/5. Carga de viento

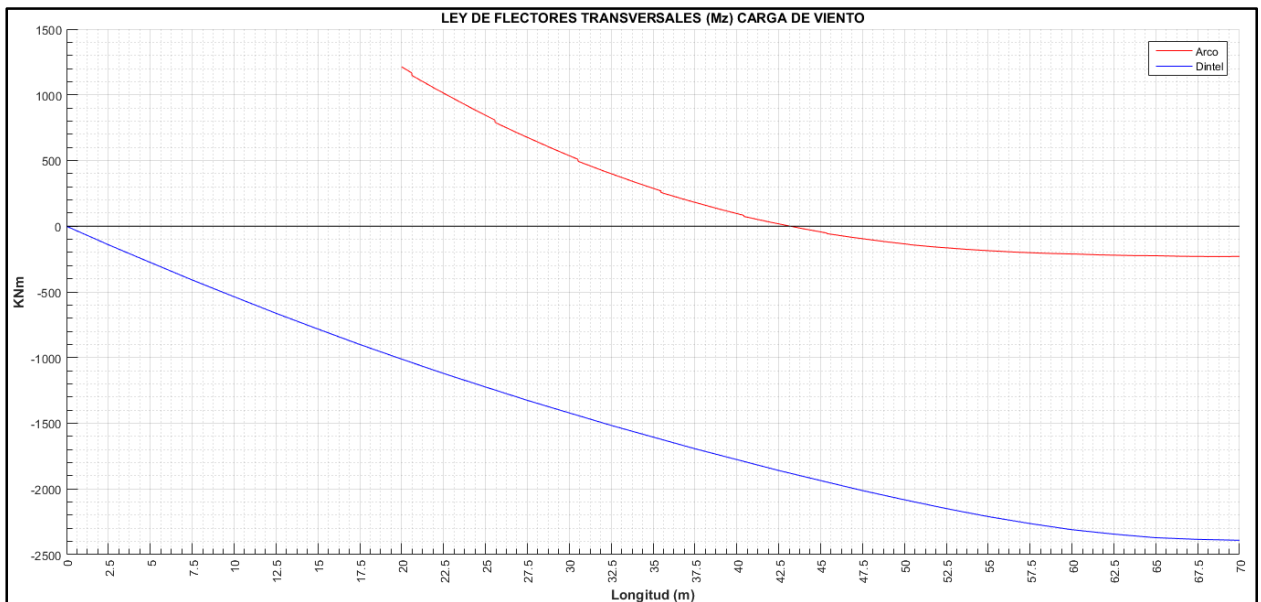


Figura 5-26. Ley de momento flector transversal modelo 1/5. Carga de viento

5.2.2. Modelo relación flecha-luz 1/6.6

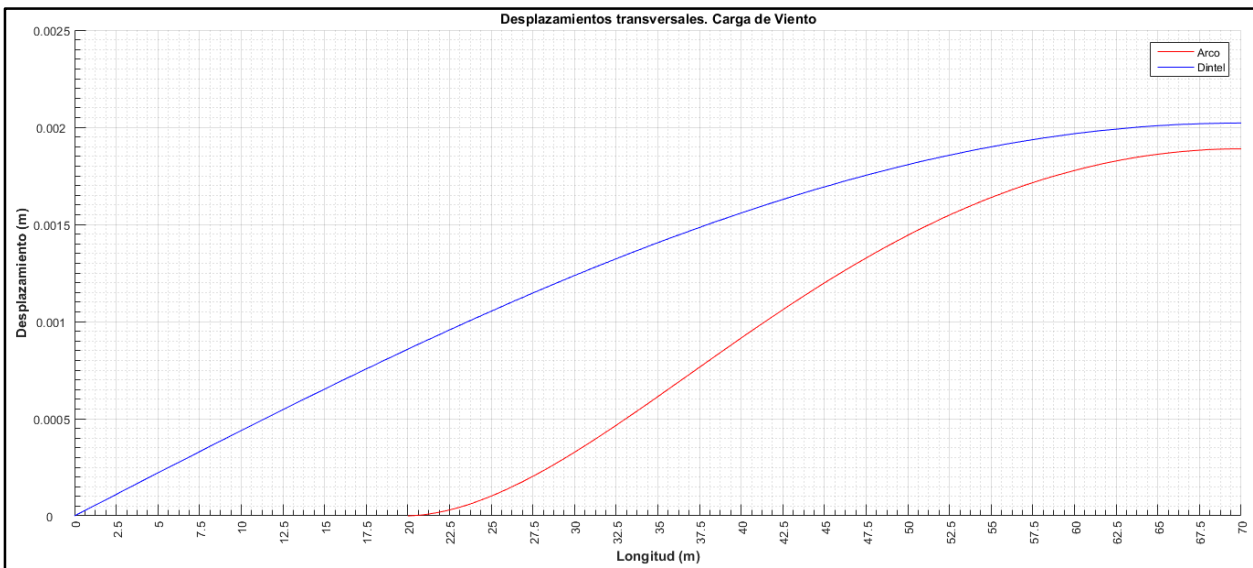


Figura 5-27. Desplazamientos transversales modelo 1/6.6. Carga de viento

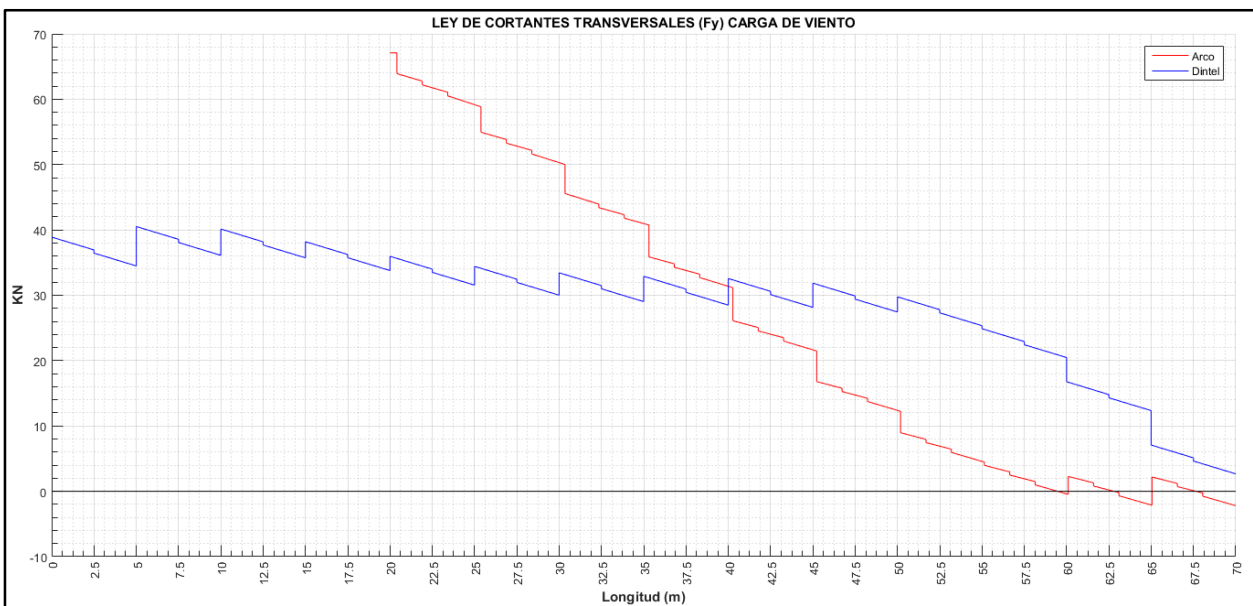


Figura 5-28. Ley de cortante transversal modelo 1/6.6. Carga de viento

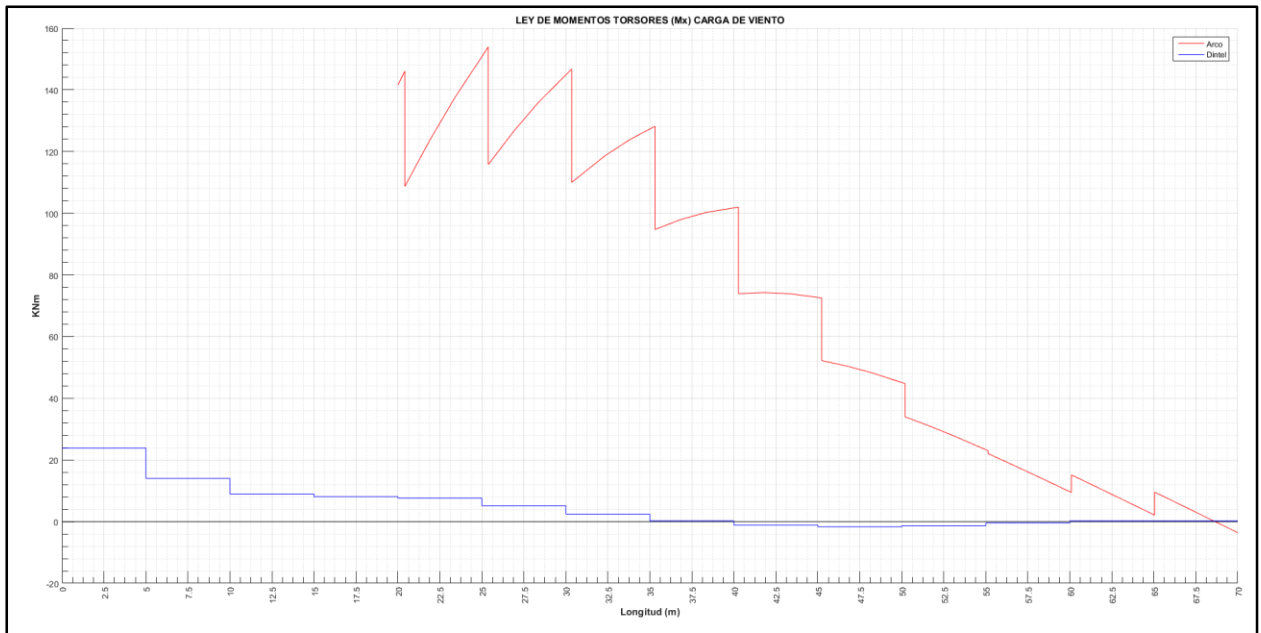


Figura 5-29. Ley de momento torsor modelo 1/6.6. Carga de viento

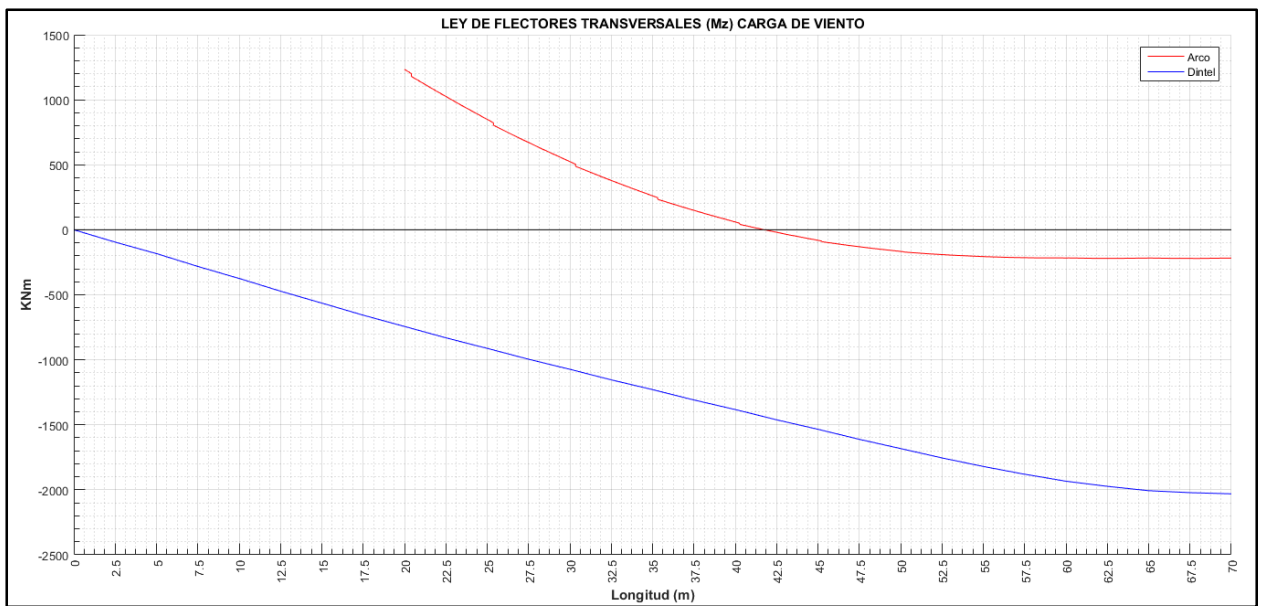


Figura 5-30. Ley de momento flector transversal modelo 1/6.6. Carga de viento

5.2.3. Modelo relación flecha-luz 1/10

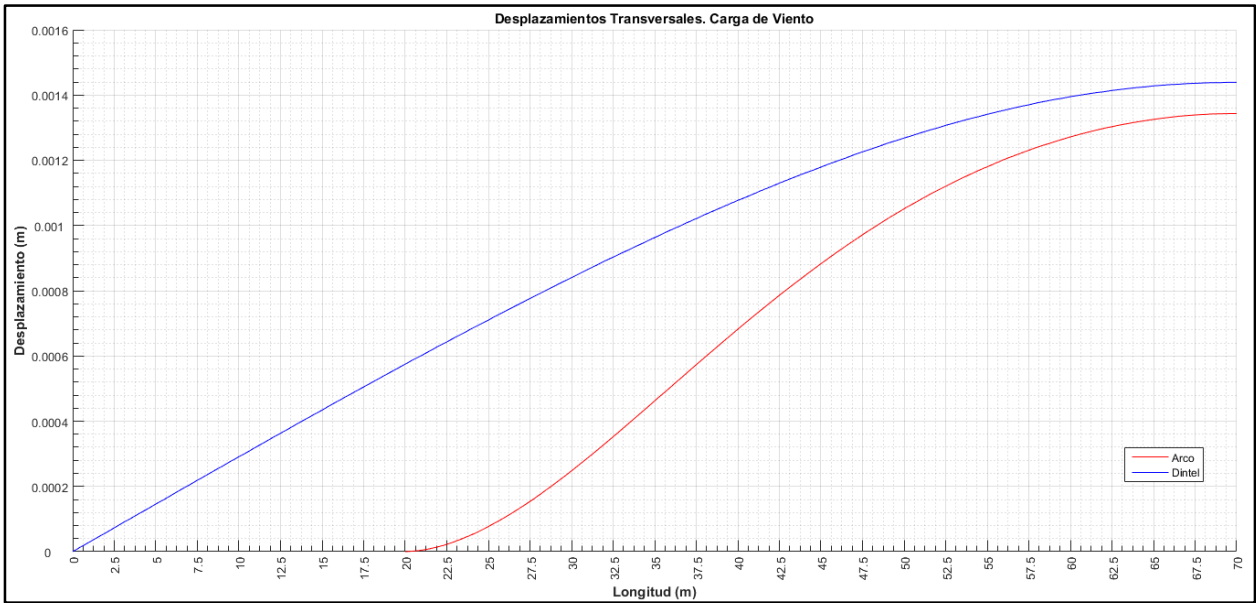


Figura 5-31. Desplazamientos transversales modelo 1/10. Carga de viento

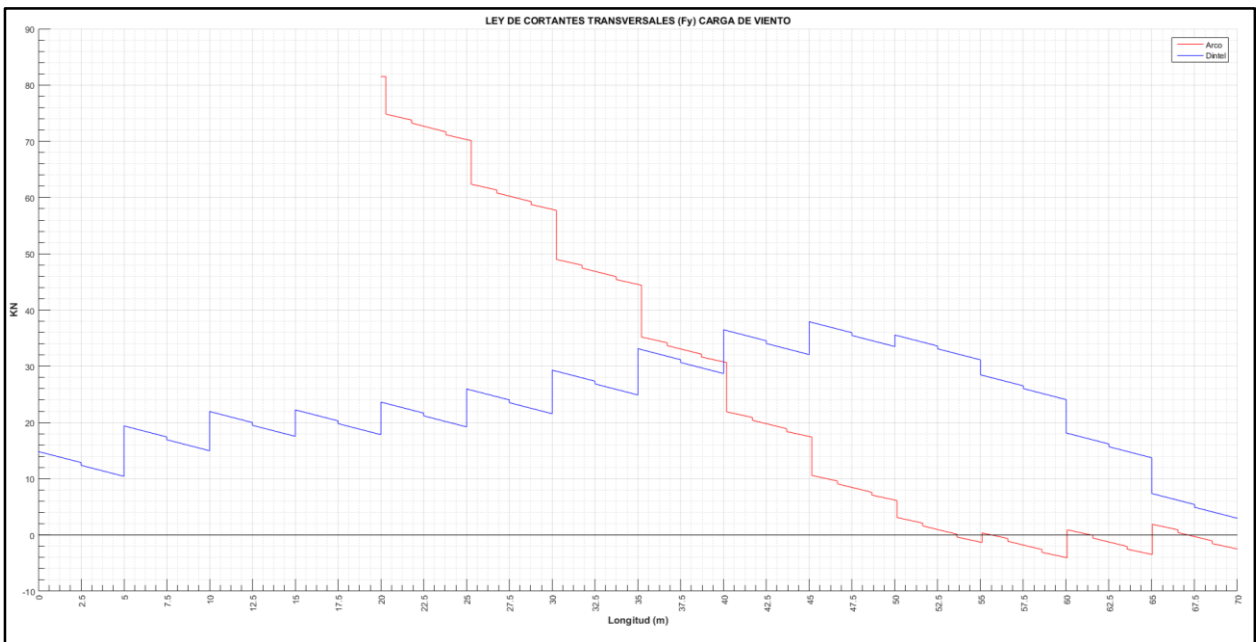


Figura 5-32. Ley de cortante transversal modelo 1/10. Carga de viento

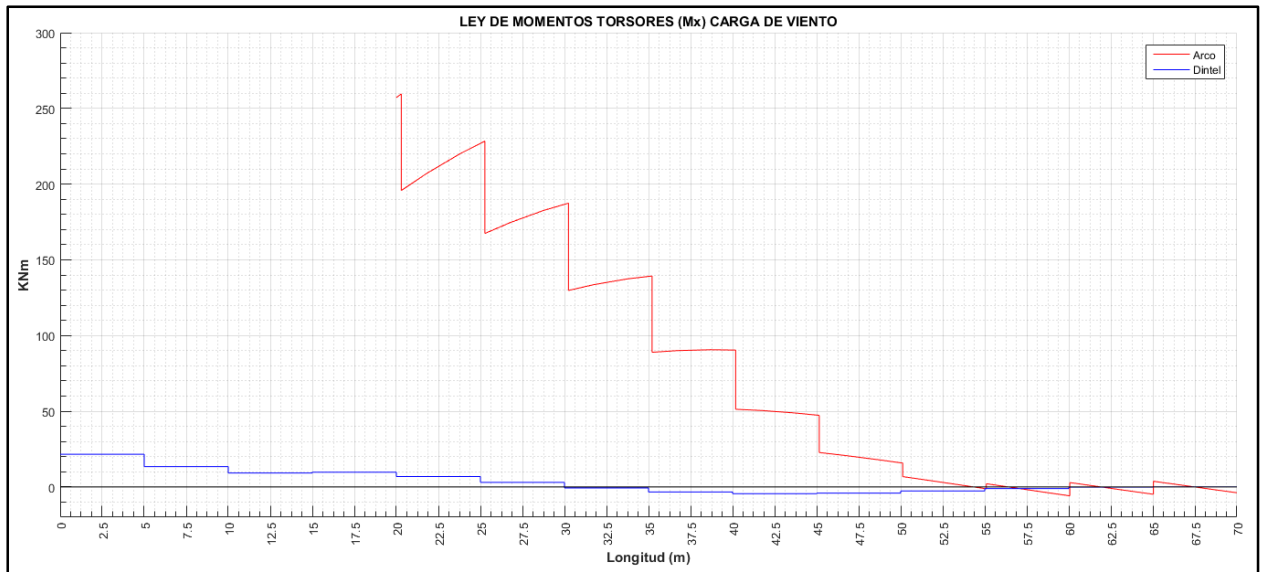


Figura 5-33. Ley de momento torsor modelo 1/10. Carga de viento

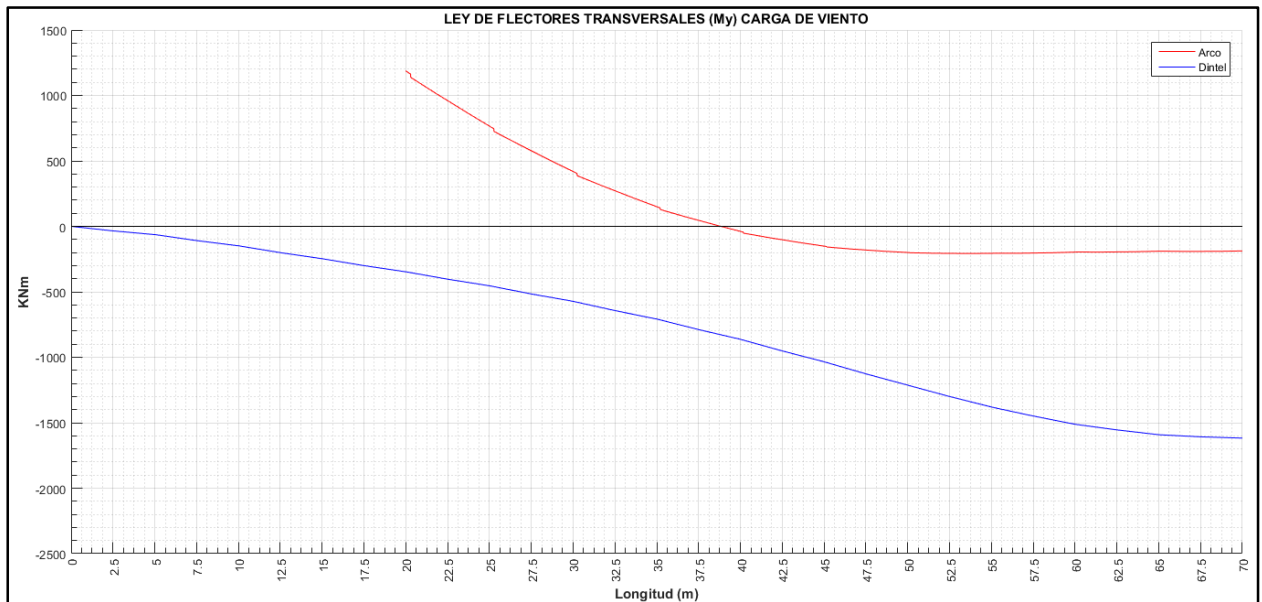


Figura 5-34. Ley de momento flector transversal modelo 1/10. Carga de viento

5.2.4. Modelo relación flecha-luz 1/16

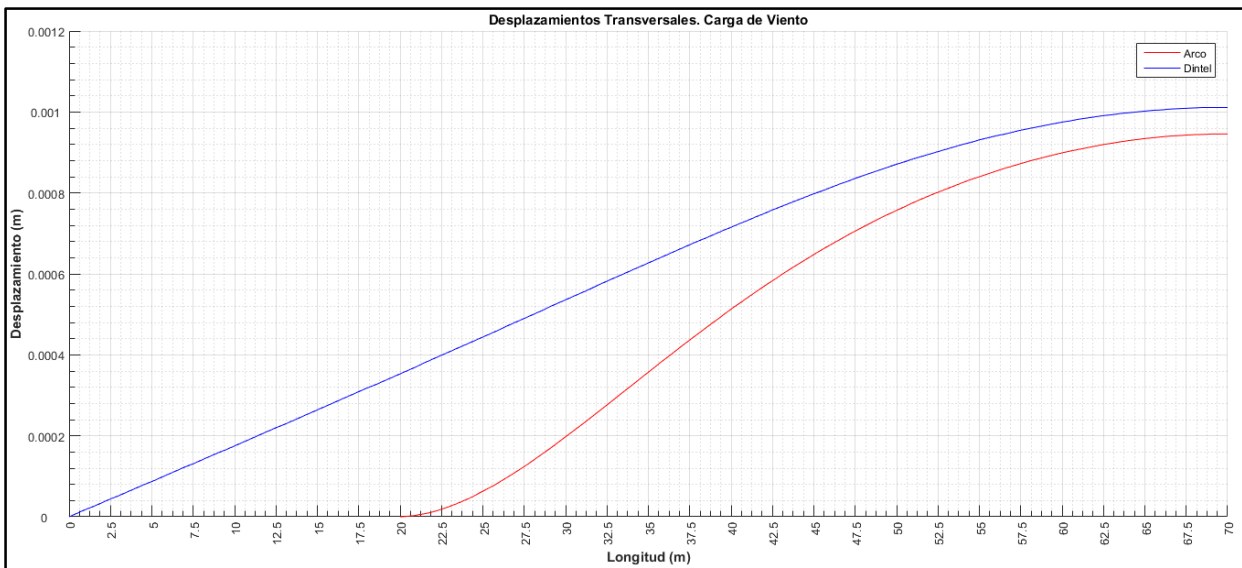


Figura 5-35. Desplazamientos transversales modelo 1/16. Carga de viento

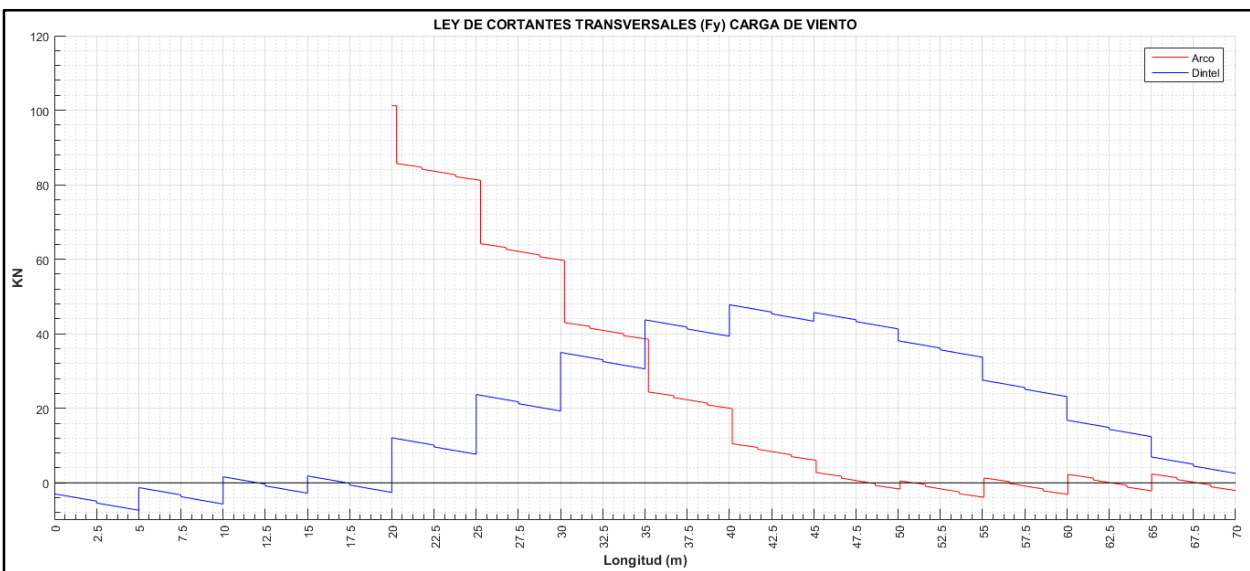


Figura 5-36. Ley de cortante transversal modelo 1/16. Carga de viento

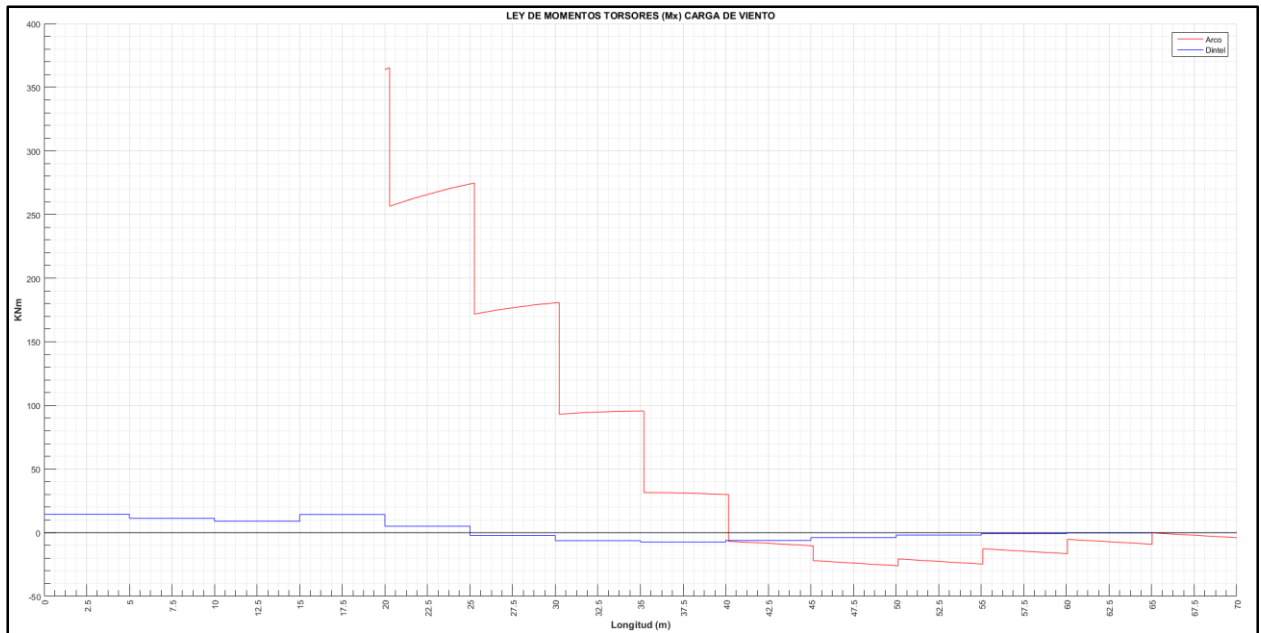


Figura 5-37. Ley de momento torsor modelo 1/16. Carga de viento

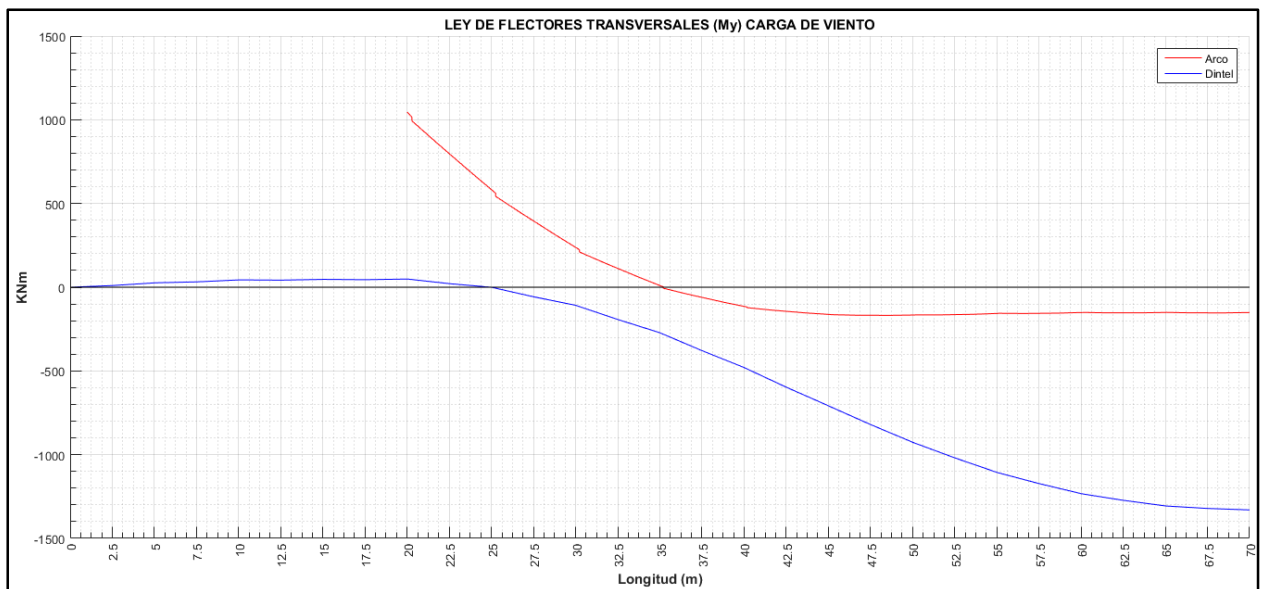


Figura 5-38. Ley de momento flector transversal modelo 1/16. Carga de viento

5.3. Descripción de resultados. Carga excéntrica

En el presente estudio no se va a realizar comparaciones con el modelo de Javier Manterola pues como se ha comentado en el capítulo “Objetivo del estudio” no es el fin del presente pues esta labor ya fue realizada por los alumnos Antonio Domínguez López (modelo de elementos barras) y Antonio Martín Velázquez (modelo de elementos placas), este en menor medida, en sus respectivos Trabajos Fin de Grado. En este apartado concreto se va a proceder a realizar una descripción básica de las diferentes leyes sin entrar en detalle del porqué.

5.3.1. Flechas transversales

Como se observa en todas las leyes, se realiza la representación por separado del arco y dintel, los dos elementos que queremos estudiar.

Se puede observar en todos los modelos que las gráficas presentan exactamente la misma forma, aunque todas ellas en el eje vertical presentan diferentes escalas debido a que los desplazamientos máximos son mayores y pueda dar la sensación de que sean diferentes.

La ley en el dintel presenta en todo momento curvatura cóncava sin embargo la del arco presenta curvatura convexa y cóncava en la que se puede apreciar una linealidad en un cierto tramo entre ambas curvas. En cada ley del arco se puede ver claramente como los desplazamientos son prácticamente nulos, incluso en algún modelo presenta valores negativos prácticamente despreciables, al comienzo de su longitud siendo mayor esta longitud de desplazamientos nulos a medida que la relación flecha-luz es mayor. La linealidad en la ley del arco antes mencionada tiene su origen, en mayor o menor medida, los cuartos de longitud del arco y finaliza en la longitud 55-55.7 metros de la estructura referida a la longitud total.

Otro de los aspectos más importante que se visualiza en las diferentes leyes respecto a la relación flecha-luz es que a mayor relación flecha luz los máximos desplazamientos del arco y del dintel son mayores.

A continuación se va a realizar la muestra de las diferentes leyes de flechas transversales en la que el eje vertical posee los mismos límites para ver qué modelo presenta la mayor diferencia de desplazamientos relativos entre arco y dintel.

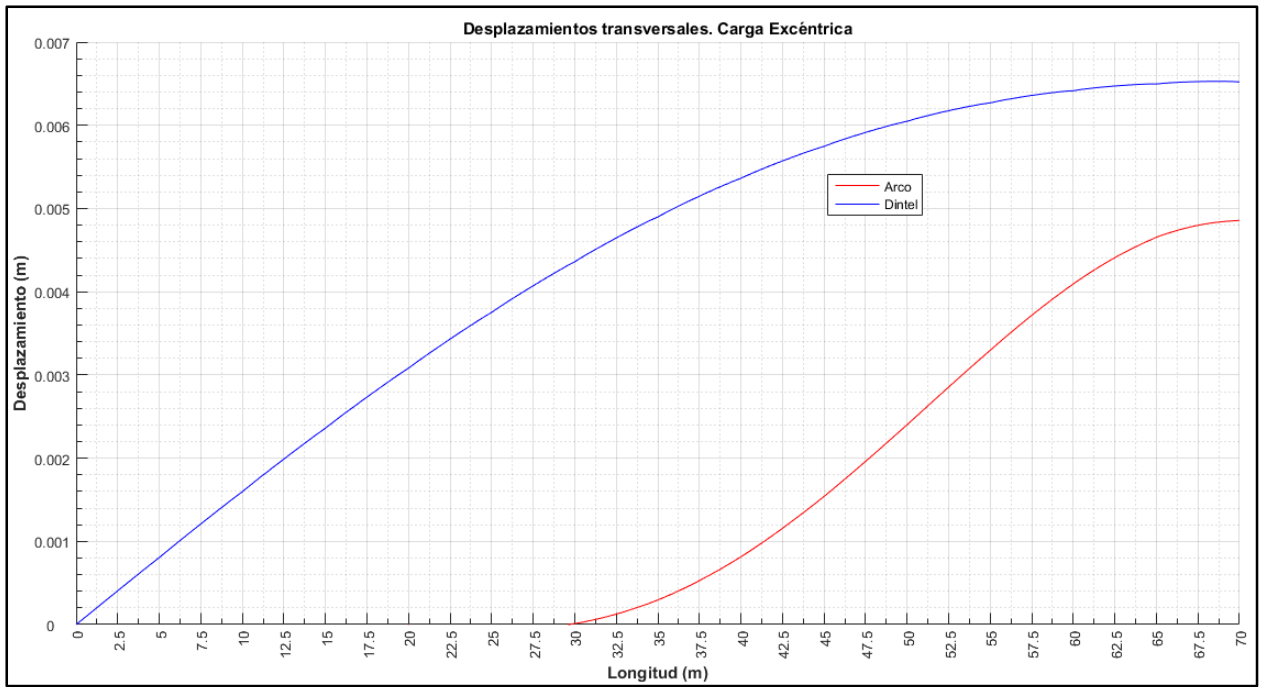


Figura 5-39. Ley flechas transversales modelo 1/5 misma escala eje vertical

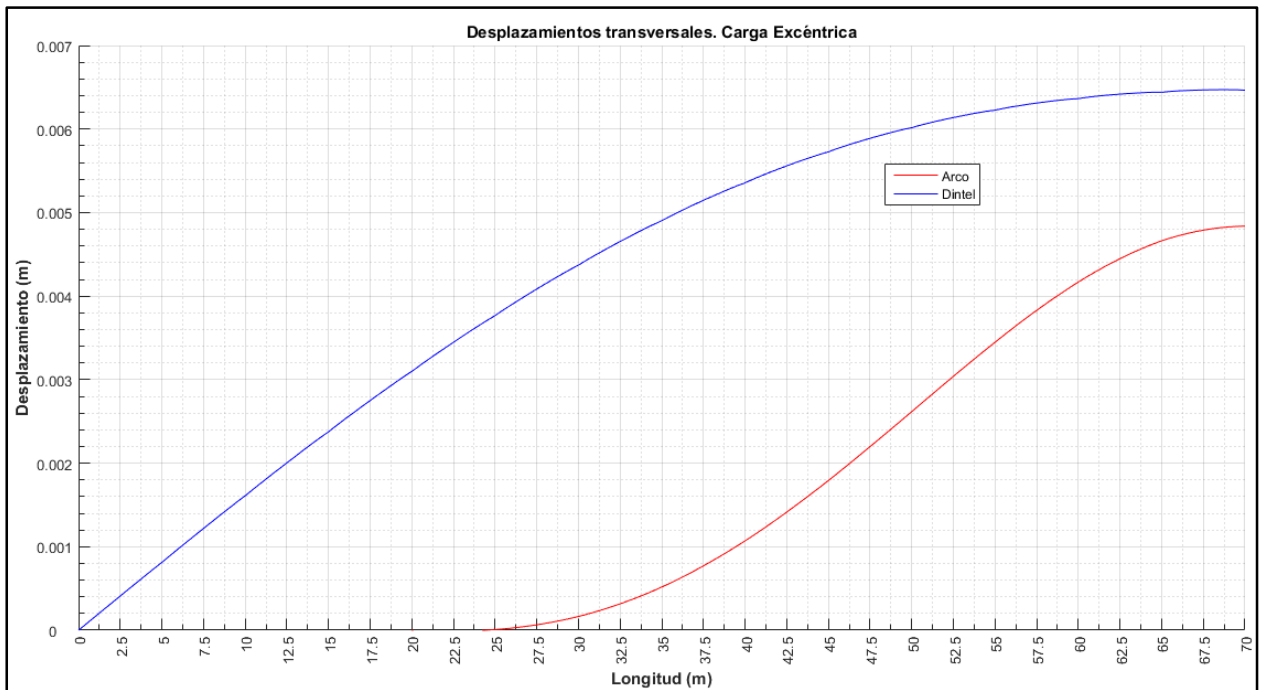


Figura 5-40. Ley flechas transversales modelo 1/6.6 misma escala eje vertical

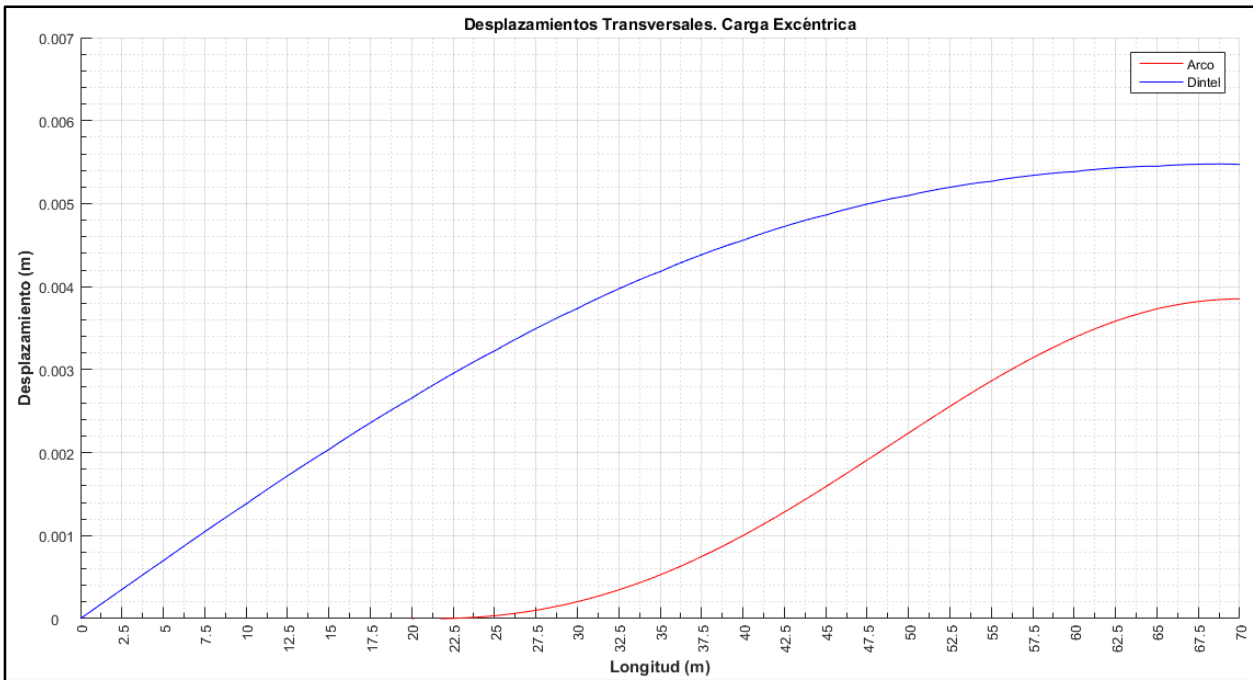


Figura 5-41. Ley flechas transversales modelo 1/10 misma escala eje vertical

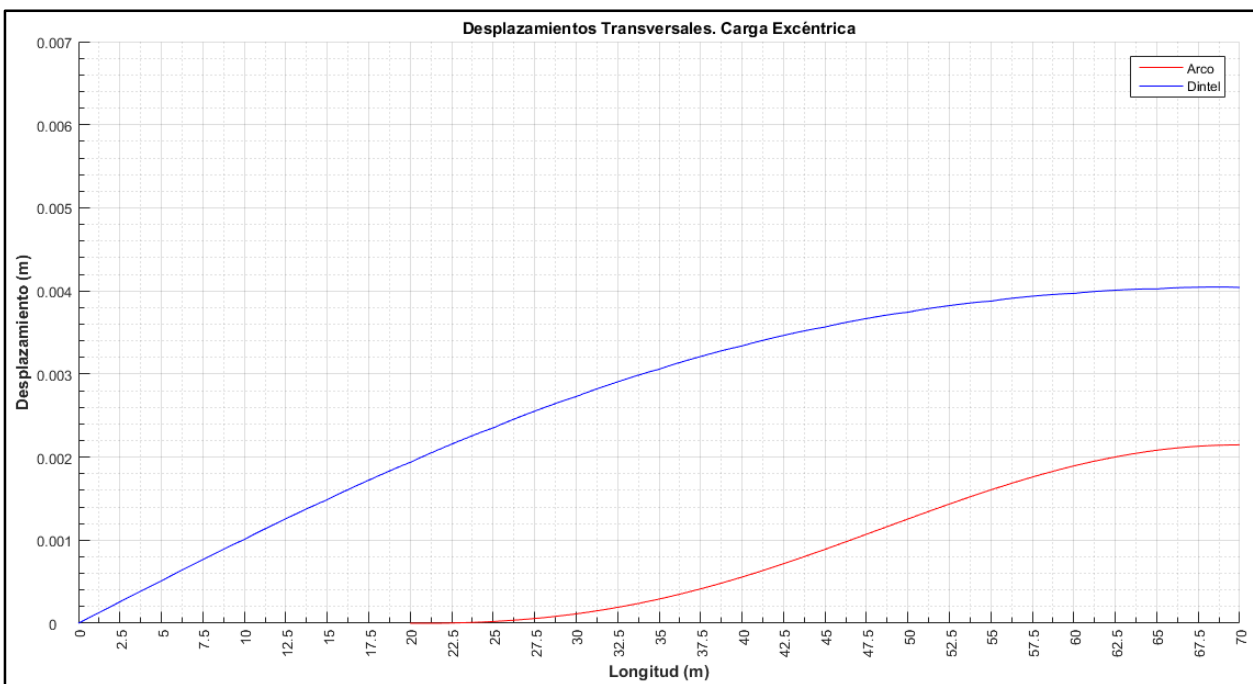


Figura 5-42. Ley flechas transversales modelo 1/16 misma escala eje vertical

Los desplazamientos relativos entre el arco y dintel se muestran en Tabla 4. La expresión utilizada es la siguiente:

$$d_r = d_D - d_A \quad (5-1)$$

Siendo:

- d_r : Desplazamiento relativo. En metros
- d_D : Desplazamiento en la clave del dintel. En metros

- d_A : Desplazamiento en la clave del arco. En metros

Modelo	Desplazamiento dintel (m)	Desplazamiento arco (m)	Desplazamiento relativo (m)
1/5	0.0065	0.0049	0.0016
1/6.6	0.0065	0.0048	0.0017
1/10	0.0055	0.0039	0.0016
1/16	0.0040	0.0021	0.0019

Tabla 4. Desplazamientos relativos Dintel-Arco en la clave. Carga excéntrica

Así mismo podemos ver en la tabla superior como los desplazamientos del dintel y del arco en la posición estudiada son mayor cuanto mayor es la relación flecha-luz. En cuanto a los desplazamientos relativos observamos que se mantienen prácticamente constantes en una cifra próxima a los 2-3 milímetros.

5.3.2. Ley de momento torsor

En primer lugar se recuerda el criterio de signos adoptado y mostrado en la Figura 5-1 en la que los momentos torsores positivos se encuentran en la posición inferior al eje de abscisas y los momentos torsores negativos en la posición superior. Los modelos serán mencionados según su relación flecha-luz en formato numérico.

En primer lugar se puede observar la diferente forma que presenta la ley de torsores en el arco en los diferentes modelos cuando cambia su relación flecha-luz. Otro aspecto notable es la estética que presenta estas leyes, las cuales presentan picos y quiebros en la posición de las pilas cuya explicación se dará en su correspondiente apartado.

Como se ha comentado anteriormente podemos hacer dos bloques si tenemos en cuenta su presentación. Los modelos relación flecha-luz 1/5 y 1/6.6 presentan un primer tramo ascendente llegando a su máximo en la posición 47.5-50 metros aproximadamente siendo esta posición cercana al cuarto de luz del arco.

En el modelo 1/5 el momento torsor en el arranque del arco es de -386,12 KNm y -881,8 KNm en el modelo 1/6.6, por tanto se observa ya un crecimiento de un 128% a medida que la relación flecha-luz disminuye al siguiente escalón estudiado. El modelo 1/5 presenta un máximo de -1071,39 KNm en la posición 50 metros y el modelo 1/6.6 tiene su máximo de -1279,01 KNm en la misma posición que el modelo 1/5. En estos dos modelos se observa como la ley va descendiendo a partir de su máximo hasta la posición de la clave al igual que lo hace los modelos 1/10 y 1/16 en la que por simetría de la estructura, se observa la tendencia al cambio de signo en la ley del arco.

En los dos modelos restantes de 1/10 y 1/16 se aprecia con claridad como la ley de torsores del arco presenta su máximo en los arranques y se va produciendo el descenso de la ley. En el modelo 1/10 este descenso es más paulatino, sin embargo, en el modelo 1/16 la ley empieza a descender desde

el arranque. Los valores en el arranque son de -1856,11 KNm para el modelo 1/10 y de -2931,55 KNm para el modelo 1/16.

Analizando los valores de los momentos presentes en los arranques observamos que el crecimiento de los valores es mayor entre los arcos de mayor altura dándose incrementos superiores al 100% frente a los arcos rebajados en la que el porcentaje de crecimiento es de un 57,94%.

Respecto a la ley de torsores del dintel se observa con claridad que en todos los modelos presenta la misma forma de hoja de sierra. En su aspecto cuantitativo se observa que en los estribos experimenta un valor próximo a los -400 KNm. En las posiciones de las pilas experimenta un cambio brusco de valor en sentido vertical. Estos valores son completamente negativos hasta la posición 10 metros (segunda pila del tramo de aproximación al arco) donde en el cambio de valor en la pila ya se da momento torsor positivo. A partir de esta posición la ley presenta cambio de valores de pila a pila. En la pila "i" tiene valor negativo y en la pila "i+1" cambia a valor positivo (recordar criterio de signo, contrario al criterio normal). Los torsores negativos oscilan en todos los modelos los -200 KNm y en los positivos se mantiene sus máximos entre los valores 100-150 KNm. Cuando se aproxima a la clave los torsores negativos se reducen una cierta cantidad aumentando así en los valores positivos, todo ello referido a las posiciones de las pilas. Aunque en todo momento se ha hablado en las posiciones de las pilas, se observa con claridad que en la posición intermedia los valores se corresponden al de una función completamente lineal que oscila entre el valor máximo negativo y el máximo torsor positivo dado de pila a pila.

No se ha mencionado con claridad en el párrafo anterior, pero la ley del dintel es prácticamente la misma para todos los modelos tanto en forma como cuantitativamente.

5.3.3. Ley de cortante transversal

Respecto a la ley de cortante transversal se puede observar como en los diferentes modelos su aspecto es prácticamente igual en todos a salvedad de los valores que tienen cada una de ellas.

En la ley del dintel se observa un descenso de valores a medida que se acerca a la posición del arranque del arco siguiendo disminuyendo sus valores hasta donde se produce el cambio de signo de la propia ley. El punto de cambio de signo se produce en aproximadamente los cuartos de luz del arco. Como se puede observar a medida que la relación flecha-luz es menor esta posición de cambio se produce más cercana al valor exacto del cuarto de luz, por razones que se explicarán en su correspondiente apartado.

Respecto a los valores la ley del dintel presenta unos valores parecidos entre los diferentes modelos desde el estribo, excepto en el modelo 1/16 donde este valor es bastante menor. Los valores que poseen a partir del cambio de signo las leyes son también menores a medida que la relación flecha-luz es menor.

5.3.4. Ley de momento flector transversal

En cuanto a la ley de momento flector transversal en el arco y en el dintel se puede apreciar su similitud desde un punto de vista cualitativo. Si nos centramos en su aspecto cuantitativo podemos observar que a una menor relación flecha-luz se corresponde unos valores menores en ambas leyes (arco y dintel). El valor en el estribo del dintel arrancan todos desde un valor de 0 KNm.

En las leyes de momento flector transversal perteneciente al arco podemos observar unos picos poco apreciables que se corresponden exactamente con la posición de las pilas, por tanto en una primera vista se puede deducir que estos elementos tienen influencia en la ley. Estas leyes presentan una menor curvatura a menor relación flecha-luz, que indica un menor área encerrada y por tanto una variación de cortante menor.

5.4. Descripción de los resultados. Carga de viento

5.4.1. Flechas transversales

En este tipo de sollicitación, las diferentes leyes de flechas transversales presentan, en un principio, la misma forma para todos los modelos estudiados con sus más o menos diferencias cuantitativas.

En cuanto a la ley del arco, esta presenta dos tipos de curvatura. En los primeros metros del arco presenta una curvatura convexa pasando por un tramo intermedio lineal y finalizando en una curvatura convexa. El tramo lineal intermedio presenta diferentes pendientes según el modelo, siendo mayor la pendiente a medida que la relación f/L es menor. También se aprecia, en menor medida, que este tramo lineal se presenta en mayor longitud a medida que la relación f/L aumenta.

La ley del dintel presenta unas diferencias visuales mayores que en el arco. Se observa con claridad que a medida que la relación f/L es menor la ley presenta un tramo menor de curvatura. En los dos modelos de relación f/L menores se observa un primer tramo lineal y en su totalidad de tramo lineal finalizando en curvatura cóncava. En los dos modelos restantes, 1/5 y 1/6.6, este tramo lineal se presenta al comienzo del mismo.

En cuanto al aspecto numérico se aprecia que a mayor relación f/L existen unos desplazamientos mayores en la clave. Si se recorre desde el arranque del arco hasta la posición de la clave se observa como ambas leyes se encuentran más separadas a mayor relación f/L , esto se traduce en que la sección presentará mayor giro en relaciones f/L mayores. Obsérvese como en este caso de carga el modelo de relación f/L 1/5 no presenta desplazamientos negativos desde el arranque como sí sucedía en el caso de carga excéntrica.

Para hacer una primera idea de cómo se deforma la estructura en los diferentes modelos se muestra los desplazamientos relativos en la clave con la fórmula de la ecuación (5-1)

Modelo	Desplazamiento dintel (m)	Desplazamiento arco (m)	Desplazamiento relativo (m)
1/5	0,002493	0,002329	0,000164
1/6,6	0,002022	0,001889	0,0000133
1/10	0,001439	0,001343	0,000096
1/16	0,001011	0,0009455	0,000066

Tabla 5. Desplazamientos relativos en la posición de la clave. Carga de viento

Como se puede apreciar los desplazamientos relativos son tan ínfimos que la diferencia mayor entre el modelo 1/5 y 1/16 no llega a 0,01 milímetro. Los desplazamientos relativos en la clave son mayores a mayor relación f/L.

5.4.2. Ley de cortante transversal

En cuanto a su aspecto cualitativo podemos destacar la similitud en cuanto a la forma de la ley de cortante transversal del arco no ocurriendo esto en la ley del dintel en la que existe un primer tramo de crecimiento desde los modelos de menor relación f/L hasta el modelo 1/6.6 en el cual este tramo de crecimiento se suprime y es en todo momento decreciente al igual que lo hace en el modelo 1/5. En estos dos últimos modelos mencionados, este primer tramo es menos pronunciado y sus valores en los estribos es mayor a mayor relación f/L.

Con respecto a estas leyes, en su aspecto visual se aprecia los cambios bruscos de valor en las posiciones de las pilas. Estos cambios se van pronunciando más a medida que la relación f/L es menor. Entre las pilas existe también unos cambios tanto en la ley del arco como la del dintel pero apenas apreciables. Consultados en el software con el que se ha realizado el tratamiento de datos, MATLAB, las diferencias no llegan a la unidad.

En cuanto a los valores a medida que la relación f/L desciende los valores de esfuerzo que experimenta el arco son mayores y el dintel menor. Sin olvidar el criterio de signos, los valores por encima del eje de abscisas son negativos. En cuanto al arco del modelo 1/5 existe un cortante transversal en el arranque de -59.2 KN y de -57.39 KN en el estribo en cuanto al dintel frente a -101,2 KN en el arranque del arco y 2.96 KN en el estribo del dintel del modelo 1/16. El crecimiento en el arco a medida que la relación f/L es menor aumenta un 71% y en el caso del dintel presenta un descenso de 105%, comparando estos dos modelos extremos.

En este caso de carga los cortantes son en casi toda la longitud de la estructura del mismo signo y de diferentes valores, al contrario que como ocurría en el caso de carga excéntrica, en la que en todo momento eran del mismo valor y de signos contrarios.

5.4.3. Ley de momento torsor

Al igual que ocurría en la ley de cortante transversal de este caso de carga, la diferencia de forma en la ley se da en este caso en el arco. En los primeros modelos, 1/5 y 1/6.6, existe un primer tramo de crecimiento llegando a su máximo para producir un descenso. En los dos modelos restantes este máximo se produce en el arranque del arco. Esta ley presenta unos cambios bruscos en las posiciones de las pilas cuya explicación se dará en su apartado, pero que intuitivamente se puede deducir por la misma razón que ocurría en el caso de carga excéntrica. Estos cambios bruscos se producen con mayor intensificación en los primeros metros del arco en todos los modelos.

Siguiendo en la ley del arco, los valores en los arranques tienen unas diferencias apreciables. En el modelo 1/5 su valor es de 65,39 KNm y el máximo de 106 KNm frente al valor de 363.9 KNm en el arranque, y cuyo valor es el máximo, en el modelo 1/16. El crecimiento que se produce en el arranque a medida que la relación f/L se hace menor es de un 456%.

Respecto al dintel en su aspecto visual la ley presenta la misma forma en todos los modelos. En todos los modelos su máximo se produce en el estribo y a partir de esta posición empieza a descender siendo prácticamente nula en la posición de arranque del arco. Desde la posición 0 a la 20 las leyes guardan relación en función de la longitud de sus pilas, pues como se mencionó en el punto de "Construcción de pilas", en los dos modelos más rebajados las longitudes de las pilas se dispusieron de diferentes medidas.

5.4.4. Ley de momento flector transversal

En cuanto a la ley de momento flector transversal se puede observar dos tipos. Por un lado estaría el primer tipo perteneciente a los dos modelos de mayor relación f/L y por otro lado los dos restantes.

En cuanto a la ley del arco podemos observar que en el arranque cada modelo presenta un valor diferente, aunque muy parecidos. Estos valores son mayores a mayor relación f/L . La curvatura presenta una asíntota en cuyo modelo de mayor relación f/L (1/5) se presenta más próximo al valor 200 KNm (negativo) y a medida que la relación f/L es menor esta asíntota reduce su valor en muy poca diferencia.

En la ley del dintel es donde mayor diferencia se presenta entre los diferentes modelos aunque como se destacó al principio de este epígrafe, esta diferencia se puede dividir en dos tipos de leyes. En la primera clasificación, los de mayor relación f/L se aprecia como la ley presenta un único signo en su curvatura (positiva) y un primer tramo rectilíneo de menor pendiente en el modelo 1/6.6.

En cuanto al segundo tipo de ley, centrada en el dintel, se puede observar como en el modelo 1/10 y 1/16 esta ley presenta dos curvaturas de signos contrarios. En un primer tramo presenta curvatura cóncava y en el segundo tramo tiende a presentar curvatura convexa. Se aprecia mejor en el modelo 1/16. Todo esto está relacionado con la ley de cortante transversal pues se recuerda que el cortante es la derivada del momento flector respecto a su posición. Dentro de este tipo de ley que hemos

denominado, se puede apreciar como a medida que la relación f/L desciende cambia por completo presentando valores, aunque muy pequeños, positivos.

5.5. Análisis de los resultados. Carga excéntrica

En este epígrafe se va a proceder a dar una explicación de lo que ocurre en las diferentes leyes de esfuerzos y desplazamientos.

5.5.1. Flechas transversales

Antes de proceder a ver el por qué ocurren las diferentes leyes, se va a proceder como hicieron Antonio Martín y Antonio Domínguez en sus Trabajos Fin de Grado, a dar una explicación del mecanismo de los puentes arcos cuando se solicita a torsión. Hay que recordar que los desplazamientos transversales han sido obtenidos de la cara superior e inferior del arco a la cual se ha realizado la media así como a la posición de dichos nodos, por ello la posición respecto a la sección es el centroide.

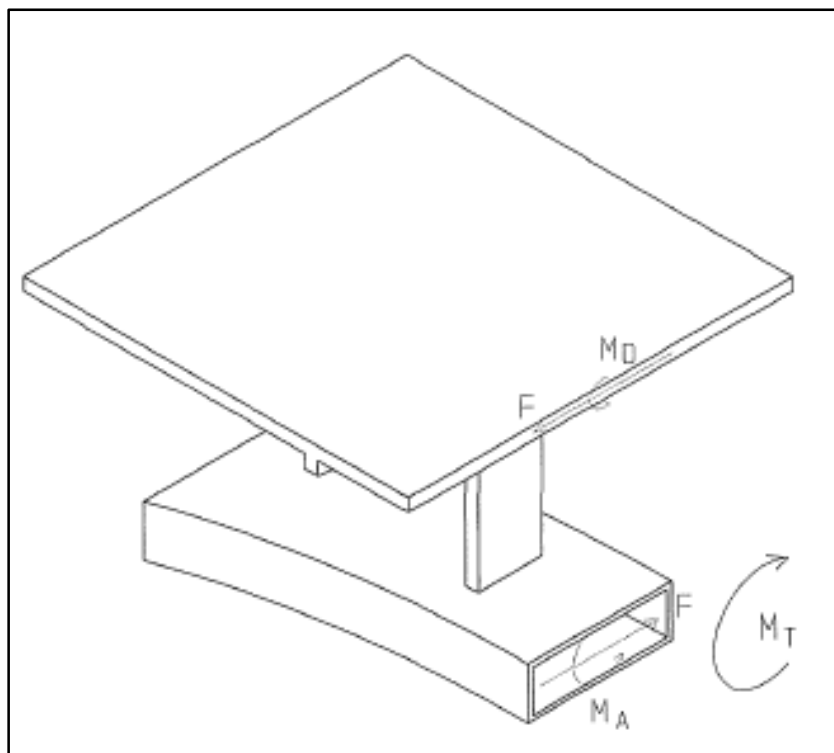


Figura 5-43. Mecanismo de respuesta ante carga excéntrica y transversal. (Manterola Armisen, 2006)

En la Figura 5-43 se muestra el mecanismo de respuesta de los puentes arcos frente a solicitación de carga excéntrica y carga transversal siendo:

- M_T : sollicitación torsora total
- F : par de fuerzas actuando en arco y tablero
- M_A : momento sobre el arco
- M_D : momento sobre el dintel

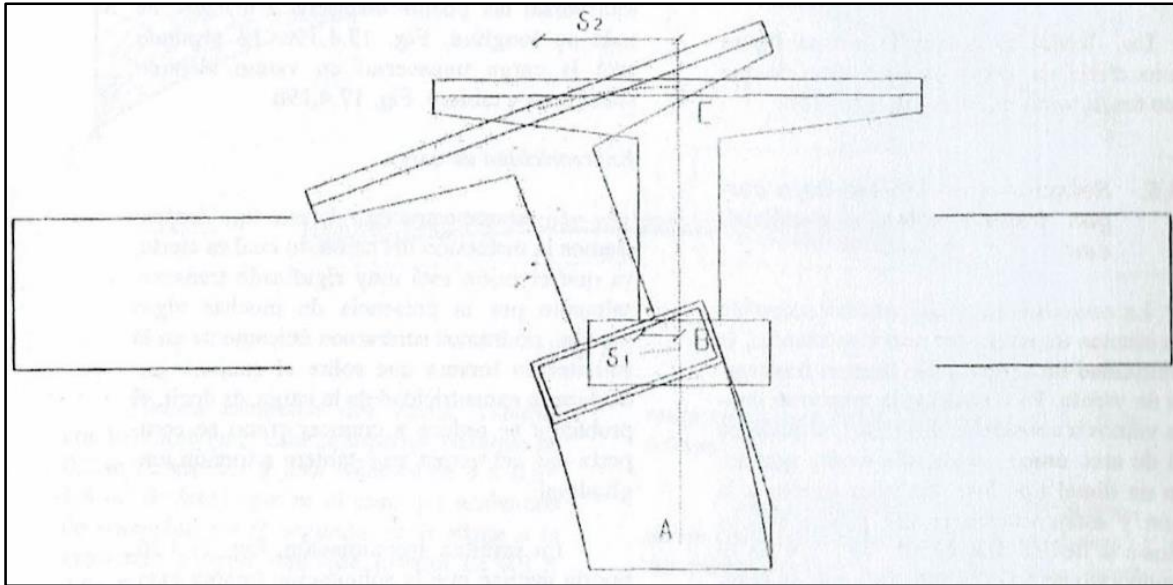


Figura 5-44. Mecanismo de deformación. (Manterola Armisen, 2006)

Como se ha podido apreciar en los diagramas de cortante transversal los esfuerzos son iguales y contrarios en todo momento presentando un cambio de signo a cuartos de luz, en mayor o menor medida dependiendo del modelo, que se puede explicar de la siguiente manera. Al aplicar la carga excéntrica el conjunto arco-tablero giran en el sentido de la carga, por tanto arco y tablero se desplazan en la misma dirección como se ve en la Figura 5-44. Los giros de torsión desplazan transversalmente el tablero, δ_2 , y el arco, δ_1 . Estos giros derivan de las distancias variables AB y BC de cada sección del arco y tablero respecto a la sección del arco considerada y bajo los momentos torsores del arco. Al producirse estos desplazamientos hace intensificar la rigidez de eje vertical del arco y del dintel apareciendo las fuerzas F. Las distancias AB y BC van cambiando a lo largo del puente, AB aumenta y BC disminuye. Al disminuir BC, δ_1 y δ_2 deben de ser muy parecidos cerca de la clave porque las pilas son más cortas, como las leyes de flechas transversales presentan diferente curvatura las fuerzas F se invierten para llegar a tener unos valores más igualados.

Una vez dada la explicación del mecanismo de deformación de los puentes arcos ante la solicitación de una carga externa, se puede proceder a dar una explicación de lo que ocurre y por qué ocurre así las leyes de las flechas transversales.

En primer lugar lo que se va a realizar es mostrar una gráfica de todas las leyes de flechas transversales en una misma para poder realizar una serie de comparaciones.

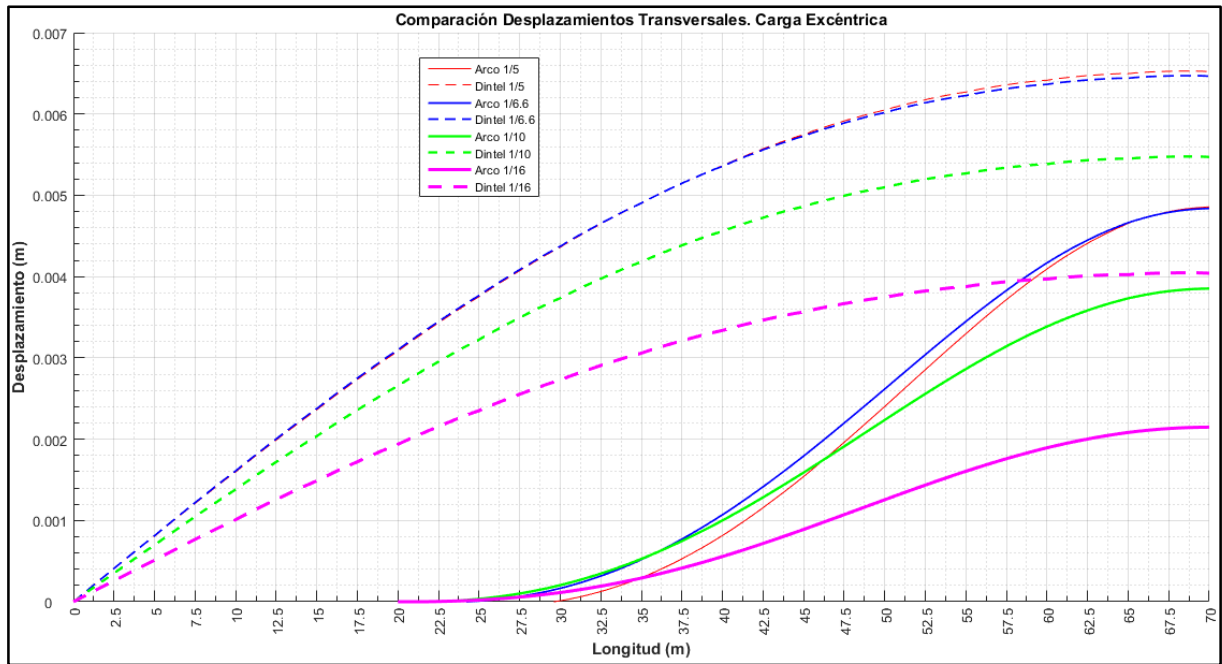


Figura 5-45. Representación desplazamientos diferentes modelos

A continuación se muestra una ampliación en el inicio de las posiciones de la estructura y en la posición de la clave para ver como comienzan y como finalizan hasta la posición de estudio, la clave.

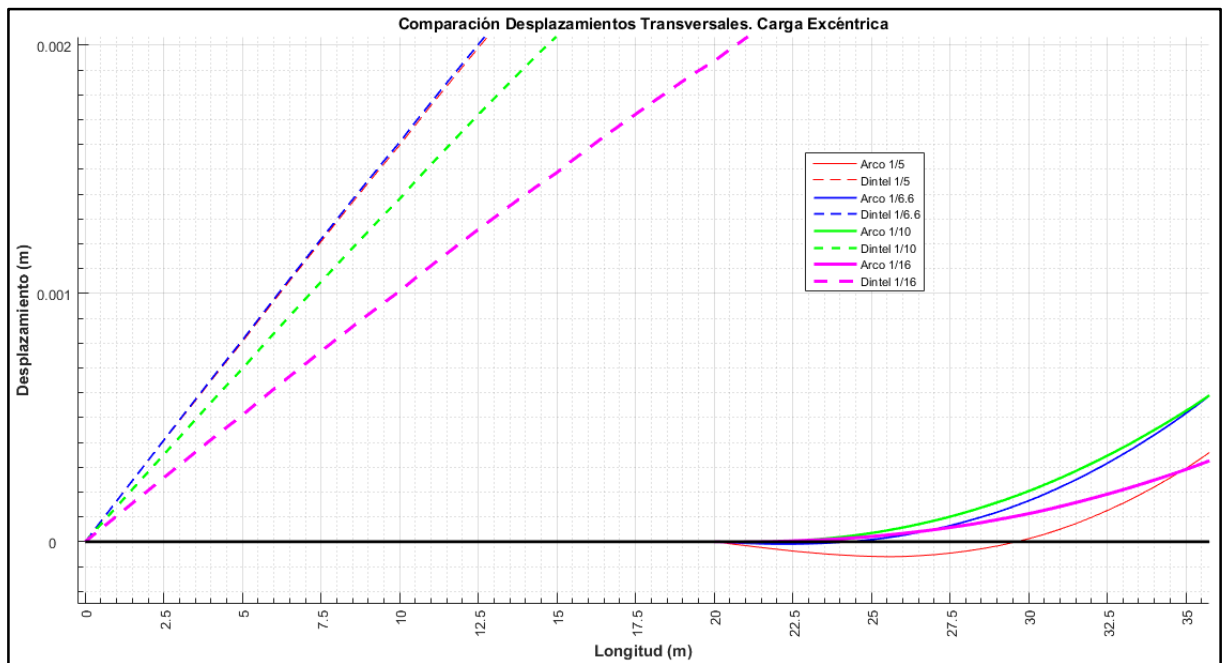


Figura 5-46. Ampliación en el inicio arco y dintel

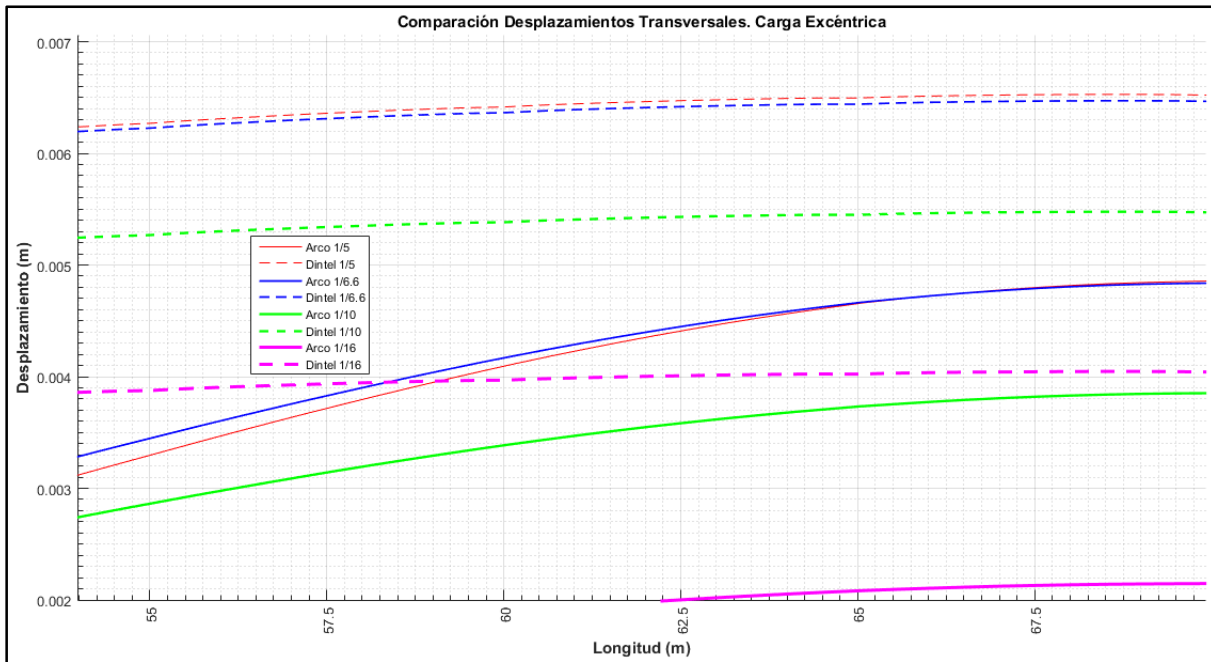


Figura 5-47. Ampliación en final arco y dintel

Comenzando por el inicio de la posición de la estructura observamos que en el arco en el modelo 1/5 existen al comienzo unos desplazamientos negativos que no llegan al -0.0001 metros alcanzando el desplazamiento 0 metros en la posición 30 metros, es decir, prácticamente despreciable pero que tienen su cierto significado. En los demás arcos de los demás modelos no es hasta la posición 25 metros cuando comienza a sufrir desplazamientos el arco. La razón es la siguiente: si observamos los diferentes modelos las pilas, de tipo martillo, introducidas son de menor longitud en el arranque y por consecuencia a lo largo del arco hasta la clave. Recordando la ecuación de rigidez en este caso para el eje x, eje en el cual gira la pila:

$$\frac{M_x}{\theta_x} = \frac{EI_{xx}}{L} \quad (5-2)$$

Siendo:

- M_x : momento alrededor del eje x
- θ_x : giro alrededor del eje x
- I_{xx} : momento de inercia respecto al eje x de la sección de la pila (momento de inercia a flexión longitudinal)
- L: Longitud de la pila

Las pilas a medida que la relación flecha-luz es más baja, estas tienen menor longitud por tanto mayor rigidez. Por esta razón como el modelo 1/5 presenta pilas de mayor longitud son más flexibles y el giro producido es mayor llegando a desplazar el arco de manera muy poco apreciable hacia el lado derecho de la directriz de la sección sin deformar. Unido a esto, debemos recordar, que se está teniendo en cuenta la distorsión de la sección, por tanto si se produce mayores giros en el modelo mencionado la sección se distorsionará más y por tanto se producirán desplazamientos negativos en su cara inferior y positivos en su cara superior.

Debido a la rigidez mencionada en los párrafos anteriores, propicia que la ley de flechas transversales en el arco en sus primeros metros influya en su curvatura (inversa del radio de una curva). Se puede observar en la gráfica como a medida que la relación flecha-luz es mayor la curvatura es mayor.

En cuanto a la ley del dintel en sus primeros metros observamos que la gráfica comienza con una cierta pendiente. Esta pendiente es mayor a medida que la relación flecha-luz es mayor. Este motivo es causado otra vez a la rigidez de las pilas, algo lógico, pues pilas más rígidas, transversalmente hablando, hacen que el dintel se desplace transversalmente de una forma más gradual a medida que se avanza en su posición que si se dispone pilas más flexibles.

Como se puede apreciar los modelos de relación flecha-luz (en adelante f/L) cuanto más baja sea, más rígido, y por tanto sus desplazamientos transversales en la clave son menores.

En cuanto a los desplazamientos relativos entre arco y dintel ya se realizó una pequeña comparación en la clave Tabla 4 en la que en todos los modelos eran prácticamente idénticos. En este epígrafe vamos a estudiar 4 posiciones. En concreto van a ser:

- Arranque del arco
- A 10 metros del arranque
- A cuarto de luz del arco
- A 10 metros de la posición del cuarto de luz

Los resultados son los siguientes:

Modelo	Posición (m)	δ_2 (Dintel)	δ_1 (Arco)	$\delta_r = \delta_2 - \delta_1$
1/5	20	0,003082	0,000000	0,003082
	30	0,00436	$1,45 \cdot 10^{-5}$	0,0043455
	45	0,005746	0,001527	0,004219
	55	0,006269	0,003335	0,002934
1/6.6	20	0,003099	0,00	0,003099
	30	0,004371	0,00016	0,004211
	45	0,005727	0,001792	0,003935
	55	0,006226	0,00347	0,002756
1/10	20	0,002655	0,0000	0,002655
	30	0,003735	$2,038 \cdot 10^{-4}$	0,0035312
	45	0,004861	0,001608	0,003253
	55	0,005268	0,002874	0,002394
1/16	20	0,001936	0,0000	0,001936
	30	0,002727	$1,129 \cdot 10^{-4}$	0,0026141
	45	0,003565	$8,896 \cdot 10^{-4}$	0,0026754
	55	0,003876	0,001611	0,002265

Tabla 6. Desplazamientos relativos entre posiciones

A continuación se va a mostrar en un pequeño gráfico el valor de los desplazamientos relativos frente al modelo en cada posición.

Posición 20 metros

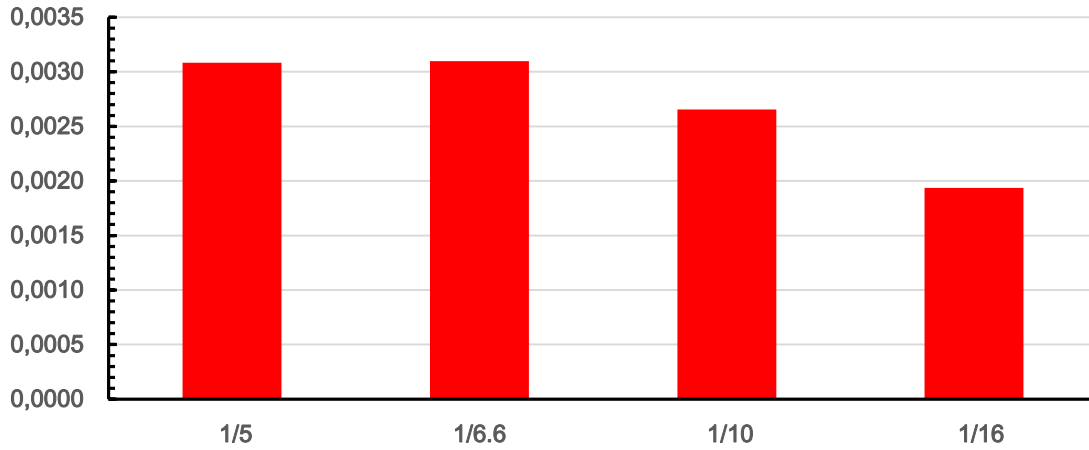


Figura 5-48. Comparativa desplazamientos relativos posición 20 metros

Posición 30 metros

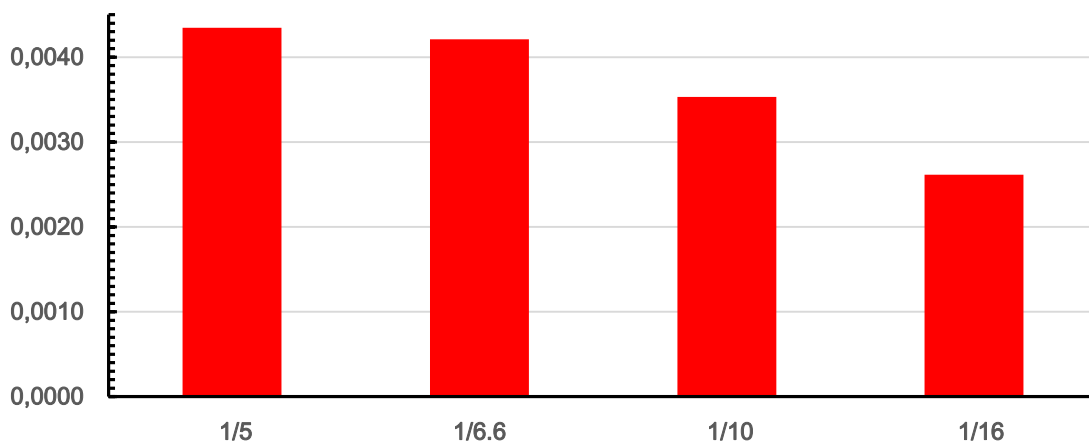


Figura 5-49. Comparativa desplazamientos relativos posición 30 metros

Posición 45 metros

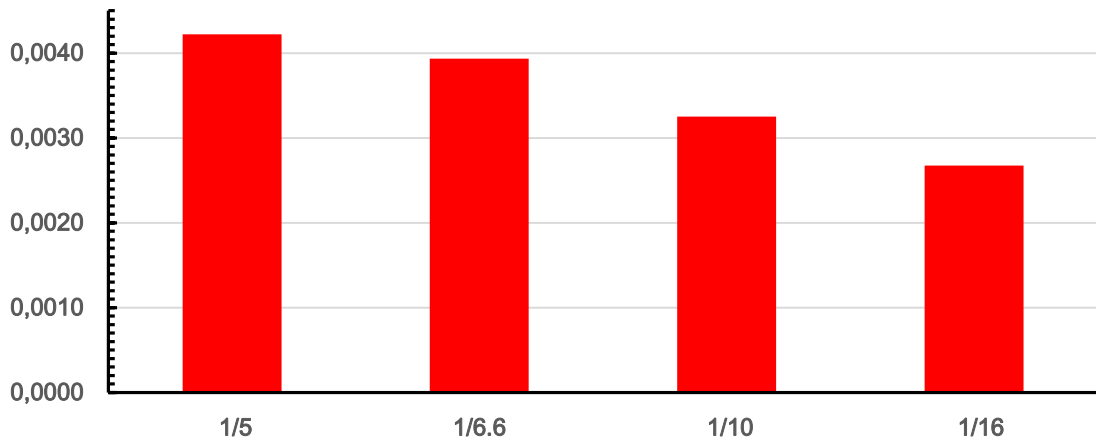


Figura 5-50. Comparativa desplazamientos relativos posición 45 metros

Posición 55 metros

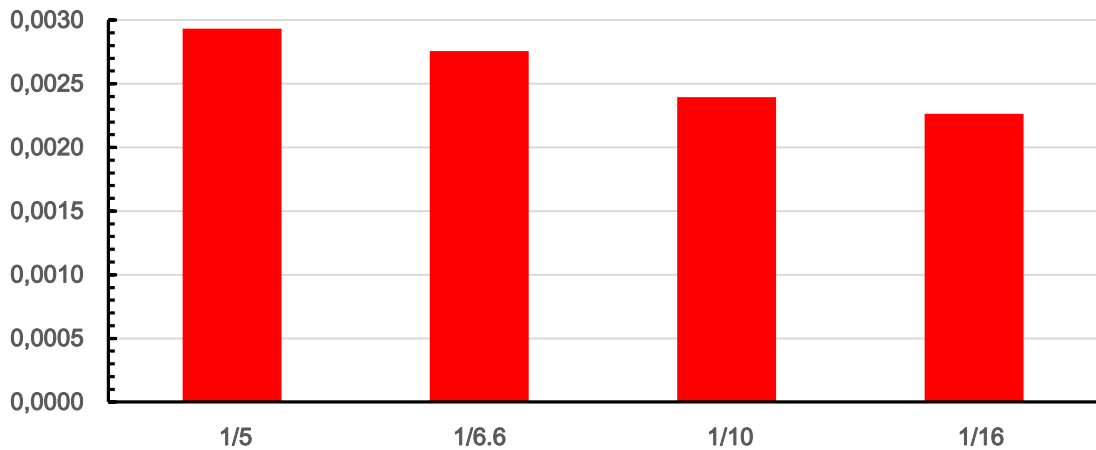


Figura 5-51. Comparativa desplazamientos relativos posición 55 metros

Los desplazamientos relativos son mayores en los modelos de relación f/L 1/5 y 1/6.6. Existe una diferencia notable de estos desplazamientos entre los diferentes modelos, diferencia que se va haciendo menor a medida que se va avanzando conforme nos acercamos a la clave (hecho anteriormente mencionado de por qué en las posiciones de las pilas más cortas los desplazamientos del dintel y arco son más parecidos a consecuencia del cambio de signo del cortante transversal). Como se pudo ver en la Tabla 4, el desplazamiento relativo en la clave de los diferentes modelos era muy próximo entre ellos, bastante más que en las posiciones anteriores. El desplazamiento relativo nos indica que a mayor desplazamiento relativo la estructura presenta un giro mayor. Como se ha mencionado anteriormente, los modelos de menor relación f/L presentan una mayor rigidez global y experimentan menores desplazamientos relativos, por tanto menos giro.

5.5.2. Ley de Momento torsor

Como ya se hiciera en el apartado anterior se va a proceder a mostrar en una misma gráfica las diferentes leyes de torsores de los diferentes modelos.

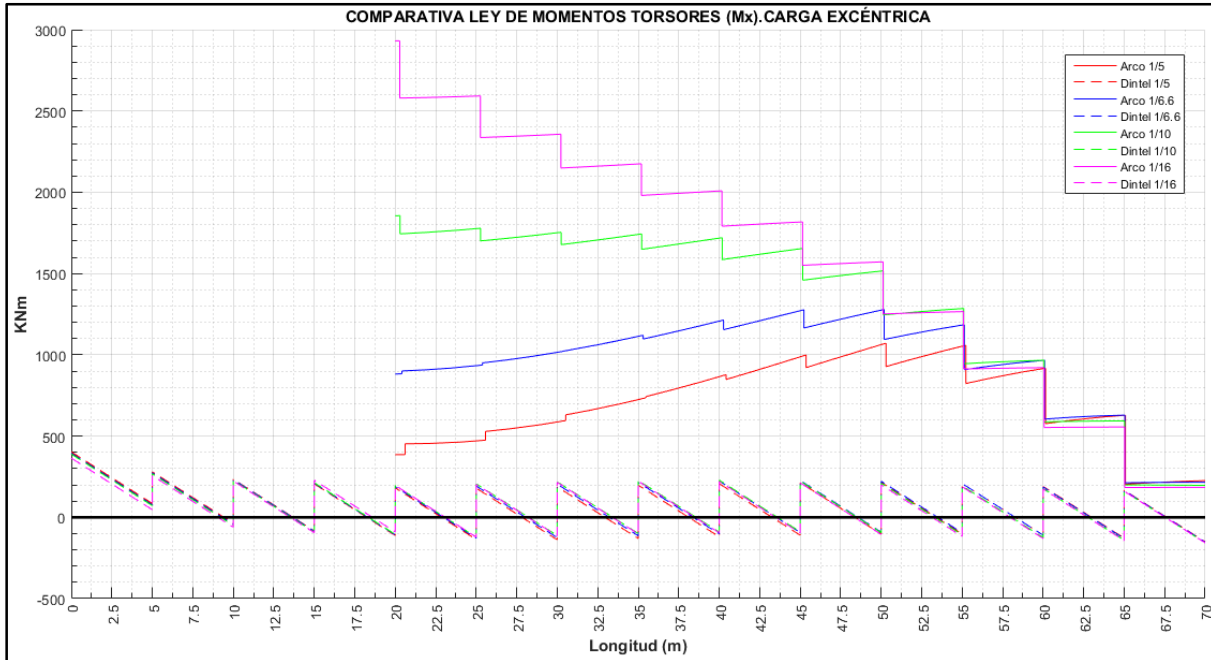


Figura 5-52. Comparativa leyes de momentos torsores

En primer lugar se va a proceder a explicar la forma de la gráfica. Como se puede observar se tratan de leyes poco “estéticas” si nos centramos en la de los arcos. Estas leyes presentan unos saltos en ciertas posiciones en lugar de que fuera más sinuosa. Si se observa estas posiciones se corresponden con las posiciones de las pilas (la diferencia existente en posición de la estructura en los primeros metros del arco se debe a que las tensiones están integradas en el centroide del arco y este presenta mayor retranqueo al comienzo del mismo respecto a la vertical de las pilas). Las pilas se encuentran empotradas al arco y al dintel por tanto en los puntos de empotramiento, existirá un momento de empotramiento. Explicado esto se deduce claramente que los saltos en estas posiciones se deben al equilibrio de momentos en el nudo.

En lo que respecta al dintel podemos observar como las leyes para los diferentes modelos son prácticamente idénticas en todos ellos con diferencias muy poco apreciables y son dependientes de la luz entre pilas como bien indicó Javier Manterola en su estudio pues su comportamiento responde al de un dintel recto empotrado a torsión en las pilas.

Para ver lo que va ocurriendo a lo largo del dintel se va a ir recorriendo este de forma ampliada. Y se va ir comentando lo que sucede.

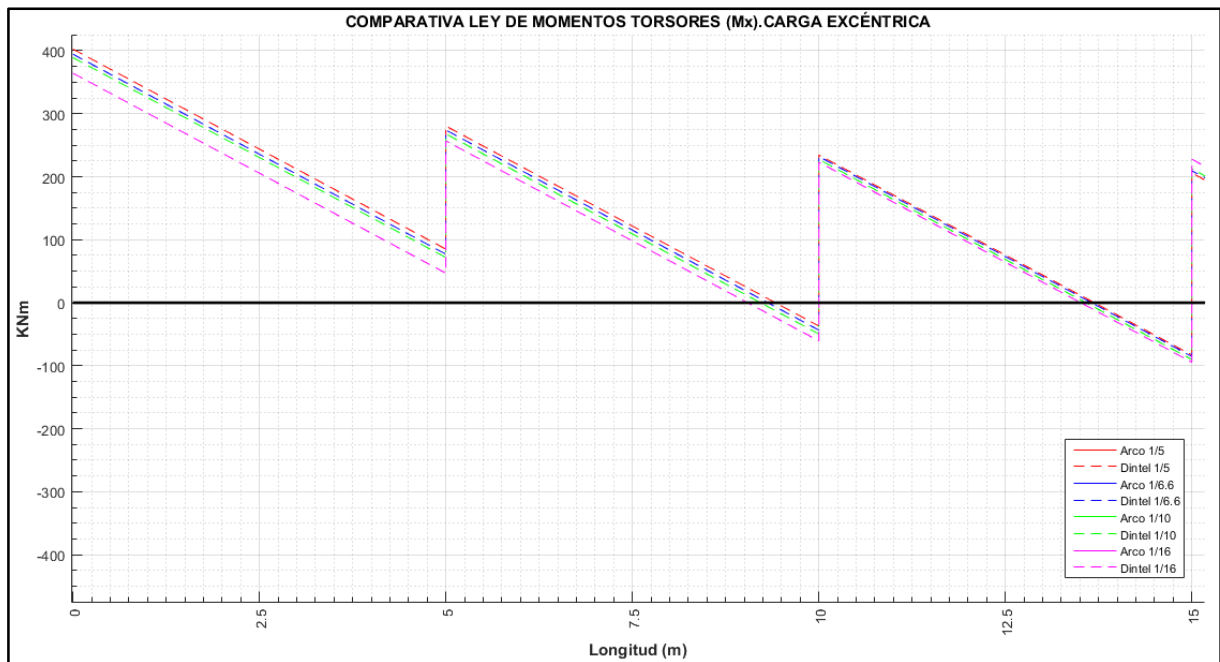


Figura 5-53. Ley momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 0 a la 15 metros

En este primer tramo de 15 metros observamos como los modelos de mayor relación f/L son los que tienen mayor momentos torsores. Como se puede intuir claramente los modelos de mayor relación f/L disponen de pilas de mayor longitud por tanto ocurre lo siguiente. Si las pilas fuera infinitamente rígidas su ley de torsores sería en forma de diente de sierra con momentos iguales en sus extremos pero cambiados de signo. Esto no ocurre en los modelos, sin embargo, su forma es idéntica. La razón de ocurrir esto es porque las pilas no son infinitamente rígidas y por tanto se mueven, pero el tablero al no presentar gran rigidez a torsión esto le afecta poco, sin embargo, lo que realmente hace que se produzcan estas diferencias es la diferencia de giro entre pilas que hace que el dintel reciba más momento torsor al girarse más este.

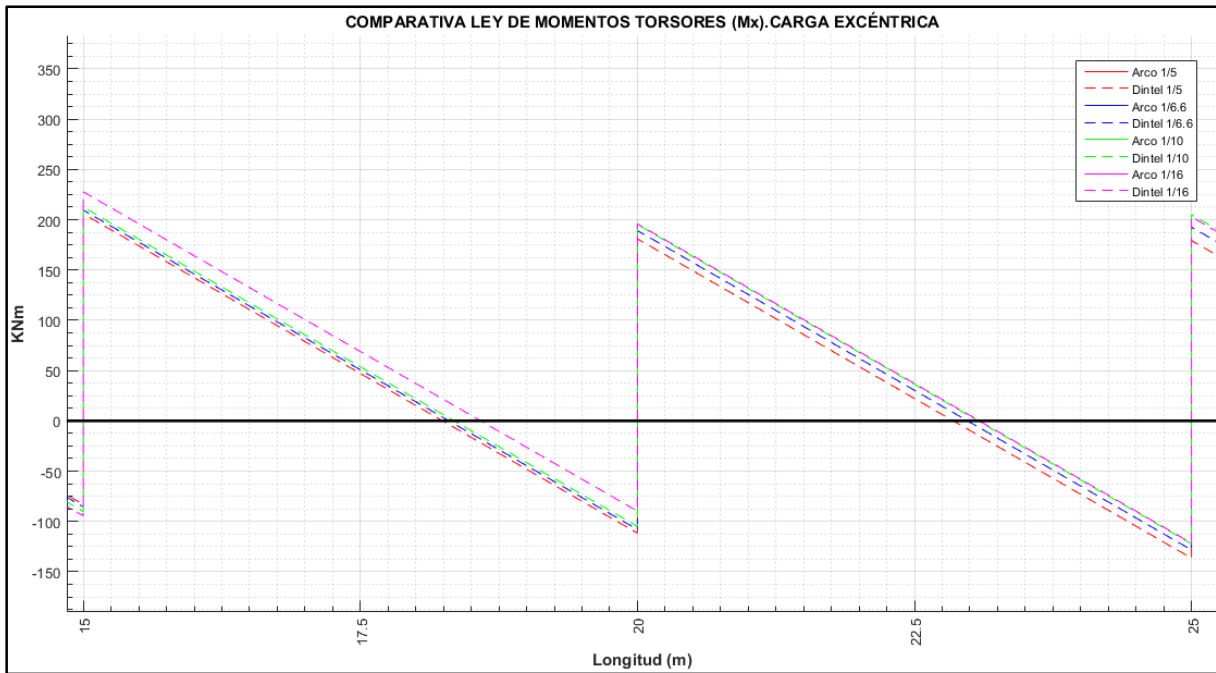


Figura 5-54. Ley momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 15 a 25 metros

En la Figura 5-54 se observa como desde la posición 15 a la 20 se produce un cambio en la disposición de las leyes, los modelos de menor relación f/L pasan a tener mayores valores. En esta zona podemos denominarla como una zona de transición donde ya empieza a entrar en juego el arco, es decir, ya en la posición 20 se dispone la primera pila del arco. En esta posición los arcos más rebajados disponen pilas más cortas que se traduce en mayor rigidez a torsión y mayor momento torsor. A partir de la posición 20 ya comienza a tener influencia los cortantes transversales (par de fuerzas del arco), rigidez a torsión del arco y todo el balance es el que condiciona la distribución de torsores y de cómo va evolucionando el ángulo girado por el tablero, que tiene que ajustarse a este reparto.

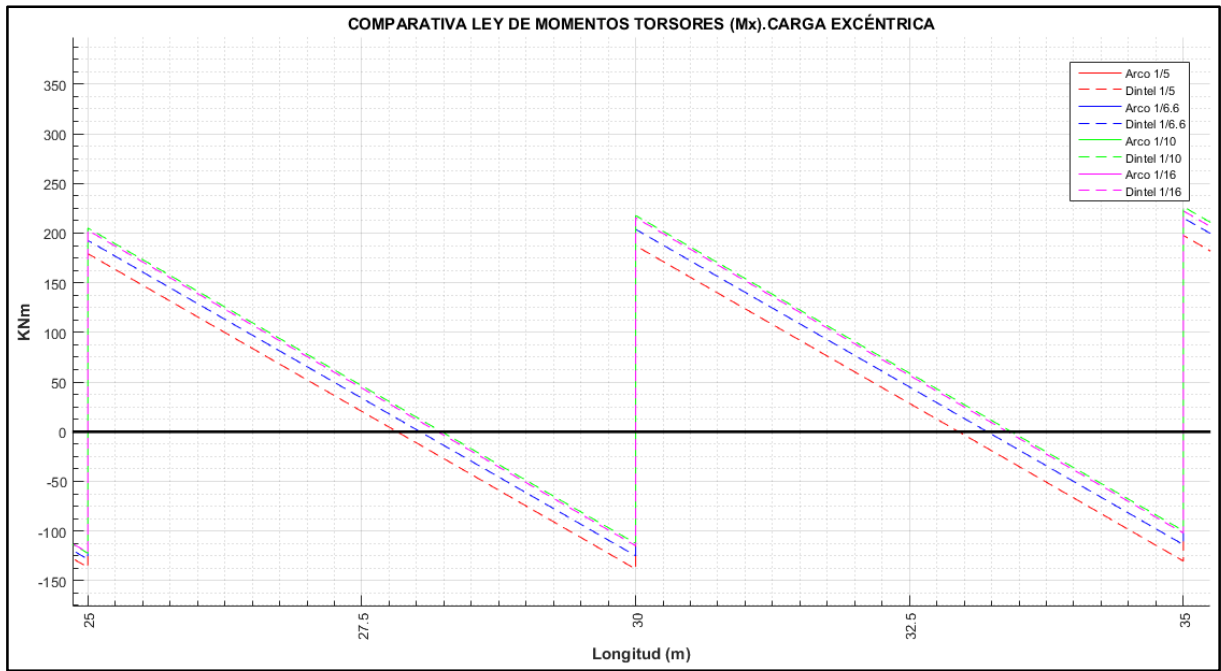


Figura 5-55. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 25 a 35 metros

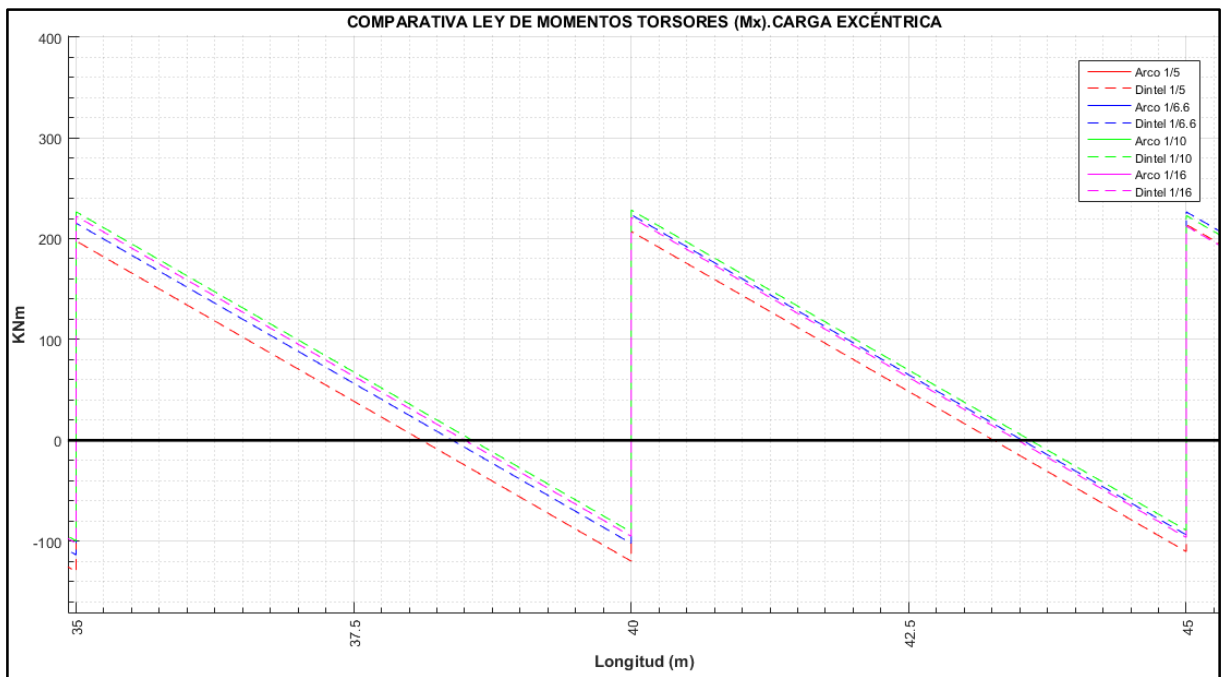


Figura 5-56. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 35 a 45 metros

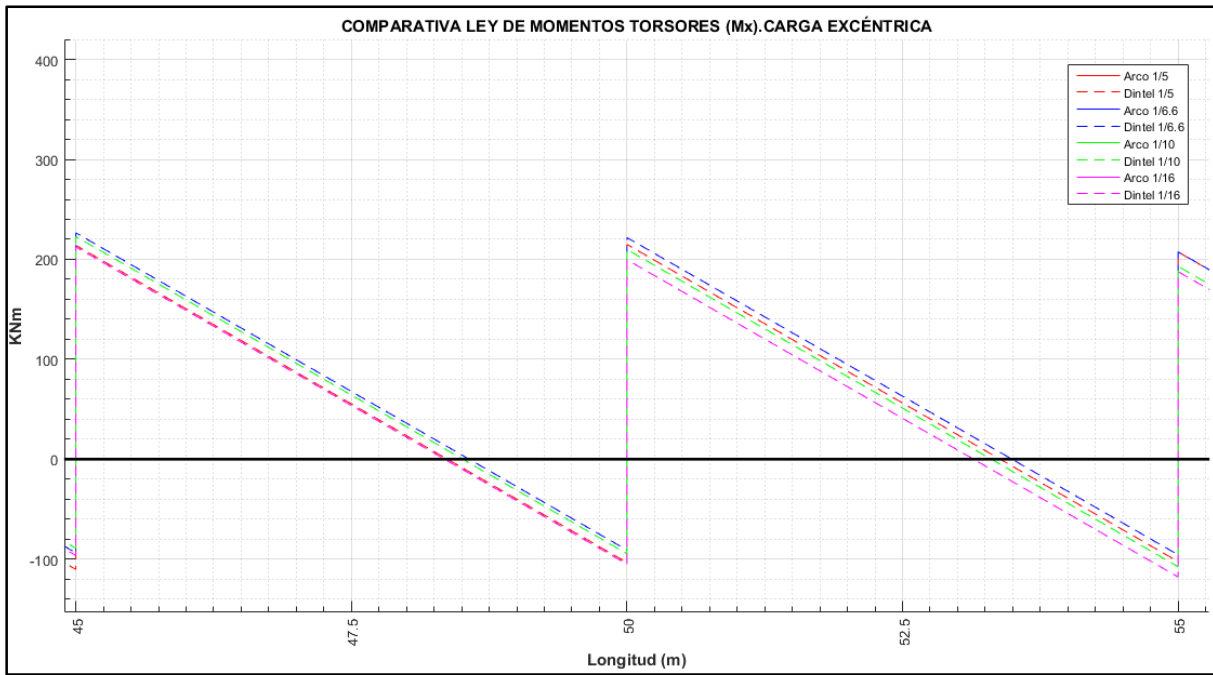


Figura 5-57. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 45 a 55 metros

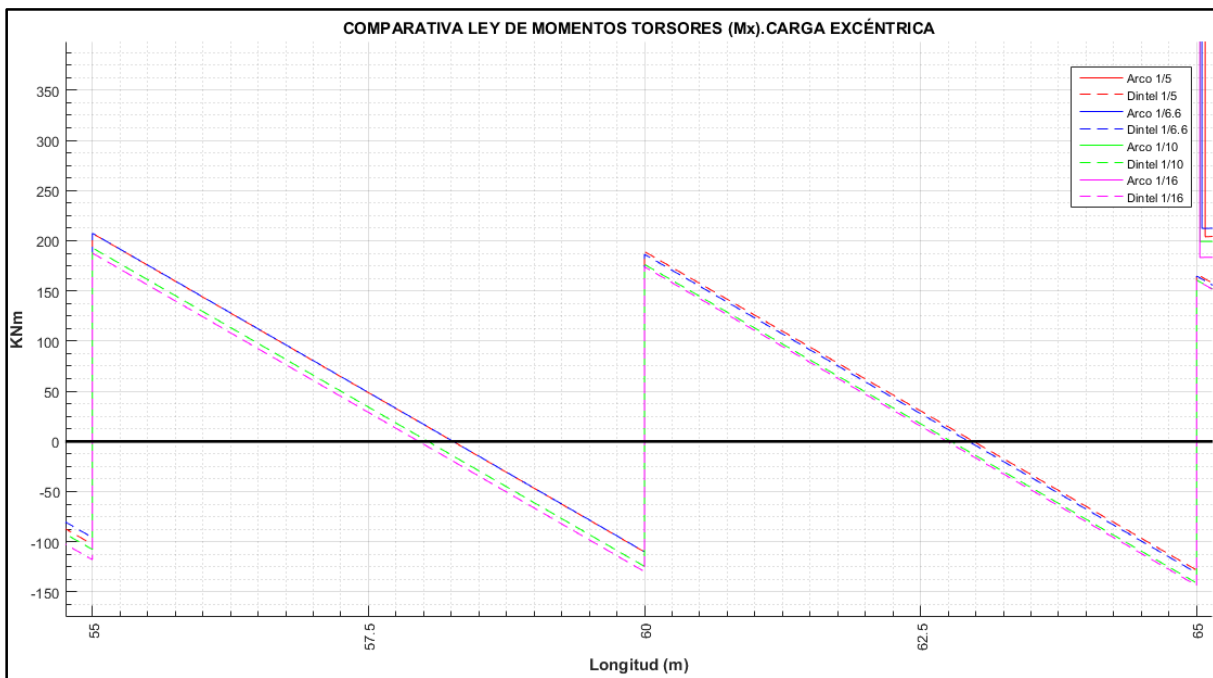


Figura 5-58. Ley de momento torsor dintel diferentes modelos. Posición 55 a 65 metros

Una primera conclusión que podemos obtener es que el dintel absorbe mucho menos esfuerzo de torsión. Esto está bastante claro pues el tablero no posee la misma rigidez a torsión que el arco, esta es una de las hipótesis de partida de las que partió Javier Manterola, y por tanto la torsión la asume el arco en casi toda su totalidad en lo que se refiere a la ley de momento torsor.

5.5.3. Ley de cortante transversal

El primer paso, como en los otros puntos, es la comparativa visual de las leyes para poder obtener conclusiones.

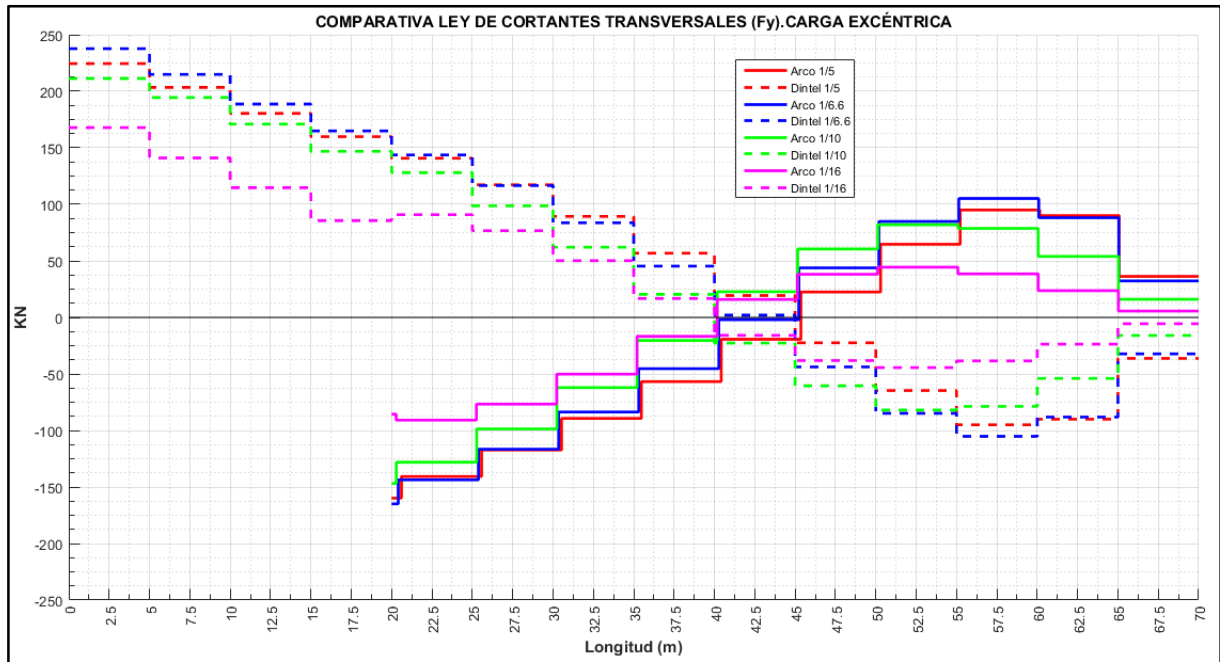


Figura 5-59. Comparativa cortantes transversales

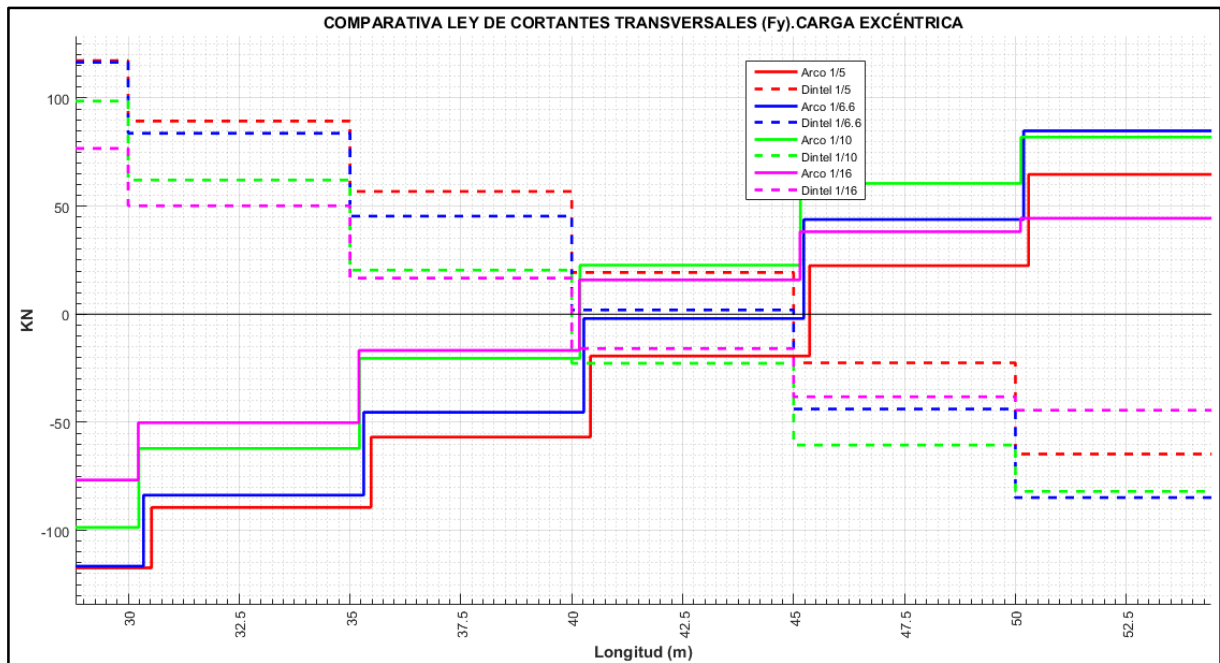


Figura 5-60. Comparativa cortantes transversales (Ampliación cuartos de luz)

Como se observa en la Figura 5-59 se llega a la conclusión de que los arcos a menor relación f/L, al estar el tablero más cerca del arco adquieren una rigidez global mayor, y por tanto presenta unos cortantes transversales menores. También se puede destacar la gran exactitud en las leyes en cuanto

al valor del cortante del arco y del dintel, iguales pero de signos contrarios los cuales son exactos en valor.

Analizando las diferentes leyes a medida que se avanza en la posición de la estructura podemos ver que en los primeros metros el modelo 1/6.6 presenta un cortante mayor que el 1/5, rompiendo la teoría de que los arcos más rígidos presentan menos cortante transversal. La explicación a esta situación reside en lo siguiente. Al tratarse el par de fuerzas como un mecanismo que posee el puente arco de tipo simple para compatibilizar los desplazamientos transversales del arco y el tablero ante cargas excéntricas, explicado en el punto 5.5.1, el arco de relación f/L 1/5 presenta más flexibilidad global y por tanto se observó en la Figura 5-46 que el arco tenía desplazamientos transversales negativos, que no llegaban a 0.001 m, en los primeros 10 metros. Por tanto esto permite deducir que tiene mayor capacidad para compatibilizar deformaciones y en el primer tramo de acercamiento al arco no desarrolla tanto cortante transversal. A partir de la posición 30 ya posee mayor cortante transversal el modelo 1/5 que el resto de modelos aunque, desde la posición 25 a 30 metros, es mayor en 0,8 KNm respecto al modelo 1/6.6.

Se deduce con claridad también como el cambio de valor de cortante se produce en las pilas, manteniéndose constante hasta llegar a la siguiente pila, donde en esta misma posición, experimenta la bajada o subida de valor. Estas diferencias son a consecuencia de las reacciones que se producen en la dirección del cortante estudiado, en este caso en la dirección y . Como ejemplo ilustrativo vamos a estudiar el modelo 1/5 y en uno de los tramos de acercamiento al arco por simplicidad y ser de forma más directa. La posición elegida ha sido 10 metros. En esta posición el salto producido pasa de ser de 203.4 KN a 180.4 KN.

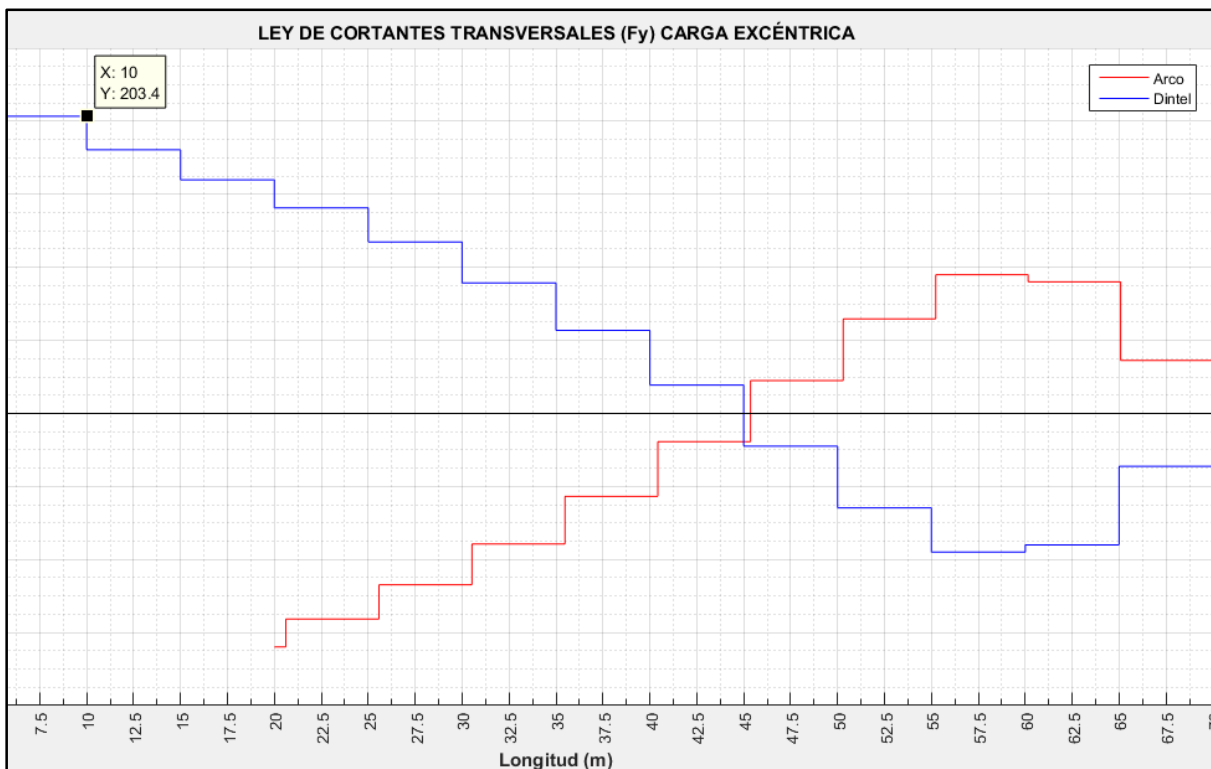


Figura 5-61. Valor en la ley de cortante en la posición 10 metros

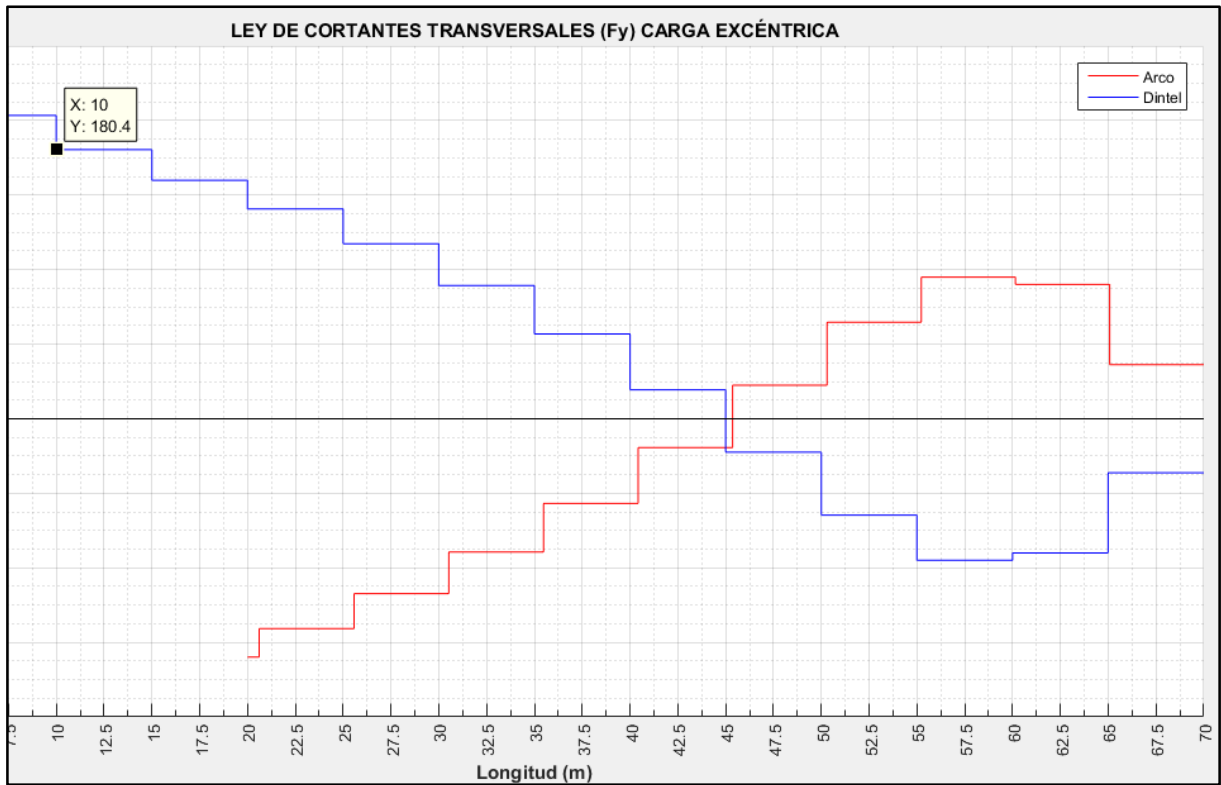


Figura 5-62. Valor en la ley de cortante en la posición 10 metros (2)

Si representamos el valor de las reacciones en el modelo de MIDAS:

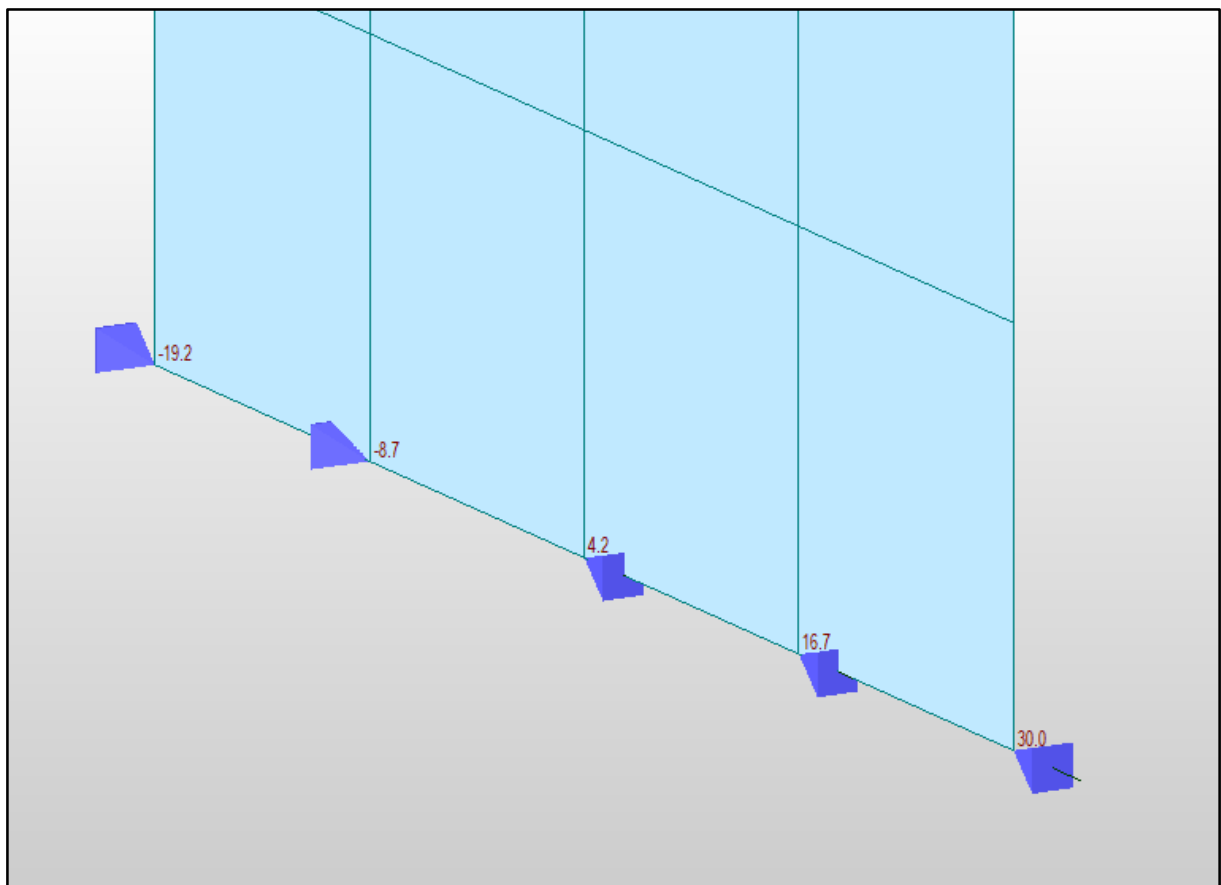


Figura 5-63. Reacciones en el modelo en la posición 10 metros Modelo 1/5

La resultante de la reacción tiene el valor de 23 KN en la dirección del eje y de MIDAS. Como la diferencia existente en esta posición era de 23 KN (203.4-180.4) es esta la razón por la que se producen estos saltos en la ley de cortante.

La posición donde el cortante se hace cero en cada uno de los modelos son los siguientes:

- Modelo 1/5: 45,19 metros. Se realiza una interpolación de las posiciones donde cruzan cada ley al eje donde el cortante vale 0 KN.
- Modelo 1/6.6: 45,12 metros. Se ha realizado igual que para el modelo anterior.
- Modelo 1/10: 40,09 metros.
- Modelo 1/16: 40,09 metros.

La razón de interpolar es que al ser las leyes de cambios tan bruscos es muy difícil que ambas rectas coincidan en la misma posición, aunque a gran escala si parezca que lo hacen. De la obtención de las posiciones anteriores se deduce que los modelos que poseen mayor rigidez global realizan el intercambio del par de fuerzas antes por tener menor capacidad de deformación. Los valores de las posiciones coinciden de forma muy aproximada al modelo de presentó Manterola cuya posición era a cuartos de luz del arco.

Una vez que se produce el cambio de signo, este par de fuerzas actúa contrario al momento producido por la carga excéntrica. Podemos destacar a partir de este punto dos curiosidades en la comparativa.

Por un lado observamos que los modelos más rígidos (1/10 y 1/16) alcanzan un máximo en posiciones anteriores a los otros dos modelos por la razón de compatibilización de deformaciones en la clave donde el desplazamiento del tablero y el arco son prácticamente el mismo.

En cuanto al modelo 1/6.6 y 1/5 observamos que el máximo le presenta el modelo 1/6.6. Como se ha mencionado anteriormente el par de fuerzas actúa en sentido contrario que el momento producido por la carga excéntrica. En esta posición si se observa la ley de momentos de torsores en el arco también es mayor en la ley del modelo 1/6.6 respecto a la de 1/5 por tanto para igualar los desplazamientos en esta posiciones, donde las pilas ya tienen mayor rigidez, este modelo presenta mayor cortante transversal que se traduce en mayor par de fuerzas resultantes.

5.5.4. Ley de momento flector transversal

Para analizar el último gráfico de esfuerzos que interesa conocer, partimos de la premisa de que el cortante transversal es la derivada del momento flector transversal respecto a la longitud de la estructura. Es decir:

$$V_t = \frac{\partial M_{ft}}{\partial x} \quad (5-3)$$

Siendo:

- V_t : cortante transversal

- M_{ft} : Momento flector transversal
- x: posición

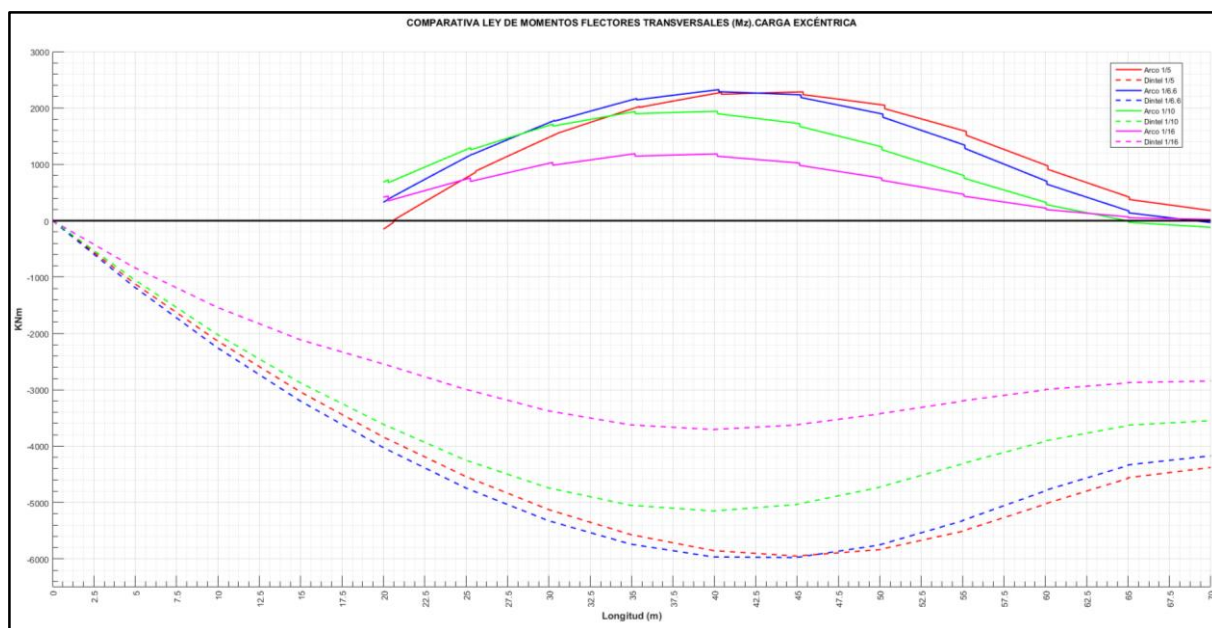


Figura 5-64. Comparación leyes momento flector transversal

Como se puede deducir a partir de la ecuación (5-3) los máximos en la ley de momentos flectores se van a producir en aquellos puntos donde el cortante se hace igual a cero, es decir, en las posiciones donde se produce el intercambio del par de fuerzas. En la Figura 5-64 se observa con claridad como en los dos modelos más rígidos se produce en la posición 40 metros y en los menos rígidos en la posición 45 por la razón dada de que los modelos que poseen mayor flexibilidad retrasan su posición de intercambio de fuerzas por tener mayor facilidad para compatibilizar los desplazamientos transversales en la zona de la clave y en los modelos más rígidos ocurre lo contrario.

En cuanto a los valores que experimenta el tablero y el arco, se observa que el dintel experimenta mayores valores ya que posee una mayor rigidez a flexión transversal 57.6 m^4 frente al arco que presenta una rigidez a flexión transversal de 5.25 m^4 , por tanto ante las mismas deformaciones el dintel experimenta mayores momentos.

Si se observa, en las leyes del arco, existen unos picos en los cuales la ley desciende una cantidad despreciable a simple vista, pero que en valor supone 67 KNm . Estas posiciones se corresponden con las posiciones de las pilas. Este salto es debido al equilibrio del momento flector en el nudo debido al arco y al momento torsor de la pila por equilibrio de momentos. Estos cambios se acentúan más en el arco por ser más flexibles a flexión transversal que el dintel. Observamos que mientras más cortas son las pilas este efecto se pronuncia más por tener mayor rigidez a torsión. Las pilas presentan poca rigidez a torsión en todos los modelos por tener la misma sección en todos ellos.

El hecho de que la ley del modelo 1/6.6 y 1/5 hagan el cruce entre la posición 45 y 47.5 metros. Están ligado al valor los cortantes transversales por ser estos la derivada del momento flector.

En la ley del dintel se deduce que a mayor rigidez global, menor relación f/L , los valores son menores.

En cuanto a valor de los arranques en el arco esto está unido a lo siguiente. Si se traza una línea recta entre el arranque y la posición de la clave se observa que el área encerrada, se corresponde con los que más cortantes tienen, en este caso serían los modelos 1/5 y 1/6.6, son los que tienen mayor variación de momento flector. Se observa, que esta área encerrada en los modelos, 1/5 y 1/6.6 serían muy parecidas pero su diferencia reside en que en el arco del modelo 1/5 el cortante se aplica sobre longitudes mayores, el arco tiene más desarrollo, por lo que produce mayores variaciones de flectores.

5.6. Análisis de los resultados. Carga de viento

El proceso de análisis en cuanto a la hipótesis de carga de viento va a ser muy similar al seguido en el de carga excéntrica.

5.6.1. Flechas transversales

En primer lugar se muestra en la siguiente figura una representación de todas las leyes de flechas transversales de los diferentes modelos.

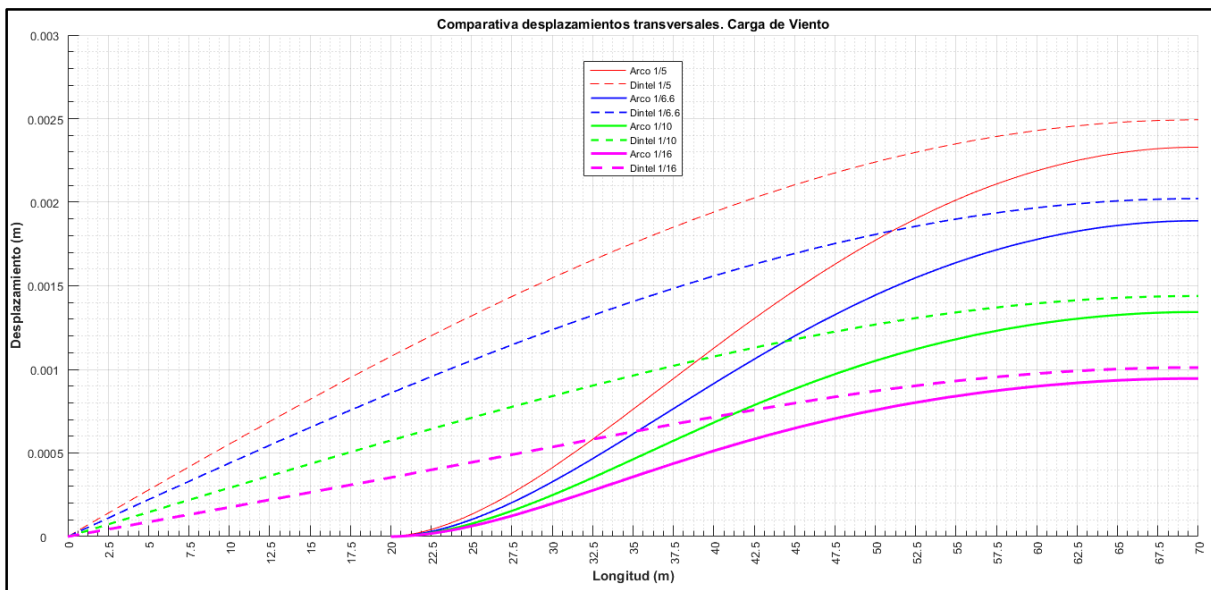


Figura 5-65. Comparativa flechas transversales. Carga de viento

Como ya se indicó en el apartado de análisis de esta ley se observa como los modelos de mayor relación f/L experimentan mayores desplazamientos. La razón de esto reside en lo que se ha venido mencionando continuamente en los demás apartados, la rigidez global de la estructura. En cuanto al arco se observa como presenta dos tipos de curvaturas cambiando de signo, aproximadamente, sobre la posición 40-45 metros. El cambio de signo se produce para poder compatibilizar las deformaciones en las posiciones cercanas a la clave.

Como ya se hiciera en el caso de carga excéntrica se van analizar los desplazamientos relativos en las mismas posiciones para sacar una serie de conclusiones.

Modelo	Posición (m)	δ_2 (Dintel)	δ_1 (Arco)	$\delta_r = \delta_2 - \delta_1$
1/5	20	0,001077	0,000000	0,001077
	30	0,001547	0,000411	0,001136
	45	0,002104	0,001472	0,000632
	55	0,002349	0,002013	0,000336
1/6.6	20	0,000858	0,000000	0,000858
	30	0,001237	0,000327	0,000910
	45	0,001693	0,001199	0,000494
	55	0,001899	0,001638	0,000261
1/10	20	0,000575	0,000000	0,000575
	30	0,000840	0,000248	0,000592
	45	0,001179	0,000883	0,000296
	55	0,001341	0,001180	0,000161
1/16	20	0,000353	0,000000	0,000353
	30	0,000536	0,000197	0,000339
	45	0,000798	0,000648	0,000150
	55	0,000931	0,000840	0,000091

Tabla 7. Desplazamientos transversales en las posiciones elegidas. Carga de viento

Posición 20 metros

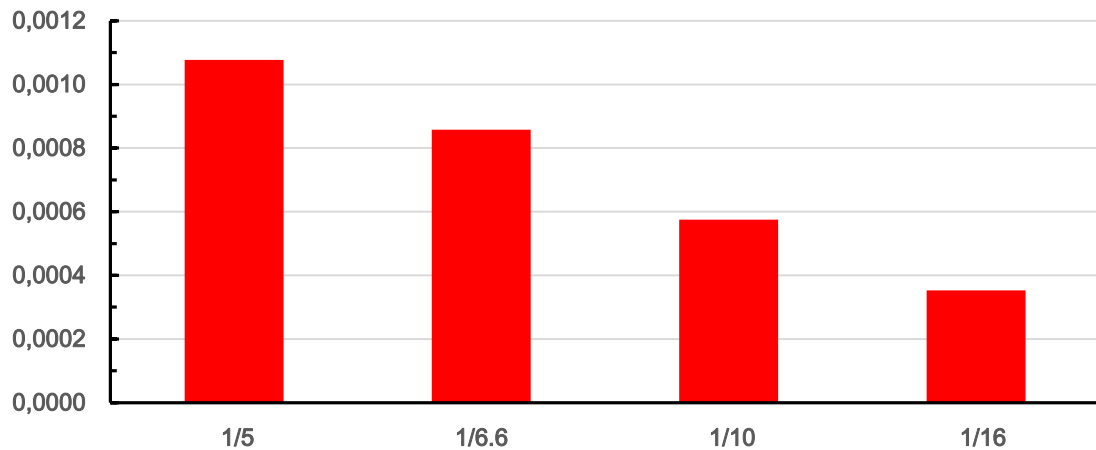


Figura 5-66. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 20m. Carga de viento

Posición 30 metros

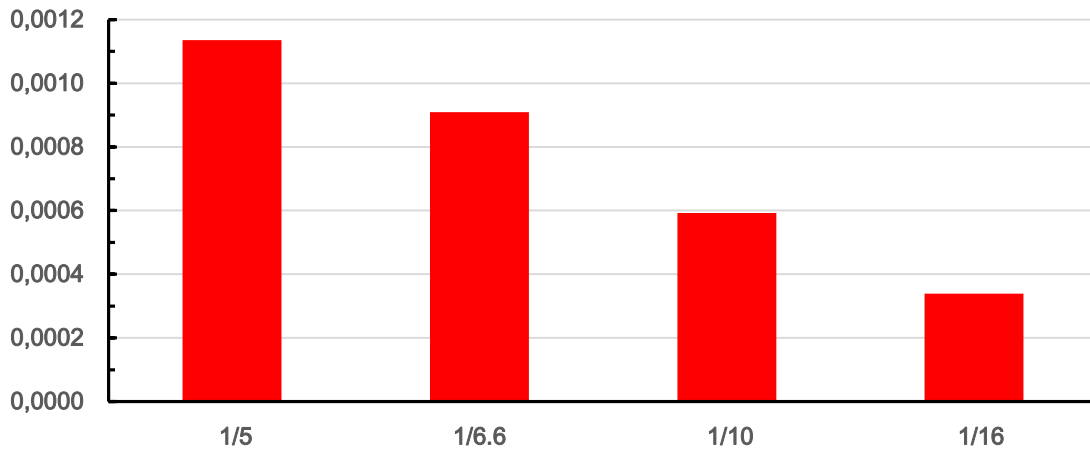


Figura 5-67. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 30m. Carga de viento

Posición 45 metros

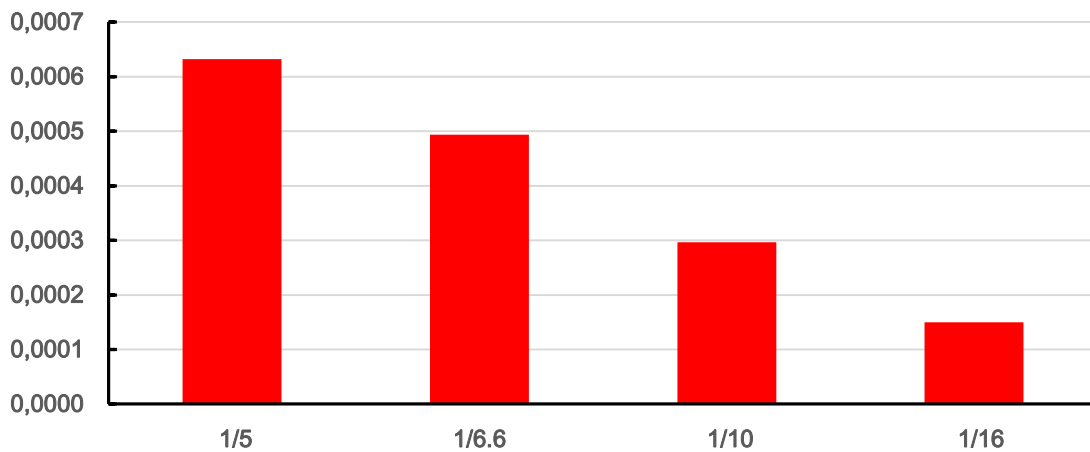


Figura 5-68. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 45 metros. Carga de Viento

Posición 55 metros

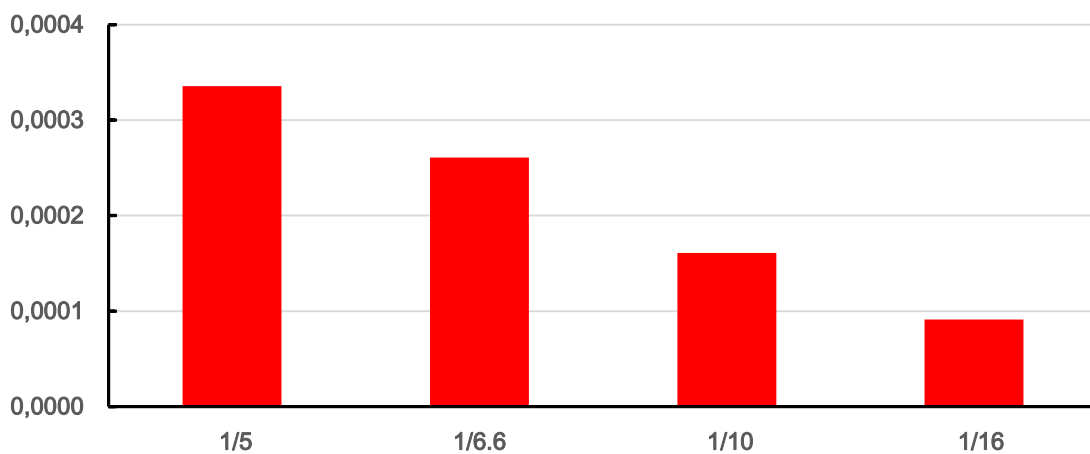


Figura 5-69. Desplazamientos relativos diferentes modelos. Posición 55 metros. Carga de Viento

En la posición 30 el desplazamiento relativo es mayor que en la posición 20 en los modelos 1/5, 1/6.6 y 1/10. El hecho de que ocurra esto es debido a la distorsión de la sección. En la posición 20 coincide el empotramiento del arco al terreno, sin embargo, en la posición 30 solamente está el diafragma que rigidiza la sección para disponer la pila, pero en menor medida que en la zona del arranque donde está impedido cualquier desplazamiento. En el dintel en la posición 30 se almacena más carga de viento y por tanto mayor desplazamiento transversal coincidiendo a su vez en una posición en la que la distancia AB y BC de longitudes de pilas mayores y como consecuencia secciones donde la estructura experimenta mayor giro. Esto no es así en el modelo 1/16 en la que el desplazamiento relativo en la posición 20 es mayor que en la posición 30. En este modelo partimos de una rigidez global mayor que el resto, arco más rebajado y por tanto el tablero más cercano al arco. Esto conlleva a que tenga menor capacidad de compatibilizar deformaciones y por esta razón debe de hacerlo de una forma más gradual. Respecto a los demás modelos se puede ver como a medida que se avanza, a partir de la posición 30, los desplazamientos relativos ya son menores que en la posición anterior causada por la menor longitud que van teniendo las pilas y por tanto mayor rigidez al giro de la sección completa.

5.6.2. Ley de cortante transversal

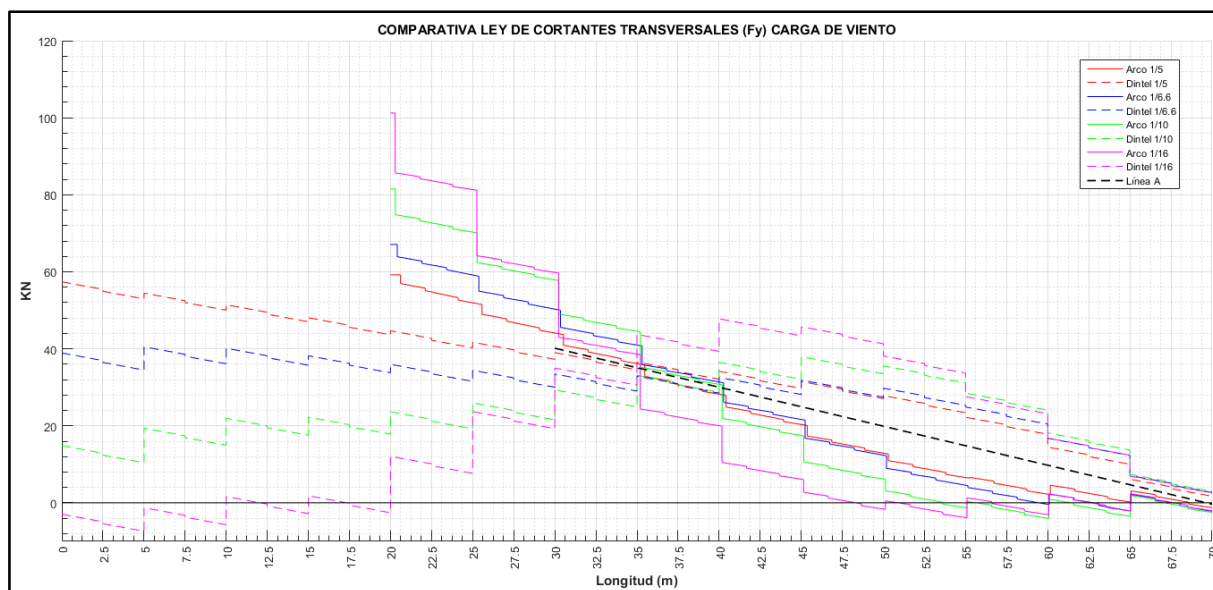


Figura 5-70. Comparativa cortante transversal. Carga excéntrica

Respecto a la comparación de esta ley, hay que mencionar en primer lugar lo que Manterola definía en su estudio. Manterola afirmaba que el cortante en tablero y el arco, las fuerzas F , se constituían de dos valores: por un lado la acumulación de carga natural transversal de viento que actúa sobre arco y tablero, representada por la línea A y por otro lado la par que tiende a reducir el momento torsor sobre el arco.

Comenzando por la ley del dintel se puede observar como a medida que la relación f/L es menor el valor en sus estribos descende incluso llegando a tener diferente signo en su estribo como ocurre en

el modelo 1/16. Esto se debe a que en la ley de torsores el dintel experimenta un torsor muy pequeño pero en el arco es bastante superior. En los modelos más rígidos este máximo se produce en la zona de los arranques del arco y por tanto en esta posición el torsor está siendo soportado por el propio esfuerzo torsor. No es así en los modelos flexibles en los que su torsor en el arco es creciente hasta su posición de máximo y por tanto el torsor debe de ser soportado por el cortante en estas posiciones, de ahí, que el cortante sea mayor en el dintel en los primeros metros en los modelos más flexibles (1/5 y 1/6.6)

Los saltos que se producen en las posiciones de las pilas es por el efecto de la reacción que ya se comentó en el punto 5.3.3.

En cuanto al cortante en el arco este es descendiente debido al aumento de cortante que se produce en el dintel que aumenta para reducir el momento torsor en el arco. Los valores del cortante en el arco son menores a menor relación f/L porque a su vez aumenta más en el dintel, obteniendo mayores valores, ya que el torsor está siendo soportado por la par de fuerzas y reduciéndose mucho el torsor del arco, que era el que estaba soportando la torsión en posiciones anteriores.

En cuanto al área que se forma cuando el esfuerzo cortante en el dintel crece y decrece en el arco este área es mayor a menor relación f/L . Como se mencionó al comienzo, esta área representa al intercambio de fuerzas entre las pilas. Esta área es mayor en los modelos de menor relación f/L al aumentar mucho el cortante en su dintel y descender el cortante en el arco.

5.6.3. Ley de momento torsor

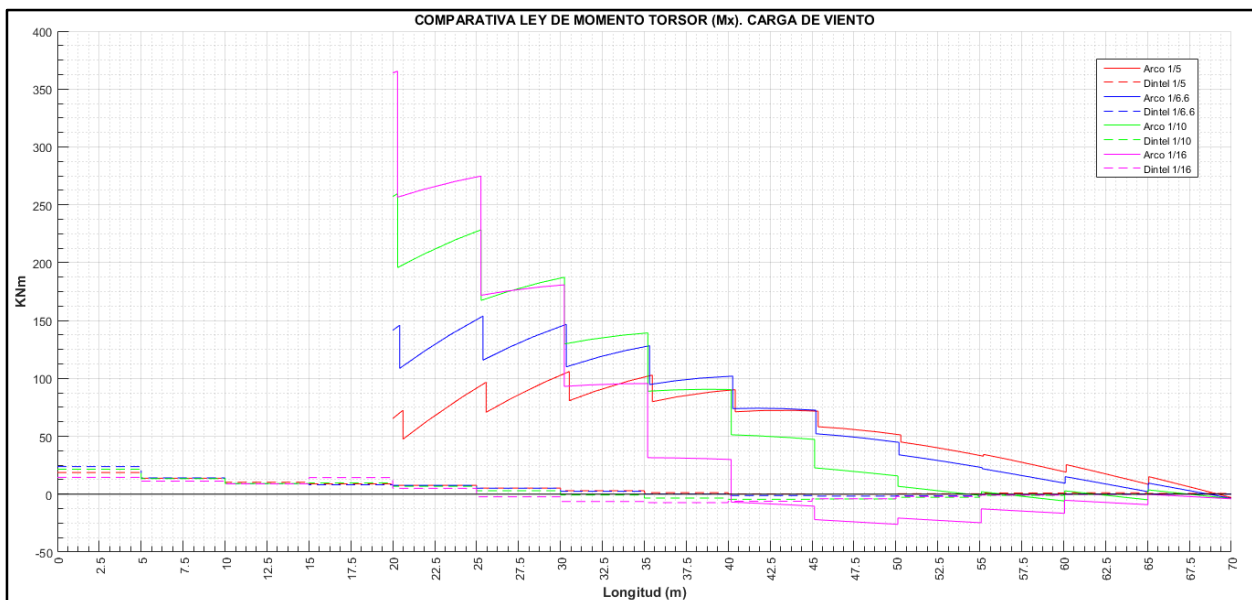


Figura 5-71. Comparativa de torsores diferentes modelos

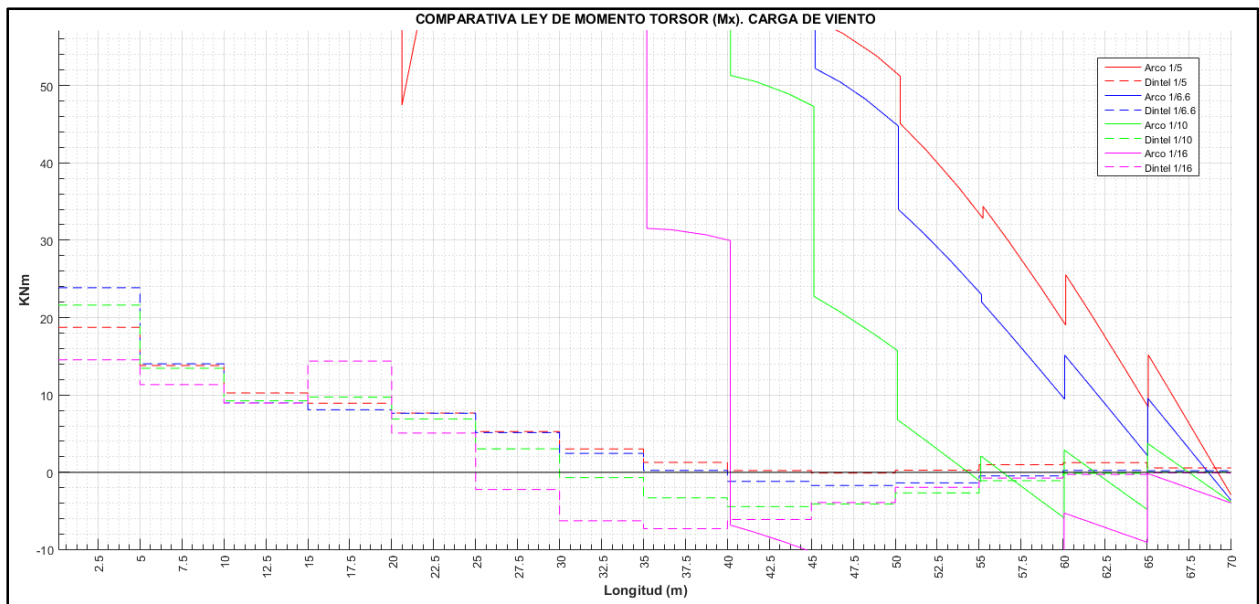


Figura 5-72. Ampliación comparativa torsores primeros metros del dintel

En la ley del arco se observa como la torsión es mayor en los arranques a menor relación f/L . Su razón es la rigidez de la estructura que hace que se produzcan mayores esfuerzos que sumado al empotramiento del arco los aumenta. Los cambios verticales que se producen en la posición de las pilas son debido al equilibrio de momentos en el nudo del momento de empotramiento de las pilas con el torsor.

En cuanto al valor que se produce en los arranques y en los primeros metros del arco reside en la relación con el cortante transversal. Una de las dos fuerzas que menciona Manterola que se aprecian en la ley de cortante transversal es la que tiende a reducir el momento torsor en el arco.

En los primeros metros del arco existe un valor de cortante alto al igual que se produce en la ley del momento torsor, en la posición 35, en la ley de cortante se observa como el cortante en el dintel aumenta y hace reducir el torsor en el arco. A partir de esta posición mencionada en los dos modelos más rígidos se desarrolla un cortante transversal en el dintel mayor, que hace que los valores del torsor en el arco disminuyan más que en los otros dos modelos, porque desarrollan más cortante en el dintel, hasta el punto de hacerle nulo en el modelo 1/10 y llegar a cambiar de signo en el modelo 1/16.

5.6.4. Ley de momento flector transversal

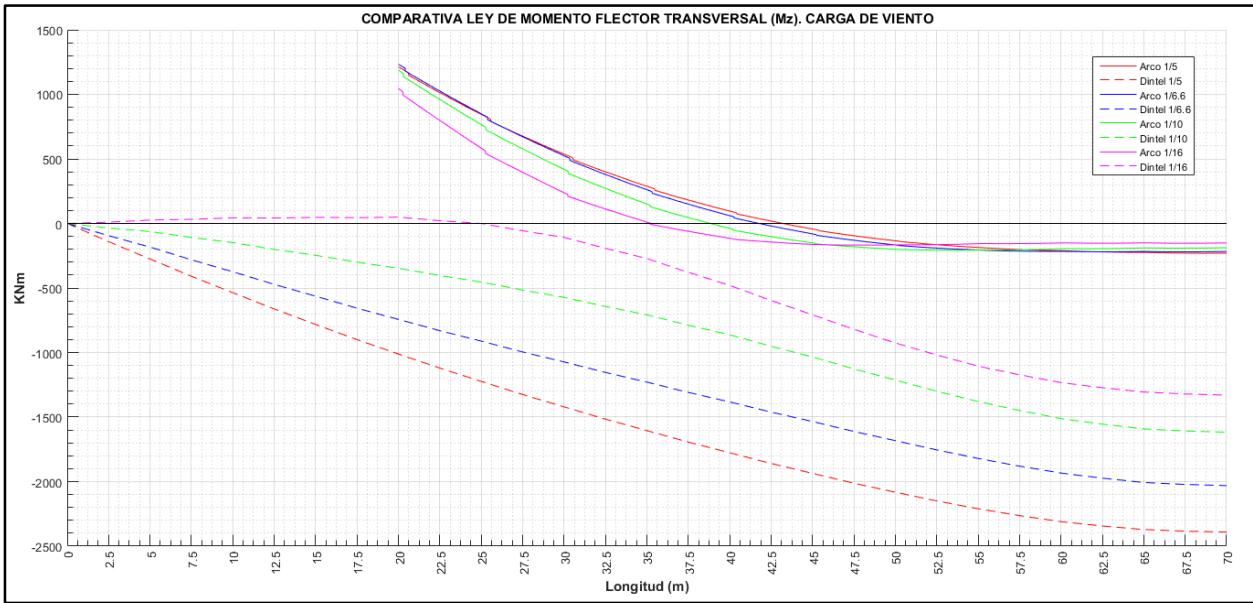


Figura 5-73. Comparativa ley de momento flector transversal diferentes modelos

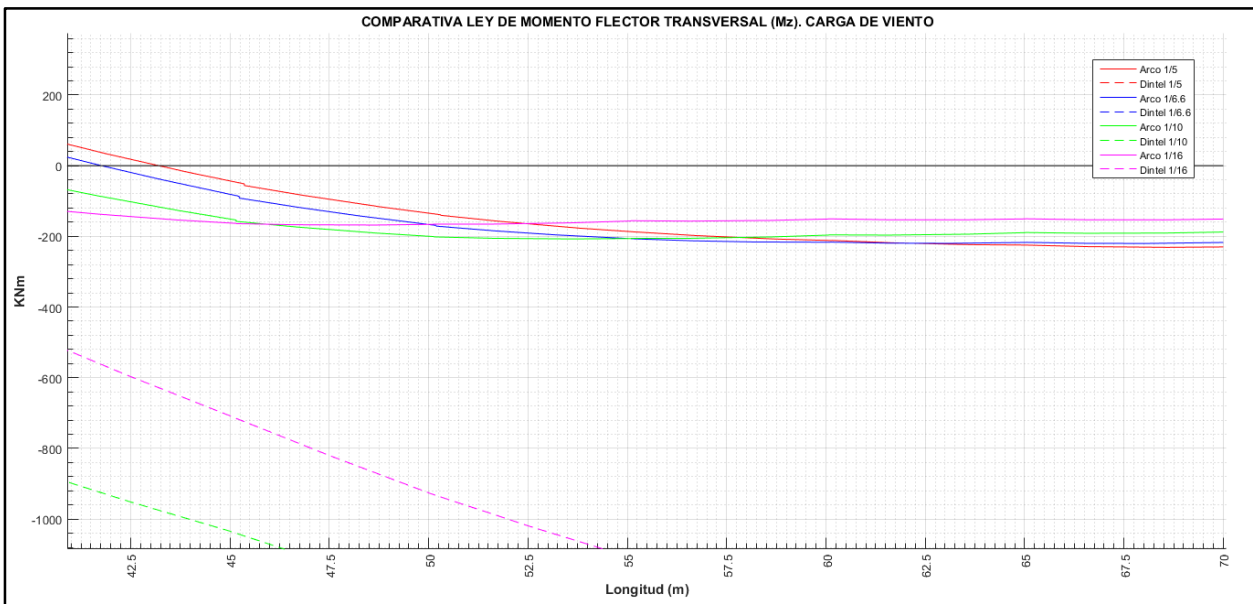


Figura 5-74. Ampliación ley de momento flector transversal. Ley en el arco metros cercanos a la clave

En cuanto a la ley en el dintel se observa como su forma responde a la integración de la ley de cortantes, por ser el cortante la derivada del momento flector. La ley en el dintel experimenta mayores esfuerzos flectores en los modelos de mayor relación f/L ya que también experimentan mayores flechas transversales. La diferencia entre valores en los diferentes modelos es bastante apreciable estando su diferencia entre los diferentes modelos consecutivos de 300 a 400 KNm. En los modelos más rígidos se experimenta menor momento flector debido a su rigidez global de la estructura y por tanto menor deformación ante la misma carga.

En cuanto a la ley de flectores en el arco sus valores responden a lo que se produce en la ley de cortantes de la misma manera que en el dintel. Si trazamos una línea desde el inicio de cada ley hasta su final se observa que la que mayor área encierra es la del modelo 1/16 por tanto experimenta mayor variación, consecuentemente, mayor esfuerzo cortante que es lo que se produce en la ley de cortantes. En cuanto al tramo final, cerca de la clave, a mayor relación f/L hay mayor esfuerzo flector debido al valor que adopta en el cortante (mayores valores de cortante en el arco a mayor relación f/L).

6. OTRAS COMPARATIVAS DE RESULTADOS

6.1. Desplazamientos máximos producidos en la clave

6.1.1. Carga excéntrica

En el punto 5.5.1 Flechas transversales ya se hizo un análisis sobre el desplazamiento relativo que sufría la estructura en las diferentes posiciones elegidas. En este caso se va a realizar un análisis de los desplazamientos máximos que sufre tanto el arco como el dintel en los diferentes modelos. Como se ha visto en las diferentes leyes este desplazamiento máximo se produce en la clave. Primeramente han sido recogidos estos datos en una tabla que posteriormente han sido mostrados en una gráfica.

Modelo	Elemento	Desplazamiento (m)
1/5	Arco	0,0049
1/6,6	Arco	0,0048
1/10	Arco	0,0039
1/16	Arco	0,0021

Tabla 8. Desplazamientos máximos en el arco

Modelo	Elemento	Desplazamiento (m)
1/5	Dintel	0,0065
1/6,6	Dintel	0,0065
1/10	Dintel	0,0055
1/16	Dintel	0,0040

Tabla 9. Desplazamientos máximos en el dintel

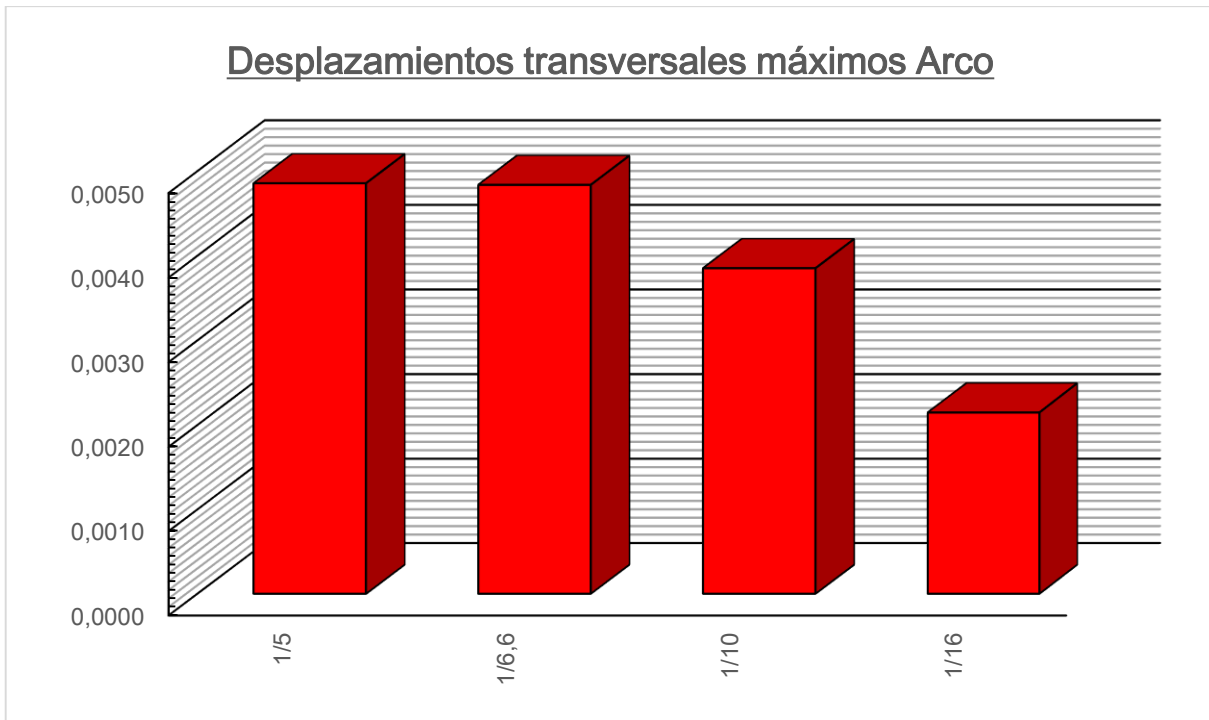


Figura 6-1. Desplazamientos transversales máximos en el arco

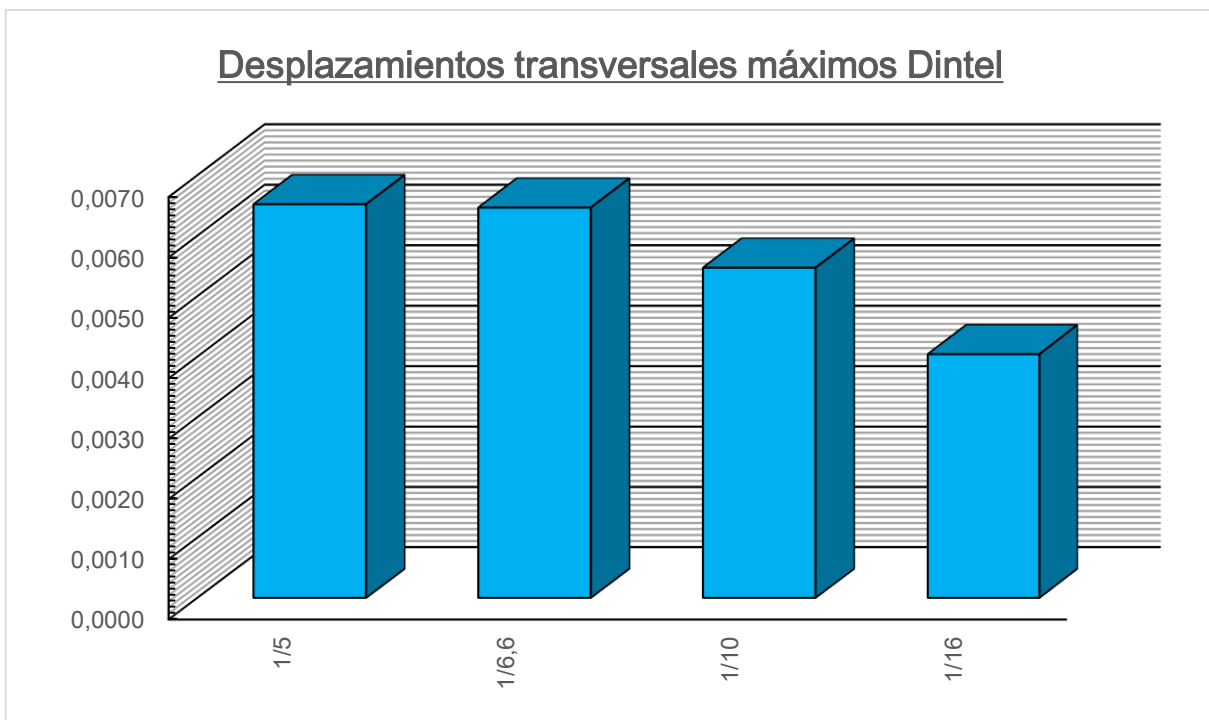


Figura 6-2. Desplazamientos transversales máximos en el dintel

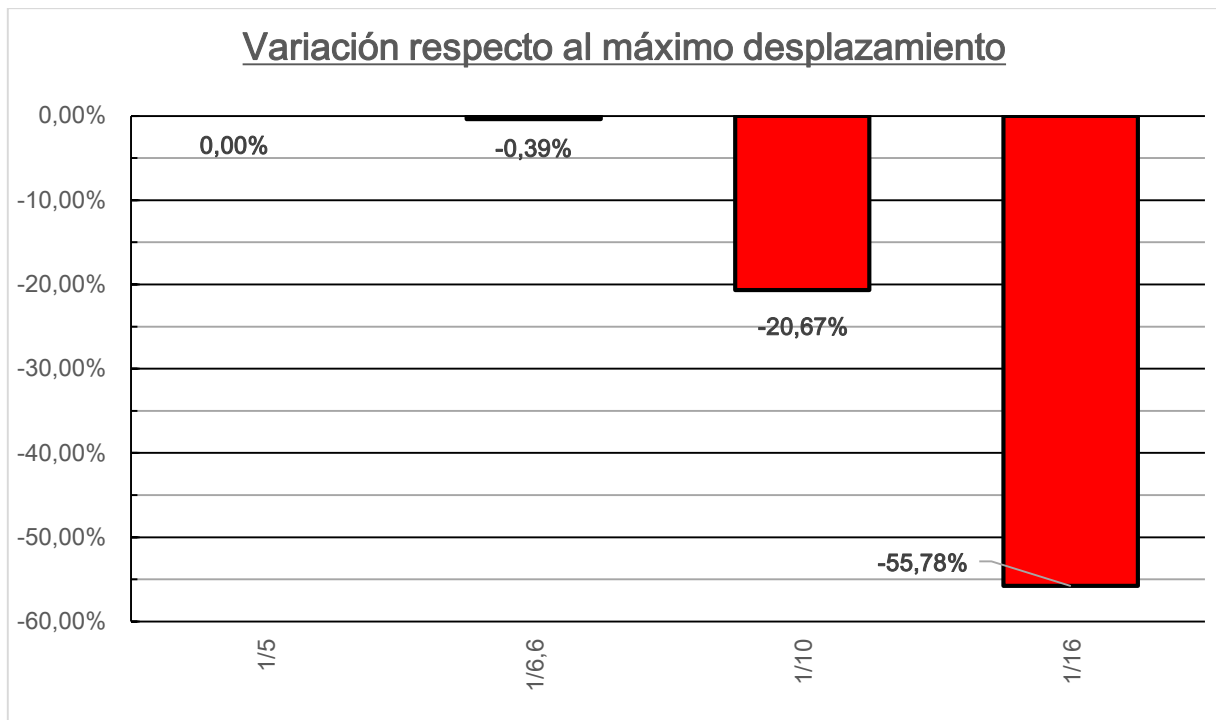


Figura 6-3. Gráfica de variación respecto al desplazamiento máximo arco

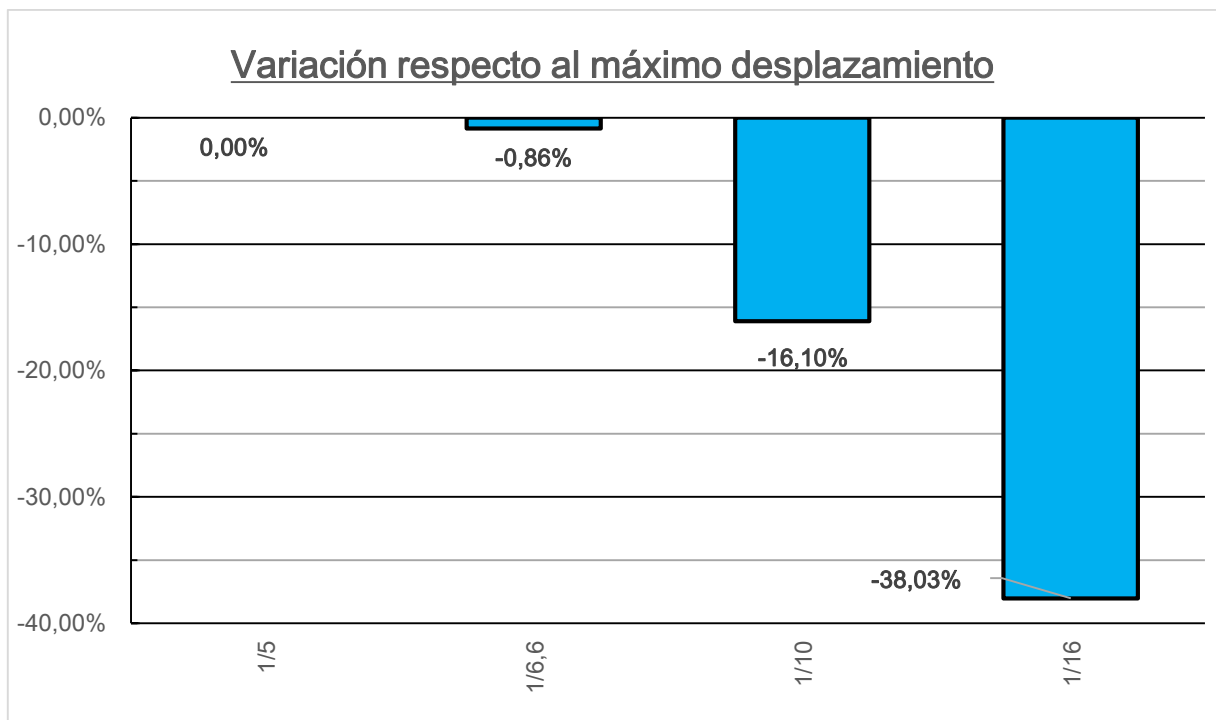


Figura 6-4. Gráfica de variación respecto al desplazamiento máximo dintel

A la vista de los resultados que se acaban de mostrar se puede deducir como los modelos en los que el tablero está más cercano al arco adquiere una rigidez global mayor en la que el desplazamiento transversal ante esta situación de carga se llega a reducir a más del 50%. Justamente en esta posición, en el arco, existe un diafragma al ubicarse una pila que aporta rigidez al arco en esta posición y por tanto aquí la distorsión no tendría apenas influencia, como ya demostró Antonio Martín en su Trabajo Fin de Grado.

En esta posición se da también la circunstancia de que la rigidez coincide, en gran medida, en todos los modelos ya que la longitud de pila, solamente existe la zona de la cabeza, es igual para todos los modelos al igual que el tablero. Lo único que cambia es la sección del arco pero su inercia a torsión es la misma para todas las secciones. Por tanto finalmente se deduce que para que se produzca menores desplazamientos ante la misma carga la única posibilidad es que la rigidez anterior a esta posición sea mayor y sufrirá mayores esfuerzos para una misma deformación.

Se puede ver con claridad cómo en la posición donde se están produciendo los máximos desplazamientos en el arco existe una mayor variación de desplazamientos a medida que se reduce la relación f/L . Esto nos permite deducir que la estructura ante carga excéntrica, la rigidez la está aportando el arco, y por tanto se está cumpliendo el hecho de que el elemento rígido es quien está soportando en mayor porcentaje los esfuerzos ya que está experimentando menores desplazamientos.

6.1.2. Carga de viento

Modelo	Elemento	Desplazamiento (m)
1/5	Arco	0,0023
1/6,6	Arco	0,0019
1/10	Arco	0,0013
1/16	Arco	0,0009

Tabla 10. Desplazamientos máximos en el arco. Carga de Viento

Modelo	Elemento	Desplazamiento (m)
1/5	Dintel	0,0025
1/6,6	Dintel	0,0020
1/10	Dintel	0,0014
1/16	Dintel	0,0010

Tabla 11. Desplazamientos máximos en el dintel. Carga de Viento

A simple vista se puede ver como los desplazamientos disminuyen ante este tipo de sollicitación, que es equivalente a una sollicitación transversal y a un momento torsor. Para verlo de una mejor forma se ha hecho una representación gráfica de los datos extraídos de las leyes.

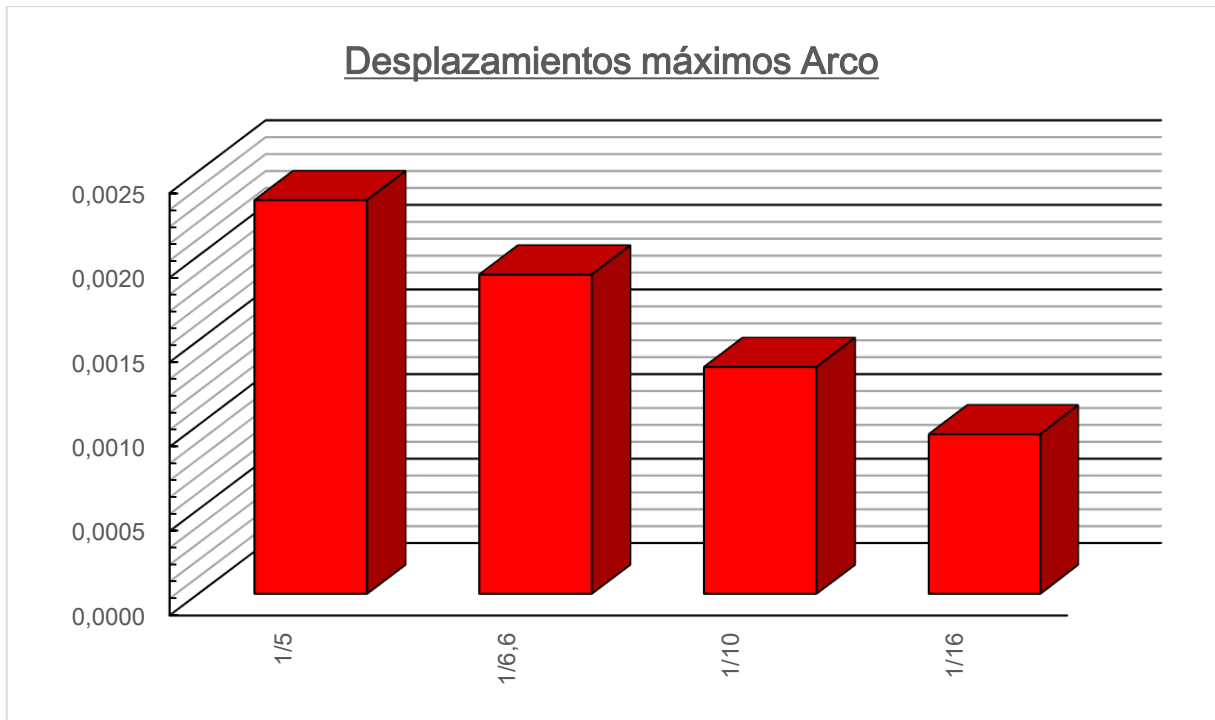


Figura 6-5. Desplazamientos máximos en el arco. Carga de viento

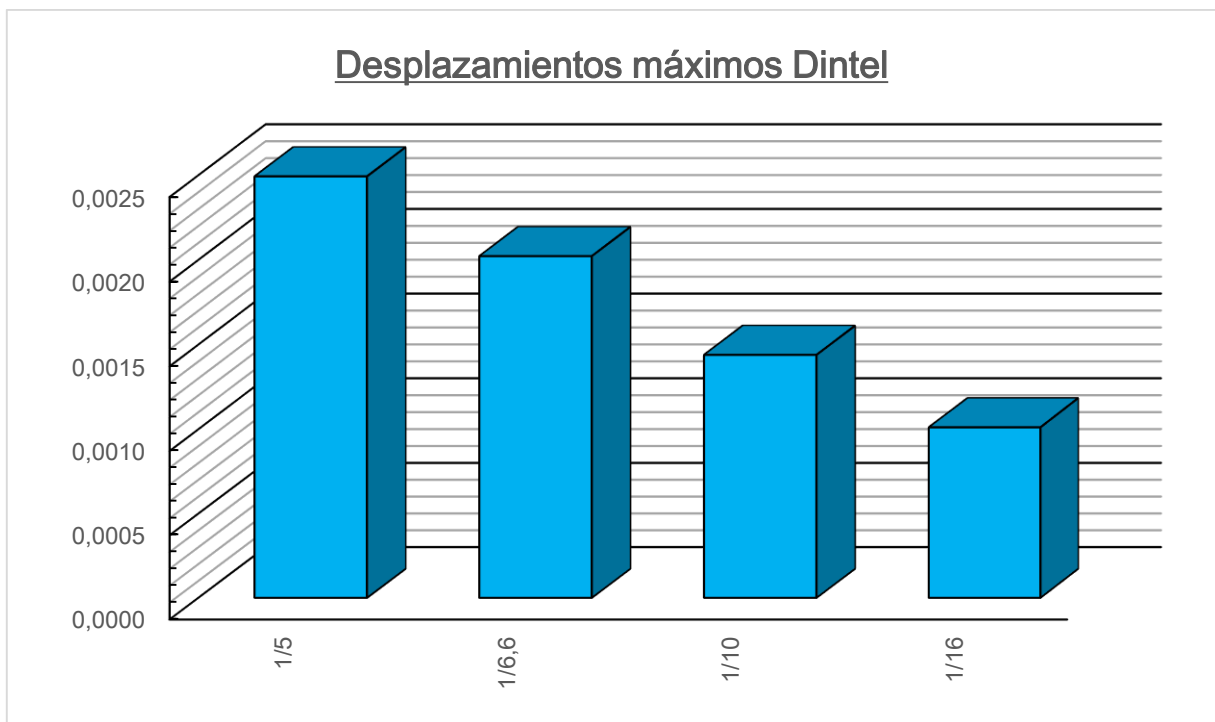


Figura 6-6. Desplazamientos máximos en el dintel. Carga de viento

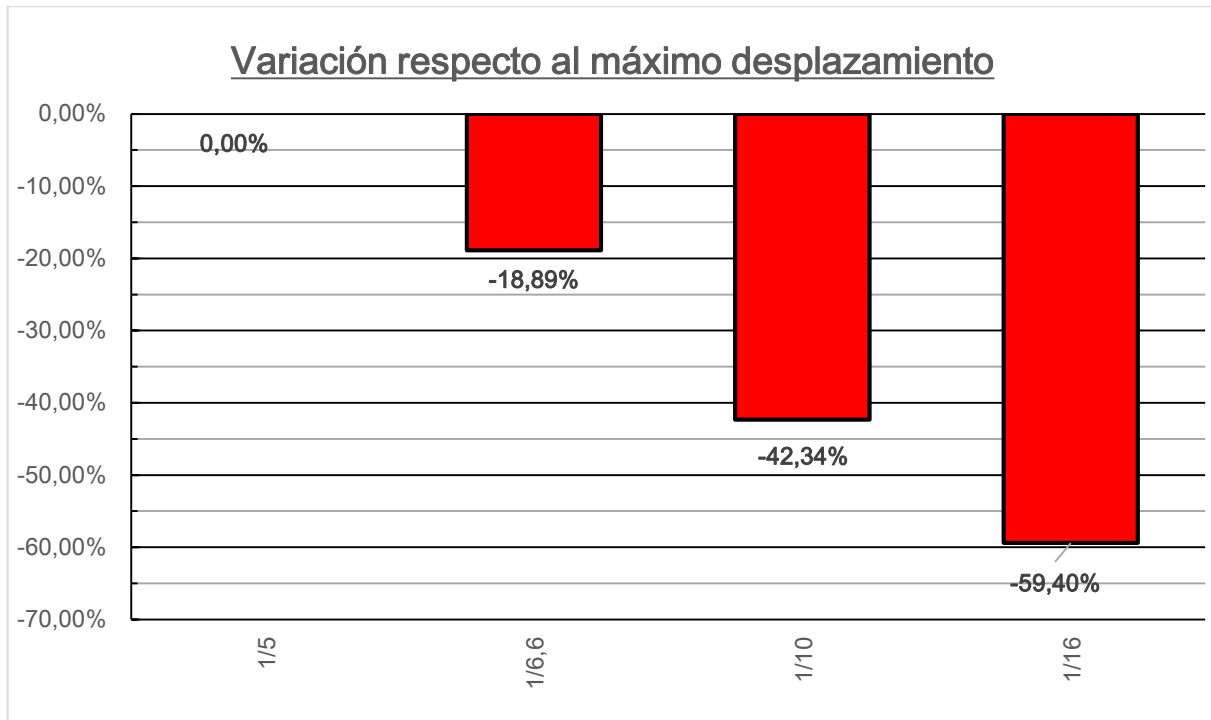


Figura 6-7. Variación desplazamientos máximos entre modelos en el arco. Carga de viento

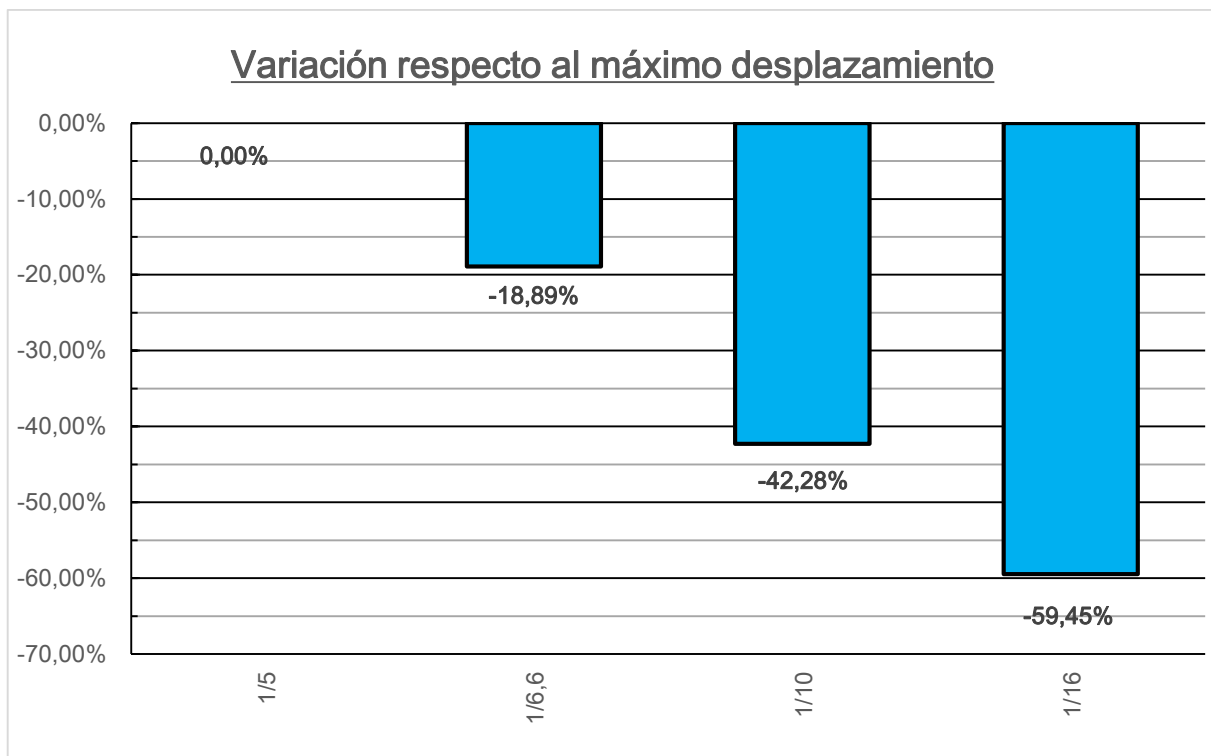


Figura 6-8. Variación desplazamientos máximos entre modelos en el dintel. Carga de viento

Ante la sollicitación transversal de viento se puede ver como la variación de desplazamientos es prácticamente la misma tanto en arco como en el dintel. Ante estos resultados se puede confirmar que tanto arco y tablero trabajan por igual en los diferentes modelos, es decir, aunque predomina la rigidez a torsión en el arco y es este el que mayor esfuerzos soporta, ambos elementos experimentan la misma variación de desplazamientos por igual conforme a la rigidez global de la estructura (mayor rigidez a menor relación f/L).

6.2. Aportación a la sollicitación torsora

En el mecanismo de resistencia de los puentes arcos, este tipo de estructura para resistirlo presenta una serie de momentos y fuerzas. Por un lado el par de fuerzas debido al cortante transversal y por otro lado la rigidez a torsión del tablero y del arco. Para ver qué porcentaje de la sollicitación torsora total es resistido por los diferentes momentos y fuerzas se han en dos grupos, por un lado el esfuerzo torsor total que se produce tanto en arco y dintel conjuntamente y el par de fuerzas, definido por el cortante transversal que se produce en ambos elementos.

Conviene matizar, para que el lector pueda comprender mejor, lo que se ha realizado con las diferentes leyes de torsores y cortantes. Al presentar unas formas con tantos saltos verticales se ha procedido a interpolar las leyes de cortantes y de torsor y dintel mediante la herramienta de MATLAB. La ley del dintel solo ha sido interpolada en el caso de carga transversal pues en cuanto al caso de carga excéntrica presenta los resultados esperados que obtuvo Javier Manterola. Estas leyes han sido dispuestas en el apartado ANEXO I: Otras gráficas para no cargar de tantas imágenes la propia memoria.

Antes de ver los resultados en ambos casos de carga conviene matizar como se han obtenido los resultados. Las secciones de los arcos son perpendiculares a la directriz de la parábola. De esta forma cada sección tiene definido unos ejes locales, x e y, cuyo eje x local, perpendicular a la sección, coincide en dirección con la tangente a la directriz. El ángulo que forma la tangente en el punto de estudio viene definido por la siguiente expresión:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (6-1)$$

$$\alpha(x_0) = \arctang\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) = \arctang(2x_0a + b) \quad (6-2)$$

Los parámetros a y b son función de la flecha y la luz, cuyos valores ya han sido explicados en el apartado 4.3.

El momento torsor es el momento producido en el plano de la sección por tanto su proyección en los ejes globales se descompone en dos momentos, un torsor longitudinal en el eje global X y un momento flector transversal en el eje Z global. Las proyecciones de los momentos son obtenidas a partir del ángulo α y por tanto las expresiones quedan de la siguiente forma:

$$M_{xx} = M_x \cdot \cos(\alpha) \quad (6-3)$$

$$M_{zx} = M_x \cdot \sen(\alpha) \quad (6-4)$$

Siendo:

- M_{xx} : Proyección del Momento torsor (M_x) sobre el eje global x (momento torsor)
- M_{zx} : Proyección del Momento torsor (M_x) sobre el eje global x (momento flector transversal)

Por otro lado el momento flector transversal que se proyecta sobre el eje z local de la sección también origina momento torsor al descomponerlo en sus componentes globales y un momento flector transversal.

$$M_{xz} = M_x \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (6-5)$$

$$M_{zz} = M_x \cdot \text{cos}(\alpha) \quad (6-6)$$

Siendo:

- M_{xz} : Proyección del momento flector transversal (M_z) sobre el eje global x (momento torsor)
- M_{zz} : Proyección del momento flector transversal (M_z) sobre el eje global z (momento flector transversal)

En la imagen siguiente se puede ver con mejor detalle cómo se obtienen los momentos torsores provenientes de la descomposición del momento torsor y flector transversal de la sección.

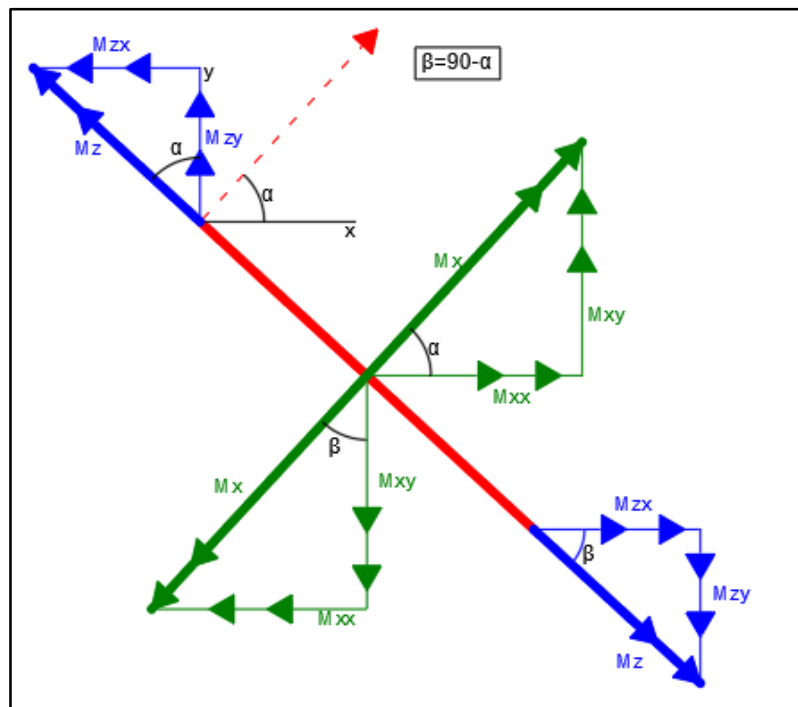


Figura 6-9. Descomposición del momento torsor y flector transversal en ejes globales

En la Figura 6-9 la sección está representada por la línea roja y su tangente en línea roja discontinua.

Como se puede observar el momento torsor total y por consiguiente su sollicitación torsora total en cualquier sección será:

$$M_{TX} = M_{xx} + M_{xz} + M_{xD} + M_{pf} = M_{ET} + M_{pf} \quad (6-7)$$

En esta expresión aparecen dos nuevos términos no definidos:

- M_{TX} : sollicitación torsora total en cualquier sección
- M_{xD} : momento torsor en el dintel

- M_{pf} : momento debido al par de fuerzas
- M_{ET} : momento esfuerzo torsor

Como se puede apreciar el momento torsor en el dintel no sufre ninguna transformación pues en este elemento sus ejes locales de las diferentes secciones coinciden exactamente con los ejes globales de la estructura. Por sencillez en los cálculos para obtener la gráfica de cómo se distribuye la aportación se han calculado en las posiciones de las pilas. En la ley del torsor en estos puntos presenta dos valores diferentes y de signos cambiados, lo que se ha realizado ha sido obtener su valor medio.

En cuanto al momento producido por la par de fuerzas, existen diferencias según sea en caso de carga excéntrica o carga transversal (o de viento).

Para el **caso de carga excéntrica**, su ley originaba un par de fuerzas del mismo valor pero de sentido contrarios, por tanto su momento producido consiste en multiplicar el valor de una de ellas por el brazo que las separa. Es en este punto, determinación de la longitud del brazo, donde se ha tenido la peculiaridad para ser más exactos de que la distancia sea medida desde centros de esfuerzos cortantes de dintel y arco que al ser doblemente simétricas coinciden con el centro de gravedad de la sección. Esta distancia ha sido obtenida mediante la siguiente expresión:

$$\text{Brazo} = D_p + D_c + D_{cam} \quad (6-8)$$

Siendo:

- D_p : longitud de la pila
- D_c : Distancia del centroide del dintel (medida en el eje z desde su base). En este caso es 0,20 metros
- D_{cam} : Distancia del centroide en eje global z.

En la siguiente imagen se puede ver como se ha obtenido D_{cam} :

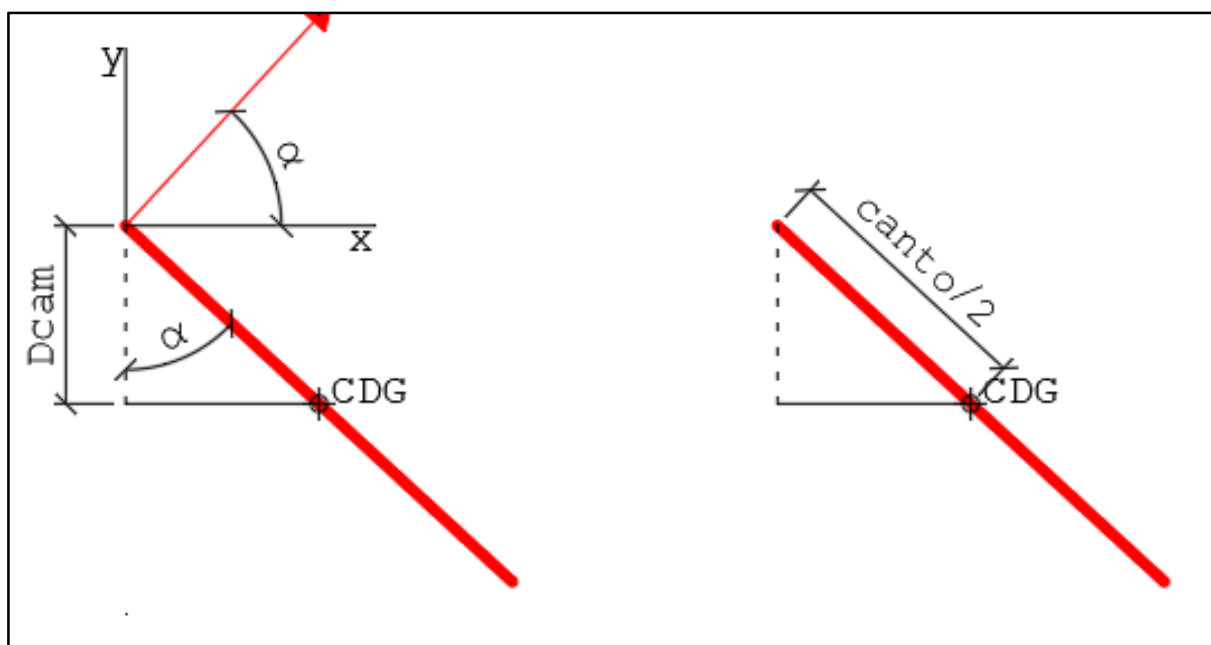


Figura 6-10. Obtención de la distancia vertical al centro de gravedad

De la Figura 6-10 se obtiene que D_{cam} es:

$$D_{cam} = \frac{\text{canto}}{2} \cdot \cos(\alpha) \quad (6-9)$$

Por último para obtener el momento que produce el par de fuerzas se multiplica su brazo por el valor del cortante (que son igual en arco y dintel de signos diferentes) en la posición de las pilas, posiciones elegidas por simplicidad de cálculo.

En el **caso de carga de viento** el proceso a seguir es prácticamente el mismo para obtener el esfuerzo torsor en ejes globales para el caso de carga excéntrica teniendo cuidado con el signo de ambos esfuerzos que es fácilmente deducible si se observa el criterio de signos de las diferentes leyes.

Para obtener el momento producido por la par de fuerzas el método cambia. La línea A representada en la comparativa de los cortantes se denominará a partir de ahora línea media. Sin torsión, el cortante del arco y del dintel se situaría ambas sobre la línea A, es decir serían la misma línea. Para producir una torsión, ambas líneas, la de cortante del arco y cortante del dintel, tienen que presentar una diferencia respecto a la línea A. Esta diferencia multiplicada por el brazo es la que produce la torsión. Por tanto para obtener el par de fuerzas se ha utilizado la siguiente expresión:

$$M_{\text{par de fuerzas}} = \frac{C_{\text{Dintel}} - C_{\text{Arco}}}{2} \cdot \text{Brazo} \quad (6-10)$$

Siendo:

- C_{Dintel} : Valor del cortante del dintel
- C_{Arco} : Valor del cortante en el arco

El hecho de dividir entre dos es para realizar la media de la diferencia que sería el valor de la diferencia que existe de cualquiera de las dos leyes respecto a la línea media.

6.2.1. Aportación a la sollicitación torsora. Carga excéntrica

En este tipo de análisis, por claridad en la visualización, se van a presentar los resultados por modelos. En primer lugar se van a mostrar una gráfica comparativa del valor del torsor, procedente de la suma del esfuerzo torsor propio y el producido por el flector transversal (proyección sobre el eje longitudinal de la estructura), el momento producido por el par de fuerzas y el torsor total, suma de los dos anteriores. Posteriormente se muestran los diferentes gráficos que muestra el porcentaje que aporta tanto el esfuerzo torsor y el momento del par de fuerzas sobre el total. La expresión que calcula estos porcentajes es:

$$\%M_{\text{par de fuerzas}} = \frac{M_{\text{pf}}(x_0)}{M_{\text{Tx}}(x_0)} \cdot 100 \quad (6-11)$$

$$\%M_{ET} = \frac{M_{ET}(x_0)}{M_{Tx}(x_0)} \cdot 100 \quad (6-12)$$

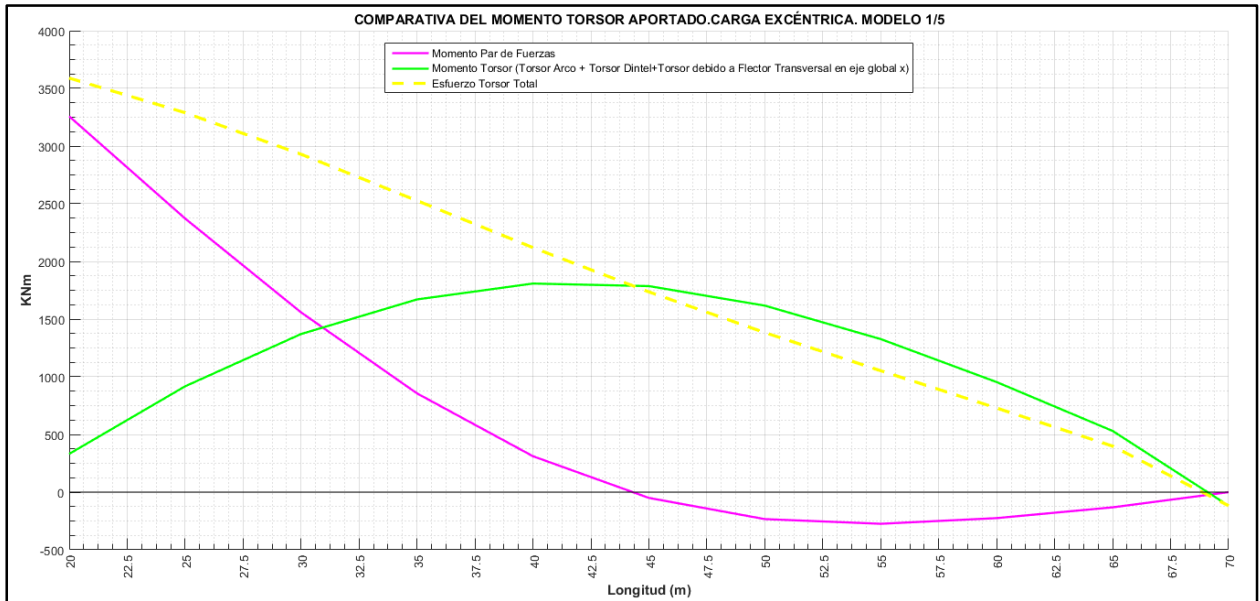


Figura 6-11. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/5

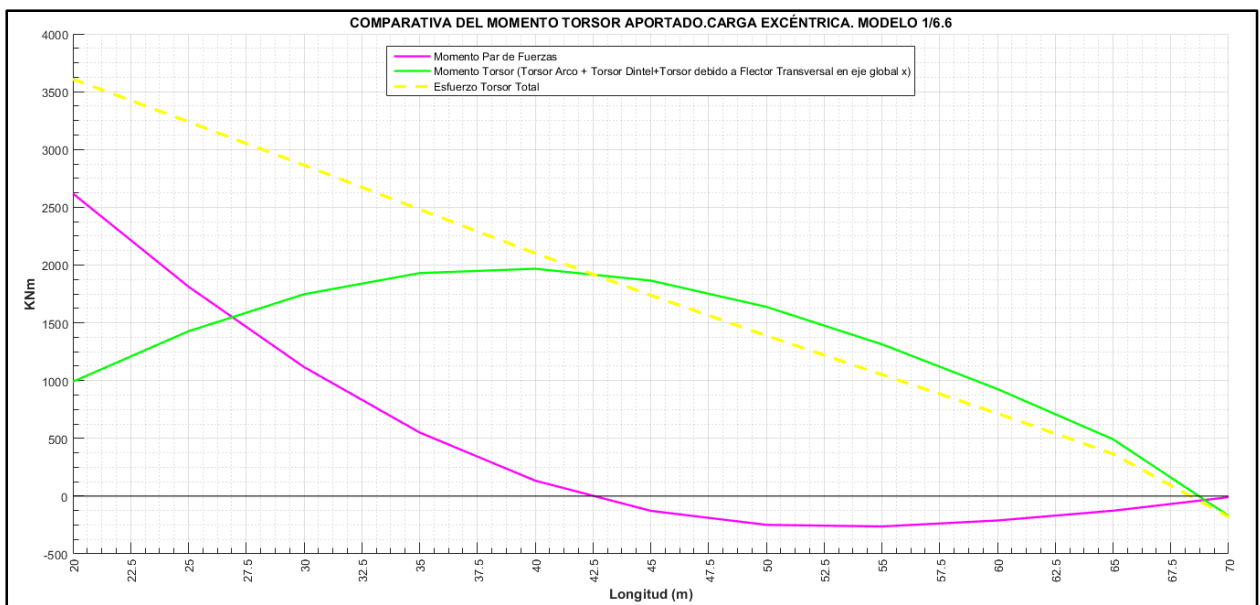


Figura 6-12. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6

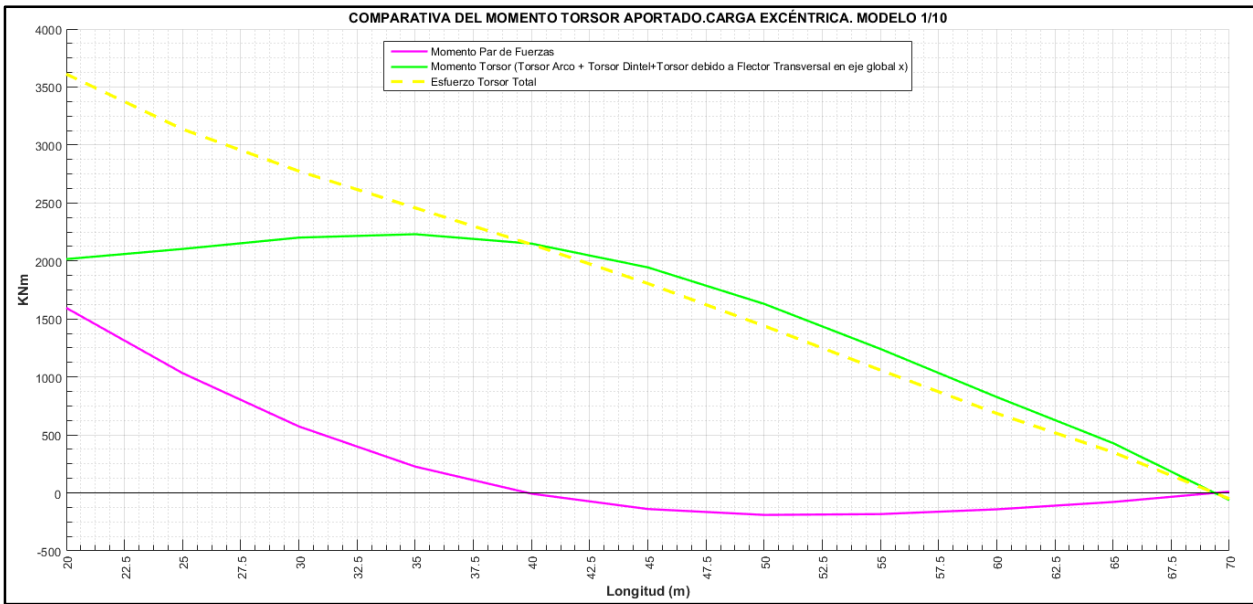


Figura 6-13. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/10

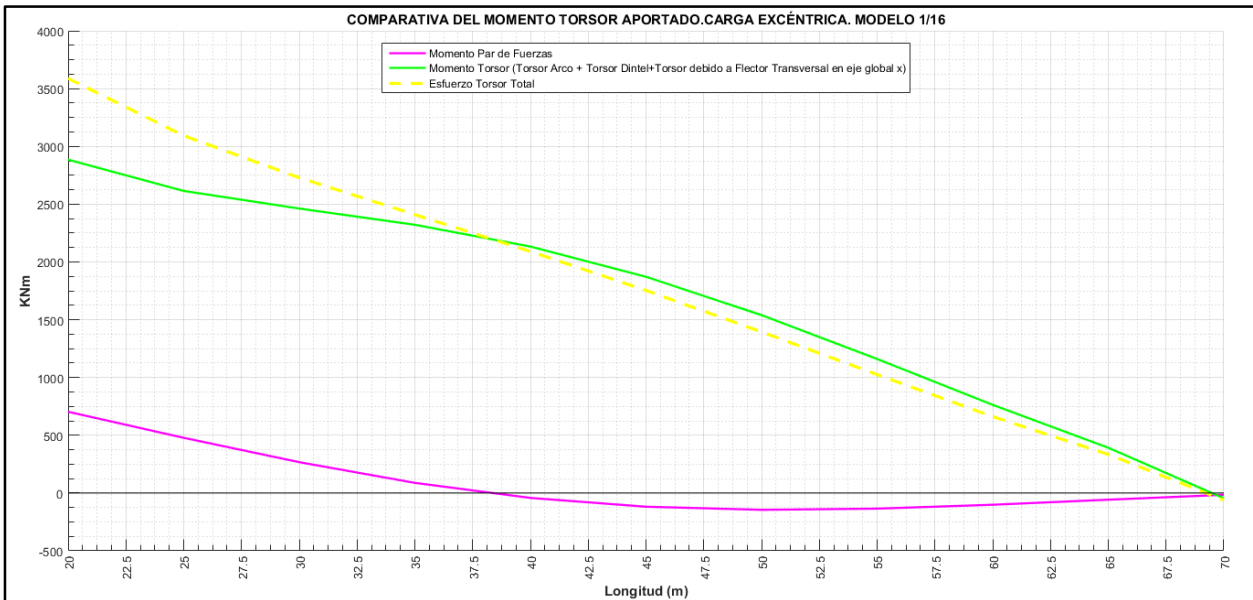


Figura 6-14. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Modelo 1/16

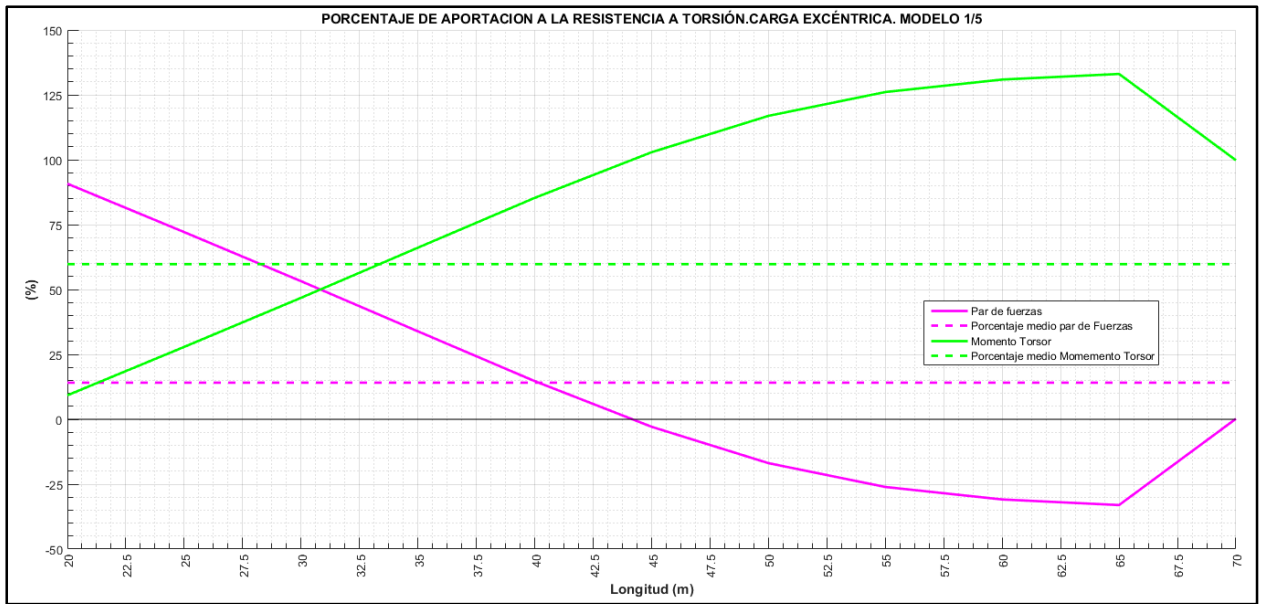


Figura 6-15. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/5

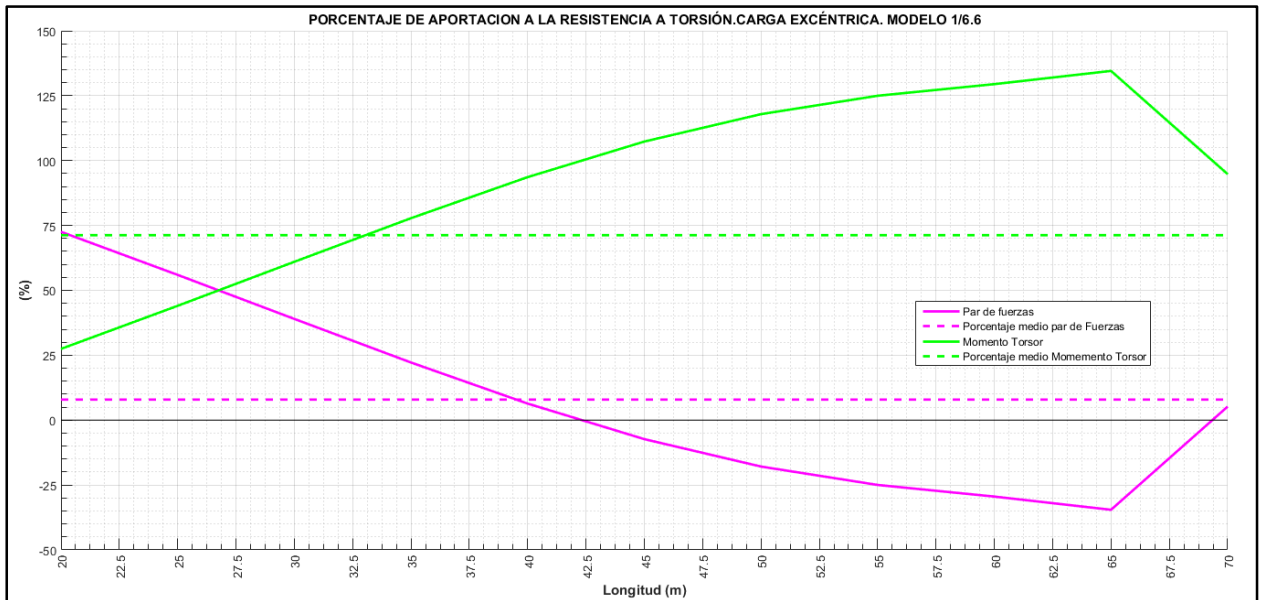


Figura 6-16. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6

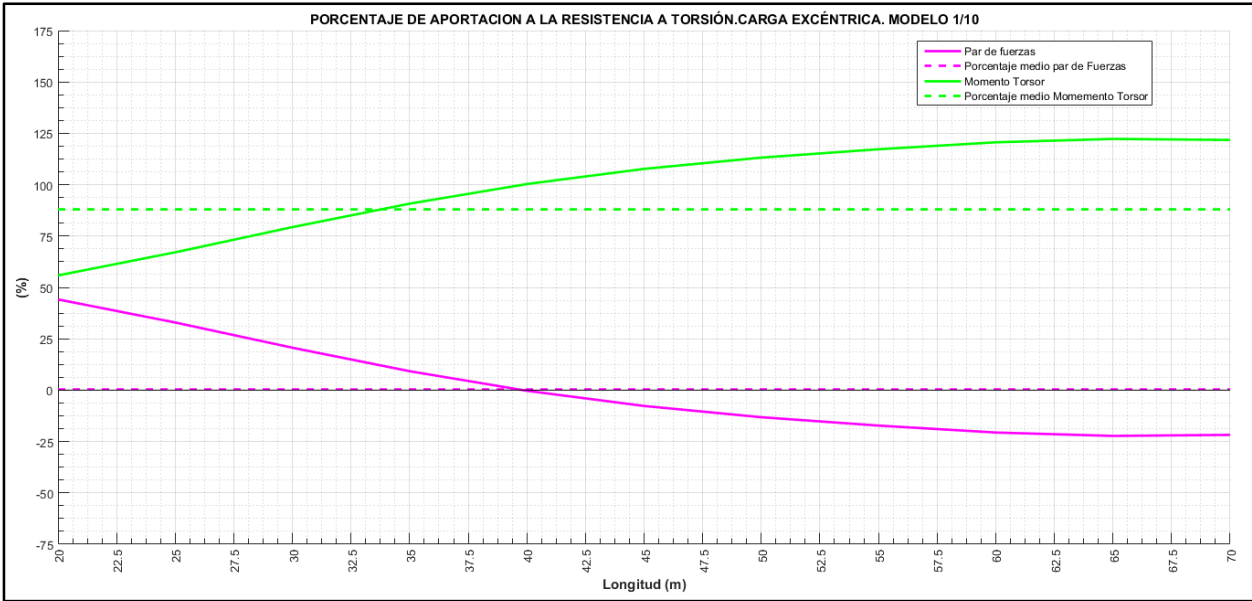


Figura 6-17. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/10

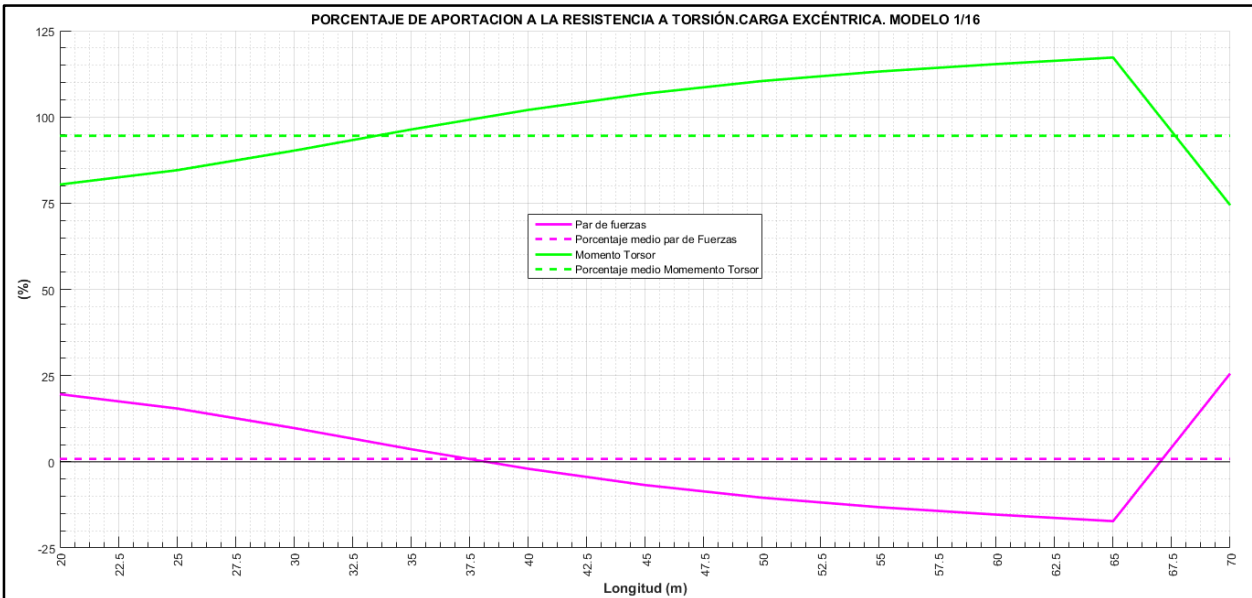


Figura 6-18. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/16

Una vez expuesto los resultados se puede proceder hacer una síntesis de lo obtenido.

En primer lugar se puede observar como la interpolación realizada para obtener resultados ha sido bastante satisfactoria, aunque este paso, debería de haber sido realizado con una mayor cautela si el objetivo de cada modelo hubiera sido utilizado para un cálculo estructural propio, ya que habría que obtener los resultados mucho más precisos. Se puede observar como el momento torsor total coincide con el resultado esperado en el arranque del arco. El valor se procede a definir en la siguiente expresión:

$$M_T \text{ en el arranque} = 3,92 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \cdot 6\text{m} \cdot 3\text{m} \cdot 50\text{m} = 3528 \text{ KNm} \quad (6-13)$$

Para entender mejor los valores dispuestos en (6-13) se explican a continuación:

- 3,92 KN/m² proceden de la carga aplicada en cada placa.
- 6 metros. Medida en la que se aplica la carga de presión en el ancho de la sección (medio tablero)
- 3 metros. Distancia del eje del tablero a la resultante de presión
- 50 metros. Distancia en la que hacemos el estudio (medio arco)

Este valor difiere en los diferentes modelos debido a la interpolación realizada ya que se ha interpolado tanto la ley de torsores como la de cortante pero sus resultados. El porcentaje de error cometido respecto a este valor del total en los diferentes modelos varía desde 1,70% en el modelo 1/16 hasta 2,35% en el modelo 1/10. Se puede observar como el total del torsor es en todo momento lineal. En los dos modelos más rígidos este torsor total presenta una curvatura muy pequeña, prácticamente se puede considerar lineal, debido a la interpolación ya que en el cortante ha presentado más problema para encontrar su ajuste óptimo y el hecho de haber obtenido el total de posición de pila a pila por simplicidad en los cálculos ya que cualquier cambio se pronuncia más.

Lógicamente los porcentajes de aportación son función del valor que se produce en cada tipo de esfuerzo, por tanto comentando las gráficas de totales directamente se está analizando las gráficas de porcentajes aunque no exime de que se realice algún matiz.

Lo principal y más claro de esta comparación es como el cortante transversal aporta mayor resistencia a la torsión a medida que los modelos son más flexibles, es decir a relaciones flecha-luz mayores. Los modelos más flexibles experimentan mayor deformación transversal y por tanto desarrollan más cortante transversal. Se puede observar con claridad que el cortante aporta mayor resistencia a la torsión en los primeros metros del arco.

En los modelos 1/5 y 1/6.6 es donde existe una zona en la que el par de fuerzas soporta más torsión que el propio esfuerzo torsor. Esto se debe fundamentalmente a:

- En estas posiciones el valor de los cortantes es mayor que en los dos modelos restantes (aunque respecto al 1/10 se algo menor)
- El brazo tiene mayor longitud
- El propio esfuerzo torsor en estos primeros metros es ascendente y menor que en los modelos más rígidos.

A medida que se va reduciendo la flecha, el par de fuerzas cada vez aporta menos a la resistencia al esfuerzo torsor llegando a existir una gran diferencia respecto al propio esfuerzo torsor. Se puede observar como justo a partir de las posiciones donde se intercambia los cortantes transversales el torsor que aportan es de signo contrario al aportado por el propio esfuerzo torsor, esto deriva de la compatibilidad de deformaciones ya mencionada en su mecanismo de resistencia que hace que los cortantes cambien de signo.

Las gráficas de los porcentajes responden a la gráfica ya comentada. Como matiz a mencionar de este tipo de gráficas es conveniente comentar su forma. Ya que el cálculo ha sido realizado de pila a

pila, cualquier cambio produce unos cambios más bruscos que si se hubiera analizado más puntos intermedios, de ahí su quiebro en los metros cercanos a la clave.

Se presenta en línea discontinua el porcentaje medio. Este porcentaje es la media de todos los porcentajes obtenidos en las posiciones estudiadas ya mencionadas. Se ha dispuesto simplemente para ver con mayor claridad como a menor flecha los cortantes transversales aportan menos torsión. En el modelo 1/16 la media del porcentaje de aportación al esfuerzo torsor es de 0,833% del momento del par de fuerzas frente al 14,09% que aporta en el modelo 1/5.

Como conclusión final de este tipo de análisis ante este tipo de sollicitación podemos deducir que la torsión es soportado en gran parte por el esfuerzo torsor cuyo porcentaje aumenta considerablemente llegando casi al 100% a medida que la flecha es menor.

6.2.2. Aportación a la sollicitación torsora. Carga de Viento

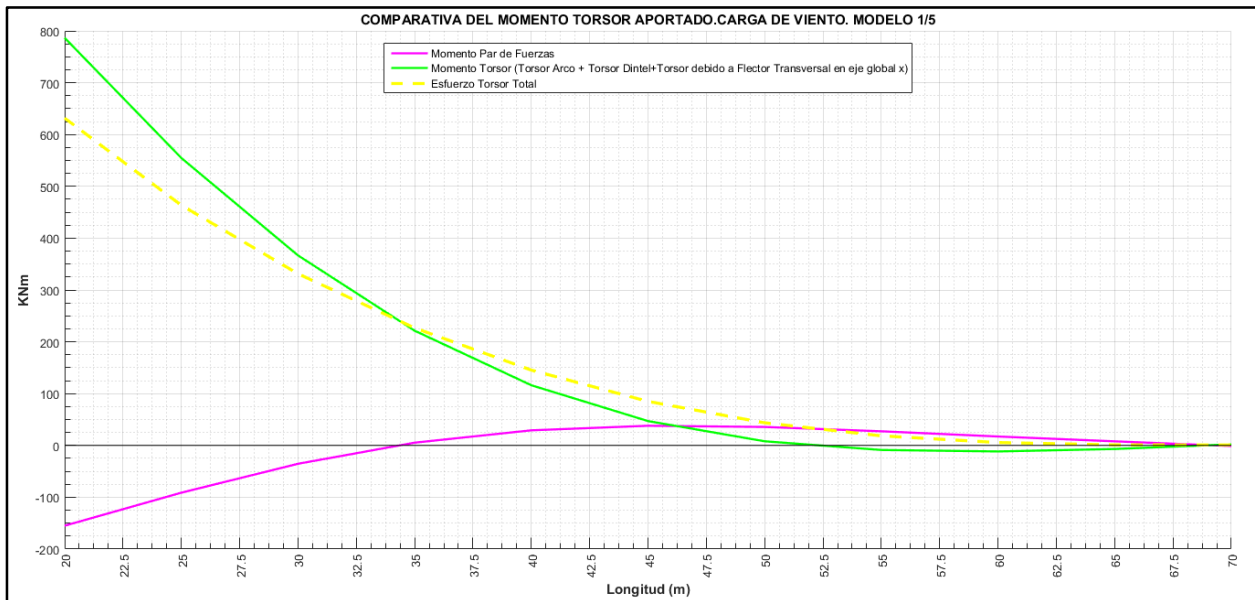


Figura 6-19. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/5

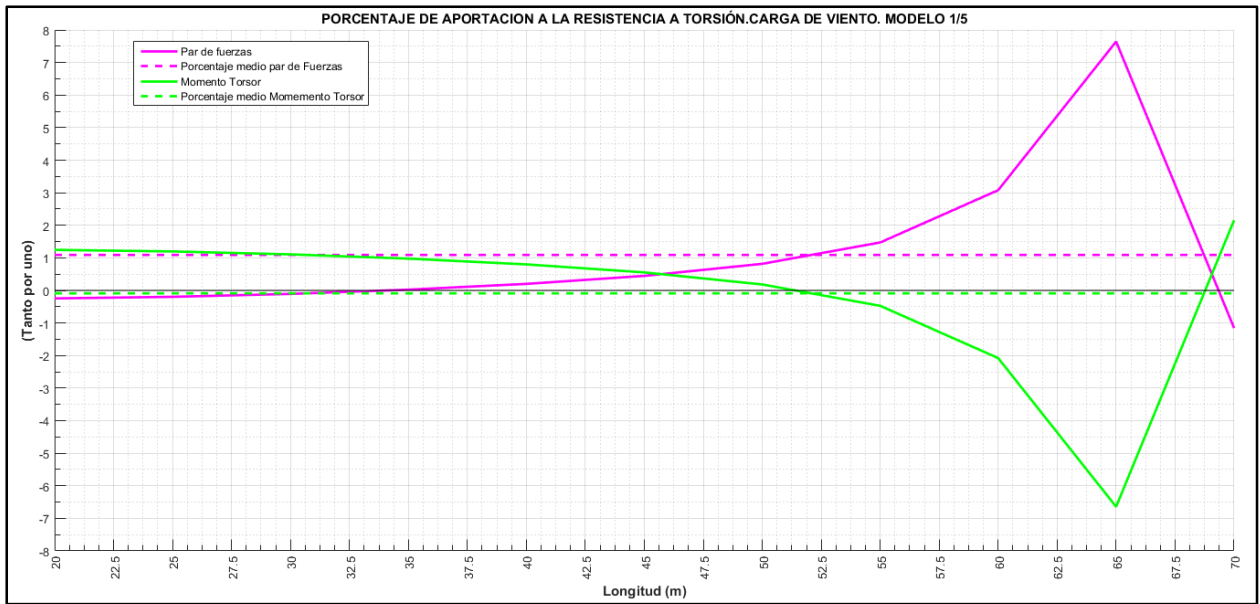


Figura 6-20. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/5

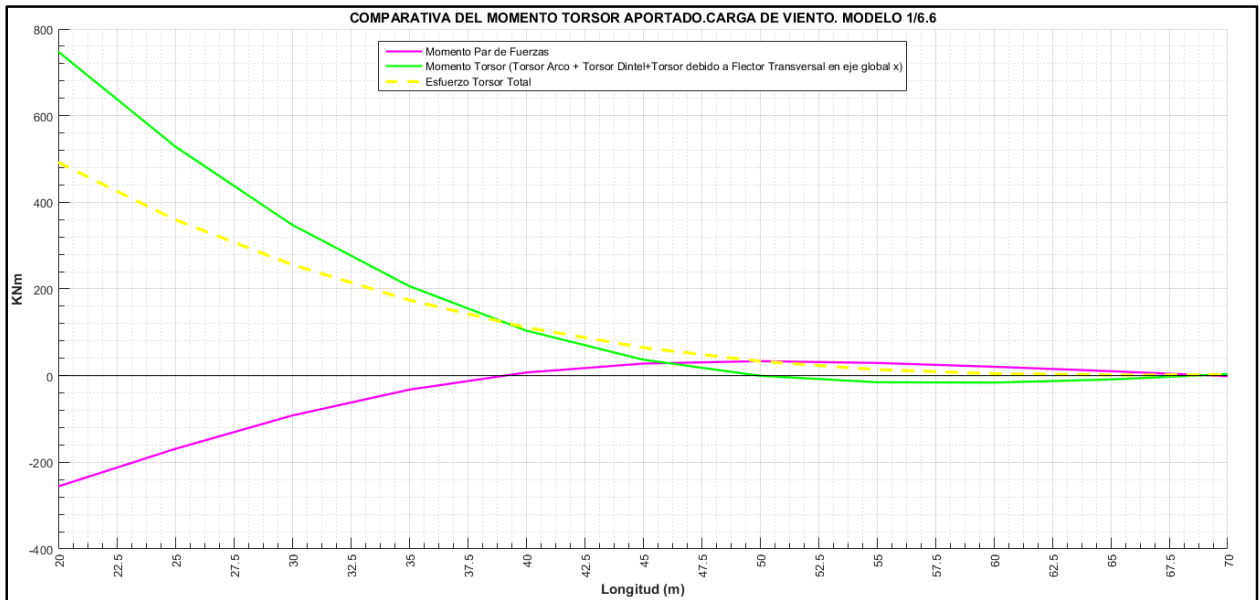


Figura 6-21. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/6.6

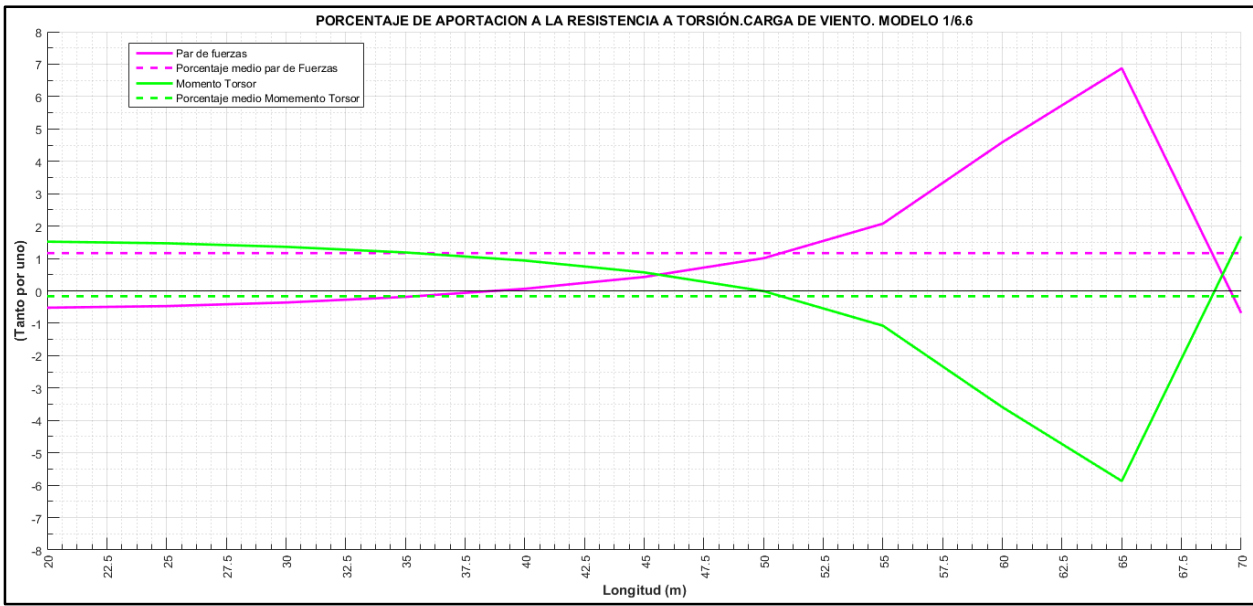


Figura 6-22. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/6.6

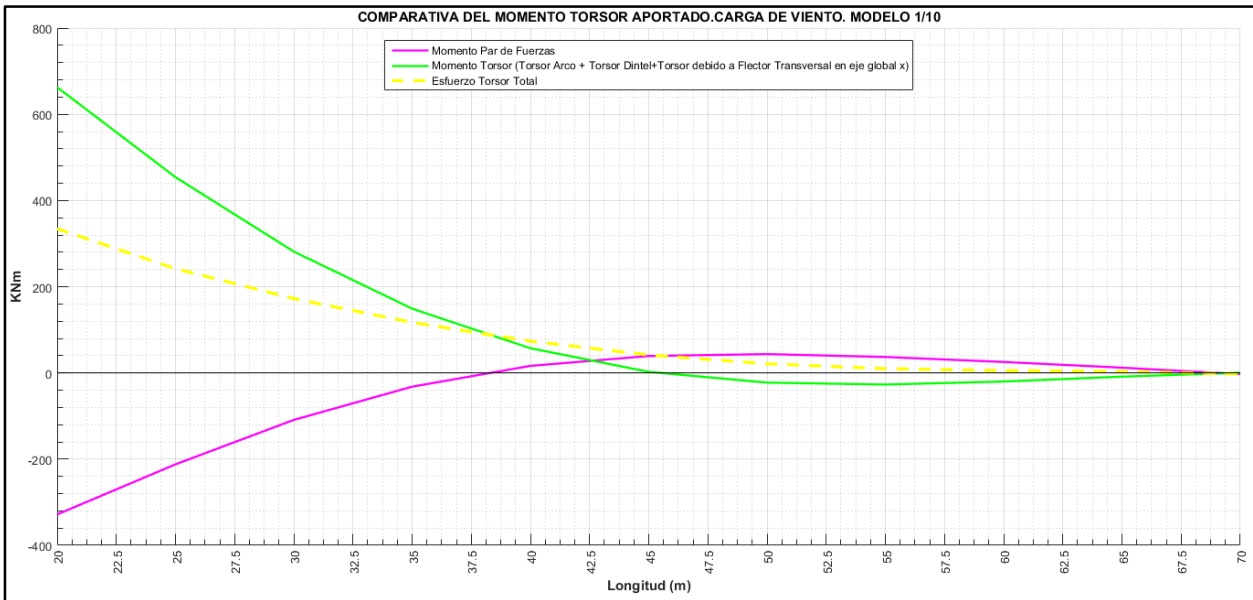


Figura 6-23. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/10

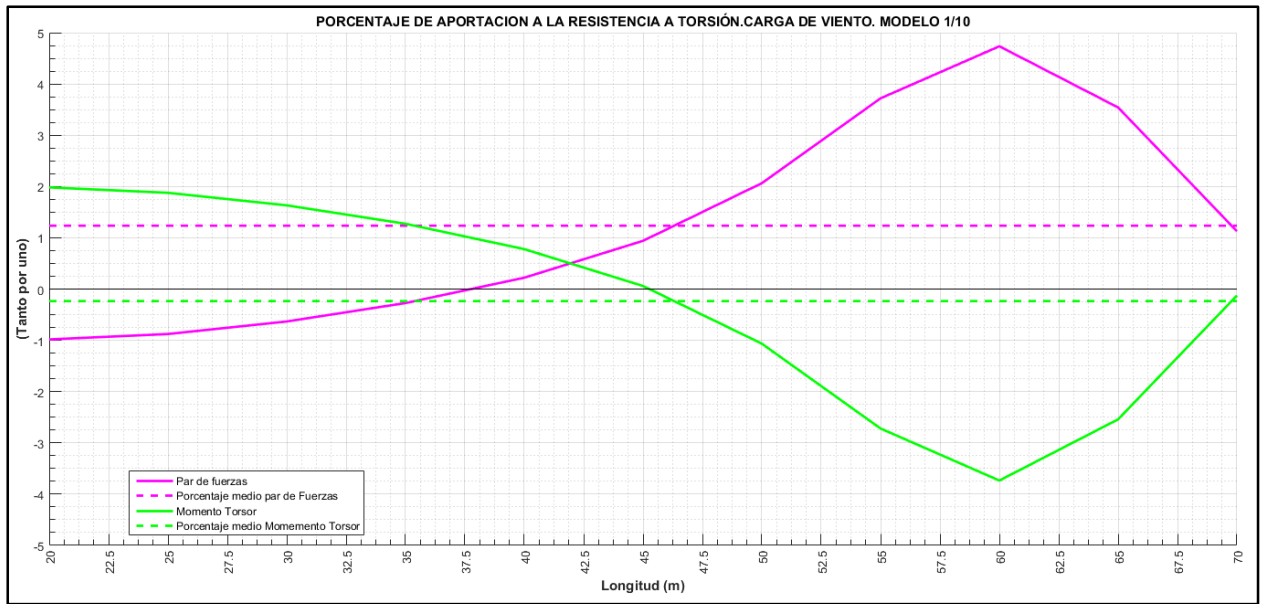


Figura 6-24. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/10

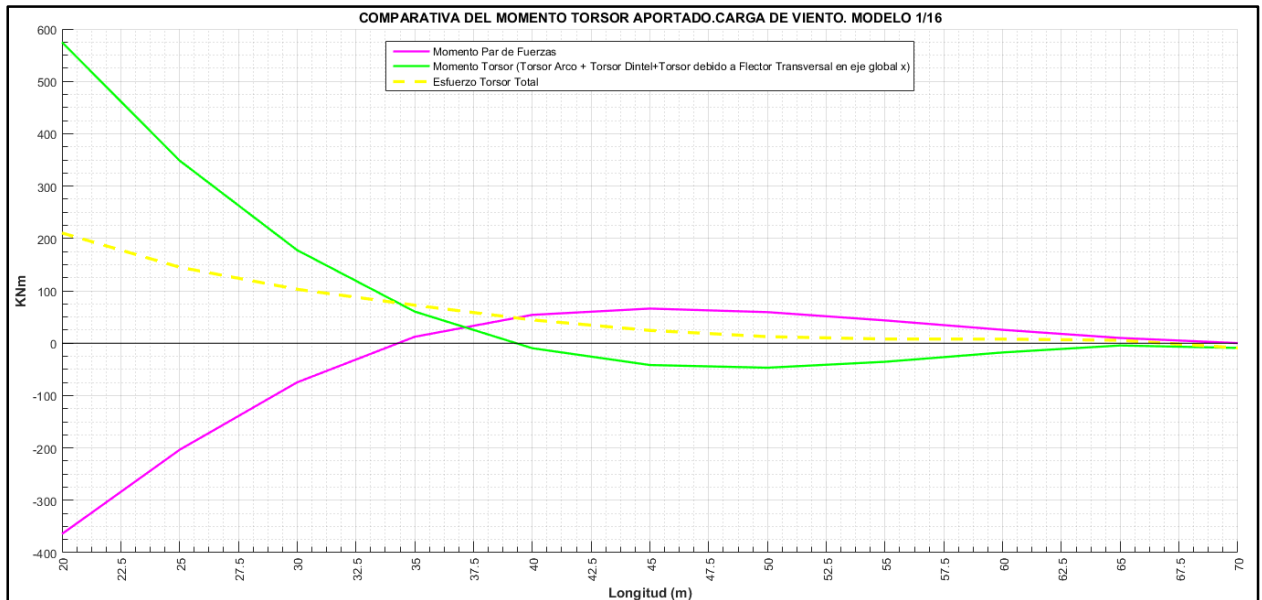


Figura 6-25. Comparativa de torsor aportado por diferentes esfuerzos. Carga de Viento. Modelo 1/16

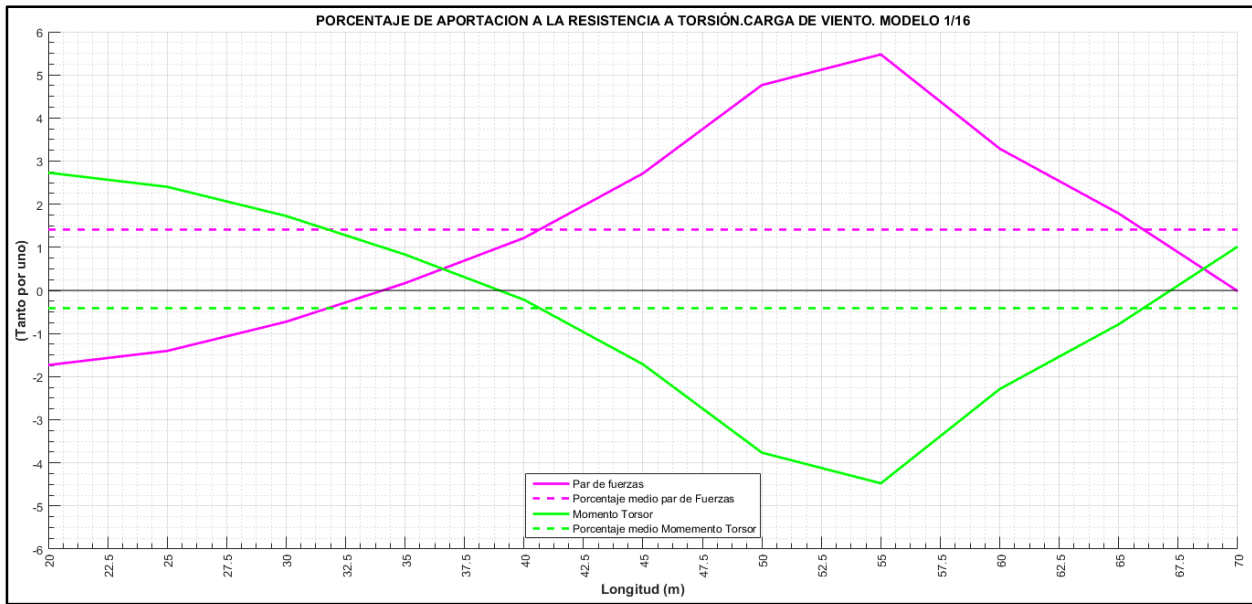


Figura 6-26. Porcentaje aportación diferentes esfuerzos. Modelo 1/16

En primer lugar se puede observar como el esfuerzo torsor total va disminuyendo a medida que lo hace la flecha. Esto es debido a que la carga de viento aplicada en el arco es mayor, aunque por metro lineal su valor es el mismo, cuanto mayor es la flecha el arco tiene un mayor desarrollo en su curvatura y su forma no es lineal por esta razón.

Se observa también como en el esfuerzo torsor total responde en los primeros metros a la curvatura debida a la proyección del momento flector transversal. Esto es debido a que en estos primeros metros el valor del propio esfuerzo torsor y el propio realizado por el par de fuerzas es pequeño, sin embargo, el derivado de la proyección del momento flector transversal es mucho mayor, recuérdese la forma de las leyes de momentos flector en el arco, valores muy altos en los arranques y descendiente a medida que se avanza en el arco llegando a cambiar de signo.

En cuanto a la línea que representa el propio esfuerzo torsor esta presenta valores descendientes en los arranques a medida que la flecha es menor. Esto responde a lo mencionado en el párrafo anterior, en el esfuerzo torsor total está predominando por la proyección del flector transversal en los ejes globales.

Respecto al momento producido por el par de fuerzas a menor flecha los valores en los arranques son mayores puesto que la diferencia respecto a la línea media, línea A representada en la comparativa de cortantes, es mayor a menor flecha y por tanto produce mayor par de fuerzas, recuérdese expresión (6-10). Este momento de par de fuerzas es de valor negativo hasta el punto donde se produce el intercambio de signo respecto a la diferencia de la línea media tanto de arco como dintel, que es cuando el cortante comienza a soportar la sollicitación torsora.

Respecto a la aportación de los diferentes esfuerzos el par de fuerzas a partir de la posición donde comienza a soportar la sollicitación torsora aporta más cantidad al esfuerzo torsor a medida que descende la flecha ya que como se comentó en el punto 5.6.2 el cortante tiende a reducir el torsor

en el arco, estos valores de cortante son mayores a menor relación f/L y por tanto producen un momento de par de fuerzas mayor.

7. CONCLUSIONES FINALES

Para extraer unas conclusiones finales en primer lugar lo que se va a realizar una pequeña comparación en cuanto a la aportación del torsor del TFG de Antonio Domínguez y el presente pues se trata de un punto que permite extraer una conclusión clave de este trabajo. En cuanto a la aportación del torsor, Antonio Domínguez realizó una comparación en una cierta posición de la estructura.

CARGA EXCÉNTRICA					
f/L	5.00	6.60	10.00	16.00	m/m
flecha	20.00	15.15	10.00	6.25	m
Dintel (26.25,0,16)					
V	138.32	130.70	92.61	54.60	kN
T	131.32	129.39	124.69	117.50	kNm
Arco (26.25,0,Z)					
V	-138.32	-130.70	-92.61	-54.60	kN
T	576.63	860.18	1346.80	1846.04	kNm
brazo	16.31	12.48	8.66	5.79	
Vtotal	276.64	261.40	185.22	109.20	kN
Tv	4512.55	3263.32	1603.26	631.72	kNm
Tt	707.95	989.57	1471.49	1963.54	kNm
%T	14%	23%	48%	76%	
%V	86%	77%	52%	24%	

Figura 7-1. Tabla comparación del efecto del esfuerzo cortante según la relación flecha-luz. Trabajo Fin de Grado Antonio Domínguez

En la posición 26.25m en el presente estudio y en el caso de carga excéntrica los valores son:

Caso	f/L	Tv	Tv	%T	%V
1	1/5	2168,50	1030,88	32,22	67,78
2	1/6,6	1639	1507	47,90	52,10
3	1/10	918,03	2128,25	69,86	30,14
4	1/16	425,25	2576	85,83	14,17

Tabla 12. Resultados aportación torsor posición 26.25m

Como se puede observar existe una diferencia en cuanto a los porcentajes desde 18 a 25. Esto es debido a que los modelos de Antonio Domínguez son mucho más rígidos y por tanto experimentan mayores esfuerzos. El modelo que mejor se puede comparar es el de 1/6.6 pues tienen la misma

sección. En este modelo la diferencia en cuanto aportación es de 24 en la sollicitación torsora. Este porcentaje es debido a múltiples factores que se citan a continuación:

- Antonio Domínguez no tuvo en cuenta la aportación del flector transversal en ejes globales, no lo llega a mencionar en ningún momento este efecto.
- Los resultados extraídos en el presente trabajo en cuanto al esfuerzo torsor y su valor del cortante en las posiciones calculadas procede de una interpolación en la que se están asumiendo errores de aproximadamente 5-10%.

Con estos dos factores que afectan a los resultados podemos concluir en primer lugar que:

- La distorsión de la sección no afecta significativamente a los resultados y por tanto la hipótesis de Javier Manterola de despreciar la distorsión es correcta.

En cuanto a datos propios extraídos de los resultados podemos extraer las siguientes conclusiones:

- En el caso de carga excéntrica, los esfuerzos de torsión son soportados en mayor media por el propio esfuerzo torsor cuanto menor es la flecha.
- En el caso de carga de viento, el momento producido por la par de fuerzas, cortante transversal, tiene mayor importancia a menores flechas y en los que se reduce considerablemente más la aportación de su esfuerzo torsor.
- En los modelos más rígidos existe una mayor descompensación en cuanto a la resistencia de la torsión, es decir, en el caso de carga de viento es casi soportado al 100% por el propio esfuerzo torsor y en el caso de viento ocurre exactamente lo mismo pero el esfuerzo predominante es el cortante transversal. En los modelos más flexibles podemos ver como los esfuerzos se reparten de una forma diferente para resistir la torsión aunque sus diferencias sean notables, pero no tanto como en los modelos rígidos.

8. ESTUDIOS FUTUROS

Como estudios futuros al presente estudio se plantea invertir la rigidez a torsión, es decir, darle mayor rigidez a torsión al dintel pero predominando la relación existente entre ellos que existe en el presente estudio. Las relaciones en cuanto a rigidez a torsión y flexión transversal vienen dados por las expresiones (3-9) y (3-10).

Para los estudios futuros lo que se plantea es realizar la inversa, es decir, que el dintel sea 10 veces más rígido que el arco a torsión y que a flexión transversal el arco sea 10 veces más rígido que el dintel.

Para obtener estas secciones, se podría pensar en una primera idea, aumentar el espesor de la losa en el dintel y disminuir los espesores de las almas y alas de la sección cajón. Se ha realizado un tanteo numérico y lógicamente el aumentar el espesor de la losa aumenta su momento de inercia a torsión pero también aumenta, y del orden del doble disponiendo un canto de 0,8 metros a la losa del dintel, el momento de inercia a flexión transversal. Por lo tanto la forma de llegar a obtener las secciones para invertir las rigideces sería invertir también las secciones, es decir, el arco tendría una sección rectangular maciza y el tablero una sección en cajón.

ANEXO I: OTRAS GRÁFICAS

CARGA EXCÉNTRICA

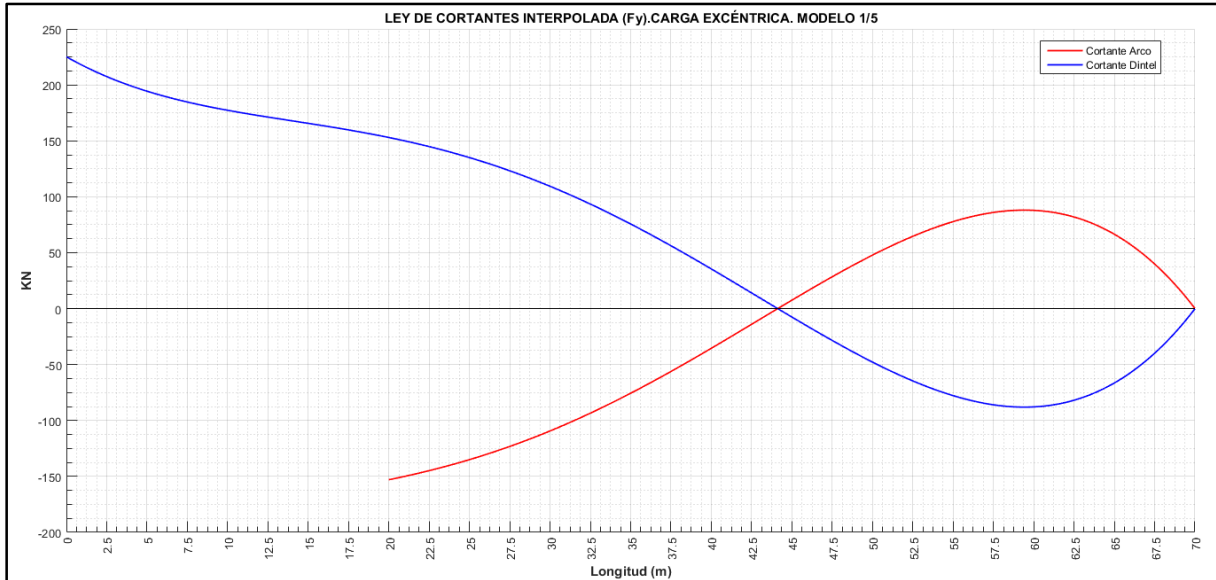


Ilustración 1. Ley de cortantes interpolada caso carga excéntrica. Modelo 1/5

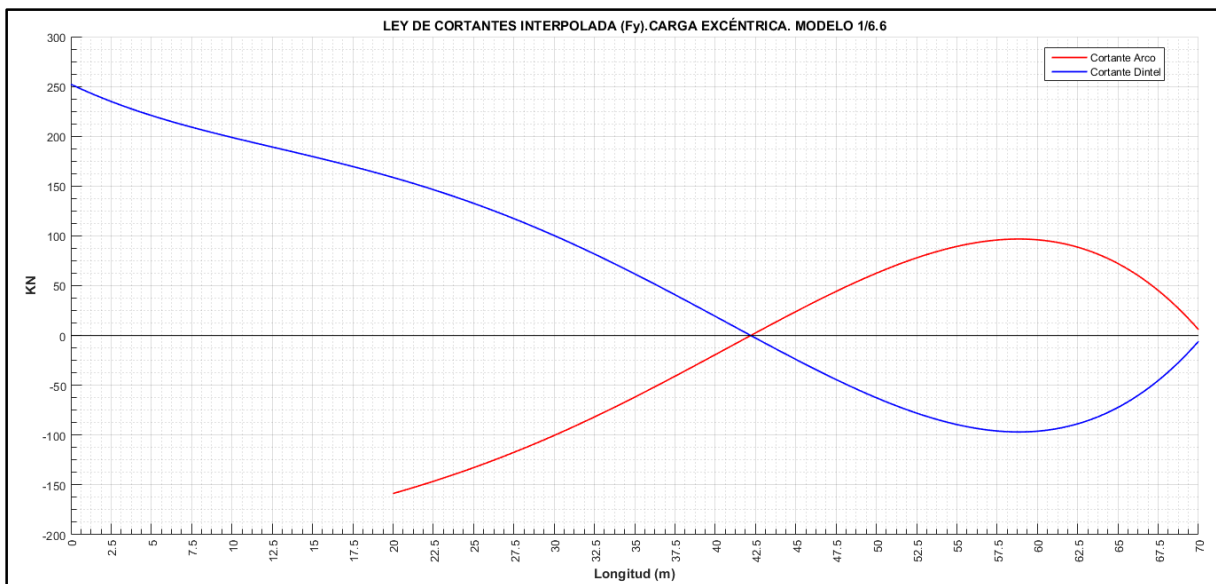


Ilustración 2. Ley de cortantes interpolada caso carga excéntrica. Modelo 1/6.6

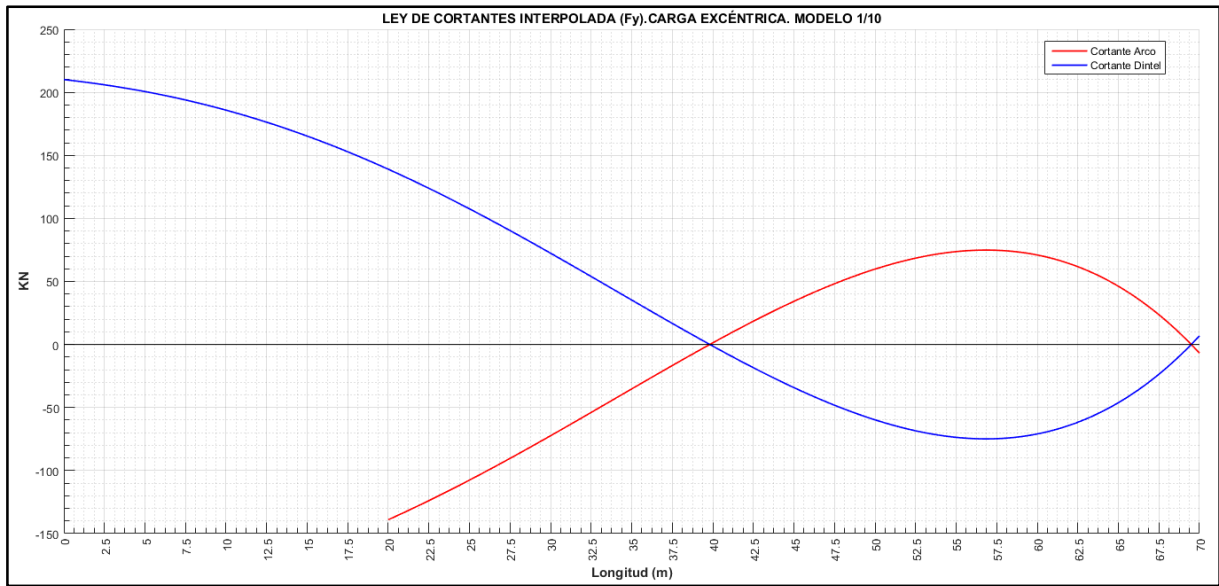


Ilustración 3. Ley de cortantes interpolada caso carga excéntrica. Modelo 1/10

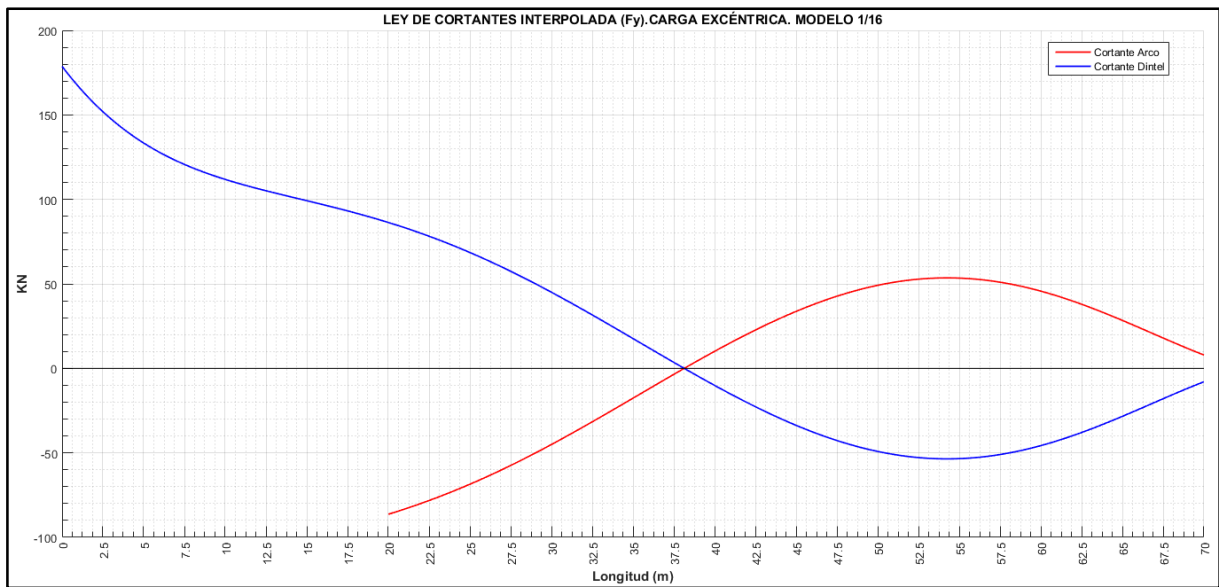


Ilustración 4. Ley de cortantes interpolada caso carga excéntrica. Modelo 1/16

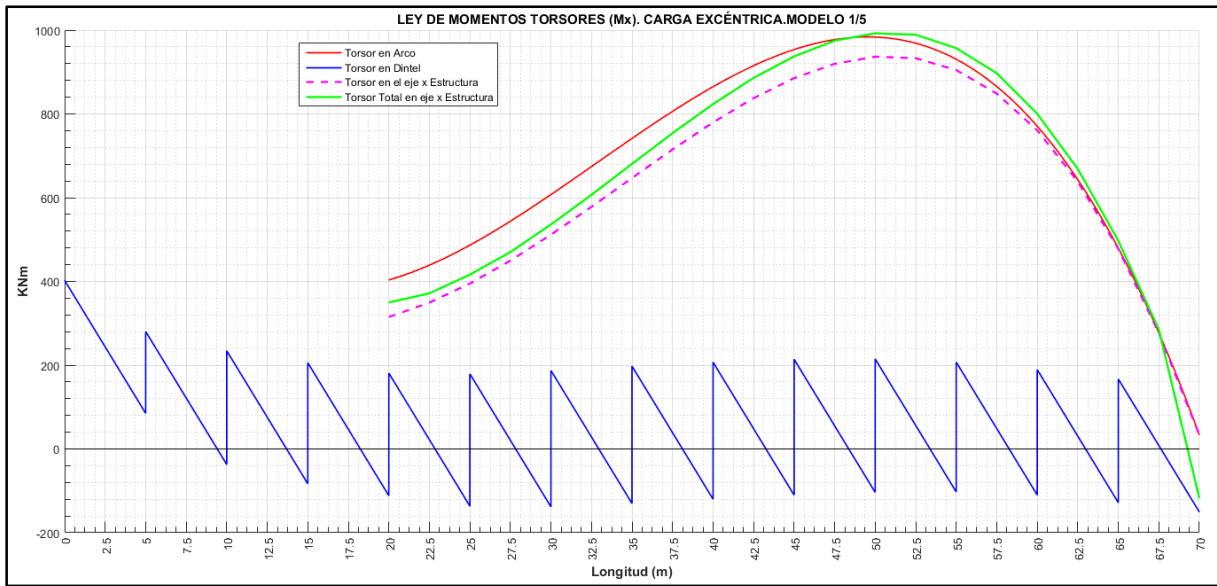


Ilustración 5. Ley de Torsores totales y por separado para caso de aportación. Modelo 1/5

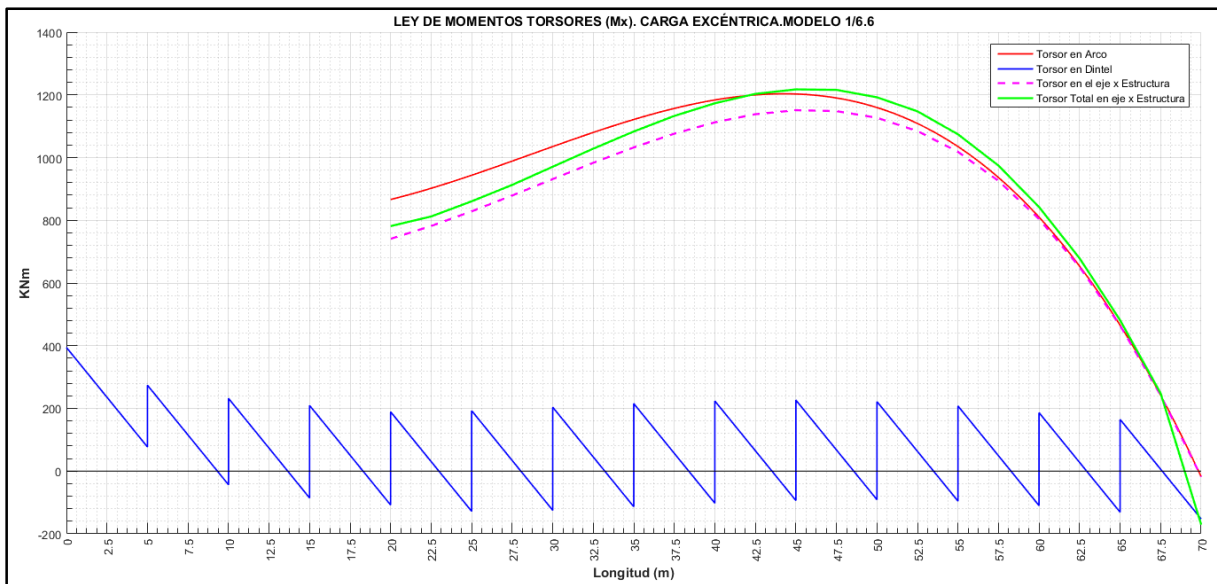


Ilustración 6. Ley de Torsores totales y por separado para caso de aportación. Modelo 1/6.6

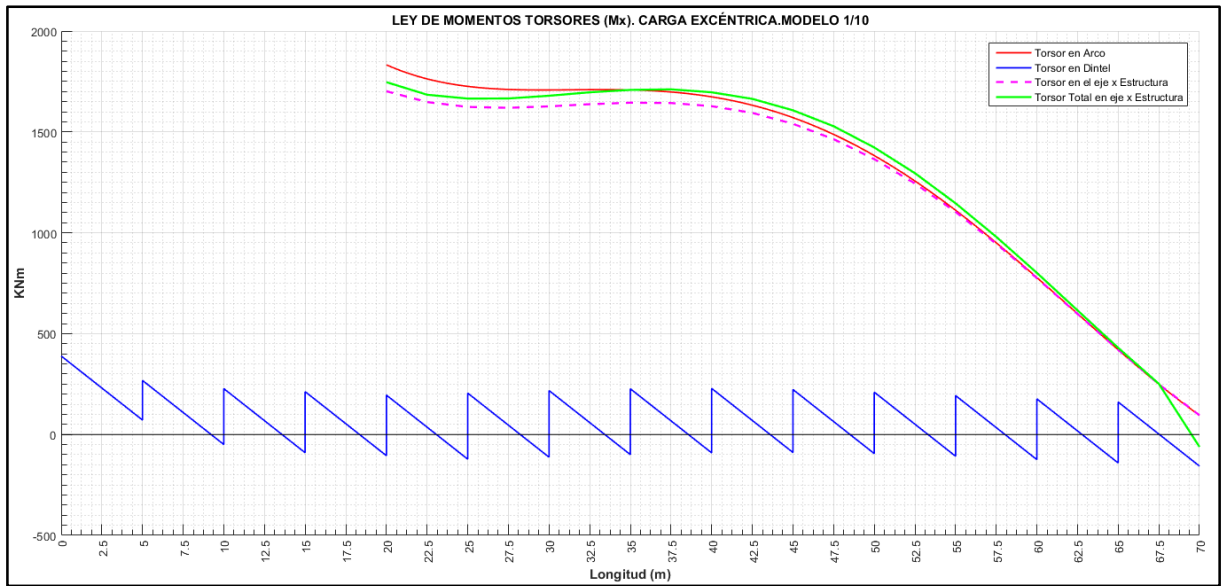


Ilustración 7. Ley de Torsores totales y por separado para caso de aportación. Modelo 1/10

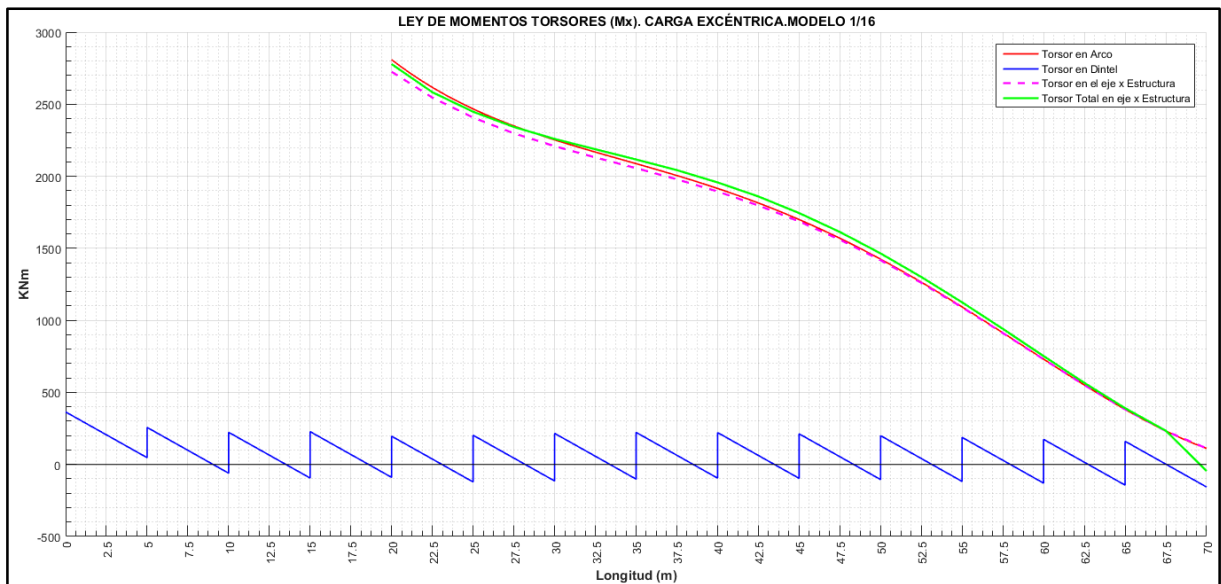


Ilustración 8. Ley de Torsores totales y por separado para caso de aportación. Modelo 1/16

CARGA DE VIENTO

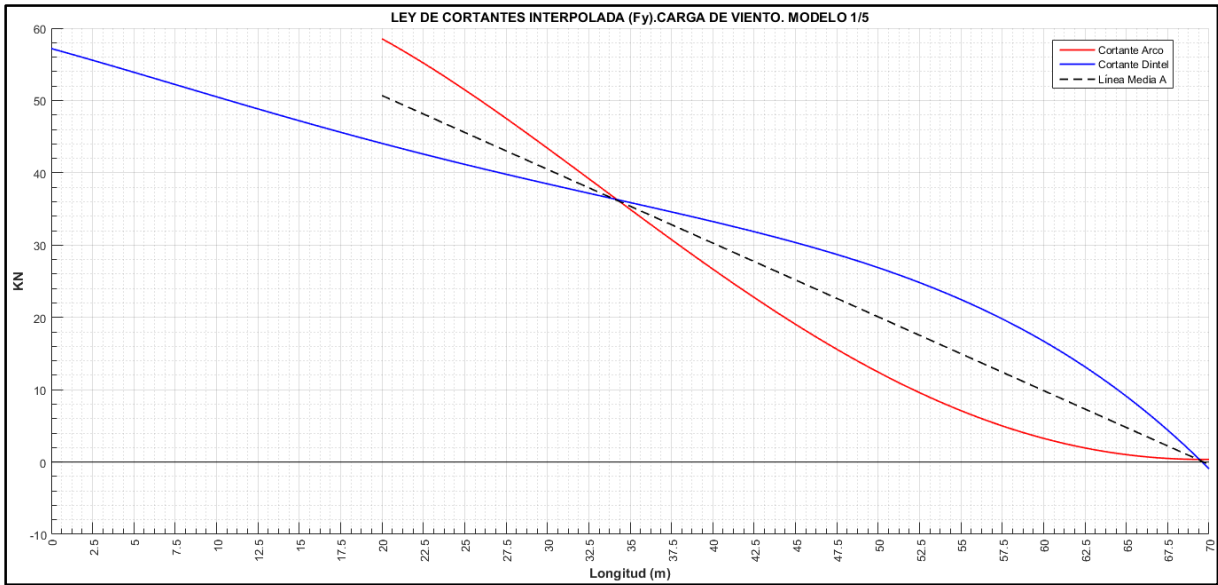


Ilustración 9. Ley cortante interpolada caso carga de viento. Modelo 1/5

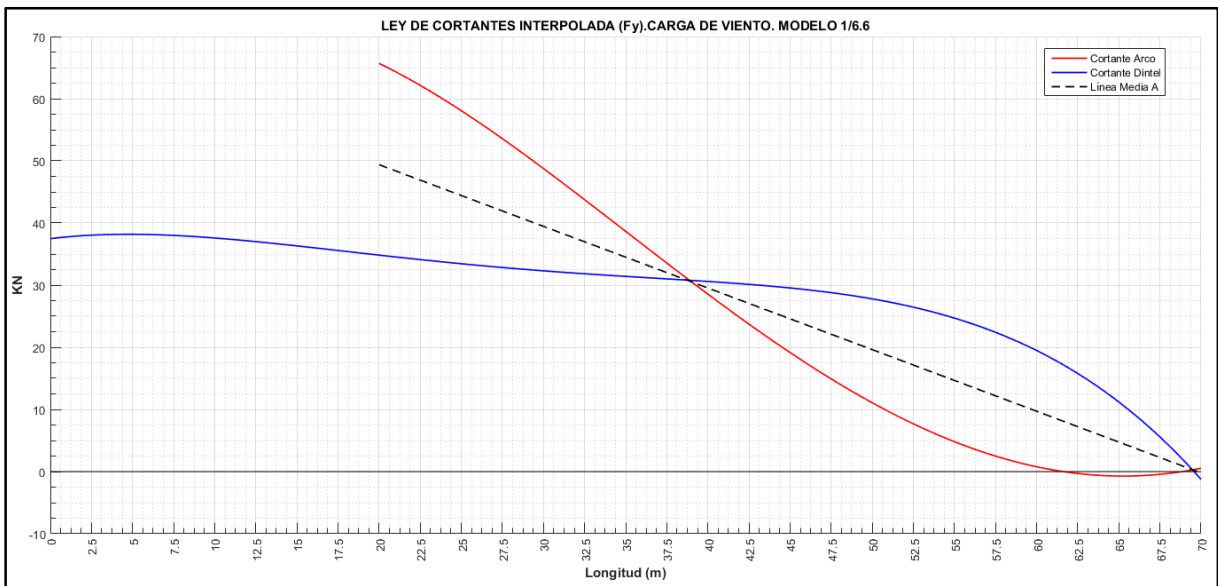


Ilustración 10. Ley cortante interpolada caso carga de viento. Modelo 1/6.6

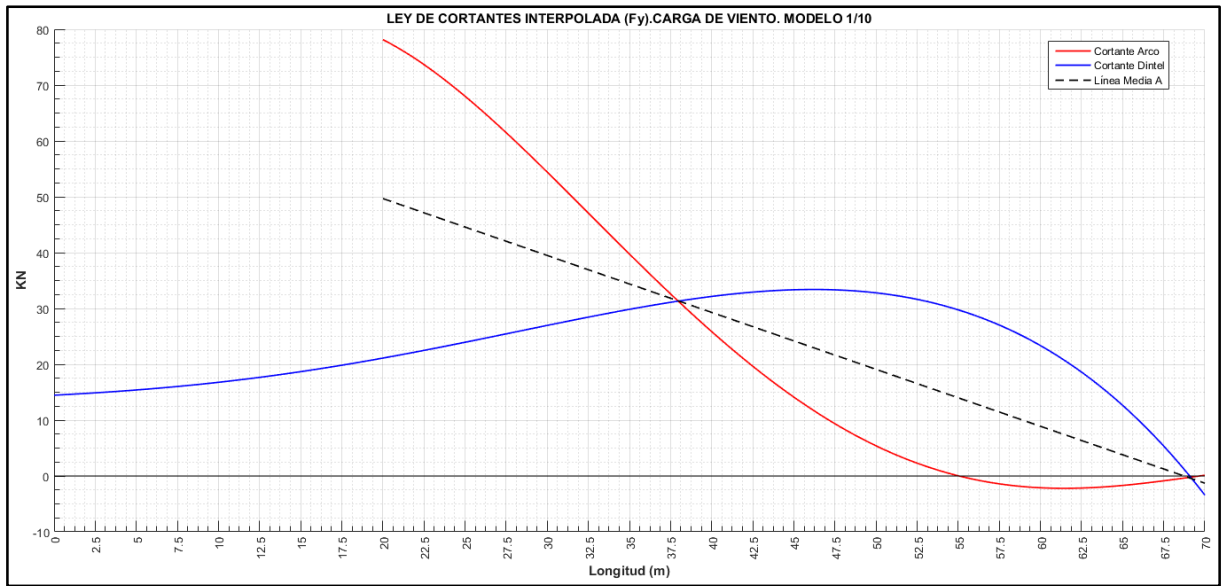


Ilustración 11. Ley cortante interpolada caso carga de viento. Modelo 1/10

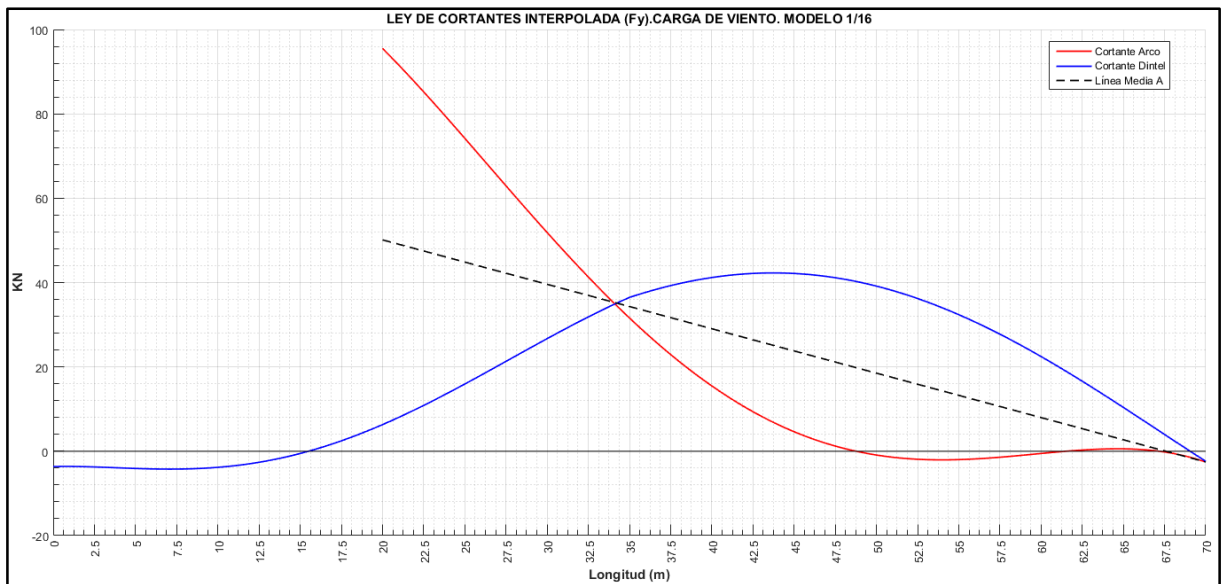


Ilustración 12. Ley cortante interpolada caso carga de viento. Modelo 1/16

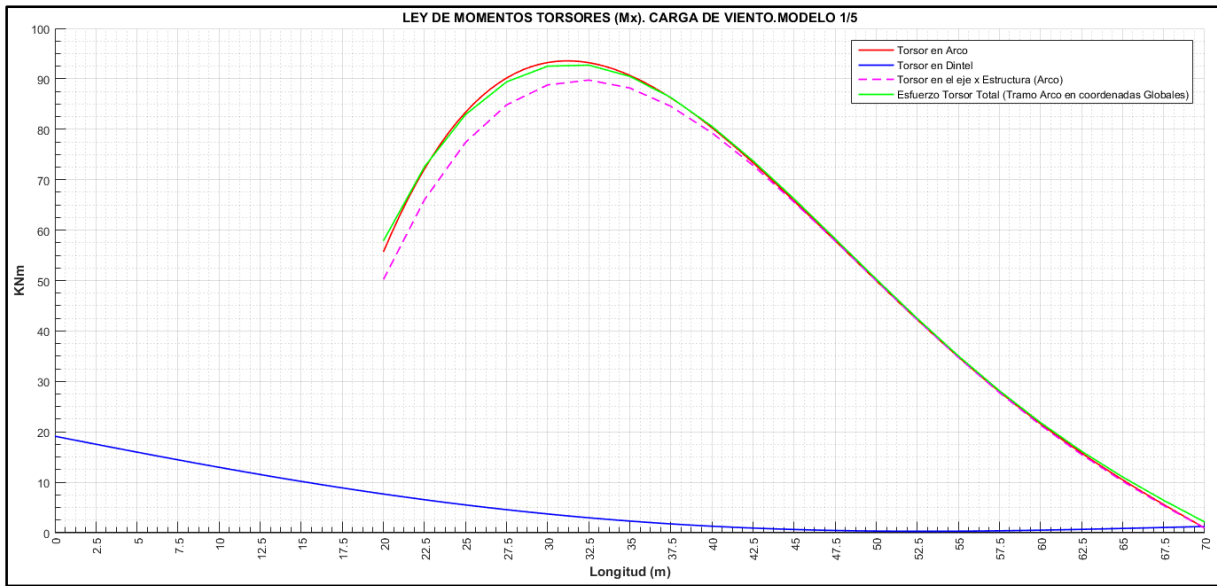


Ilustración 13. Ley de torsores total y por separado en esfuerzos. Modelo 1/5

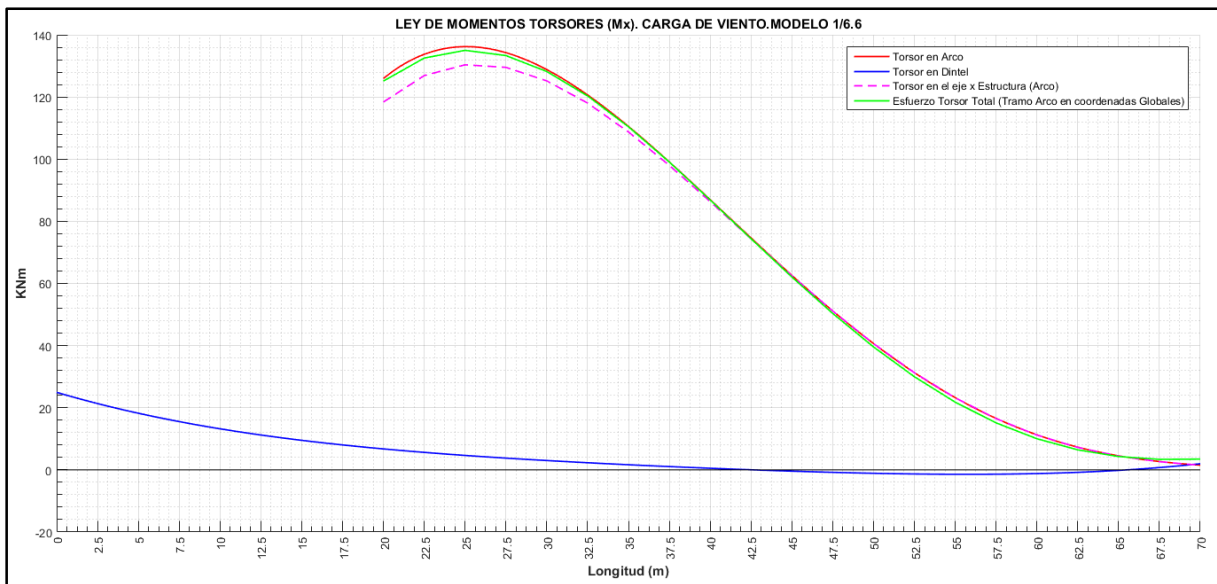


Ilustración 14. Ley de torsores total y por separado en esfuerzos. Modelo 1/6.6

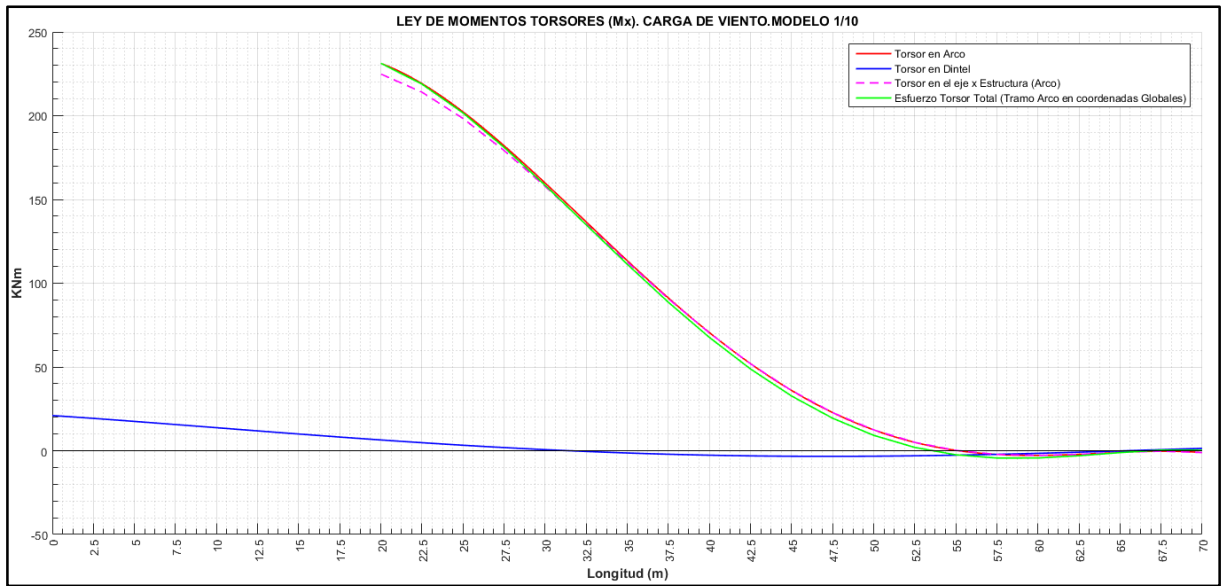


Ilustración 15. Ley de torsores total y por separado en esfuerzos. Modelo 1/10

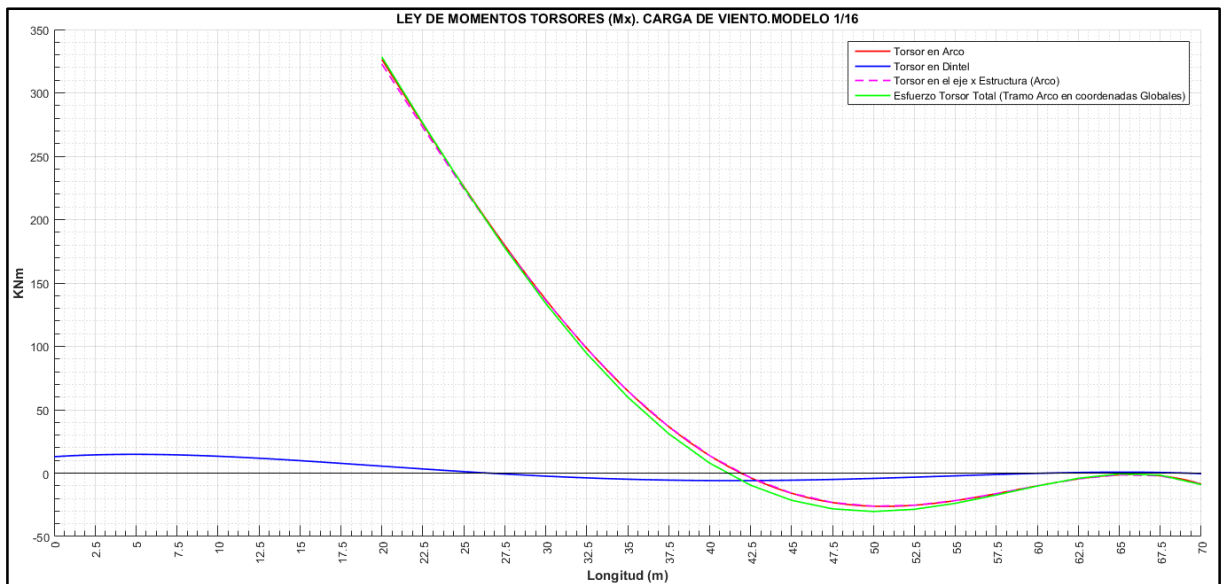
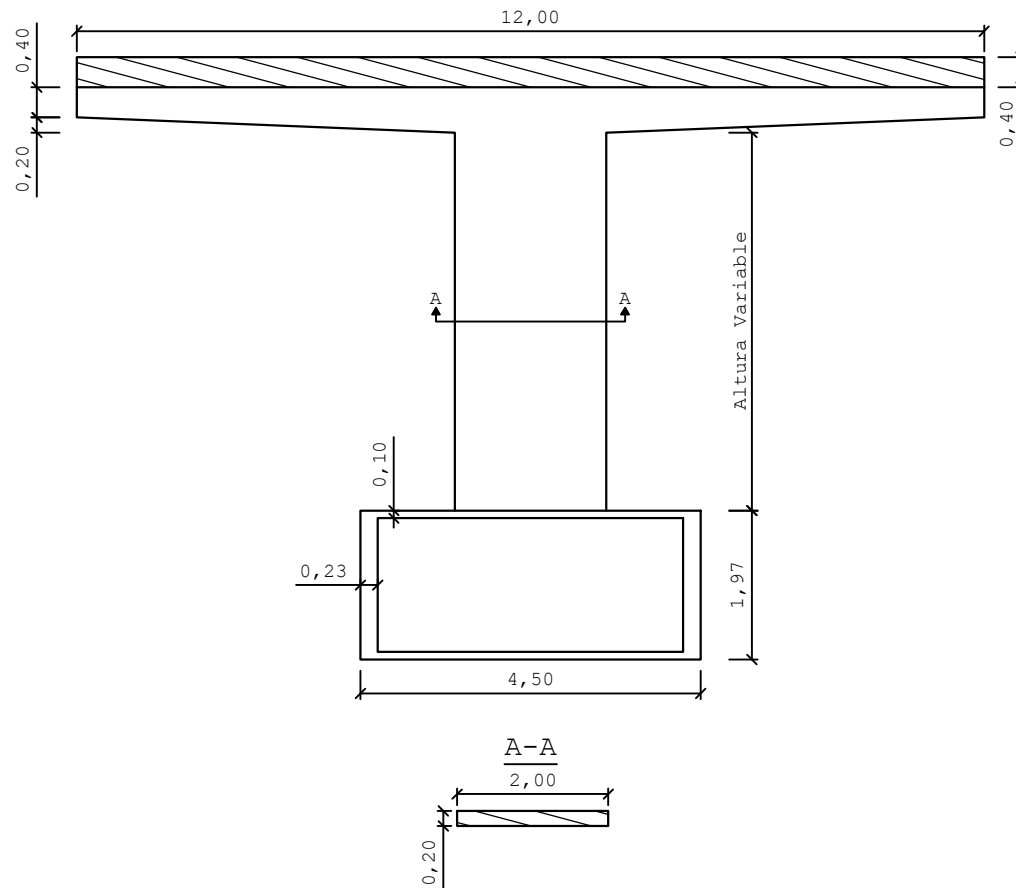


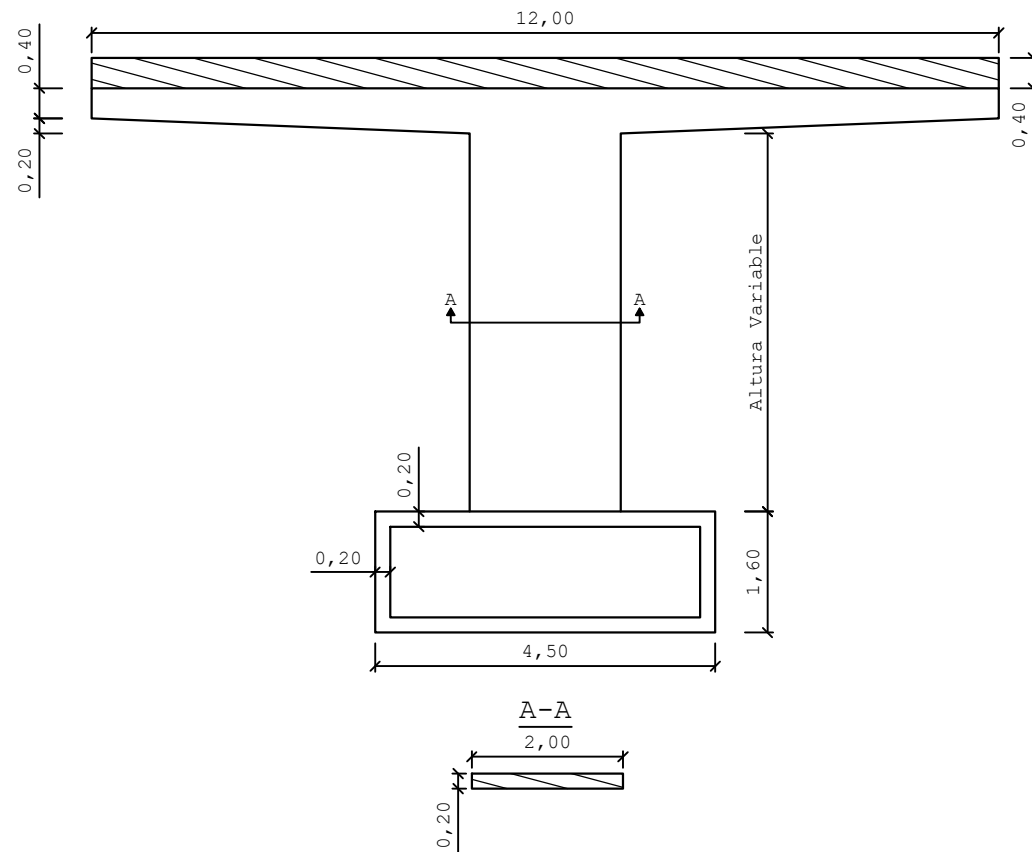
Ilustración 16. Ley de torsores total y por separado en esfuerzos. Modelo 1/16

ANEXO II: SECCIONES Y PERFILES DE LOS DIFERENTES MODELOS

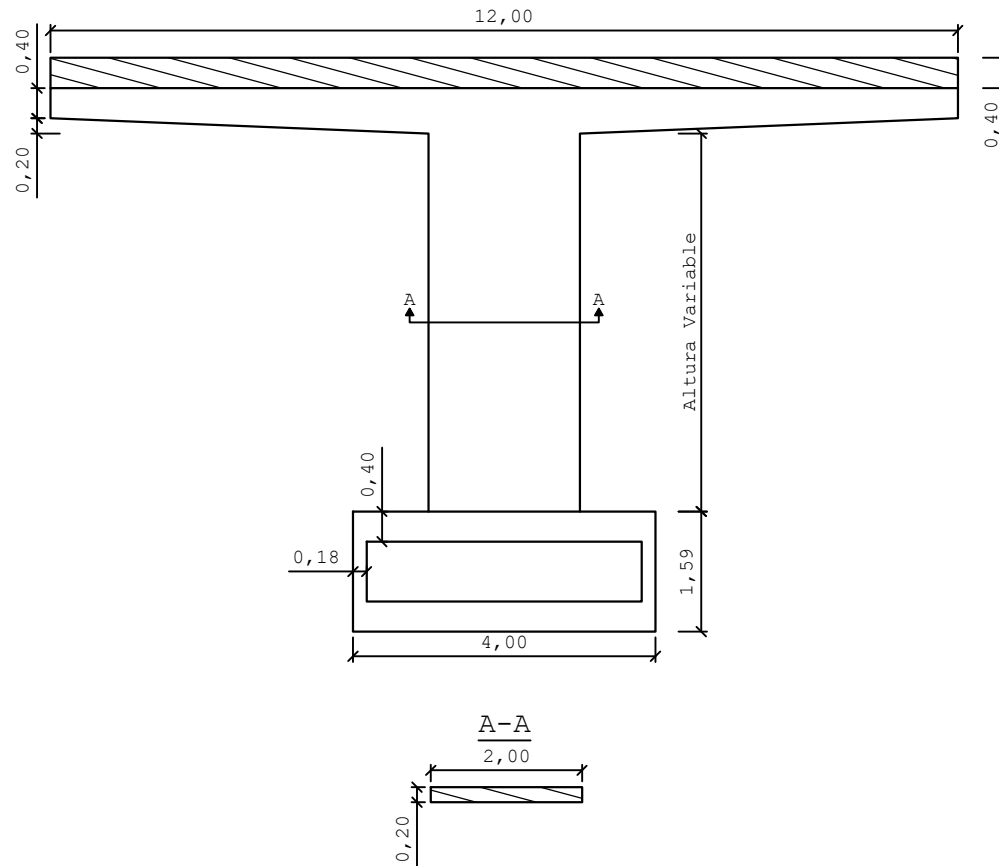
Modelo 1/5



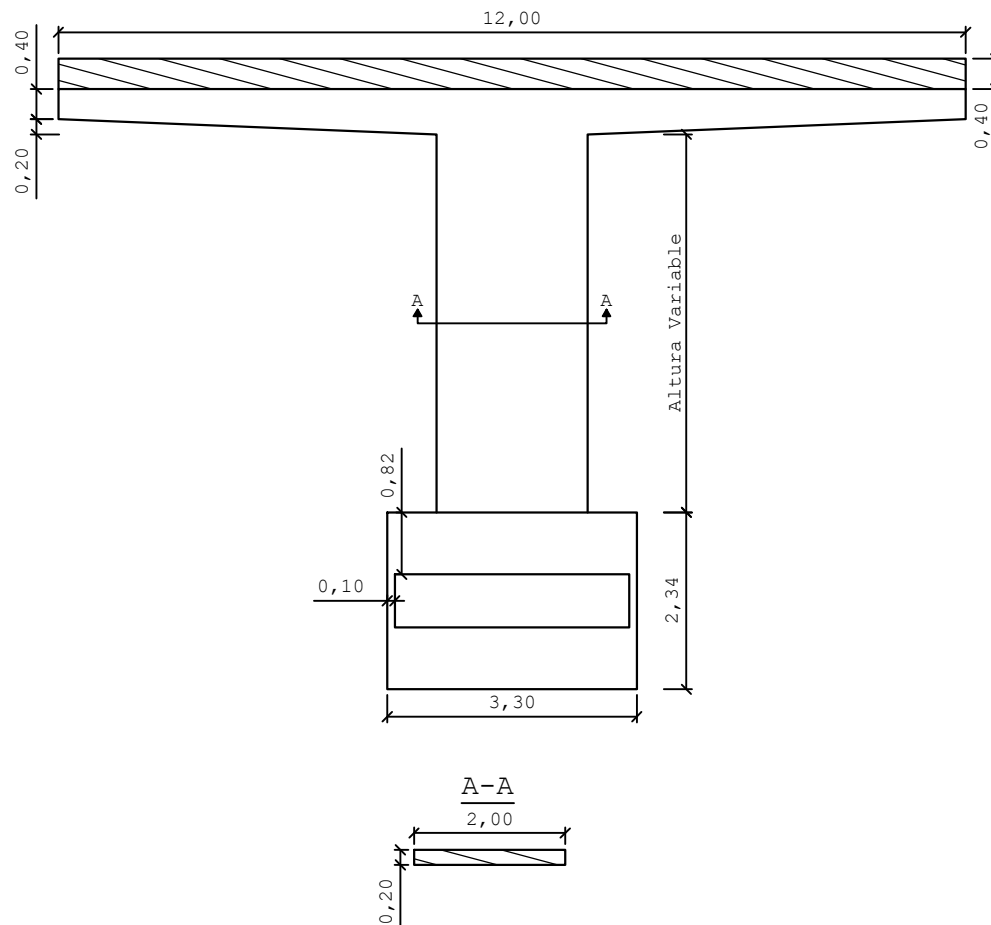
Modelo 1/6.6



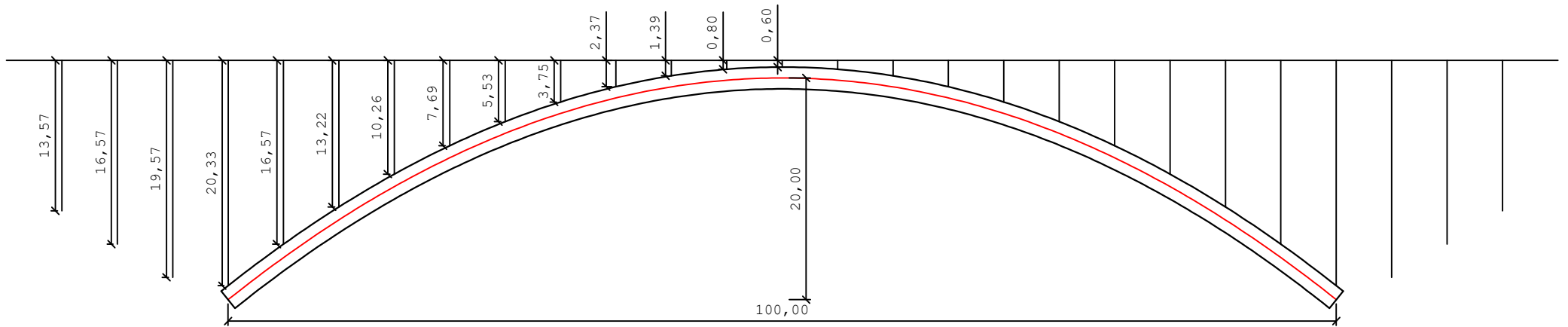
Modelo 1/10



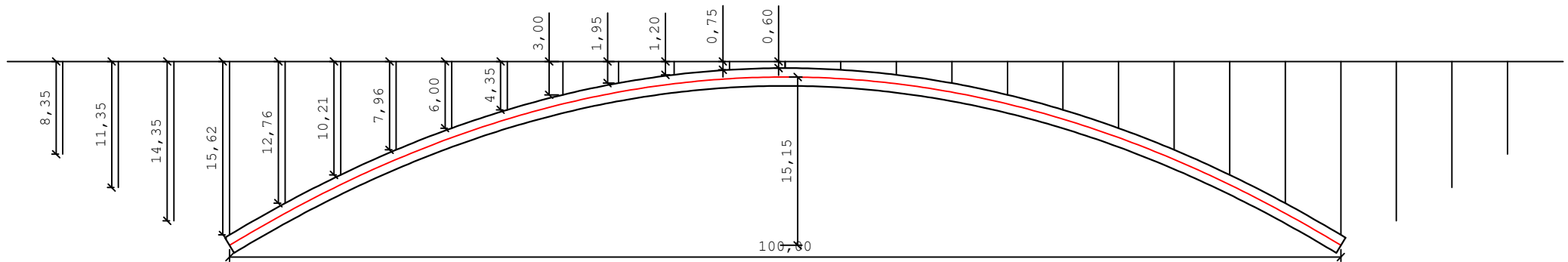
Modelo 1/16



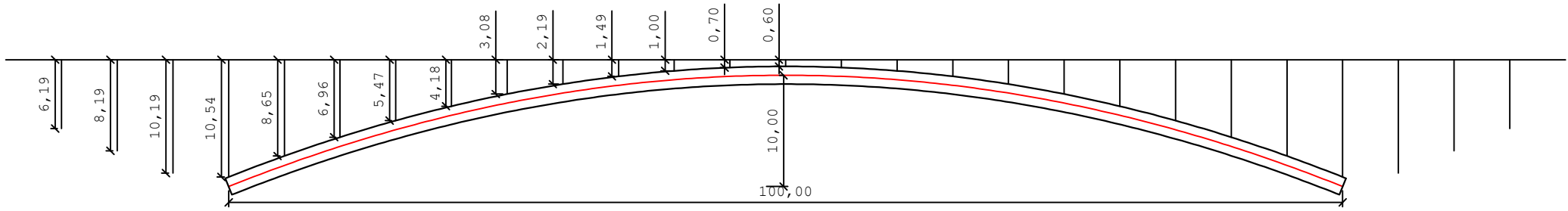
Modelo 1/5



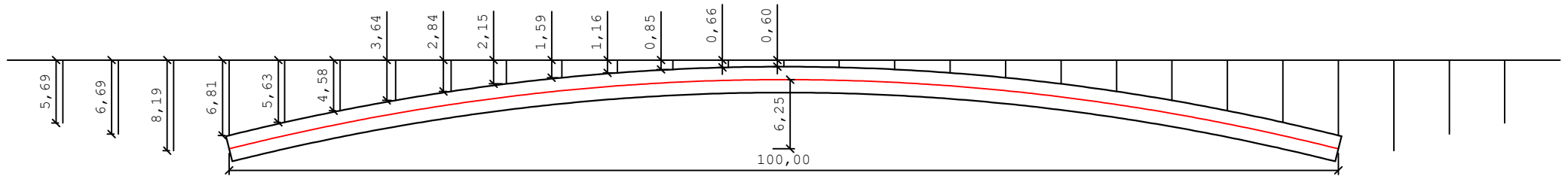
Modelo 1/6.6



Modelo 1/10



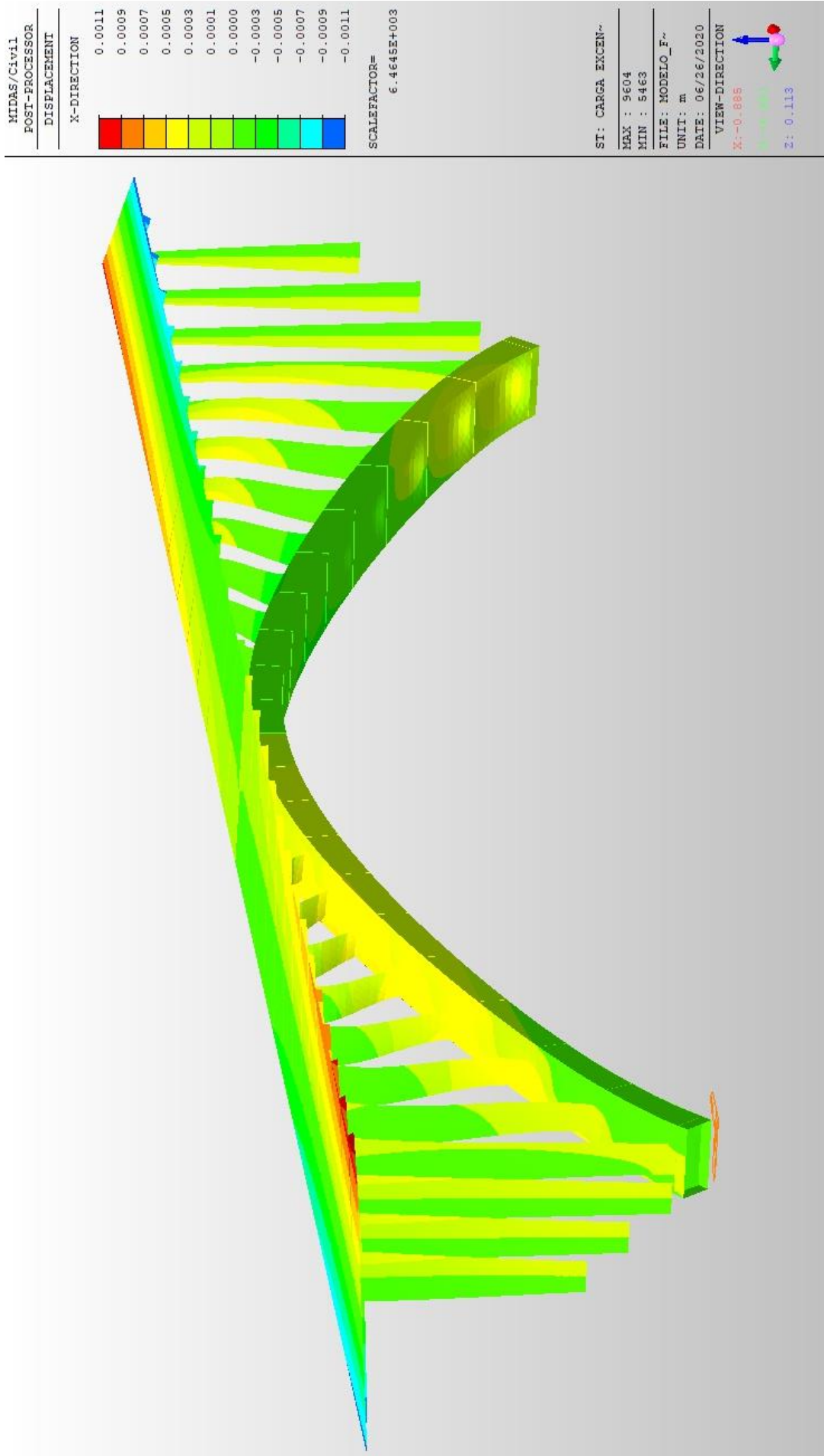
Modelo 1/16



ANEXO III: RESULTADOS MIDAS CIVIL

Cada imagen que se muestra a continuación representa un modelo, un estado de carga y a su vez la representación de los desplazamientos en una de las tres direcciones. Los resultados son expuestos de la siguiente manera:

- **MODELO 1/5. CARGA EXCÉNTRICA**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/5. CARGA DE VIENTO**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/6.6. CARGA EXCÉNTRICA**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/6.6. CARGA DE VIENTO**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/10. CARGA EXCÉNTRICA**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/10. CARGA DE VIENTO**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/16. CARGA EXCÉNTRICA**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z
- **MODELO 1/16. CARGA DE VIENTO**
 - Desplazamientos en dirección x
 - Desplazamientos en dirección y
 - Desplazamientos en dirección z



MIDAS/Civil
 POST-PROCESSOR

DISPLACEMENT

Y-DIRECTION	Value
0.0065	
0.0059	
0.0053	
0.0047	
0.0041	
0.0035	
0.0029	
0.0022	
0.0016	
0.0010	
0.0000	
-0.0002	

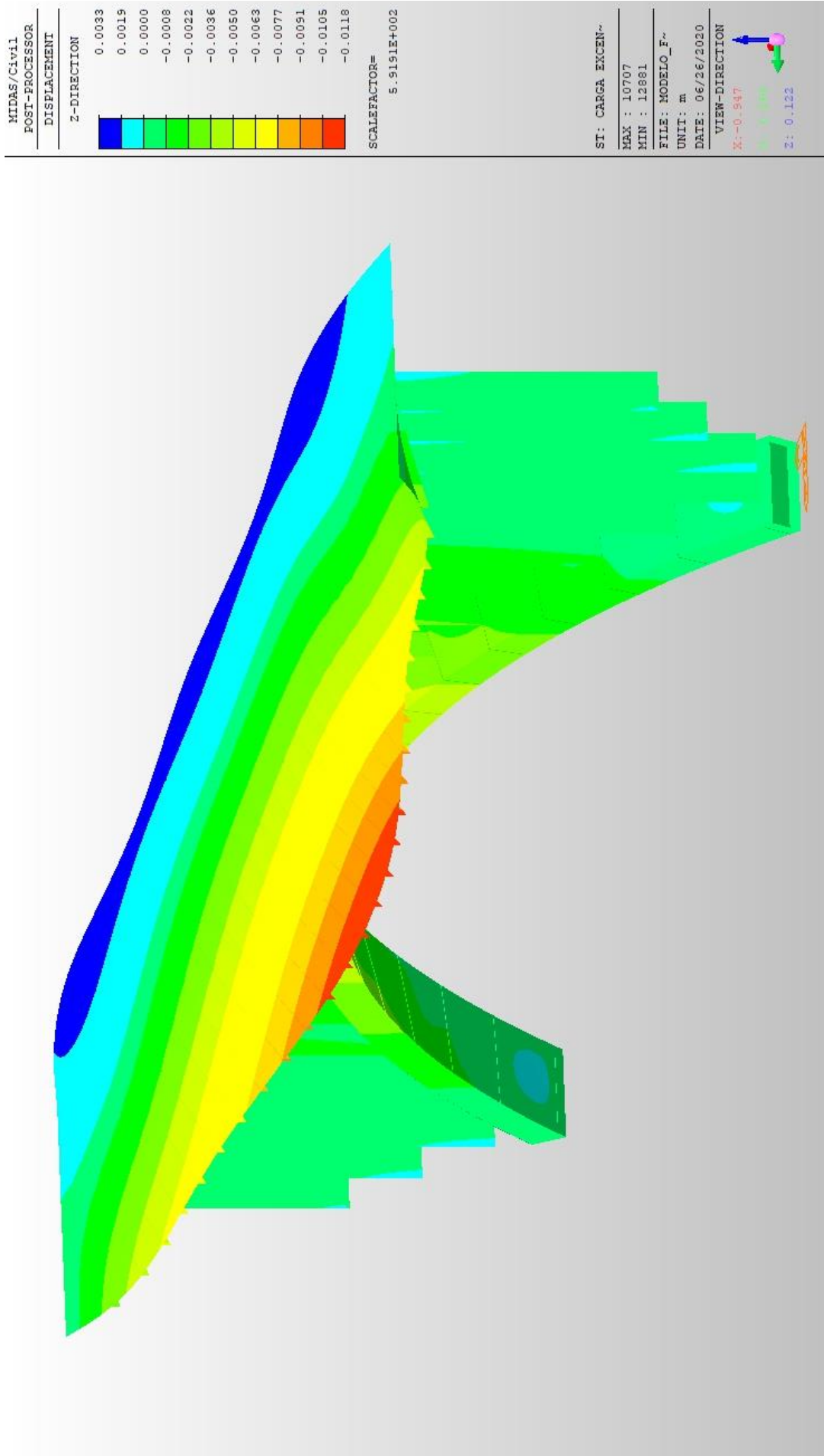
SCALEFACTOR=
 1.0707E+003

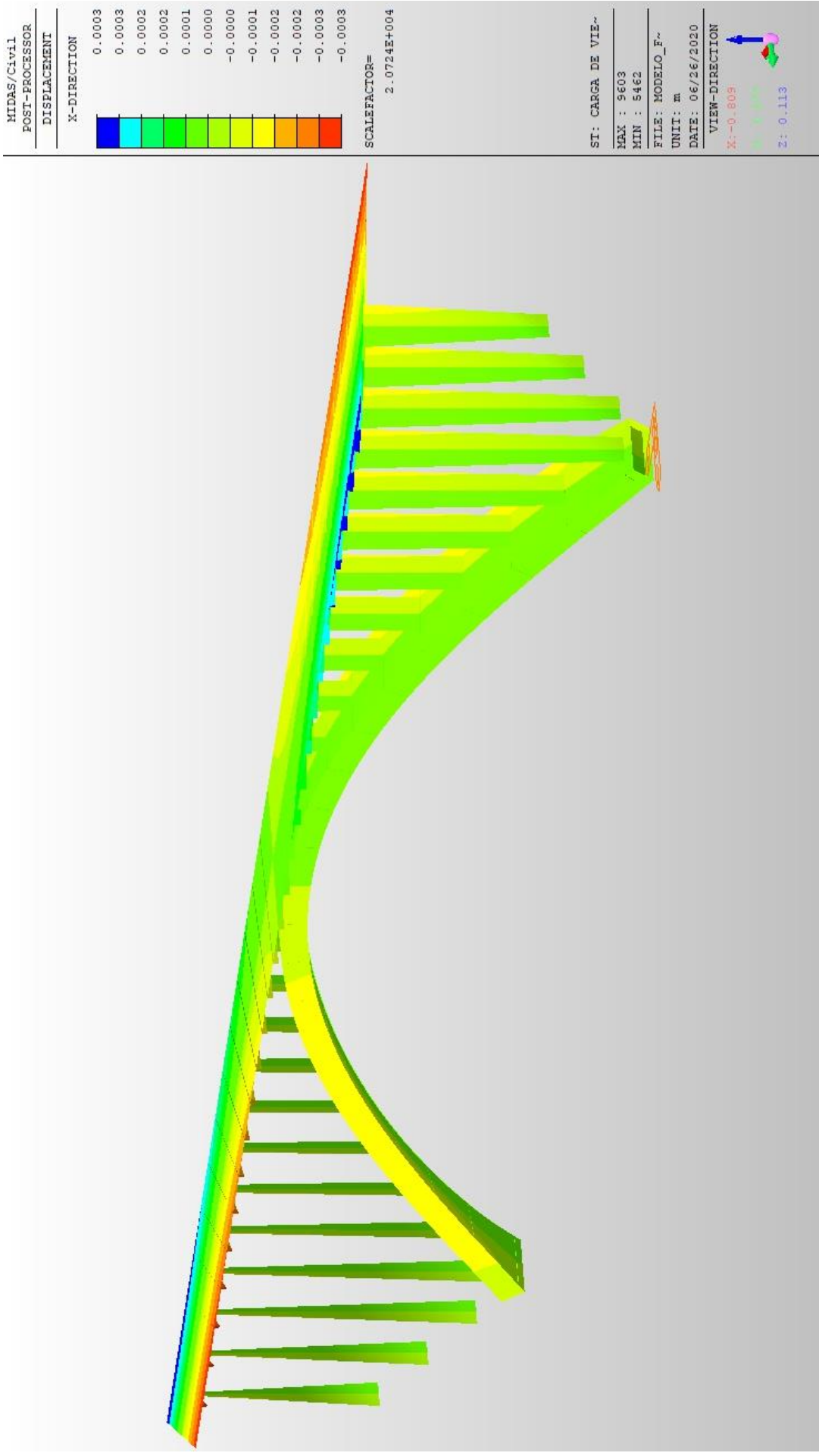
ST: CARGA EXCEN~

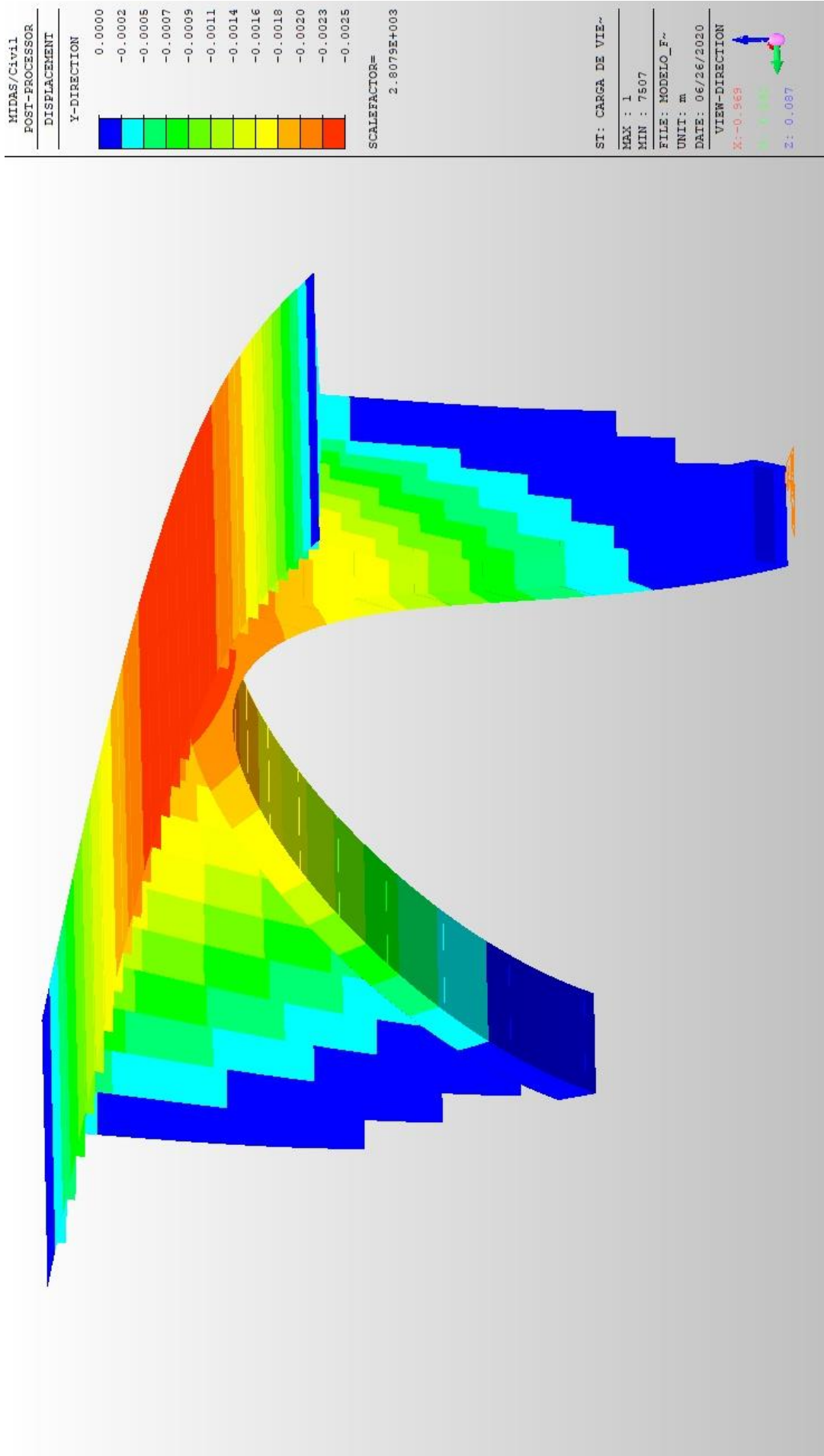
MAX : 7512
MIN : 9041
FILE : MODELO_F~
UNIT : m
DATE : 06/26/2020

VIEW-DIRECTION

X: -0.967
 Y: 0.284
 Z: 0.079







MIDAS/Civil
 POST-PROCESSOR

DISPLACEMENT

Z-DIRECTION

0.0006
0.0005
0.0004
0.0003
0.0002
0.0001
0.0000
-0.0002
-0.0003
-0.0004
-0.0005
-0.0006

SCALEFACTOR=
 1.1465E+004

ST: CARGA DE VIE~

MAX : 12891
 MIN : 12857

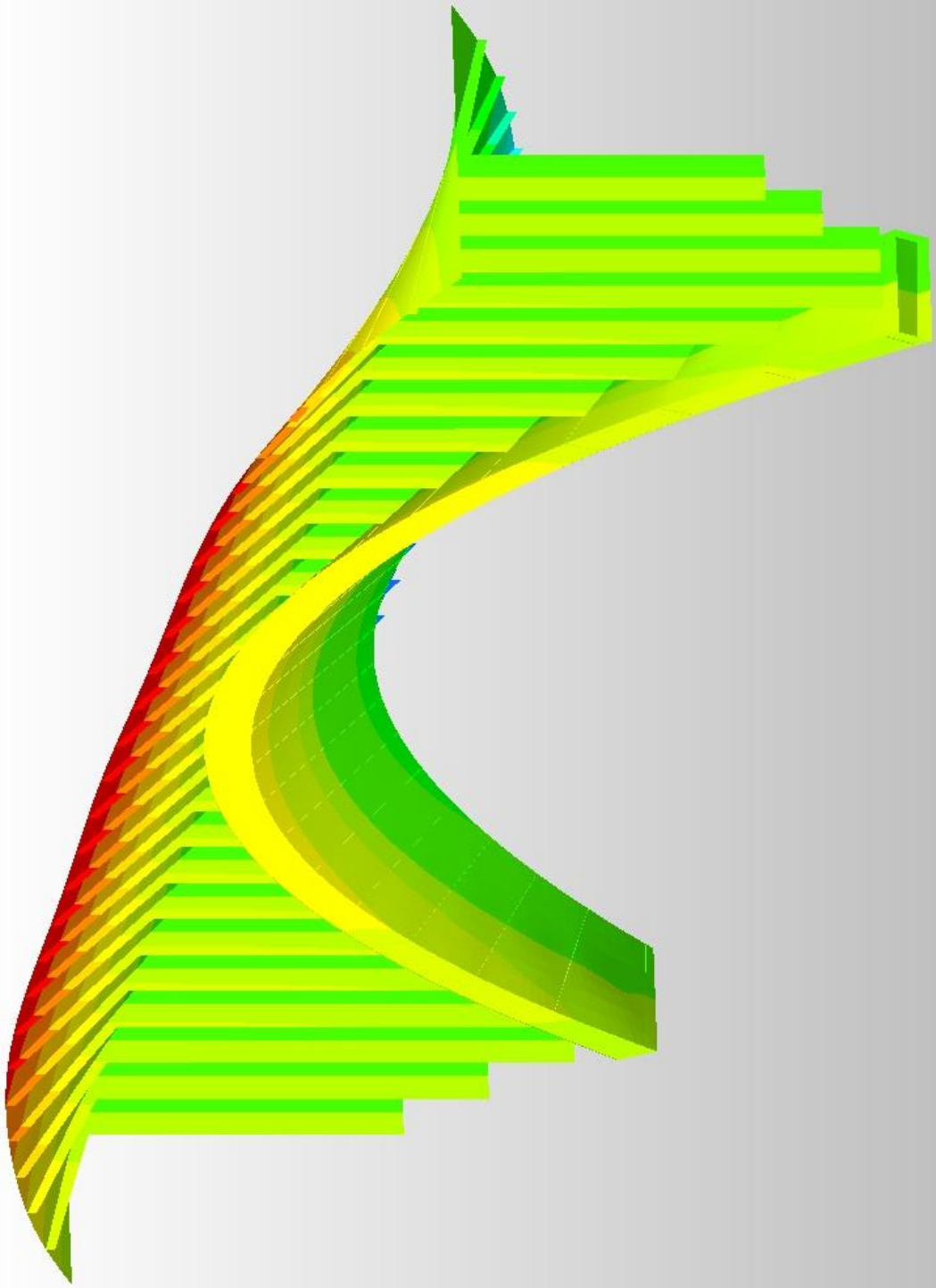
FILE: MODELO_F~

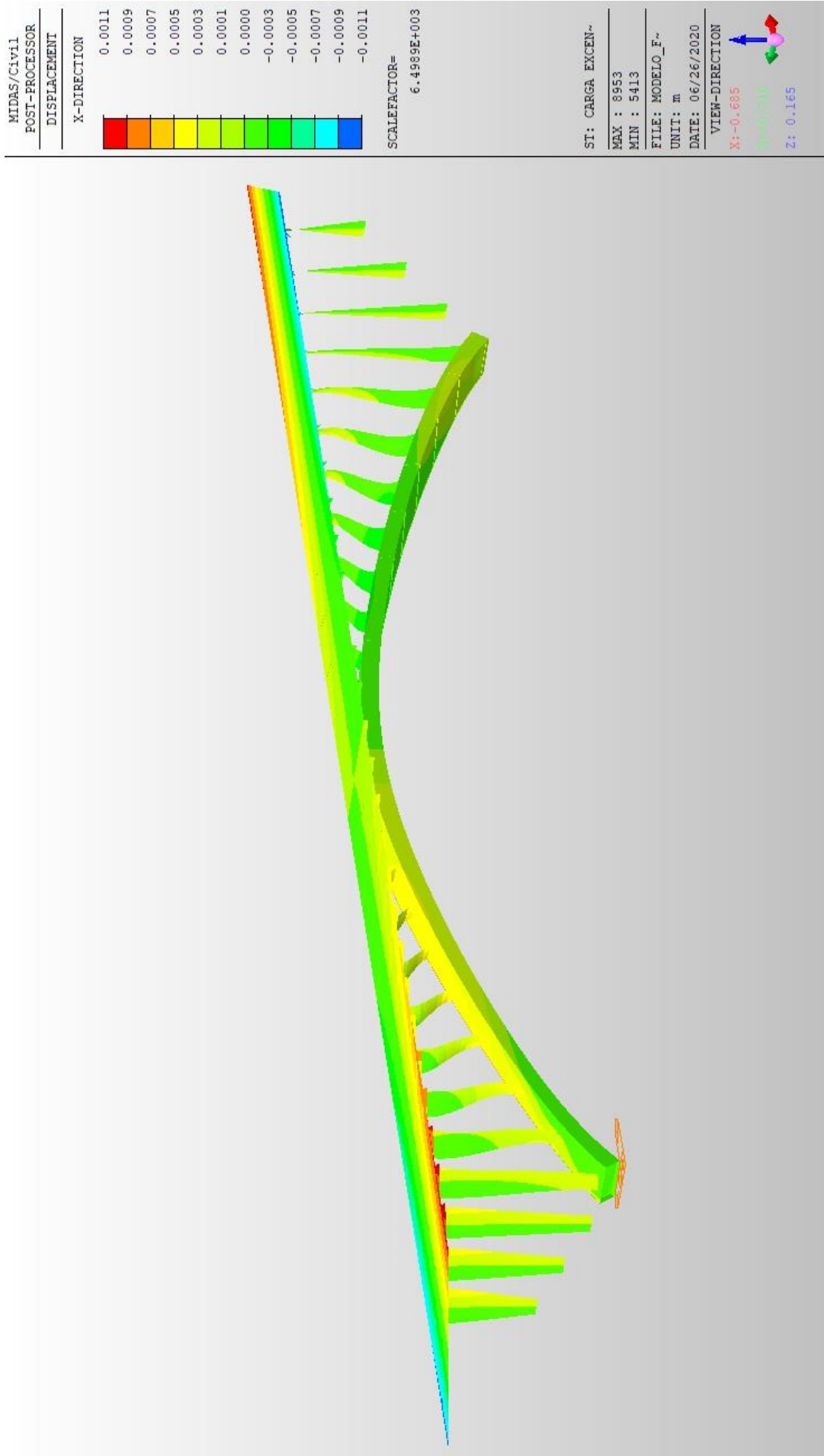
UNIT: m

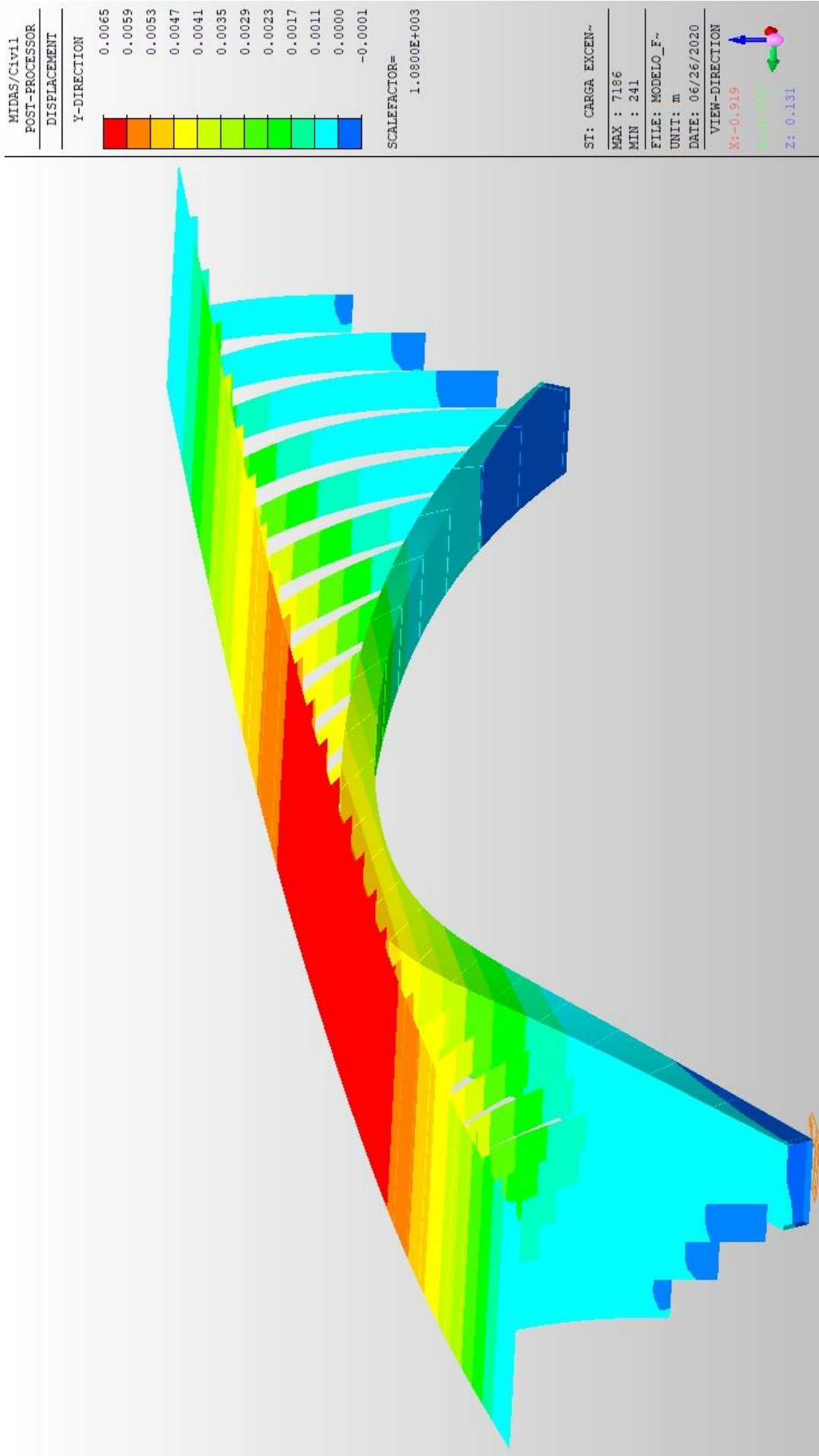
DATE: 06/26/2020

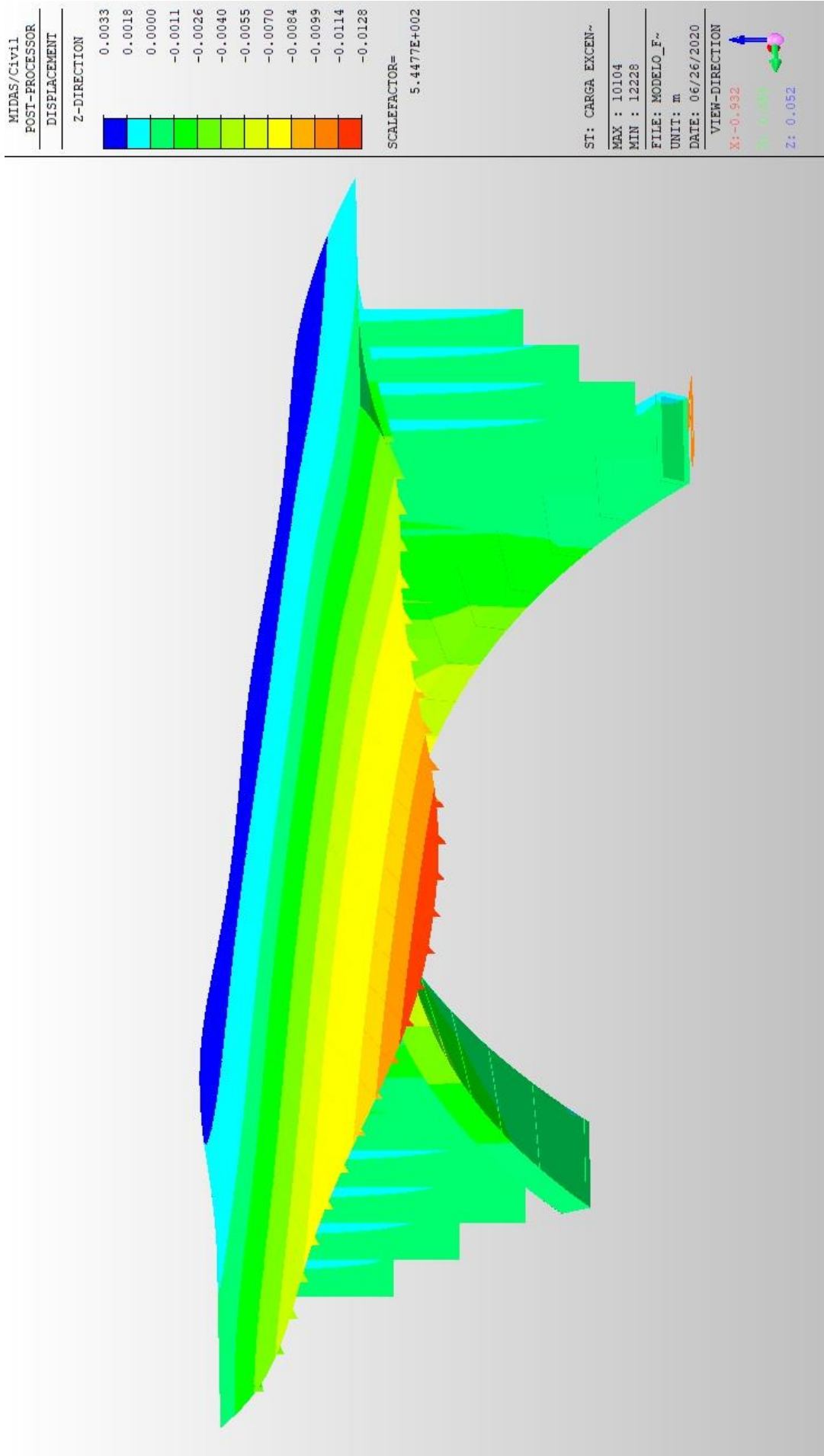
VIEW-DIRECTION

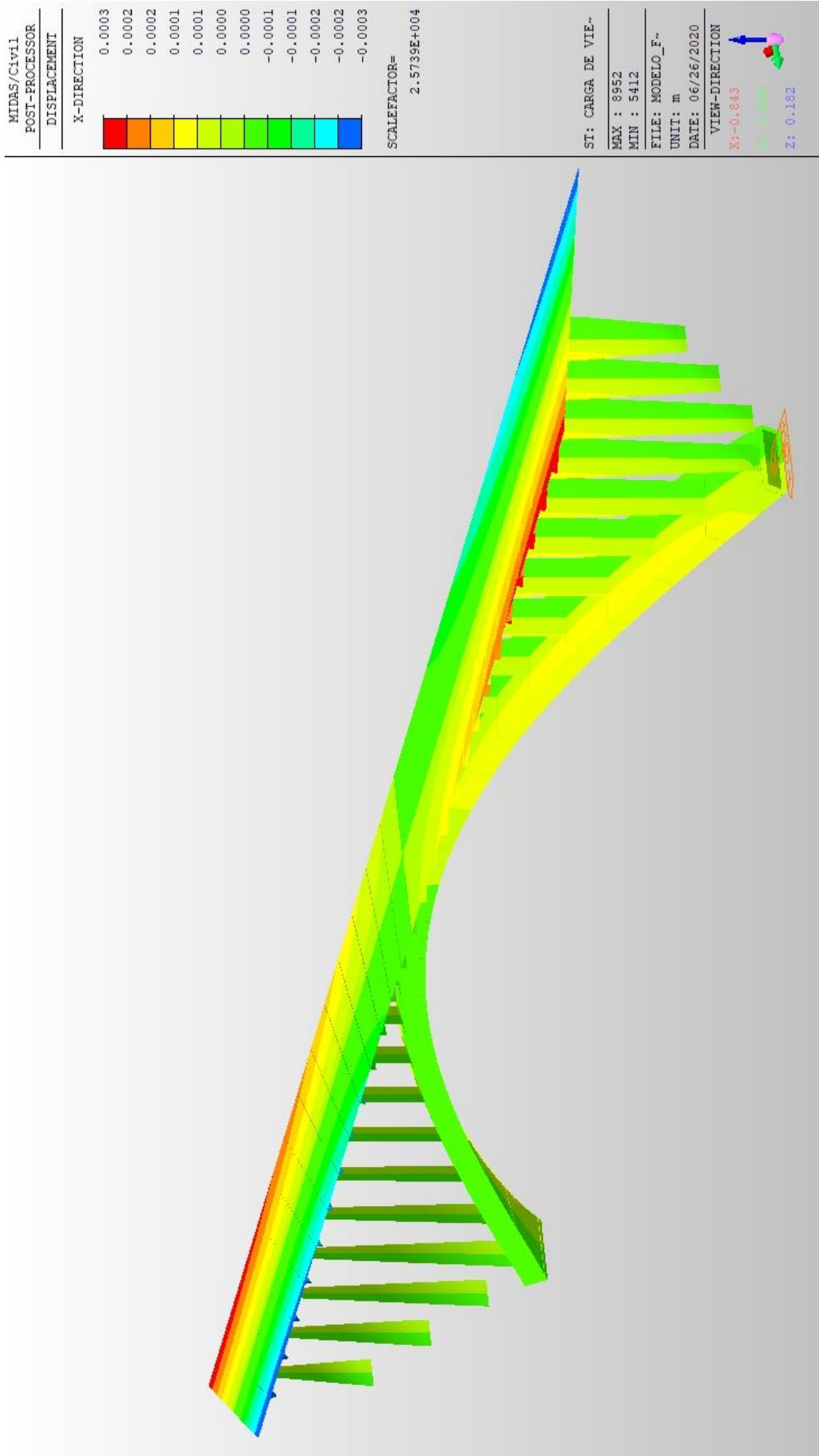
X: -0.947
 Y: 0.334
 Z: 0.122

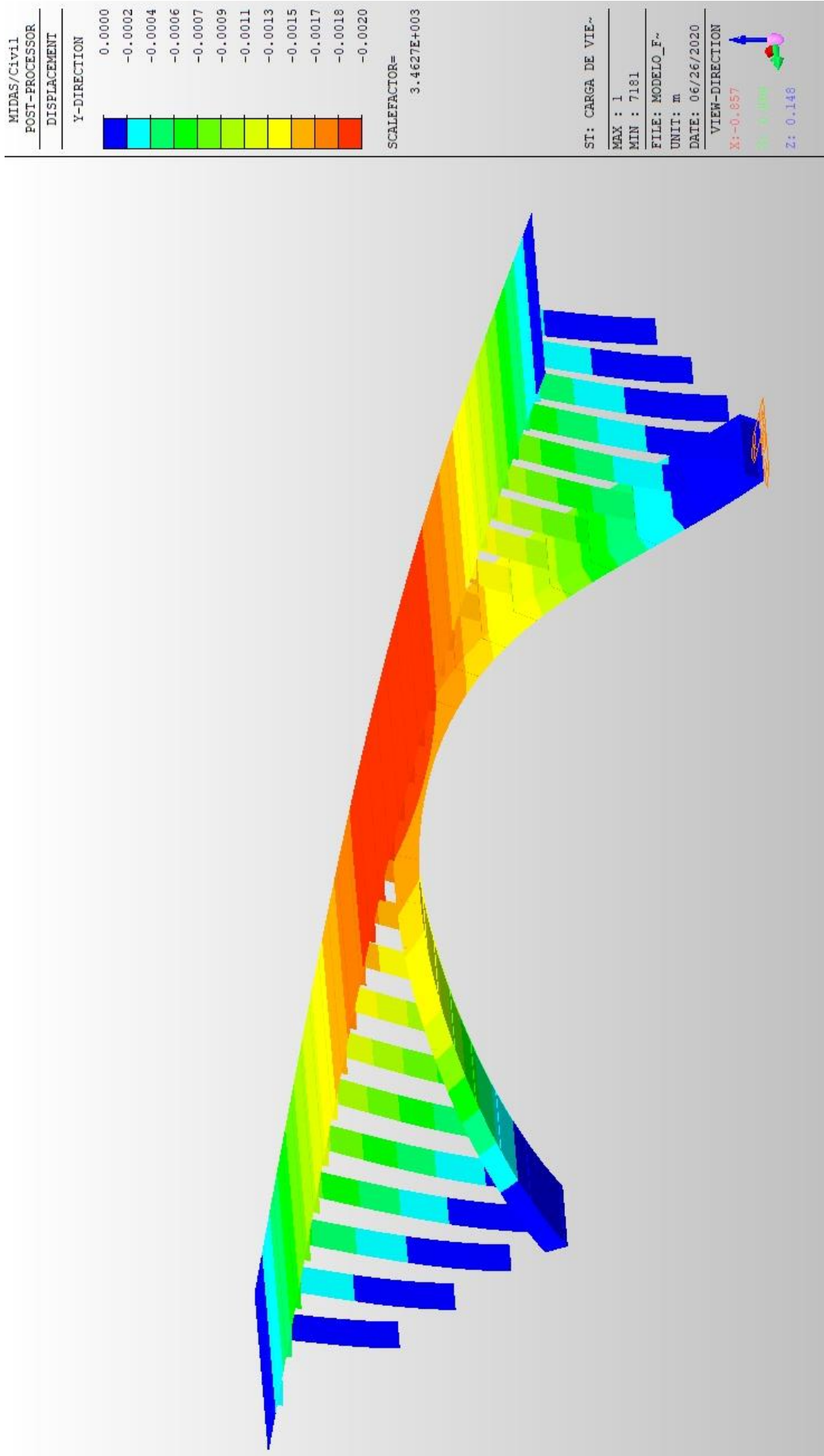



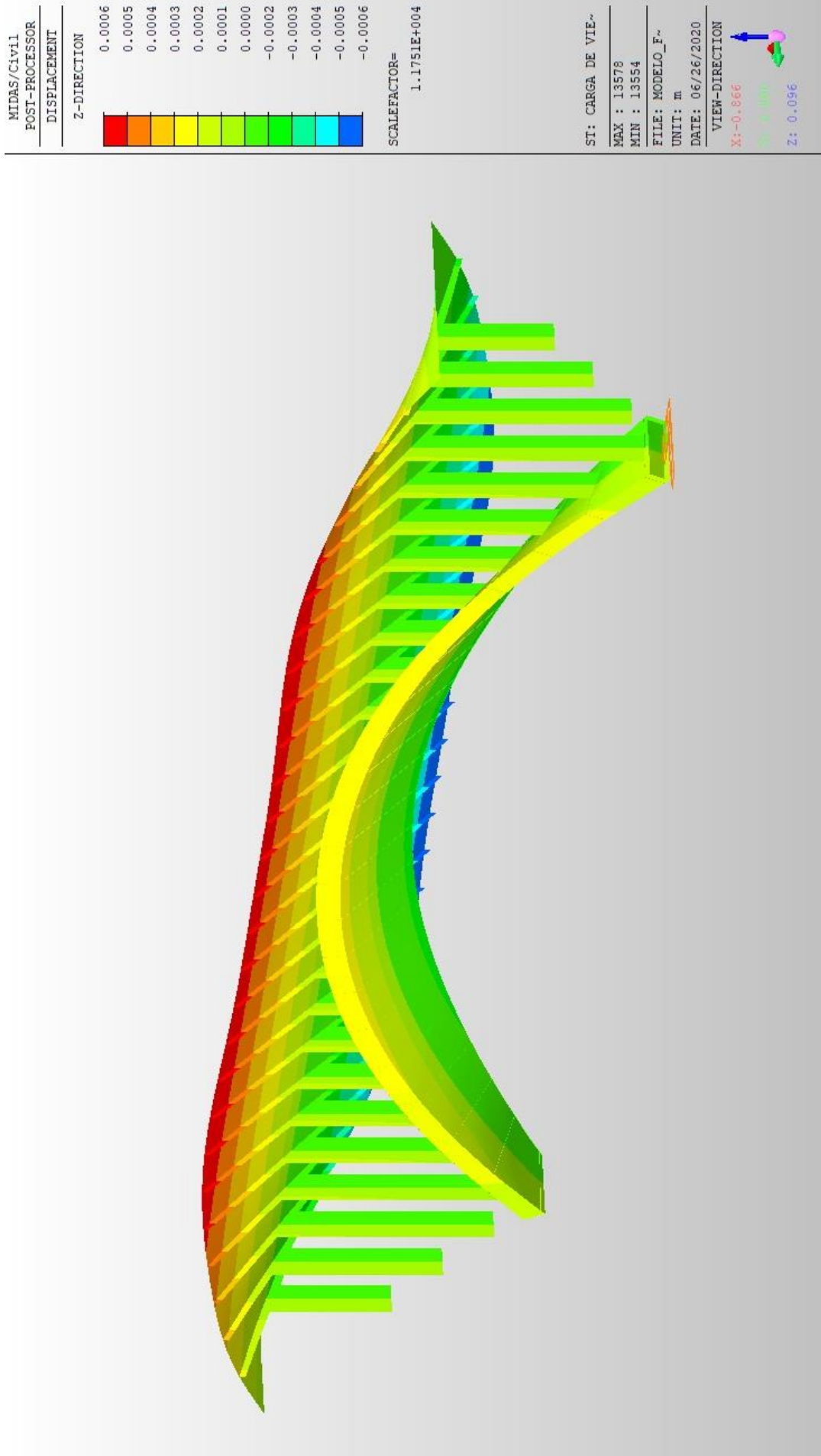


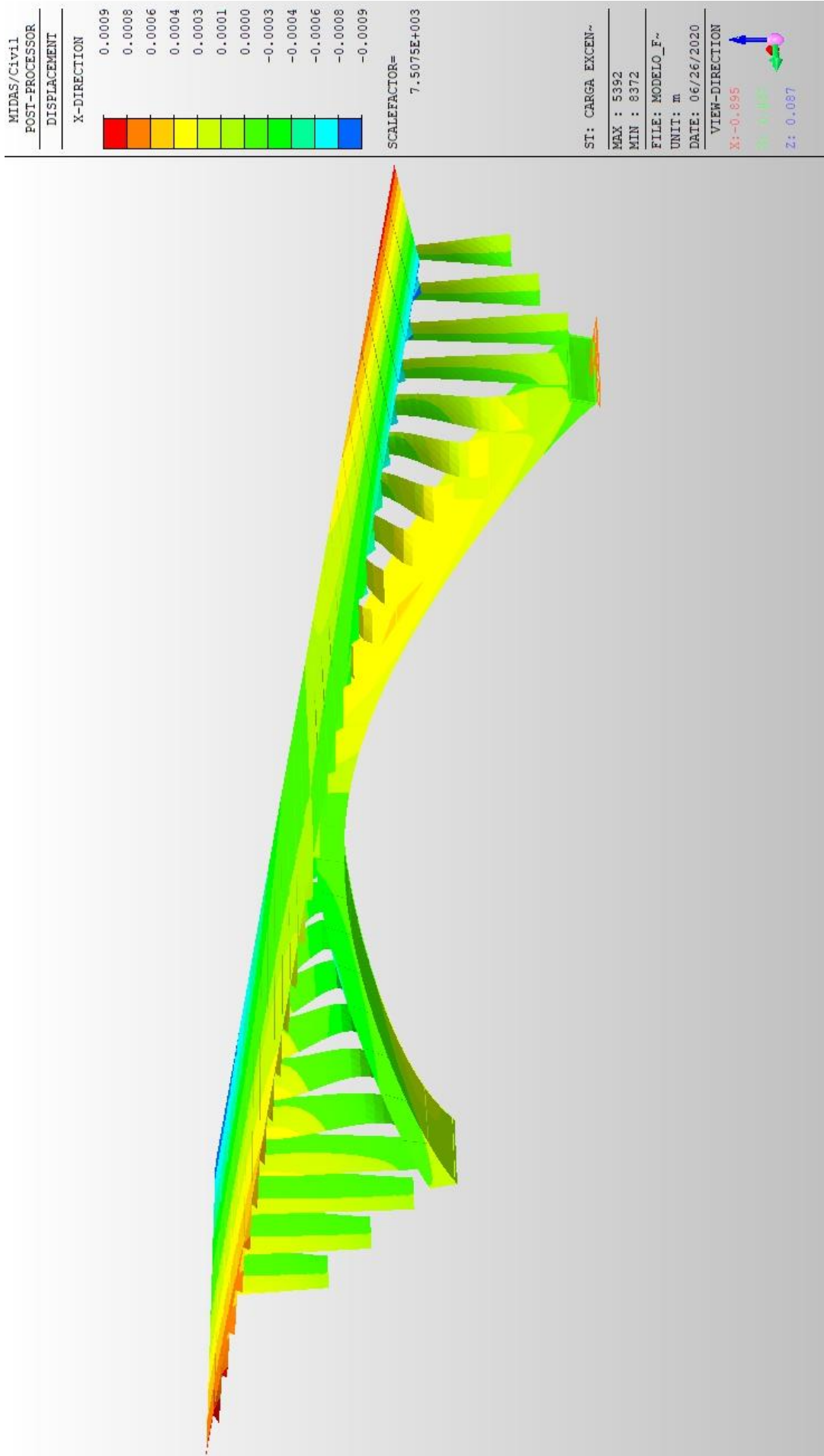


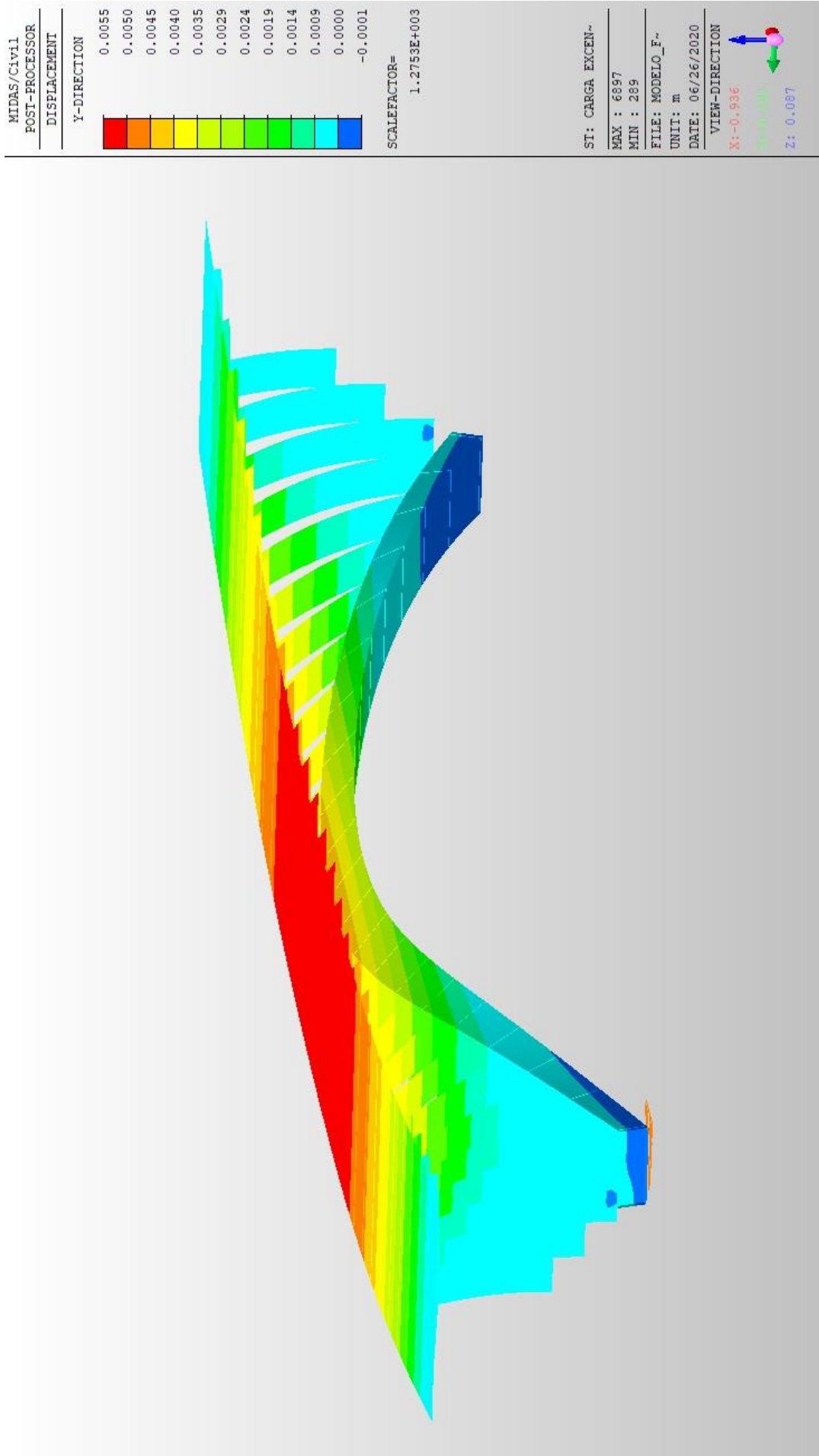


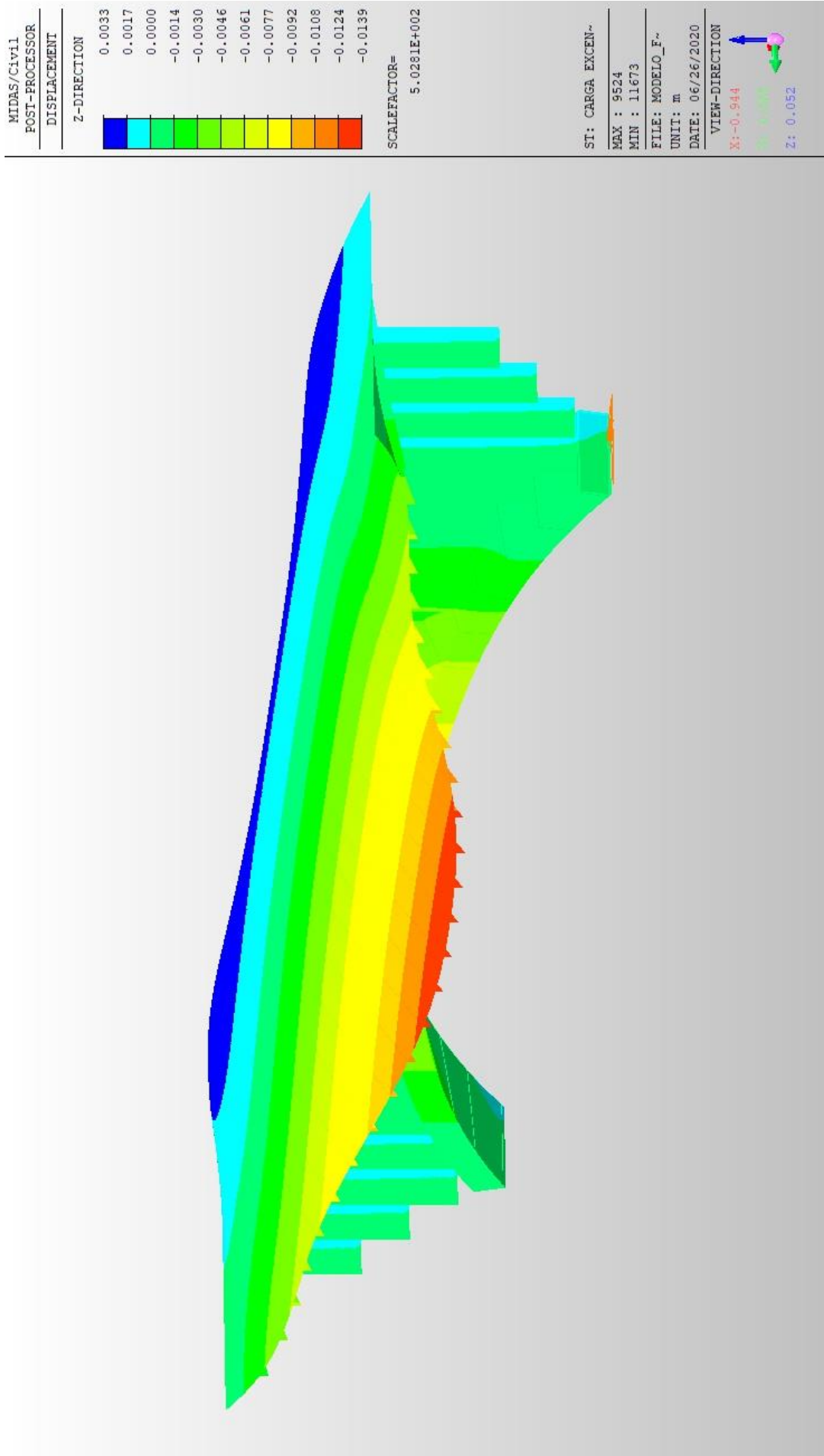


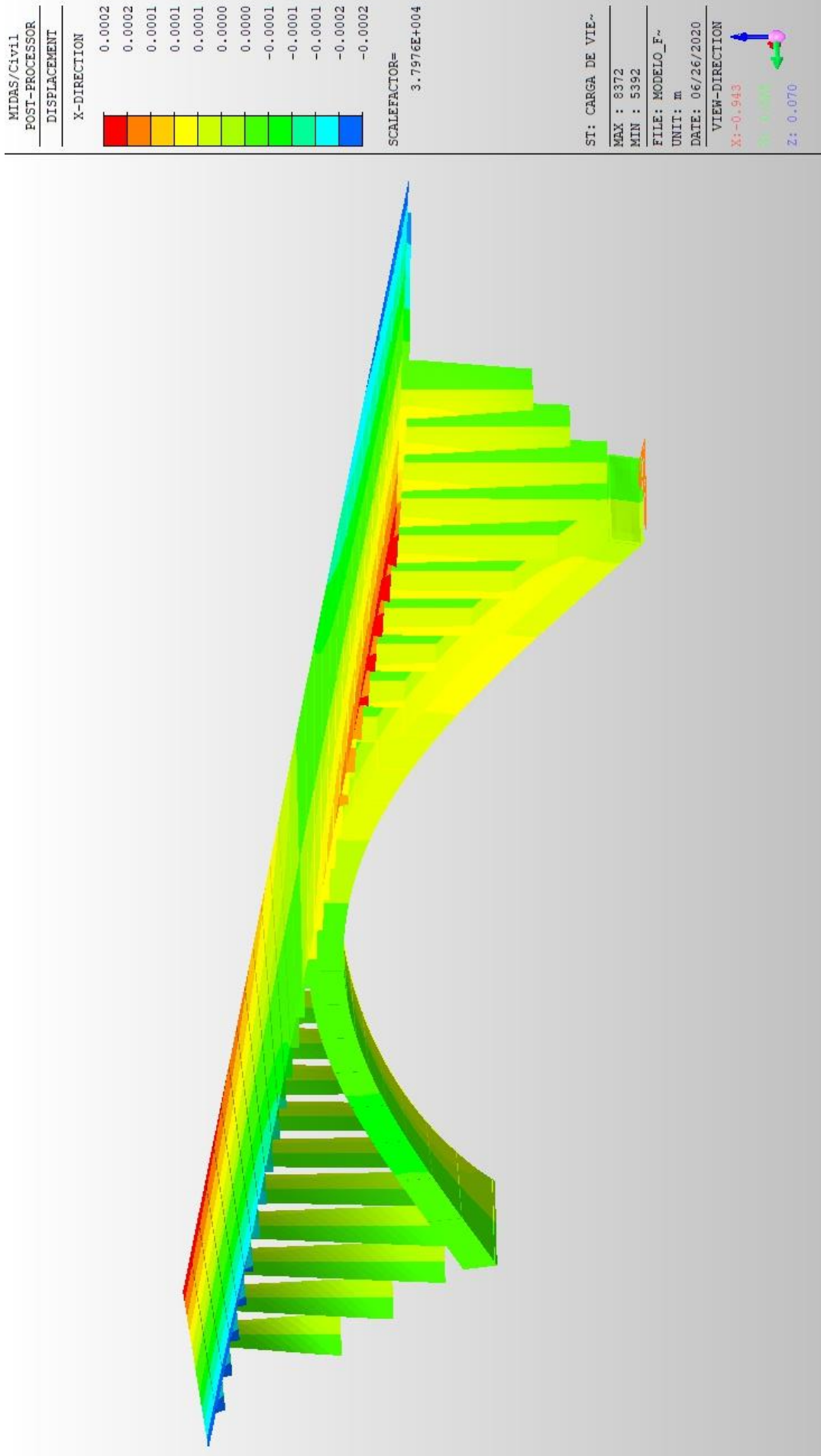


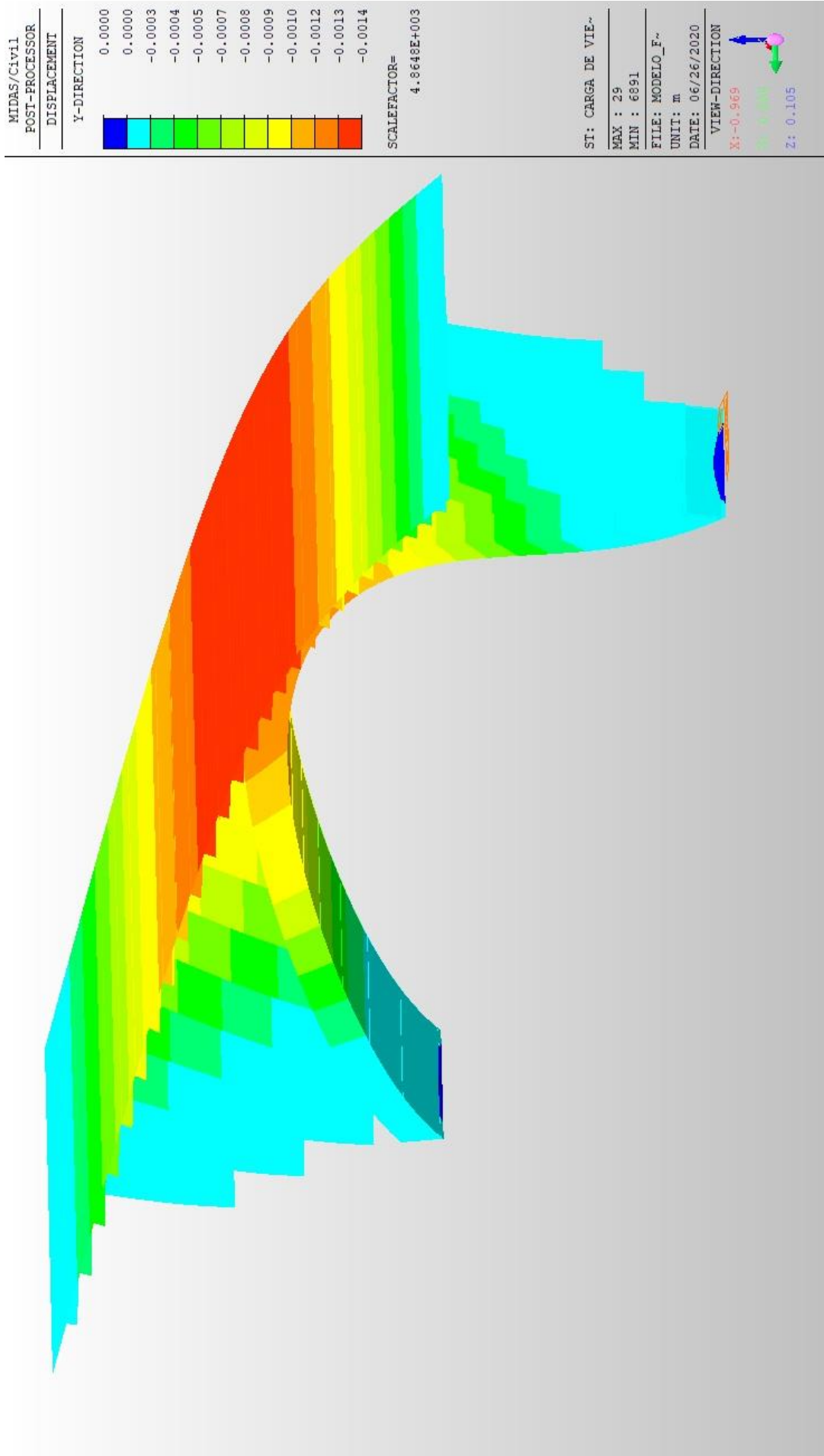


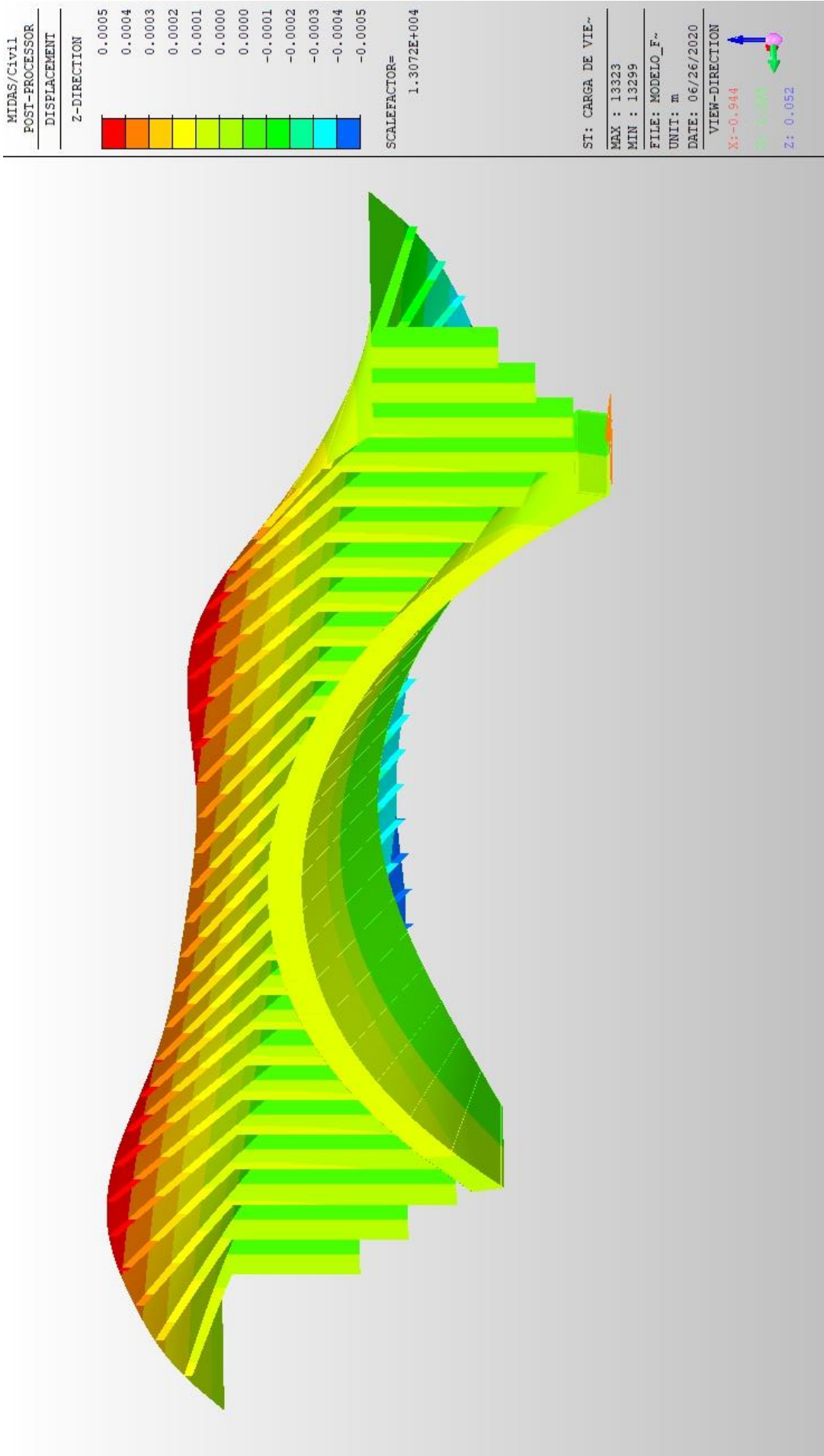


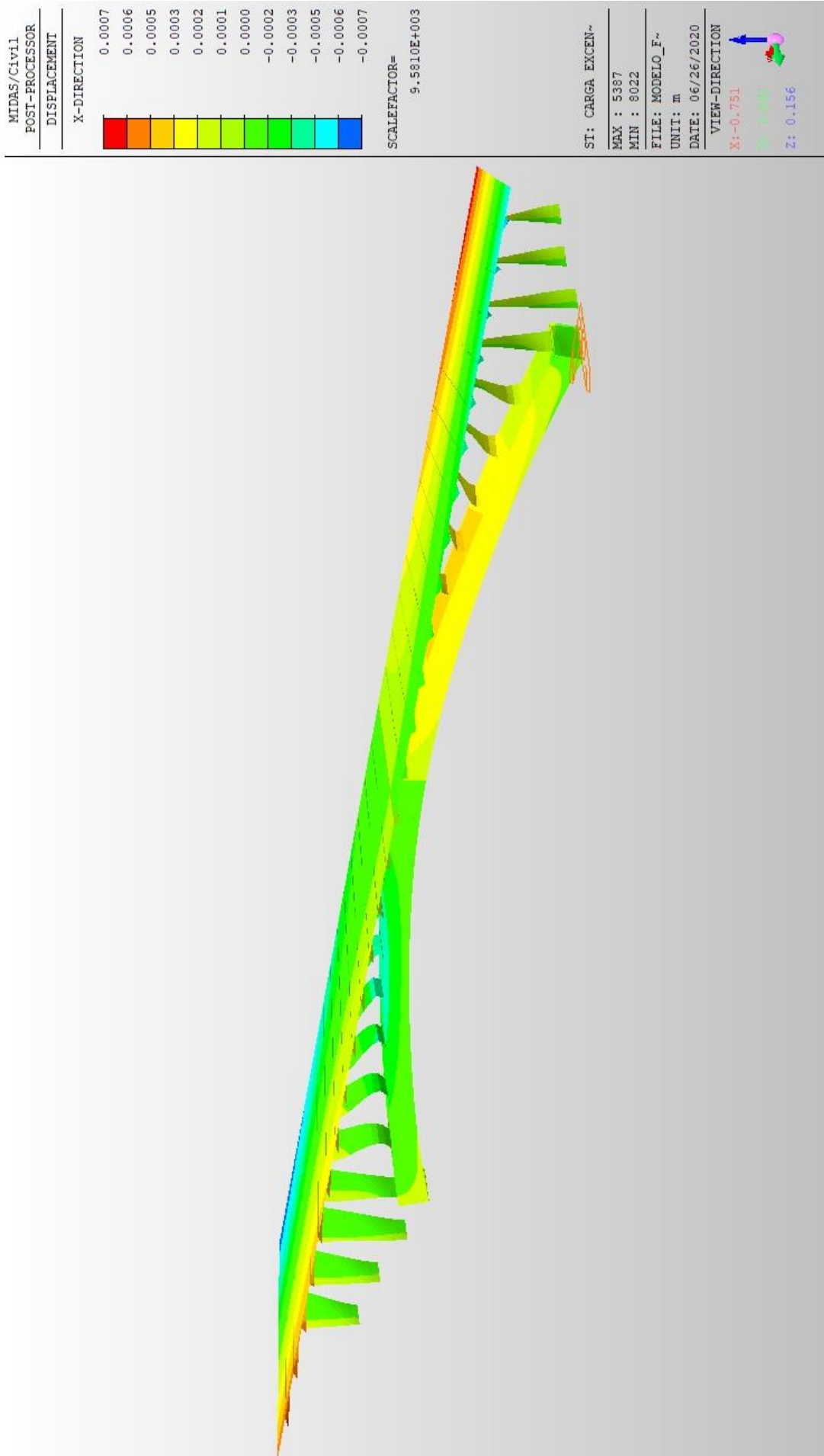


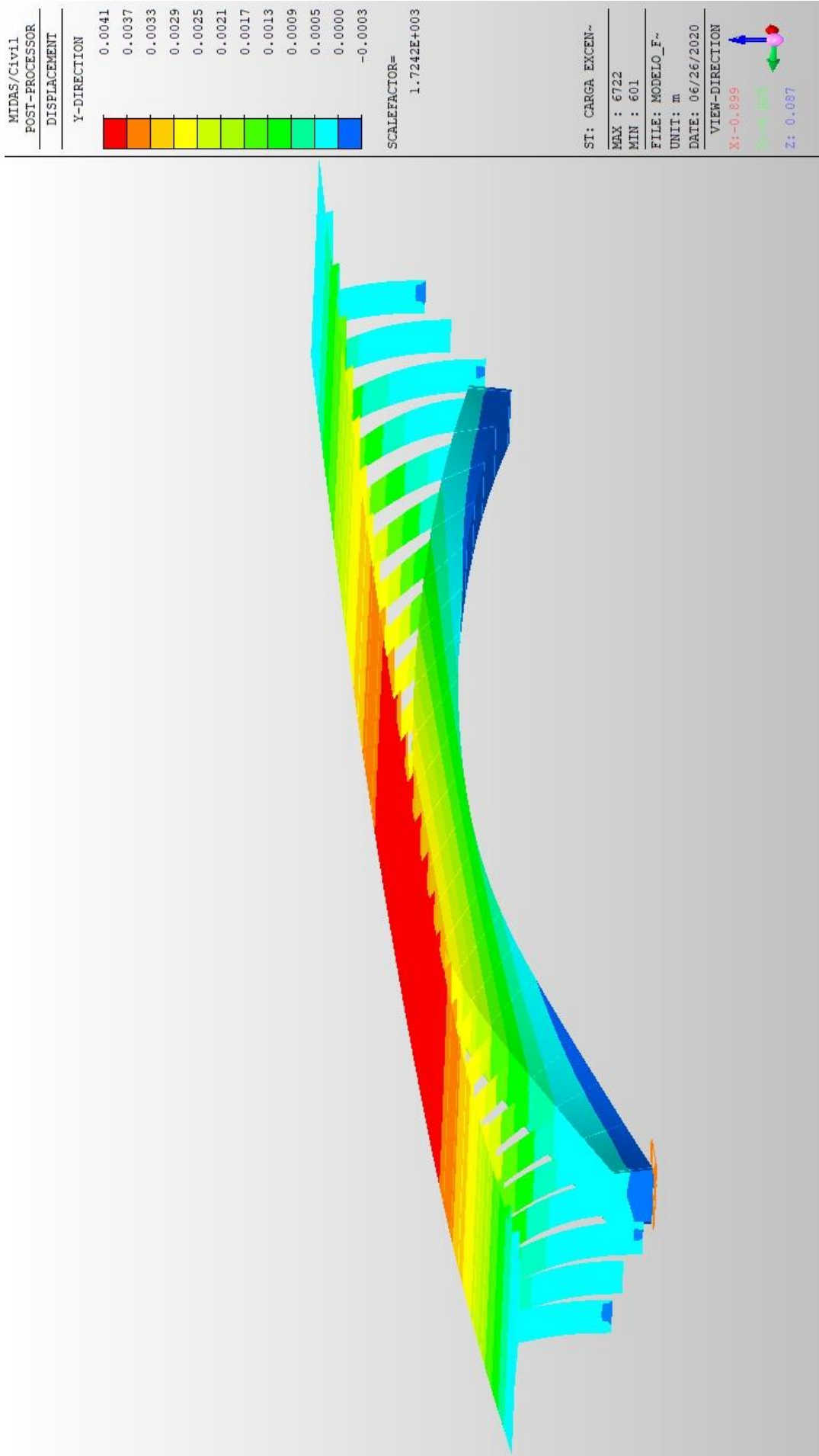


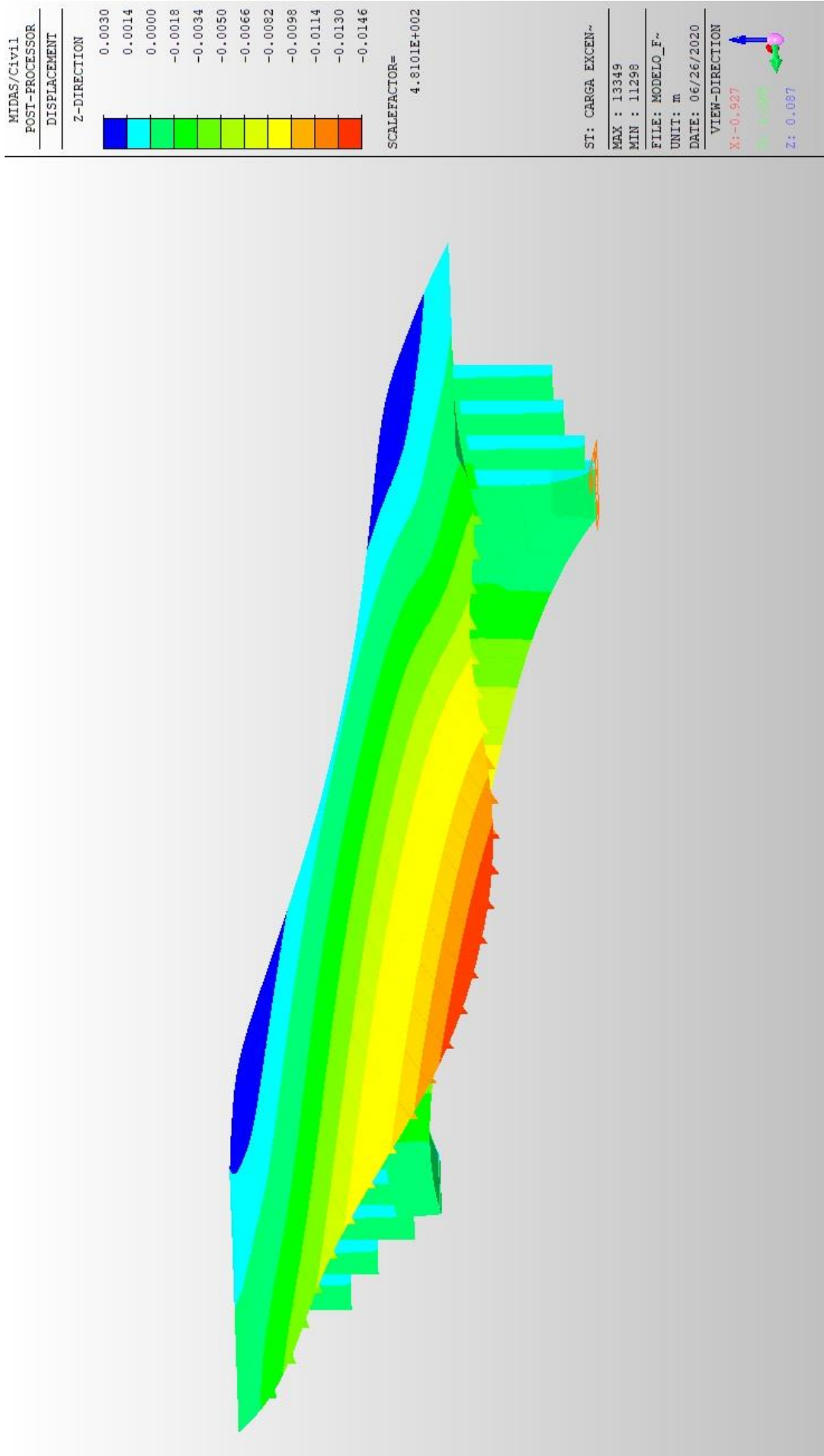












MIDAS/Civil
 POST-PROCESSOR
 DISPLACEMENT

X-DIRECTION
0.0001
0.0001
0.0001
0.0001
0.0000
0.0000
0.0000
0.0000
-0.0000
-0.0001
-0.0001
-0.0001
-0.0001

SCALEFACTOR=
 6.1470E+004

SI: CARGA DE VIE~
 MAX : 7762
 MIN : 5672
 FILE: MODELO_F~
 UNIT: m
 DATE: 06/26/2020
 VIEW-DIRECTION
 X: -0.918
 Y: 0.000
 Z: 0.165

