

# Trabajo Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial

## Optimización en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable: modos M1 y M13 con nivel tecnológico N4

Autora: Ana Sánchez Rivero

Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

**Dpto. Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Grado  
Ingeniería Aeroespacial

# **Optimización en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable: modos M1 y M13 con nivel tecnológico N4**

Autora:

Ana Sánchez Rivero

Tutor:

Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

Catedrático de la Universidad

Dpto. Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Grado: Optimización en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable:  
modos M1 y M13 con nivel tecnológico N4

Autora: Ana Sánchez Rivero

Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Agradecimientos

---

Este trabajo representa el final de un periodo tanto académico como personal que no hubiera sido posible sin el apoyo incondicional de mis padres, Alicia y Fernando, gracias a ellos he podido llegar a donde estoy hoy.

En estos cuatro años he conocido a gente maravillosa que han conseguido que este tiempo en Sevilla haya sido único. Gracias por todos los momentos inolvidables y, en particular, por estar ahí durante el desarrollo de este proyecto. En especial, gracias a Rafa por todas esas tardes de trabajo que entre risas se hacían más amenas.

Por último, gracias a mi tutor Francisco por sus explicaciones y consejos a lo largo de este trabajo.

*Ana Sánchez Rivero*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es la optimización de un turbofán de tres flujos en el punto de diseño.

Este motor posee cuatro modos diferentes de operación dependiendo de los bypass que se encuentren abiertos. Se han analizado dos de estos modos, el modo *M1* con el primer bypass abierto y el segundo y tercero cerrados, y el *M13* con el primer y el tercer bypass abiertos y el segundo cerrado.

El proyecto comienza definiendo las ecuaciones del modelo analítico del motor, las cuales resuelven el ciclo termodinámico de las diferentes etapas del mismo y se establecen los diferentes puntos de diseño para los que se va a analizar el funcionamiento del motor. Tras establecer el modelo se realizan los códigos en el software MATLAB que va a resolver numéricamente dichas ecuaciones. Así se realizan los mapas del consumo específico frente al empuje específico variando los parámetros de diseño. A partir de estos mapas se obtienen las leyes funcionales de dependencia del consumo y el empuje específico en función de cada uno de los parámetros.

Por último, se hará el estudio de optimización, calculando el valor de los parámetros de diseño para el máximo empuje y para el mínimo consumo. Realizando, finalmente, un análisis de sensibilidad en torno a los puntos obtenidos para conocer la variación que pueden sufrir tanto el empuje como el consumo frente a pequeñas variaciones de los parámetros de diseño.



# Abstract

---

The goal of this End-of-Degree Project is the optimization of a three-flow turbofan at the design point.

This engine has four different modes of operation depending on the bypass that are open. We have been analysed two of these modes, the *M1* mode with the first by-pass open and the second and third closed, and the *M13* with the first and the third by-pass open and the second closed.

The project begins by defining the equations of the analytical model of the engine, which solve the thermodynamic cycle of the different stages and establishing the different design points for which it is going to be analyzed the operation of the engine. After establishing the model, these equation will be solved numerically with MATLAB software. Thus, the maps of the specific fuel consumption (TSFC) vs the specific thrust will be done varying the design parameters. From these maps, the functional laws depending of each parametres are obtained.

Finally, the optimization will be done, calculating the value of the design parameters for maximum thrust and minimum TSFC. Realizing, finally, a sensitivity analysis around the points obtained to know the variation that both, the thrust and the TSFC, can suffer from small variations of the design parameters.



# Índice

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<i>Índice de Figuras</i>	IX
<i>Índice de Tablas</i>	XIII
<i>Notación</i>	XV
<b>1 Objetivo y alcance</b>	<b>1</b>
<b>2 Introducción</b>	<b>3</b>
<b>3 Modelo de motor</b>	<b>5</b>
3.1 Modos de funcionamiento	6
<b>4 Descripción analítica del motor</b>	<b>7</b>
4.1 Consideraciones	7
4.2 Fluido de trabajo	7
4.3 Desarrollo analítico del motor	9
4.3.1 Difusor	12
4.3.2 Compresión	12
Fan	13
Compresor	13
4.3.3 Cámara de combustión	14
4.3.4 Turbina	15
4.3.5 Derivación y mezcla	16
4.3.6 Tobera	17
<b>5 Niveles tecnológicos. Relaciones de altitud-velocidad para el posterior análisis</b>	<b>19</b>
5.1 Parámetros tecnológicos	19
5.2 Puntos de diseño	19
<b>6 Leyes funcionales de dependencia. Sensibilidad</b>	<b>21</b>
6.1 Modo <i>M1</i>	21
6.1.1 Dependencia con la relación de compresión, $\pi_c$	22
6.1.2 Dependencia con la temperatura máxima de turbina, $T_{03}$	23
6.1.3 Dependencia con la relación de derivación, $\lambda_1$	24
6.1.4 Variación con respecto a los puntos de diseño	25
6.1.5 Primer punto de diseño: $Z = 0, M_0 = 0,1$	27
6.1.6 Segundo punto de diseño: $Z = 8000, M_0 = 0,5$	29
6.1.7 Tercer punto de diseño: $Z = 12000, M_0 = 0,75$	29
6.1.8 Cuarto punto de diseño: $Z = 16000, M_0 = 1$	31

6.1.9	Quinto punto de diseño: $Z = 22000$ , $M_0 = 1,5$	31
6.1.10	Sexto punto de diseño: $Z = 24000$ , $M_0 = 1,8$	33
6.1.11	Séptimo punto de diseño: $Z = 26000$ , $M_0 = 2$	33
6.1.12	Desplazamiento de los mapas con respecto a los puntos de diseño	35
6.2	Modo $M13$	37
6.2.1	Dependencia con la relación de compresión, $\pi_c$	38
6.2.2	Dependencia con la relación de compresión del fan, $\pi_{FF}$	40
6.2.3	Dependencia con la temperatura máxima de turbina, $T_{03}$	41
6.2.4	Dependencia con la primera relación de derivación, $\lambda_1$	42
6.2.5	Dependencia con la segunda relación de derivación, $\lambda_2$	43
6.2.6	Variación con respecto a los puntos de diseño	44
6.2.7	Primer punto de diseño: $Z = 0$ , $M_0 = 0,1$	46
6.2.8	Segundo punto de diseño: $Z = 8000$ , $M_0 = 0,5$	47
6.2.9	Tercero punto de diseño: $Z = 12000$ , $M_0 = 0,75$	49
6.2.10	Cuarto punto de diseño: $Z = 16000$ , $M_0 = 1$	50
6.2.11	Quinto punto de diseño: $Z = 22000$ , $M_0 = 1,5$	51
6.2.12	Sexto punto de diseño: $Z = 24000$ , $M_0 = 1,8$	52
6.2.13	Séptimo punto de diseño: $Z = 26000$ , $M_0 = 2$	54
6.2.14	Desplazamiento de los mapas con respecto a los puntos de diseño	55
<b>7</b>	<b>Metodología de optimización y análisis de sensibilidad</b>	<b>57</b>
7.1	Metodología de optimización	57
7.1.1	Modo $M1$	58
	Optimización del empuje	58
	Optimización del consumo	59
7.1.2	Modo $M13$	60
	Optimización del empuje	60
	Optimización del consumo	62
7.2	Análisis de sensibilidad	65
<b>8</b>	<b>Resultados</b>	<b>67</b>
8.1	Resultados del modo $M1$	67
8.1.1	Punto de máximo empuje	67
8.1.2	Punto de mínimo consumo	70
8.2	Resultados del modo $M13$	73
8.2.1	Punto de máximo empuje	73
8.2.2	Punto de mínimo consumo	76
8.3	Punto de diseño	78
<b>9</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>83</b>
<b>10</b>	<b>Desarrollos futuros</b>	<b>85</b>
	<i>Bibliografía</i>	87

# Índice de Figuras

2.1	Motor turboreactor [5]	3
2.2	Motor de ciclo adaptativo [2]	4
3.1	Motor turbofán de tres flujos [2]	5
3.2	Modo M1 [2]	6
3.3	Modo M13 [2]	6
4.1	Ciclo termodinámico del motor en modo <i>M1</i> cuando la tobera está adaptada	10
4.2	Ciclo termodinámico del motor en modo <i>M1</i> cuando la tobera está bloqueada	10
4.3	Ciclo termodinámico del motor en modo <i>M13</i>	11
4.4	Diagrama h-s del difusor	12
4.5	Diagrama h-s del proceso de compresión	13
4.6	Diagrama h-s en la cámara de combustión	14
4.7	Diagrama h-s en la turbina	15
4.8	Diagrama h-s de la derivación y la mezcla	16
4.9	Diagrama h-s en la tobera	17
5.1	Atmósfera estándar internacional	20
6.1	Mapa TSFC-Ee en función de $T_{03}$ y $\pi_c$ ( $\lambda_1 = 2$ )	23
6.2	Mapa TSFC-Ee en función de $T_{03}$ y $\lambda_1$ ( $\pi_c = 25$ )	24
6.3	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ ( $T_{03} = 1800$ K)	25
6.4	Mapa TSFC-Ee en función de $T_{03}$ y $\pi_c$ ( $\lambda_1 = 2$ ) $M_0 = 1,8$ y $Z = 22000$ m	25
6.5	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ ( $T_{03} = 1800$ K) $M_0 = 1,8$ y $Z = 22000$ m	26
6.6	Mapa TSFC-Ee en función de $T_{03}$ y $\lambda_1$ ( $\pi_c = 25$ )	27
6.7	Límite en el primer punto de diseño	27
6.8	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1300, 1500, 1800$ K	28
6.9	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1200, 1500, 1800$ K	29
6.10	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1200, 1500, 1800$ K	30
6.11	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1200, 1500, 1800$ K	31
6.12	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1300, 1600, 1800$ K	32
6.13	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1300, 1600, 1800$ K	32
6.14	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1400, 1600, 1800$ K	33
6.15	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1600, 1800$ K	34
6.16	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ para $T_{03} = 1600, 1800$ K	34
6.17	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ y $T_{03} = 1800$ K en los diferentes puntos de diseño para el modo <i>M1</i>	36
6.18	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $T_{03} = 1800$ K y $\lambda_1 = 0,5$ )	38
6.19	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\lambda_1$ ( $\lambda_2 = 1$ y $\pi_{FF} = 1,6$ )	39
6.20	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_{FF}$ y $\lambda_1$ ( $\pi_c = 20$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	40
6.21	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_{FF}$ y $T_{03}$ ( $\lambda_1 = 0,5$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	41
6.22	Mapa TSFC-Ee en función de $T_{03}$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 16$ y $\pi_{FF} = 3,6$ )	42

6.23	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $T_{03} = 1800$ K y $\pi_{FF} = 3,6$ )	43
6.24	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $T_{03}$ para los puntos de diseño 2,4 y 6 ( $\lambda_1 = 0,5$ , $\lambda_2 = 0,5$ y $\pi_{FF} = 1,6$ )	44
6.25	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_{FF}$ y $T_{03}$ para los puntos de diseño 2,4 y 6 ( $\lambda_1 = 0,5$ , $\lambda_2 = 0,5$ y $\pi_c = 15$ )	45
6.26	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ para los puntos de diseño 2,4 y 6	45
6.27	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	46
6.28	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 15$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	47
6.29	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	48
6.30	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 15$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	48
6.31	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	49
6.32	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 15$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	49
6.33	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $T_{03}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	50
6.34	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 15$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	51
6.35	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	51
6.36	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 5$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	52
6.37	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	53
6.38	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 5$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	53
6.39	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $\pi_{FF}$ ( $\lambda_1 = 3$ y $\lambda_2 = 0,5$ )	54
6.40	Mapa TSFC-Ee en función de $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ( $\pi_c = 5$ y $\pi_{FF} = 1,3$ )	55
6.41	Mapa TSFC-Ee en función de $\pi_c$ y $T_{03}$ para los distintos puntos de diseño en el modo <i>M13</i>	56
7.1	Pantalla del rstool del <i>M1</i> en el tercer punto de diseño ( $M = 0,75$ , $Z = 12000$ m)	58
7.2	Empuje específico frente a $\pi_c$	59
7.3	Consumo específico frente a $T_{03}$ y $\pi_c$	59
7.4	Pantalla del rstool del <i>M13</i> en el tercer punto de diseño	60
7.5	Empuje específico frente a $\pi_c$ y $\pi_{FF}$	61
7.6	Mapa TSFC - Ee en función de las relaciones de compresión	61
7.7	Pantalla del rstool del <i>M13</i> en el tercer punto de diseño	62
7.8	Consumo específico frente a $\pi_{FF}$ y $\lambda_2$	63
7.9	Consumo específico frente a $\pi_c$ y $T_{03}$	63
7.10	Consumo específico frente a $\pi_c$ y $T_{03}$	64
7.11	Consumo específico frente a $\pi_c$ y $T_{03}$	65
8.1	Análisis de sensibilidad del Empuje en el primer punto de diseño	68
8.2	Análisis de sensibilidad del Empuje en el segundo punto de diseño	68
8.3	Análisis de sensibilidad del Empuje en el tercer punto de diseño	68
8.4	Análisis de sensibilidad del Empuje en el cuarto punto de diseño	68
8.5	Análisis de sensibilidad del Empuje en el quinto punto de diseño	69
8.6	Análisis de sensibilidad del Empuje en el sexto punto de diseño	69
8.7	Análisis de sensibilidad del Empuje en el séptimo punto de diseño	69
8.8	Análisis de sensibilidad del consumo en el primer punto de diseño	71
8.9	Análisis de sensibilidad del consumo en el segundo punto de diseño	71
8.10	Análisis de sensibilidad del consumo en el tercer punto de diseño	71
8.11	Análisis de sensibilidad del consumo en el cuarto punto de diseño	71
8.12	Análisis de sensibilidad del consumo en el quinto punto de diseño	72
8.13	Análisis de sensibilidad del consumo en el sexto punto de diseño	72
8.14	Análisis de sensibilidad del consumo en el séptimo punto de diseño	72
8.15	Análisis de sensibilidad del Empuje en el primer punto de diseño	74
8.16	Análisis de sensibilidad del Empuje en el segundo punto de diseño	74
8.17	Análisis de sensibilidad del Empuje en el tercer punto de diseño	74
8.18	Análisis de sensibilidad del Empuje en el cuarto punto de diseño	74
8.19	Análisis de sensibilidad del Empuje en el quinto punto de diseño	75
8.20	Análisis de sensibilidad del Empuje en el sexto punto de diseño	75
8.21	Análisis de sensibilidad del Empuje en el séptimo punto de diseño	75
8.22	Análisis de sensibilidad del consumo en el primer punto de diseño	77
8.23	Análisis de sensibilidad del consumo en el segundo punto de diseño	77

---

8.24	Análisis de sensibilidad del consumo en el tercer punto de diseño	77
8.25	Análisis de sensibilidad del consumo en el cuarto punto de diseño	77
8.26	Análisis de sensibilidad del consumo en el quinto punto de diseño	78
8.27	Análisis de sensibilidad del consumo en el sexto punto de diseño	78
8.28	Análisis de sensibilidad del consumo en el séptimo punto de diseño	78
8.29	Mapas TSFC frente a Ee variando $\lambda_1$ y $\pi_c$ ( $T_{03} = 1600, 1700$ y $1800$ K)	79
8.30	Mapas TSFC frente a Ee variando $\pi_c$ ( $\lambda_1 = 2$ y $T_{03} = 1800$ K)	80
8.31	Mapas TSFC frente a Ee variando $\lambda_2$ y $\pi_{FF}$ ( $\pi_c = 30, T_{03} = 1800$ K y $\lambda_1 = 2$ )	81
10.1	Diagrama característico de un compresor [4]	85



# Índice de Tablas

---

4.1	Coefficientes del desarrollo en serie dependiendo del componente [3]	8
5.1	Parámetros y características tecnológicas del motor	19
5.2	Puntos de diseño	20
6.1	Rango de variación de las variables en el modo <i>M1</i>	22
6.2	Rango de variación de las variables para el modo <i>M13</i>	37
8.1	Puntos óptimos de empuje específico en el modo <i>M1</i>	67
8.2	Puntos óptimos de consumo específico en el modo <i>M1</i>	70
8.3	Puntos óptimos de empuje específico en el modo <i>M13</i>	73
8.4	Puntos óptimos de consumo específico en el modo <i>M13</i>	76
8.5	Óptimos en el punto de diseño del modo <i>M1</i>	79
8.6	Óptimos en el punto de diseño del modo <i>M13</i>	79
8.7	Parámetros de diseño	81
8.8	Empuje y consumo específicos para los parámetros de diseño en el modo <i>M1</i>	81
8.9	Empuje y consumo específicos para los parámetros de diseño en el modo <i>M13</i>	82



# Notación

---

$h$	Entalpía
$h_a$	Entalpía del aire
$h_g$	Entalpía del gas después de la combustión
$s$	Entropía
$Cp_a$	Calor específico del aire
$Cp_g$	Calor específico del gas
$Cp_{ai}$	Calor específico del componente $i$ del aire
$Cp_{gi}$	Calor específico del componente $i$ del gas
$x_{ai}$	Fracción molar del componente $i$ del aire
$x_{gi}$	Fracción molar del componente $i$ del gas
$\dot{m}_i$	Fracción másica del componente $i$ del gas
$R$	Constante de los gases ideales
$R_a$	Constante del aire
$R_g$	Constante del gas
$PM_i$	Peso molar de componente $i$
$PM_{fuel}$	Peso molar del combustible
$\pi_c$	Relación de compresión del compresor más el fan en el flujo principal
$\pi_{FF}$	Relación e compresión del fan en la segunda derivación
$\lambda_1$	Relación de derivación del flujo secundario
$\lambda_2$	Relación de derivación del tercer flujo
$\pi_d$	Pérdida de la presión de remanso en el difusor
$\eta_c$	Rendimiento politrópico del compresor
$\eta_F$	Rendimiento politrópico del fan
$\pi_{cc}$	Pérdida de la presión de remanso en la cámara de combustión
$\eta_{cc}$	Rendimiento de la cámara de combustión
$\eta_t$	Rendimiento politrópico de la turbina
$\pi_{cond}$	Pérdida de presión de remanso en el conducto
$\eta_{tob}$	Pérdida de presión de remanso en la tobera
$\varepsilon$	Relación de derivación para el cooling de la turbina
$\lambda_{rel}$	Cociente entre la relación real entre masa de aire y de combustible y la relación estequiométrica
$f$	Dosado
$H_p$	Poder calorífico del combustible
$T_0$	Temperatura atmosférica a la cota de vuelo
$p_0$	Presión atmosférica a la cota de vuelo
$\rho_0$	Densidad atmosférica a la cota de vuelo
$a_0$	Velocidad del sonido a la cota de vuelo
$M_0$	Mach de vuelo
$V_0$	Velocidad de vuelo

$U$	Velocidad de vuelo
$Z$	Cota de vuelo
$T_{00}$	Temperatura de remanso a la entrada del difusor
$p_{00}$	Presión de remanso a la entrada del difusor
$T_{01}$	Temperatura de remanso a la salida del difusor
$p_{01}$	Presión de remanso a la salida del difusor
$T_{02}$	Temperatura de remanso a la salida del compresor de alta presión
$p_{02}$	Presión de remanso a la salida del compresor de alta presión
$T_{02F}$	Temperatura de remanso a la salida del compresor de baja presión
$p_{02F}$	Presión de remanso a la salida del compresor de baja presión
$T_{02FF}$	Temperatura de remanso del tercer flujo a la salida del fan
$p_{02FF}$	Presión de remanso del tercer flujo a la salida del fan
$T_{03}$	Temperatura de remanso a la salida de la cámara de combustión
$p_{03}$	Presión de remanso a la salida de la cámara de combustión
$T_{04}$	Temperatura de remanso a la salida de la turbina
$p_{04}$	Presión de remanso a la salida de la turbina
$T_{04M}$	Temperatura de remanso después de la mezcla
$p_{04M}$	Presión de remanso después de la mezcla
$T_{02M}$	Temperatura de remanso del flujo frío justo antes de la mezcla
$p_{02M}$	Presión de remanso del flujo frío justo antes de la mezcla
$T_{05}$	Temperatura de remanso a la salida de la tobera
$p_{05}$	Presión de remanso a la salida de la tobera
$T_5$	Temperatura a la salida de la tobera
$p_5$	Presión a la salida de la tobera
$V_5$	Velocidad de salida del gas
$\dot{m}_a$	Gasto de aire
$\dot{m}_f$	Gasto de combustible
$\dot{m}_s$	Gasto de sangrado para el cooling de la turbina
$\dot{m}_d$	Gasto de la derivación en el modo <i>M1</i>
$\dot{m}_{d1}$	Gasto de la primera derivación en el modo <i>M13</i>
$\dot{m}_{d2}$	Gasto de la segunda derivación en el modo <i>M13</i>
$T$	Temperatura
$dT$	Diferencial de temperatura
$dp$	Diferencial de presión
$d\rho$	Diferencial de densidad
$E_e$	Empuje específico
TSFC	Consumo específico

# 1 Objetivo y alcance

---

El objetivo para el que se ha realizado este proyecto es la optimización de un motor turbofán de tres flujos en el punto de diseño.

Para este fin se han marcado diversos hitos que hay que alcanzar:

- Realización de los mapas de optimización termodinámicos del motor. Estos mapas representan el consumo específico frente al empuje específico para diversos valores de los parámetros de diseño.
- Obtención de la ley funcional: dependencia del consumo y el empuje en función de los parámetros de diseño y sensibilidad de esta dependencia.
- Cálculo de los valores óptimos de los parámetros: obtener, para diversos puntos de diseño, los valores de las relaciones de compresión, temperatura máxima en turbina y relaciones de derivación que maximizan el empuje y aquellos que minimizan el consumo.
- Análisis de sensibilidad en los puntos óptimos: realizar un estudio para conocer cuánto nos alejaríamos del valor óptimo si hay una pequeña variación de uno de los parámetros.

Con respecto al alcance del proyecto, la optimización encuentra una serie de limitaciones. Para decidir el valor óptimo de los parámetros de diseño habría que conocer la misión de la aeronave propulsada por este motor. Una vez conocida la misión, el punto de diseño que se toma para realizar la optimización de los parámetros es aquel correspondiente a la fase de mayor relevancia en la misma. De igual forma, conociendo la motivación de dicha misión se procedería a la elección de un punto óptimo tomando una decisión de compromiso entre el mínimo consumo y el máximo empuje.

Como en el proyecto únicamente se ha analizado el motor, independientemente del uso para el que se vaya a diseñar, se calculan los puntos óptimos para el máximo empuje y el mínimo consumo para todos los puntos de diseño propuestos. Y se asumirá su utilización en una aeronave comercial para la elección de este punto óptimo.



## 2 Introducción

---

Desde los inicios de la aviación, como sucede en todos los campos de la ingeniería, la tecnología ha ido evolucionando a lo largo de los años. Y eso mismo ha ocurrido con la propulsión de los aviones.

Comenzando, en sus inicios, con motores alternativos. Persiguiendo la mejora del alcance, la velocidad, la disminución de combustible, fueron cambiando su geometría, aumentando la potencia y disminuyendo la relación entre el peso y esta última. Cuando este tipo de tecnología llegó a su fin surgieron los motores a reacción, motores que hoy en día siguen constituyendo la planta propulsora de las aeronaves.

La propulsión a reacción se inicia con el turboreactor. La clave de estos motores fue la turbina de gas autosostenida, de la cual se obtenía la potencia necesaria para mover el compresor. Sin embargo, estos motores eran eficientes en régimen supersónico y pronto comenzaron a surgir problemas de ruido, contaminación, consumo.

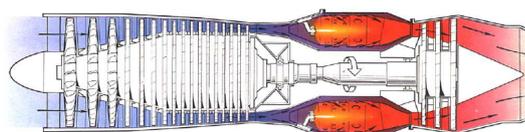


Figura 2.1 Motor turboreactor [5].

Como solución a estos problemas surge el turbofán, motor que sustituye actualmente al turboreactor en aviones de régimen subsónico. Gracias a la derivación de aire frío, que no atraviesa la cámara de combustión, presenta una disminución del consumo específico y la salida de este flujo a baja temperatura supone una reducción del ruido. Además, la salida del flujo por la tobera, o toberas, se realiza a una velocidad menor, aumentando el rendimiento.

Como las altas relaciones de derivación disminuyen considerablemente el empuje específico, sobre todo a velocidades elevadas, en la aviación militar se emplean motores turbofán con baja relación de derivación, ya que poseen más importancia las actuaciones que el coste. Mientras que en la aviación civil se utilizan relaciones de derivación altas para minimizar el consumo.

Las líneas de desarrollo hoy en día se enfocan precisamente en esta diferencia. Los motores turbofán y turboreactor actuales no tienen la capacidad para realizar cruceros en régimen supersónico o ascensos en régimen transónico, requiriendo la especificación propia de un turboreactor, empuje específico elevado, y a su vez, tener un bajo consumo específico en cruceros subsónicos pudiendo así poseer un rango de alcance alto, propio de los motores turbofán con alta relación de derivación.

Aparece así la necesidad de una planta propulsora capaz de cubrir diferentes puntos de diseño, con diversas condiciones de vuelo, teniendo un rango de actuación mucho más amplio que los motores actuales. De esta necesidad surgen el motor de ciclo combinado y el motor de ciclo variable.

Un nuevo tipo de motor de ciclo variable es el motor de ciclo adaptativo, capaz de cambiar el caudal de aire y la relación de compresión, tanto del fan como del compresor principal. Su geometría se caracteriza por sus tres bypass. El primer y el segundo bypass se mezclan con el flujo principal tras la turbina y salen por la

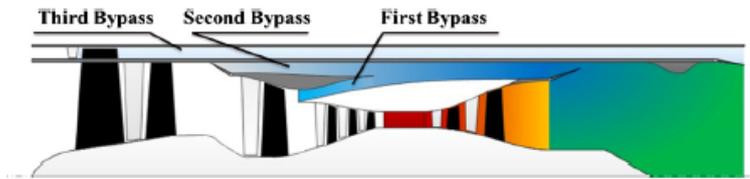


Figura 2.2 Motor de ciclo adaptativo [2].

tobera principal, mientras que la tercera derivación se expande en una tobera secundaria. Estos bypass pueden encontrarse abiertos o cerrados, y dependiendo del estado de estos tiene cuatro modos de funcionamiento distintos.

Aquí se enmarca nuestro proyecto, destinado a la optimización en el punto de diseño de dos de los cuatro modos de funcionamiento de este turbofán de tren flujos de ciclo adaptativo.

### 3 Modelo de motor

En este capítulo se va a explicar el modelo de motor que se ha estudiado y del cual se va a realizar la optimización en el punto de diseño.

El motor es un turbofán de tres flujos de ciclo adaptativo que opera de 4 modos distintos en función de los bypass que se encuentren abiertos.

Cuenta con un difusor a la entrada, por donde pasa el flujo total. Una vez atravesado esto, el flujo de la tercera derivación,  $\dot{m}_{d2}$ , atraviesa el fan externo, “FLADE” en la Figura 3.1 y el resto del flujo pasa por el fan interno. El flujo del tercer bypass, tras ser comprimido por el fan, se dirige hacia la tobera secundaria por un conducto y en esta se expande y sale al exterior.

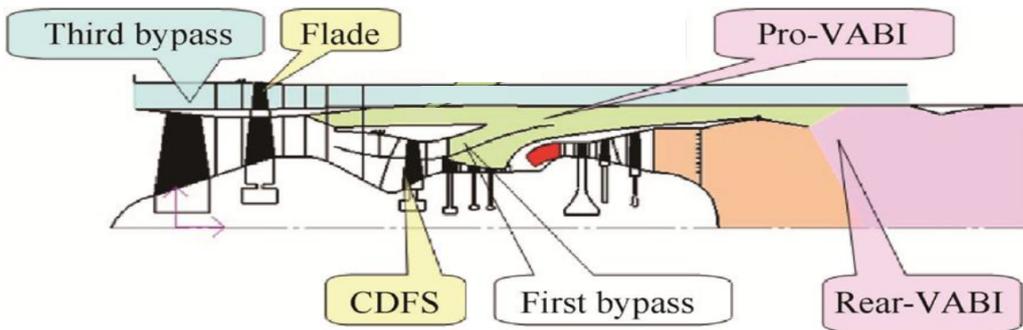


Figura 3.1 Motor turbofán de tres flujos [2].

Siguiendo el recorrido del flujo principal, una vez pasado el fan interno, se produce la segunda derivación. Ésta atraviesa un conducto, mientras que el flujo principal es comprimido en el compresor de baja presión. En el último estadio de este compresor se realiza la última derivación, cuyo flujo es mezclado con la derivación secundaria.

Tras producirse esta mezcla el flujo de estas dos derivaciones atraviesa un último conducto hasta la salida de la turbina y aquí vuelve a unirse con el flujo primario para salir por la misma tobera, la tobera principal.

Hechas ya las tres derivaciones, el flujo primario vuelve a ser comprimido en el compresor de alta presión, del cual se sangra un porcentaje de aire para la refrigeración de la turbina,  $\dot{m}_s$ , y entra en la cámara de combustión para expandirse posteriormente en la turbina. Como se ha comentado en el párrafo anterior, a la salida de ésta última el flujo primario se mezcla con el flujo del primer bypass,  $\dot{m}_{d1}$ , y del segundo bypass,  $\dot{m}_{d2}$ . Finalmente, este flujo se expande en la tobera principal, de geometría convergente divergente, al igual que la secundaria.

En el modelo real del motor, el fan es movido por la turbina de baja presión, mientras que los dos compresores, el de baja y el de alta presión, son movidos por la turbina de alta presión. Sin embargo, el estudio que hemos realizado se ha simplificado utilizando únicamente una turbina que produce el trabajo para mover tanto el fan como los dos compresores.

### 3.1 Modos de funcionamiento

Los bypass del motor se pueden encontrar abiertos o cerrados. Por lo tanto, el motor puede funcionar de cuatro modos distintos, dependiendo del estado de cada uno de ellos.

El análisis se va a realizar para los modos *M1* y *M13*, Figuras 3.2 y 3.3, debido a que el análisis que hemos llevado a cabo es puramente energético. En ambos modos el segundo bypass se encuentra cerrado, mientras que el primero está abierto, siendo el estado del tercer bypass el que diferencia un modo del otro.

En el modo *M1* sólo está abierto el primer bypass, Figura 3.2. Se produce una derivación,  $\lambda_1$ , en el último estadio del compresor de baja presión. Y como se ha explicado anteriormente, este flujo se mezcla con el principal a la salida de la turbina, expandiéndose todo el aire en la tobera principal.

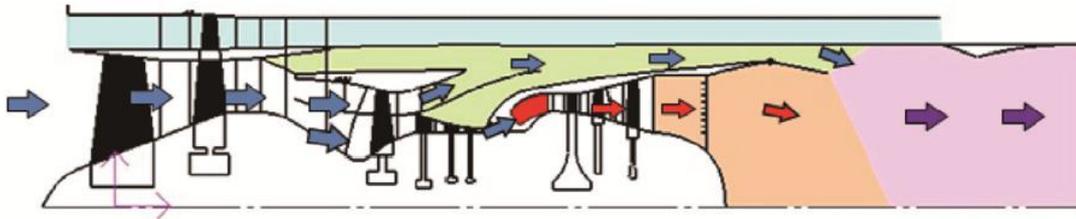


Figura 3.2 Modo M1 [2].

En el modo *M13* se encuentran abiertos el primer y el tercer bypass, y el segundo bypass se mantiene cerrado, Figura 3.3. La primera derivación,  $\lambda_1$ , al igual que en el modo anterior, es de flujo mezclado, se une al flujo principal a la entrada de la tobera principal y la tercera derivación,  $\lambda_2$ , se expande en la tobera secundaria.

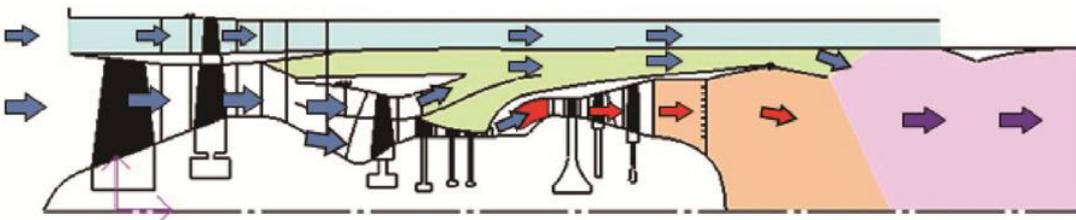


Figura 3.3 Modo M13 [2].

## 4 Descripción analítica del motor

---

En este capítulo vamos a explicar las consideraciones que se han tomado para el estudio del ciclo termodinámico, así como el modelo físico con el que trabajaremos y la descripción analítica de nuestro motor.

### 4.1 Consideraciones

Previo al estudio del ciclo del motor se han asumido una serie de consideraciones:

- Se consideran gases ideales a partir de la mezcla de gases con propiedades dependientes de la temperatura. En el Apartado 4.2 se explican las características termodinámicas de nuestro fluido de trabajo.
- El peso molecular de los fluidos es constante para los reactivos y para los productos, pero diferentes entre sí.
- Se asume la composición del aire completa:  $N_2$ ;  $O_2$ ;  $Ar$ ;  $CO_2$ .
- El combustible empleado es  $C_{12}H_{23}$ .
- El poder calorífico referido a 298 K es 43 MJ/kg.
- Los gases que aparecen como productos en la reacción de combustión son:  $CO_2$ ;  $H_2O$ ;  $O_2$ ;  $Ar$ ;  $N_2$ .
- Se considera flujo estacionario y uni-dimensional en todo el motor.
- El fan, el compresor de baja y el compresor de alta se encuentran accionados por una única turbina. La turbina puede suministrar potencia mecánica auxiliar.

### 4.2 Fluido de trabajo

Como ya se ha mencionado en las consideraciones previas, se va a tomar el fluido de trabajo como gas ideal con las características termodinámicas dependientes de la temperatura. El cálculo de las mismas se ha realizado a través del calor específico obtenido como un desarrollo en serie con la temperatura y con unos coeficientes preestablecidos y calculados por la NASA.

Species	T range, K	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
$CO_2$	1000-5000	0,44608(+1)	0,30982(-2)	-0,12393(-5)	0,22741(-9)	-0,15526(-13)	-0,48961(+5)	-0,98636(0)
	300-1000	0,24008(+1)	0,87351(-2)	-0,66071(-5)	0,20022(-8)	0,63274(-15)	-0,48378(+5)	0,96951(+1)
$H_2O$	1000-5000	0,27168(+1)	0,29451(-2)	-0,80224(-6)	0,10227(-9)	-0,48472(-14)	-0,29906(+5)	0,66306(+1)
	300-1000	0,40701(+1)	-0,11084(-2)	0,41521(-5)	-0,29637(-8)	0,80702(-12)	-0,30280(+5)	-0,3227(0)
$O_2$	1000-5000	0,36220(+1)	0,73618(-3)	-0,19652(-6)	0,36202(-10)	-0,28946(-14)	-0,12020(+4)	0,36151(+1)
	300-1000	0,36256(+1)	-0,18782(-2)	0,70555(-5)	-0,67635(-8)	0,21556(-11)	-0,10475(+4)	0,43053(+1)
$N_2$	1000-5000	0,28963(+1)	0,15155(-2)	-0,57235(-6)	0,99807(-10)	-0,65224(-14)	-0,90586(+3)	0,61615(+1)
	300-1000	0,36748(+1)	-0,12082(-2)	0,2324(-5)	-0,63218(-9)	-0,22577(-12)	-0,10612(+4)	0,23580(+1)
$Ar$	300-5000	0,250003(+1)	-4,08999(-18)	1,01867(-20)	-1,0853(-23)	4,19052(-27)	-7,45384(+2)	0,439173(+1)

**Tabla 4.1** Coeficientes del desarrollo en serie dependiendo del componente [3].

Siendo el desarrollo en serie del calor específico:

$$\frac{Cp_i}{R} = a_{i1} + a_{i2} \cdot T + a_{i3} \cdot T^2 + a_{i4} \cdot T^3 + a_{i5} \cdot T^4 \quad (4.1)$$

Una vez calculado el de cada componente, se tiene en cuenta la composición del fluido y se ponderará la contribución de cada uno de ellos en el calor específico de nuestro fluido.

La composición del aire con el que se va a trabajar es la siguiente:

\*  $CO_2$ : 0,04 %

\*  $O_2$ : 20,95 %

\*  $N_2$ : 78,09 %

\*  $Ar$ : 0,93 %

Y tras ajustar la reacción que se da en la cámara de combustión, Ecuación 4.2, entre el aire y el combustible,  $C_{12}H_{23}$ , la composición del gas se calcula mediante las Expresiones 4.3. Siendo  $\lambda_{rel}$  el cociente entre la relación real de la masa de aire y la masa de combustible y la relación estequiométrica de las mismas.

$$C_n H_m + \left[ n + \frac{m}{4} \right] \left[ O_2 + 3,717 N_2 + 0,04456 Ar + 0,001568 CO_2 \right] \lambda_{rel} = \left[ n + \lambda_{rel} \left[ n + \frac{m}{4} \right] 0,001568 \right] CO_2$$

$$+ \frac{m}{2} H_2O + \lambda_{rel} 3,717 \left[ n + \frac{m}{4} \right] N_2 + \lambda_{rel} \left[ n + \frac{m}{4} \right] 0,04456 Ar + [\lambda_{rel} - 1] \left[ n + \frac{m}{4} \right] O_2 \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
\dot{m}_{N_2} &= \frac{PM_{N_2}}{PM_{fuel}} \cdot \dot{m}_{fuel} \cdot \lambda_{rel} \cdot 3,717 \cdot \left[ n + \frac{m}{4} \right] \\
\dot{m}_{Ar} &= \frac{PM_{Ar}}{PM_{fuel}} \cdot \dot{m}_{fuel} \cdot \lambda_{rel} \cdot 0,04456 \cdot \left[ n + \frac{m}{4} \right] \\
\dot{m}_{CO_2} &= \frac{PM_{CO_2}}{PM_{fuel}} \cdot \dot{m}_{fuel} \cdot \left[ n + \lambda_{rel} \cdot 0,001568 \cdot \left[ n + \frac{m}{4} \right] \right] \\
\dot{m}_{H_2O} &= \frac{PM_{H_2O}}{PM_{fuel}} \cdot \dot{m}_{fuel} \cdot \frac{m}{2} \\
\dot{m}_{O_2} &= \frac{PM_{O_2}}{PM_{fuel}} \cdot \dot{m}_{fuel} \cdot [\lambda_{rel} - 1] \cdot \left[ n + \frac{m}{4} \right]
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Para el caso del aire:

$$Cp_a = \sum_i x_{ai} Cp_{ai}(T) \tag{4.4}$$

Siendo  $x_{ai}$  la fracción del componente  $i$  del aire.

Y para el caso del gas después de la combustión:

$$Cp_g = \sum_i x_{gi} Cp_{gi}(T) \tag{4.5}$$

Siendo  $x_{gi}$  la fracción del componente  $i$  del gas, calculada con la Ecuación 4.6.

$$x_{gi} = \frac{\dot{m}_{gi}}{\sum_i \dot{m}_{gi}} \tag{4.6}$$

Una vez que tenemos el calor específico de los fluidos con los que vamos a trabajar podemos calcular su entalpía mediante la Expresión 4.7.

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T Cp(T) dT \tag{4.7}$$

El calor específico,  $Cp$ , se mide en  $\frac{kJ}{kmol}$ . La constante  $R$  del gas se encuentra en  $\frac{kJ}{kmolK}$ , por lo que habrá que convertirla a  $\frac{J}{kgK}$ , unidades con las que se trabajarán y en las que se encuentra medido el calor específico del combustible. Para este cambio de unidades es necesario dividir la constante  $R$  entre el peso molar del componente, para calcular la constante de ese componente, o entre el peso molar del fluido, para obtener de forma directa la constante  $R$  del fluido.

$$R_i = \frac{R}{PM_i} \tag{4.8}$$

### 4.3 Desarrollo analítico del motor

Llegados a este punto vamos a introducir las ecuaciones que definen el ciclo termodinámico del motor. Con la resolución de estas ecuaciones, calcularemos las variables en cada punto del ciclo, así como el empuje y el consumo específicos en función de los parámetros de diseño, relaciones de compresión, temperatura máxima de turbina y relaciones de derivación. Lo cuál nos ayudará a hacer un análisis del valor óptimo de estos parámetros estudiando el ciclo en diferentes puntos de operación, los cuales se definen en el Capítulo 5.

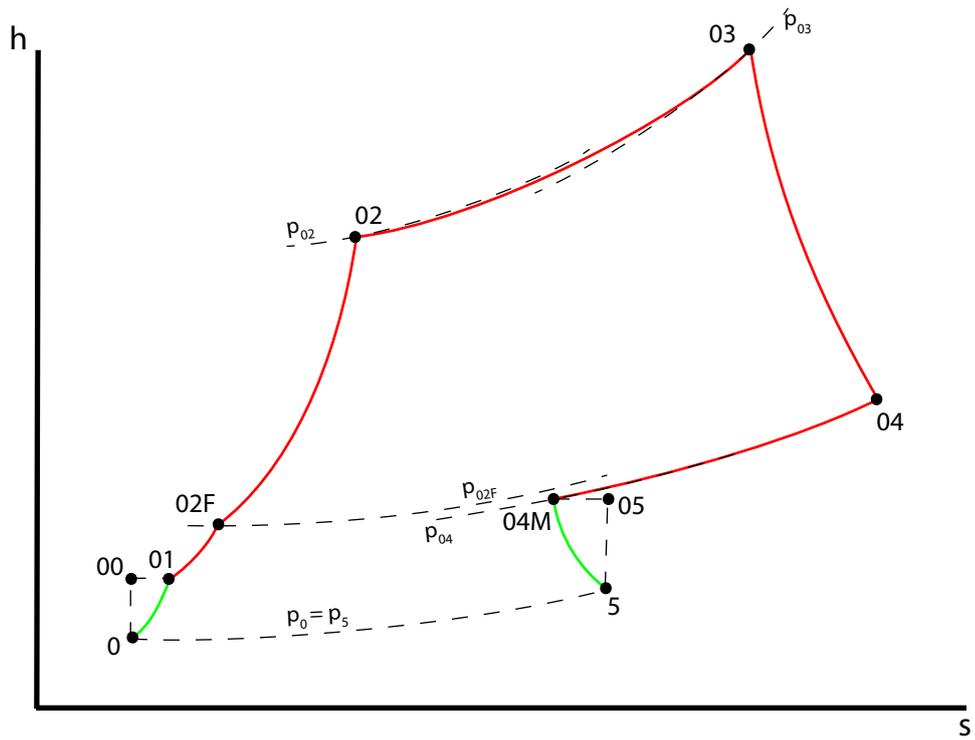


Figura 4.1 Ciclo termodinámico del motor en modo  $MI$  cuando la tobera está adaptada.

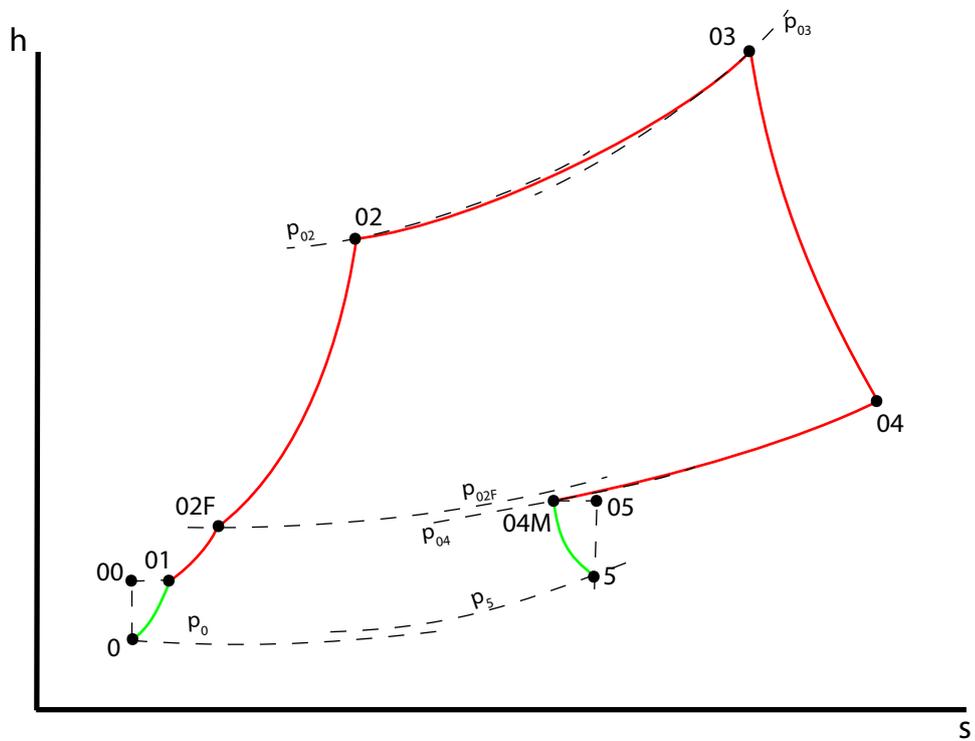


Figura 4.2 Ciclo termodinámico del motor en modo  $MI$  cuando la tobera está bloqueada.



### 4.3.1 Difusor

Las condiciones de entrada son la temperatura y presión atmosféricas a la altura a la que se encuentra la aeronave,  $T_0$ ,  $p_0$ , así como la velocidad de vuelo,  $M_0$ .

Para poder comenzar con el análisis, debemos obtener las variables de remanso.

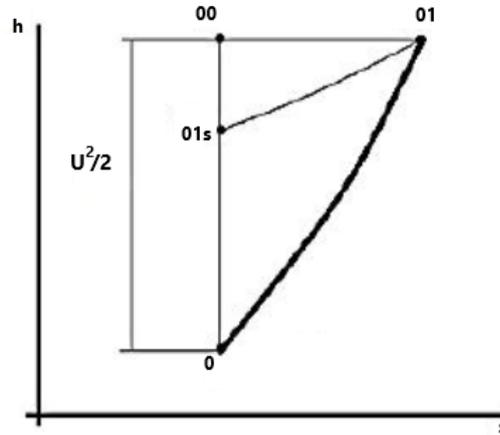


Figura 4.4 Diagrama h-s del difusor.

A partir de la velocidad de vuelo y de la temperatura total calculamos la temperatura de remanso a la entrada del difusor,  $T_{00}$ .

$$h_{00} - h_0 = \frac{U^2}{2} = \int_{T_0}^{T_{00}} C_p(T) dT \quad (4.13)$$

Una vez tenemos la temperatura de remanso, con la relación de *Gibbs* podemos obtener la presión de remanso,  $p_0$ .

$$\frac{C_p(T)}{T} dT = R \frac{dp}{p} \quad (4.14)$$

Integrando resulta la Ecuación 4.15.

$$\int_{T_0}^{T_{00}} \frac{C_p(T)}{T} dT = R \log \frac{p_{00}}{p_0} \quad (4.15)$$

Teniendo las condiciones de remanso a la entrada del difusor podemos calcular las condiciones a la salida,  $T_{01}$ ,  $p_{01}$ . El proceso que se da en el difusor es isotérmico y con una pérdida de presión de remanso  $\pi_d$ , por tanto:

$$T_{01} = T_{00} \quad (4.16)$$

$$p_{01} = \pi_d \cdot p_{00} \quad (4.17)$$

### 4.3.2 Compresión

Nuestro motor, al ser un turbofán, lleva un fan tras el difusor y posteriormente un compresor de baja presión y otro compresor de alta presión. Como el estudio analítico de estos tres componentes es el mismo, se va a explicar generalizado y posteriormente se aclararán las mínimas diferencias que se pueden encontrar entre ellos.

Así, llamamos a las condiciones de entrada  $T_{0i}$  y  $p_{0i}$  y a los datos del mismo, relación de compresión,  $\pi_c$ , y rendimiento politrópico,  $\eta_c$ .

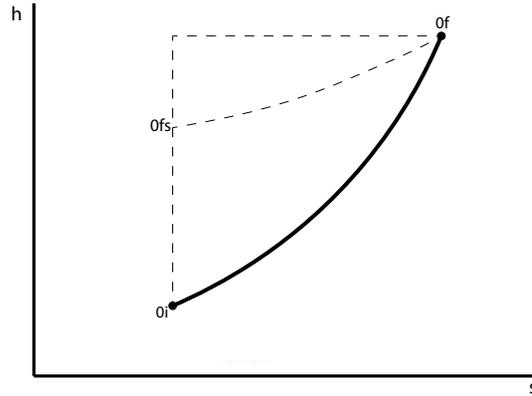


Figura 4.5 Diagrama h-s del proceso de compresión.

Con la relación de compresión calculamos la presión de salida,  $p_{0f}$ .

$$p_{0f} = \pi_c \cdot p_{0i} \quad (4.18)$$

Integrando ahora la ecuación de *Gibbs* para un proceso isentrópico con el rendimiento politrópico obtenemos la relación 4.19

$$\eta_c \int_{T_{0i}}^{T_{0f}} \frac{Cp(T)}{T} dT = R \log \frac{p_{0f}}{p_{0i}} \quad (4.19)$$

De la cual podemos calcular la temperatura de salida,  $T_{0f}$ .

### Fan

Como ya hemos comentado, después del difusor nos encontramos con el fan, por lo que las condiciones de entrada serían  $T_{01}$  y  $p_{01}$  y su relación de compresión y el rendimiento politrópico,  $\pi_{FF}$  y  $\eta_F$ .

En el modo *MI* sólo se encuentra abierta la derivación que hay tras el compresor de baja presión, por lo que la cantidad de aire que atraviesa tanto al fan como a este compresor es la misma, pudiendo utilizar la relación de compresión de ambos y calcular la temperatura y la presión directamente después del compresor de baja presión.

Además, este flujo secundario se mezcla con el primario a la salida de la turbina, y ambos salen por una única tobera. Las nuevas condiciones que aparecen en la mezcla de ambos flujos, que se explicarán más adelante, impone el reparto de la relación de compresión. Es decir, la relación de compresión que tenemos como dato inicial corresponde a la compresión del fan, del compresor de baja presión y del compresor de alta presión y una vez resuelto el ciclo completo, gracias a la mezcla de los flujos, se obtiene el valor de la relación de compresión del fan y del compresor de baja presión y la relación de compresión del compresor de alta presión.

En el modo *MI3* tenemos también abierto el segundo bypass, por tanto, la compresión de este tercer flujo que únicamente atraviesa el fan, se calcula con las condiciones de entrada al fan,  $T_{01}$  y  $p_{01}$ , la relación de compresión,  $\pi_{FF}$ , y el rendimiento politrópico del mismo,  $\eta_F$ .

El flujo primario y el secundario se separan después del compresor de baja presión, y se vuelven a mezclar aguas abajo de la turbina, por lo que se resuelve igual que en el modo *MI*.

### Compresor

Las condiciones de entrada del compresor de alta presión serían, por tanto, las condiciones a la salida del compresor de baja presión (ya explicada su resolución analítica junto con el fan)  $T_{02F}$  y  $p_{02F}$ .

Además, tenemos que tener en cuenta que en el último estadio del compresor se sangra una cantidad de aire para la refrigeración de la turbina, que se ha modelado de forma proporcional a la temperatura máxima de esta última.

$$\varepsilon = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_a} = 1.5 \cdot \frac{T_{03} - 1000}{120} \quad (4.20)$$

### 4.3.3 Cámara de combustión

Las condiciones de entrada en la cámara son  $T_{02}$  y  $p_{02}$  y tiene una pérdida de presión de remanso  $\pi_{cc}$  y un rendimiento  $\eta_{cc}$ .

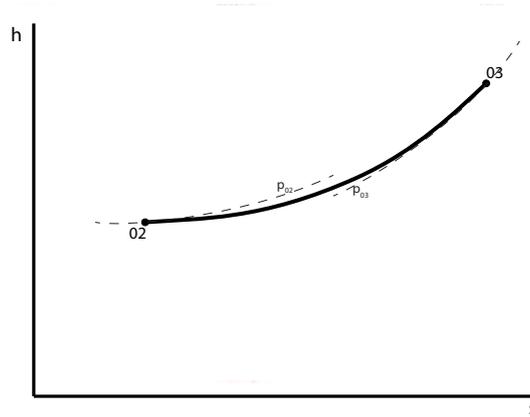


Figura 4.6 Diagrama h-s en la cámara de combustión.

Debido a la pérdida de remanso, la presión a la salida de la cámara será ligeramente menor que a la entrada.

$$p_{03} = \pi_{cc} \cdot p_{02} \quad (4.21)$$

Por otra parte, la temperatura a la salida de la cámara es la temperatura máxima, aquella que se da a la entrada de la turbina,  $T_{03}$ , siendo ésta una de las características a determinar tras finalizar el estudio y por tanto uno de los datos de entrada en la resolución del ciclo.

Además de la pérdida de remanso que se sufre en la cámara, se tiene que cumplir el balance de energía en la reacción de combustión, la energía térmica del fluido entrante más la energía térmica del combustible tiene que ser igual a la energía térmica del fluido que sale de la cámara de combustión.

$$\eta_{cc} H_p \dot{m}_f + (\dot{m}_a - \dot{m}_s) [h_a(T_{03}) - h_a(T_{0ref})] = (\dot{m}_a + \dot{m}_f - \dot{m}_s) [h_g(T_{02}) - h_g(T_{0ref})] \quad (4.22)$$

Si dividimos toda la ecuación entre la masa de aire que entra en la cámara de combustión,  $\dot{m}_a - \dot{m}_s$ , obtenemos la ecuación con una única incógnita, el dosado,  $f$ .

$$\eta_{cc} H_p f + [h_a(T_{03}) - h_a(T_{0ref})] = (1 + f) [h_g(T_{02}) - h_g(T_{0ref})] \quad (4.23)$$

#### 4.3.4 Turbina

Los datos de entrada de la turbina son  $T_{03}$  y  $p_{03}$ , con un rendimiento politrópico  $\eta_t$ .

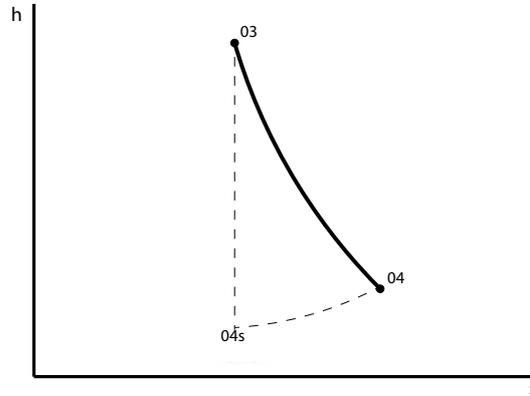


Figura 4.7 Diagrama h-s en la turbina.

El proceso de expansión que sufre el gas en la turbina es un proceso isentrópico al igual que sucede en el compresor. Por tanto, de la misma manera que hemos resuelto este último, con la ecuación de *Gibbs* y el rendimiento politrópico obtenemos la relación entre la temperatura y la presión.

$$\int_{T_{03}}^{T_{04}} \frac{Cp(T)}{T} dT = \eta_t R \log \frac{p_{04}}{p_{03}} \quad (4.24)$$

Además, ésta se tiene que encontrar acoplada con el compresor y el fan, debido a que el trabajo realizado por la turbina es el trabajo que se utiliza para mover a ambos. Por tanto, igualándolos y teniendo en cuenta el rendimiento mecánico del acoplamiento,  $\eta_{mec}$ , y la potencia mecánica extraída de la turbina,  $W_{parásita} = 1 - \eta_{par}$ , obtenemos la segunda relación de esta etapa, Ecuación 4.25. Siendo  $f$  el dosado,  $\lambda_1$  la primera relación de derivación y  $\lambda_2$  la segunda relación de derivación.

$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a - \dot{m}_s}$$

$$\lambda_1 = \frac{\dot{m}_{d1}}{\dot{m}_a}$$

$$\lambda_2 = \frac{\dot{m}_{d2}}{\dot{m}_a}$$

$$\eta_{par} \eta_{mec} (1 - \varepsilon) (1 + f) (h_g(T_{03}) - h_g(T_{04})) = (1 + \lambda_1) (h_a(T_{02F}) - h_a(T_{01})) + (h_a(T_{02}) - h_a(T_{02F})) \quad (4.25)$$

En el modo *MI3* la turbina también acopla con el fan que comprime la segunda derivación, por lo que la ecuación de acoplamiento de este modo sería la Ecuación 4.26.

$$\eta_{par} \eta_{mec} (1 - \varepsilon) (1 + f) (h_g(T_{03}) - h_g(T_{04})) = \lambda_2 (h_a(T_{02FF}) - h_a(T_{01})) + (1 + \lambda_1) (h_a(T_{02F}) - h_a(T_{01})) + (h_a(T_{02}) - h_a(T_{02F})) \quad (4.26)$$

## 4.3.5 Derivación y mezcla

El flujo secundario se deriva tras el compresor de baja presión, por tanto, las condiciones de entrada al conducto son  $T_{02F}$  y  $p_{02F}$ .

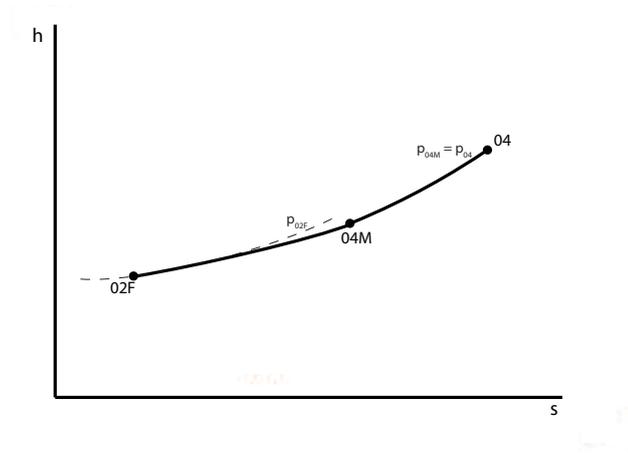


Figura 4.8 Diagrama h-s de la derivación y la mezcla.

En el conducto, hasta que se produce la mezcla con el flujo primario al salir de la turbina, la temperatura se mantiene constante y se produce una pérdida de presión de remanso. Siendo el coeficiente de pérdida de presión de remanso en el conducto  $\pi_{cond}$ , calculamos la presión con la que llega el flujo secundario a la tobera.

$$p_{04M} = \pi_{cond} \cdot p_{02F} \quad (4.27)$$

Como se produce la mezcla de los dos flujos, la presión de ambos es la misma. Además, la energía térmica del flujo entrante tiene que ser igual a la energía térmica del fluido resultante de la mezcla. De esta manera, obtenemos las dos ecuaciones que definen esta etapa, Ecuaciones 4.28.

$$p_{04M} = p_{04}$$

$$(1 - \varepsilon)(1 + f)(h_g(T_{04}) - h_g(T_{ref})) + \lambda_1(h_a(T_{02F}) - h_a(T_{ref})) = ((1 - \varepsilon)(1 + f) + \lambda_1)(h_g(T_{04M}) - h_g(T_{ref})) \quad (4.28)$$

Por otra parte, el modo *M13*, además de esta derivación, también posee la del segundo bypass. Este flujo, una vez que ha sido comprimido por el fan, atraviesa un conducto hasta llegar a la tobera secundaria en la que se expande y sale al exterior.

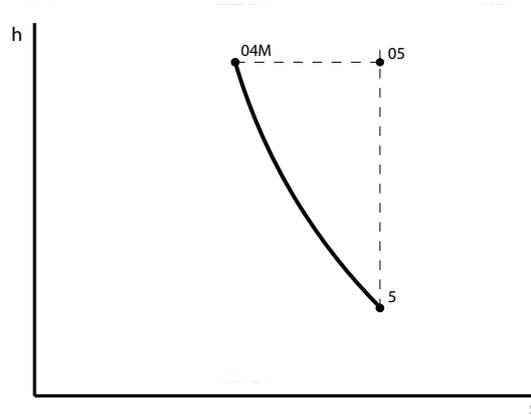
En este conducto ocurre lo mismo que en el conducto del primer bypass, se produce una pérdida de presión de remanso y la temperatura de remanso se mantiene constante.

$$p_{04FF} = \pi_{cond} \cdot p_{02FF} \quad (4.29)$$

$$T_{04FF} = T_{02FF}$$

### 4.3.6 Tobera

Las condiciones de entrada a la tobera son  $T_{04M}$  y  $p_{04M}$  y la pérdida de presión de remanso  $\pi_{rob}$ .



**Figura 4.9** Diagrama h-s en la tobera.

Primero, hay que hallar las condiciones de remanso a la salida de la tobera, y una vez calculadas,  $T_{05}$  y  $p_{05}$ , pasaríamos a calcular las condiciones totales en este punto.

El proceso que sufre el fluido en la tobera es un proceso isoentálpico, lo que implica que la temperatura de remanso se mantiene constante en toda la tobera, con una pérdida de presión de remanso. Por tanto, la presión de salida se puede despejar del coeficiente de esta pérdida.

$$T_{05} = T_{04M} \quad (4.30)$$

$$p_{05} = \pi_{rob} \cdot p_{04M} \quad (4.31)$$

Una vez calculadas las condiciones de remanso a la salida, para conocer las variables totales utilizamos las mismas ecuaciones que para calcular las condiciones de remanso a la entrada. Sin embargo, ahora desconocemos la velocidad a la que se mueve el fluido, por tanto, tenemos que relacionar la velocidad del sonido con la presión y la densidad en un proceso isentrópico.

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (4.32)$$

Inicialmente se va a suponer que la tobera está bloqueada, por lo que la velocidad de salida será igual a la velocidad del sonido. Para el cálculo de esta velocidad se va a partir de la ecuación de *Gibbs* para un proceso isentrópico.

$$C_p(T) \frac{dT}{T} = R \frac{dp}{p} \quad (4.33)$$

Derivando la ecuación de los gases ideales,

$$dp = d\rho RT + \rho R dT \quad (4.34)$$

y despejando el diferencial de la temperatura obtenemos la expresión de la Ecuación 4.35.

$$dT = \frac{1}{R\rho} (dp - d\rho TR) = T \frac{dp}{p} - T \frac{d\rho}{\rho} \quad (4.35)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho}$$

Finalmente, sustituyendo la expresión de  $\frac{dT}{T}$  en la ecuación de *Gibbs*

$$Cp(T) \left[ \frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} \right] = R \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dp}{p} [Cp(T) - R] = Cp(T) \frac{d\rho}{\rho} \quad (4.36)$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{P}{\rho} \cdot \frac{Cp(T)}{Cp(T) - R}$$

Obtenemos la expresión para calcular la velocidad del fluido a la salida de la tobera.

$$V_5 = a = \frac{P}{\rho} \cdot \frac{Cp(T)}{Cp(T) - R} \quad (4.37)$$

Y, finalmente, incluyendo las Ecuaciones 4.38 quedarían definidas todas las variables del ciclo del motor.

$$h_{05} - h_5 = \frac{V_5^2}{2} = \int_{T_5}^{T_{05}} Cp(T) dT \quad (4.38)$$

$$\int_{T_5}^{T_{05}} \frac{Cp(T)}{T} dT = R \log \frac{p_{05}}{p_5}$$

Sin embargo, a priori no se puede determinar si la tobera se encuentra bloqueada o adaptada. Una vez resueltas las ecuaciones suponiendo que la tobera está bloqueada, hay que comprobar que la presión de salida del gas es mayor que la presión atmosférica. Si esta condición no se cumple, la tobera está adaptada y habrá que imponer que la presión a la salida de la tobera sea igual a la presión atmosférica.

$$p_{05} = p_0 \quad (4.39)$$

Esta ecuación, junto con las Ecuaciones 4.38, determinan la presión, la temperatura total y la velocidad de salida del fluido en el caso de que la tobera esté adaptada.

## 5 Niveles tecnológicos. Relaciones de altitud-velocidad para el posterior análisis

En este capítulo vamos a comentar los parámetros tecnológicos de nuestro motor, desde el difusor hasta la tobera. Así como las diferentes condiciones de vuelo, altura y velocidad, en las que se ha estudiado el funcionamiento del mismo para el análisis de optimización.

### 5.1 Parámetros tecnológicos

Las características del motor son las definidas por el nivel tecnológico N4, tomando los valores que aparecen en la Tabla 5.1.

Componente	Parámetro	Símbolo	Tipo	N4
Difusor	Pérdida presión de remanso	$\pi_d$	A	0,995
Compresor	Rendimiento	$\eta_c$		0,90
	Relación de derivación para refrigeración turbina	$\varepsilon$	$1,5 \cdot \frac{(T_{cc}-1000)}{120}$	15,25
Fan	Rendimiento	$\eta_F$		0,89
Cámara de combustión	Pérdida presión de remanso	$\pi_{cc}$		0,96
	Rendimiento	$\eta_{cc}$		0,995
Turbina	Rendimiento	$\eta_t$	Refrigerada	0,89
	Temperatura máxima	$T_{03}$	Refrigerada	1800
Transmisión de potencia	Rendimiento mecánico	$\eta_{mec}$		0,98
	Potencia parásita	$1 - \eta_{par}$		0,04
Conducto	Pérdida presión de remanso	$\pi_{cond}$	Flujos mezclados	0,95
Tobera	Pérdida presión de remanso	$\pi_{tob}$		0,98

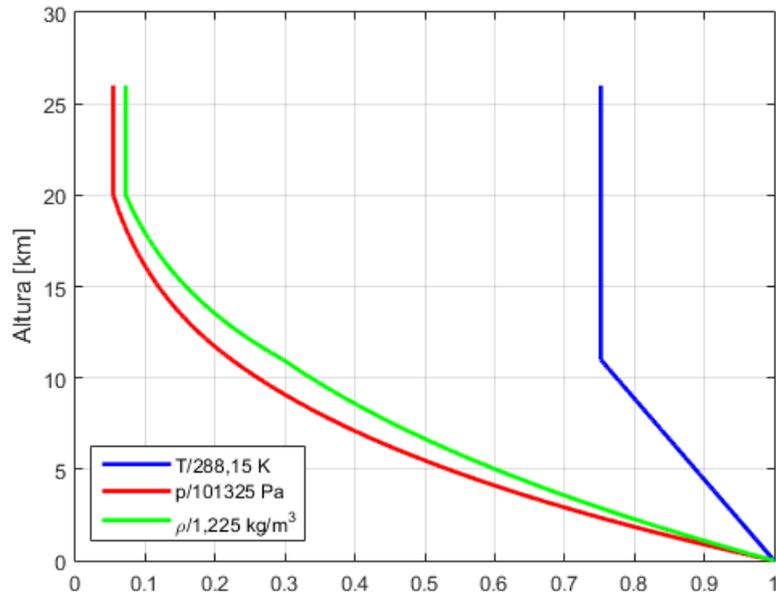
Tabla 5.1 Parámetros y características tecnológicas del motor.

### 5.2 Puntos de diseño

Como se explicó en la introducción, este tipo de motores surgen de la necesidad de un motor que ofrezca buenas prestaciones en un rango de actuación mucho más amplio. Por ello el estudio del funcionamiento del motor

se ha realizado para diferentes puntos de diseño, variando la altitud y la velocidad de vuelo o número de Mach.

Para obtener las condiciones iniciales del aire, temperatura, presión y densidad, se ha utilizado el modelo de la atmósfera ISA (International Standard Atmosphere). En la Figura 5.1 puede verse la variación de estas variables en función de la altura, desde el nivel del mar, hasta 26000 m, altura máxima a la que opera el motor.



**Figura 5.1** Atmósfera estándar internacional.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos

Por otra parte, el número de Mach se ha variado desde 0,1, en el despegue hasta 2, a la máxima altura. Se definen así los siguientes puntos de diseño en los que se ha estudiado el empuje y el consumo del motor, Tabla 5.2.

Punto de diseño	Altitud [m]	Número de Mach
Primero	Nivel del mar, 0	Despegue, 0,1
Segundo	8000	0,5
Tercero	12000	0,75
Cuarto	16000	1,0
Quinto	22000	1,5
Sexto	24000	1,8
Séptimo	26000	2,0

**Tabla 5.2** Puntos de diseño.

## 6 Leyes funcionales de dependencia. Sensibilidad

---

En este capítulo se exponen las leyes funcionales de dependencia del empuje y el consumo específicos con respecto a las variables del motor.

Para obtener esta dependencia se ha realizado el estudio de los ciclos termodinámicos de los dos modos de funcionamiento, realizando los mapas de optimización termodinámica en función de los diversos parámetros.

### 6.1 Modo *M1*

En el modo de funcionamiento *M1* tenemos abierto únicamente el primer bypass, por lo que tendríamos como variables:  $T_{03}$ , temperatura máxima de turbina,  $\pi_c$ , relación de compresión y  $\lambda_1$ , relación de derivación del primer bypass.

En este modo tenemos por una parte la fase de compresión del fan y el compresor de baja presión, atravesados ambos por la masa de aire total,  $m_a + m_d$ , y por otra parte, el compresor de alta presión atravesado únicamente por el flujo primario,  $m_a$ . De esta manera tendríamos una relación de compresión relativa al primer conjunto y otra referente al segundo. Sin embargo, como ya se explicó en el Capítulo 3, al volverse a mezclar esta derivación con el flujo primario a la salida de la turbina, las ecuaciones que introduce la mezcla en el modelo, imponen el reparto de la relación de compresión entre los dos conjuntos de compresión. De esta manera tenemos como variable una única relación de compresión de todo el proceso,  $\pi_c$ .

Inicialmente se han estudiado los límites que presentan nuestros parámetros. Estos no son absolutos, ya que dependen tanto del punto de diseño, como de los valores del resto de parámetros. Por ejemplo, se ha observado, que la relación de compresión bajo ciertas condiciones, puede alcanzar un valor igual a 40, siendo éste el límite debido a la tecnología de los compresores actuales. Por otra parte, también podemos fijar la temperatura máxima de turbina en 1000 K y, bajo ciertas condiciones, la relación de derivación en 10. Sin embargo, si las variables toman estos tres valores, el motor no puede funcionar, ya que el compresor tiene una relación de compresión muy elevada, siendo la cantidad de aire que pasa por la turbina mucho menor que la de entrada, y con una temperatura máxima a la salida de la cámara muy baja, lo que implica que no podemos tener un gran salto de temperatura en la turbina, imposibilitando que genere el trabajo necesario para mover el compresor.

También varían estos límites dependiendo del punto de diseño, así, para los últimos puntos, a grandes altitudes y número de Mach elevado, si la relación de compresión tiene un valor medio, 15, por ejemplo, el límite de la temperatura aumenta, pudiendo llegar el mínimo hasta 1600 K en el séptimo punto de diseño.

Por esta razón, los límites que se presentan a continuación en la Tabla 6.7, son los valores mínimo y máximo que pueden llegar a alcanzar las variables, aunque no en todos sus puntos. Se irán explicando las limitaciones a medida que se explica el análisis en las diferentes condiciones de vuelo.

Variable	Rango
$\pi_c$	2 - 40
$T_{03}$	1000 - 1800
$\lambda_1$	0,1 - 10

**Tabla 6.1** Rango de variación de las variables en el modo *MI*.

La ley funcional varía ligeramente de un punto de diseño a otro, comportándose de forma muy similar en los puntos de diseño del primero al quinto, y apreciándose más la diferencia en los últimos dos puntos, donde la altura y la velocidad son muy elevadas.

Explicaremos, por tanto, la dependencia de forma general, apoyándonos en los mapas del tercer punto de diseño, altura 12000 m y número de Mach 0,75, y posteriormente mostraremos las gráficas, mencionando las variaciones de cada punto de diseño en concreto.

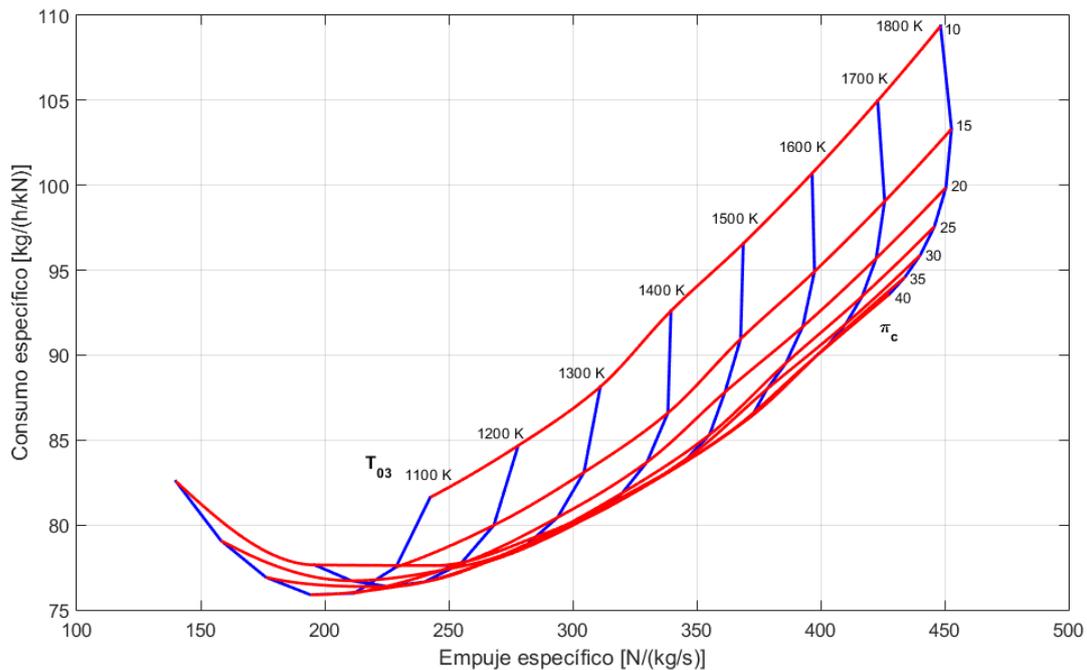
Por último, como ya se ha comentado, en los mapas se representa el consumo específico, TSFC, frente al empuje específico,  $E_e$ . Para ello estos parámetros se han calculado con las Ecuaciones 6.1. Donde  $V_5$  es la velocidad de salida del gas por la tobera principal y  $V_0$  la velocidad de vuelo.

$$E_e = \left( 1 + \frac{f \cdot (1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda_1} \right) \cdot V_5 - V_0 + \frac{1 + \lambda_1 + f \cdot (1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda_1} \cdot \frac{R_g \cdot T_5}{p_5 \cdot V_5} \cdot (p_5 - p_0) \quad (6.1)$$

$$TSFC = \frac{f \cdot (1 - \varepsilon)}{(1 + \lambda_1) \cdot E_e} \cdot 3600 \cdot 1000$$

### 6.1.1 Dependencia con la relación de compresión, $\pi_c$

El empuje específico comienza aumentando según aumenta la relación de compresión hasta que alcanza un valor máximo. Cuando esto sucede comienza a disminuir a medida que aumenta la  $\pi_c$ .



**Figura 6.1** Mapa TSFC-Ee en función de  $T_{03}$  y  $\pi_c$  ( $\lambda_1 = 2$ ).

Aunque sigue el mismo patrón de comportamiento para todas las temperaturas, el valor de la  $\pi_c$  para el cual se alcanza el máximo empuje va aumentando según aumenta el valor de  $T_{03}$ . De hecho, para valores de temperatura bajo, el comportamiento es prácticamente monótono decreciente, es decir, el máximo empuje se alcanza para la mínima relación de compresión.

Por otra parte, el comportamiento del consumo con respecto a la relación de compresión, varía con la temperatura. Para valores altos de  $T_{03}$ , el consumo disminuye a medida que se aumenta la relación de compresión. Pero para valores bajos de temperatura máxima de turbina, el consumo comienza disminuyendo con la  $\pi_c$  hasta alcanzar un valor mínimo a partir del cual comienza a aumentar de nuevo.

Además, en el mapa se puede apreciar como, a temperaturas elevadas, el consumo es mucho más sensible a la relación de compresión de lo que lo es el empuje, especialmente en torno al valor de  $\pi_c$  que maximiza a este último.

Todos los comportamientos de dependencia con la relación de compresión siguen la misma ley independientemente del valor de la relación de derivación, como podemos apreciar en la Figura 6.3. En este caso la dependencia del consumo es monótona decreciente porque la temperatura máxima en turbina en este mapa es 1800 K.

### 6.1.2 Dependencia con la temperatura máxima de turbina, $T_{03}$

Con respecto a la temperatura, el empuje sigue una relación monótona creciente. Dependiendo de los valores de  $\pi_c$  y de  $\lambda_1$  este crecimiento es más rápido o más lento, pero la forma de dependencia no varía. Sin embargo, para el consumo se aprecian comportamientos diferentes dependiendo tanto de los valores de la relación de compresión como de los valores de la relación de derivación.

Para valores de la relación de compresión pequeños, el consumo sigue un comportamiento monótono creciente con la temperatura. Por otro lado, para valores de  $\pi_c$  mayores, el consumo disminuye inicialmente

hasta alcanzar un mínimo y después aumenta, Figura 6.1.

Con la relación de derivación sucede lo mismo, para valores pequeños de ésta el consumo aumenta con la temperatura, sin embargo, cuando  $\lambda_1$  aumenta, el consumo toma una forma “parabólica” alcanzando un mínimo para un valor intermedio de temperatura. El comportamiento monótono creciente se da para valores muy pequeños de  $\lambda_1$ .

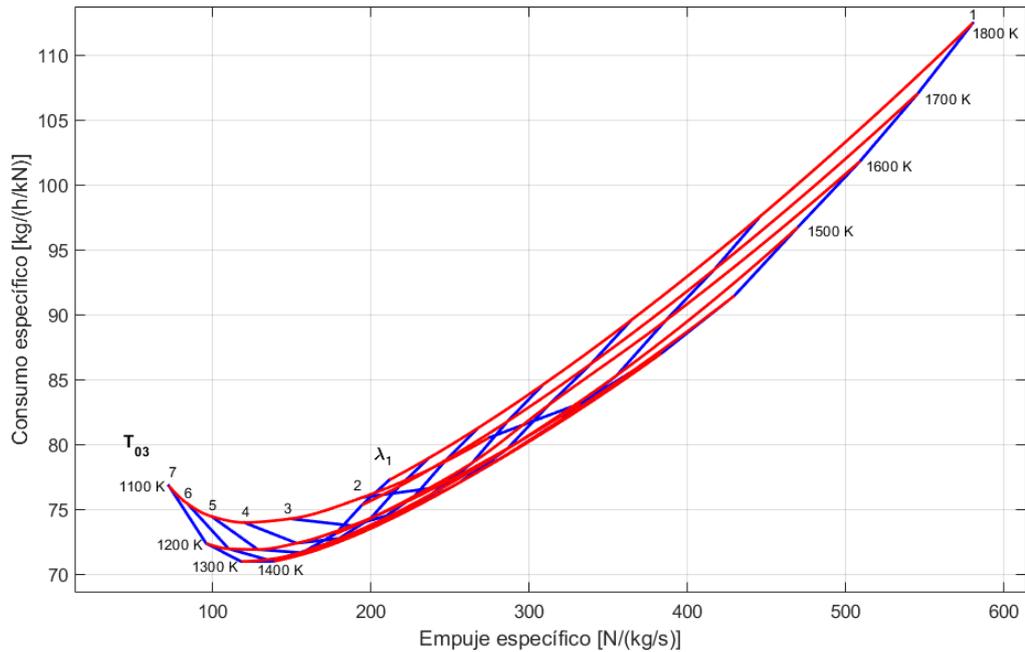


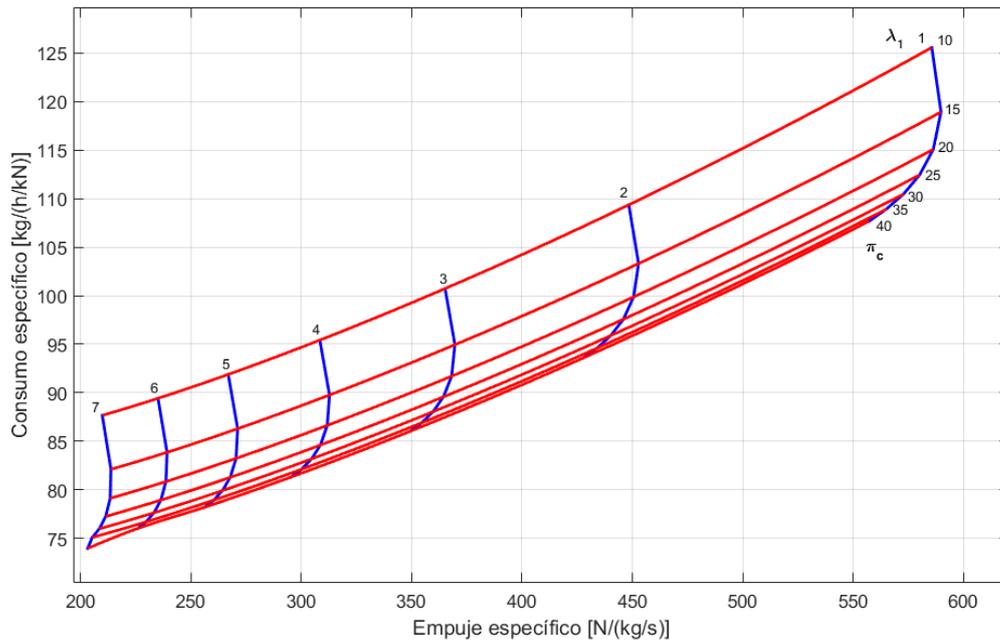
Figura 6.2 Mapa TSFC-Ee en función de  $T_{03}$  y  $\lambda_1$  ( $\pi_c = 25$ ).

### 6.1.3 Dependencia con la relación de derivación, $\lambda_1$

Para la dependencia con  $\lambda_1$ , el empuje se comporta igual independientemente de los valores de los otros dos parámetros. Este disminuye al aumentar la relación de derivación.

Por su parte, el consumo también disminuye al aumentar la relación de derivación para cualquier valor de relación de compresión y alto valor de la temperatura, como podemos apreciar en la gráfica de la Figura 6.3. Cuando la temperatura máxima en turbina es menor, se puede apreciar que el consumo inicialmente disminuye con  $\lambda_1$  hasta alcanzar un mínimo, por ejemplo con  $T_{03} = 1100$  K el mínimo se alcanza en  $\lambda_1 = 4$ , aproximadamente, Figura 6.2.

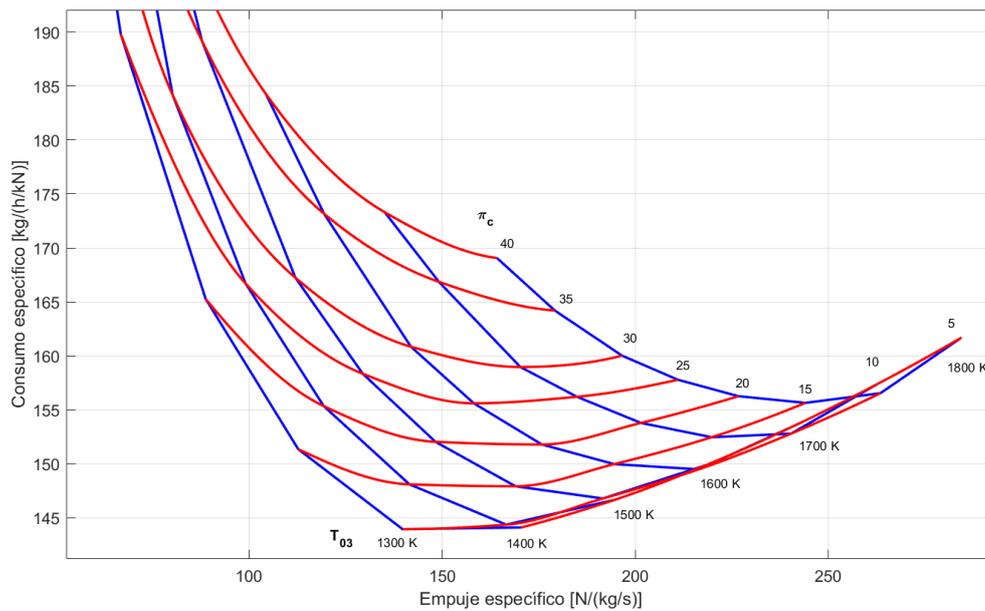
Una vez explicada la ley de dependencia general, se van a comentar las deformaciones de los mapas al variar el punto de diseño. Y, posteriormente, se hablará de las características específicas de los mapas en cada punto de diseño.



**Figura 6.3** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  ( $T_{03} = 1800$  K).

#### 6.1.4 Variación con respecto a los puntos de diseño

En el mapa donde los parámetros son la temperatura y la relación de compresión, al aumentar la altura y la velocidad este va “girando”, las líneas de  $\pi_c$  máxima comienzan a subir y las de  $\pi_c$  mínima se desplazan hacia abajo.



**Figura 6.4** Mapa TSFC-Ee en función de  $T_{03}$  y  $\pi_c$  ( $\lambda_1 = 2$ )  $M_0 = 1,8$  y  $Z = 22000$  m.

Este cambio se aprecia sobre todo en los últimos dos puntos de diseño, donde los mapas se encuentran prácticamente girados. Por tanto, la variación del consumo con la  $\pi_c$  presenta un mínimo a temperaturas altas, como ocurría antes a baja temperatura, y un comportamiento monótono creciente a bajas temperaturas. Lo mismo sucede con el máximo empuje, que va disminuyendo el valor de  $\pi_c$  para el cual se alcanza, llegando a alcanzarse para el mínimo valor de la relación de compresión admisible. Esto sucede porque el aire entra a una velocidad muy elevada, y la presión sufre un gran aumento en el difusor, por lo que el compresor no es tan necesario, acercándose a la configuración de un estatorreactor.

Un comportamiento similar sucede con el mapa donde los parámetros que varían son la relación de compresión y la relación de derivación. Es más, ocurre exactamente lo mismo con las líneas de relación de compresión constante.

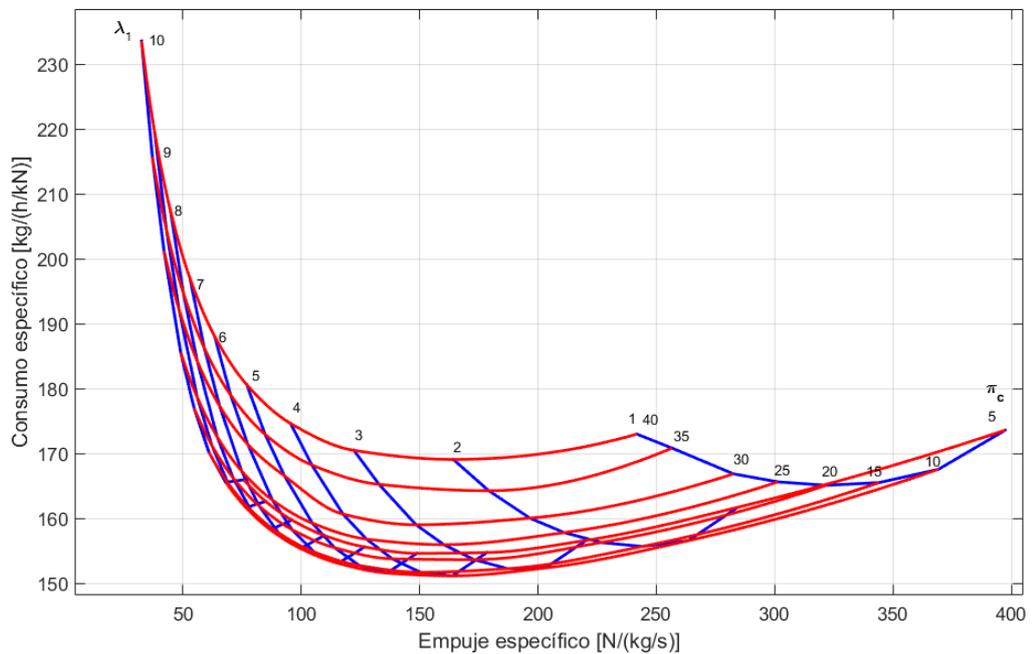


Figura 6.5 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  ( $T_{03} = 1800$  K)  $M_0 = 1,8$  y  $Z = 22000$  m.

Es también a partir del punto de diseño número seis cuando el mapa es prácticamente inverso a los anteriores. Lo que implica que para puntos de diseño de altura elevada y número de Mach alto, el óptimo, tanto de consumo como de empuje, de la relación de compresión disminuye.

Sin embargo, en los mapas donde los parámetros que varían son la temperatura máxima en turbina y la relación de derivación, se aprecia una deformación, pero no de la misma manera que los dos mapas anteriores, de hecho, el máximo empuje se sigue encontrando en todo momento para el valor máximo de temperatura y el mínimo de relación de derivación. Por su parte, el mínimo consumo dependiendo de la temperatura comienza a ser más marcado aún con valores de  $\lambda_1$  pequeños y comienza también a aparecer un valor intermedio de  $\lambda_1$  que minimiza el consumo para temperaturas altas.

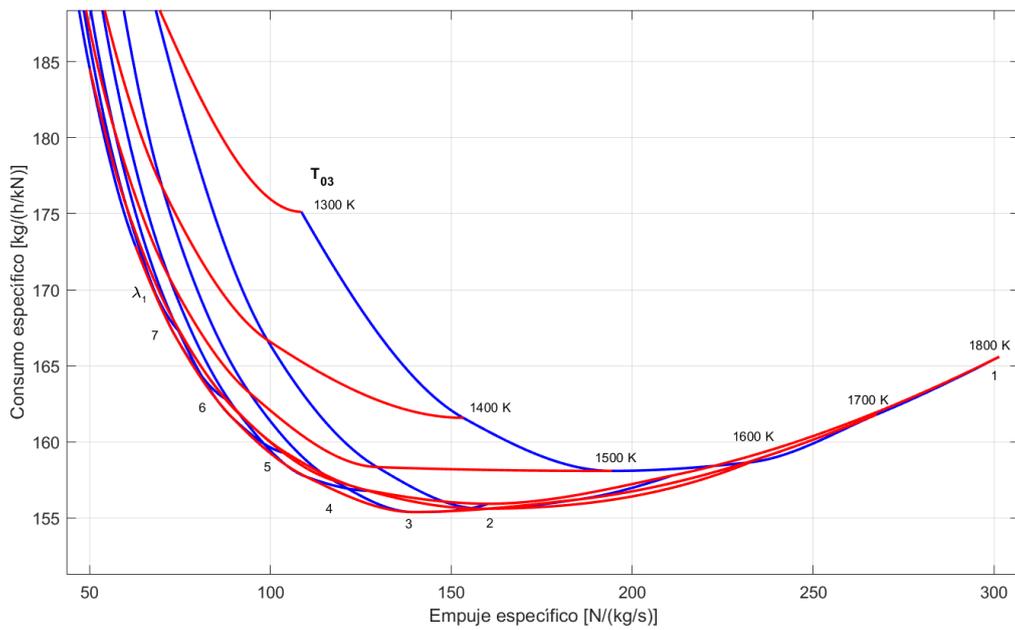


Figura 6.6 Mapa TSFC-Ee en función de  $T_{03}$  y  $\lambda_1$  ( $\pi_c = 25$ ).

### 6.1.5 Primer punto de diseño: $Z = 0$ , $M_0 = 0,1$

Ya definido en el Capítulo 5, el primer punto de diseño corresponde a las condiciones de despegue, altura 0 m y número de Mach 0,1.

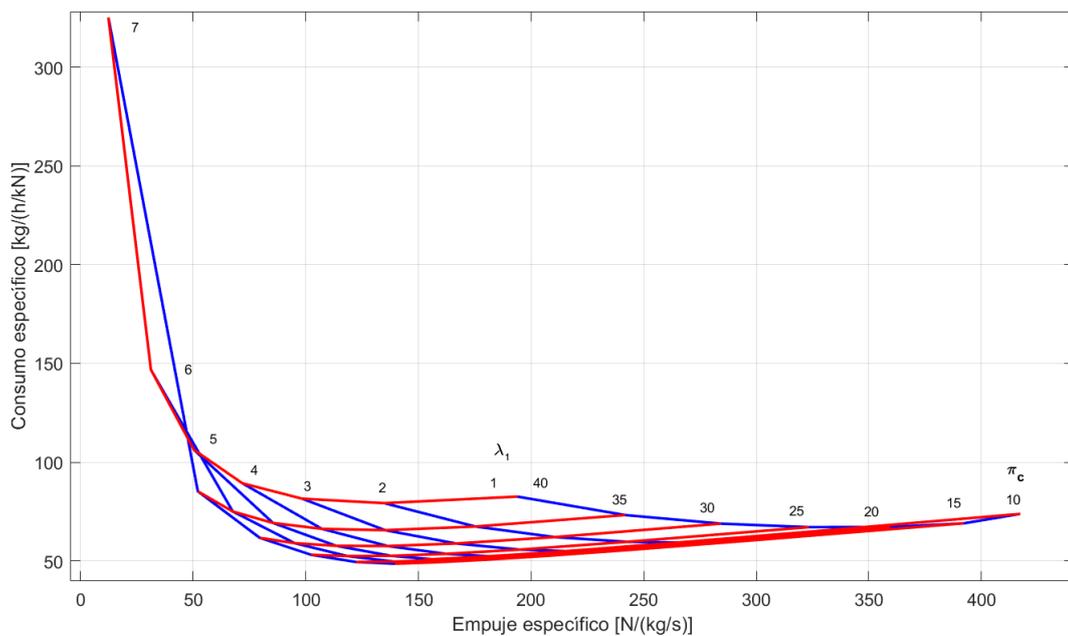


Figura 6.7 Límite en el primer punto de diseño.

En este punto de diseño, el límite de las variables disminuye, alcanzándolo, por ejemplo, en las siguientes condiciones:  $T_{03} = 1200$  K,  $\pi_c = 40$  y  $\lambda_1 = 7$ . Como podemos observar en la Figura 6.7.

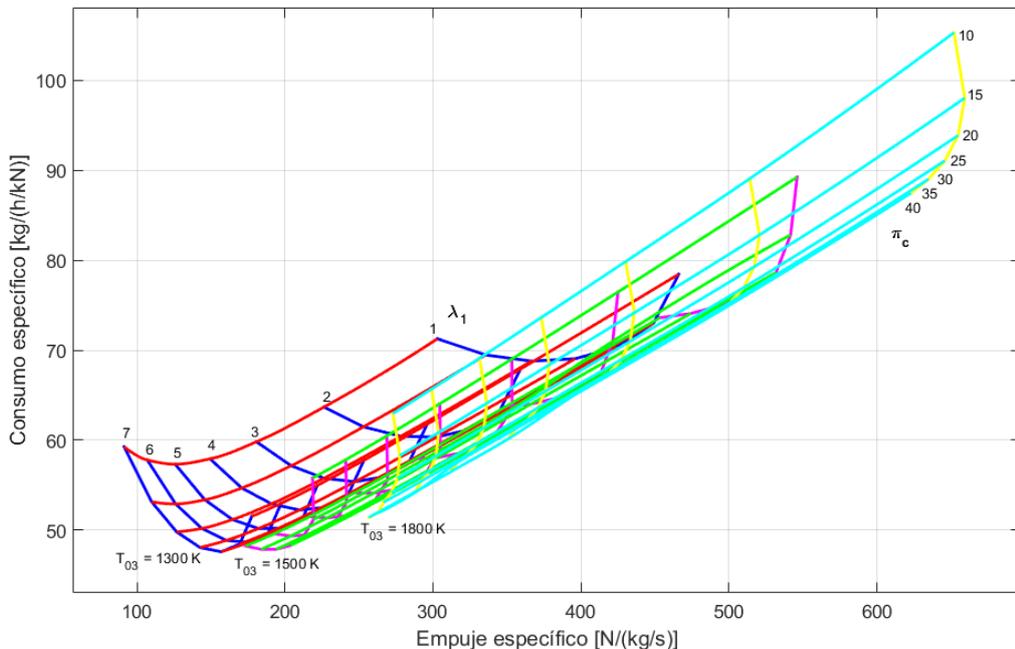
En el mapa de la Figura 6.8, podemos observar las dependencias descritas anteriormente para este punto de diseño en concreto.

Siendo las líneas amarillas, rosas y azules, las correspondientes a valores de  $\lambda_1$  constantes, podemos observar que efectivamente, el empuje disminuyen a medida que la relación de derivación va aumentando, comportándose de la misma manera para las tres temperaturas que se ven representadas e independientemente del valor de la relación de compresión.

Si prestamos atención a la variación del consumo se observa que para altas temperaturas, mapa azul cian y amarillo, es siempre decreciente e independiente de la relación de compresión. Pero para el mapa de menor temperatura, mapa azul y rojo, el consumo presenta un mínimo para un valor intermedio de  $\lambda_1$  en las líneas de  $\pi_c$  más altas.

Como podemos observar en las líneas amarillas, rosas y azules, el consumo disminuye con la relación de compresión para temperaturas altas (líneas amarillas), y para temperaturas bajas alcanza un mínimo a partir del cual comienza a aumentar (líneas azules). Con el empuje sucede al contrario, inicialmente aumenta con la relación de compresión hasta alcanzar un máximo en temperaturas altas, y para temperaturas más bajas este óptimo disminuye tanto que la dependencia es prácticamente monótona decreciente.

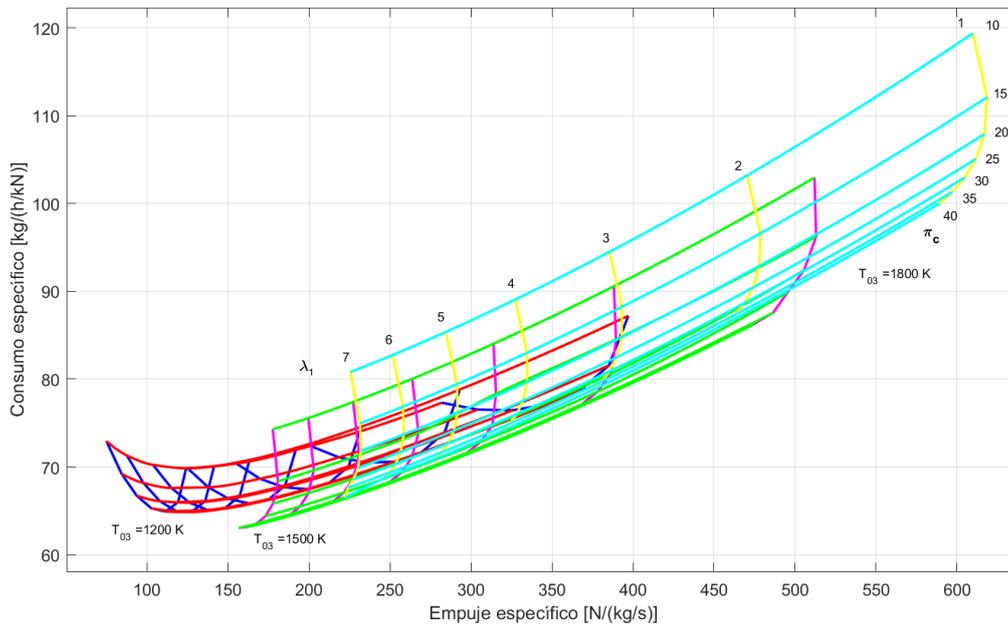
Finalmente, vemos que el mapa se desplaza hacia la izquierda según disminuye la temperatura, es decir, disminuye el empuje, y lo hace de forma diferente para relaciones de compresión y derivación distintos, siguiendo la dependencia ya explicada. Con el consumo, dependiendo de los valores que toman la relación de compresión y la relación de derivación, aumenta con la temperatura o disminuye inicialmente para aumentar después.



**Figura 6.8** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1300, 1500, 1800$  K.

### 6.1.6 Segundo punto de diseño: $Z = 8000$ , $M_0 = 0,5$

En este punto de diseño nos encontramos a 8000 m de altura y con un número de Mach de 0,5. A esta altura, y con esta velocidad ya es posible tanto una relación de compresión como una temperatura máxima más bajas, alcanzando los límites generales.



**Figura 6.9** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1200, 1500, 1800$  K.

Podemos apreciar en los mapas de este punto de diseño, Figura 6.9, las mismas dependencias que en el anterior.

Los mapas para este punto se encuentran ligeramente desplazados a la izquierda, disminuyendo el empuje, y hacia arriba, aumentando el consumo.

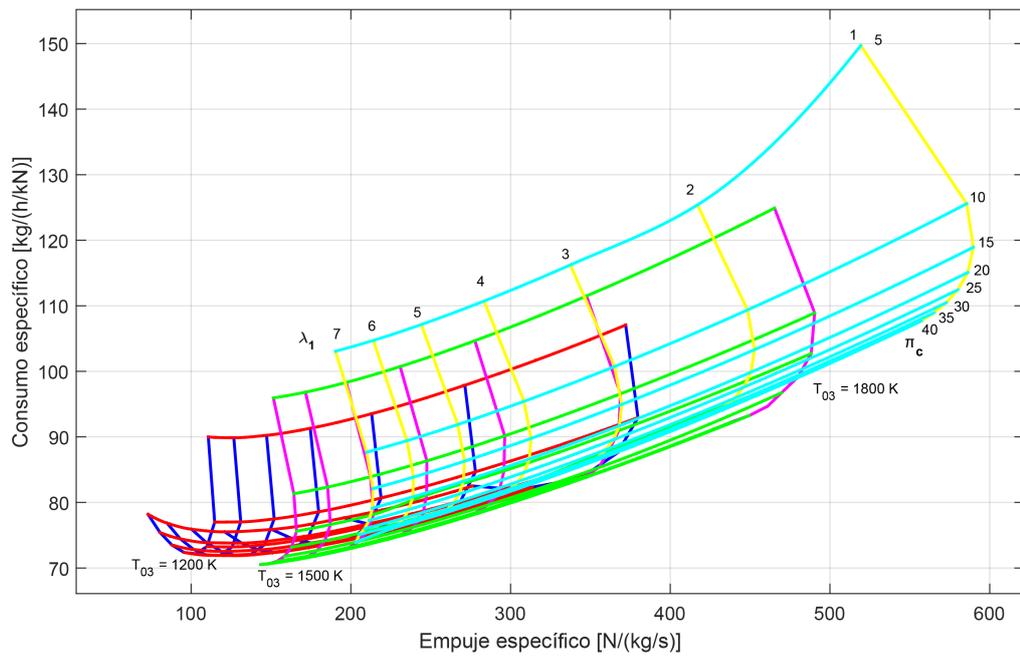
Además observamos que el valor de máximo empuje se desplaza hacia abajo, es decir, se alcanza para un valor mayor de relación de compresión. Y se retrasa también el mínimo de consumo, alcanzándose así para una  $\pi_c$  mayor. Esto podrá comprobarse mejor después de realizar el estudio de optimización.

La curvatura tan marcada del mínimo consumo para la máxima relación de derivación y la mínima temperatura, se debe a que el último mapa de este punto de diseño está realizado a una temperatura de 1200 K, temperatura no admisible para el primero, cuyo último mapa tiene una temperatura máxima de turbina igual a 1300 K.

### 6.1.7 Tercer punto de diseño: $Z = 12000$ , $M_0 = 0,75$

El tercer punto de diseño, altura 12000 m, número de Mach 0,75, es sobre el que se han realizado los análisis iniciales, es decir, las gráficas en las que se ha apoyado la explicación sobre la ley de dependencia son los mapas en este punto de diseño.

Vamos a ver ahora los mapas superpuestos variando la temperatura paramétricamente.



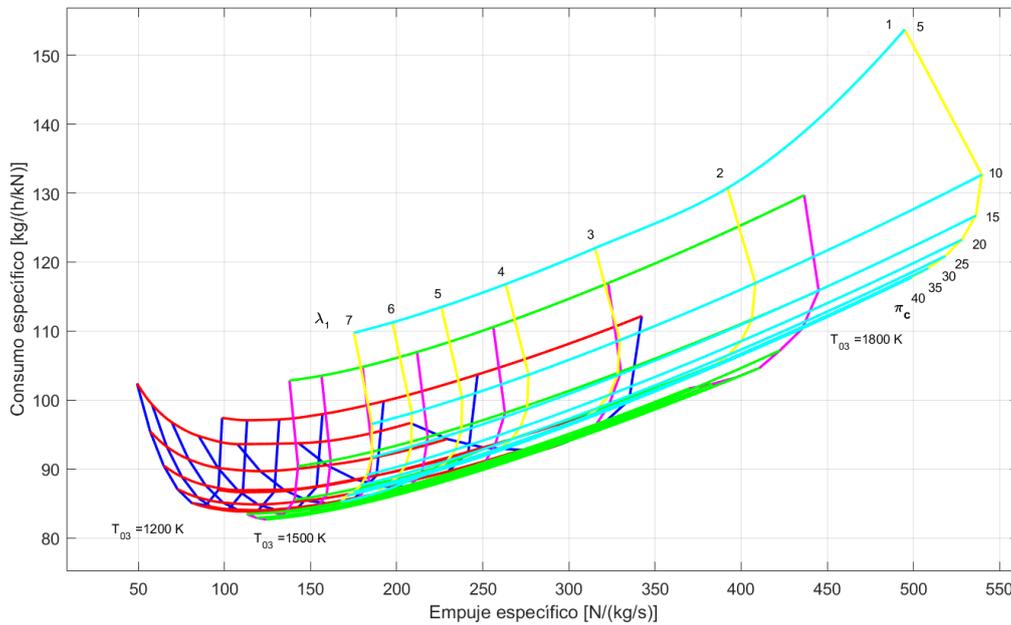
**Figura 6.10** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1200, 1500, 1800$  K.

Se puede observar que los mapas en este punto de diseño son prácticamente de la misma forma que en el segundo, desplazándose ligeramente hacia arriba y hacia la izquierda, como sucedía entre el primer y el segundo punto, siendo mucho más leve la diferencia entre el segundo y tercer punto de diseño.

La línea de los mapas de mínima relación de compresión constante difiere tanto del punto de diseño anterior debido a que corresponde a una relación de compresión igual a 5, valor no admisible en el punto de diseño anterior, cuya última relación de compresión representada es 10.

### 6.1.8 Cuarto punto de diseño: $Z = 16000$ , $M_0 = 1$

Este punto de diseño corresponde a condiciones sónicas. La altura que se establece es de 16000 m y como ya se ha mencionado, un número de Mach igual a 1.



**Figura 6.11** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1200, 1500, 1800$  K.

Los mapas continúan desplazándose hacia arriba y hacia la izquierda, esta vez de forma más notable que el salto entre el segundo y tercer punto, pero menor que el salto desde las condiciones de despegue.

Lo que podemos notar en este punto de diseño, sobre todo en el mapa azul y rojo, correspondiente a la temperatura mínima representada,  $T_{03} = 1200$  K, es el aumento de combustible con respecto a  $\pi_c$  después de alcanzar el mínimo. Este ascenso es mucho más brusco que en los puntos de diseño anteriores, llegando a ser mayor este consumo para la  $\pi_c$  máxima que para la mínima, cuando en el punto de diseño 2, que también corresponden a condiciones de crucero, el consumo de combustible para  $\pi_c = 40$  es más de un 10% menor que para  $\pi_c = 5$ .

En el primer punto de diseño también ocurre esto con el consumo, sin embargo, los mapas resultan mucho más “planos”, así para mínima temperatura y la máxima  $\lambda_1$ , en el despegue, el empuje varía en  $100 \frac{N}{kg/s}$  y el consumo en menos de  $10 \frac{kg}{h/kN}$ , mientras que en el cuarto punto de diseño, varía en  $50 \frac{N}{kg/s}$  el empuje y  $20 \frac{kg}{h/kN}$  el consumo.

### 6.1.9 Quinto punto de diseño: $Z = 22000$ , $M_0 = 1,5$

El quinto punto de diseño se define por una altura igual a 22000 m y un número de Mach de 1,5. Los mapas que se presentan en la Figura 6.13 se corresponden con los valores de temperatura 1300 K, 1600 K y 1800 K, porque como puede verse en la Figura 6.12 con este valor de 1300 K ya llegamos al límite de esta variable.

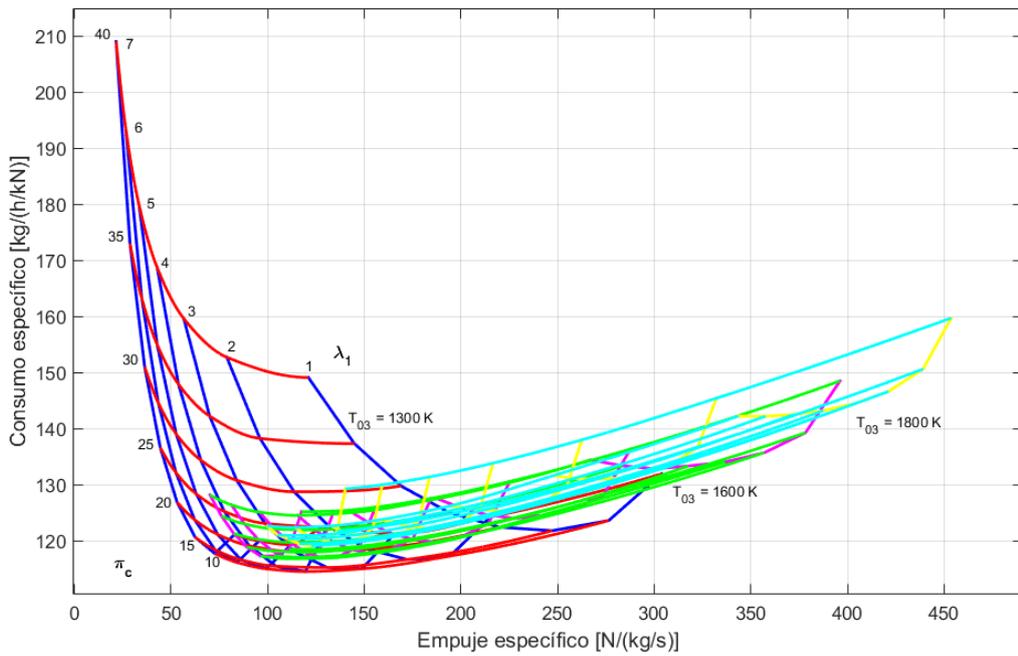


Figura 6.12 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1300, 1600, 1800$  K.

Como observamos en la Figura 6.13, ampliación de la Figura 6.12, el comportamiento sigue siendo el mismo en líneas generales, sin embargo, ya es mucho más latente el efecto comentado anteriormente del aumento de consumo para relaciones de compresión altas, notándose claramente en la temperatura 1300 K.

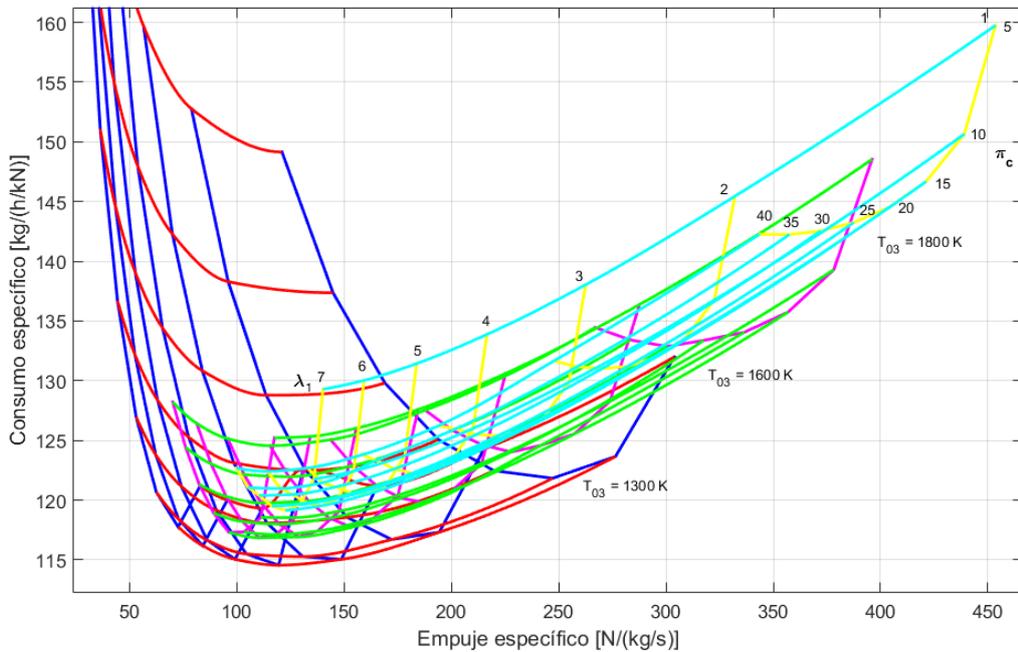


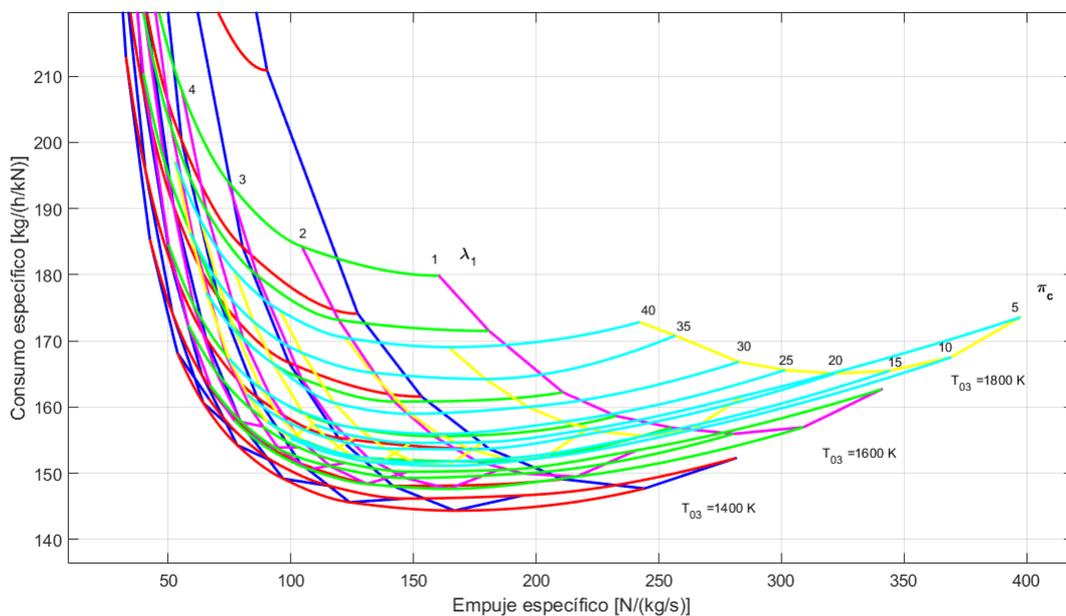
Figura 6.13 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1300, 1600, 1800$  K.

También podemos ver como la variación de consumo debida a la temperatura es mucho menor que en los puntos de diseño anteriores, disminuyéndose así la sensibilidad del consumo con este parámetro, viéndose los mapas de las diferentes temperaturas mucho más juntos.

En este caso es mucho mayor el desplazamiento hacia la izquierda y hacia arriba, este fenómeno se puede observar claramente al final del capítulo en la gráfica de la Figura 6.17.

#### 6.1.10 Sexto punto de diseño: $Z = 24000$ , $M_0 = 1,8$

En este punto de diseño la altitud es de 24000 m y el número de Mach 1,8. Como se ha mencionado previamente, a partir de este punto de diseño, los mapas comienzan a girarse prácticamente por completo, así, puede observarse que el mínimo de consumo se alcanza para prácticamente el mínimo valor de  $\pi_c$ , este valor se hace más grande al aumentar la temperatura.



**Figura 6.14** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1400, 1600, 1800$  K.

Con el empuje sucede lo mismo, se alcanza su máximo para valores de compresión cada vez más pequeños, y llegados a este punto de diseño, se alcanza para el menor valor admisible.

El comportamiento con respecto a  $\lambda_1$  sigue siendo el mismo con respecto al empuje, este disminuye según esta aumenta, siendo una dependencia monótona decreciente.

Sin embargo, el consumo disminuye alcanzando un mínimo y después aumenta su valor ya para altas temperaturas, siendo esta subida con una pendiente cada vez mayor, a medida que aumenta la relación de compresión. Para bajas temperaturas y altas relaciones de compresión, esta dependencia pasa a ser monótona creciente.

#### 6.1.11 Séptimo punto de diseño: $Z = 26000$ , $M_0 = 2$

Es el último punto que se estudia, se define por una altura de 26000 m y un número de Mach igual a 2. Como podemos observar en los mapas, el límite de temperatura en este punto de diseño se recorta, llegando a él para un valor de 1600 K, por ello solo se han realizado dos mapas superpuestos a diferentes temperaturas.

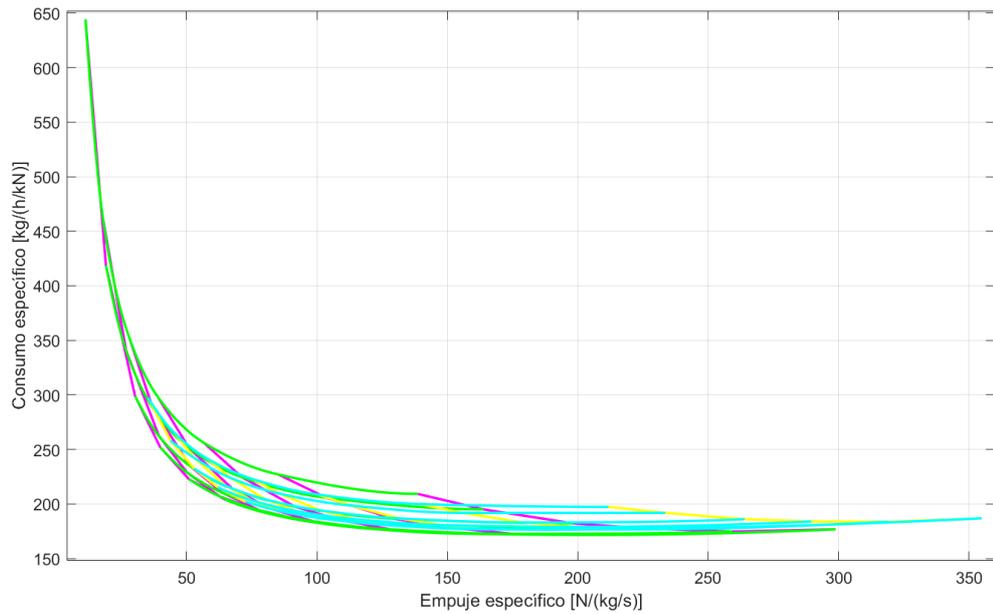


Figura 6.15 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1600, 1800$  K.

En este punto de diseño apenas se aprecia la curva de mínimo consumo, siendo prácticamente una dependencia monótona creciente con la relación de compresión, sobretodo para relaciones de derivación altas.

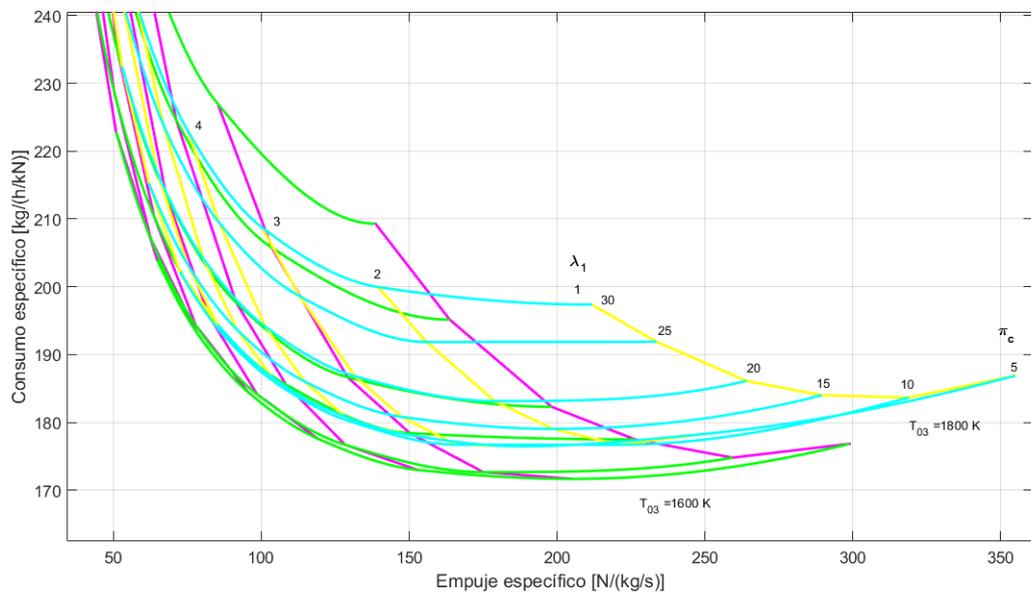


Figura 6.16 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  para  $T_{03} = 1600, 1800$  K.

La dependencia con  $\lambda_1$  es similar a la del punto sexto de diseño, acercándose más al límite, siendo monótona creciente incluso para altas temperaturas y cuando la relación de compresión también es alta.

### 6.1.12 Desplazamiento de los mapas con respecto a los puntos de diseño

Para observar bien el desplazamiento que hemos ido comentando de los mapas hacia la izquierda y hacia arriba según se aumentaba la velocidad y la altura, y la deformación que estos sufren de un punto de diseño a otro, se presentan en la gráfica de la Figura 6.17, los mismos mapas para los distintos puntos de diseño.

Como podemos observar, para el despegue, altura 0 m y número de Mach 0,1, se alcanza un empuje de unos  $650 \frac{\text{N}}{\text{kg/s}}$ , mientras que para puntos de diseño a velocidades supersónicas y altura elevada, como puede ser el sexto punto, altura 24000 m y Mach 1,8, el empuje máximo es aproximadamente  $400 \frac{\text{N}}{\text{kg/s}}$ . Esto se debe a la disminución de densidad del aire a medida que vamos ascendiendo.

Por otra parte, también podemos apreciar el desplazamiento hacia arriba, el aumento del consumo. Los mapas de velocidades subsónicas rondan un consumo entre 50 y  $100 \frac{\text{kg}}{\text{h/kN}}$  para temperaturas bajas y entre 100 y  $150 \frac{\text{kg}}{\text{h/kN}}$  para temperaturas altas. Sin embargo, para una altura de 24000 m y número de Mach 1,8, el consumo es superior a  $150 \frac{\text{kg}}{\text{h/kN}}$  en todos los puntos, y para una altura de 24000 m y un número de Mach igual a 2 llega a alcanzar un consumo de  $200 \frac{\text{kg}}{\text{h/kN}}$ . Este aumento tan brusco del consumo se debe a las velocidades tan elevadas de estos últimos puntos de diseño.

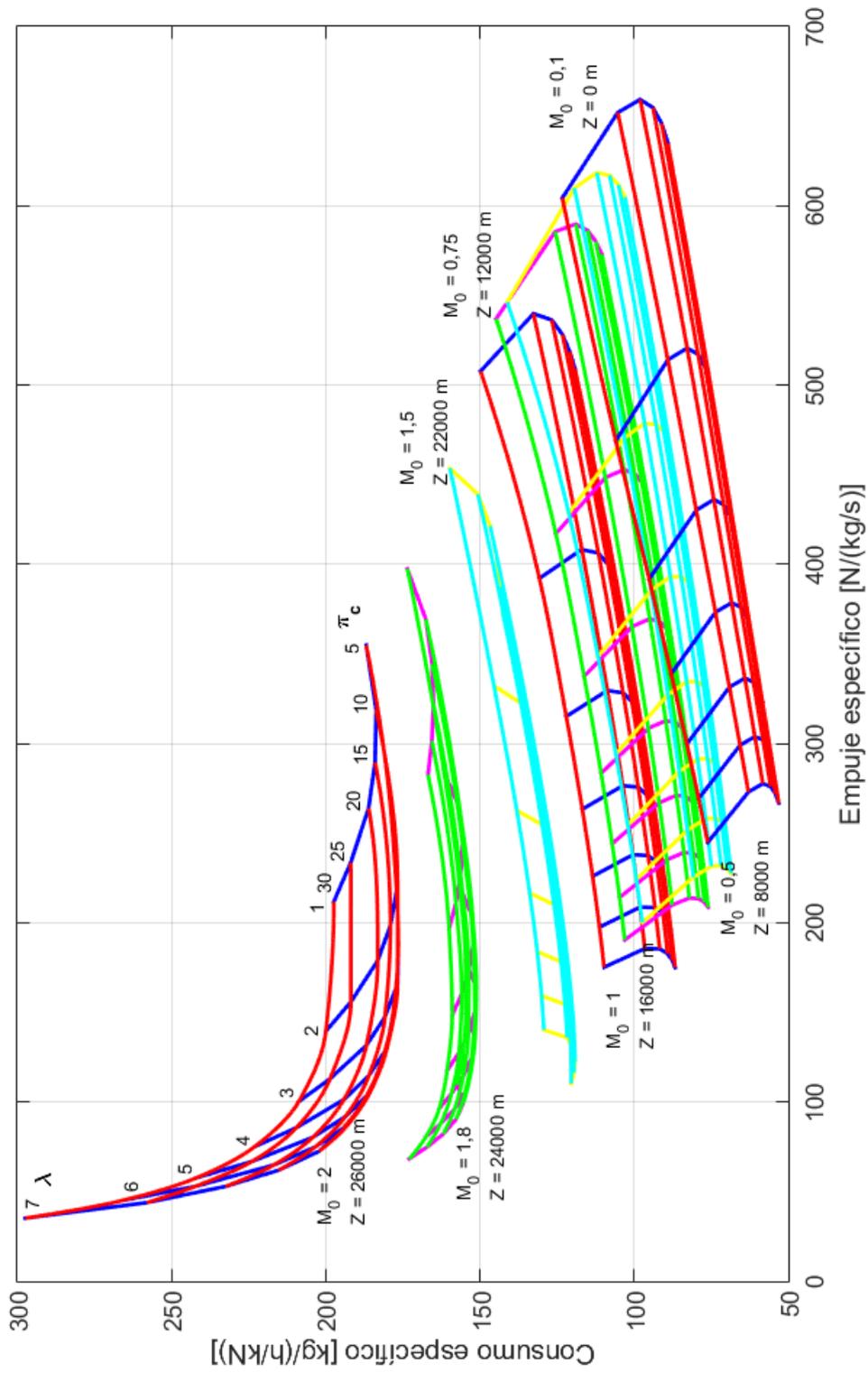


Figura 6.17 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  y  $T_{03} = 1800$  K en los diferentes puntos de diseño para el modo MI.

## 6.2 Modo M13

En el modo de funcionamiento *M13* tenemos abiertos dos bypass, el primero y el tercero, por comodidad, ya que el segundo bypass se encuentra siempre cerrado, nos referiremos al tercer bypass como el segundo. Las variables, por tanto, se nos incrementan a cinco: la relación de compresión del compresor,  $\pi_c$ , la relación de compresión del fan,  $\pi_{FF}$ , la temperatura máxima de turbina,  $T_{03}$ , la relación de derivación del primer bypass,  $\lambda_1$  y la relación de derivación del segundo bypass,  $\lambda_2$ .

La relación de compresión del fan se refiere a la compresión que sufre la segunda derivación. Mientras que la relación de compresión  $\pi_c$ , al igual que ocurría en el modo de funcionamiento *M1*, se refiere a la compresión del fan interno, el compresor de baja presión y el compresor de alta presión. Estableciendo el reparto de esta relación entre la compresión del fan y del compresor de baja presión, atravesados por el gasto primario más el de la primera derivación,  $\dot{m}_a + \dot{m}_{d1}$ , y el compresor de alta presión, atravesado únicamente por el gasto primario,  $\dot{m}_a$ , gracias a la mezcla de estos dos flujos a la salida de la turbina.

Al igual que se realizó con el modo *M1* se han estudiado los límites que alcanzan las variables. Siendo estos muy sensibles a las condiciones de los puntos de diseño, y a los valores del resto de variables.

Así, por ejemplo, las relaciones de derivación pueden alcanzar ambas el valor de 10, pero no pueden tener simultáneamente este valor bajo algunas condiciones de vuelo.

Variable	Rango
$\pi_c$	2 - 40
$\pi_{FF}$	1,1 - 8
$T_{03}$	1000 - 1800
$\lambda_1$	0,1 - 10
$\lambda_2$	0,1 - 10

**Tabla 6.2** Rango de variación de las variables para el modo *M13*.

La ley funcional varía ligeramente de unas condiciones de vuelo a otras, por lo que se va a comentar la dependencia del consumo específico y del empuje específico en función de cada una de las variables de forma general. Nos apoyaremos en los mapas del tercer punto de diseño y posteriormente se comentarán las diferencias que presentan cada punto en concreto.

Por último, las expresiones del consumo específico, TSFC, y del empuje específico,  $E_e$ , de este modo son las que se muestran a continuación. Donde  $V_5$  es la velocidad de salida del gas por la tobera principal,  $V_{5C}$  es la velocidad de salida del gas por la tobera secundaria y  $V_0$  la velocidad de vuelo.

$$E_e = \frac{1 + \lambda_1 + f \cdot (1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot V_5 - V_0 + \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot V_{5C} + \frac{1 - \varepsilon + \lambda_1 + f \cdot (1 - \varepsilon)}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot \frac{R_g \cdot T_5}{p_5 \cdot V_5} \cdot (p_5 - p_0) + \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \cdot \frac{R_a \cdot T_{5C}}{p_{5C} \cdot V_{5C}} \cdot (p_{5C} - p_0)$$

$$TSFC = \frac{f \cdot (1 - \varepsilon)}{(1 + \lambda_1 + \lambda_2) \cdot E_e} \cdot 3600 \cdot 1000$$

(6.2)

### 6.2.1 Dependencia con la relación de compresión, $\pi_c$

Como podemos apreciar en la gráfica de la Figura 6.18, las curvas de variación de  $\pi_c$  tienen la misma forma para distintos valores de la relación de compresión del fan. También vemos que los tres mapas dibujados, los cuales difieren en el valor de la segunda relación de derivación, poseen la misma forma a excepción del tamaño, por lo que se deduce que las dependencias con la relación de compresión del compresor tampoco varían con la segunda relación de derivación.

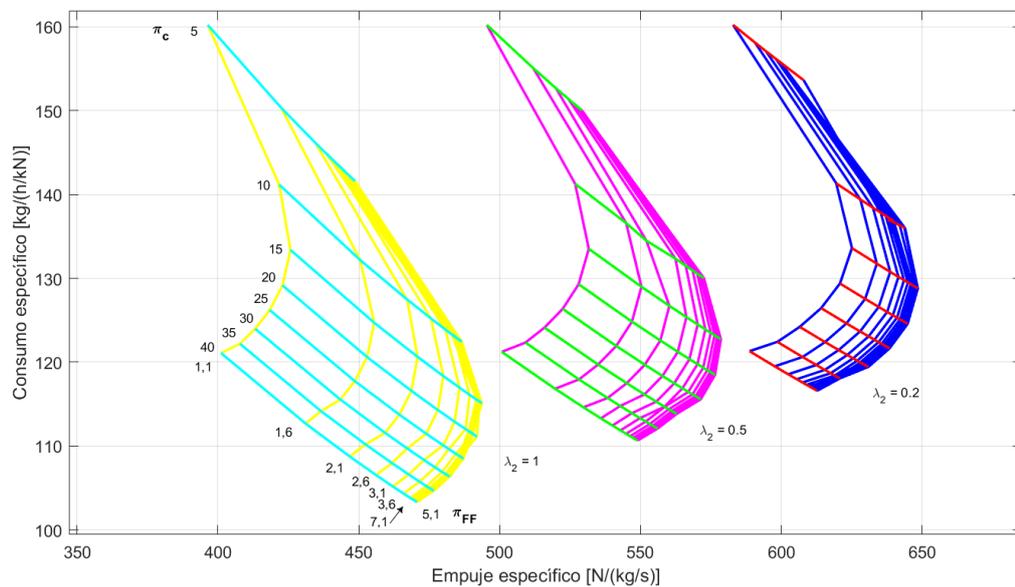
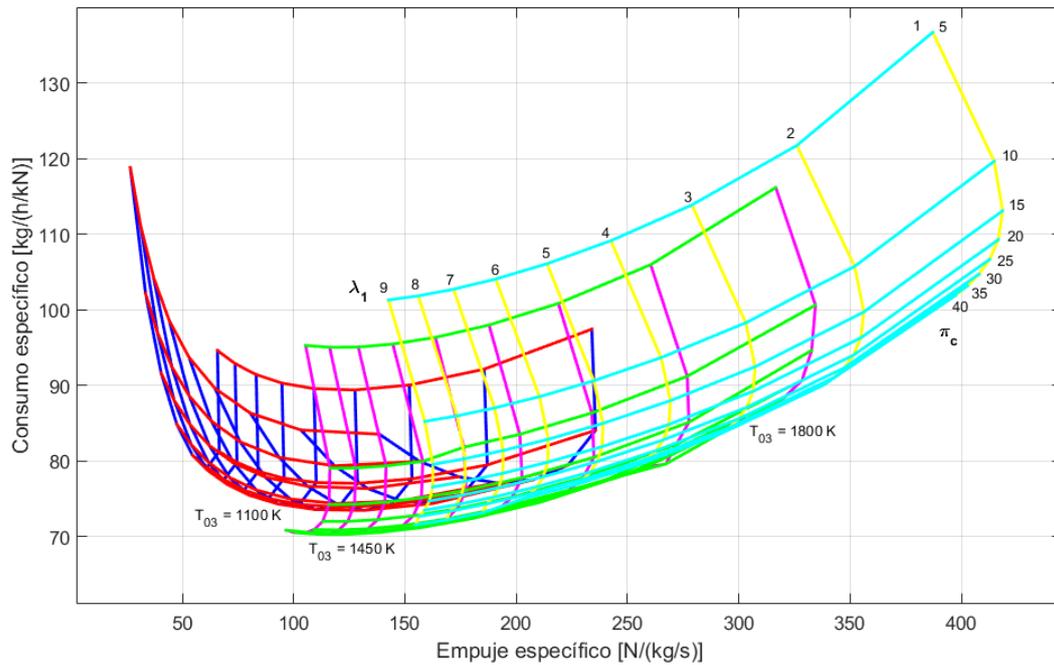


Figura 6.18 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $T_{03} = 1800K$  y  $\lambda_1 = 0,5$ ).

Al igual que se han desacoplado con el mapa anterior las dependencias de  $\pi_c$  con  $\pi_{FF}$  y con  $\lambda_2$ , en los mapas de la Figura 6.19 podemos observar que la forma de dependencia tampoco varía con la relación de la primera derivación.



**Figura 6.19** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\lambda_1$  ( $\lambda_2 = 1$  y  $\pi_{FF} = 1,6$ ).

Observamos que las líneas amarillas, rosas y azules tienen todas la misma forma entre ellas. En las líneas azules se puede apreciar un poco más la deformación entre un valor de  $\lambda_1$  y otro debido a la baja temperatura de este mapa, pero la dependencia sigue siendo la misma. Hay un máximo de empuje para un valor bajo de relación de compresión y un consumo mínimo para una  $\pi_c$  intermedia.

Una vez llegados a este punto podemos definir una dependencia genérica del empuje específico con la relación de compresión, y dos dependencias del consumo específico con la relación de compresión, una para temperaturas máximas de turbina elevadas y otra para temperaturas bajas.

El empuje inicialmente va aumentando según aumenta la relación de compresión hasta alcanzar un valor máximo, a partir del cual comienza a disminuir con la relación de compresión. Este valor de  $\pi_c$  para el que se llega al máximo empuje disminuye al disminuir la temperatura.

Por su parte, para temperaturas elevadas el consumo sigue una dependencia monótona decreciente con la relación de compresión, alcanzando el mínimo consumo para la máxima relación de compresión. Para temperaturas más bajas, sin embargo, comienza disminuyendo con la relación de compresión hasta alcanzar el valor óptimo que minimiza el consumo específico y después aumenta.

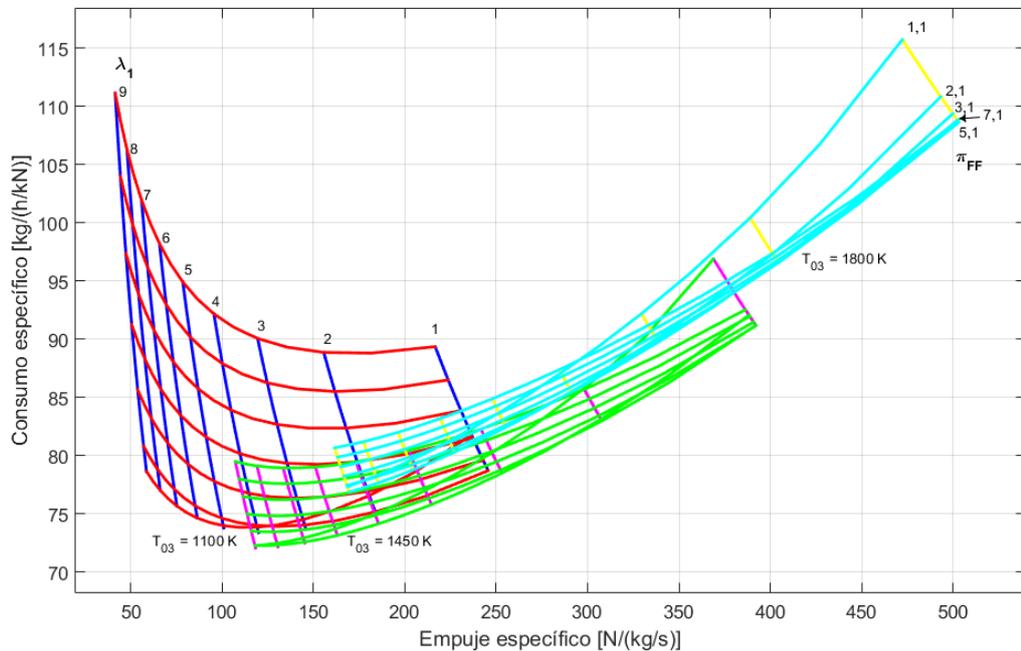
### 6.2.2 Dependencia con la relación de compresión del fan, $\pi_{FF}$

La dependencia tanto del empuje como del consumo con la relación de compresión del fan es lineal alcanzando un punto de máximo empuje y mínimo consumo y retrocediendo por la misma línea.

Por tanto, el empuje comienza aumentando con la relación de compresión del fan, como puede verse en las gráficas de las Figuras 6.18 y 6.20, hasta alcanzar este punto y después disminuye.

Lo mismo ocurre con el consumo pero en sentido contrario, inicialmente disminuye hasta alcanzar el punto óptimo y posteriormente aumenta.

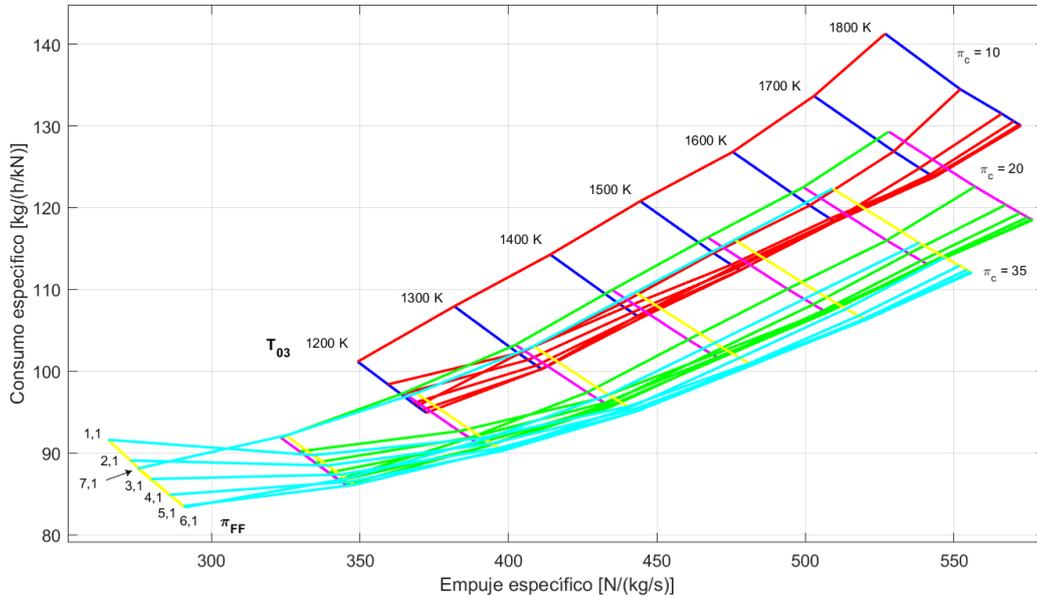
Esta dependencia es siempre así para cualquier valor del resto de variables. Cuando la temperatura disminuye mucho, aproximándose al límite, la pendiente, en valor absoluto, de esta recta es cada vez mayor, como puede verse en la gráfica azul y roja de la Figura 6.20, siendo casi perpendicular para valores altos de la relación de derivación.



**Figura 6.20** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_{FF}$  y  $\lambda_1$  ( $\pi_c = 20$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

### 6.2.3 Dependencia con la temperatura máxima de turbina, $T_{03}$

El empuje específico sigue en todo momento una dependencia monótona creciente con la temperatura, como puede apreciarse en las gráficas de las Figuras 6.21 y 6.22.



**Figura 6.21** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_{FF}$  y  $T_{03}$  ( $\lambda_1 = 0,5$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

Sin embargo, el consumo presenta dos dependencias diferentes en función del valor del resto de parámetros. Presenta una dependencia monótona creciente para bajos valores de relación de compresión del fan y de la relación de compresión del compresor, como puede verse en las líneas rojas más elevadas de la gráfica de la Figura 6.21. Sin embargo, para valores altos de relación de compresión del fan, líneas rojas inferiores, o valores altos de la relación de compresión del compresor, mapa azul cian y amarillo, el consumo comienza disminuyendo con la temperatura hasta alcanzar el valor mínimo y después aumenta.

Lo mismo sucede con las relaciones de derivación. Si nos fijamos en la gráfica de la Figura 6.22, podemos ver como las líneas azules de la derecha, baja relación de derivación del segundo bypass, son monótona crecientes, mientras que éstas se van curvando a medida que nos movemos hacia la izquierda en el mapa, a medida que aumentamos  $\lambda_2$ .

Este fenómeno con  $\lambda_1$ , lo podemos observar en la gráfica de la Figura 6.20, si nos fijamos en el punto de la esquina derecha arriba, valor bajo de  $\lambda_1$ , vemos como al aumentar la temperatura, mapas hacia la derecha, este punto asciende. Sin embargo, si nos situamos en la misma línea superior pero en la segunda línea azul, rosa y amarilla, vemos como de la azul a la rosa disminuye y asciende de la rosa a la amarilla. También en los mapas de la Figura 6.22, vemos como para el mapa azul cian y amarillo,  $\lambda_1 = 7$ , ya comienza a verse un mínimo de consumo para un valor intermedio de temperatura aunque el valor de la relación de derivación del segundo bypass sea baja, debido al alto valor de la primera relación de derivación.

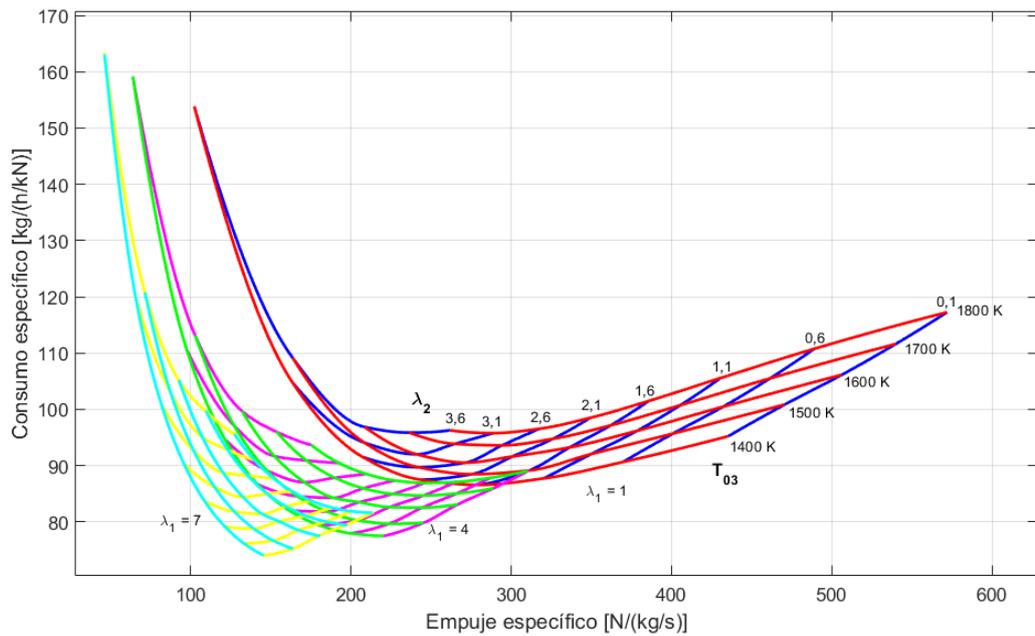


Figura 6.22 Mapa TSFC-Ee en función de  $T_{03}$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 16$  y  $\pi_{FF} = 3,6$ ).

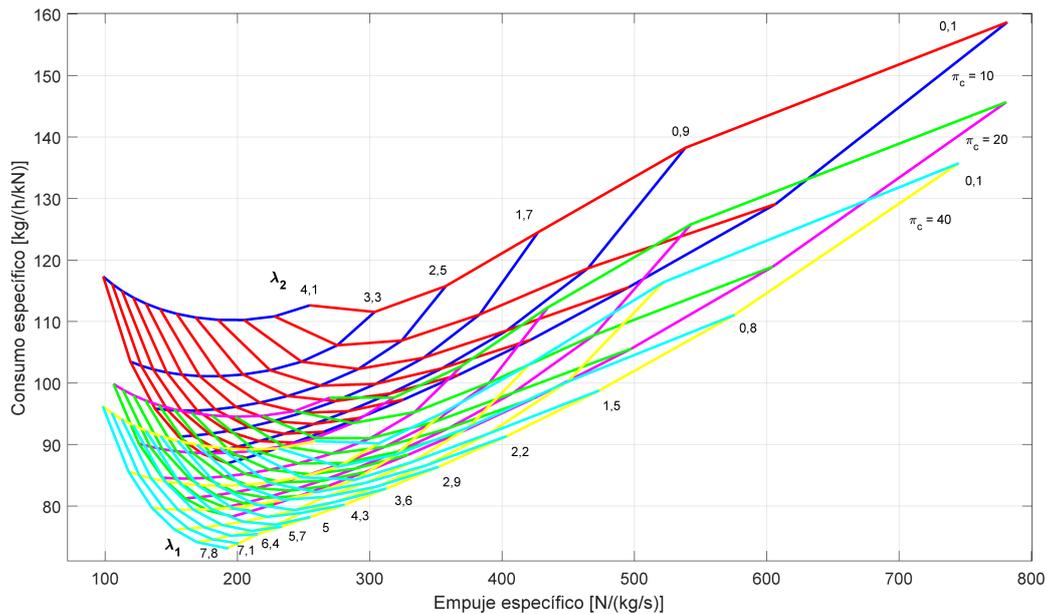
#### 6.2.4 Dependencia con la primera relación de derivación, $\lambda_1$

La dependencia del empuje con la relación de derivación del primer bypass es monótona decreciente. En todo momento el empuje disminuye al aumentar la relación de derivación. Con el consumo, en general también es monótona decreciente excepto para valores muy bajos de temperatura que comienza a curvarse, como se observa en el mapa rojo y azul de la gráfica de la Figura 6.19, ascendiendo el valor del consumo con la  $\lambda_1$  después de alcanzar el mínimo.

La dependencia con la relación de derivación es independiente del valor de la relación de compresión del compresor, como podemos observar en la gráfica de la Figura 6.19. Todas las líneas azul cian y verdes siguen la misma forma. Las líneas rojas para la relación de compresión del compresor elevada se deforman un poco presentando un pico, sin embargo, la dependencia es igual en todas las líneas, empuje máximo para la mínima  $\lambda_1$  y mínimo consumo alcanzado para un valor de  $\lambda_1$  intermedio. Esto se debe a que ese mapa está llegando al límite de las condiciones por la baja temperatura que se ha fijado.

Con la relación de compresión del fan ocurre lo mismo, observando la gráfica de la Figura 6.20, vemos que las dependencias con  $\lambda_1$  son las mismas para cualquier valor de la primera. Únicamente varía la inclinación de las curvas.

Finalmente, en esta gráfica, Figura 6.23, podemos ver como la dependencia del empuje específico es independiente del valor de la relación de derivación del segundo bypass. Sin embargo, para valores altos de  $\lambda_2$  ocurre lo mismo que valores altos de temperatura, las líneas comienzan a curvarse llegando a un mínimo de consumo para un valor intermedio de  $\lambda_1$  y aumentando, posteriormente, el valor del consumo con la relación de derivación del primer bypass.



**Figura 6.23** Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $T_{03} = 1800$  K y  $\pi_{FF} = 3,6$ ).

### 6.2.5 Dependencia con la segunda relación de derivación, $\lambda_2$

Como hemos podido ir viendo a lo largo de estos últimos cuatro apartados, el valor de la segunda relación de derivación no influye en la dependencia del empuje en función del resto de variables. Por tanto, la dependencia del empuje con  $\lambda_2$  es independiente del valor que tomen el resto de parámetros.

Esta relación es monótona decreciente, según aumenta el valor de la segunda relación de compresión, el empuje específico disminuye. Esta dependencia podemos verla en las gráficas de las Figuras 6.18, 6.22 ó 6.23.

Por su parte, la dependencia con el consumo sigue la misma forma que para la primera relación de compresión. En general, esta dependencia es monótona decreciente, sin embargo, para altos valores de la primera relación de derivación las líneas comienzan a curvarse y el mínimo consumo se alcanza para un valor intermedio de  $\lambda_2$ , como podemos ver en la gráfica de la Figura 6.23.

Esto mismo sucede para valores bajos de temperatura a la salida de la cámara de combustión. Como se observa en la gráfica de la Figura 6.22, las líneas rojas de máxima temperatura son rectas, mientras que las de mínima temperatura poseen una curvatura muy marcada. En este mapa también podemos ver la dependencia con  $\lambda_1$  mencionada anteriormente, notando que para los mapas de primera relación de derivación mayor, todas las líneas de variación de  $\lambda_2$  son curvas.

Con respecto a la relación de compresión del fan, influye simplemente en la inclinación de la recta. Así, para una relación de compresión del fan muy pequeña el consumo apenas varía con la segunda relación de derivación, las líneas son prácticamente horizontales. Según aumenta la relación de compresión las rectas van aumentando su inclinación hasta llegar a la  $\pi_{FF}$  óptima, a partir de la cual comienza a disminuir de nuevo. Esto puede observarse en los mapas de la Figura 6.18, viéndose como los puntos de relación de compresión del fan baja se encuentran casi a la misma altura en los tres mapas y notándose una clara diferencia de altura entre los puntos de relación de compresión del fan óptima en los tres mapas.

6.2.6 Variación con respecto a los puntos de diseño

Para ver la variación de las leyes funcionales con respecto a los diferentes puntos de diseño, se muestran en las figuras de este apartado los mapas con los mismos parámetros para los puntos de diseño segundo ( $Z = 8000 \text{ m}$ ,  $M_0 = 0,5$ ), cuarto ( $Z = 16000 \text{ m}$ ,  $M_0 = 1$ ) y sexto ( $Z = 24000 \text{ m}$ ,  $M_0 = 1,8$ ).

En la gráfica de la Figura 6.24 se pueden ver los mapas del consumo frente al empuje variando por una parte la temperatura y por otra la relación de compresión del compresor. Podemos ver como los mapas se desplazan hacia la izquierda y hacia arriba a medida que aumenta la altura y la velocidad.

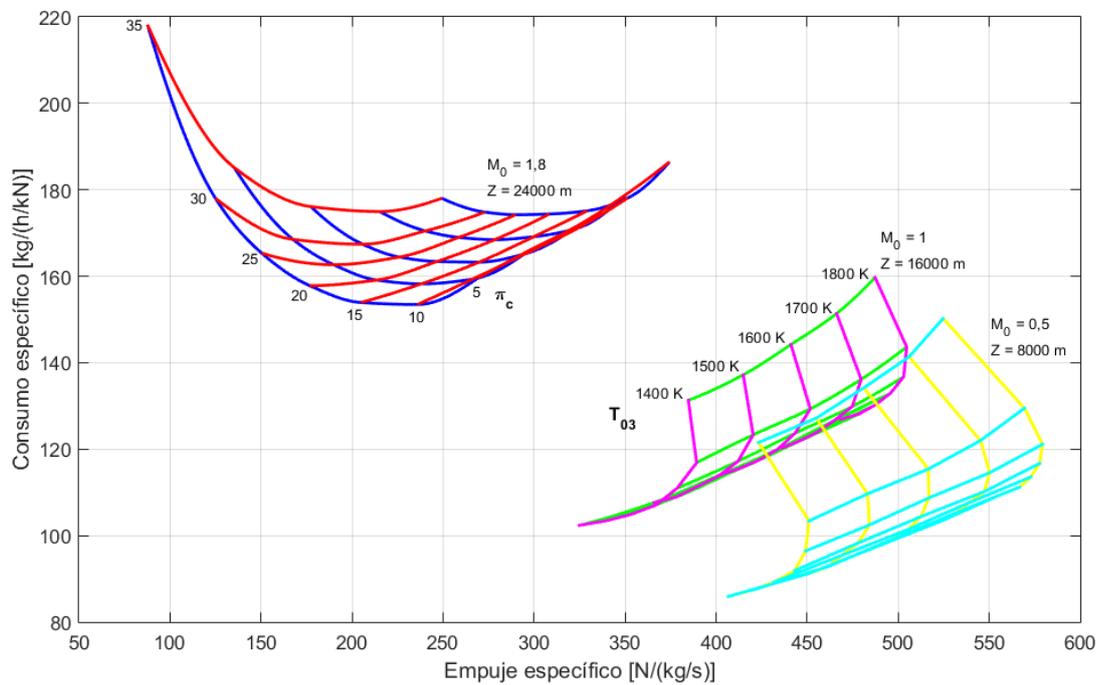


Figura 6.24 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $T_{03}$  para los puntos de diseño 2,4 y 6 ( $\lambda_1 = 0,5$ ,  $\lambda_2 = 0,5$  y  $\pi_{FF} = 1,6$ ).

Como podemos observar el valor óptimo de  $\pi_c$  para el máximo empuje se va haciendo cada vez más pequeño.

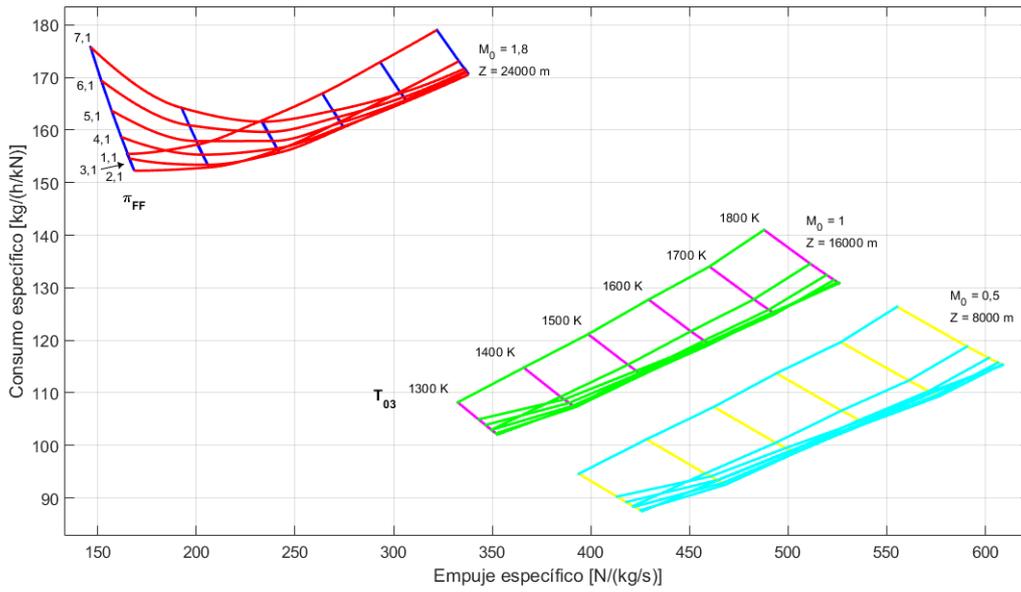


Figura 6.25 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_{FF}$  y  $T_{03}$  para los puntos de diseño 2,4 y 6 ( $\lambda_1 = 0,5$ ,  $\lambda_2 = 0,5$  y  $\pi_c = 15$ ).

También se observa que el salto de consumo al variar la temperatura es mayor en los primeros puntos de diseño. Además, deja de tener una dependencia monótona creciente cuando la relación de compresión del fan es elevada para puntos de diseño altos.

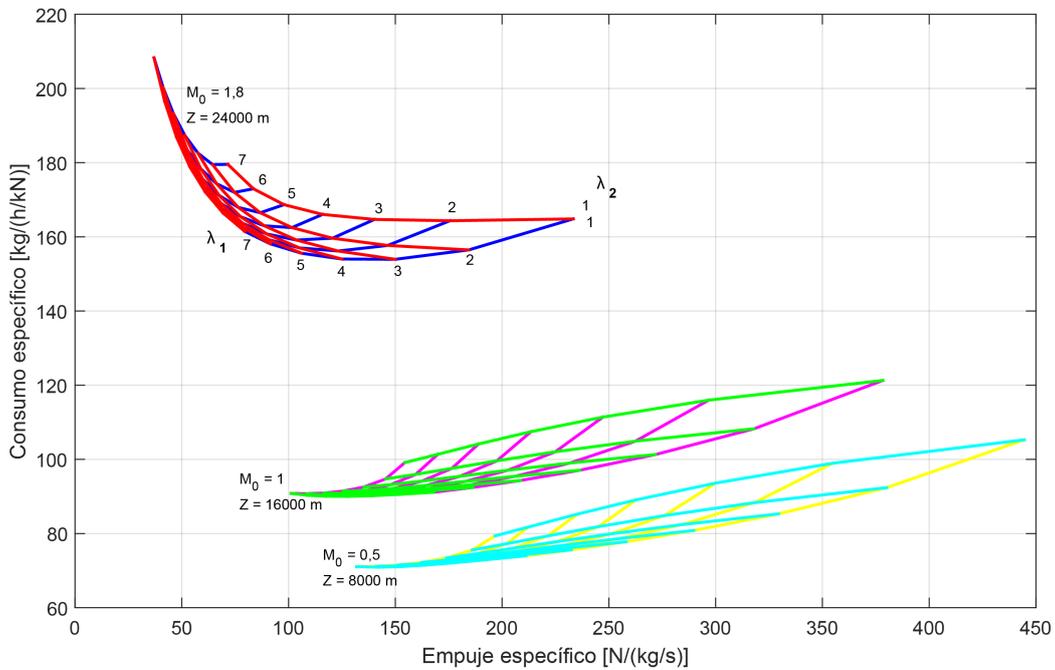


Figura 6.26 Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  para los puntos de diseño 2,4 y 6.

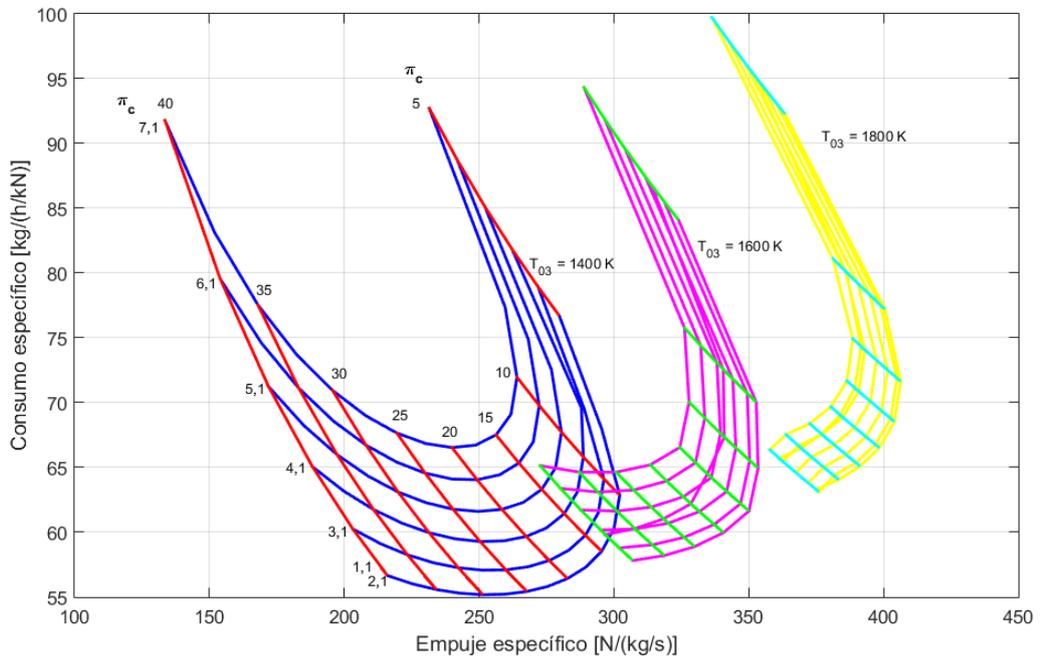
Lo mismo ocurre con las relaciones de compresión del compresor, para altos puntos de diseño el consumo puede alcanzar un mínimo para un valor intermedio de temperatura o incluso llegar a tener una dependencia monótona decreciente, como se observa en los mapas de la izquierda de las Figuras 6.24 y 6.25. En estos mapas ocurre para valores altos de  $\pi_{FF}$  y de  $\pi_c$ . Al aumentar el punto de diseño, el mapa de la Figura 6.25 comienza a torsionarse y se marca aún más el cambio de dependencia con la temperatura debido al valor de la relación de compresión del fan, ya mencionada anteriormente.

Como observamos en la gráfica de la Figura 6.26 el mapa de dependencia con las relaciones de derivación comienza a rotar en sentido horario para valores de altitud elevada y números de Mach supersónicos. Así, en el mapa rojo y azul la dependencia del consumo específico, tanto con  $\lambda_1$  como con  $\lambda_2$  deja de ser monótona decreciente para alcanzar un mínimo de consumo en un valor intermedio de las relaciones de derivación o incluso para ser monótona creciente.

**6.2.7 Primer punto de diseño:  $Z = 0, M_0 = 0,1$**

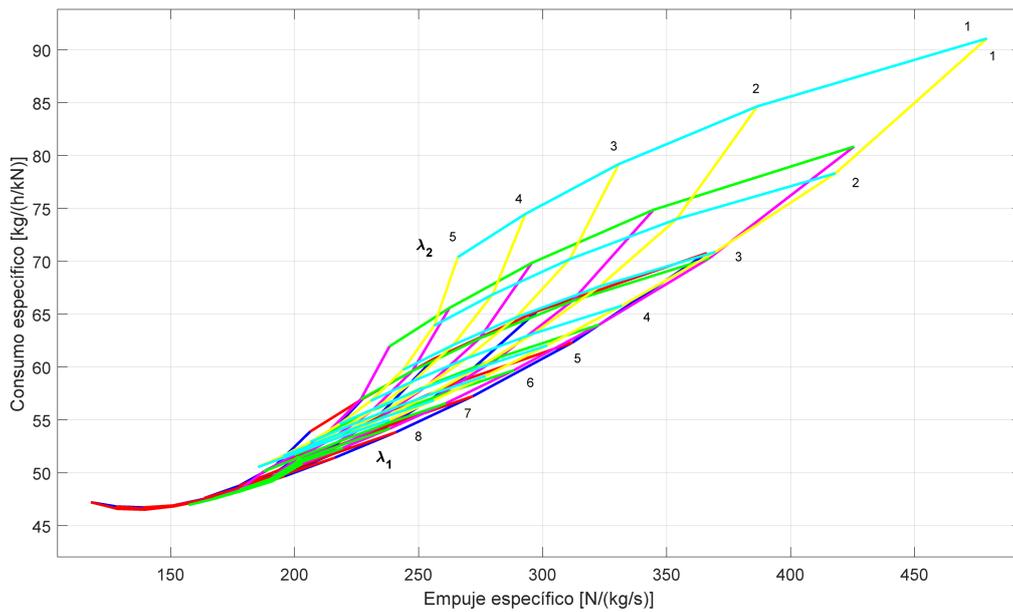
En el primer punto de diseño, condiciones de despegue, el valor mínimo que alcanza la temperatura máxima de turbina es 1400 K. Como vemos en la gráfica de las Figuras 6.27 y 6.28 la dependencia del empuje y del consumo en este punto de operación sigue la misma forma que la ley general.

Puede verse en el mapa azul y rojo de la Figura 6.27 como se alcanza el consumo mínimo para un valor intermedio de la relación de compresión del fan.



**Figura 6.27** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

Igual ocurre en la gráfica azul y roja de la Figura 6.28, que comienza a curvarse la esquina inferior izquierda,



**Figura 6.28** Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 15$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

apareciendo así un mínimo consumo tanto para  $\lambda_1$  como para  $\lambda_2$  intermedio. Siendo las dependencias, en el resto del mapa y en los otros dos mapas de temperaturas elevadas, monótonas decrecientes como en todos los puntos de diseño.

### 6.2.8 Segundo punto de diseño: $Z = 8000$ , $M_0 = 0,5$

Como ya se ha comentado, al ir aumentando el punto de diseño, es decir, aumentando la altura y la velocidad, nuestros mapas se desplazan a la izquierda y hacia arriba, disminuyendo el empuje y aumentando el consumo.

En este punto de diseño también se ha adoptado la temperatura 1400 K como valor mínimo, debido al pico de consumo que puede apreciarse en el mapa de la izquierda de la gráfica de la Figura 6.30. Este valor podría disminuirse si se disminuyeran también los valores máximos de las relaciones de derivación. Sin embargo, para alcanzar el máximo empuje es preferible una relación de derivación mayor y como el mínimo consumo también comienza a aumentar en esa zona con la disminución de la temperatura, se ha considerado esta como la mejor opción.

Con respecto al primer punto de diseño podemos notar que los mapas donde varían las relaciones de compresión, Figura 6.29, giran levemente hacia arriba, aumentando el valor de la relación de compresión para la cual se alcanza el valor máximo de empuje.

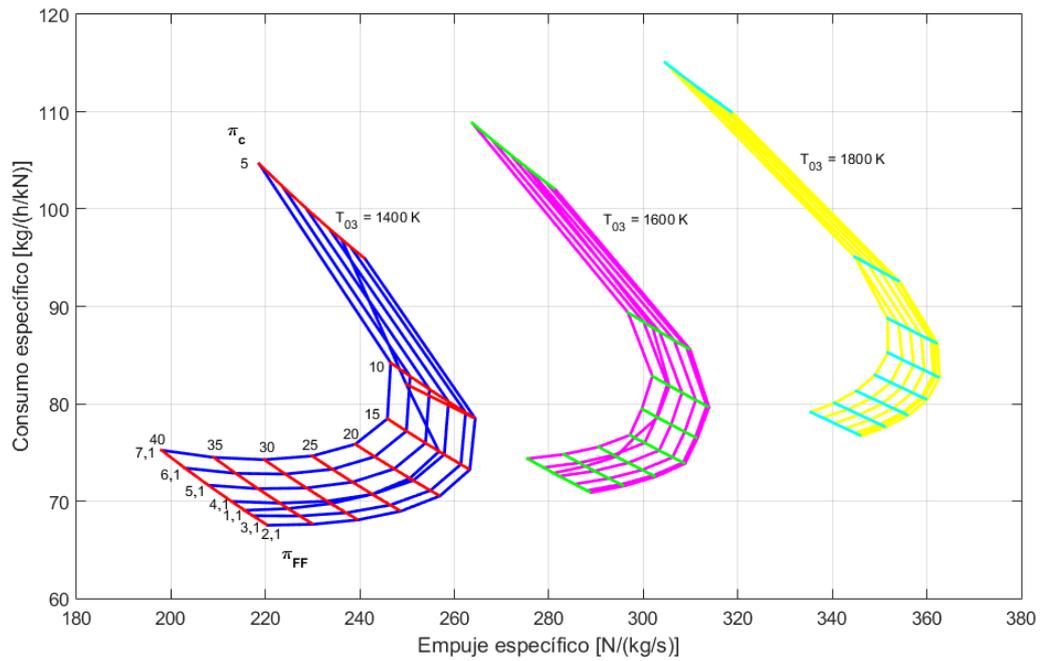


Figura 6.29 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

Con respecto a las relaciones de derivación, podemos notar que para este punto de diseño las rectas de  $\lambda_1$  constante poseen menos inclinación y las de  $\lambda_2$  constante tienen más inclinación, por lo que aunque el rango de variación sea similar el mapa del primer punto de diseño se ve mucho más esbelto que los de la Figura 6.30.

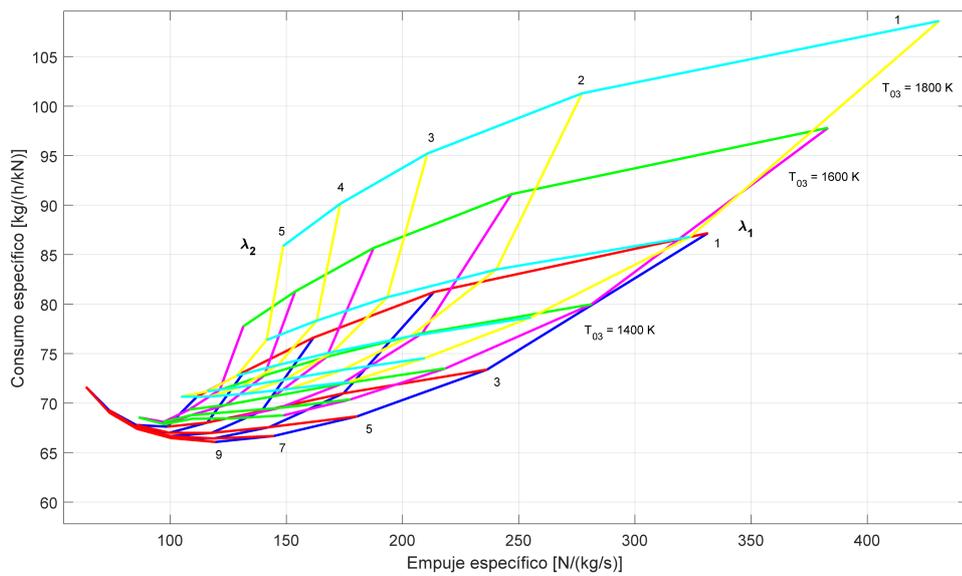


Figura 6.30 Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 15$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

6.2.9 Tercero punto de diseño:  $Z = 12000$ ,  $M_0 = 0,75$

Los mapas de este punto de diseño son muy similares a los del punto de diseño anterior.

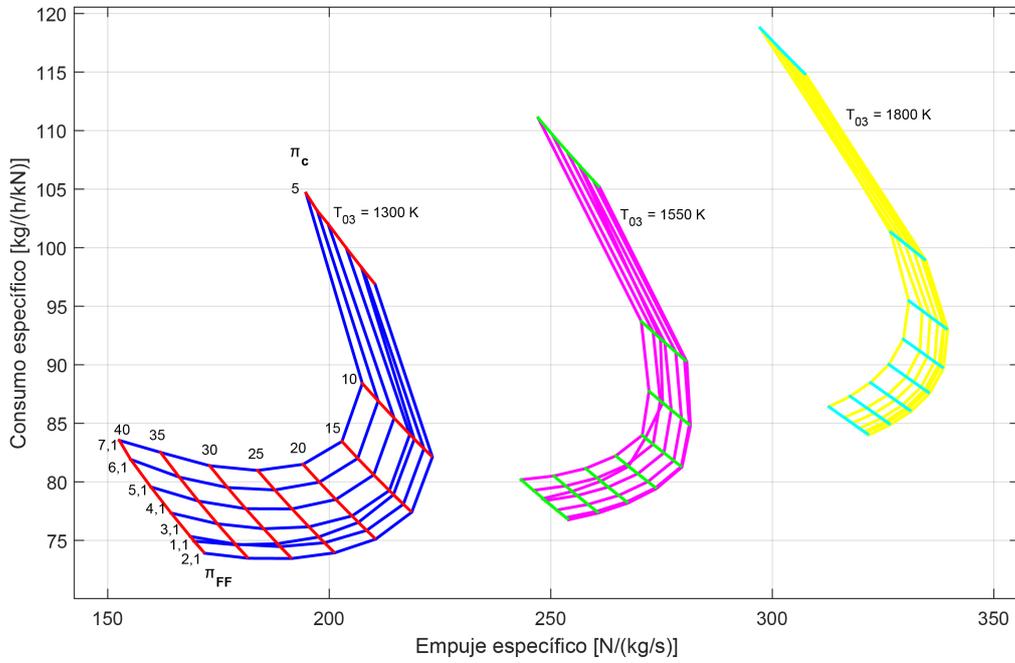


Figura 6.31 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

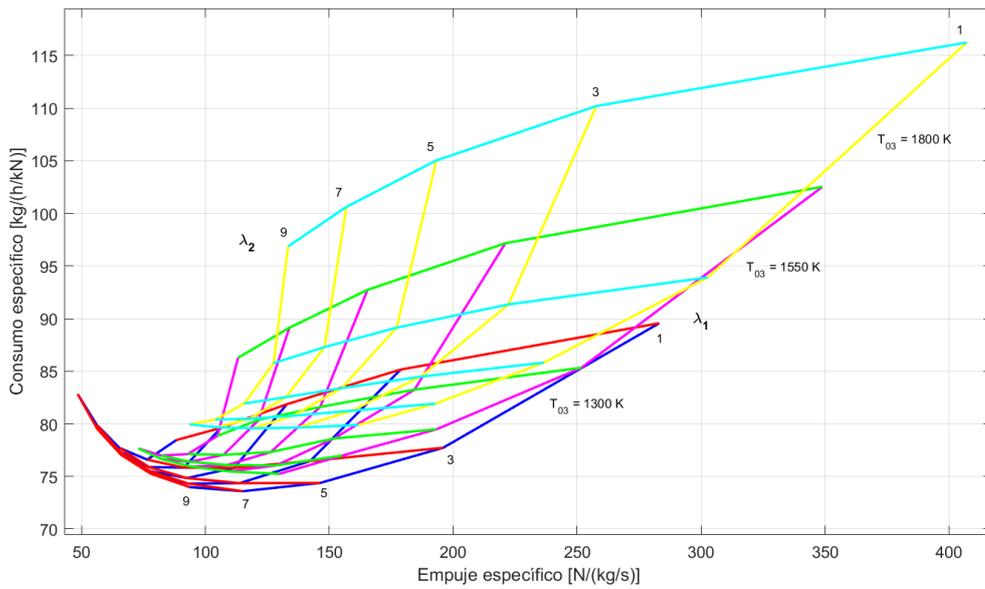


Figura 6.32 Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 15$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

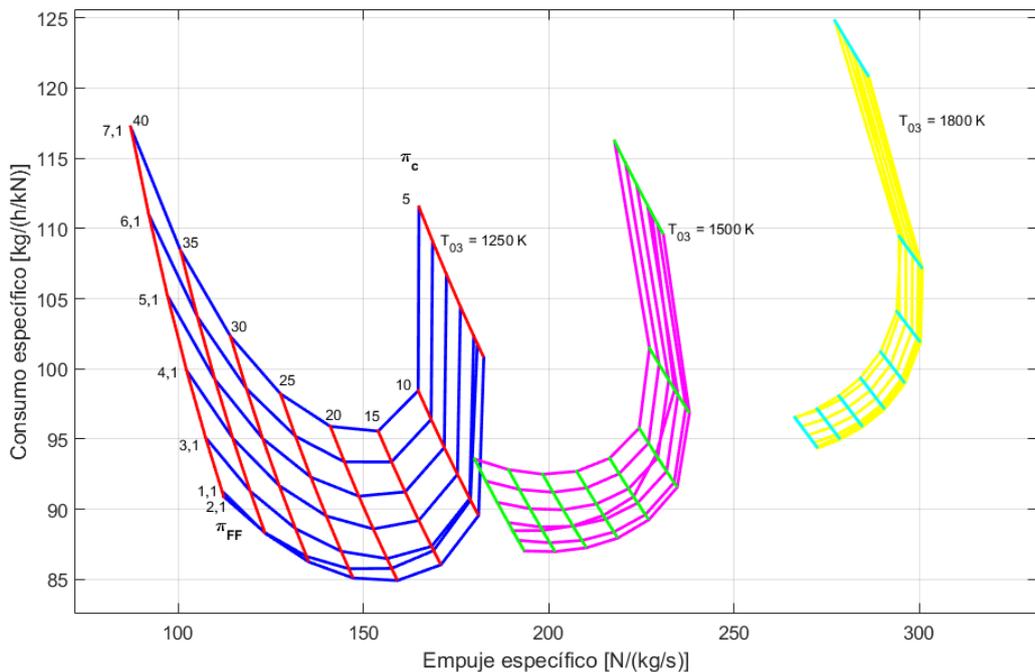
Además, igual que se hizo con el modo de funcionamiento *MI*, la explicación general de la ley funcional se ha apoyado sobre los mapas de este punto de diseño, 12000 m de altura, 0,75 número de Mach.

Ya en este punto podemos descender la temperatura mínima de  $T_{03}$  a 1300 K, como podemos observar en la gráfica de la Figura 6.32, para relaciones de derivación de 9 en cada bypass.

#### 6.2.10 Cuarto punto de diseño: $Z = 16000$ , $M_0 = 1$

Para el análisis de este punto de diseño, altura 16000 m y número de Mach igual a 1, se ha decidido descender la temperatura máxima de turbina a 1250 K. Así se ve claramente en el mapa correspondiente a esta temperatura de la Figura 6.33, como el consumo disminuye inicialmente con la relación de compresión para llegar a un mínimo y volver a ascender.

En los mapas de este punto ya se puede ver el descenso del valor óptimo de la relación de compresión para el máximo empuje.



**Figura 6.33** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $T_{03}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

El mapa correspondiente a las variaciones de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  se ha realizado para un valor mínimo de temperatura mínima de 1300 K, para poder alcanzar valores mayores de las relaciones de derivación, como se hizo en el punto de diseño anterior.

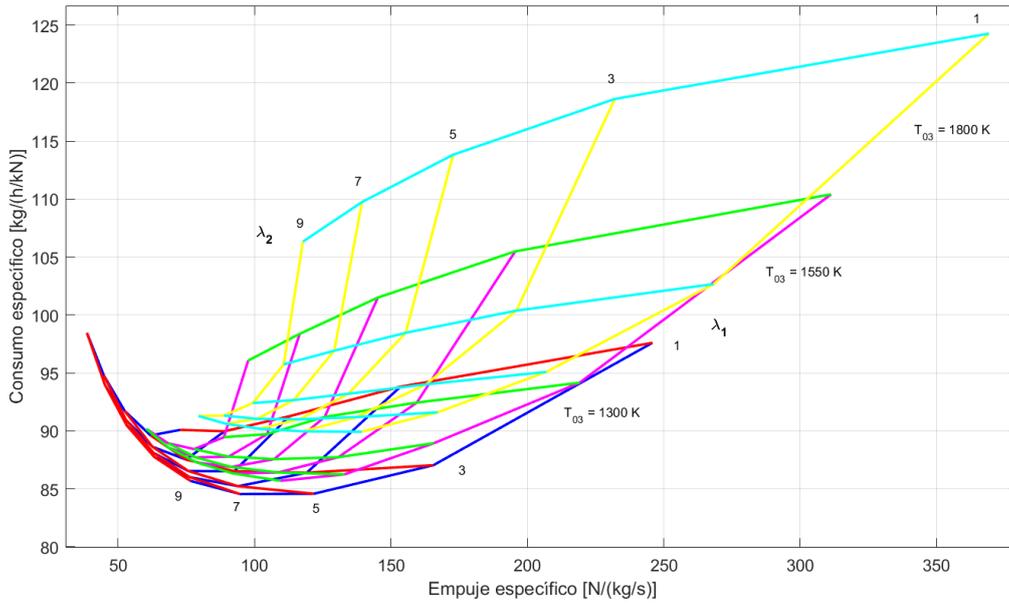


Figura 6.34 Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 15$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

6.2.11 Quinto punto de diseño:  $Z = 22000$ ,  $M_0 = 1,5$

A partir de este punto de diseño, régimen supersónico, 22000 m de altura y 1,5 de número de Mach, se van a presentar superpuestos únicamente dos mapas, para dos valores de temperatura distintos.

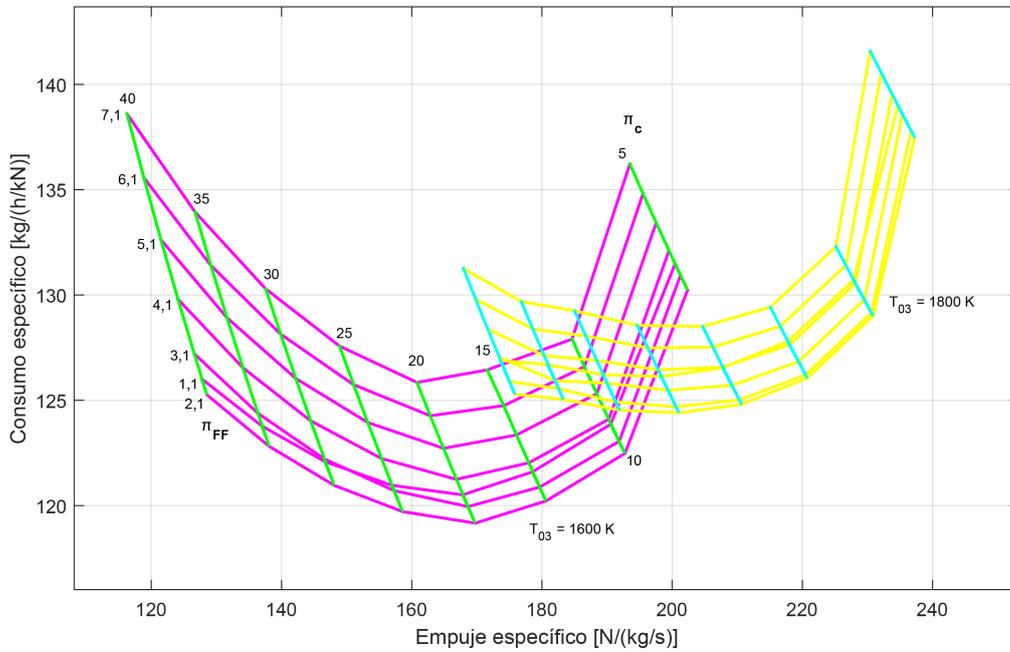


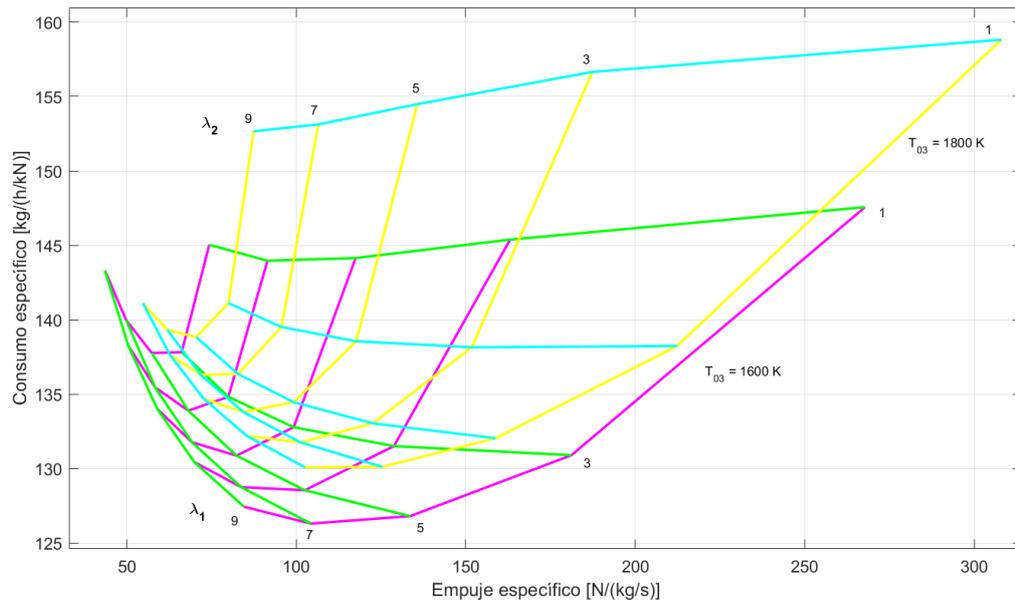
Figura 6.35 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

Debido a la altura y a la velocidad de estos puntos, el mínimo de temperatura admisible crece considerablemente, haciendo muy pequeño el rango de variación. Por lo que la superposición de tres mapas entorpecía la visibilidad.

Como se ha ido mencionando, el valor óptimo de la relación de compresión para el máximo empuje ha ido disminuyendo, llegando a alcanzar el valor mínimo de esta en este punto de diseño. Lo mismo ocurre con el consumo, las curvas comienzan a estar cada vez más curvadas apareciendo un mínimo de consumo para un valor intermedio de relación de compresión a temperatura máxima.

Como podemos ver en los mapas de la Figura 6.36, las líneas de variación de  $\lambda_2$  han comenzado a ser horizontales o con inclinación negativa, es decir, la dependencia del consumo con respecto a esta variable a cambiado de monótona decreciente a monótona creciente.

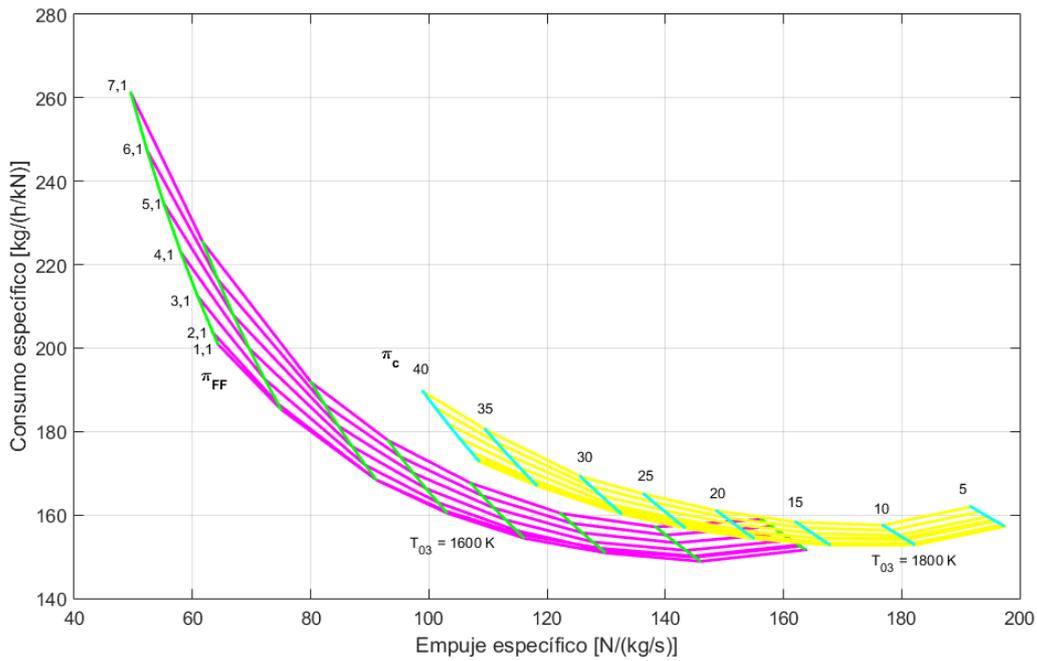
Por su parte, la dependencia del consumo con la relación de derivación del primer bypass ya no se comporta como monótona decreciente para ningún valor de  $\lambda_2$ . En cualquier punto el valor óptimo de la relación de compresión del primer bypass para el consumo mínimo es un valor intermedio.



**Figura 6.36** Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 5$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

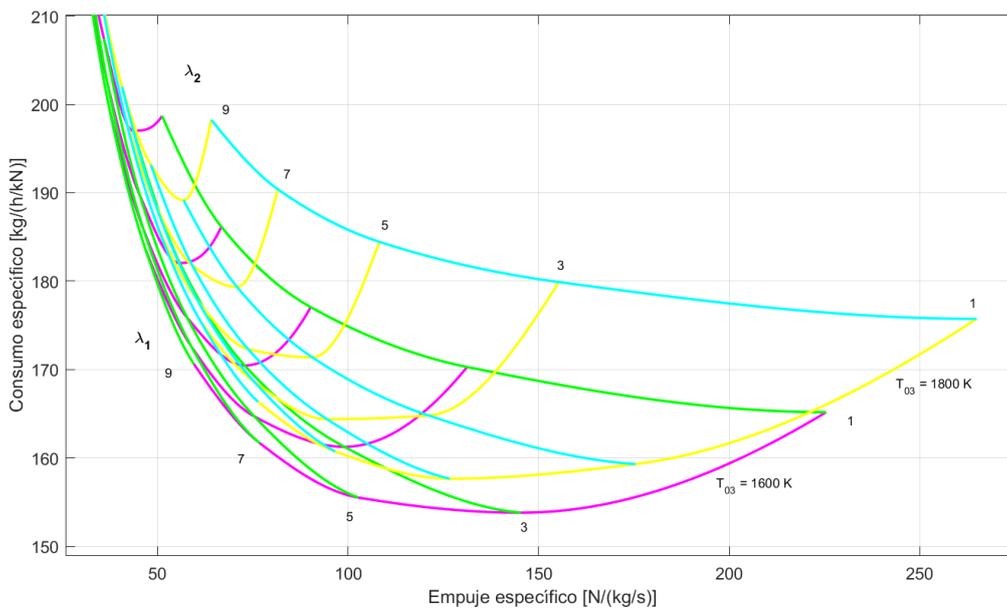
### 6.2.12 Sexto punto de diseño: $Z = 24000$ , $M_0 = 1,8$

En el sexto punto de diseño, altura 24000 m y número de Mach 1,8, se ve ya claramente la poca influencia de la compresión del fan. Para diferentes valores de  $\pi_{FF}$  apenas varían ni el consumo ni el empuje.



**Figura 6.37** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

Con la relación de compresión la dependencia del empuje es casi monótona decreciente, alcanzándose su mayor valor no para la  $\pi_c$  mínima. Con el óptimo del consumo ocurre similar, no llega a ser el mínimo valor de la relación de compresión, pero sí disminuye considerablemente su valor con respecto a los puntos de diseño anteriores.



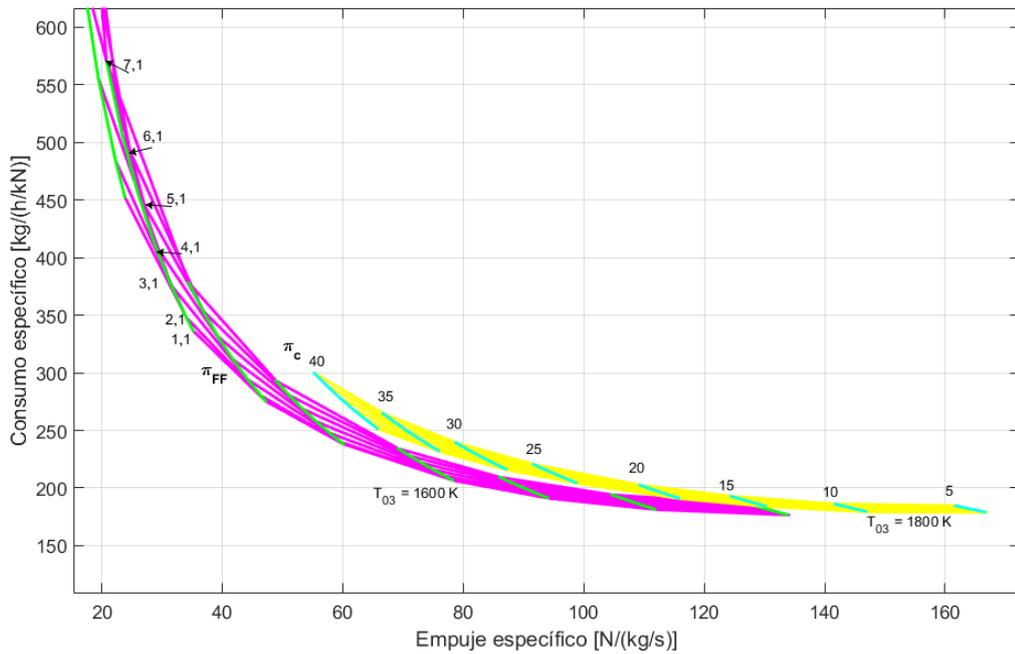
**Figura 6.38** Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 5$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

La dependencia del consumo con la segunda relación de derivación ya es completamente monótona creciente. Y la dependencia con la primera relación de derivación continúa bajando el valor óptimo de  $\lambda_1$  para el mínimo consumo. Además para este punto de diseño, aparte de aumentar el mínimo de la temperatura máxima en turbina, hay que disminuir el máximo de ambas relaciones de compresión.

**6.2.13 Séptimo punto de diseño:  $Z = 26000, M_0 = 2$**

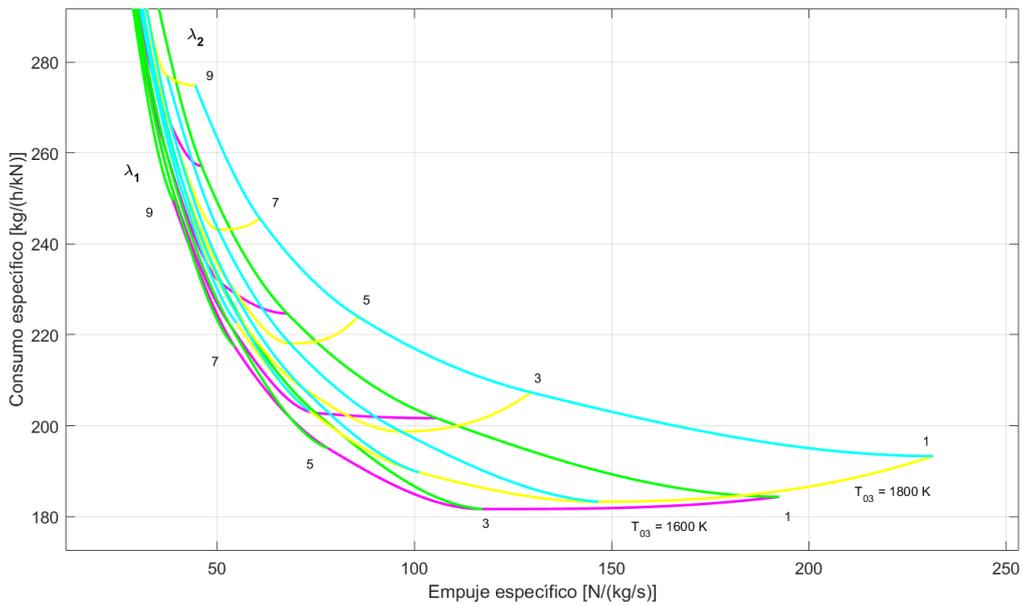
En el último punto de diseño, altura 26000 m y número de Mach 2, la evolución que siguen los mapas es la misma que para el sexto punto de diseño pero alcanzando más el extremo.

El mapa se estrecha más, ya que la influencia de la  $\pi_{FF}$  es todavía menor, y el óptimo de  $\pi_c$  para el mínimo consumo sigue disminuyendo, llegando a ser el mínimo valor admisible de relación de compresión para la temperatura mínima.



**Figura 6.39** Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$  ( $\lambda_1 = 3$  y  $\lambda_2 = 0,5$ ).

El mapa de las relaciones de derivación se comporta de la misma manera. El mapa de la izquierda está un poco más deformado que en el punto anterior, viéndose una brusca subida de consumo para valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  elevados. Esto se debe a que para este punto de diseño la mínima temperatura admisible es menor que para el anterior, llegando, por tanto, antes al límite.



**Figura 6.40** Mapa TSFC-Ee en función de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  ( $\pi_c = 5$  y  $\pi_{FF} = 1,3$ ).

#### 6.2.14 Desplazamiento de los mapas con respecto a los puntos de diseño

Al igual que ocurría con el modo de funcionamiento *M1* y como se ha ido comentando a lo largo de la explicación de la ley funcional del modo que nos ocupa, los mapas de empuje específico frente a consumo específico, se van desplazando hacia la izquierda y hacia arriba a medida que van aumentando la altura y el número de Mach.

Este desplazamiento puede verse claramente en la gráfica de la Figura 6.41. Aquí se encuentran representados los mapas variando la relación de compresión del compresor y la temperatura máxima de turbina, los límites de estas variables se han fijado en los límites del último punto de diseño, temperatura 1500 K - 1800 K y relación de compresión 5 - 20, por ser el más restrictivo. Como excepción, en el punto de diseño de despegue, la relación de compresión no llega a 5 por imposibilidad.

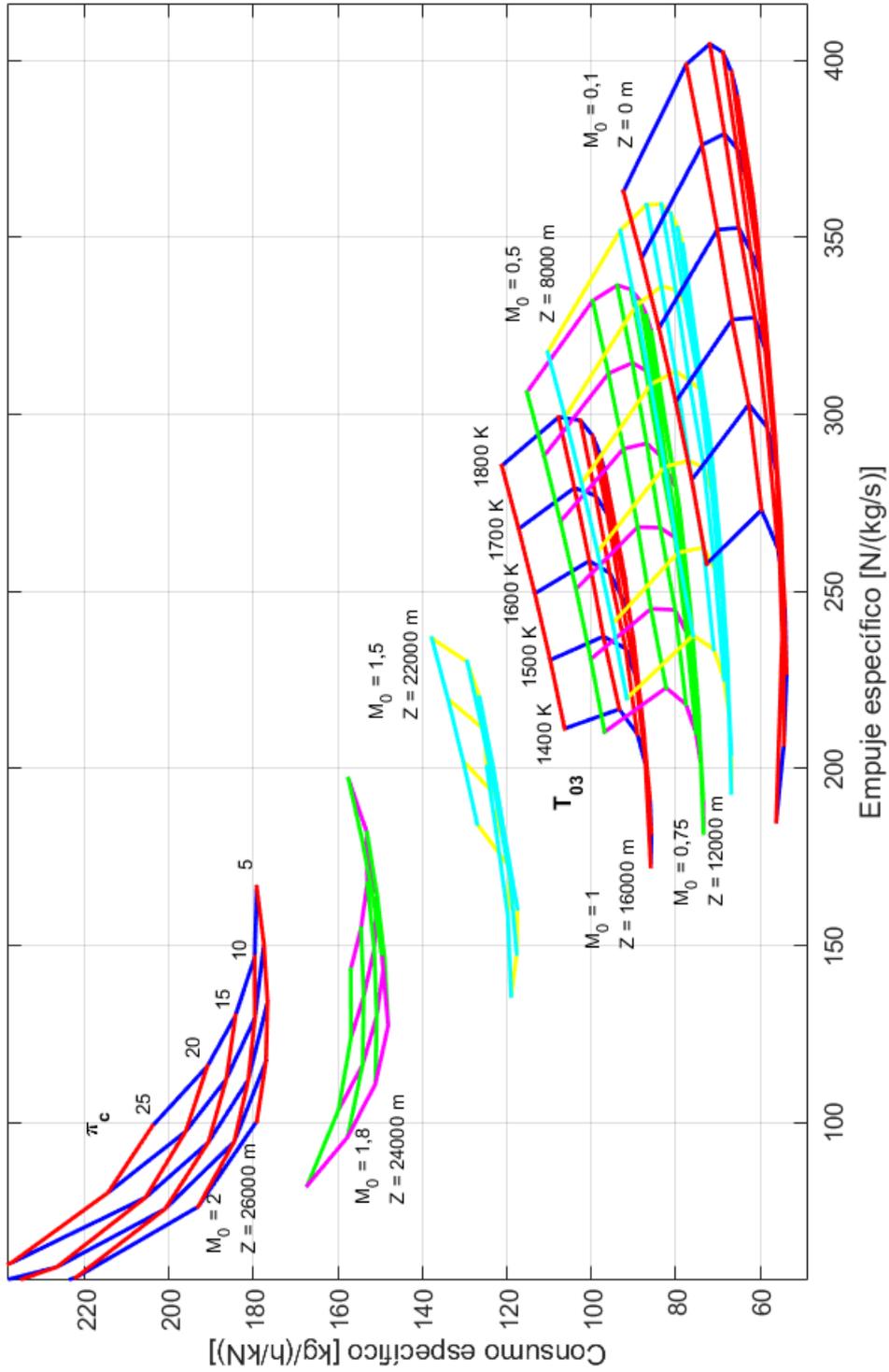


Figura 6.41 Mapa TSFC-Ee en función de  $\pi_c$  y  $T_{03}$  para los distintos puntos de diseño en el modo M13.

# 7 Metodología de optimización y análisis de sensibilidad

---

En este capítulo vamos a explicar la metodología que se ha llevado a cabo para la optimización. Se han buscado los puntos de máximo empuje y de mínimo consumo en cada punto de diseño.

Después de realizar el estudio de optimización, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad en torno a los puntos obtenidos. En este capítulo se explica la metodología de dicho análisis y en el Capítulo 8, junto con los resultados de optimización, se muestran las gráficas de sensibilidad.

## 7.1 Metodología de optimización

El procedimiento realizado para la obtención de cada óptimo ha sido diferente, ya que no se podían utilizar los mismo métodos para el cálculo del óptimo de empuje y del óptimo de consumo. También se diferencia la metodología para cada modo de funcionamiento, como era de esperar debido que la cantidad de parámetros es diferente en un modo y en otro.

Por otra parte, cada método es válido para todos los puntos de diseño, exceptuando el caso de la optimización del consumo para el modo de funcionamiento *M13*. Éste tiene un comportamiento claramente diferente en condiciones de vuelo subsónicas y en condiciones de vuelo supersónicas. Por tanto, se utiliza una metodología para la optimización de los cuatro primeros puntos, hasta las condiciones de vuelo a la velocidad del sonido, y otro método para la optimización en las últimas tres condiciones de vuelo.

Las herramientas que se han utilizado para la optimización han sido, a parte de los mapas de consumo específico frente al empuje específico, el comando *rstool* de MATLAB y diversas gráficas en dos y tres dimensiones variando algunas variables de forma paramétrica.

La herramienta *rstool* funciona de la siguiente manera. Tenemos una función que depende de  $n$  variables y una serie de conjuntos de valores para los cuales conocemos el valor de la función. Introduciendo algunos de estos valores mediante dos vectores o matrices, uno de ellos con los valores de las variables y otro con el valor de la función, *rstool* genera una hipersuperficie de  $n$  dimensiones y nos muestra gráficas en dos dimensiones de las dependencias de la función con cada variable, como se puede ver en la Figura 7.1.

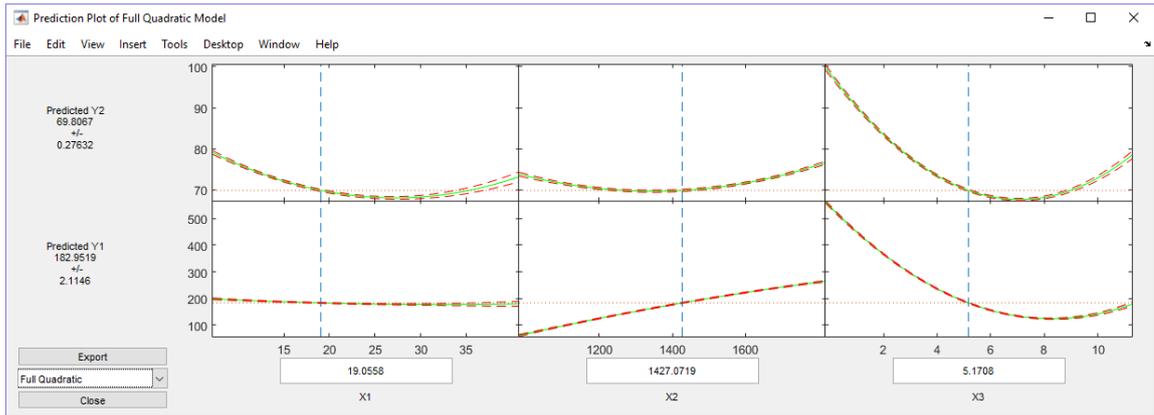


Figura 7.1 Pantalla del rStool del  $MI$  en el tercer punto de diseño ( $M = 0,75$ ,  $Z = 12000$  m).

Las líneas verdes que se observan representan el valor de la función y las líneas rojas el margen de error en cada punto. Abajo puede verse el valor de cada variable y en la parte izquierda el valor de la función, o funciones, con su margen de error en ese punto concreto. A pesar de esto, una vez obtenida la interpolación del *rStool* se deben utilizar el resto de puntos que teníamos y los cuales no hemos introducido inicialmente en la herramienta, para asegurarnos de la exactitud de esta aproximación.

Esta herramienta tiene cuatro modos diferentes para interpolar la función, lineal, cuadrática, con interacción entre las variables y cuadrática con interacción. Para generar nuestras hipersuperficies hemos utilizado esta última ya que es la que nos ha proporcionado una aproximación más exacta.

### 7.1.1 Modo $MI$

#### Optimización del empuje

Para obtener el punto de máximo empuje en el modo de funcionamiento  $MI$  se ha utilizado tanto la herramienta de MATLAB *rStool* como una gráfica en dos dimensiones.

Como se vio en el Capítulo 6, la dependencia del empuje con la temperatura es monótona decreciente, y con la relación de derivación monótona creciente. Debido a esto el máximo de empuje se alcanzará para el valor máximo de temperatura y para el valor mínimo de relación de derivación. Para su comprobación se ha utilizado *rStool*, de manera que podamos ver que esto se cumple para todos los valores de relación de compresión.

Inicialmente se ha calculado la nube de puntos necesaria para introducir como entrada en el comando *rStool*. Se han tomado una serie de valores para las variables,  $\pi_c$ ,  $T_{03}$  y  $\lambda_1$ , repartidos por todo el rango posible de actuación y se ha resuelto el ciclo para cada conjunto de ellos, calculando así el empuje y el consumo específicos en cada punto.

Generando dos vectores con la mayoría de los puntos calculados,  $x = [\pi_c, T_{03}, \lambda_1]$ ,  $y = [Ee, TSFC]$ , obtenemos nuestra hipersuperficie con *rStool*. Finalmente, con el resto de puntos obtenidos, comprobamos que el error de esta aproximación entra dentro de los límites aceptables.

Como podemos ver en la pantalla, Figura 7.1, el máximo empuje, variable  $Y1$ , se da, como ya sabíamos, para la temperatura máxima,  $T_{03} = 1800$  K y para la relación de derivación mínima, que la hemos definido como  $\lambda_1 = 0,1$ .

Una vez calculadas dos de las variables, sólo nos queda por obtener el valor de la relación de compresión. Para ello, se han fijado los valores de  $T_{03}$  y  $\lambda_1$  en sus óptimos y se ha realizado una gráfica del empuje específico frente a la relación de compresión.

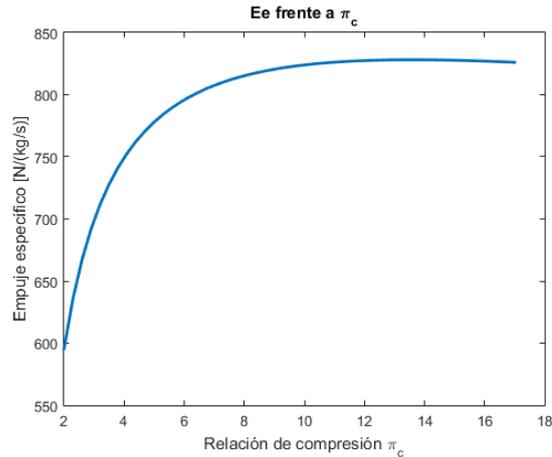


Figura 7.2 Empuje específico frente a  $\pi_c$ .

Para obtener el valor de  $\pi_c$  se ha utilizado el comando *max* de MATLAB para ver exactamente el máximo del empuje específico. Así se observa que existe un máximo absoluto en ese intervalo, siendo el valor correspondiente a la relación de compresión, el valor óptimo de ésta. En el caso que se presenta en la Figura 7.2, tercer punto de diseño, éste se encuentra en el punto  $\pi_c = 13,6$  y  $Ee = 836,8167$  N/(kg/s), aunque los resultados de la optimización se explicarán ampliamente en el Capítulo 8.

### Optimización del consumo

Para la optimización del consumo no hemos podido utilizar la herramienta *rstool* porque no se veía un comportamiento claro con ninguna variable ya que la dependencia de la función con una variable en concreto cambiaba considerablemente al cambiar el valor de uno de los otros parámetros. Como se puede ver en la ley funcional del consumo.

Se ha optado, entonces, por la realización de gráficas en tres dimensiones, representando el consumo específico en el eje z, dos variables en los ejes x e y, y superponiendo superficies en las cuales se varía paramétricamente la tercera variable.

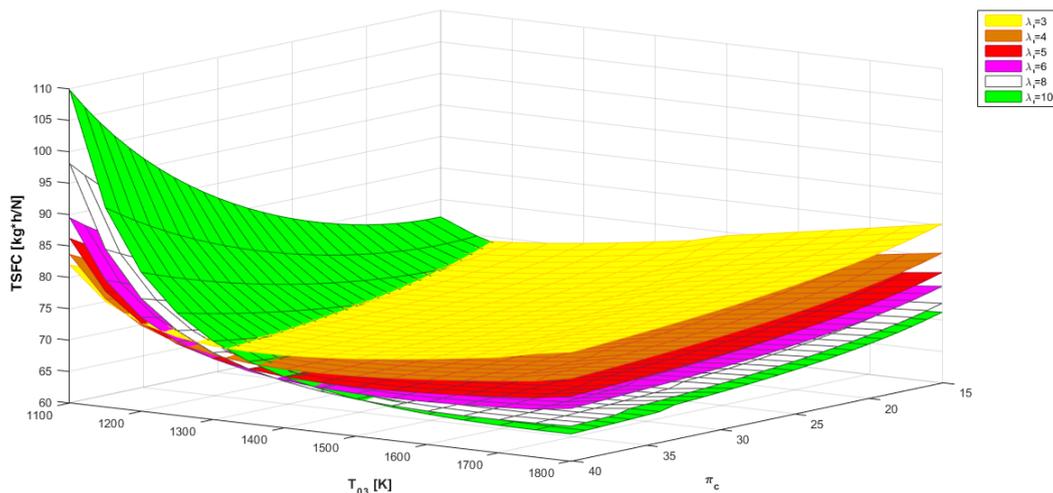


Figura 7.3 Consumo específico frente a  $T_{03}$  y  $\pi_c$ .

Inicialmente se realizaron los tres tipos de gráficas pero viendo que la claridad de las tres era similar se optó por utilizar como parámetro la relación de derivación, obteniendo gráficas como la de la Figura 7.3, ésta en concreto representa el consumo en el punto de diseño  $M = 0,75$ ,  $Z = 12000$  m.

### 7.1.2 Modo M13

#### Optimización del empuje

La optimización en este caso es similar a la del empuje en el modo de funcionamiento  $M1$ , salvando las diferencias debidas al incremento de dos variables.

Al igual que en el modo anterior, de la ley funcional se deduce que el máximo empuje se alcanza para la máxima temperatura y las mínimas relaciones de derivación.

Se calcula la nube de puntos para poder introducirla en la herramienta *rstool* y calcular la hipersuperficie. Una vez comprobada la exactitud de la misma con los puntos que hemos calculado y no se han empleado en la interpolación, observamos las gráficas de dependencia que este nos proporciona, Figura 7.4.

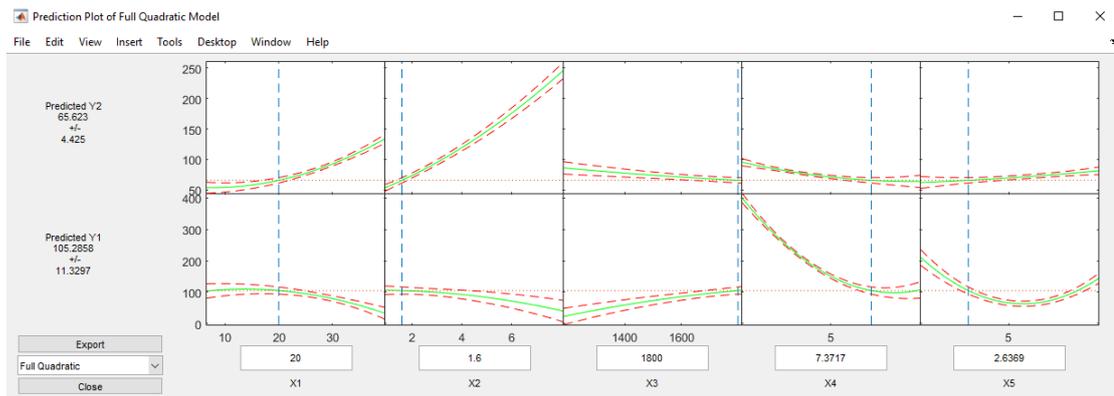


Figura 7.4 Pantalla del *rstool* del  $M13$  en el tercer punto de diseño.

Podemos observar el mismo comportamiento que ya se mencionó en la ley funcional, el máximo empuje se obtiene con el máximo valor de la temperatura,  $T_{03} = 1800$  K, y con los valores mínimos de las relaciones de derivación, que en este caso son dos,  $\lambda_1 = 0,1$  y  $\lambda_2 = 0,1$ .

Teniendo ésto, nos falta calcular las relaciones de compresión, que en este modo también son dos, la relación de compresión del fan,  $\pi_{FF}$  y la relación de compresión del conjunto de compresión interno,  $\pi_c$ .

Para obtener el valor de estas dos últimas variables se ha decidido realizar una gráfica en tres dimensiones en la cual se representa el empuje específico en el eje z, y cada relación de compresión en cada uno de los dos ejes restantes.

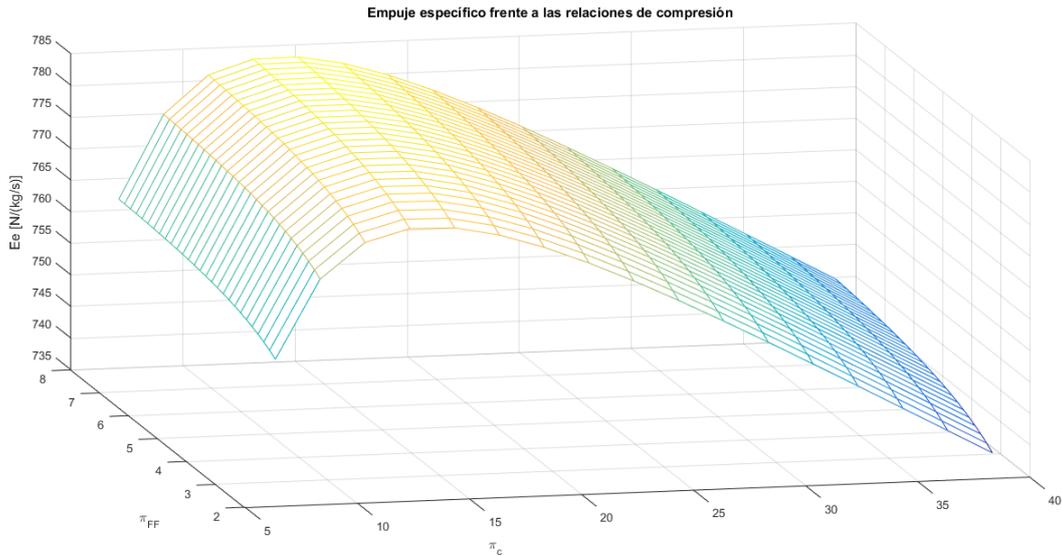


Figura 7.5 Empuje específico frente a  $\pi_c$  y  $\pi_{FF}$ .

Nuevamente, con el comando *max* obtenemos el valor máximo del empuje y, situándolo en la gráfica de la Figura 7.5, los valores de las relaciones de compresión para los que éste se alcanza.

Además, debido al número de variables que se manejan en este modo de funcionamiento, una vez obtenidos los valores de las relaciones de compresión, se ha decidido verificar mediante un mapa los valores de la temperatura y de las relaciones de derivación calculadas mediante la herramienta *rstool*.

Así, dibujando los mapas de consumo específico frente a empuje específico, variando las relaciones de derivación y de forma paramétrica la temperatura, Figura 7.6, verificamos lo obtenido anteriormente. El máximo empuje se consigue con el máximo valor de temperatura máxima de turbina y el mínimo de las relaciones de derivación.

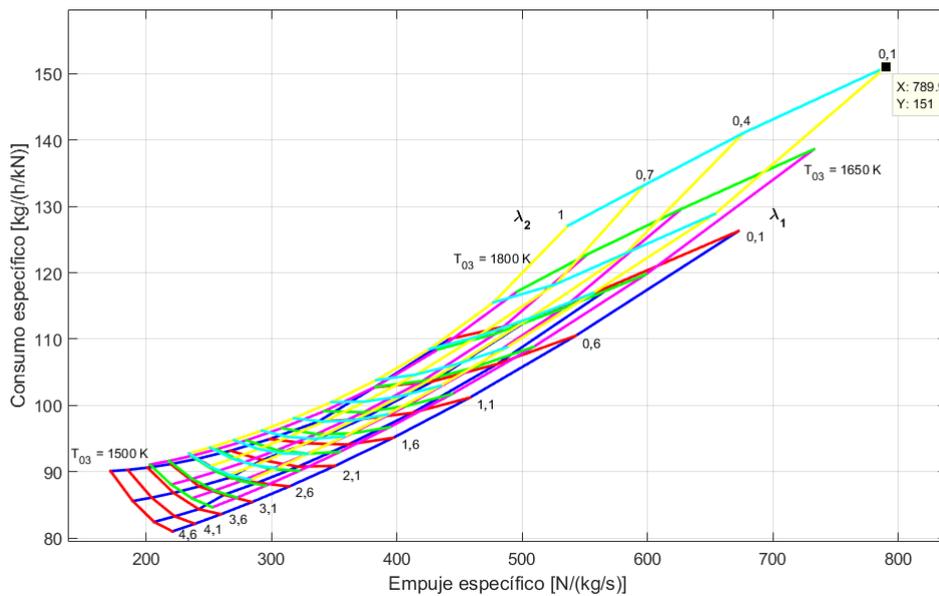


Figura 7.6 Mapa TSFC - Ee en función de las relaciones de compresión.

### Optimización del consumo

Como en el resto de los casos, se comenzó sacando conclusiones de las leyes funcionales y de las gráficas que nos muestra *rstoool*. Sin embargo, no se pudo deducir nada general para todas las condiciones de vuelo.

En las leyes funcionales se aprecia un cambio de comportamiento más brusco al pasar de régimen subsónico a régimen supersónico. Por lo tanto, se decidió buscar similitudes entre los primeros puntos de diseño por una parte y los últimos por otra, llegando a dos metodologías diferentes de optimización.

De los mapas de optimización, y de las gráficas que nos proporciona el comando *rstoool* podemos deducir varios comportamientos.

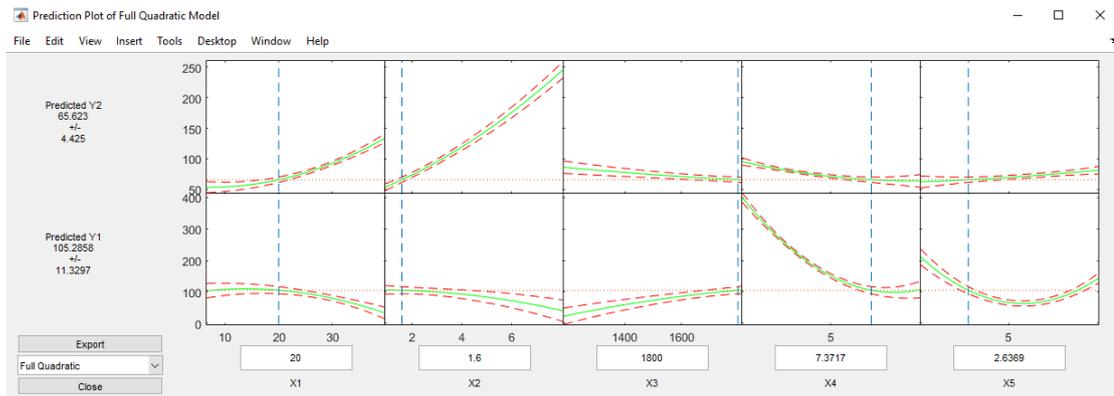


Figura 7.7 Pantalla del *rstoool* del *M13* en el tercer punto de diseño.

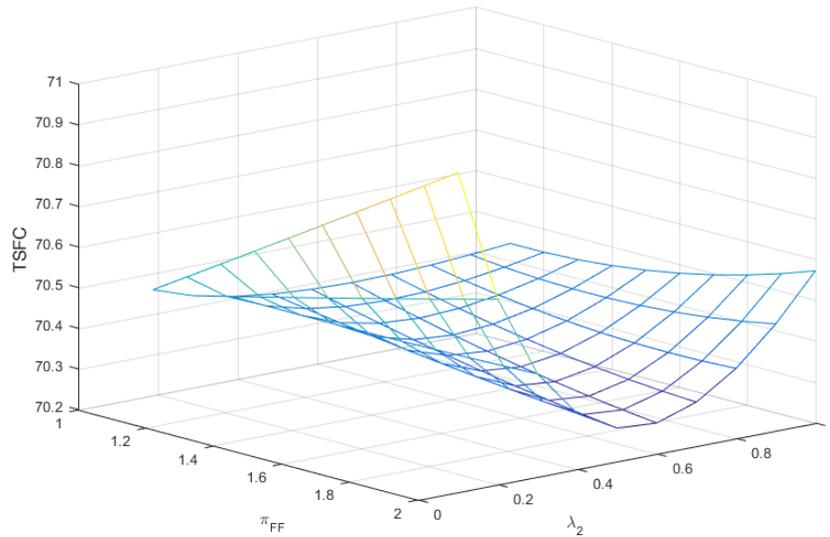
En este caso el comando *rstoool* no nos ofrece mucha exactitud y varía bastante el comportamiento con respecto a una variable si modificamos el valor de los demás parámetros. Por lo que sólo nos sirve de orientación y de apoyo para las deducciones de los mapas.

De las leyes funcionales podemos deducir que la relación de derivación del primer bypass debe ser máxima para que el consumo sea mínimo, esto también podemos verlo en la cuarta gráfica de la Figura 7.7.

Del resto de parámetros no se ha podido deducir a priori su valor exacto, sin embargo, a partir de las leyes funcionales se pueden acotar los intervalos donde se encuentra el mínimo. Así, podemos apreciar que para alcanzar el mínimo consumo la relación de compresión del compresor debe tener un valor alto, al igual que la temperatura, sin embargo, la relación de compresión del fan tiene un valor intermedio que ronda entre 1,1 y 2.

Examinando los mapas de optimización para la relación de derivación del segundo bypass, se aprecia que, en general, el mínimo se alcanza para un valor pequeño de este parámetro, cambiando este comportamiento únicamente en el despegue.

Así bien, se ha fijado la primera relación de derivación en 10 y otras dos de las variables en valores cercanos al que debería ser su óptimo. Inicialmente, se fijó la relación de compresión del compresor en 40 y la temperatura en 1700 K, y se realizó una gráfica en 3 dimensiones representando en el eje z el consumo y en los otros dos ejes la relación de compresión del compresor y la segunda relación de derivación variando en torno a los valores próximos al óptimo, como se ve en la Figura 7.8.

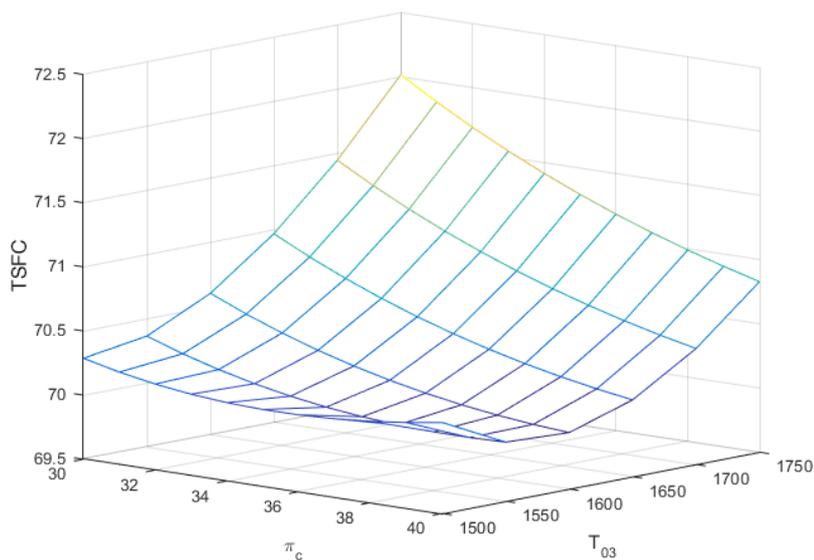


**Figura 7.8** Consumo específico frente a  $\pi_{FF}$  y  $\lambda_2$ .

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Una vez hecho esto, con el comando *min*, se obtiene el valor mínimo del consumo y en la gráfica vemos a qué valores de relación de compresión del fan y de la segunda relación de derivación corresponde.

Ahora fijamos estos dos parámetros en los valores obtenidos anteriormente, y realizamos otra gráfica de este tipo, esta vez variando la temperatura y la relación de compresión del compresor, Figura 7.9.



**Figura 7.9** Consumo específico frente a  $\pi_c$  y  $T_{03}$ .

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

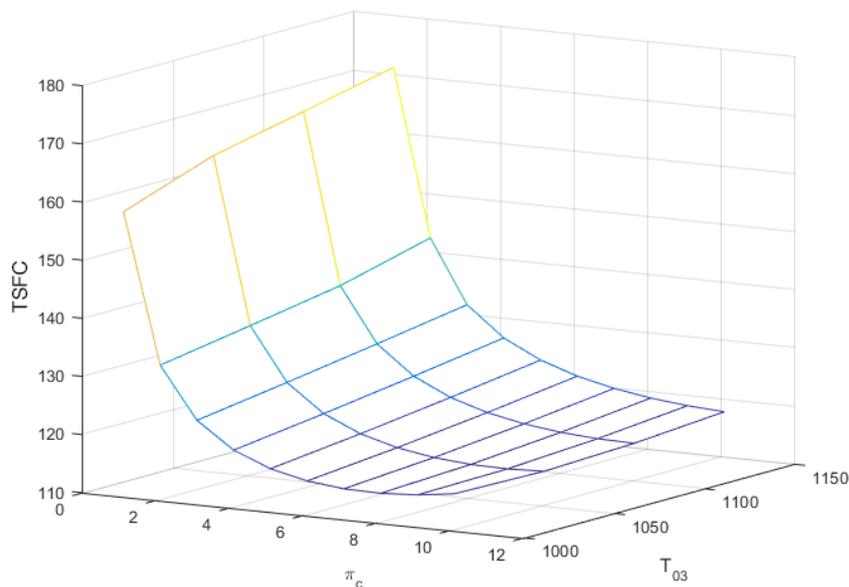
De esta manera iteramos ambos procesos hasta converger llegando al valor óptimo de consumo.

Para los puntos en condiciones de vuelo supersónicas el proceso es similar, exceptuando que ahora no podemos fijar la primera relación de derivación en su valor máximo, ya que como vemos en los mapas de optimización, para el régimen supersónico estos han girado y el mínimo consumo se encuentra para una valor intermedio de esta variable. Sin embargo, ahora es la segunda relación de derivación la que puede fijarse en uno de sus extremos. Como vimos en las leyes funcionales para el régimen supersónico el consumo pasa a tener una dependencia monótona creciente con las segunda relación de derivación, alcanzando el mínimo valor de consumo para el mínimo valor de relación de derivación del segundo bypass, 0,1.

Los intervalos del resto de variables también cambian al cambiar de régimen. Así, la primera relación de derivación pasa de tener su óptimo en su valor máximo a alcanzarlo en un valor intermedio, en un intervalo entre 0,1 y 3, aproximadamente. El valor de la temperatura también desciende drásticamente, utilizamos un intervalo entre 1000 y 1150 K. Y la relación de compresión del compresor también desciende por debajo de 10.

La relación de compresión del fan es la única que se mantiene en el intervalo fijado previamente, aunque después se verá en los resultados que para estos puntos su óptimo es algo más elevado que para los anteriores, pero todos dentro del intervalo [1,1, 2].

Así, comenzamos fijando  $\pi_{FF} = 1,6$  y  $\lambda_1 = 1$  y realizamos la primera gráfica variando  $\pi_c$  y  $T_{03}$ , Figura 7.10.



**Figura 7.10** Consumo específico frente a  $\pi_c$  y  $T_{03}$ .

De la misma manera que antes, obtenemos los valores de la temperatura y la relación de compresión que optimizan el consumo, los fijamos y realizamos la siguiente gráfica variando la primera relación de derivación y la relación de compresión del fan, Figura 7.11. Iteramos hasta alcanzar el valor óptimo de las cuatro variables y, así, el valor mínimo del consumo.

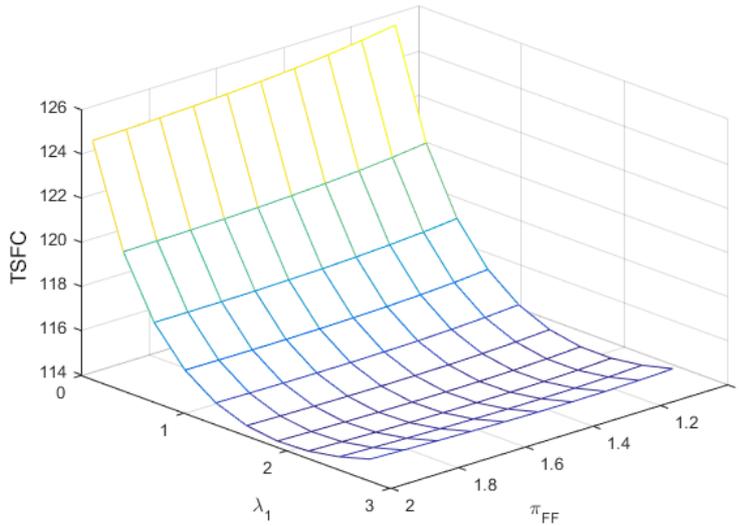


Figura 7.11 Consumo específico frente a  $\pi_c$  y  $T_{03}$ .

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

## 7.2 Análisis de sensibilidad

Una vez realizada la optimización del empuje y el consumo específicos en todos los puntos de diseño, se ha realizado un análisis de sensibilidad para visualizar la relevancia de las variaciones de los diferentes parámetros en los puntos óptimos.

Para ello, se ha representado gráficamente la derivada del empuje o el consumo en el punto óptimo, en función de una de las variables, manteniendo el resto de parámetros constantes.

La representación se ha realizado adimensionalizando los valores, de esta manera, en el eje de ordenadas aparece el valor de la coordenada en tanto por 1 y en el eje de abscisas el valor de la derivada adimensionalizada con el empuje o el consumo y el valor de la variable en el punto óptimo.

Por ejemplo, para analizar la sensibilidad del empuje en función de la relación de compresión del compresor en el punto de máximo empuje, representaríamos en el eje de abscisas el valor calculado mediante la Ecuación 7.1 y en el eje de ordenadas la adimensionalización de la relación de compresión,  $\frac{\pi_c}{\pi_c^{opt}}$ .

$$y = \left. \frac{\partial E_e}{\partial \pi_c} \right|_{opt} \cdot \frac{\pi_c^{opt}}{E_e^{opt}} \quad (7.1)$$

Los resultados de este análisis se muestran en el Capítulo 8, tras presentar los valores óptimos de los parámetros.



# 8 Resultados

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos de la optimización. Se definen los puntos de máximo empuje y mínimo consumo para cada uno de los puntos de diseño definidos.

Para completar el estudio de optimización sería necesario conocer la misión de la aeronave que propulsa este motor. Dependiendo de ésta, si es una avión comercial que recorre grandes distancias, donde el tramo más importante es el crucero, o un avión que recorre distancias cortas, donde tienen más importancia la subida y el descenso, se elegirían las condiciones de vuelo donde se va a diseñar y se tomaría una solución de compromiso entre el máximo empuje y el mínimo consumo.

Para seleccionar nuestro punto de diseño, vamos a suponer una aeronave comercial y a partir de ahí elegiremos los valores óptimos de los parámetros.

## 8.1 Resultados del modo *M1*

### 8.1.1 Punto de máximo empuje

Pto. de diseño	Altura	Número de Mach	$\pi_c$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	Empuje [N/(kg/s)]	Consumo [kg/(h·kN)]
Primero	0	0,1	14,4	1800	0,1	906,58	130,42
Segundo	8000	0,5	15,4	1800	0,1	867,81	144,68
Tercero	12000	0,75	13,6	1800	0,1	836,82	154,19
Cuarto	16000	1	10,2	1800	0,1	780,37	166,39
Quinto	22000	1,5	5	1800	0,1	677,34	194,47
Sexto	24000	1,8	3	1800	0,1	620,07	215,07
Séptimo	26000	2	2,1	1800	0,1	583,19	230,65

**Tabla 8.1** Puntos óptimos de empuje específico en el modo *M1*.

Como vemos en los resultados de la Tabla 8.1, el empuje máximo va disminuyendo con la altitud y la velocidad. Consistente con lo que ya se apreciaba en el Capítulo 6 del movimiento de los mapas hacia la izquierda al desplazarnos entre los diferentes puntos de diseño.

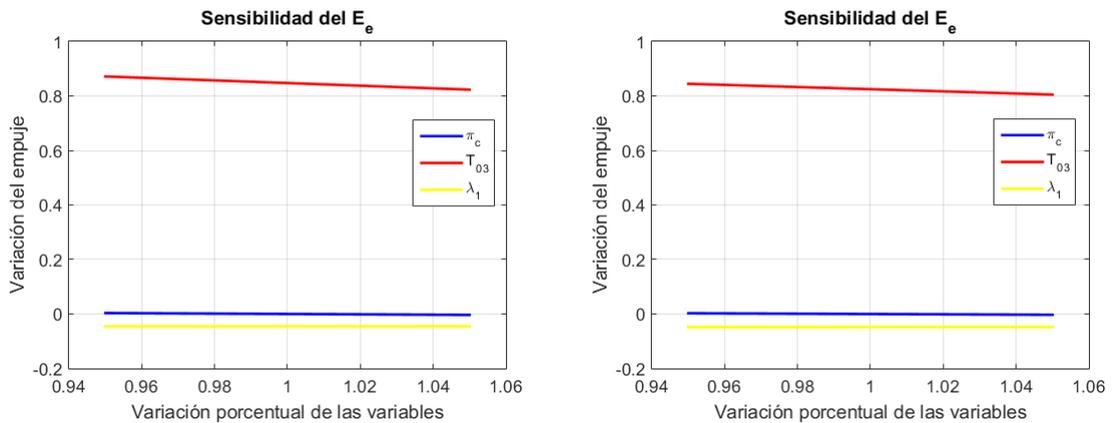
Como podemos observar, la temperatura máxima de turbina y la relación de derivación tienen un óptimo absoluto para todos los puntos de diseño. Ya se vio en la ley funcional que la dependencia del empuje con estas variables era monótona creciente y decreciente respectivamente. Así, el valor óptimo de la temperatura se corresponde con su valor máximo admisible, 1800 K, y el de la relación de derivación con el mínimo,  $\lambda_1 = 0,1$ .

Para la relación de compresión, sin embargo, el valor óptimo va variando con el punto de diseño. En concreto, aumenta al pasar de las condiciones de despegue a las condiciones del segundo punto de diseño y

después va disminuyendo para el resto de puntos.

Este resultado de la relación de compresión es coherente con lo que ya se apreciaba en los mapas del consumo específico frente al empuje específico, en los que uno de los parámetros que variaba era la relación de compresión. Como ya se explicó, estos “giraban” hacia arriba del despegue al segundo punto de diseño, aumentando la  $\pi_c$  óptima y posteriormente lo hacían hacia abajo disminuyéndola.

Una vez obtenidos los puntos óptimos de máximo empuje, con el análisis de sensibilidad se han elaborado las siguientes gráficas.

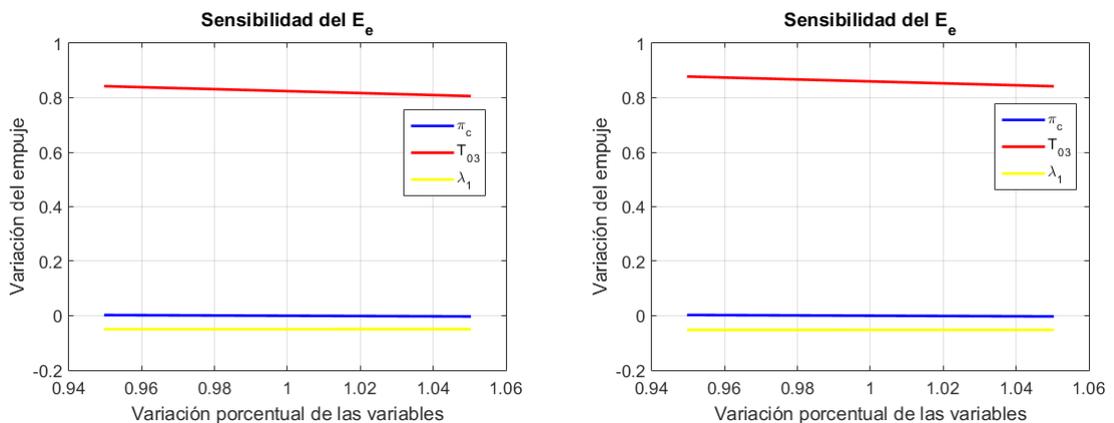


**Figura 8.1** Análisis de sensibilidad del Empuje en el primer punto de diseño.

**Figura 8.2** Análisis de sensibilidad del Empuje en el segundo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Como se observa en las gráficas de todos los puntos de diseño, la variable, respecto de la cual la derivada es mayor, es la temperatura. Por tanto, se deduce que el empuje es más sensible a los cambios de temperatura que a los cambios de los otros parámetros. Además están ligeramente inclinadas hacia abajo en la parte derecha, lo que indica que baja la sensibilidad para temperaturas mayores y sube para temperaturas inferiores, aunque esta inclinación es mínima en comparación con el valor nominal que alcanza.

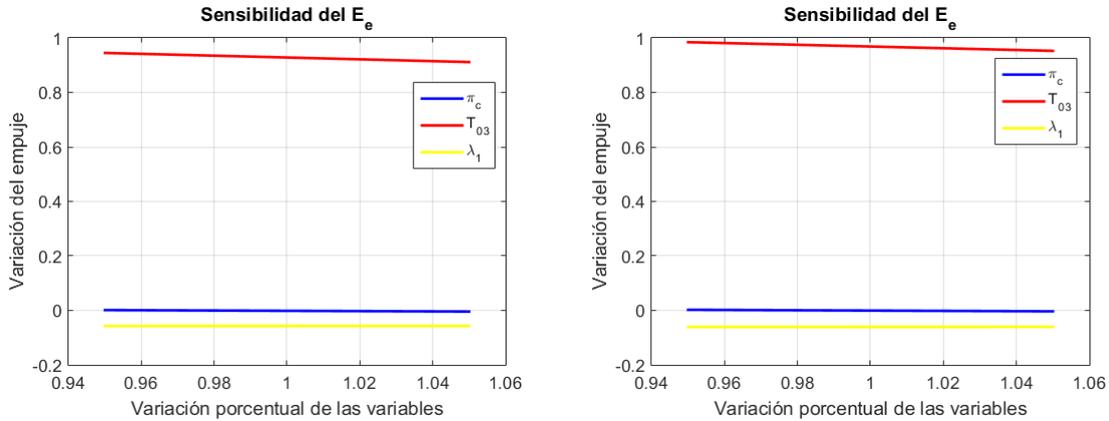


**Figura 8.3** Análisis de sensibilidad del Empuje en el tercer punto de diseño.

**Figura 8.4** Análisis de sensibilidad del Empuje en el cuarto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

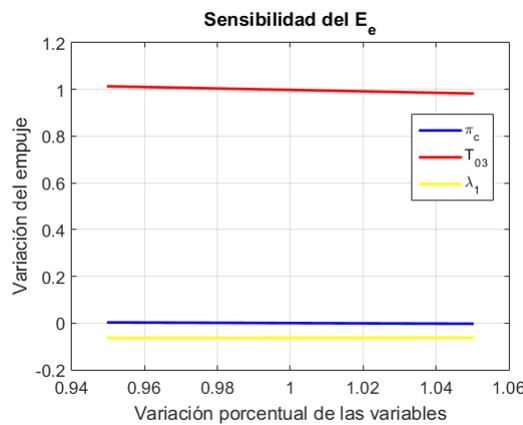
Por su parte, la relación de compresión, como el óptimo no se encuentra en un extremo era de esperar que la derivada fuera 0. Además, como puede verse en las gráficas, la inclinación de estas rectas, debido a las derivadas un 5% antes y después del óptimo, es mínima, lo que nos indica que la sensibilidad con respecto a esta variable es muy pequeña.



**Figura 8.5** Análisis de sensibilidad del Empuje en el quinto punto de diseño. **Figura 8.6** Análisis de sensibilidad del Empuje en el sexto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Finalmente, la derivada del empuje referente a la relación de derivación es negativa, ya que éste disminuye a medida que ésta aumenta. Tiene un valor bastante menor que la de la temperatura, siendo, por tanto, el empuje menos sensible a los cambios de esta variable. Sin embargo, es más sensible a las variaciones de la relación de derivación que a las variaciones de la relación de compresión.



**Figura 8.7** Análisis de sensibilidad del Empuje en el séptimo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Las diferencias en la sensibilidad de un punto de diseño a otro son mínimas. Se puede apreciar un poco la disminución de la sensibilidad con la temperatura en los primeros puntos de diseño y su aumento en los últimos. Sin embargo, estas variaciones son menores que 0,1, estando el valor nominal entre 0,8 y 1 en todos los puntos.

## 8.1.2 Punto de mínimo consumo

Pto. de diseño	Altura	Número de Mach	$\pi_c$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	Consumo [kg/(h·kN)]	Empuje [N/(kg/s)]
Primero	0	0,1	30	1500	10	45,15	149,71
Segundo	8000	0,5	40	1550	10	61,92	125,11
Tercero	12000	0,75	40	1600	10	69,99	121,66
Cuarto	16000	1	30	1550	9	82,59	107,09
Quinto	22000	1,5	8	1050	2	113,94	129,91
Sexto	24000	1,8	4	1000	0,9	138,68	166,39
Séptimo	26000	2	4	1000	0,3	157,21	192,33

**Tabla 8.2** Puntos óptimos de consumo específico en el modo *MI*.

Como podemos ver en los resultados de la optimización del consumo, tanto en la tabla de resultados como en el análisis de sensibilidad, tiene una dependencia más compleja que el empuje.

En los cuatro primeros puntos de diseño, en régimen subsónico y sónico, los valores óptimos de relación de compresión y relación de derivación son ambos muy elevados, llegando a alcanzar el máximo para ambos valores en los puntos de diseño dos y tres, y muy cercanos a este en los otros dos. Estos resultados son perfectamente coherentes con lo deducido previamente en la ley funcional. En ésta veíamos como la dependencia del consumo con estos dos parámetros, a temperaturas no muy bajas, era prácticamente monótona decreciente.

La temperatura en estos puntos se encuentra cercana a la máxima, pero no llega a alcanzar este valor, rondando entre los 1500 y los 1600 K.

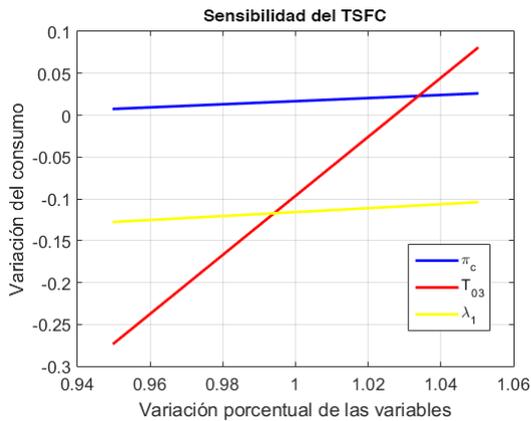
Cuando entramos en régimen supersónico los óptimos de la relación de compresión y de la relación de derivación comienzan a disminuir notablemente. Ambas variables disminuyen su valor en más del 70% al pasar del régimen sónico al régimen supersónico.

Con respecto a la temperatura también se produce un descenso importante cuando entramos en régimen supersónico. El óptimo en estos puntos es el mínimo admisible por el motor, 1000 K, para los dos últimos puntos de diseño, y muy próximo a este, 1050 K, para el quinto punto de diseño, Mach 1,5 y altitud 22000 m.

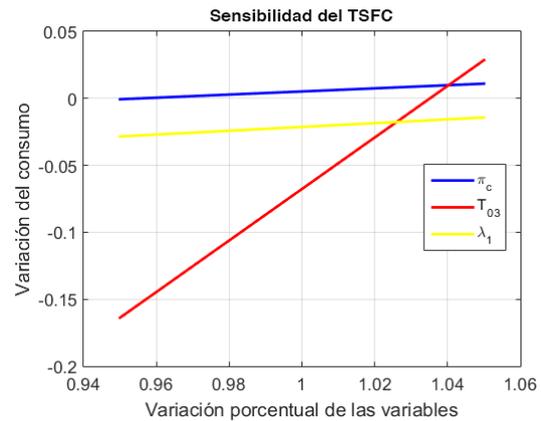
Con respecto a los valores mínimos de consumo, ocurre lo que ya esperábamos, es mayor a medida que ascendemos y aumentamos la velocidad.

Por su parte, el empuje para estos valores disminuye inicialmente hasta que alcanza la velocidad del sonido, y para los puntos de diseño a velocidades supersónicas, aumenta a medida que se aumenta la velocidad y la altura.

A continuación, podemos ver las gráficas del análisis de sensibilidad. Los valores nominales de éstas son mucho menores que los referentes al empuje, encontrándose todas las gráficas entorno a los valores -0,3 y 0,2.



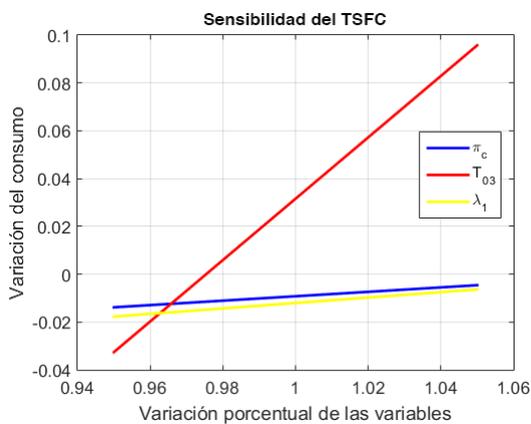
**Figura 8.8** Análisis de sensibilidad del consumo en el primer punto de diseño.



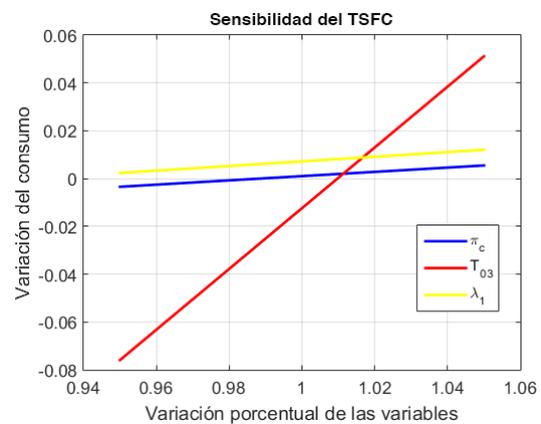
**Figura 8.9** Análisis de sensibilidad del consumo en el segundo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Con respecto a la temperatura el consumo es mucho menos sensible de lo que lo era el empuje. Podemos ver que las líneas de dependencia con la temperatura tienen una gran inclinación, lo que indicaría que la dependencia un 5% antes y un 5% después del valor óptimo varía considerablemente. Sin embargo, no llega a los valores de dependencia tan elevados que presentaba el empuje. Así, por ejemplo, en el primer punto de diseño, este valor sólo alcanza -0,27 y 0,07.



**Figura 8.10** Análisis de sensibilidad del consumo en el tercer punto de diseño.

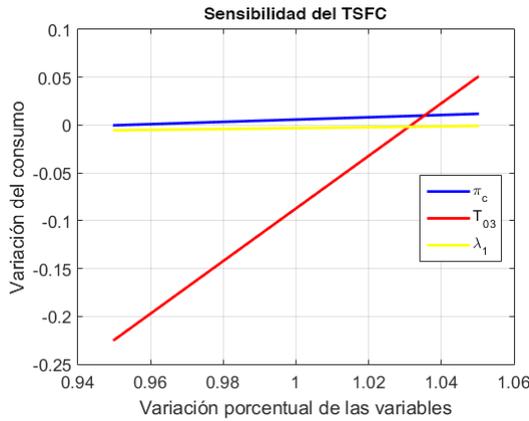


**Figura 8.11** Análisis de sensibilidad del consumo en el cuarto punto de diseño.

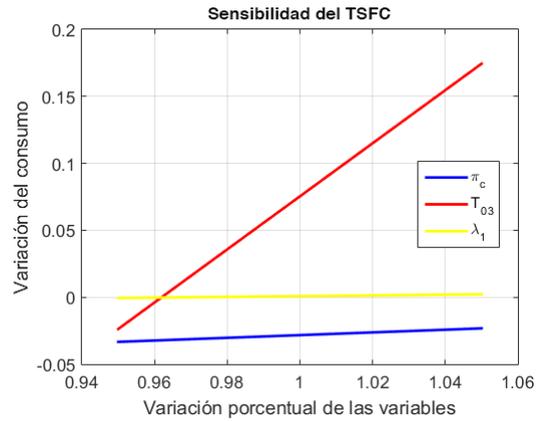
*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

La sensibilidad con la temperatura tiene el mismo comportamiento en todos los puntos de diseño, variando ligeramente la inclinación y el rango de valores. Pero siempre se encuentra dentro del intervalo [-0,27, 0,18] y con una variación máxima de 0,35 entre el valor máximo y el mínimo, que se da en el primer punto de diseño.

Por su parte, las líneas correspondientes a la relación de compresión y a la relación de derivación tienen mucha menos inclinación que las de la temperatura. Esto quiere decir que la sensibilidad con respecto a estas variables es similar en el rango de -5% y +5% que hemos tomado.



**Figura 8.12** Análisis de sensibilidad del consumo en el quinto punto de diseño.

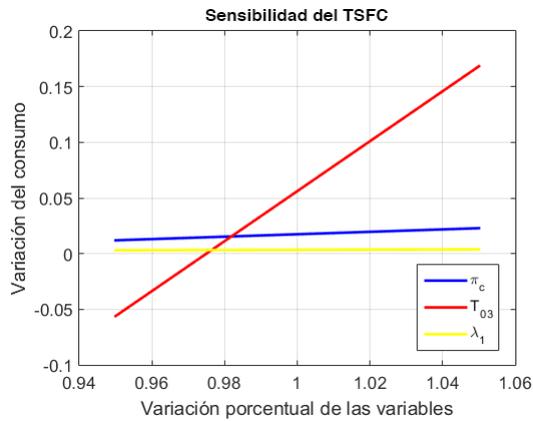


**Figura 8.13** Análisis de sensibilidad del consumo en el sexto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Con respecto a la relación de compresión, el consumo es muy poco sensible, siendo el mayor valor alcanzado el del sexto punto de diseño que toma el valor -0,04. Comparado con el rango de -1, 1 con el que trabajamos, debido a la adimensionalización, este valor es muy pequeño.

Referente a la relación de derivación presenta una sensibilidad similar. Cabe destacar la sensibilidad con respecto a esta variable en condiciones de despegue que alcanza valores entre -0,1 y -0,13, pero en el resto de condiciones de vuelo esta sensibilidad es muy cercana a 0.



**Figura 8.14** Análisis de sensibilidad del consumo en el séptimo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

## 8.2 Resultados del modo *M13*

### 8.2.1 Punto de máximo empuje

Pto. de diseño	Altura	Número de Mach	$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Empuje [N/(kg/s)]	Consumo [kg/(h·kN)]
Primero	0	0,1	14,8	[3:8]	1800	0,1	0,1	[859,54 863,58]	[127,10 126,52]
Segundo	8000	0,5	15,8	[6:8]	1800	0,1	0,1	[821,24 822,26]	[141,40 141,23]
Tercero	12000	0,75	14,05	[6:8]	1800	0,1	0,1	[789,60 783,70]	[151,13 150,92]
Cuarto	16000	1	10,6	[6:8]	1800	0,1	0,1	[733,91 734,78]	[163,43 163,24]
Quinto	22000	1,5	5,2	[3:8]	1800	0,1	0,1	[630,66 633,54]	[192,96 192,10]
Sexto	24000	1,8	3,2	[3:8]	1800	0,1	0,1	[575,05 577,20]	[213,70 212,92]
Séptimo	26000	2	2,7	[3:8]	1800	0,1	0,1	[537,70 539,74]	[225,82 224,99]

**Tabla 8.3** Puntos óptimos de empuje específico en el modo *M13*.

Al igual que en el modo de funcionamiento *MI* y como se dedujo de la ley funcional, los valores óptimos para la temperatura y las relaciones de derivación son respectivamente, el valor máximo admisible y valor mínimo admisible,  $T_{03} = 1800$  K,  $\lambda_1 = 0,1$  y  $\lambda_2 = 0,1$ .

Con la relación de compresión ocurre lo mismo que en el modo de funcionamiento anterior. Al pasar del punto de diseño en condiciones de despegue al segundo punto de diseño, la relación de compresión aumenta, sin embargo, ascendiendo por el resto de puntos de diseño esta disminuye.

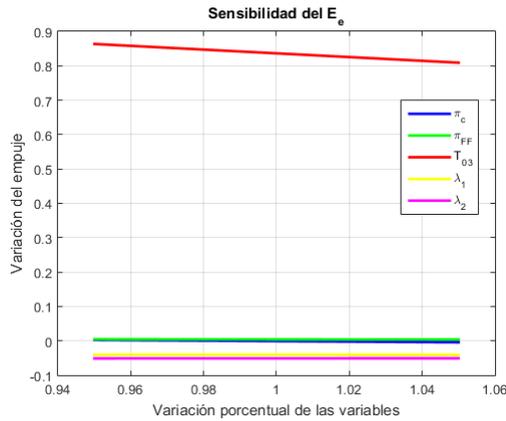
Es importante puntualizar que para la relación de compresión del fan, llegado un cierto valor, la variación que supone en el empuje es mínima. Por ejemplo, para el quinto punto de diseño, para la relación de compresión del fan moviéndose en un rango de 5, el empuje varía menos de 3 N/(kg/s), lo que supone menos de un 0,5%.

Esto puede verse claramente en los resultados del análisis de sensibilidad, donde todas las rectas referentes a la relación de compresión del fan se encuentran sobre la línea del 0.

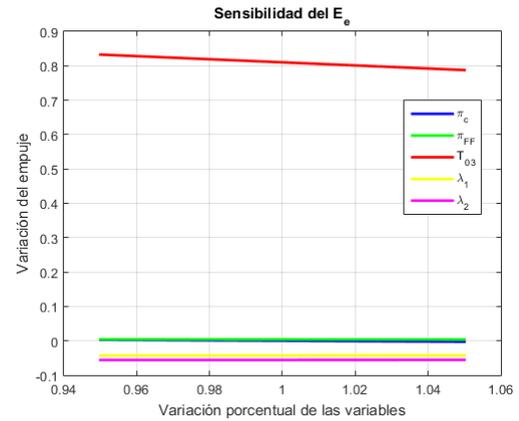
El máximo empuje va disminuyendo a medida que aumentamos la altitud y la velocidad, como ya se esperaba gracias al estudio de la variación de los mapas con el punto de diseño.

Por su parte, el consumo específico relativo a estos puntos también va aumentando según aumentamos la velocidad y la altitud.

En el análisis de sensibilidad volvemos a ver como el empuje es más sensible a la variación de la temperatura que a la variación del resto de parámetros. La derivada adimensionalizada del empuje con respecto a la temperatura alcanza un valor entorno a 0,8 y 1, mientras que las del resto de parámetros se mantienen entre -0,1 y 0.



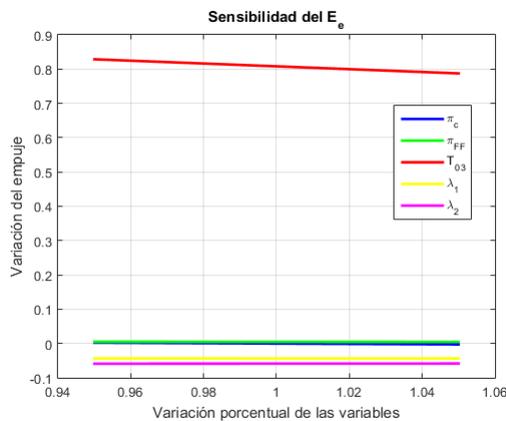
**Figura 8.15** Análisis de sensibilidad del Empuje en el primer punto de diseño.



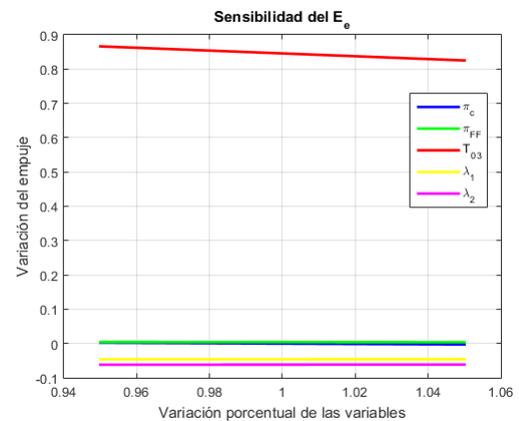
**Figura 8.16** Análisis de sensibilidad del Empuje en el segundo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Como vemos en todas las gráficas, la línea correspondiente a la relación de compresión del fan es 0, la sensibilidad con respecto a este parámetro es muy baja. Esto ya se vio en las gráficas que se realizaron para el cálculo del óptimo, y por eso aparece el rango de valores para la relación de compresión en la tabla de resultados.



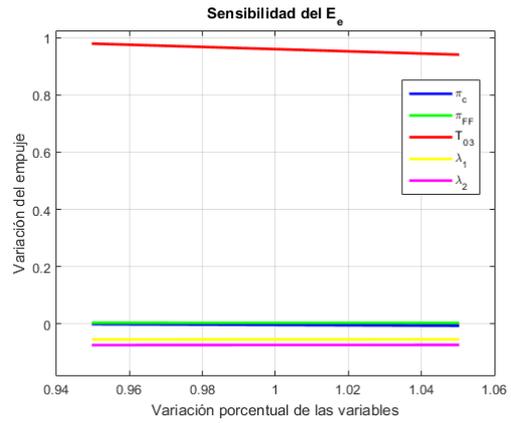
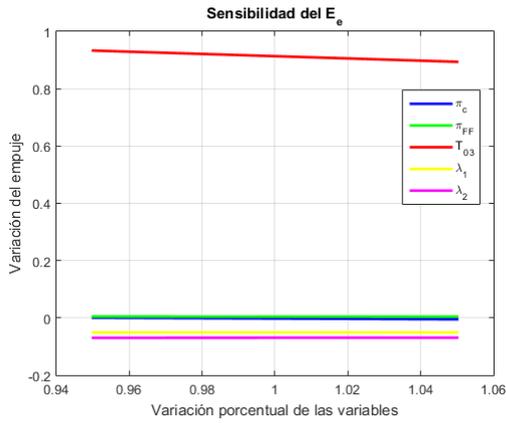
**Figura 8.17** Análisis de sensibilidad del Empuje en el tercer punto de diseño.



**Figura 8.18** Análisis de sensibilidad del Empuje en el cuarto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

La sensibilidad con respecto a la relación de compresión también es mínima, en la mayoría de los puntos de diseño también se encuentra en 0 con apenas ninguna inclinación. Es en el último punto de diseño donde se ve algo más sensible, la recta se desplaza ligeramente hacia abajo, pero un valor ínfimo con respecto a 1.

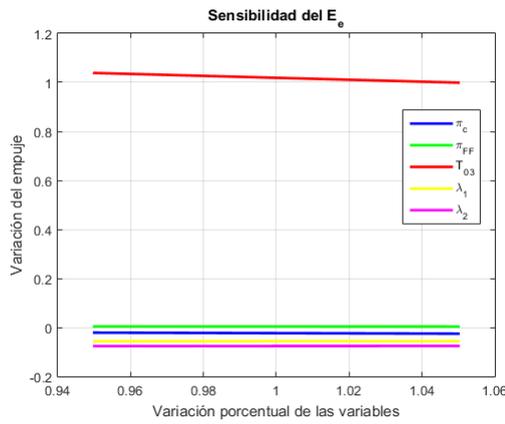


**Figura 8.19** Análisis de sensibilidad del Empuje en el quinto punto de diseño.

**Figura 8.20** Análisis de sensibilidad del Empuje en el sexto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Por último, con las relaciones de derivación ocurre algo similar que con las relaciones de compresión. La sensibilidad es un poco mayor que con respecto a estas últimas pero siempre entre el 0 y el -0,1.



**Figura 8.21** Análisis de sensibilidad del Empuje en el séptimo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

## 8.2.2 Punto de mínimo consumo

Pto. de diseño	Altura	Número de Mach	$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Consumo [kg/(h-kN)]	Empuje [N/(kg/s)]
Primero	0	0,1	39	1,2	1800	10	10	42,72	120,04
Segundo	8000	0,5	40	1,4	1600	10	1,7	61,71	117,70
Tercero	12000	0,75	40	1,5	1600	10	0,2	69,94	120,46
Cuarto	16000	1	34	1,5	1650	10	0,1	82,67	108,13
Quinto	22000	1,5	8	1,5	1050	2	0,1	114,12	125,56
Sexto	24000	1,8	4	1,7	1000	0,8	0,1	139,36	165,59
Séptimo	26000	2	4	1,9	1000	0,2	0,1	158,68	190,56

**Tabla 8.4** Puntos óptimos de consumo específico en el modo *M13*.

Como vemos en la tabla de resultados el óptimo de la temperatura para el mínimo consumo se comporta de forma similar al modo *MI*. En condiciones de vuelo subsónicas y sónicas tiene un valor elevado, ronda los 1600 K, alcanzando el valor máximo de temperatura en el despegue, 1800 K. Sin embargo, en régimen supersónico este descende, encontrando el óptimo prácticamente en el valor mínimo admisible para todas las condiciones de vuelo supersónicas.

Para los puntos de diseño de menor altitud y velocidad vemos como el valor óptimo de la primera relación de derivación es el valor máximo admisible. En los puntos de régimen supersónico esta relación disminuye drásticamente, alcanzando el valor óptimo de 0,2 para el séptimo punto de diseño, altura de 26000 m y número de Mach igual a 2.

Con la relación de compresión del compresor sucede similar. Exceptuando el despegue, para el cual el valor óptimo es un poco menor al máximo admisible, 39, para los puntos de diseño en régimen subsónico el valor óptimo de la relación de compresión del compresor es el valor máximo. A partir del quinto punto de diseño el valor óptimo de  $\pi_c$  comienza a disminuir.

Si recordamos, en el modo de funcionamiento *MI* sucedía lo mismo con el valor de estas dos variables.

Por otra parte, la relación de compresión del fan mantiene un valor bastante constante para todos los puntos de diseño, el rango de variación es de 1,2 a 1,9. Esta relación de compresión se comporta de forma inversa a la del compresor, va aumentando su valor óptimo conforme aumentamos la altitud y la velocidad de vuelo.

Por último, la segunda relación de derivación tiene su óptimo en el valor mínimo, para condiciones de vuelo supersónicas. Para condiciones de vuelo subsónicas su óptimo es un valor pequeño exceptuando el despegue, en el cual el óptimo de consumo se alcanza cuando esta variable alcanza su máximo valor.

Cabe destacar la igualdad de los parámetros óptimos para las condiciones de vuelo supersónicas en un modo y en otro. Esto se debe al valor tan pequeño de la segunda relación de derivación, que hace que el modo *M13* actúe prácticamente igual que el modo *M1*.

Al igual que en el modo de funcionamiento *MI*, exceptuando el despegue, en el resto de análisis de sensibilidad se muestra la poca sensibilidad que tiene el consumo entorno al punto óptimo.

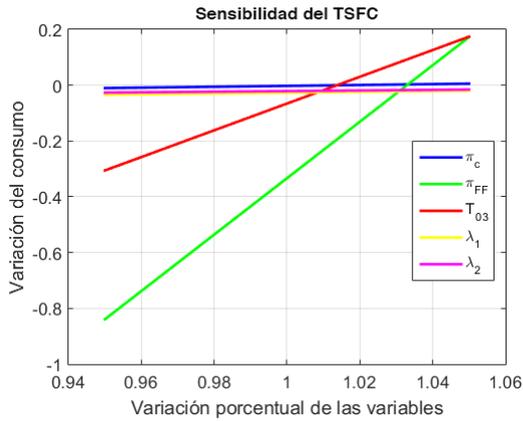


Figura 8.22 Análisis de sensibilidad del consumo en el primer punto de diseño.

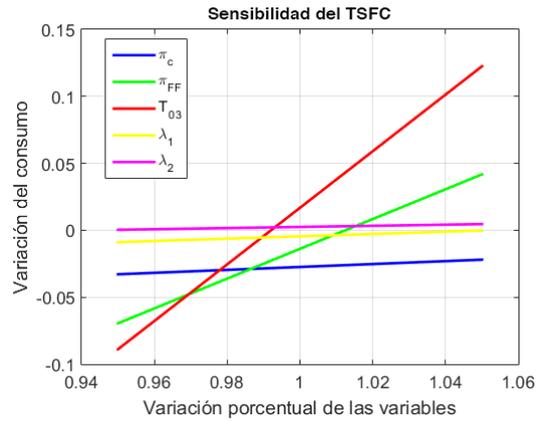


Figura 8.23 Análisis de sensibilidad del consumo en el segundo punto de diseño.

Nota: En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

La recta que representa la sensibilidad con respecto a la temperatura tiene pendiente positiva en todas las gráficas, sin embargo, los valores entorno a los que se mueve varían bastante de un punto de diseño a otro.

Así, en el primer punto de diseño la sensibilidad varía desde aproximadamente -0,4, cuando nos hemos alejado un 5% del óptimo hacia la izquierda, hasta 0,2, cuando nos situamos un 5% a la derecha del óptimo. Siendo -0,4 un valor importante de sensibilidad. Por otra parte, para el segundo punto de diseño esta recta se mueve desde -0,1 hasta 0,12, suponiendo una disminución considerable de la sensibilidad, y continúa disminuyendo para el resto de puntos de diseño hasta llegar a unos valores entre -0,03 y 0,09 en el último punto.

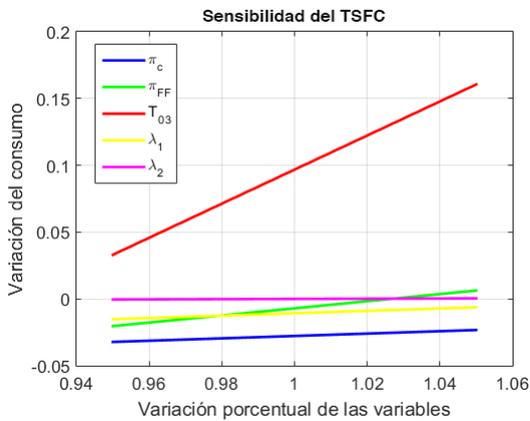


Figura 8.24 Análisis de sensibilidad del consumo en el tercer punto de diseño.

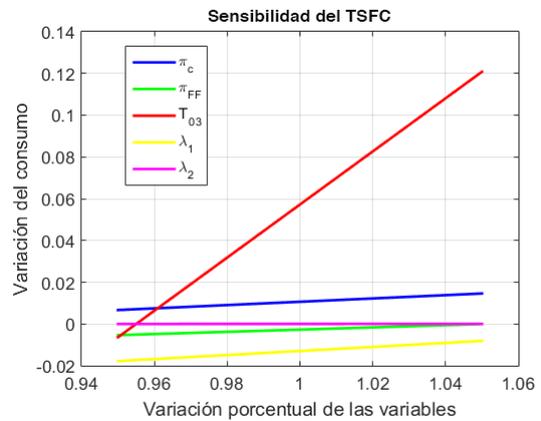
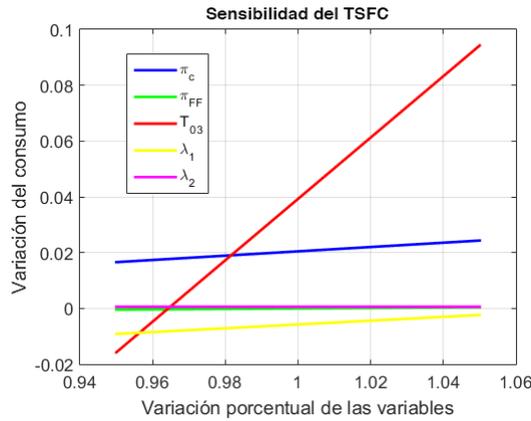


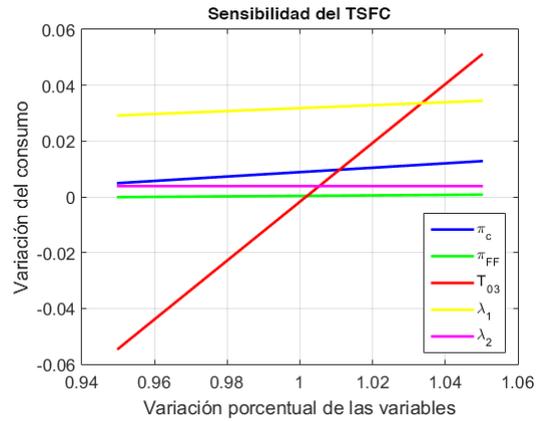
Figura 8.25 Análisis de sensibilidad del consumo en el cuarto punto de diseño.

Nota: En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

En la sensibilidad de la relación de compresión del fan notamos una clara diferencia entre el despegue y el resto de puntos. Para el despegue varía desde -0,8 hasta 0,2. Sin embargo, ya en el primer punto de diseño disminuye considerablemente esta sensibilidad, variando desde -0,05 hasta 0,05 y siendo muy cercana a 0 en el resto de puntos de diseño.



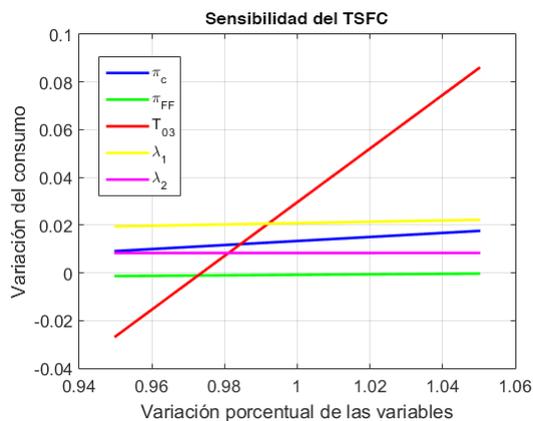
**Figura 8.26** Análisis de sensibilidad del consumo en el quinto punto de diseño.



**Figura 8.27** Análisis de sensibilidad del consumo en el sexto punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Con respecto al resto de parámetros tiene una sensibilidad muy baja en todos los puntos de diseño. Todas las rectas se encuentran muy cercanas a 0 y con una inclinación muy pequeña. Como valor máximo alcanzan un valor de  $|0,05|$  en algunos puntos de diseño.



**Figura 8.28** Análisis de sensibilidad del consumo en el séptimo punto de diseño.

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

### 8.3 Punto de diseño

Finalmente, una vez obtenidos y analizados los resultados de la optimización para todas las condiciones de vuelo se ha decidido el punto de diseño. Como se ha explicado anteriormente, este punto depende de la aeronave que propulse el motor y de la misión que este realice.

Al carecer de esta información hemos decidido elegir el punto de diseño asumiendo que la aeronave será un avión comercial. Estos aviones vuelan en régimen subsónico y el tramo más importante de la misión es el crucero, por lo tanto, se ha tomado el tercer punto de diseño, Mach 0,75 y altura 12000 m.

Una vez elegidas las condiciones de vuelo, debemos optar por una solución de compromiso entre los dos óptimos, mínimo consumo y máximo empuje, teniendo en cuenta los dos modos de operación del motor.

Óptimo	$\pi_c$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	Consumo [kg/(h·kN)]	Empuje [N/(kg/s)]
Máximo empuje	13,6	1800	0,1	154,19	836,82
Mínimo consumo	40	1600	10	69,99	121,66

Tabla 8.5 Óptimos en el punto de diseño del modo *M1*.

Óptimo	$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Consumo [kg/(h·kN)]	Empuje [N/(kg/s)]
Máximo empuje	14,05	8	1800	0,1	0,1	150,92	783,70
Mínimo consumo	40	1,5	1600	10	0,2	69,94	120,46

Tabla 8.6 Óptimos en el punto de diseño del modo *M13*.

Para la elección de los parámetros, como los valores de la relación de compresión del compresor, la temperatura máxima en la turbina y la relación de derivación del primer bypass tienen valores muy próximos en los óptimos de ambos modos, vamos a fijarnos en los mapas de optimización del modo *M1*, Figura 8.29.

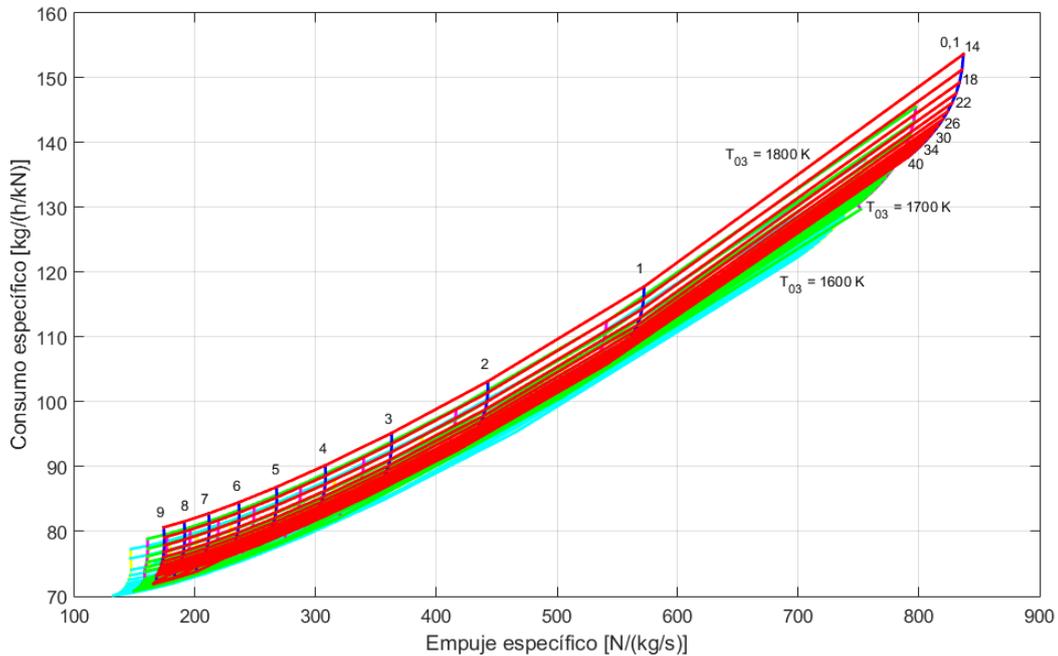


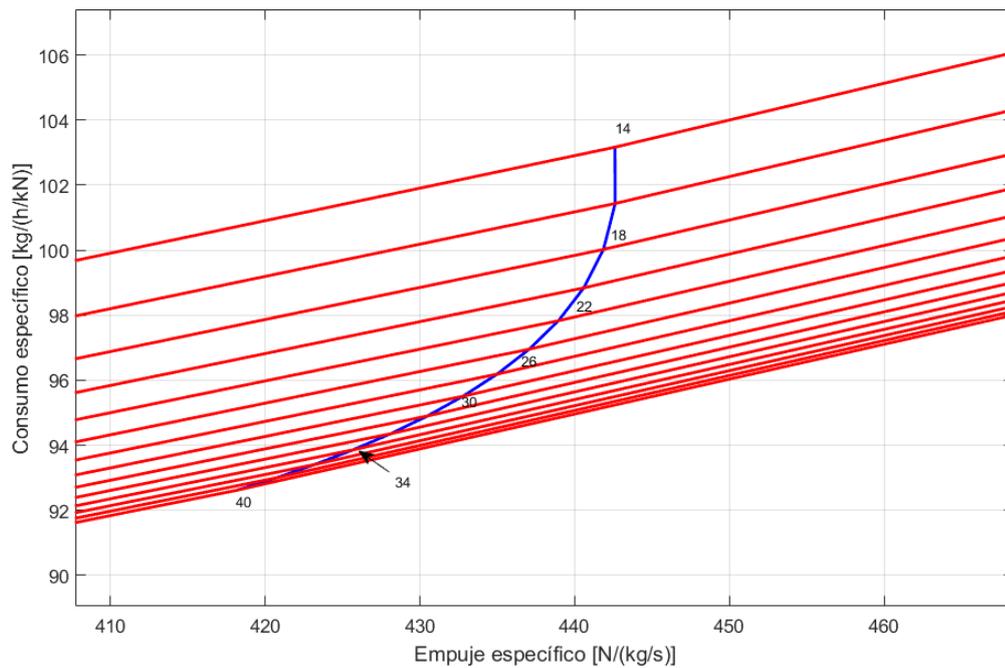
Figura 8.29 Mapas TSFC frente a  $E_e$  variando  $\lambda_1$  y  $\pi_c$  ( $T_{03} = 1600, 1700$  y  $1800$  K).

Vemos, como ya observábamos en el análisis de sensibilidad, que el empuje varía de una forma mucho más significativa con respecto a la temperatura que el consumo, por lo que se ha decidido fijar la temperatura máxima de turbina en 1800 K.

Por otra parte, podemos apreciar como el consumo baja de forma considerable con la relación de compresión, mientras que el empuje disminuye de una forma mucho más lenta, por lo que convendría tomar una relación de compresión más cercana a la óptima del consumo. La elección de este valor depende también de la relación de derivación óptima, por lo que se va a fijar primero este parámetro.

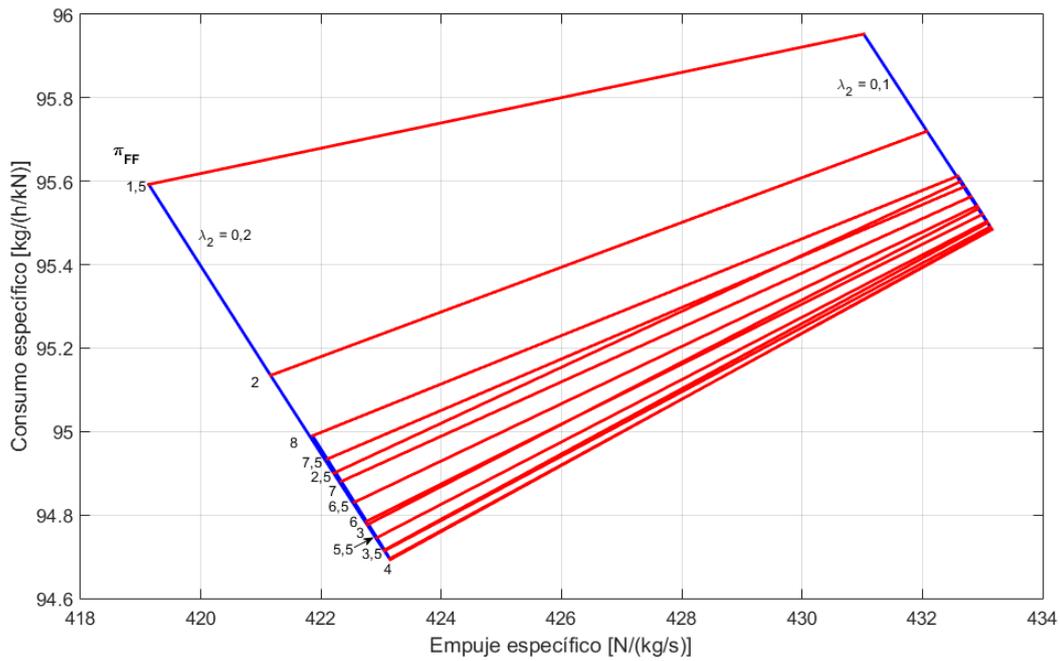
Con la relación de derivación disminuye considerablemente el consumo especialmente en el inicio. Como el empuje también disminuye con este parámetro se ha optado por un valor intermedio donde la disminución del consumo comienza a hacerse menos notable,  $\lambda_1 = 2$ .

Si nos fijamos ahora en la línea de  $\lambda_1 = 2$ , Figura 8.30, vemos como desde  $\pi_c = 14$  hasta  $\pi_c = 22$  el empuje varía considerablemente menos que el consumo. Por otra parte, desde  $\pi_c = 30$  hasta  $\pi_c = 40$  es el empuje el que disminuye a mayor velocidad que el consumo, por lo que se ha optado por tomar un valor intermedio entre estos dos tramos. Como en los aviones comerciales suele primar la disminución del consumo, se ha elegido el valor  $\pi_c = 30$ .



**Figura 8.30** Mapas TSFC frente a Ee variando  $\pi_c$  ( $\lambda_1 = 2$  y  $T_{03} = 1800$  K).

Ahora continuaremos con el modo *M13* para fijar los dos parámetros restantes.



**Figura 8.31** Mapas TSFC frente a Ee variando  $\lambda_2$  y  $\pi_{FF}$  ( $\pi_c = 30$ ,  $T_{03} = 1800$  K y  $\lambda_1 = 2$ ).

*Nota:* En los ejes la división decimal se expresa con puntos.

Como vemos en el mapa de la Figura 8.31 la relación de compresión del fan tiene un valor óptimo que minimiza el consumo y maximiza el empuje, por tanto, tenemos un óptimo absoluto,  $\pi_{FF} = 4$ .

Con respecto a la relación de derivación del segundo bypass, solo difiere en 0,1 de un óptimo al otro. Como vemos en el mapa las diferencias de empuje y consumo son bastante pequeñas entre un valor y otro pero vamos a optar, una vez más, por aquel que minimiza el consumo,  $\lambda_2 = 0,2$ .

Quedando así definidos los parámetros en el punto de diseño.

$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
30	4	1800 K	2	0,2

**Tabla 8.7** Parámetros de diseño.

Por último, para concluir con los resultados, en las Tablas 8.8 y 8.9 se presentan los valores del empuje específico y del consumo específico para los parámetros de diseño fijados en las distintas condiciones de vuelo en las que operaría una aeronave comercial.

Altura	Número de Mach	Empuje [N/(kg/s)]	Consumo [kg/(h·kN)]
0	0,1	500,80	75,31
8000	0,5	468,71	88,65
12000	0,75	440,21	95,89

**Tabla 8.8** Empuje y consumo específicos para los parámetros de diseño en el modo *MI*.

<b>Altura</b>	<b>Número de Mach</b>	<b>Empuje [N/(kg/s)]</b>	<b>Consumo [kg/(h·kN)]</b>
0	0,1	483,42	74,07
8000	0,5	451,27	87,40
12000	0,75	423,15	94,69

**Tabla 8.9** Empuje y consumo específicos para los parámetros de diseño en el modo *M13*.

## 9 Conclusiones

---

Llegados a este punto, se han realizado todos los objetivos que se proponían para el proyecto. Gracias a la resolución del ciclo del motor se han dibujado los mapas de optimización termodinámica y sacado la ley funcional a partir de ellos. A continuación, se ha llevado a cabo el estudio de optimización que ha arrojado como resultados una serie de puntos óptimos, en los cuales se ha analizado la sensibilidad con cada parámetro. Y finalmente, considerando que la aeronave donde se embarca el motor es una aeronave comercial, se ha optado por un punto de diseño, fijando los valores de los parámetros.

A la vista de los resultados obtenidos podemos concluir que en el punto de diseño ambos modos proporcionan un empuje específico y un consumo específico muy similares, debido al valor tan bajo de la segunda relación de derivación.

Sin embargo, cabe destacar, que por norma general el modo de funcionamiento *M1* proporciona mayor empuje específico que el modo *M13*, así como el modo *M13* tiene un consumo específico ligeramente menor que el *M1*.

Concluimos afirmando que en el punto de diseño conviene la utilización del modo *M1*, con un único bypass abierto, en caso de requerir un empuje mayor y la utilización del modo *M13*, con el tercer bypass también abierto, si lo necesario es disminuir el consumo.



# 10 Desarrollos futuros

Para continuar con este proyecto y el estudio del turbofán de tres flujos de ciclo adaptativo, tendríamos varias líneas de desarrollo.

Primero, para poder dar por finalizado el estudio de los modos sobre los que se ha trabajado necesitaríamos, para completar el modelo de motor, introducir las curvas características de las turbomáquinas. En nuestro proyecto se ha considerado que la relación de compresión del compresor y del fan es constante, sin embargo, esto en la realidad no es así. La relación de compresión es constante en el punto de diseño del compresor, pero esta puede variar dependiendo del gasto por el que sea atravesado. Esta variación se define mediante las curvas características del compresor. Por tanto, se deberían introducir los diagramas característicos de las turbomáquinas, como el que aparece en la Figura 10.1.

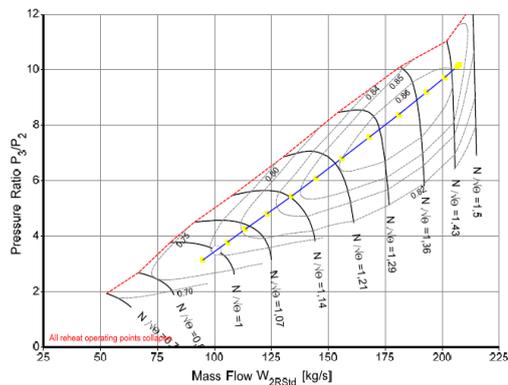


Figura 10.1 Diagrama característico de un compresor [4].

Por otra parte, para poder realizar esta optimización para los otros dos modos de funcionamiento habría que introducir el gasto. En estos dos modos, al abrir el segundo bypass, se disminuye el área de salida del primer bypass actuando como un eyector que aumenta su velocidad y que puede modelarse como una tobera. Una vez definido el modelo analítico de estos modos, se realizaría el mismo proceso que se ha llevado a cabo con los modos *M1* y *M13*. De esta manera se obtendría la optimización del motor completo en el punto de diseño.

Para terminar con la optimización total habría que realizar posteriormente el análisis fuera de diseño de los cuatro modos. Finalizando así el estudio completo de optimización de este turbofán de ciclo adaptativo.



# Bibliografía

---

- [1] Nasuti F. Lentini D. Gamma F., *Dispense del corso di propulsione aerospaziale*, 2004.
- [2] Chen M. Zhang J. Tang H., *Interval analysis of the standard of adaptive cycle engine component performance deviation*, (2018).
- [3] Gordon S. McBride B. J., *Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications*, (1996).
- [4] Kurzke J., *The mission defines the cycle: Turbojet, turbofan and variable cycle engines for high speed propulsion*, (2019).
- [5] Rolls-Royce, *The jet engine*, London, 2007.