

# Proyecto Fin de Máster

## Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

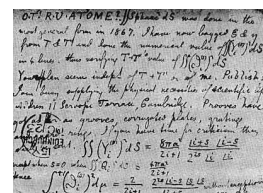
### Análisis numérico de procesos de fractura en rocas heterogéneas mediante el uso combinado de la metodología phase field y grietas de interfase

Autor: José Reinoso Cuevas

Tutor: Percy Durand Neyra

Dpto. Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020





Proyecto Fin de Máster  
Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

**Análisis numérico de procesos de fractura en  
rocas heterogéneas mediante el uso combinado  
de la metodología phase field y grietas de  
interfase**

Autor:

José Reinoso Cuevas

Tutor:

Percy Durand Neyra

Profesor Titular de Universidad

Dpto. Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Proyecto Fin de Máster: Análisis numérico de procesos de fractura en rocas heterogéneas mediante el uso combinado de la metodología phase field y grietas de interfase

Autor: José Reinoso Cuevas

Tutor: Percy Durand Neyra

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Agradecimientos

---

Este trabajo es la culminación de un objetivo personal que se remonta bastante tiempo atrás, pero que sin el apoyo de muchas personas hubiera sido realmente imposible.

Por este motivo, no puedo dejar de recordar a las personas que con su apoyo y aliento incansable y sincero me han ayudado a llegar hasta aquí.

En el ámbito académico me gustaría agradecer a los profesores que han contribuido a mi formación intelectual en diferentes ámbitos. Desde los que me recibieron en los primeros años de mis estudios de Ingeniería Industrial hasta los que he tenido la suerte de tener en una etapa posterior en mi formación como Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Sin embargo, me gustaría aprovechar estas líneas para de veras agradecer a las personas más importantes de mi vida y que como no puede ser de otra forma son mi familia y amigos.

A mis padres y a mis hermanas, les diría que "lo siento", tengo un examen para tal día. Es casi lo que ha sido mi excusa o frase recurrente en los últimos dos años. Os he robado demasiado tiempo y pido disculpas por ello, pero también expresaros mi profundo agradecimiento por creer siempre en mí. Esta forma de pedir perdón y agradecer al mismo tiempo es extensible a mis amigos, quienes me han sufrido bastante y que siempre me han apoyado también.

Pero para ser honestos, el poder terminar esta nueva andadura se lo debo a Rocío. Su paciencia a prueba de bombas, su comprensión y todo el cariño mostrado durante todos estos años ha sido una fuente inagotable para no desistir en el camino. Estos valores me han impulsado hasta límites que ni siquiera yo era consciente que pudieran ser alcanzados por alguien con mis limitaciones. Por todo ello, mis gracias se convierten en infinitas.

Finalmente, como siempre en mi recuerdo, agradecer a la persona más íntegra que he tenido la suerte de conocer en mi vida: Caridad García Ávila, siempre presente en mi corazón.





# Resumen

---

El análisis de los fenómenos de fractura en rocas tiene implicaciones relevantes en diferentes aplicaciones en Ingeniería Civil y Geológica. El comportamiento complejo de tales materiales generalmente abarca la evolución de diferentes escenarios que implican ramificación de grietas, coalescencia, entre muchos otros. En este trabajo, la aplicación del enfoque variacional de fractura phase field se ha aplicado con éxito para la simulación de procesos de grietas en rocas, incluyendo la presencia de posibles defectos. Además, esta técnica se combina eficientemente con los métodos cohesivos de grietas de interfase con el fin de simular procesos de fractura en rocas. En primer lugar, la metodología actual se ha validado con los resultados del denominado Brazilian test en rocas homogéneas, con excelente precisión, y se examinan sus capacidades predictivas en situaciones incluyendo defectos únicos y múltiples. En segundo lugar, el estudio numérico comprende el análisis de rocas heterogéneas con la presencia de una interfases que separa diferentes litologías. Los resultados actuales exhiben excelentes capacidades potenciales de la presente técnica para simular fenómenos de grietas complejas en geo-materiales, lo que permite reproducir patrones de grietas tortuosas con mínima intervención del usuario.

..



# Abstract

---

The analysis of fracture phenomena in rocks constitutes

As a result, the fracture patterns will be developed by various cracking phenomena such as: branching, coalescence, shielding and amplification, among many others. In this article, we present a modelling technique to trigger such phenomena within the phase field approach for fracture. In particular, the prediction of failure patterns in heterogenous rock masses with brittle response, which is accomplished through a methodology by combining the phase field approach for intact rock failure and the cohesive interface modeling approach at the interface. Results from the present methodology is first validated against Brazilian test results, followed by alternative phase field methods, by considering single and multiple flaws. Subsequently, the numerical study is extended to the analysis of heterogeneous rock masses to consider the interfaces or discontinuities that separate different potential lithologies, leading to tortuous crack paths, which are observed in many practical situations



# Tabla de Contenidos

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<b>1 Introducción y objetivos</b>	<b>1</b>
1.1 Trabajos experimentales	2
1.2 Trabajos numéricos	3
1.3 Objetivos y organización	6
1.3.1 Objetivos	6
1.3.2 Organización	6
<b>2 Aspectos fundamentales de la metodología de fractura variacional de phase field</b>	<b>7</b>
2.1 Conceptos básicos	7
2.2 Implementación numérica	9
<b>3 Aplicaciones representativas de simulaciones numéricas de fractura frágil en rocas homogéneas</b>	<b>11</b>
3.1 Validación de la metodología de modelización de fractura frágil phase field: aplicación al Brazilian test	11
3.2 Predicciones numéricas de patrones de fractura en testigos de roca: análisis de diferentes estados de carga	12
3.2.1 Caso de compresión uniaxial	13
3.2.2 Caso de tracción uniaxial	13
3.2.3 Casos de tracción-compresión vertical y tracción horizontal	14
<b>4 Acoplamiento entre la metodología de fractura frágil en rocas phase field y grietas de interfase según el modelo de fractura cohesiva: aplicación a medios heterogéneos rocosos</b>	<b>17</b>
4.1 Aspectos Generales	17
4.2 Formulación variacional y discretización mediante elementos finitos	19
<b>5 Aplicaciones representativas de simulaciones numéricas de fractura frágil en rocas heterogéneas empleando la metodología PF-CZM</b>	<b>23</b>
5.1 Aspectos Generales	23
5.2 Aplicación a rocas salinas con interfases inclinadas	25
5.3 Investigación numérica: especímenes con múltiples defectos y presencia de interfases	28
5.3.1 Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal	29

5.3.2	Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal y vertical	31
<b>6</b>	<b>Conclusiones y desarrollos futuros</b>	<b>35</b>
6.1	Conclusiones	35
6.2	Desarrollos futuros	35
	<i>Lista de Figuras</i>	37
	<i>Lista de Tablas</i>	39

# 1 Introducción y objetivos

---

Los procesos de fractura en materiales geológicos son fenómenos de una notable importancia práctica para la seguridad y estabilidad de macizos rocosos. Este es un tema de especial relevancia para las aplicaciones asociadas a la Ingeniería Civil y Geológica, tales como la construcción de túneles, estructuras de contención y cimentaciones, fractura hidráulica para depósitos de energía, entre otros muchos.

Debido al desarrollo de nuevas técnicas de modelización y a los avances correspondientes en las capacidades computacionales, el uso de métodos numéricos para predicciones representativas de fractura en suelos y rocas ha experimentado un avance extraordinario en los últimos años, convirtiéndose en una alternativa plausible a técnicas puramente experimentales o como complementos de éstas.

En el contexto de la Mecánica de Rocas, éstas de forma natural contienen grietas y/o defectos. La presencia de tales grietas naturales, o también denominadas flaws o defectos, conllevan una reducción sustancial de sus propiedades resistentes en comparación con el macizo rocoso sano. De acuerdo con la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL), el carácter singular del campo tensional en el entorno del fondo de la una grieta, cuando el material es sometido a una tensión nominal remota de tracción  $\sigma_0$ , puede inducir a la propagación de tales defectos alterándose dicho campo tensional, tal y como puede suceder por ejemplo debido a un excavación de un túnel. Por lo tanto, la existencia, el inicio y la propagación de procesos de fractura no solamente afectan a la respuesta mecánica del macizo rocoso en cuestión, sino también a la construcción de las estructuras ingenieriles. Esta dependencia de la resistencia y la deformabilidad de la masa rocosa sobre la roca intacta y así como la presencia de discontinuidades características (fracturas y juntas) hacen que la profunda comprensión de tales procesos de fractura sea una tarea de una notable envergadura.

Para argumentar tal complejidad y evidenciar la necesidad de desarrollo de modelos computacionales, en el caso en que las cargas de externas sobre el macizo rocoso en presencia de estos defectos sean de compresión, la grieta habitualmente experimenta una propagación relativamente corta que depende de la relación entre las tensiones principales  $\sigma_3/\sigma_1$ , tal y como se muestra en la Fig. 1.1. Las evidencias experimentales de Hoek y Bieniawski [1] sugieren que tales grietas se producen cuando la carga aplicada aumenta. Derivado de la naturaleza intrínsecamente compleja de las masas rocosas de forma general, de acuerdo con [1, 2], es posible distinguir entre el inicio de grietas y los fenómenos de propagación. De esta forma, por un lado, el inicio de la fractura se define como el proceso por el cual las grietas preexistentes comienzan de forma incipiente a experimentar un cierto avance, estando confinada su extensión al entorno del fondo de la grieta. Mientras que, por otro lado, la propagación hace referencia al proceso de extensión significativa de estas grietas pudiendo darse a su vez procesos de coalescencia, bifurcación, entre otros, los cuales dependen de la propia naturaleza del macizo rocoso y de las condiciones de carga externas.

Como consecuencia de la notable relevancia de la Mecánica de Rocas en muchas aplicaciones dentro de la Ingeniería Civil, el análisis de los potenciales fenómenos de iniciación y propagación de

grietas en macizos rocosos ha sido ampliamente tratado en los últimos años mediante herramientas numéricas así como procedimientos experimentales. Esta relevancia se debe al hecho de que la presencia de estos defectos iniciales constituye el origen nuevas grietas.



**Figura 1.1** Macizo rocoso con presencia de grietas o defectos naturales [1] .

En este sentido, con el objetivo de lograr una comprensión profunda de estos fenómenos, se ha llevado a cabo una ardua labor investigadora con el fin de poder caracterizar la propagación de grietas en las rocas. A continuación se realizará un breve repaso a algunos de los trabajos de investigación más relevantes en este contexto, desde los puntos de vista experimental y numérico en las Secciones 1.1 y 1.2, respectivamente.

## 1.1 Trabajos experimentales

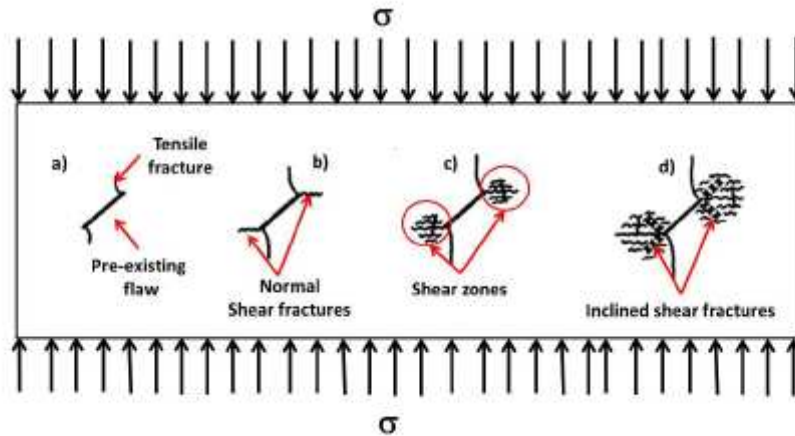
En lo concerniente a los procedimientos experimentales, el estudio en el laboratorio de los procesos de fractura en rocas ha sido un tema extensamente tratado en las últimas décadas.

En este contexto en un trabajo de especial relevancia en la literatura correspondiente, Lajtai [3] llevó a cabo numerosos ensayos sobre probetas de yeso blanco (Plaster of Paris) con únicos defectos cuyas orientaciones con respecto a la carga nominal de compresión correspondía entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  con intervalos de  $5^\circ$ . En estos ensayos se identificaron las diferentes etapas que puede sufrir un macizo rocoso al fracturarse bajo carga de compresión uniaxial, las cuales comprenden de forma general (Fig. 1.2): (a) fractura bajo tracción: las primeras en aparecer, las cuales tienden a tener un camino curvo, (b) fractura debido a acciones tangenciales, las cuales se propagan en dirección perpendicular a la carga principal, (c) extensión de las zonas de fractura de tracción y tangencial, y (d) aparición de zonas de fractura inclinadas.

Otros ensayos de compresión uniaxial sobre piedra caliza y especímenes de grano-diorita con defectos inclinados fueron llevados a cabo por Ingraffea y Heuze [4] bajo cargas de tracción. En los resultados derivados de este estudio, se observó la secuencia de grietas primarias y secundarias durante la aplicación de la carga hasta la fractura final.

Así, en la literatura relacionada, la gran mayoría de investigaciones consultadas ponen de manifiesto la dependencia del comportamiento en términos de fractura de la muestra de roca considerada con relación al número de defectos, la inclinación respectiva de cada uno de ellos así como la carga





**Figura 1.2** Etapas en el proceso de fractura de un macizo rocoso con un defecto inicial identificados por Lajtai (1974) [3].

aplicada. En este sentido, y en aras de contextualizar el presente trabajo, es preciso destacar que muchos de los estudios existentes fueron llevados a cabo sobre macizos rocosos con comportamiento frágil. Sin embargo, en aplicaciones prácticas y dependiendo del tipo de roca estudiada, el alto nivel de las tensiones in-situ generalmente provocan la generación de fenómenos de plastificación de ciertas zonas alrededor de la excavación. La consideración de este aspecto está aún en desarrollo debido a la complejidad de provocar la aparición de tales fenómenos inelásticos en las condiciones de ensayo en un laboratorio.

Recientemente, varios investigadores han estudiado la respuesta de los macizos rocosos por su capacidad de resistir grietas, considerando diversos aspectos tales como: (i) la cantidad de defectos iniciales, (ii) la inclinación relativa de los defectos con respecto a la carga principal y (iii) las diferentes cargas externas aplicadas. Estudios sobre métodos experimentales han analizado de forma pormenorizada el comportamiento de diversos macizos rocosos bajo cargas de compresión uniaxial y biaxial en rocas, a través de las cuales es posible identificar que estos materiales pueden experimentar una combinación de inicio de deslizamiento de defectos y propagación de grietas tipo *wing*, seguido del desarrollo de grietas secundarias (dominadas *shear*) que conducen a un potencial coalescencia posterior [5, 6, 7, 8, 9, 10]. En concreto, Sagong y Bobet [11] distinguieron 9 tipos de grietas de fusión en las masas rocosas, evidenciando así la enorme variabilidad de comportamiento.

Asimismo, vale la pena mencionar los estudios experimentales sobre este tema que han sido ampliamente desarrollados especialmente en las últimas dos décadas. Debido al hecho de que los métodos experimentales denominados como "estándar" presentan a menudo limitaciones relevantes en términos de introducir estados de carga complejos y caracterizar la respuesta mecánica de las muestras ante tales estados, se han venido empleando nuevas técnicas experimentales. Así, en tales circunstancias, los procedimientos experimentales tradicionales se han complementado con el uso de técnicas de correlación de imágenes digitales (DIC) y métodos de impresión 3D [12], fomentando una nueva perspectiva para la generación de muestras con los atributos deseados.

## 1.2 Trabajos numéricos

Como se ha mencionado anteriormente, muchos de los estudios experimentales anteriores se centraron en el estudio de muestras rocosas sometidas a cargas de compresión uniaxial o biaxial, ya que las condiciones generales de carga son difíciles de reproducir en el laboratorio. Este hecho motivó el desarrollo de métodos computacionales que potencialmente permiten capturar y analizar

mecanismos de fractura complejos en rocas. Estos procedimientos numéricos además permiten minimizar costes económicos asociados a los dispositivos y equipos de ensayo, preparación de los testigos de rocas, entre otros, así como el proporcionar un mayor nivel de entendimiento de la problemática asociada a la propagación de grietas en macizos rocosos.

La modelización de procesos de fractura en medios rocosos ha sido tradicionalmente llevado a cabo siguiendo metodologías basadas en la MFEL debido a su relativa simplicidad y robustez, y derivado del hecho de que la presión de confinamiento y la velocidad de carga en aplicaciones prácticas puede considerarse como relativamente lenta (es decir, se adoptan condiciones cuasi-estática de carga).

Desde un punto de vista computacional, muchos de los trabajos experimentales citados anteriormente han sido tomados como referencia para el desarrollo de técnicas numéricas para simular tales procesos de fractura. Estos procedimientos numéricos también buscan generalizar el estudio sobre el análisis de Mecánica de Rocas para diferentes solicitaciones externas además del caso de compresión simple, como son el caso de tracción, bi-tracción, bi-compresión, carga tangencial, entre otros muchos, ya que son más difíciles de llevar a cabo experimentalmente que los casos de compresión simple o el denominado ensayo triaxial. Sin embargo, los métodos basados en la MFEL presentan notables dificultades para capturar la amplia variedad de modos de fractura de dichos materiales bajo diferentes casos de carga, dando lugar a numerosos procesos de fractura que pueden potencialmente darse al mismo tiempo, así como desarrollarse grietas en localizaciones desconocidas a priori. Además, el seguimiento de tales caminos de grieta se complicará aún más por el desarrollo de ramificaciones y evoluciones de coalescencia, que son escenarios típicos que se encuentran en geo-materiales.

Con el fin de solventar tales limitaciones y dificultades, en la últimas décadas se han desarrollado múltiples metodologías de cálculo computacional, especialmente en el contexto del método de los elementos finitos (MEF) y el método de los elementos de contorno (MEC).

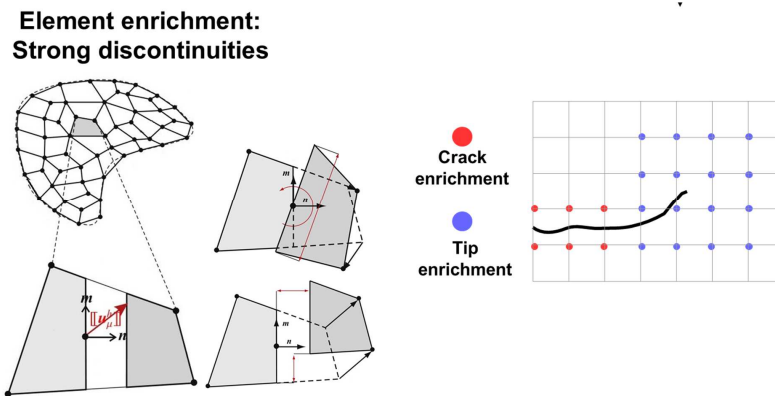
Entre las técnicas basadas en el MEC, son destacables los estudios llevados a cabo por Bobet and Einstein [13], Gonçalves da Silva and Einstein [14] para la simulación de propagación de fractura en rocas en Modos I y II en especímenes con uno o varios defectos iniciales o flaws.

Posteriormente, surgieron técnicas alternativas con estos objetivos como son las denominadas: cracking particles method (CPM) [15, 16, 17], Peridynamics [18] y dual-horizon peridynamics [19, 20], las cuales no requieren una representación explícita de las discontinuidades en el campo de desplazamientos debido a la fractura ni algoritmos que sean capaces de determinar el camino de la grieta durante su propagación, denominados crack tracking y que son implementados como un algoritmo adicional en el proceso de resolución numérica.

Sin embargo, debido a su versatilidad y robustez, el MEF puede identificarse como el método por excelencia para la simulación de procesos de fractura en sólidos y estructuras. Dentro de las aproximaciones para simular fractura basadas en el MEF se pueden distinguir las siguientes categorías:

- Técnicas basadas en grietas difusas fundamentadas en la Mecánica de Daño Continuo (MDC) a partir de la definición de una o varias variables de daño asociadas a los posibles mecanismos de fractura [21], las cuales en su versión local sufren de patologías dependientes de la malla de discretización. Es decir, la solución depende de la densidad de la malla de elementos finitos de discretización espacial. Esta limitación se debe al hecho de que una vez comienza el deterioro de las propiedades de rigidez del sólido, las ecuaciones diferenciales de gobierno del MEF pierden su carácter elíptico. Para solventar tales problemas, se han propuesto diferentes técnicas numéricas como es el uso de procedimientos de regularización integrales o metodologías no locales [22, 23, 24, 25, 26], o procedimientos alternativos de regularización según lo propuesto en [27] combinados con técnicas locales remallado local.

- Metodologías de grietas explícitas o discontinuidad fuerte. Estas técnicas se basan en un enriquecimiento bien del campo cinemático de interpolación a nivel nodal (eXtended FEM, X-FEM), fundamentados en el concepto del Partition of Unity Methods (PUM) [28, 29, 30], o bien formulaciones de enriquecimiento de elementos mediante modos incompatibles de deformación (enhanced FEM, E-FEM), es decir no vienen derivados del campo de desplazamientos [31, 32, 33, 34] (Fig. 1.3).
- Inserción adaptativa de elementos de interfaz cohesivos durante el cálculo o implementación previa entre los bordes que delimitan la malla de elementos finitos [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42].



**Figura 1.3** Procedimientos numéricos de discontinuidad fuerte [35].

Aunque las anteriores estrategias se han aplicado con éxito a muchos problemas diferentes en el contexto de la Mecánica de la Fractura, todas presentan limitaciones con respecto a la predicción de inicio de grietas y en procesos de ramificación y coalescencia para frentes múltiples. Recientemente, el notable aumento de las capacidades de cálculo ha motivado el desarrollo de metodologías de simulación basadas en el MEF que retoman el concepto de daño no local y grieta difusa, considerando en su formulación una ecuación diferencial adicional referida a la denominada longitud característica del material. Especialmente enfocadas para su uso en materiales frágiles son las denominadas técnicas de phase field (PF) [43, 44]. Este nuevo enfoque comparte algún argumento con técnicas basadas en la Mecánica de Daño Continuo (MDC) pero incorpora una formulación no local y está especialmente orientado para la modelización de fractura frágil.

Los fundamentos de esta nueva metodología para fractura frágil se remontan a la formulación básica de Griffith basado en conceptos energéticos [45]. En concreto, este enfoque se desarrolla a través de la introducción de un funcional de energía total que es la suma de las contribuciones de fractura y energía elástica. La minimización de este funcional permite capturar la nucleación, propagación y coalescencia de grietas en el medio continuo de forma elegante y operativamente robusta. En este sentido, son notables las contribuciones debidas a Marigo y coatures [43, 46], mientras que el tratamiento integral del llamado concepto  $\Gamma$ -convergencia ha sido abordado de forma exhaustiva en [47, 48, 49] y en las referencias citadas en ese trabajo.

Las formulaciones de PF para fractura frágil han sido específicamente propuestas y rigurosamente desarrolladas por Bourdin et al. [46, 50] y dentro de un marco termodinámicamente consistente Miehe [51, 52], Kuhn y Müller [53], y Borden et al. [54]. Estudios recientes han ampliado esta estrategia de modelización para estructuras laminares de pequeño espesor [55, 56, 57], fractura dúctil [58, 59], grietas cohesivas [60], fractura dinámica [61, 62], y aplicaciones multi-físicas [63, 64].

Muy recientemente esta técnica ha sido empleada para la modelización de procesos de fractura en rocas con múltiples defectos iniciales [66, 67, 68], siendo a su vez aplicable la formulación

unificada propuesta en [69, 70, 71].

## **1.3 Objetivos y organización**

### **1.3.1 Objetivos**

Aunque durante los últimos años se han extendido de forma profusa en la literatura asociada los estudios de fractura en medios rocosos, muy pocos trabajos se han centrado en dos aspectos, los cuales serán abordados en el presente trabajo:

- El uso de la técnica PF para la simulación de fractura en macizos rocosos con múltiples defectos sometidos a diferentes estados de carga.
- La combinación de PF y modelos de grieta cohesiva (CZM) para la modelización de fenómenos de fractura en macizos rocosos heterogéneos compuestos de varios estratos.

En este sentido se extenderá la técnica desarrollada por el autor [72], la cual introduce la interacción entre el modelo PF en el medio continuo y el modelo interfase cohesiva (que puede ser equipada con aspectos geo-mecánicos [73, 74, 75]), la cual puede identificarse en la separación entre las posibles litologías de macizo rocoso [76].

El uso de la metodología de simulación de procesos de fractura denominada phase field es escogida en este trabajo debido a que presenta numerosos aspectos ventajosos y de hecho su aplicación a macizos rocosos con diferentes litologías separadas por juntas/interfases que pueden inducir discontinuidades es completamente novedosa.

De esta forma, la motivación del presente trabajo se fundamenta en el análisis y la comprensión del papel de la presencia de interfases en rocas, siendo ésta una temática que ha sido objeto de un gran impacto en la comunidad investigadora debido a su importancia en la práctica. Esto se debe al hecho de que las juntas en macizos rocosos poseen una cierta cantidad de cohesión debido a fenómenos de *interlocking* y rugosidad, conjuntamente con procesos de fricción en el caso de grandes deslizamientos, los cuales modifican la respuesta de la masa de roca [75].

Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es abordar las capacidades predictivas de la metodología PF-CZM para su aplicación en la fractura de medios rocosos. En base a este interés, la técnica propuesta se valida primero mediante la reproducción de resultados experimentales relacionados con la fractura de roca homogénea con y sin defectos, mientras que posteriormente se extiende al análisis de medios heterogéneos.

Finalmente, es preciso comentar que las simulaciones recogidas en el presente trabajo pretenden constituir un punto de partida para el desarrollo de una nueva línea de investigación en el ámbito de la simulación de procesos de fractura en geo-materiales. Este aspecto se debe al hecho de que la técnica empleada es en todo caso pionera en este campo de aplicación y que además permite la modelización de una forma versátil y sin necesidad de la intervención del usuario de fenómenos de fractura complejos, los cuales pueden tener lugar en múltiples aplicaciones prácticas dentro de la Ingeniería Civil.

### **1.3.2 Organización**

El documento se organiza de la siguiente forma. La Sección 2 resume los conceptos básicos de la técnica PF para la modelización de fractura frágil en medios continuos rocosos, mientras que las simulaciones correspondientes se presentan en la Sección 3. Posteriormente, los detalles generales de acoplamiento de grietas de interfase y de continuo siguiendo el enfoque general PF-CZM para medios heterogéneos son expuestos en la Sección 4. La Sección 5 muestra algunos resultados representativos de simulación de fenómenos de fractura en medios rocosos heterogéneos. Finalmente, las conclusiones y desarrollos futuros se discuten en la Sección 6.

## 2 Aspectos fundamentales de la metodología de fractura variacional de phase field

---

En este Capítulo se presentan de forma sucinta los fundamentos del método denominado como Phase Field (PF) para la simulación de procesos de fractura frágil, el cual es de aplicación en diversas tipologías de macizos rocosos. La formulación desarrollada en este Capítulo se fundamenta en los trabajos debidos a Miehe, Bourdin y coautores, véase [46, 51]. Por lo tanto, diversos aspectos son omitidos en el presente documento por cuestiones de brevedad. En cualquier caso, es preciso comentar, que los fundamentos de la metodología de fractura variacional o Phase Field tiene su origen en la formulación clásica de la Mecánica de la Fractura de Griffith en términos energéticos.

### 2.1 Conceptos básicos

En el contexto de un análisis multi-dimensional (Fig. 2.1), considérese un cuerpo arbitrario  $\Omega \in \mathbb{R}^{n_d}$  en el espacio Euclideo de dimensión  $n_d$ , cuyos puntos materiales se denotan por el vector de posición  $\mathbf{x}$  en coordenadas Cartesianas. Las fuerzas prescritas por unidad de volumen se identifican por el vector  $f_v : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{n_d}$ . La superficie que caracteriza el contorno del sólido se denota como  $\partial\Omega \in \mathbb{R}^{n_d-1}$ , donde  $\partial\Omega_u$  y  $\partial\Omega_t$  identifican las porciones del contorno donde están prescritas las acciones cinemáticas y estáticas, respectivamente, verificando:  $\partial\Omega_t \cup \partial\Omega_u = \partial\Omega$  y  $\partial\Omega_t \cap \partial\Omega_u = \emptyset$ .

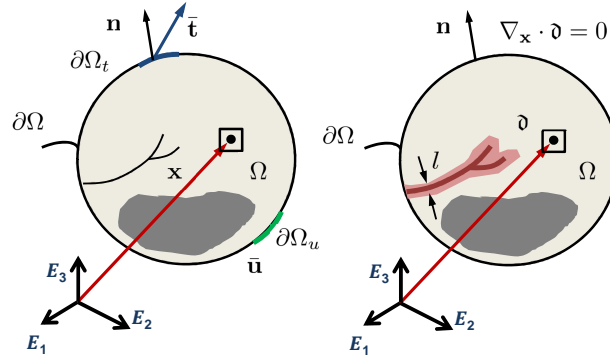
El campo de desplazamientos se denota por  $\mathbf{u}$ , mientras que el tensor de tensiones de Cauchy se identifica como  $\boldsymbol{\sigma}$ . Las condiciones de contorno sobre el sólido bajo estudio pueden expresarse como:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \partial\Omega_u, \quad \text{and } \bar{\mathbf{t}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } \partial\Omega_t, \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{n}$  el vector normal exterior al sólido.

En el modelo PF para grieta difusa, la grieta, la cual es habitualmente representada por una discontinuidad discreta, se regulariza mediante una variable de campo que hace las funciones de variable de daño (que cuantifica la degradación de la rigidez del sólido)  $\vartheta$ , donde  $\vartheta : \Omega \times [0, t] \rightarrow [0, 1]$  [50]. Esta variable de phase field cuantifica la degradación (o pérdida de rigidez) del material debido a fenómenos de fractura siendo definida a nivel de punto material. De esta forma y siguiendo una evolución continua, dicha variable toma valores entre 0 y 1, donde el estado intacto se corresponde con el valor  $\vartheta = 0$  y  $\vartheta = 1$  identifica el estado completamente fracturado.

La aproximación 1D de la función de PF se corresponde con:  $\vartheta = e^{-|x|/l}$ , donde  $l$  indica la longitud característica del material, la cual está relacionada con la resistencia aparente del material



**Figura 2.1** Comparativa entre la representación de grieta explícita (izquierda) y grieta difusa (derecha).

y gobierna el ancho de la zona donde el daño es difuso. Siguiendo los desarrollos llevados a cabo en [51], las ecuaciones asociadas al problema de PF tienen la forma:

$$\vartheta - l^2 \Delta \vartheta = 0 \quad \text{in } \Omega \quad \text{and} \quad \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{in } \partial\Omega \quad (2.2)$$

donde  $\Delta \vartheta$  es el operador Laplaciano de  $\vartheta$ , y  $\nabla_{\mathbf{x}} \vartheta$  es el gradiente espacial de dicha variable.

En este punto, es preciso mencionar las destacable contribuciones de Wu y coautores [69, 70, 71], las cuales han extendido el campo de aplicación a fractura cuasi-frágil y con predicciones independientes de la longitud de característica.

Con el fin de llevar a cabo la regularización difusa del campo de grieta, se define el funcional de densidad de grieta  $\gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta)$ :

$$\Gamma_c(\vartheta) := \int_{\Omega} \gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta) \, d\Omega. \quad (2.3)$$

Como se analizó en [48, 44, 43], la Ec.(2.3) converge a la representación superficial de la grieta  $\Gamma_c$  en el límite  $l \rightarrow 0$ .

Además, con el fin de preservar la consistencia termodinámica del modelo, es decir, evitar la auto-reparación, se imponen la condición de evolución creciente monótona del campo de PF:  $\dot{\Gamma}_c(\vartheta) \geq 0$ . La forma particular del funcional de segundo orden adoptada en este trabajo tiene la expresión [51]:

$$\gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta) = \frac{1}{2l} \vartheta^2 + \frac{l}{2} |\nabla_{\mathbf{x}} \vartheta|^2. \quad (2.4)$$

La definición anterior de  $\gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta)$  permite aproximar la integral de superficie original en la formulación de Griffith por la integral de volumen sobre el sólido:

$$\int_{\Gamma_c} \mathcal{G}_c \, d\partial\Omega \approx \int_{\Omega} \mathcal{G}_c \gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta) \, d\Omega. \quad (2.5)$$

De esta forma, el funcional del sistema completo referido al sólido arbitrario bajo consideración puede ser dividido en las correspondientes contribuciones externas e internas,  $\Pi_{int}(\mathbf{u}, \vartheta)$  y  $\Pi_{ext}(\mathbf{u})$ , respectivamente:

$$\Pi(\mathbf{u}, \vartheta) = \Pi_{int}(\mathbf{u}, \vartheta) + \Pi_{ext}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \vartheta) \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathcal{G}_c \gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}} \vartheta) \, d\Omega + \Pi_{ext}(\mathbf{u}), \quad (2.6)$$

donde el primer término representa la energía elástica de deformación mientras que el segundo denota la energía disipada en la grieta. Además,  $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \vartheta)$  es la función de energía elástica, que depende de la variable de daño  $\vartheta$  y del estado de deformaciones  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Por otro lado,  $\mathcal{G}_c$  es la tenacidad

a fractura en el sentido de Griffith y  $\gamma(\vartheta, \nabla_{\mathbf{x}}\vartheta)$  es el denominado funcional de densidad de grieta, que depende de la variable de daño  $\vartheta$  y su gradiente espacial  $\nabla_{\mathbf{x}}\vartheta$ .

Con respecto a la función de energía elástica almacenada en el sólido, ésta admite una descomposición espectral que permite diferenciar su parte positiva-negativa. Así, la parte positiva de la función de energía elástica depende del campo tensional asociado a las tracciones, mientras que la parte negativa a las compresiones. Según [51], tal descomposición puede expresarse:

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \vartheta) = g(\vartheta) \psi_+^e(\boldsymbol{\varepsilon}) + \psi_-^e(\boldsymbol{\varepsilon}), \quad (2.7a)$$

$$\psi_+^e(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}] \rangle_+)^2 + \mu \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}_+^2], \quad (2.7b)$$

$$\psi_-^e(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}] \rangle_-)^2 + \mu \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}_-^2], \quad (2.7c)$$

donde  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé;  $\boldsymbol{\varepsilon}_+$  y  $\boldsymbol{\varepsilon}_-$  son respectivamente las partes positivas y negativas del tensor de deformaciones. En las Ecs. (2.7), el símbolo  $\text{tr}[\bullet]$  representa el operador traza de un tensor, mientras  $\langle \bullet \rangle_{\pm}$  es el operador de Macaulay:  $\langle \bullet \rangle_{\pm} = (\bullet \pm |\bullet|)/2$ .

Finalmente, la función de degradación  $g(\vartheta)$ , que introduce el deterioro o pérdida de rigidez debido a la evolución del proceso de fractura puede definirse como:

$$g(\vartheta) = (1 - \vartheta)^2 + \mathcal{K}, \quad (2.8)$$

donde  $\mathcal{K}$  es una valor residual de la rigidez con el fin de evitar problemas numéricos de convergencia en estados cercanos a  $\vartheta \approx 1$ . Nótese además que teniendo en cuenta la Ec. (2.7a), la función de degradación únicamente afecta a la parte positiva de la energía de deformación (Ec. (2.8)). Por lo tanto, el tensor de tensiones de Cauchy para la formulación de PF puede expresarse como

$$\boldsymbol{\sigma} := \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = g(\vartheta) \boldsymbol{\sigma}_+ + \boldsymbol{\sigma}_-; \quad \text{donde } \boldsymbol{\sigma}_{\pm} = \lambda (\langle \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}] \rangle_{\pm}) \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}, \quad (2.9)$$

siendo  $\mathbf{1}$  la matriz identidad de segundo orden, y  $\boldsymbol{\sigma}_{\pm}$

identifican las partes positivas y negativas del tensor de tensiones.

## 2.2 Implementación numérica

En esta Sección se detalla la formulación del modelo de PF para la modelización de fractura frágil de rocas homogéneas en el contexto del MEF, empleando metodologías de simulación no lineal. en lo sucesivo, los operadores correspondientes al medio continuo serán identificadas con el super-índice  $b$ .

Adoptando una aproximación isoparamétrica, las funciones de interpolación Lagrangianas a nivel de elemento,  $N^I(\boldsymbol{\xi})$ , son definidas en el espacio paramétrico  $\boldsymbol{\xi} = \{\xi^1, \xi^2\}$ . Dicho espacio se emplea para la interpolación de la geometría ( $\mathbf{x}$ ), el campo de desplazamientos, ( $\mathbf{u}$ ), su variación ( $\delta\mathbf{u}$ ) y su linealización correspondiente ( $\Delta\mathbf{u}$ ):

$$\mathbf{x} \cong \sum_{I=1}^n N^I \tilde{\mathbf{x}}_I = \mathbf{N}\tilde{\mathbf{x}}; \quad \mathbf{u} \cong \sum_{I=1}^n N^I \mathbf{d}_I = \mathbf{N}\mathbf{d}; \quad \delta\mathbf{u} \cong \sum_{I=1}^n N^I \delta\mathbf{d}_I = \mathbf{N}\delta\mathbf{d}; \quad \Delta\mathbf{u} \cong \sum_{I=1}^n N^I \Delta\mathbf{d}_I = \mathbf{N}\Delta\mathbf{d}, \quad (2.10)$$

donde  $n$  indica el número de nodos a nivel elemental;  $\mathbf{x}_I$  y  $\mathbf{d}_I$  identifican respectivamente las coordenadas y desplazamientos nodales (es decir sus vectores correspondientes), los cuales son agrupados de forma matricial en los operadores  $\tilde{\mathbf{x}}$  y  $\mathbf{d}$ . De forma similar, las funciones de forma de interpolación son agrupadas en la matriz  $\mathbf{N}$ .

El proceso de interpolación del campo de deformaciones ( $\boldsymbol{\varepsilon}$ ), su variación ( $\delta\boldsymbol{\varepsilon}$ ) y su linealización ( $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ ) se lleva a cabo a partir de un operador de compatibilidad en su forma discreta,  $\mathbf{B}_{\mathbf{d}}$ , mediante el

campo de desplazamientos:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \cong \mathbf{B}_d \mathbf{d}; \quad \delta \boldsymbol{\varepsilon} \cong \mathbf{B}_d \delta \mathbf{d}; \quad \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \cong \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{d}. \quad (2.11)$$

En relación a la interpolación de la variable de phase field a nivel de elemento, se emplean las mismas funciones de aproximación en el espacio paramétrico  $\boldsymbol{\xi} = \{\xi^1, \xi^2\}$ . Así, puede aproximarse a nivel de punto de cuadratura tanto la variable de phase field como su correspondiente variación y linealización:

$$\bar{\vartheta} \cong \sum_{I=1}^n N^I \bar{\vartheta}_I = \mathbf{N} \bar{\boldsymbol{\vartheta}}; \quad \delta \bar{\vartheta} \cong \sum_{I=1}^n N^I \delta \bar{\vartheta}_I = \mathbf{N} \delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}; \quad \Delta \bar{\vartheta} \cong \sum_{I=1}^n N^I \Delta \bar{\vartheta}_I = \mathbf{N} \Delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}, \quad (2.12)$$

donde  $\bar{\vartheta}_I$  son los valores nodales de la variable de phase field, que se agrupa en el vector  $\bar{\boldsymbol{\vartheta}}$ . El gradiente espacial de dicha variable ( $\nabla_{\mathbf{x}} \bar{\vartheta}$ ), su variación ( $\nabla_{\mathbf{x}} \delta \bar{\vartheta}$ ) y su linealización ( $\nabla_{\mathbf{x}} \Delta \bar{\vartheta}$ ) se interpola mediante el operador  $\mathbf{B}_{\bar{\vartheta}}$ :

$$\nabla_{\mathbf{x}} \bar{\vartheta} \cong \mathbf{B}_{\bar{\vartheta}} \bar{\boldsymbol{\vartheta}}; \quad \nabla_{\mathbf{x}} (\delta \bar{\vartheta}) \cong \mathbf{B}_{\bar{\vartheta}} \delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}; \quad \nabla_{\mathbf{x}} (\Delta \bar{\vartheta}) \cong \mathbf{B}_{\bar{\vartheta}} \Delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}. \quad (2.13)$$

Teniendo en cuenta los desarrollos anteriores, la discretización de la Ec. (2.6) a nivel elemental (siendo identificado con el super-índice  $el$ ) puede expresarse:

$$\begin{aligned} \delta \bar{\Pi}_b^{el}(\mathbf{d}, \delta \mathbf{d}, \bar{\boldsymbol{\vartheta}}, \delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}) &= \delta \mathbf{d}^T \left\{ \int_{\Omega^{el}} \left[ ((1-\bar{\vartheta})^2 + \mathcal{K}) \mathbf{B}_d^T \boldsymbol{\sigma}_+ + \mathbf{B}_d^T \boldsymbol{\sigma}_- \right] d\Omega - \int_{\partial \Omega^{el}} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\partial \Omega - \int_{\Omega^{el}} \mathbf{N}^T \mathbf{f}_v d\Omega \right\} \\ &+ \delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}^T \left\{ \int_{\Omega^{el}} -2(1-\bar{\vartheta}) \mathbf{N}^T \boldsymbol{\psi}_+^e(\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega + \int_{\Omega^{el}} \mathcal{G}_c^b l \left( \mathbf{B}_{\bar{\vartheta}}^T \nabla_{\mathbf{x}} \bar{\vartheta} + \frac{1}{l^2} \mathbf{N}^T \bar{\vartheta} \right) d\Omega \right\} \\ &= \delta \mathbf{d}^T \mathbf{f}_d^b + \delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}}^T \mathbf{f}_{\bar{\vartheta}}^b \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde el vector residual  $\mathbf{f}_d^b = \mathbf{f}_{d,ext}^b - \mathbf{f}_{d,int}^b$ , en la cual,  $\mathbf{f}_{d,int}^b$  y  $\mathbf{f}_{d,ext}^b$  representan las contribuciones internas y externas, respectivamente, vienen dadas por:

$$\mathbf{f}_{d,int}^b = \int_{\Omega^{el}} \left[ ((1-\bar{\vartheta})^2 + \mathcal{K}) \mathbf{B}_d^T \boldsymbol{\sigma}_+ + \mathbf{B}_d^T \boldsymbol{\sigma}_- \right] d\Omega, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{f}_{d,ext}^b = \int_{\partial \Omega^{el}} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} d\partial \Omega + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{f}_v d\Omega. \quad (2.16)$$

Un proceso equivalente de discretización puede realizarse para la ecuación residual correspondiente al campo de phase field. De esta forma, el vector residual correspondiente,  $\mathbf{f}_{\bar{\vartheta}}^b$ , tiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{f}_{\bar{\vartheta}}^b = \int_{\Omega^{el}} -2(1-\bar{\vartheta}) \mathbf{N}^T \boldsymbol{\psi}_+^e(\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega + \int_{\Omega^{el}} \mathcal{G}_c^b l \left[ \mathbf{B}_{\bar{\vartheta}}^T \nabla_{\mathbf{x}} \bar{\vartheta} + \frac{1}{l^2} \mathbf{N}^T \bar{\vartheta} \right] d\Omega. \quad (2.17)$$

En este trabajo, se ha empleado un proceso de resolución numérica incremental-iterativa del conjunto acoplado de ecuaciones no lineales siguiendo un esquema Newton-Raphson según el esquema presentado en [77]. De esta forma, una vez efectuada la correspondiente linealización, se obtiene siguiente sistema de ecuaciones acopladas [59]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd}^b & \mathbf{K}_{d\bar{\vartheta}}^b \\ \mathbf{K}_{\bar{\vartheta}d}^b & \mathbf{K}_{\bar{\vartheta}\bar{\vartheta}}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \bar{\boldsymbol{\vartheta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{d,ext}^b \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{d,int}^b \\ \mathbf{f}_{\bar{\vartheta}}^b \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

La forma particular de los operadores  $\mathbf{K}_{dd}^b$ ,  $\mathbf{K}_{d\bar{\vartheta}}^b$ ,  $\mathbf{K}_{\bar{\vartheta}d}^b$  y  $\mathbf{K}_{\bar{\vartheta}\bar{\vartheta}}^b$  son omitidas por brevedad, véase [78]. La implementación numérica se ha llevado a cabo en los softwares de elementos finitos FEAP y ABAQUS, mediante subrutinas de usuario.



# 3 Aplicaciones representativas de simulaciones numéricas de fractura frágil en rocas homogéneas

---

En este Capitulo se presentan una serie de ejemplos de aplicación en la que se modeliza procesos de fractura frágil en rocas homogéneas.

## 3.1 Validación de la metodología de modelización de fractura frágil phase field: aplicación al Brazilian test

La metodología presentada en el Capitulo anterior, denominada como "Phase Field" (PF), es validada mediante su aplicación al denominado Brazilian test. Este ensayo consiste en la aplicación de una carga de compresión uniaxial a una muestra de roca. En concreto, el proceso de validación presentado en esta Sección se lleva a cabo a través de la directa correlación numérica experimental con los datos del ensayo reportados en [66] para especímenes homogéneos.

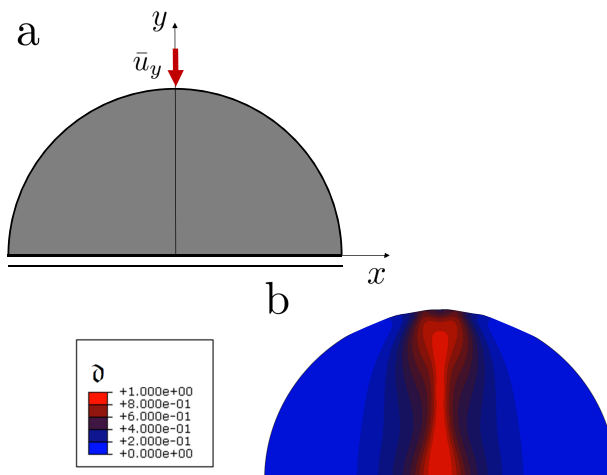
La definición geométrica de la muestra de roca ensayada consiste en una probeta con sección transversal circular cuyo diámetro es igual a 52 mm, ver Fig.3.1.a. Las propiedades materiales son: módulo de Young  $E = 31.5$  GPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0.25$  y tenacidad a fractura  $\mathcal{G}_c^b = 100$  J/m<sup>2</sup>. Además se estima el valor del parámetro de escala de phase field, el cual puede ser relacionado con la tensión de rotura  $\sigma_c$  del material a partir de la siguiente expresión:

$$l = \frac{27E\mathcal{G}_c^b}{256\sigma_c^2}. \quad (3.1)$$

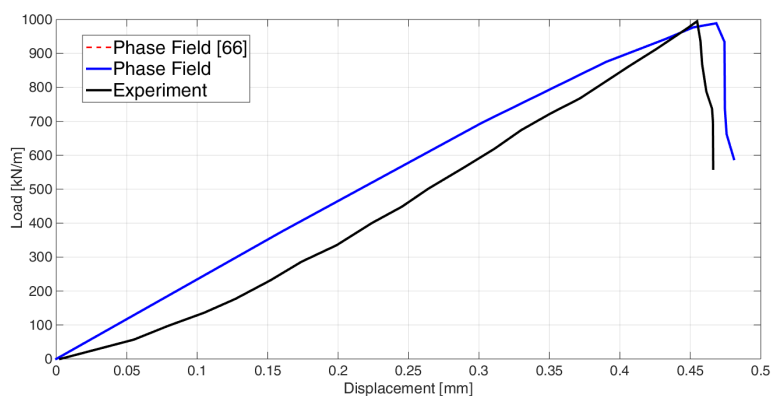
De esta forma, asignamos  $l = 1$  mm. Con el fin de simplificar el análisis en términos computacionales, se hace uso de la simetría del ensayo en términos materiales, geométricos y carga. Por lo tanto, únicamente se modeliza la mitad de espécimen, siendo discretizado con 55452 elementos cuadriláteros de primer orden. Las simulaciones fueron llevadas a cabo imponiendo un desplazamiento vertical que implica la compresión del componente. La Fig.3.1.b muestra el patrón de fractura obtenido mediante la implementación de la metodología PF en el software ABAQUS [66]. Durante la simulación se observó que la grieta se originó inicialmente en el centro de la probeta, siendo un resultado en consonancia con los resultados experimentales. En etapas posteriores de carga, esta grieta inicial se propagó hacia el eje superior del dominio bajo estudio.

Desde un punto de vista cualitativo, la Fig. 3.2 muestra la correlación numérica-experimental del diagrama fuerza-desplazamiento donde se observa un excelente acuerdo con los resultados obtenidos por [66]. La respuesta de la probeta se caracteriza por una primera etapa lineal hasta que

la misma falla de forma abrupta, poniendo de manifiesto las capacidades de la metodología PF para reproducir este tipo de fractura frágil. En este gráfico a su vez se aprecian ciertas discrepancias con respecto a los resultados experimentales. Estas diferencias son principalmente atribuidas al hecho de que los resultados numéricos no consideran el efecto de acciones de contacto, estando éstas presentes en los experimentos.



**Figura 3.1** (a) Condiciones de carga: Brazilian splitting test. (b) Patrón de fractura. .



**Figura 3.2** Brazilian splitting test: diagrama fuerza-desplazamiento..

### 3.2 Predicciones numéricas de patrones de fractura en testigos de roca: análisis de diferentes estados de carga

En esta Sección se abordan una serie de simulaciones numéricas con el fin de verificar las capacidades de la presente formulación para predecir y caracterizar fenómenos de fractura complejos dentro de la Mecánica de Rocas con aplicaciones en la Ingeniería Civil.

Es preciso destacar que aunque la presente metodología se presenta para su aplicación en la predicción de la procesos de fracturas en rocas con defectos, pudiendo ser aplicable a muchos otros problemas dentro de la Ingeniería Civil tales como inestabilidades de taludes, ensayos de caracterización de rocas, entre otras muchos casos de interés.

Para la generación de la geometría así como de la malla de discretización, se ha desarrollado varios scripts en Matlab que permiten adaptar los archivos obtenidos en ABAQUS para la generación

de la malla y posteriormente empleados en el software de elementos finitos FEAP [77], que es donde se encuentra implementada esta metodología a través de elementos de usuario.

La geometría básica bajo estudio es un espécimen de dimensiones  $200\text{ mm} \times 200\text{ mm}$ , que contiene 4 defectos inclinados (enchelon flaws). Esta geometría se simplifica mediante argumentos de simetría, por lo tanto  $1/4$  de dominio es analizado numéricamente. De esta forma el dominio bajo estudio consiste en  $50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$  con un único defecto, ver Fig. 3.3. Las propiedades mecánicas son:  $E = 30\text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\mathcal{G}_c^b = 3\text{ J/m}^2$  y  $l = 0.1\text{ mm}$  según [66].

Este testigo de roca se ha discretizado con 37554 elementos

finitos 2D de primer orden isoparamétricos equipados con la metodología PF, resultando un tamaño de malla  $h=0.2\text{ mm}$ . La aplicación de la carga se ha llevado a cabo con desplazamientos impuestos en los extremos verticales y horizontales, ver Fig. 3.3. En concreto, el máximo desplazamiento vertical impuesto es igual a  $\bar{u}_y = \pm 3 \times 10^{-2}\text{ mm}$  (tensión/compresión), mientras que en el extremo horizontal se impone a partir de diferentes ratio  $\bar{u}_x$  con respecto a  $\bar{u}_y$ , dependiendo del caso específico. Las simulaciones aquí presentadas se realizan con control en desplazamientos, donde el incremento máximo entre pasos de carga consecutivos es igual a  $\Delta u = 1 \times 10^{-5}\text{ mm}$ .

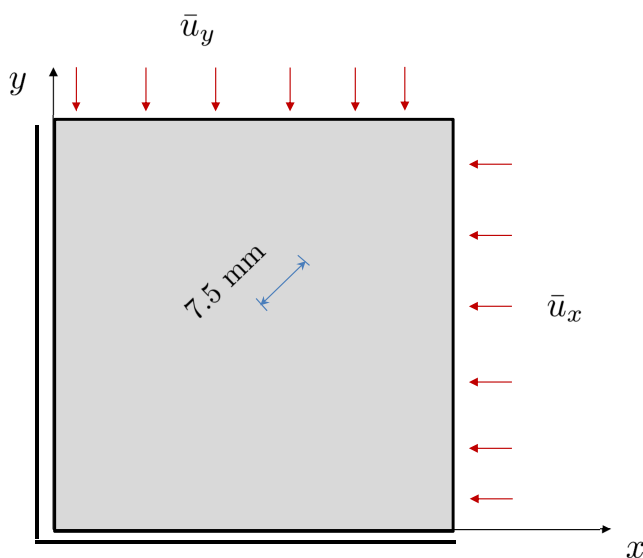


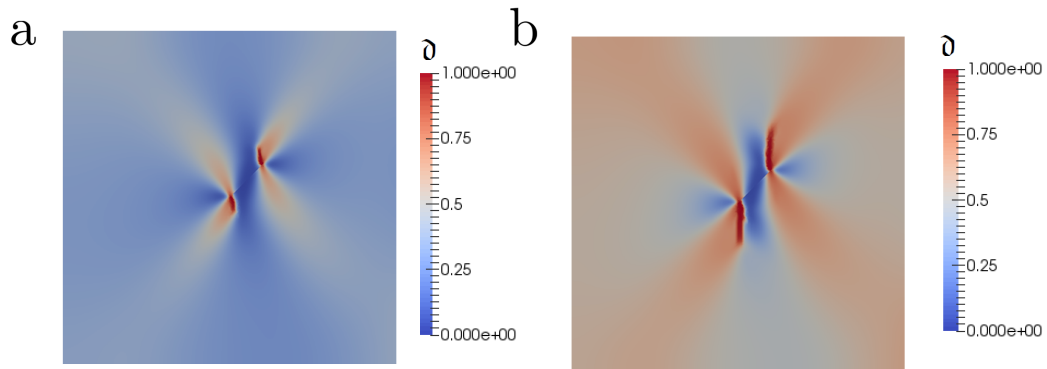
Figura 3.3 Testigo de roca con defectos inclinados: geometría y cargas.

### 3.2.1 Caso de compresión uniaxial

En primer lugar, se analiza el caso de carga de compresión simple, que se caracteriza por el desplazamiento impuesto  $\bar{u}_y = -3 \times 10^{-2}\text{ mm}$  y  $\bar{u}_x = 0$ , ver Fig. 3.3. La Fig. 3.4 muestra el patrón de fractura en dos estados de carga, en concreto cuando el desplazamiento impuesto alcanza los valores  $\bar{u}_y = -2.4 \times 10^{-2}\text{ mm}$  (izquierda) y  $\bar{u}_y = -2.78 \times 10^{-2}\text{ mm}$  (derecha), respectivamente. Según los resultados mostrados (Fig. 3.4), se predice el inicio y propagación de dos grietas alrededor de los respectivos fondos de grieta del defecto. La propagación de las misma sigue un camino paralelo a la carga principal, estando esos resultados en consonancia con los resultados experimentales discutidos en [66].

### 3.2.2 Caso de tracción uniaxial

El siguiente caso concierne el análisis del comportamiento del mismo espécimen bajo carga de tracción uniaxial. De esta forma el desplazamiento impuesto es igual a  $\bar{u}_y = 3 \times 10^{-2}\text{ mm}$  en dirección  $y$ . De nuevo la simulación se efectúa en diversos incrementos de carga. La Fig. 3.5.a muestra el



**Figura 3.4** Caso de compresión uniaxial: mapa de daño inicial (a) y en una etapa posterior (b).

patrón de fractura en diferentes estados, en concreto cuando el desplazamiento impuesto es igual a  $\bar{u}_y = 2.4 \times 10^{-2}$  mm. En comparación con el caso analizado anteriormente, Fig. 3.4, el patrón de fractura predicho es perpendicular a la dirección de carga, de nuevo en consonancia con [66].

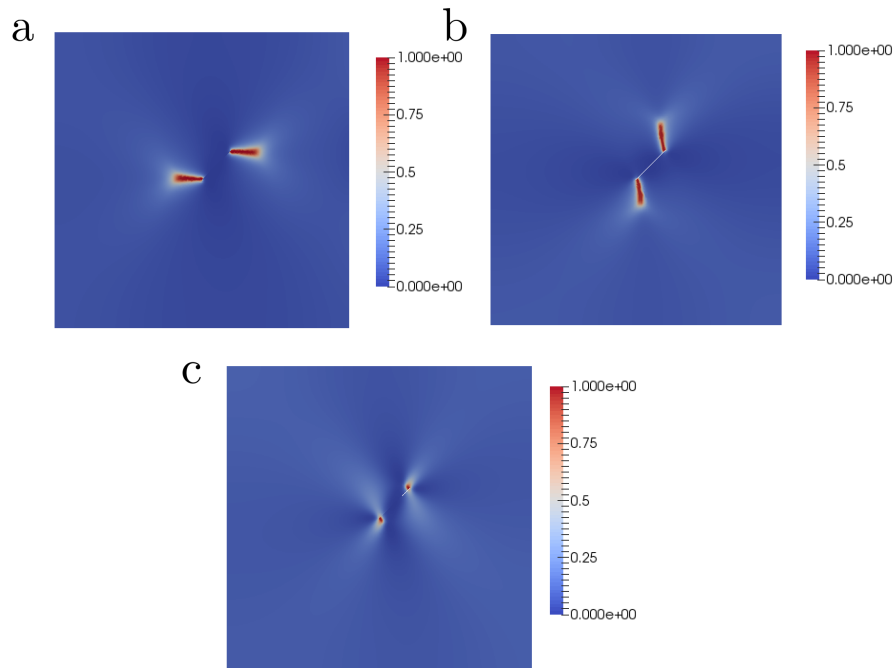
De esta forma, puede aseverarse que a partir de los resultados mostrados en los casos de fractura bajo compresión o tensión simple, las presentes predicciones presentan patrones muy similares a los obtenidos en [66], ilustrando la robustez del método computacional desarrollado.

### 3.2.3 Casos de tracción-compresión vertical y tracción horizontal

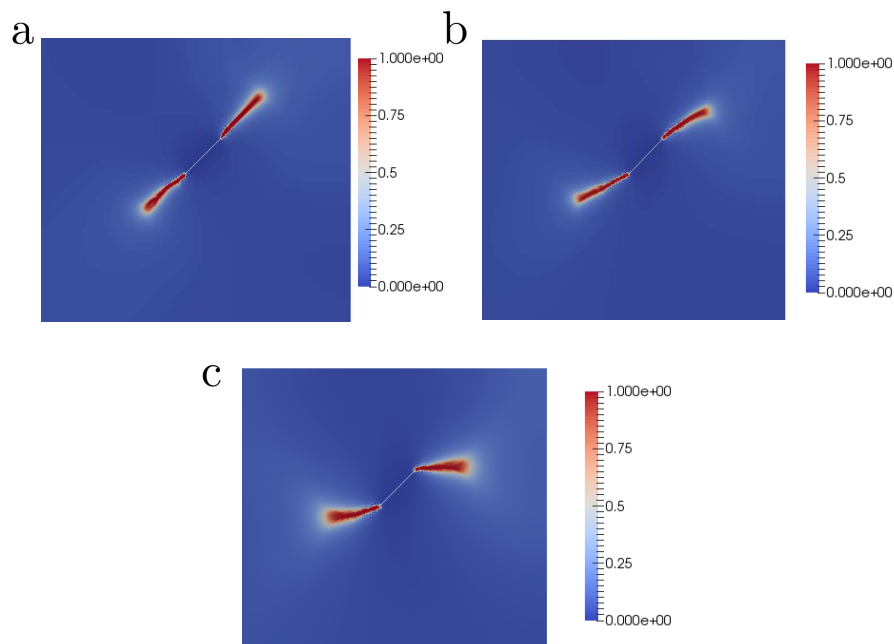
Con el fin de complementar los casos anteriores, la metodología PF es empleada para diversos casos de carga tracción-compresión vertical y tracción horizontal, mediante diferentes combinaciones.

Las Figs. 3.5.b y 3.5.c muestran los patrones de fractura obtenidos numéricamente bajo los casos de compresión vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = -1$  y  $\bar{u}_y = -2 \times 10^{-2}$  mm, respectivamente. En estos resultados se puede apreciar claramente la influencia del estado de carga, gobernando el patrón de fractura, aunque se observa que el desplazamiento horizontal tiene un rol moderado en el comportamiento del espécimen, ya que el camino de grieta está principalmente alineado con el desplazamiento vertical.

En los casos de tracción-tracción vertical y horizontal, la situación difiere con respecto a los casos anteriores. Así, las Figs. 3.6.a, 3.6.b y 3.6.c corresponden con los mapas de fractura para los casos  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 1, 2,$  y  $10,$  respectivamente. Analizando los resultados obtenidos, observamos que los patrones de fractura varían desde grietas perfectamente alineadas con la orientación del defecto,  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 1,$  hasta casi grietas horizontales  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 10.$  Como en casos anteriores, los resultados aquí presentados tienen acuerdos cualitativos muy satisfactorios con los expuestos en [66].



**Figura 3.5** Diferentes estados de carga para testigo de roca con defectos inclinados: patrones de fractura. (a) Caso de compresión uniaxial. (b) Compresión vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = -1$ . (c) Compresión vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = -2$ .



**Figura 3.6** Diferentes estados de carga para testigo de roca con defectos inclinados: patrones de fractura. (a) Tracción vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 1$ . (b) Tracción vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 2$ . (c) Tracción vertical y tracción horizontal con  $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 10$ .



# 4 Acoplamiento entre la metodología de fractura frágil en rocas phase field y grietas de interfase según el modelo de fractura cohesiva: aplicación a medios heterogéneos rocosos

---

## 4.1 Aspectos Generales

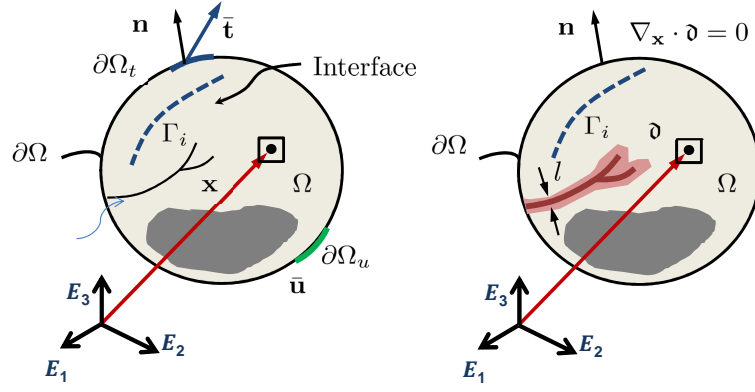
En numerosas aplicaciones ingenieriles, y en particular en medios rocosos dentro de la Ingeniería Civil y Geotécnica, se encuentran numerosos materiales que pueden catalogarse como heterogéneos en su composición y comportamiento mecánico. Dichos materiales/medios heterogéneos se caracterizan por la presencia de interfases que delimitan estratos o diferentes fases.

Debido a tal inherente complejidad en términos mecánicos, el desarrollo de metodologías de simulación numérica (especialmente en el dentro del MEF) presenta numerosos retos y dificultades para un desarrollo robusto, ya que existe una gran variedad de fenómenos asociados tales como la bifurcación de grietas al llegar a una interfase entre otros muchos.

En este contexto, una posible alternativa de modelización de tales procesos es el uso combinado de la metodología de PF para daño en el continuo y grietas de interfase (PF-CZM) siguiendo los desarrollos llevados a cabo por el autor en [72]. En tal trabajo de investigación se realiza un acoplamiento consistente entre ambas metodologías a través de un principio variacional básico para su formulación. En concreto, la metodología PF-CZM ha supuesto un nuevo paradigma para la modelización de grietas en medios homogéneos que engloba el potencial desarrollo de grietas tanto de interfase como en el medio continuo así como su posible interacción y competición.

El punto de partida de la formulación consiste en la consideración de un sistema el cual incluye una grieta predeterminada (o que potencialmente puede generarse)  $\Gamma_b$  y una interfase genérica prescrita  $\Gamma_i$  (nótese que el presente método es extensible a la presencia de numerosos discontinuidades o interfases), ver Fig. 4.1. Siguiendo los desarrollos llevados a cabo en Capítulos anteriores, un punto genérico de la interfase se denota por el vector de posición  $\mathbf{x}_c$ . Considerado el potencial interno del sistema del sólido genérico bajo estudio (donde se omite el subíndice *int* por simplificar la notación), el funcional del sistema (Ec. (2.6)) puede expresarse:

$$\Pi(\mathbf{u}, \Gamma) = \Pi_{\Omega}(\mathbf{u}, \Gamma) + \Pi_{\Gamma}(\Gamma) = \int_{\Omega \setminus \Gamma} \psi^e(\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathcal{G}_c d\Gamma, \quad (4.1)$$



**Figura 4.1** (a) Coexistencia entre grieta en el medio continuo y de interfase en el contexto de la metodología PF-CZM.

Uno de los aspectos fundamentales de la metodología de simulación PF-CZM consiste en asumir una descomposición aditiva de la parte dispositiva del funcional anterior. De esta forma, la energía de fractura del sistema  $\mathcal{G}_c$  puede descomponerse en dos contribuciones asociadas con: (i) la fractura disipada en el medio continuo, en este caso en cada estrato del macizo rocoso, estando caracterizada por  $\mathcal{G}_c^b$  y estando tales procesos simulados con la metodología PF, y (ii) la energía de fractura disipada en las potenciales interfases, caracterizada por la energía de fractura  $\mathcal{G}^i$ , y que se modeliza con la técnica de grieta cohesiva (CZM). Por lo tanto, la Ec. (4.1) puede reescribirse de forma:

$$\Pi(\mathbf{u}, \Gamma_b, \Gamma_i) = \Pi_\Omega + \Pi_{\Gamma_b} + \Pi_{\Gamma_i} = \int_{\Omega \setminus \Gamma} \psi^e(\boldsymbol{\varepsilon}) d\Omega + \int_{\Gamma_b} \mathcal{G}_c^b(\mathbf{u}, \vartheta) d\Gamma + \int_{\Gamma_i} \mathcal{G}^i(\mathbf{g}, \mathfrak{h}, \vartheta) d\Gamma, \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{g}$  identifica la diferencia de desplazamientos entre dos puntos materiales entre los flancos de la interfase,  $\mathfrak{h}$  es una variable de estado para evitar que la interfase recupere su rigidez una vez fracturada [60], y  $\vartheta$  es la variable de phase field en el continuo.

En este trabajo, por simplicidad, asumimos un comportamiento de interfase tipo tensión cut-off [72], cuya rigidez aparente puede acoplarse con la variable de phase field en el continuo vía  $\vartheta$ . Es más, nótese que la energía disipada en la interfase, Ec. (4.2), puede descomponerse a su vez en la suma de las contribuciones asociadas a las contribuciones de los Modos de Fractura I y II en un contexto de modelización 2D, estando representados por las energías correspondientes  $\mathcal{G}_{IC}^i$  y  $\mathcal{G}_{IIC}^i$ .

En la formulación derivada en [72], se asume que la apertura crítica de la interfase ( $g_c$ ) sigue una ley de dependencia lineal con respecto al estado de daño en el continuo adyacente a la interfase. dicha dependencia puede postularse:  $g_c(\vartheta) = (1 - \vartheta)g_{c,0} + \vartheta g_{c,1}$ , donde  $g_{c,0} = g_c(\vartheta = 0)$  y  $g_{c,1} = g_c(\vartheta = 1)$ . Así, la ley tensión-desplazamientos en la interfase (véase Fig. 4.2 para el Modo I de Fractura), se expresa por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{cases} k_n \frac{g_n}{g_{nc}}, & \text{if } 0 < \frac{g_n}{g_{nc}} < 1; \\ 0, & \text{if } \frac{g_n}{g_{nc}} \geq 1, \end{cases} \quad (4.3) \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{cases} k_t \frac{g_t}{g_{tc}}, & \text{if } 0 < \frac{g_t}{g_{tc}} < 1; \\ 0, & \text{if } \frac{g_t}{g_{tc}} \geq 1, \end{cases} \quad (4.4)$$

donde  $\boldsymbol{\sigma}$  y  $\boldsymbol{\tau}$  son las tensiones asociadas a los Modos I y II, respectivamente,  $g$  son los desplazamientos relativos en la interfases entre los flancos de la interfase, haciendo referencia los subíndices  $n$  y  $t$  hacen referencia a los Modos I y II, respectivamente.



Como resultado, la rigidez aparente de la interfase  $k$  de ambos Modos I y II depende del daño en el continuo  $\mathfrak{d}$  en el continuo adyacente:

$$k_n = k_{n,0} \left( \frac{g_{nc,0}}{g_{nc}} \right)^2; \quad k_t = k_{t,0} \left( \frac{g_{tc,0}}{g_{tc}} \right)^2, \quad (4.5)$$

donde  $k_0$  y  $g_0$  identifican la rigidez y el campo de desplazamiento relativo en la interfase para el estado intacto, i.e.  $\mathfrak{d} = 0$ .

Adicionalmente, se adopta un criterio cuadrático para identificar el fallo de la interfase una vez que se disipa la energía de fractura correspondiente:

$$\left( \frac{\mathcal{G}_I^i}{\mathcal{G}_{IC}^i} \right)^2 + \left( \frac{\mathcal{G}_{II}^i}{\mathcal{G}_{IIC}^i} \right)^2 = 1, \quad (4.6)$$

donde  $\mathcal{G}_I^i$  y  $\mathcal{G}_{II}^i$  con las tasas de liberación de energía en la interfase, las cuales adquieren la forma:

$$\mathcal{G}_I^i(\mathfrak{d}) = \frac{1}{2} n_{t,0} g_n^2 \frac{g_{nc,0}^2}{[(1-\mathfrak{d})g_{nc,0} + \mathfrak{d}g_{nc,1}]^2}; \quad \mathcal{G}_{II}^i(\mathfrak{d}) = \frac{1}{2} k_{t,0} g_t^2 \frac{g_{tc,0}^2}{[(1-\mathfrak{d})g_{tc,0} + \mathfrak{d}g_{tc,1}]^2}. \quad (4.7)$$

Tales tasas de liberación de energía son comparadas con sus valores críticos Ec. (4.6), donde  $\mathcal{G}_{IC}^i$  y  $\mathcal{G}_{IIC}^i$  los cuales son parámetros físicos y que son independientes del daño en el continuo:

$$\mathcal{G}_{IC}^i = \frac{1}{2} g_{nc,0}^2 k_{n,0}; \quad \mathcal{G}_{IIC}^i = \frac{1}{2} g_{tc,0}^2 k_{t,0}. \quad (4.8)$$

Finalmente, en el presente trabajo se ha extendido el comportamiento de la interfase para tener en consideración aspectos geo-mecánicos. En concreto, se ha seguido la aproximación llevada a cabo en [79], en el la rigidez de la interfase bajo compresión está relacionada con los parámetros geo-mecánicos de la misma:

$$g_n \leq 0 \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{k_{n,0} g_n}{1 - g_n/g_m}, \quad (4.9)$$

donde  $g_n$  es el cierre de la interfase,  $k_{n,0}$  es la rigidez inicial,  $g_m$  el es cierre máximo de la interfase. Los valores  $k_{n,0}$  y  $g_m$ , pueden relacionarse con parámetros (JCS), que puede encontrarse en la literatura asociada para diversas naturalezas rocosas (Fig. 4.2):

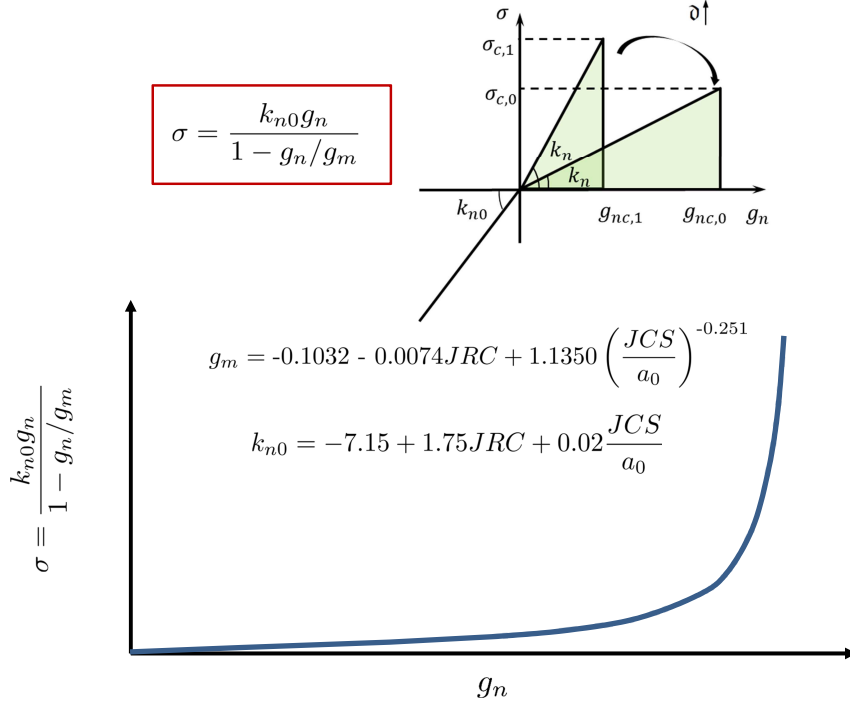
$$k_{n,0} = -7.15 + 1.75 \text{ JRC} + 0.02 \left( \frac{\text{JCS}}{a_0} \right)^{-0.2510} \quad (4.10)$$

$$g_m = -7.15 + 1.75 \text{ JRC} + 0.02 \left( \frac{\text{JCS}}{a_0} \right)^{-0.2510} \quad (4.11)$$

donde JCS es la rigidez a compresión de la junta, véase Barton and Choubey [73] y [74], donde  $a_0 = \text{JRC}_0/50$ . Estos coeficientes pueden obtenerse de los ensayos realizados en el laboratorio para una muestra de roca.

## 4.2 Formulación variacional y discretización mediante elementos finitos

En esta sección se deriva la formulación variacional de la contribución de la interfase en el potencial total del sistema, Ec. (4.2). Siguiendo un procedimiento de Galerkin en el contexto del MEF, la



**Figura 4.2** Modificación de la rigidez de la interfase a compresión según parámetros geo-mecánicos  $g_n$ .

forma débil de la contribución de la interfase al sistema puede expresarse como:

$$\delta \Pi_{\Gamma_i}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}, \vartheta, \delta \vartheta) = \int_{\Gamma_i} \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{u}, \vartheta)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{u}, \vartheta)}{\partial \vartheta} \delta \vartheta \right) d\Gamma, \quad (4.12)$$

$$\delta \Pi_{\Gamma_i}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}, \vartheta, \delta \vartheta) = \int_{\Gamma_i} \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{u}, \vartheta)}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{u}, \vartheta)}{\partial \vartheta} \delta \vartheta \right) d\Gamma, \quad (4.13)$$

donde  $\delta \mathbf{u}$  es el vector de funciones de aproximación del campo de desplazamientos cinemáticamente admisible ( $\mathcal{V}^u = \{ \delta \mathbf{u} | \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \text{ on } \partial \Omega_u, \mathbf{u} \in \mathcal{H}^1 \}$ ), y  $\delta \vartheta$  corresponde a las funciones de aproximación de phase field ( $\mathcal{V}^\vartheta = \{ \delta \vartheta | \delta \vartheta = 0 \text{ on } \Gamma_b, \vartheta \in \mathcal{H}^0 \}$ ).

La discretización del presente modelo de interfase se realiza en el contexto del MEF empleando elementos isoparamétricos de primer orden con interpolación lineal del campo de desplazamientos, aunque su extensión a elementos de órdenes superiores puede llevarse a cabo de forma directa. Análogamente al modelo de PF en el continuo, (Sección 2.2),  $\mathbf{d}$  denota el vector de desplazamientos nodales y  $\bar{\vartheta}$  el vector de phase field nodales a nivel de elemento. Por lo tanto, la forma discreta de la Ec.(4.12) para cada elemento de interfase  $\Gamma_i^{el}$  ( $\Gamma_i \sim \cup \Gamma_i^{el}$ ) adquiere la forma:

$$\delta \tilde{\Pi}_{\Gamma_i^{el}}(\mathbf{d}, \delta \mathbf{d}, \bar{\vartheta}, \delta \bar{\vartheta}) = \int_{\Gamma_i^{el}} \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\vartheta})}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d} + \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\vartheta})}{\partial \bar{\vartheta}} \delta \bar{\vartheta} \right) d\Gamma, \quad (4.14)$$

donde las expresiones de  $\mathcal{G}^i = \mathcal{G}_I^i + \mathcal{G}_{II}^i$ , se han detallado anteriormente.

El vector de desplazamientos relativos entre los flancos de la interfase  $\mathbf{g}$  para cualquier punto de  $\Gamma_i^{el}$  es el resultado de la diferencia entre los desplazamientos de puntos opuestos en la interfase, los cuales pueden ser obtenidos a partir de los desplazamientos nodales  $\mathbf{d}$  multiplicados por el operador  $\mathbf{L}$  cuya definición puede encontrarse en [40] (y que se omite en el presente documento por cuestiones

de brevedad):

$$\mathbf{g} = \mathbf{NLd} = \hat{\mathbf{B}}_d \mathbf{d}, \quad (4.15)$$

donde  $\mathbf{N}$  es una matriz que incluye las funciones Lagrangianas de interpolación de los desplazamientos y  $\hat{\mathbf{B}}_d = \mathbf{NL}$  identifica el operador de compatibilidad en la interfase.

Para aplicar la relación de constitutiva de la interfase invocando el concepto de modelo cohesivo (CZM), siendo tal ley expresada en el sistema de referencia local definido por los vectores unitarios normal y tangencial a la interfase [39, 42], el vector de desplazamientos relativos en el sistema global en Ec. (4.15) se multiplica por el tensor de rotación  $\mathbf{R}$  de forma  $\mathbf{g}_{\text{loc}}$ :

$$\mathbf{g}_{\text{loc}} \cong \mathbf{Rg} = \mathbf{R}\hat{\mathbf{B}}_d \mathbf{d}. \quad (4.16)$$

De forma similar, las siguientes expresiones y operadores son introducidos para el cálculo del valor de la variable de phase field promedio en la interfase  $\bar{\delta}$ ,  $\Gamma_i^{el}$ , a nivel elemental:

$$\bar{\delta} \cong \mathbf{N}_\delta \mathbf{M}_\delta \bar{\delta} = \hat{\mathbf{B}}_\delta \bar{\delta}, \quad (4.17)$$

donde  $\mathbf{M}_\delta$  es un operador para calcular la media de la variable de phase field a través de la interfase entre los dos flancos y  $\hat{\mathbf{B}}_\delta = \mathbf{N}_\delta \mathbf{M}_\delta$  identifica el operador de compatibilidad. La forma particular de estos operadores para formulaciones 2D y 3D es derivada en [40, 42].

Por lo tanto, la forma débil discreta correspondiente a la interfase adquiere la forma:

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\Pi}_{\Gamma_i^{el}}^i(\mathbf{d}, \delta \mathbf{d}, \bar{\delta}, \delta \bar{\delta}) &= \delta \mathbf{d}^T \int_{\Gamma_i^{el}} \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \mathbf{d}} \right)^T d\Gamma + \delta \bar{\delta}^T \int_{\Gamma_i^{el}} \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \bar{\delta}} \right)^T d\Gamma \\ &= \delta \mathbf{d}^T \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_d^T \mathbf{R}^T \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \mathbf{g}_{\text{loc}}} \right)^T d\Gamma + \delta \bar{\delta}^T \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_\delta^T \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \bar{\delta}} \right)^T d\Gamma \end{aligned} \quad (4.18)$$

dando lugar a los vectores residuales asociados tanto al campo de desplazamientos como de phase field:

$$\mathbf{f}_d^i = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_d^T \mathbf{R}^T \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \mathbf{g}_{\text{loc}}} \right)^T d\Gamma, \quad (4.19a)$$

$$\mathbf{f}_\delta^i = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_\delta^T \left( \frac{\partial \mathcal{G}^i(\mathbf{d}, \bar{\delta})}{\partial \bar{\delta}} \right)^T d\Gamma. \quad (4.19b)$$

Finalmente, se calcula la linealización consistente de los vectores residuales a partir del concepto de derivada direccional, obteniéndose los siguientes operadores:

$$\mathbf{K}_{dd}^i = \frac{\partial \mathbf{f}_d^i}{\partial \mathbf{d}} = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_d^T \mathbf{R}^T \mathbf{C}_{dd}^i \mathbf{R} \hat{\mathbf{B}}_d d\Gamma, \quad (4.20a)$$

$$\mathbf{K}_{d\delta}^i = \frac{\partial \mathbf{f}_d^i}{\partial \bar{\delta}} = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_d^T \mathbf{R}^T \mathbf{C}_{d\delta}^i \hat{\mathbf{B}}_\delta d\Gamma, \quad (4.20b)$$

$$\mathbf{K}_{\delta d}^i = \frac{\partial \mathbf{f}_\delta^i}{\partial \mathbf{d}} = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_\delta^T \mathbf{C}_{\delta d}^i \mathbf{R} \hat{\mathbf{B}}_d d\Gamma, \quad (4.20c)$$

$$\mathbf{K}_{\delta\delta}^i = \frac{\partial \mathbf{f}_\delta^i}{\partial \bar{\delta}} = \int_{\Gamma_i^{el}} \hat{\mathbf{B}}_\delta^T \mathbf{C}_{\delta\delta}^i \hat{\mathbf{B}}_\delta d\Gamma, \quad (4.20d)$$

donde las matrices tangentes de la interfase toman la forma:

$$\mathbb{C}_{dd}^i = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}k_n & 0 \\ 0 & \hat{\beta}k_t \end{bmatrix}, \quad (4.21a)$$

$$\mathbb{C}_{d\vartheta}^i = \begin{bmatrix} g_n k_n \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial \vartheta} & g_t k_t \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \vartheta} \end{bmatrix}, \quad (4.21b)$$

$$\mathbb{C}_{\vartheta d}^i = \begin{bmatrix} g_n k_n \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial \vartheta} \\ g_t k_t \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \vartheta} \end{bmatrix}, \quad (4.21c)$$

$$\mathbb{C}_{\vartheta\vartheta}^i = \frac{1}{2} g_n^2 k_n \frac{\partial^2 \hat{\alpha}}{\partial \vartheta^2} + \frac{1}{2} g_t^2 k_t \frac{\partial^2 \hat{\beta}}{\partial \vartheta^2}. \quad (4.21d)$$

En las expresiones anteriores  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son particularizados:

$$\hat{\alpha} = \frac{g_{nc,0}^2}{[(1-\vartheta)g_{nc,0} + \vartheta g_{nc,1}]^2}, \quad (4.22a)$$

$$\hat{\beta} = \frac{g_{tc,0}^2}{[(1-\vartheta)g_{tc,0} + \vartheta g_{tc,1}]^2}. \quad (4.22b)$$

De forma análoga a Ec. (2.18), el sistema de ecuaciones acoplados que se resuelve en el contexto del MEF no lineal mediante un procedimiento de solución incremental-iterativa siguiendo un esquema de Newton-Raphson multi-dimensional. El sistema resultante puede por tanto expresarse como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dd}^i & \mathbf{K}_{d\vartheta}^i \\ \mathbf{K}_{\vartheta d}^i & \mathbf{K}_{\vartheta\vartheta}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_d^i \\ \mathbf{f}_{\vartheta}^i \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

# 5 Aplicaciones representativas de simulaciones numéricas de fractura frágil en rocas heterogéneas empleando la metodología PF-CZM

---

## 5.1 Aspectos Generales

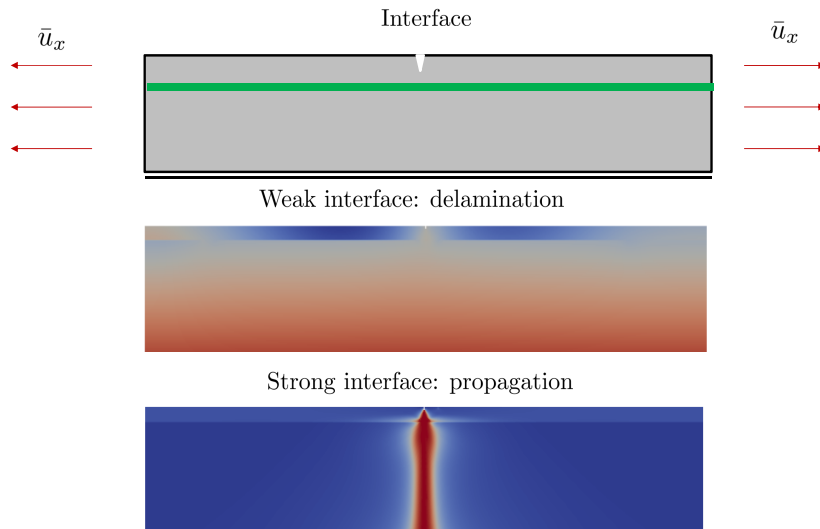
La presencia de interfases en propagación de grietas en macizos rocosos puede considerarse especialmente significativa en el caso de rocas sedimentarias compuestas de capas de lutita y lutitas. El análisis de eventos de fractura en materiales y estructuras con múltiples capas ha sido objeto de investigación recurrente en los últimos años, como se describe en [72].

De forma similar a lo que ocurre en el caso de los materiales compuestos, hay tres aspectos fundamentales de crucial importancia en la fracturación a través de interfaces, llamadas también juntas en la literatura de Mecánica de Rocas: (i) la resistencia de la junta, (ii) las propiedades mecánicas de las capas y (iii) las condiciones de carga.

Como se discutió en [80], cuando una grieta que se aproxima a contra una interfaz resistente, esta grieta generalmente tiende a propagarse en la sólido adyacente sin experimentar desviaciones significativas de su trayectoria inicial. Por el contrario, en el caso de interfases débiles, éstas son mucho más propensas a fallar por lo tanto conllevando fenómenos de desviación de la grieta inicial (delaminación). Este escenario básico puede reproducirse de manera directa mediante el enfoque PF-CZM descrito en la sección anterior.

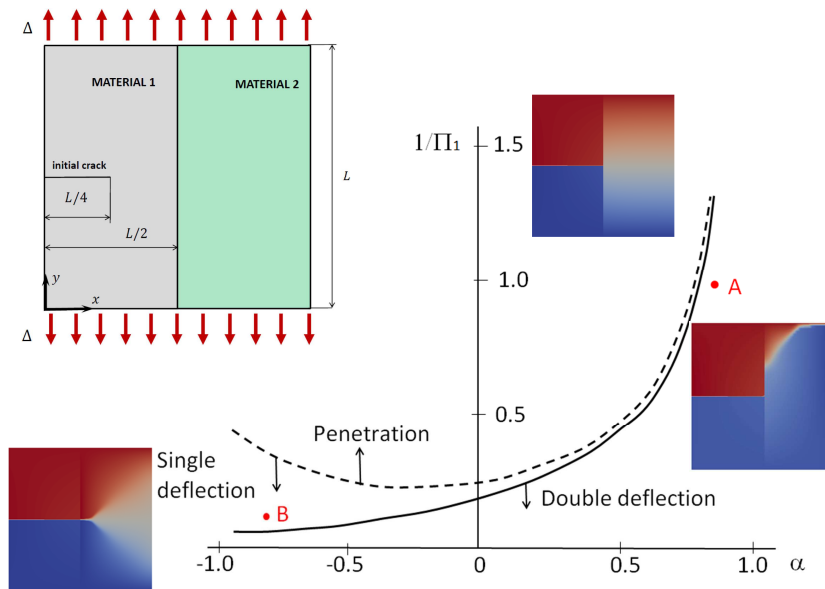
En este sentido, la Fig. 5.1 muestra de forma cualitativa un sistema de longitud  $L = 50$  mm con las propiedades mecánicas descritas en los ejemplos tratado anteriormente. Dicho sistema está sometido a la acción de una carga uniformemente distribuida, la cual se introduce en el sistema mediante la imposición de los desplazamientos laterales  $\bar{u}_x$ . En primer lugar, asignamos el ratio entre las tenacidades de fractura del medio continuo y de la interfase como  $\mathcal{G}_c^b / \mathcal{G}_c^i = 50$  como caso de interfase débil, mientras que  $\mathcal{G}_c^b / \mathcal{G}_c^i = 0.05$  para el caso de interfase tenaz. En este gráfico, puede observarse que la metodología desarrollada PF-CZM reproduce de forma fidedigna el comportamiento básico descrito en [80]. En concreto, se observa como en el caso de interfase débil se obtiene claramente una discontinuidad del campo de desplazamientos verticales, evidenciando un proceso de delaminación. Por el contrario, en el caso de interfase tenaz se predice un patrón de fractura perpendicular a la carga impuesta sin observarse ningún proceso de deflexión de la grieta inicial.

Sin embargo, para sistemas bimateriales con interfases débiles, se pueden encontrar situaciones mucho más complejas según los estudios basados en la MFEL, véase el estudio llevado a cabo en



**Figura 5.1** Sistema sometido a desplazamiento uniaxial. Predicciones utilizando PF-CZM para dos tipos de interfaces entre materiales similares: interfaces/juntas débiles con eventos de delaminación a lo largo de la interfaz e interfaces/juntas tenaces con trayectoria de grieta continua.

[72]. En particular, se pueden encontrar tres escenarios de propagación diferentes basados en los parámetros de Dundurs del sistema con una grieta incidente en una interfase: (i) desviación simple a lo largo de la interfase, (ii) desviación doble a lo largo de la interfase y (iii) penetración.



**Figura 5.2** Geometría y condiciones de contorno para el problema bimaterial. Escenarios de patrones de grietas para una interfase frágil. Las gráficas muestran el mapa del campo de desplazamiento vertical correspondiente a tres casos diferentes: A (doble deflexión), B (deflexión simple), C (penetración).

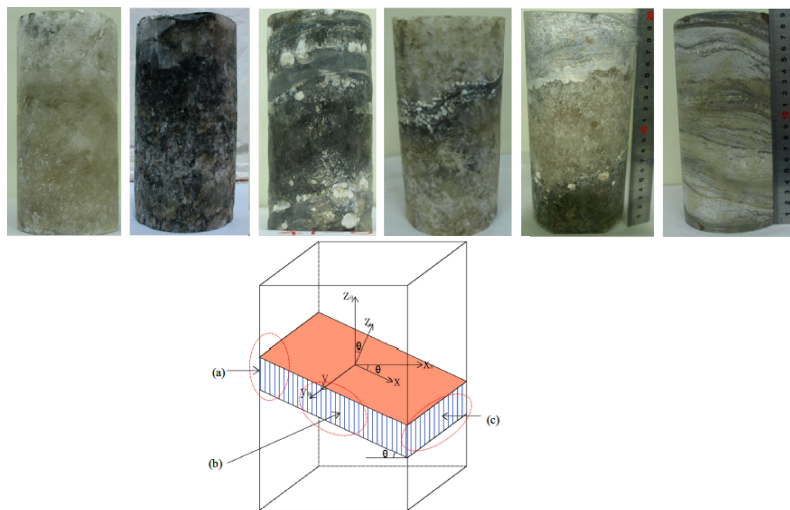
Basándonos en las capacidades potenciales que muestra la metodología PF-CZM, las siguientes Secciones abordan la aplicabilidad del dicho método para simular eventos de fractura en masas de rocas compuestas de varios estratos.

## 5.2 Aplicación a rocas salinas con interfases inclinadas

Una de las aplicaciones potenciales del marco numérico desarrollado en este trabajo es la investigación de la respuesta de las rocas salinas con interfases. Estas rocas muestran un comportamiento mecánico diferente de la litología correspondiente, que puede obedecer a configuraciones con una o varias capas. En consonancia con el estudio llevado a cabo en [81], los litotipos mixtos presentan lechos horizontales o inclinados de anhidrita que se alternan con halita, dando lugar a rocas compuestas de anhidrita-halita.

Analizando de las evidencias experimentales de [81], se puso de manifiesto que en tales configuraciones la presencia de interlayers tienden a promover en inicio de grietas en tales localizaciones. Estas interlayers son identificadas con láminas con propiedades mecánicas menos rígidas, resistentes y tenaces que los estratos adyacentes. Este hecho además viene condicionado por la presencia de interfases con geometrías inclinadas.

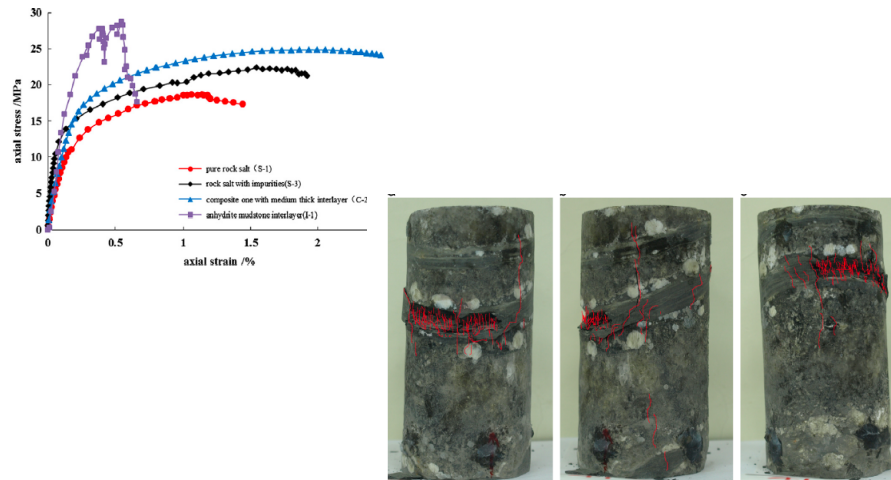
Estos autores investigaron el comportamiento bajo carga uniaxial y triaxial de compresión del proceso de fractura en rocas salinas con presencia de interlayers, ver Fig. 5.3, donde se aprecian la preparación de los testigos de rocas analizados así como la presencia de la interlayer (donde se incluyen diferentes espesores).



**Figura 5.3** Muestra rocosa salina con interlayer: muestras y definición de interlayer.

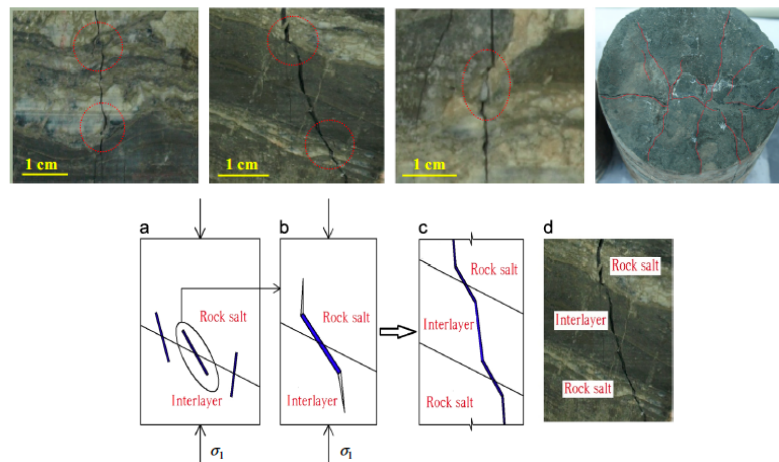
La respuesta bajo carga uniaxial de compresión de estos especímenes se recoge en la Fig. 5.4 con sus correspondientes patrones de fractura.

Más concretamente, estos autores discutieron que los patrones de fractura típicos en estas rocas siguen diferentes fases: (i) cerca/a lo largo de la región de la interfase, los micro-defectos iniciales derivados de las diferencias entre sedimentación y consolidación evolucionan generando micro-grietas; (ii) aumentando la carga aplicada, tales micro-grietas se propagan a lo largo de la interfase



**Figura 5.4** Respuesta rocosa salina con interlayer.

y dentro de la región de roca salina; *(iii)* finalmente, se produce la coalescencia de diferentes grietas, rompiendo la muestra. Esta secuencia se aprecia en la Fig. 5.5.



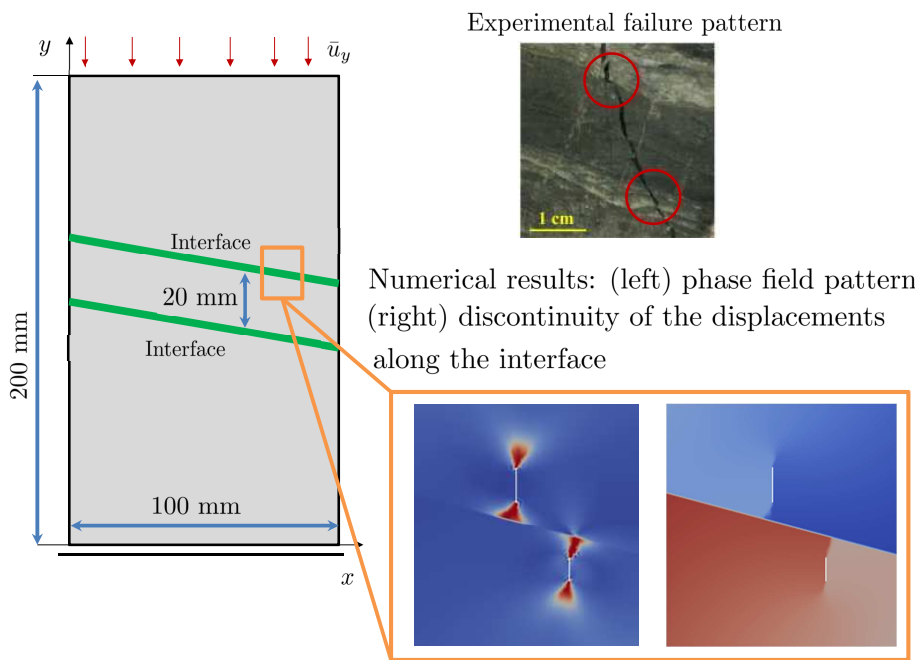
**Figura 5.5** Representación de procesos de fractura de muestras de rocosa salina con interlayer.

La metodología numérica desarrollada en este trabajo se aplica para estudiar el comportamiento de la deformación y las características de fractura (iniciación y coalescencia) en rocas salinas con interfaces inclinadas bajo compresión uniaxial. Esta configuración fue analizada en [81]. Para este propósito, se analizan numéricamente escenarios de compresión uniaxiales de rocas compuestas



de sal con capas intermedias de 20 mm de espesor, que mostraron un comportamiento mecánico cercano al carácter frágil.

Debido a la falta de datos con respecto a la geometría de los especímenes analizados en [81], el presente estudio se restringe meramente a un análisis cualitativo del papel del interlayer central en el proceso de fractura, ver Fig. 5.6. De esta forma, se define un dominio de  $100 \times 200$  mm con una capa intermedia central de 20 mm de espesor siguiendo una representación macroscópica con dos pequeños defectos cerca de la interfase. Este dominio se discretiza empleando 84388 elementos que combinan que combinan la metodología PF y CZM. Las propiedades mecánicas y de fractura de ambos materiales se enumeran en la Tabla 5.1. Es a su vez preciso mencionar que para la interfase dispuesta entre roca salina y la anhidrita, elegimos un valor intermedio entre las propiedades de grietas del límite transgranular reportadas en [82], de modo que se establece  $\mathcal{G}_c^i = 1.2715 \text{ J/m}^2$ .



**Figura 5.6** Muestra rocosa compuesta de roca salina bajo carga de compresión uniaxial. Geometría y condiciones de contorno, patrón de fractura experimental y predicciones numéricas.

**Tabla 5.1** Propiedades mecánicas y de fractura: halita y anhidrita.

Material	E (GPa)	$\nu$	$\mathcal{G}_c^b \text{ (Jm}^{-2}\text{)}$
Halita	36.87	0.254	1.155
Anhidrita	74.36	0.269	1.805

La Fig. 5.6 representa la correlación cualitativa numérica-experimental del patrón de grieta predicha por la técnica numérica de predicción PF-CZM y la observada en los experimentos. como puede desprenderse de este gráfico, se observa un ajuste cualitativo muy satisfactorio. En concreto, durante las simulaciones computacionales, se observa que las grietas verticales principales se inician en los defectos cerca de la interfase y se propagan a través de la capa intermedia; posteriormente, ambas grietas se propagan a lo largo interfase originándose un fenómeno de coalescencia. El patrón de fractura final en esta localización coincide desde un punto de vista cualitativo con el reportado en [81]. Sin embargo, tenga en cuenta que el desarrollo de los caminos de grietas tipo *wing* y *shear* se desvían ligeramente de las evidencias experimentales, por lo que sería conveniente acudir a formulaciones alternativas de phase field tales como las desarrolladas en [67, 68].

### 5.3 Investigación numérica: especímenes con múltiples defectos y presencia de interfases

Continuando con la evaluación de las capacidades predictivas del enfoque actual PF-CZM para masas rocosas heterogéneas, adoptamos la definición de muestra descrita en la Sección 3, incluyendo diversas interfases débiles prescritas y con diferentes longitudes aunque con la misma orientación con respecto a la dirección horizontal de 45°. Las propiedades mecánicas de las masas rocosas analizadas replican las dadas en la Sección 3.

En aras de la concisión en los resultados, suponemos que las diferentes litologías son del mismo material. Tenga en cuenta que los sistemas bi y tri-materiales pueden analizarse directamente utilizando la metodología numérica propuesta de una manera directa.

Además, con respecto a las definiciones de las interfases que separan los diferentes dominios de roca, consideramos dos casos: (i) una sola interfase/junta horizontal, (ii) una sola interfase/junta vertical. Las propiedades mecánicas de las juntas aquí analizadas se detallan en la Tabla 5.2, mientras que las propiedades de contacto basadas en aspectos geo-mecánicos se reportan en la Tabla 5.3. La determinación de tales propiedades de la interfase se llevaron a cabo según el modelo denominado "Born model of modeling" [82] en los que se especifican las tenacidad a fractura de óxidos, silicatos, halitas, entre otros materiales. Este modelo se basa en un procedimiento teórico basado en aspectos termodinámicos, cuya explicación queda fuera del alcance del presente trabajo. De esta forma los parámetros de fractura para las interfases basados en dicho método responden a la tipología intergranular. Nótese que en ese trabajo se reportan la tenacidad a fractura en estos materiales intra- e intergranular, ver Figs. 5.7 y 5.8. Así, el citado estudio ha sido la base para la elección de las propiedades de la interfase en las siguientes simulaciones.

Computed toughness values for intragranular and grain boundary cracking, plus surface and grain boundary energies of oxide and sulphide minerals at 298 K

Mineral	Formula	Intragranular crack		$\gamma$ (J m <sup>-2</sup> )	Grain boundary crack		$\gamma_{GB}$ (J m <sup>-2</sup> )
		$\mathcal{K}_{IC}$ (J m <sup>-3/2</sup> )	$K_{IC}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )		$(\mathcal{K}_{IC})_{GB}$ (J m <sup>-3/2</sup> )	$(K_{IC})_{GB}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	
Cuprite	Cu <sub>2</sub> O	0.886	0.163	0.4428	0.769	0.152	0.117
Periclase	MgO	13.704	2.052	6.852	12.293	1.943	1.411
Limé	CaO	8.335	1.281	4.1680	7.382	1.206	0.953
Barium oxide	BaO	4.274	0.623	2.137	3.768	0.590	0.506
Wustite	FeO	4.885	0.789	2.443	4.333	0.743	0.552
Cobalt oxide	CoO	7.449	1.188	3.725	6.624	1.120	0.825
Nickel oxide	NiO	9.964	1.522	4.982	8.921	1.440	1.043
Bromellite	BeO	17.238	2.613	8.619	15.545	2.481	1.693
Zincite	ZnO	5.599	0.842	2.799	4.990	0.795	0.609
Rutile	TiO <sub>2</sub>	18.445	2.293	9.223	16.885	2.194	1.560
Cassiterite	SnO <sub>2</sub>	14.845	1.974	7.423	13.438	1.878	1.407
Corundum	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	19.250	2.774	9.625	17.387	2.636	1.863
Hematite	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	20.750	2.099	10.375	19.438	2.032	1.312
Escolatite	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	14.617	2.144	7.309	13.135	2.033	1.482
Titanium oxide	Ti <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	12.269	1.732	6.135	11.059	1.644	1.210
Spinel	MgAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	14.014	1.959	7.007	12.675	1.863	1.339
Hercynite	FeAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	10.687	1.541	5.344	9.624	1.462	1.063
Chromite	FeCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	12.209	1.811	6.104	10.934	1.714	1.275
Nickel chromite	NiCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	3.080	0.573	1.540	2.684	0.535	0.396
Zinc ferrite	ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	11.420	1.660	5.710	10.249	1.572	1.171
Magnetite	Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	12.897	1.724	6.449	11.700	1.642	1.197
Chrysoberyl	BeAl <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	18.624	2.694	9.312	16.828	2.561	1.796
Galena	PbS	3.736	0.547	1.868	3.278	0.512	0.458
Sphalerite	ZnS	4.180	0.588	2.090	3.712	0.554	0.468
Metacinnabar	$\beta$ -HgS	2.316	0.335	1.158	2.037	0.314	0.279
Greenockite	CdS	2.289	0.327	1.145	2.017	0.307	0.272
Wurtzite	ZnS	4.536	0.628	2.268	4.037	0.592	0.499
Pyrite	FeS <sub>2</sub>	6.143	1.349	3.072	5.233	1.245	0.910

**Figura 5.7** Propiedades de fractura intra- e intergranular en materiales rocosos [82]. Tabla 5 en tal publicación.

En este punto, es preciso comentar que debido a la falta de datos experimentales precisos y fidedignos, una vez validada la metodología de predicción numérica en las Secciones anteriores, los

Computed toughness values for intragranular and grain boundary cracking, plus surface and grain boundary energies of selected halide, sulphate and silicate minerals at 298 K

Mineral	Formula	Intragranular crack		$\gamma$ (J m <sup>-2</sup> )	Grain boundary crack		$\gamma_{GB}$ (J m <sup>-2</sup> )
		$\mathcal{G}_{IC}$ (J m <sup>-2</sup> )	$K_{IC}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )		$(\mathcal{G}_{IC})_{GB}$ (J m <sup>-2</sup> )	$(K_{IC})_{GB}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	
Halite	NaCl	1.155	0.206	0.577	0.993	0.191	0.162
Sylvite	KCl	0.758	0.135	0.379	0.647	0.125	0.111
Cesium chloride	CsCl	0.676	0.131	0.338	0.570	0.120	0.106
Fluorite	CaF <sub>2</sub>	3.179	0.589	1.589	2.754	0.548	0.425
Barite	BaSO <sub>4</sub>	1.203	0.269	0.602	1.021	0.248	0.182
Anhydrite	CaSO <sub>4</sub>	1.805	0.366	0.902	1.550	0.340	0.255
Nepheline	NaAlSi <sub>3</sub> O <sub>8</sub>	6.412	0.698	3.206	5.933	0.672	0.479
Cobalt olivine	Co <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	4.570	0.864	2.285	3.973	0.806	0.597
Liebenbergite	Ni <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	5.450	1.058	2.725	4.729	0.985	0.721
Fayalite	Fe <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	3.924	0.730	1.962	3.414	0.681	0.510
Monticellite	CaMgSiO <sub>4</sub>	4.665	0.813	2.332	4.081	0.760	0.584
Forsterite	Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	6.329	1.129	3.164	5.542	1.056	0.787
Wadsleyite	$\beta$ -Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	6.792	1.374	3.396	5.872	1.278	0.920
Ringwoodite	$\gamma$ -Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	6.685	1.397	3.343	5.756	1.297	0.929
Andalusite	Al <sub>2</sub> SiO <sub>5</sub>	10.130	1.580	5.065	9.011	1.491	1.119
Anorthite	CaAl <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	5.478	0.752	2.739	4.930	0.714	0.548
Grossularite	Ca <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7.356	1.392	3.678	6.396	1.298	0.960
Pyrope	Mg <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7.348	1.306	3.674	6.452	1.224	0.896
Almandine	Fe <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7.102	1.310	3.551	6.208	1.225	0.894
Andradite	Ca <sub>3</sub> Fe <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7.154	1.252	3.577	6.271	1.172	0.883

Figura 5.8 Propiedades de fractura intra- e intergranular en materiales rocosos [82]. Tabla 6 en tal publicación.

resultados actuales se llevan a cabo con el fin de analizar los patrones potenciales de fractura para diferentes características geométricas y condiciones de carga.

Tabla 5.2 Propiedades de fractura de la interfase.

Tensión Crítica de fractura en la interfase Modo I $\sigma_{c0}$	75 MPa
Tensión Crítica de fractura en la interfase Modo II $\tau_{c0}$	90 MPa
Tenacidad a fractura de la interfase Modo I	0.002 N/mm
Tenacidad a fractura de la interfase Modo II	0.008 N/mm

Tabla 5.3 Propiedades geo-mecánicas de la interfase.

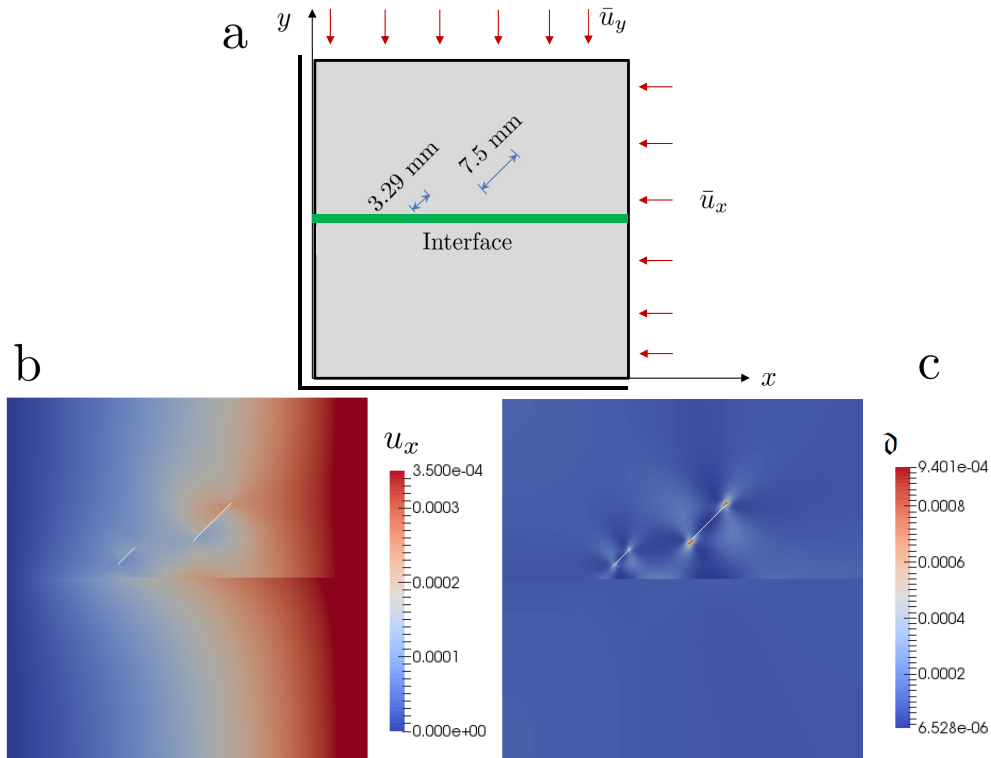
$g_m$	10 $g_{n0}$
$a_0$	0.194 mm
JCS <sub>0</sub>	169 MPa
JRC <sub>0</sub>	9.7
Friction angle	32°
$L_0$	0.2 m

### 5.3.1 Especímen con dos defectos inclinados e interfase horizontal

La descripción específica de las definiciones de defectos dentro del dominio, las posiciones de las interfaces y las condiciones de carga se muestran en la Fig. 5.9 .a. La posición de la interfase coincide con el eje medio horizontal de la muestra. Para el análisis del caso de carga tensión–compresión, donde  $\bar{u}_y = -0.2\bar{u}_x$  con compresión a lo largo de la dirección vertical (se considera  $\bar{u}_y = 5 \times 10^{-2}$  mm en el análisis aquí presentado). Las Figs. 5.9 .b y 5.9 .c representan los mapas del campo de desplazamientos horizontales y la variable de daño al final de la simulación.

Analizando el campo de desplazamientos horizontales, Fig. 5.9 .b, se puede apreciar una clara

discontinuidad en la posición de la interfase. Este hecho indica la ocurrencia de un proceso de fractura en tal interfase y, por lo tanto, delaminación. Sin embargo, a lo largo de la simulación, el estado de la variable de daño prácticamente no evoluciona, quedando confinado al entorno de los extremos de los defectos predefinidos, ver Fig. 5.9 .c. Estos resultados indican claramente que la delaminación a lo largo de la interfase existente puede identificarse como el fenómeno de fractura predominante para las condiciones de carga dadas.

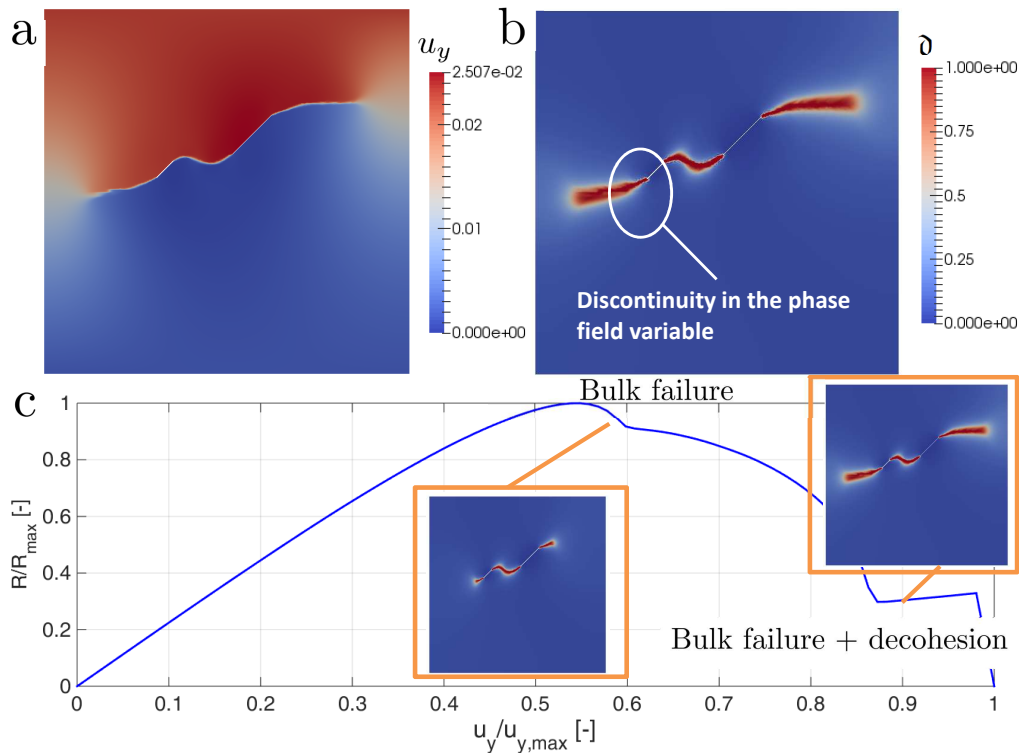


**Figura 5.9** (a) Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso  $\bar{u}_y = -0.2\bar{u}_x$ ; (b) campo de desplazamientos horizontales; (c) variable de daño. .

Para examinar la clara influencia de la carga aplicada en las características de asociadas a los procesos de fractura, se analiza la muestra anterior prescribiendo las condiciones de carga de tracción-tracción, es decir, mediante la definición de  $\bar{u}_y = 0.5\bar{u}_x$  (ambos desplazamientos con valores positivos a lo largo de los ejes correspondientes). Los resultados calculados indican claramente un cambio sustancial en las condiciones de fractura dentro de la muestra, ver Fig 5.10. En este caso, se aprecia el desarrollo de las fases de nucleación y propagación alrededor de los extremos de los defectos prescritos. Así, al aumentar la carga, ambos fenómenos de fractura que emanan de los defectos se unen y posteriormente alcanzan la interfase. Una tercera fase en la evolución del camino de fractura se manifiesta por las propagaciones de grietas a lo largo de la interfase existente y posteriormente progresando hacia el sustrato más inferior, lo que ocurre concomitantemente con la propagación de grietas en el sustrato superior. Estos fenómenos se pueden identificar analizando las discontinuidades en el mapa de contorno asociado con el campo de desplazamiento vertical y la evolución de la variable de daño (phase field).

Esta simulación concomitante de daño de interfase y del medio continuo puede identificarse como uno de los atributos más atractivos de la metodología numérica aquí presentada, ya que esto permite la interacción sin la intervención del usuario a lo largo de los cálculos. Dicha evolución simultánea de eventos de fractura de origen diferente (interfase y continuo) se puede identificar en la Fig. 5.10 con respecto a la curva de desplazamiento de carga. En concreto, esta curva se caracteriza

por primera evolución elástica lineal la cual es seguida por el crecimiento de grietas de los dos defectos con incipiente delaminación a lo largo de la interfase en una etapa posterior. El inicio de la fractura se identifica de alrededor de  $u_y/\bar{u}_y=0.53$ .



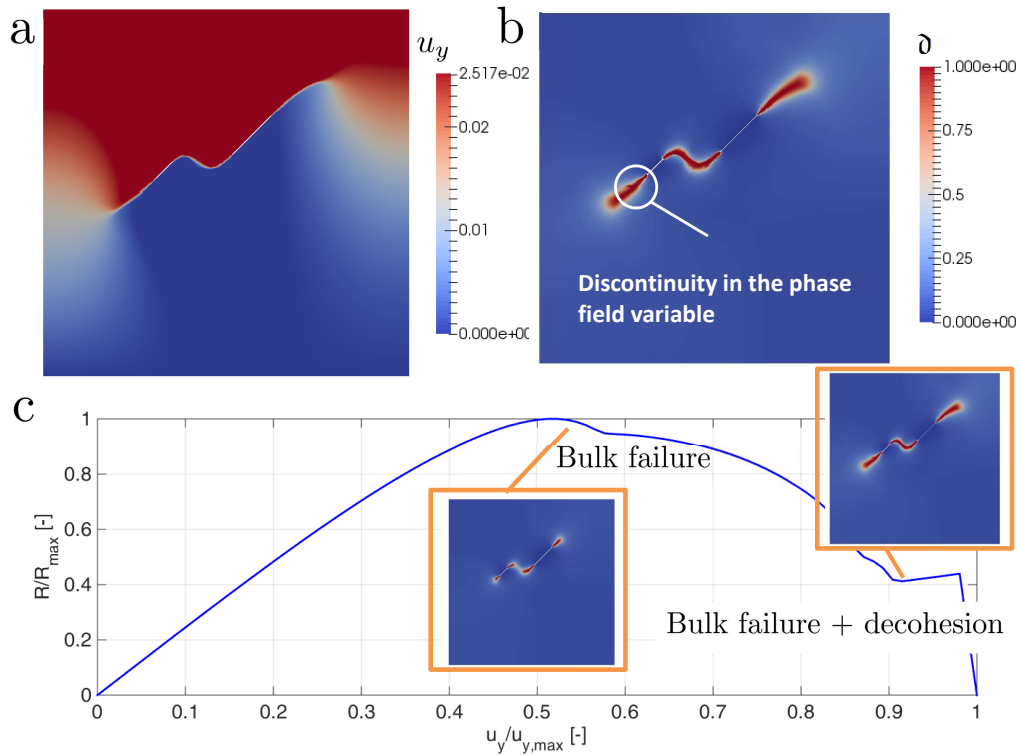
**Figura 5.10** Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso  $\bar{u}_y = 0.5\bar{u}_x$  tracción-tracción: (a) desplazamientos verticales al final de la simulación; (b) mapa de fractura al final de la simulación; (c) Evolución fuerza-desplazamiento con incluyendo patrones de fractura en diferentes fases.

Finalmente, para el caso más severo de tracción-tracción se define unas sollicitaciones externas en desplazamientos igual a  $\bar{u}_y = \bar{u}_x$ . Analizando el mapa de desplazamientos verticales, Fig. 5.11.a, se observa que para este caso de carga el patrón de fractura tiende a progresar cambiando gradualmente su dirección. Así, la fractura en el medio continuo se reorienta según la orientación de los defectos, reduciendo el frente de delaminación, ver Fig. 5.11.b. Este efecto se aprecia a su vez en el caso de analizado de simulación de grietas en muestra rocosa homogénea con un único defecto inclinado (Sección 5.3). Este desplazamiento a su vez se evidencia en el análisis de la curva fuerza-desplazamiento, Fig. 5.11.c, la cual en comparación con el caso anterior, la iniciación del daño se predice para un nivel de carga  $u_y/\bar{u}_y=0.5$ .

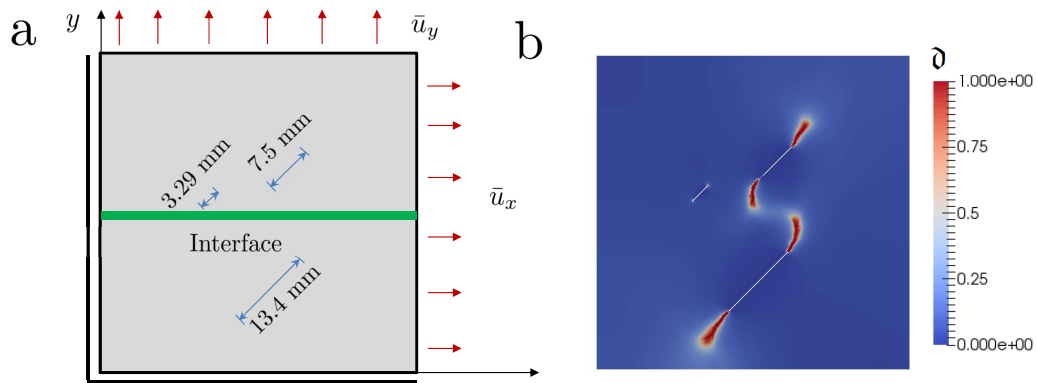
### 5.3.2 Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal y vertical

El análisis anterior se extiende a configuraciones que incluyen 3 defectos paralelos prescritos en el componente y con la misma inclinación. En concreto se definen 2 defectos en el sustrato superior y 1 defecto en el sustrato inferior. Además, con respecto a la posición de la interfase, se analizan los casos: (1) una sola interfase/junta horizontal cuya posición coincide con la descrita en las secciones anteriores (Fig. 5.12), y (2) una sola interfase/junta vertical, cuya localización se define a una distancia de 20 mm con respecto al borde vertical más a la derecha (Fig. 5.14 .a).

Con referencia al caso de la interfaz horizontal bajo condiciones de carga de tracción-tracción dada por  $\bar{u}_y = \bar{u}_x$ , se puede observar que la inclusión del tercer defecto en el sustrato más inferior



**Figura 5.11** Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso  $\bar{u}_y = \bar{u}_x$  tracción-tracción: (a) desplazamientos verticales al final de la simulación; (b) mapa de fractura al final de la simulación; (c) Evolución fuerza-desplazamiento incluyendo patrones de fractura en diferentes fases.

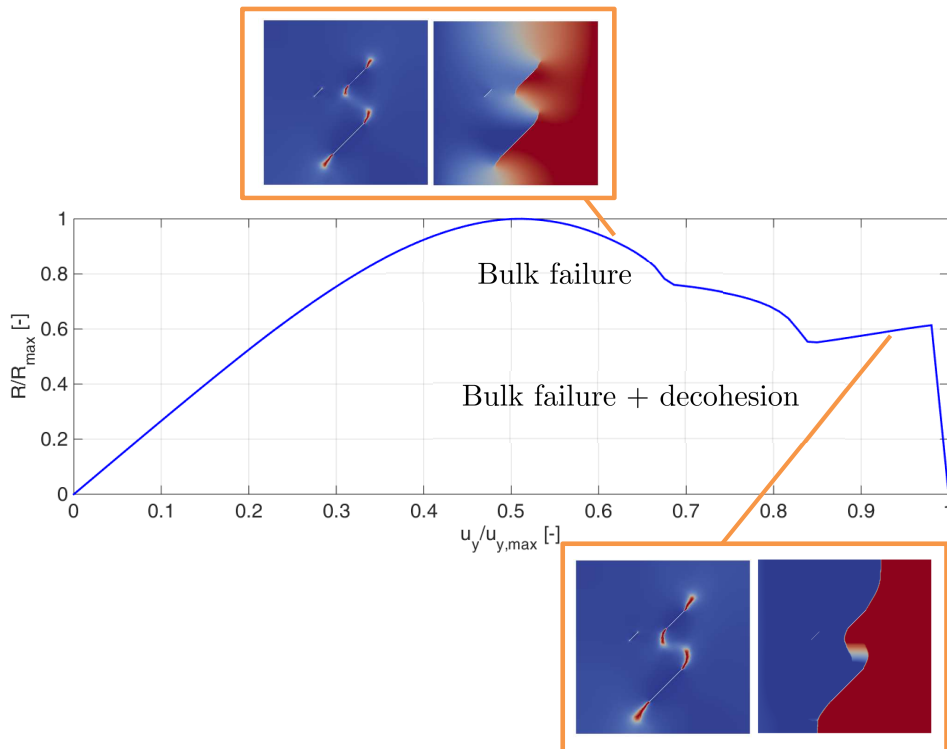


**Figura 5.12** (a) Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal. (b) Patrón de fractura (mapa de la variable phase field) al final de la simulación.

del modelo modifica notablemente el patrón de daño con respecto a casos anteriores. También se observa que el defecto más pequeño no se activa (es decir, no nace una grieta incipiente en tal localización) debido a la carga aplicada (Fig. 5.12). Por lo tanto, los fenómenos de grietas en este caso están asociados con los defectos más grandes, que presentan patrones de propagación que claramente tienden a producir fenómenos de coalescencia. Además, estas dos grietas principales interactúan con la interfase existente y, en consecuencia, el patrón de daño final es una combinación del medio continuo rocoso y de la interfase.

Esta secuencia de daño se puede identificar analizando la curva de carga-desplazamiento (Fig. 5.13) donde se dan diferentes instantáneas de la variable de phase field y el desplazamiento horizontal.

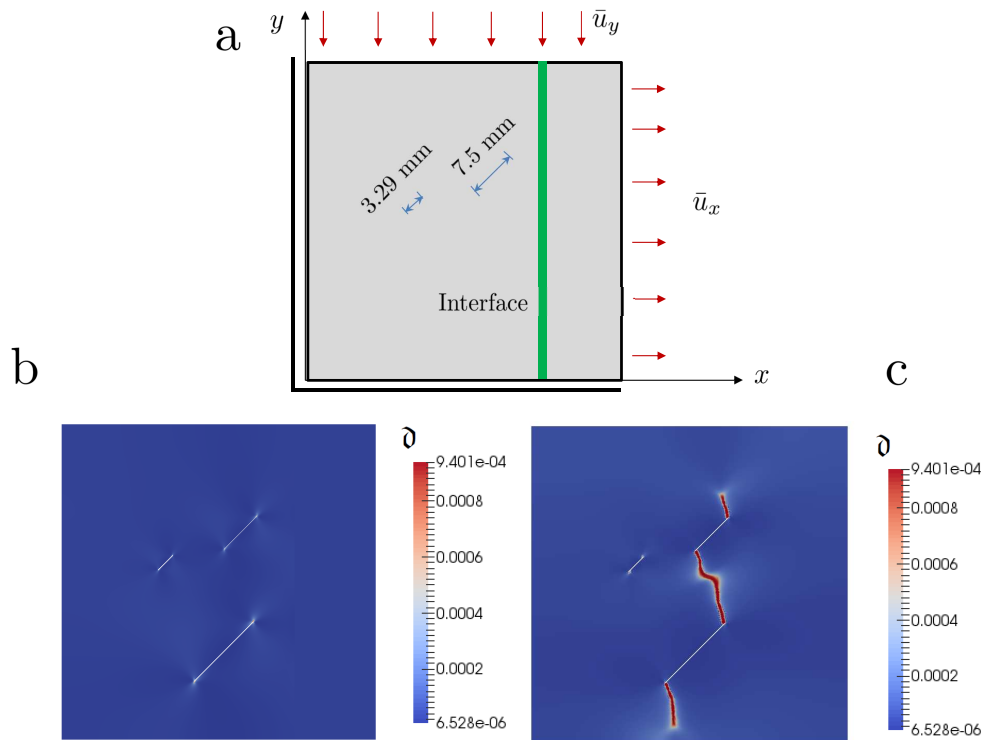
Según este gráfico, se aprecia una evolución lineal inicial hasta la propagación de la fractura de los dos defectos principales, que coinciden con el primer pico de la curva. Los resultados actuales predicen que estas dos grietas principales se propagan inicialmente sin involucrar ninguna decohesión a lo largo de la interfase (téngase en cuenta la continuidad del campo de desplazamiento horizontal para evidenciar tal efecto). Sin embargo, cuando estas dos grietas están muy cerca de la interfase, también inducen el desarrollo de eventos de decohesión, que son responsables de la ruptura final de la muestra. Este hecho se caracteriza por el fallo abrupto al final de la curva carga-desplazamiento. Este fallo abrupto también es debido a la tipología de interfase "frágil".



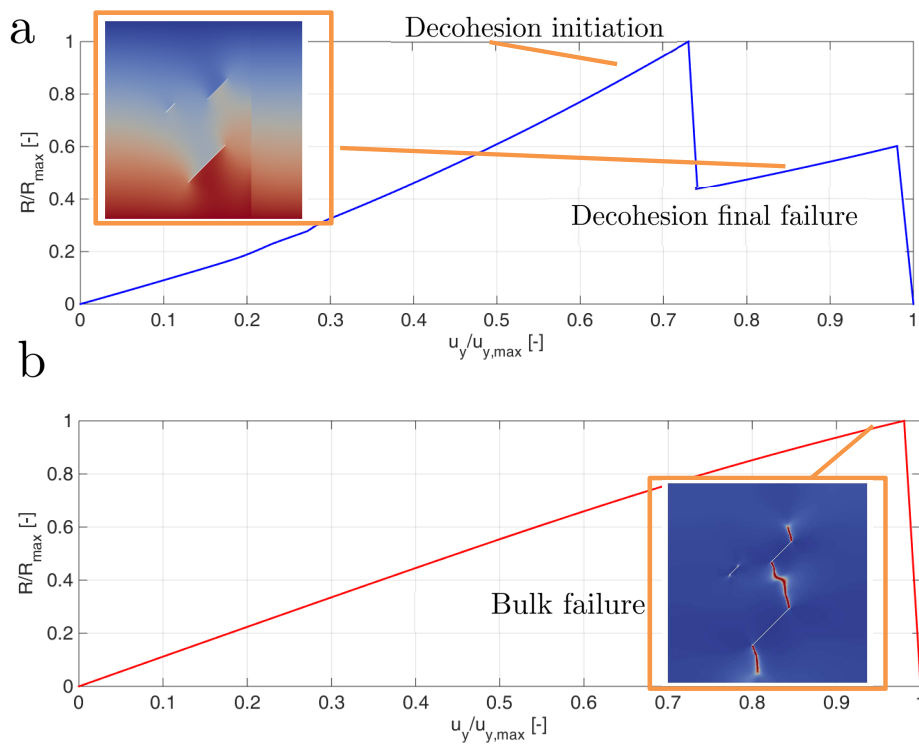
**Figura 5.13** Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal. Curva carga-desplazamiento incluyendo patrones de fractura en diferentes fases y mapa de desplazamientos horizontales .

Con respecto a la configuración con la interfase/junta vertical, las Figs. 5.14 .b y .c representan los patrones fractura según la variable de phase field para los casos  $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$  y  $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ , respectivamente. Estas figuras muestran patrones de fractura completamente diferentes. Así, por un lado, se puede observar un fallo del macizo rocoso para el caso  $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$  sin evolución de grieta en la interfase entre ambos estratos. Sin embargo, por otro lado, la misma configuración para un escenario de  $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$  evidencia que el mecanismo principal de fractura se debe a la decohesión de la interfase.

Estos dos patrones de fractura pueden confirmarse mediante el análisis de las curvas de carga-desplazamiento correspondientes, ver Fig. 5.15. Por lo tanto, el caso  $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$  presenta una evolución elástica lineal hasta el primer pico. En este punto, el fallo de decohesión comienza de manera inestable, seguida de una segunda evolución lineal hasta la delaminación completa sin que se presente ninguna fractura en el macizo rocoso adyacente, véase el mapa de desplazamientos verticales en Fig 5.15 .b. Esta respuesta contrasta con la correspondiente al caso  $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ , en la que, como se mencionó anteriormente, el mecanismo de daño se debe a la fractura del macizo rocoso sin que se produzca ninguna interacción con la decohesión de la interfase definida.



**Figura 5.14** Espécimen con tres defectos inclinados e interfase vertical. (a) Condiciones de carga y geometría. (b) Mapa de daño para  $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$ . (c) Mapa de daño para  $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ .



**Figura 5.15** Espécimen con tres defectos inclinados e interfase vertical. (a) Curva carga-desplazamiento para  $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$ . (b) Curva carga-desplazamiento para  $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ .



# 6 Conclusiones y desarrollos futuros

---

## 6.1 Conclusiones

En el presente trabajo se ha desarrollado una metodología de simulación de procesos de fractura en macizos rocosos basadas en el método de PF en combinación con el método de interfase cohesiva (CZM).

La presente técnica se ha implementado en el contexto del Método de los Elementos Finitos (MEF) no lineal bajo deformaciones infinitesimales. Para tal efecto, se han programado dos elementos finitos de desarrollo propio en los softwares FEAP y ABAQUS. La generación de la malla se ha realizado empleando ABAQUS, por lo que se han generado una serie de scripts en Matlab para poder tener la correspondencia de datos entre ambos softwares. Adicionalmente, se ha complementado el trabajo mediante la modificación del código previamente existente para incluir en el comportamiento a compresión normal del macizo rocoso parámetros geo-mecánicos.

La presente metodología se ha validado en primera instancia para la modelización de procesos de fractura en medios rocosos homogéneos mediante el denominado Brazilian test, obteniéndose resultados muy satisfactorios.

Posteriormente, el método desarrollado se ha aplicado a la simulación de eventos de fractura complejos en masas de roca heterogéneas con juntas/interfases débiles y múltiples defectos. Así pues, a tenor de los resultados obtenidos, se ha puesto de manifiesto que a partir de la presente técnica de modelización es posible caracterizar fenómenos de coalescencia, y bifurcaciones de grietas. A su vez, en combinación con el modelo de interfase, se ha comprobado como es posible modelizar la concomitancia de fenómenos de grietas de diversa índole, suponiendo un avance significativo en el estado actual de la técnica.

## 6.2 Desarrollos futuros

Como potenciales desarrollos futuros, el estudio bibliográfico realizado en este trabajo ha puesto de manifiesto la importancia de desarrollar herramientas numéricas capaces de predecir fenómenos de fractura en macizos rocosos con defectos iniciales.

Como planes de futuro inmediato, se realizará la correlación numérico-experimental de los resultados de simulaciones empleando la presente técnica con resultados existentes en la literatura. Seguidamente se extenderá el análisis para diferentes tipologías de interfase.

Como plan adicional, se tiene en mente la producción de probetas de PMMA u otros materiales con el fin de poder realizar ensayos experimentales en los Lab de la Universidad de Sevilla. Tales probetas incluirán defectos e interfases y se procederá a su monitorización para capturar su respuesta mecánica, así como el uso de técnicas de video-correlación para caracterizar el camino de las grietas

para diferentes estados de carga. De esta forma dichas probetas serán a su vez modeladas con la presente técnica para evaluar su bondad y capacidad predictiva.

Finalmente desde un punto de vista más asociado tanto a los desarrollos teórico-prácticos, direcciones futuras considerarán la extensión del método propuesto para rocas anisotrópicas, fractura hidráulica, medios porosos y formulaciones modificadas rotura bajo cargas de cortadura. En esta dirección, se ha elaborado una propuesta de proyecto presentada al Plan Nacional de Investigación para extender el alcance de esta técnica a suelos parcialmente saturados. El objetivo fundamental es la caracterización de los procesos de fractura frágil en margas y en arcillas sobreconsolidadas, en condiciones parcialmente saturadas, con gran interés en la aplicación de resultados para la correcta previsión de fallos frágiles de estos materiales en estructuras y construcciones civiles. Estas acciones conllevarán el desarrollo de un marco de análisis computacional de procesos de fractura hidro-mecánica en el contexto de PF. Así, se llevará a cabo la formulación de un nuevo marco teórico-numérico aplicable a los suelos bajo estudio en este proyecto así como su correspondiente formulación numérica empleando el MEF y su posterior validación con ensayos experimentales.

# Lista de Figuras

---

1.1	Macizo rocoso con presencia de grietas o defectos naturales [1]	2
1.2	Etapas en el proceso de fractura de un macizo rocoso con un defecto inicial identificados por Lajtai (1974) [3]	3
1.3	Procedimientos numéricos de discontinuidad fuerte [35]	5
2.1	Comparativa entre la representación de grieta explícita (izquierda) y grieta difusa (derecha)	8
3.1	(a) Condiciones de carga: Brazilian splitting test. (b) Patrón de fractura.	12
3.2	Brazilian splitting test: diagrama fuerza-desplazamiento.	12
3.3	Testigo de roca con defectos inclinados: geometría y cargas	13
3.4	Caso de compresión uniaxial: mapa de daño inicial (a) y en una etapa posterior (b)	14
3.5	Diferentes estados de carga para testigo de roca con defectos inclinados: patrones de fractura. (a) Caso de compresión uniaxial. (b) Compresión vertical y tracción horizontal con $\bar{u}_y/\bar{u}_x = -1$ . (c) Compresión vertical y tracción horizontal con $\bar{u}_y/\bar{u}_x = -2$	15
3.6	Diferentes estados de carga para testigo de roca con defectos inclinados: patrones de fractura. (a) Tracción vertical y tracción horizontal con $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 1$ . (b) Tracción vertical y tracción horizontal con $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 2$ . (c) Tracción vertical y tracción horizontal con $\bar{u}_y/\bar{u}_x = 10$	15
4.1	(a) Coexistencia entre grieta en el medio continuo y de interfase en el contexto de la metodología PF-CZM	18
4.2	Modificación de la rigidez de la interfase a compresión según parámetros geo-mecánicos $g_n$	20
5.1	Sistema sometido a desplazamiento uniaxial. Predicciones utilizando PF-CZM para dos tipos de interfaces entre materiales similares: interfases/juntas débiles con eventos de delaminación a lo largo de la interfaz e interfases/juntas tenaces con trayectoria de grieta continua	24
5.2	Geometría y condiciones de contorno para el problema bimaterial. Escenarios de patrones de grietas para una interfase frágil. Las gráficas muestran el mapa del campo de desplazamiento vertical correspondiente a tres casos diferentes: A (doble deflexión), B (deflexión simple), C (penetración)	24
5.3	Muestra rocosa salina con interlayer: muestras y definición de interlayer	25
5.4	Respuesta rocosa salina con interlayer	26
5.5	Representación de procesos de fractura de muestras de rocosa salina con interlayer	26
5.6	Muestra rocosa compuesta de roca salina bajo carga de compresión uniaxial. Geometría y condiciones de contorno, patrón de fractura experimental y predicciones numéricas	27

5.7	Propiedades de fractura intra- e intergranular en materiales rocosos [82]. Tabla 5 en tal publicación	28
5.8	Propiedades de fractura intra- e intergranular en materiales rocosos [82]. Tabla 6 en tal publicación	29
5.9	(a) Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso $\bar{u}_y = -0.2\bar{u}_x$ ; (b) campo de desplazamientos horizontales; (c) variable de daño.	30
5.10	Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso $\bar{u}_y = 0.5\bar{u}_x$ tracción-tracción: (a) desplazamientos verticales al final de la simulación; (b) mapa de fractura al final de la simulación; (c) Evolución fuerza-desplazamiento con incluyendo patrones de fractura en diferentes fases	31
5.11	Espécimen con dos defectos inclinados e interfase horizontal. Caso $\bar{u}_y = \bar{u}_x$ tracción-tracción: (a) desplazamientos verticales al final de la simulación; (b) mapa de fractura al final de la simulación; (c) Evolución fuerza-desplazamiento incluyendo patrones de fractura en diferentes fases	32
5.12	(a) Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal. (b) Patrón de fractura (mapa de la variable phase field) al final de la simulación	32
5.13	Espécimen con tres defectos inclinados e interfase horizontal. Curva carga-desplazamiento incluyendo patrones de fractura en diferentes fases y mapa de desplazamientos horizontales	33
5.14	Espécimen con tres defectos inclinados e interfase vertical. (a) Condiciones de carga y geometría. (b) Mapa de daño para $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$ . (c) Mapa de daño para $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ .	34
5.15	Espécimen con tres defectos inclinados e interfase vertical. (a) Curva carga-desplazamiento para $\bar{u}_y = -0.1\bar{u}_x$ . (b) Curva carga-desplazamiento para $\bar{u}_y = -\bar{u}_x$ .	34

# Lista de Tablas

---

5.1	Propiedades mecánicas y de fractura: halita y anhidrita	27
5.2	Propiedades de fractura de la interfase	29
5.3	Propiedades geo-mecánicas de la interfase	29



# Bibliografía

---

- [1] Hoek, E. and Bieniawski. (1984) Brittle Fracture Propagation in Rock under Compression. *International Journal of Fracture* 26. Pp. 276-294.
- [2] Hoek, E. Brittle Failure of Rock. Imperial College Rock Mechanics Research Report No 2. 1967.
- [3] Lajtai, E.Z. (1974) Brittle Fracture in Compression. *International Journal of Fracture*, Vol 10 N4, pp. 525-536.
- [4] Ingraffea, A.R., Heuze, F.E. (1977) An Analysis of Discrete Fracture Propagation in Rock Loaded in Compression. Proceedings of the 18th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Keystone, Colorado, pp. 2A4-1 to 2A4-7, 1977.
- [5] L.D. Suits, T.C. Sheahan, L.N.Y. Wong, H.H. Einstein (2009) Using high speed video imaging in the study of cracking processes in rock, *Geotech. Test. J.* 32 (2) 164–180.
- [6] A. Bobet, Numerical simulation of initiation of tensile and shear cracks, in: DC Rocks (2001) the 38th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association.
- [7] S.Q. Yang, D.S. Yang, H.W. Jing, Y.H. Li, S.Y. Wang, An experimental study of the fracture coalescence behaviour of brittle sandstone specimens containing three fissures, *Rock Mech. Rock Eng.* 45 (4) (2012) 563–582.
- [8] O. Reyes, H.H. Einstein, Failure mechanisms of fractured rock - a fracture coalescence model (1991) in: 7th International Conference on Rock Mechanics, International Society for Rock Mechanics, 333–340.
- [9] L. Wong, H. Einstein, Crack coalescence in molded gypsum and carrara marble: Part 1. Macroscopic observations and interpretation. *Rock Mech. Rock Eng.* 42 (3) (2009) 475–511.
- [10] R. Wong, K. Chau, C. Tang, P. Lin, Analysis of crack coalescence in rock-like materials containing three flaws—part i: experimental approach, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 38 (7) (2001) 909–924.
- [11] Sagong, M., Bobet, A. (2002) Coalescence of multiple flaws in a rock-model material in uniaxial compression, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 39 (2) (2002) 229–241.
- [12] Ma et al. (2018) An investigation of non-straight fissures cracking under uniaxial compression, *Eng. Fracture Mechanics* 191, 15: 300-310

- [13] Bobet, A., Einstein, H.H., (1998b). Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 35 (7), 863–888.
- [14] Gonçalves da Silva, B., Einstein, H.H., (2013) Modeling of crack initiation, propagation and coalescence in rocks. *Int. J. Fract.* 182 (2), 167–186.
- [15] Rabczuk, T. Belytschko T. (2004) Cracking particles: A simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 61 (13) (2004) 2316–2343.
- [16] Rabczuk, T. Belytschko T. (2007) A three-dimensional large deformation meshfree method for arbitrary evolving cracks, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 196 (29-30) 2777–2799.
- [17] Rabczuk, T., Zi, G., Bordas, S., Nguyen-Xuan, H. (2010) A simple and robust three-dimensional cracking-particle method without enrichment, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 199 (37) 2437–2455.
- [18] Rabczuk, T. Ren, H. (2017) A peridynamics formulation for quasi-static fracture and contact in rock, *Eng. Geol.*
- [19] Ren, H. Zhuang, X., Cai, Y. Rabczuk, T. (2016) Dual-horizon peridynamics, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 108 (12) (2016) 1451–1476.
- [20] Ren, H. Zhuang, X., Rabczuk, T. (2017) Dual-horizon peridynamics: A stable solution to varying horizons, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 318 762–782.
- [21] J. Lemaitre, R. Desmorat (2005) *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*, Springer-Verlag, Berlin.
- [22] Z.P. Bažant, T.G.P. Pijaudier-Cabot (1988) Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence, *J Appl. Mech.* 55:287–293.
- [23] M. Jirásek (1998) Nonlocal models for damage and fracture: Comparison of approaches, *Int. J. Solids Struct.* 35:4133–4145.
- [24] S. Forest (2009) Micromorphic approach for gradient elasticity, viscoplasticity, and damage, *J. Engnr. Mech.*, 135:117–131.
- [25] B.J.Dimitrijevic, K. Hackl (2011) A regularization framework for damage-plasticity models via gradient enhancement of the free energy, *Int. J. Numer. Methods Biom. Engrg.* 27:1199–1210.
- [26] R. Peerlings, M. Geers, R. de Borst, W. Brekelmans (2001) A critical comparison of non local and gradient-enhanced softening continua, *Int. J. Solids Struct.* 38:7723–7746.
- [27] P. Areias, M.A. Msekh, T. Rabczuk (2016) Damage and fracture algorithm using the screened Poisson equation and local remeshing, *Eng. Fracture Mech.* 158:116–143.
- [28] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko (1999) A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 46(1):131–150.
- [29] J. Dolbow, N. Moeës, T. Belytschko (2001) An extended finite element method for modeling crack growth with contact, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 190:6825–6846.
- [30] T.P. Fries, T. Belytschko (2010) The extended/generalized finite element method: an overview of the method and its applications, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 84(3):253–304.
- [31] J.C. Simo, J. Oliver, F. Armero (1993) An analysis of strong discontinuities induced by strainsoftening in rate-independent inelastic solids, *Comp. Mech.* 12:277–296.



- [32] C. Linder, F. Armero (2007) Finite elements with embedded strong discontinuities for the modeling of failure in solids, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 72:1391–1433.
- [33] J. Oliver, A. Huespe, S. Blanco, D. Linero (2006) Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure with the strong discontinuity approach, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:7093–114.
- [34] F. Armero, C. Linder (2008) New finite elements with embedded strong discontinuities for finite deformations, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 197:3138–3170.
- [35] V. Carollo (2018) A variational approach to brittle fracture and cohesive delamination: modelling and technological applications. PhD Thesis, IMT Lucca- Universidad de Sevilla.
- [36] X.P.Xu, A. Needleman (1994) Numerical simulation of fast crack growth in brittle solids, *J. Mech. Phys. Solids* 42:1397–1434.
- [37] M. Ortiz, A. Pandolfi (1999) Finite deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis, *Int. J. Num. Meth. Engng.* 44:1267–1282.
- [38] K. Park, G.H. Paulino, and J.R. Roesler (2009) A unified potential-based cohesive model of mixed-mode fracture, *J. Mech. Phys. Solids* 57(6):891–908.
- [39] M. Paggi, P. Wriggers (2012) Stiffness and strength of hierarchical polycrystalline materials with imperfect interfaces, *J. Mech. Phys. Solids* 60:557–572.
- [40] J. Reinoso, M. Paggi (2014) A consistent interface element formulation for geometrical and material nonlinearities, *Comp. Mech.* 54:1569–1581.
- [41] A. Infuso, M. Corrado, M. Paggi (2015) Image analysis of polycrystalline solar cells and modelling of intergranular and transgranular cracking, *J. Eur. Ceramic Society* 34:2713–2722.
- [42] M. Paggi, J. Reinoso (2015) An anisotropic large displacement cohesive zone model for fibrillar and crazing of interfaces, *Int. J. Solids Struct.* 69-70:106–120.
- [43] G.A. Francfort, J.J. Marigo (1998) Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem, *J. Mech. Phys. Solids* 46(8):1319–1342.
- [44] H. Amor, J.J. Marigo, C. Maurini (2009) Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact: numerical experiments, *J. Mech. Phys. Solids* 57:1209–1229.
- [45] A.A Griffith (1921) The phenomena of rupture and flow in solids, *Philos. Trans. Royal Soc. Lond. A* 221:163–198.
- [46] B. Bourdin, G.A. Francfort, J-J. Marigo (2000) Numerical experiments in revisited brittle fracture, *J. Mech. Phys. Solids* 48(4):797–826.
- [47] L. Ambrosio, V.M. Tortorelli (1990) Approximation of functional depending on jumps by elliptic functional via C-convergence, *Commun. Pure Appl. Math.* 43:999–1036.
- [48] L. Ambrosio, V.M. Tortorelli (1992) On the approximation of free discontinuity problems, *Boll. Un. Mat. Ital. B*(7)6(1):105–123.
- [49] G. Dal Maso (1993) Introduction to  $\Gamma$ -convergence. Progress in nonlinear differential equations and their applications, Birkhäuser.
- [50] B. Bourdin, G.A. Francfort, J.J. Marigo (2008) The variational approach to fracture, *J. Elast.* 91(1-3):5–148.

- [51] C. Miehe, M. Hofacker, F. Welschinger (2010) A phase field model for rate-independent crack propagation: robust algorithmic implementation based on operator splits, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 199(45-48):2765–2778.
- [52] C. Miehe, F. Welschinger, M. Hofacker (2010) Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: variational principles and multi-field fe-implementations, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 83(10):1273–1311.
- [53] C. Kuhn, R. Müller (2010) A continuum phase field model for fracture, *Eng Fract Mech* 77(18):3625–3634.
- [54] M.J. Borden, T.J.R. Hughes, C.M. Landis, C.V. Verhoosel (2014) A higher-order phase-field model for brittle fracture: Formulation and analysis within the isogeometric analysis framework, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 273:100–118.
- [55] F. Amiri, D. Millán, Y. Shen, T. Rabczuk, M. Arroyo (2014) Phase-field modeling of fracture in linear thin shells, *Theor. Appl. Fract. Mech.* 69:102–109.
- [56] P. Areias, T. Rabczuk, M.A. Msekh, (2016) Phase-field analysis of finite-strain plates and shells including element subdivision. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016.
- [57] J. Reinoso, M. Paggi, C. Linder (2017) Phase field modeling of brittle fracture for enhanced assumed strain shells at large deformations: formulation and finite element implementation. *Comp. Mech.*, doi:10.1007/s00466-017-1386-3.
- [58] H. Ulmer, M. Hofacker, C. Miehe (2013) Phase field modeling of brittle and ductile fracture, *Proc. Appl. Math. Mech.* 13:533–536.
- [59] M. Ambati, T. Gerasimov, L. De Lorenzis (2015) Phase-field modeling of ductile fracture, *Comp. Mech.* 55:1–24.
- [60] C. Verhoosel, R. de Borst (2013) A phase-field model for cohesive fracture, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.* 96:43–62.
- [61] M.J. Borden, C.V. Verhoosel, M.A. Scott, T.J.R. Hughes, C.M. Landis (2012) A phase-field description of dynamic brittle fracture, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 217–220:77–95.
- [62] M. Hofacker, C. Miehe (2013) A phase field model of dynamic fracture: robust field updates for the analysis of complex crack patterns, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 93:276–301.
- [63] C. Miehe, L. Schanzel, H. Ulmer, (2015) Phase field modeling of fracture in multi-physics problems. Part I. Balance of crack surface and failure criteria for brittle crack propagation in thermo-elastic solids, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 294:449–485.
- [64] C. Miehe, L. Schanzel, H. Ulmer, (2015) Phase field modeling of fracture in multi-physics problems. Part II. Coupled brittle-to-ductile failure criteria and crack propagation in thermo-elastic solids, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 294:486–522.
- [65] E. Martínez-Pañeda, A. Golahmar, C.F. Niordson (2018) A phase field formulation for hydrogen assisted cracking *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 342: 742-761.
- [66] S. Zhou, X. Zhuang, H. Zhu, T. Rabczuk (2018) Phase field modelling of crack propagation, branching and coalescence in rocks. *Theor Appl Fract Mech*;96:174–92.

- [67] X. Zhang, S. W. Sloan, C. Vignes, D. Sheng (2017) A modification of the phase-field model for mixed mode crack propagation in rock-like materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 322:123–136.
- [68] E. C. Bryant, W. Sun (2018) A mixed-mode phase field fracture model in anisotropic rocks with consistent kinematics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 342:561–584.
- [69] J. Y. Wu (2017) A unified phase-field theory for the mechanics of damage and quasi-brittle failure in solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 103, 72–99.
- [70] J. Y. Wu, V.P. Nguyen (2018) A length scale insensitive phase-field damage model for brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 119, 20–42.
- [71] V.P. Nguyen, J. Y. Wu (2018) Modeling dynamic fracture of solids using a phase-field regularized cohesive zone model. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 340, 1000–1022.
- [72] M., Paggi, J., Reinoso, (2017) Revisiting the problem of a crack impinging on an interface: a modeling framework for the interaction between the phase field approach for brittle fracture and the interface cohesive zone model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 321, 145–172.
- [73] N., Barton and V., Choubey (1977) The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mechanics*, 10(1-2), 1-54.
- [74] N., Barton (2013) Shear strength criteria for rock, rock joints and rock masses: Problems and some solutions, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 5(4), 249-261.
- [75] A., Carpinteri, M., Paggi, (2008) Size-scale effects on strength, friction and fracture energy of faults: a unified interpretation according to fractal geometry. *Rock mechanics and rock engineering* 41(5), 735–746.
- [76] Li et al. (2016) The Behaviour of Fracture Growth in Sedimentary Rocks: A Numerical Study Based on Hydraulic Fracturing Processes. *Energies* 9(3), 169.
- [77] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor (2000) *The Finite Element Method*. Butterworth-Heinemann, Woburn, MA, 5th Edition, Vol. I. ISBN: 0750650494.
- [78] M.A. Msekh, M. Sargado, M. Jamshidian, P. Areias, T. Rabczuk (2015) Abaqus implementation of phase-field model for brittle fracture, *Comput. Mater. Sci.* 96(B):472–484.
- [79] Q. Lei, J.P. Latham, J. Xiang. (2016) Implementation of an empirical joint constitutive model into finite-discrete element analysis of the geomechanical behavior of fractured rocks. *Rock Mech Rock Eng.* 49:4799–4816.
- [80] D.E. Helgeson, A. Aydin (1991) Characteristics of joint propagation across layer interfaces in sedimentary rocks *J. Struct. Geol.*, 13 (8): 897–911.
- [81] Y. Li, W. Liu, C. Yang, J.J.K. Daemen (2014) Experimental investigation of mechanical behavior of bedded rock salt containing inclined interlayer. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 69:39–49.
- [82] D. Tromans, J.A. Meech (2002) Fracture toughness and surface energies of minerals: theoretical estimates for oxides, sulphides, silicates and halides. *Minerals Engineering*, 15:1027–1041.