

# Proyecto Fin de Máster

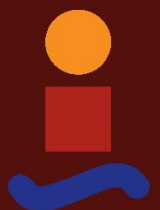
## Máster Universitario en Ingeniería Industrial

### Incorporación de Transformadores y Cargas en Triángulo a Flujo de Cargas Extendido para Sistemas Trifásicos Desequilibrados

Autor: Álvaro M.  
Lorente Robles  
Tutor: Dra. D<sup>a</sup> Esther  
Romero Ramos

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla 2020





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Industrial

# **Incorporación de transformadores y cargas en triángulo a flujo de cargas extendido para sistemas trifásicos desequilibrados**

Autor:

Álvaro M. Lorente Robles

Tutor:

Dra. D<sup>a</sup>. Esther Romero Ramos

Catedrática de Universidad

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020

Proyecto Fin de Máster:  
Incorporación de transformadores y cargas en triángulo a flujo de cargas extendido para sistemas trifásicos  
desequilibrados

Autor: Álvaro M Lorente Robles

Tutor: Dra. D<sup>a</sup>. Esther Romero Ramos

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo Fin de Máster arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal



# Resumen

---

Este trabajo muestra como complementar un flujo de cargas novedoso para redes desequilibradas a cuatro hilos ya desarrollado en TFMs anteriores incorporando distintos regímenes de puesta a tierra en cualquier punto, configuraciones de cargas en triángulo y modelos trifásicos de transformadores.

En los primeros capítulos se introduce de manera resumida dicho flujo de carga novedoso, primero introduciendo el método estándar y posteriormente añadiendo las modificaciones realizadas.

Posteriormente se detalla su uso para el caso de redes trifásicas a 4 hilos y se añaden las modificaciones necesarias para la implementación de los diferentes modelos de transformadores propuestos así como del tipo de carga con conexión en triángulo.

Una vez definidas estas modificaciones, se parte del algoritmo desarrollado en el software MATLAB en trabajos anteriores y se añaden las modificaciones planteadas en los capítulos anteriores.

Utilizando este algoritmo modificado se procede a la validación de casos simples para los diferentes tipos de configuraciones de transformadores, diferentes regímenes de puesta a tierra y probando también las configuraciones de cargas conectadas en triángulo con desequilibrios. Estos resultados son validados utilizando el software libre OpenDSS.

En el último capítulo se realiza un estudio comparativo entre el tipo de cargas conectadas en triángulo y estrella para una red más extensa y real. En esta red se añade también la presencia de un transformador en cabecera.

# Abstract

---

This project shows how to complement a novel load flow for unbalanced four-wire networks already developed in previous master thesis incorporating different grounding connections at any point, delta load configurations and three-phase transformer models.

In the first chapters, this novel load flow is introduced in a summary manner, first by introducing the standard method and then adding the modifications made.

Subsequently, its use is detailed for the case of three-phase 4-wire networks and the necessary modifications are added for the implementation of the different proposed transformer models as well as the type of load with a delta connection.

Once these modifications have been defined, the algorithm developed in the MATLAB software in previous works is based and the modifications proposed in the previous chapters are added.

Using this modified algorithm we proceed to the validation of simple cases for the different types of transformer configurations, different grounding regimes and also testing the configurations of loads connected in delta with imbalances. These results are validated using the free OpenDSS software.

In the last chapter a comparative study is carried out between the type of loads connected in delta and star for a more extensive and real network. In this network, the presence of a transformer in the header is also added.

<b>Índice de Tablas.....</b>	<b>10</b>
<b>Índice de Figuras.....</b>	<b>15</b>
<b>Notación.....</b>	<b>17</b>
<b>1 Introducción.....</b>	<b>19</b>
1.1. <i>Redes de baja tensión, importancia y marco actual.....</i>	<i>19</i>
1.2. <i>Características y análisis de las redes de distribución de BT.....</i>	<i>21</i>
1.3. <i>Objetivos.....</i>	<i>21</i>
<b>2 Método newton-raphson ampliado.....</b>	<b>23</b>
2.1. <i>Método aplicado a flujos de carga .....</i>	<i>23</i>
2.2. <i>Ampliación del método aplicado a flujos de carga.....</i>	<i>27</i>
2.3. <i>Resolución del sistema ampliado.....</i>	<i>29</i>
<b>3 Método aplicado a redes trifásicas de 4 hilos y modificaciones.....</b>	<b>33</b>
3.1. <i>Ampliación a redes de cuatro hilos.....</i>	<i>33</i>
3.1.1 <i>Resolución del sistema.....</i>	<i>41</i>
3.2. <i>Ampliación para sistema con transformador en cabecera.....</i>	<i>42</i>
3.2.1 <i>Admitancia asociada a un transformador trifásico.....</i>	<i>43</i>
3.2.2 <i>Cambio de índice horario.....</i>	<i>46</i>
3.2.3 <i>Inclusión del neutro en Ybus.....</i>	<i>48</i>
3.2.4 <i>Lineas con transformador en el método de Newton-Raphson para una red de cuatro hilos.....</i>	<i>49</i>
3.3. <i>Cargas conectadas en triángulo.....</i>	<i>51</i>
3.4. <i>Solución matrices indefinidas.....</i>	<i>56</i>
<b>4 Herramienta matemática.....</b>	<b>57</b>
4.1. <i>Programa Inicial.....</i>	<i>57</i>
4.1.1 <i>Entrada de datos.....</i>	<i>57</i>
4.1.2 <i>Tratamiento de datos de entrada.....</i>	<i>59</i>
4.1.3 <i>Creación y resolución del sistema.....</i>	<i>59</i>
4.1.4 <i>Actualización de residuos y criterio de convergencia.....</i>	<i>60</i>
4.1.5 <i>Extracción de resultados.....</i>	<i>61</i>
4.2. <i>Modificación para trabajar con transformador.....</i>	<i>61</i>
4.3. <i>Ampliación para trabajar con cargas capacitivas y cargas en triángulo.....</i>	<i>63</i>
<b>5 Casos de validación.....</b>	<b>65</b>
5.1. <i>Caso con transformador Dy1 con cargas en estrella y equilibrado.....</i>	<i>68</i>
5.1.1 <i>Comparación de resultados.....</i>	<i>69</i>
5.2. <i>Caso con transformador Dy1 desequilibrado.....</i>	<i>73</i>
5.2.1 <i>Comparación de resultados.....</i>	<i>74</i>
5.3. <i>Caso con transformador Dy1 desequilibrado con conexión rígida a tierra.....</i>	<i>77</i>
5.3.1 <i>Comparación de resultados.....</i>	<i>78</i>
5.4. <i>Caso con transformador Yy0 equilibrado con conexión rígida a tierra.....</i>	<i>81</i>
5.4.1 <i>Comparación de resultados.....</i>	<i>82</i>
5.5. <i>Caso con transformador Yy desequilibrado y cargas en triángulo.....</i>	<i>85</i>
5.5.1 <i>Comparación de resultados.....</i>	<i>86</i>
5.6. <i>Caso con transformador Dy1 desequilibrado y cargas en triángulo.....</i>	<i>90</i>



4.6.1 Comparación de resultados.....	91
5.7. Caso con transformador Dd desequilibrado y cargas en triángulo.....	94
4.7.1 Comparación de resultados.....	95
5.8. Caso con transformador Yd1 desequilibrado y cargas en triángulo.....	98
5.8.1 Comparación de resultados.....	99
<b>6 Comparación entre red con cargas en estrella y red con cargas en triángulo</b>	<b>103</b>
6.1. Comparación entre ambos tipos de cargas.....	110
6.1.1 Red residencial.....	110
6.1.2 Red industrial.....	113
6.1.3 Red comercial.....	115
6.2. Análisis final.....	118
<b>7 Conclusiones y trabajo futuro.....</b>	<b>119</b>
<b>8 Anexo I.....</b>	<b>121</b>
8.1. Resultados casos de validación.....	121
8.1.1 Caso con transformador Dy1 y cargas equilibradas.....	121
8.1.2 Caso con transformador Dy1 y cargas desequilibradas.....	123
8.1.3 Caso con transformador Dy1 y cargas desequilibradas y conexión rígida a tierra. .....	125
8.1.4 Caso con transformador Yy, cargas desequilibradas y conexión rígida a tierra. .....	127
8.1.5 Caso con transformador Yy y cargas en triángulo y desequilibradas.....	129
8.1.6 Caso con transformador Dy1 y cargas en triángulo y desequilibradas.....	131
8.1.7 Caso con transformador Dd y cargas en triángulo y desequilibradas.....	133
8.1.8 Caso con transformador Yd1 y cargas en triángulo y desequilibradas.....	135
<b>9 Anexo II.....</b>	<b>139</b>
9.1. Resultados cargas con conexión en estrella y triángulo.....	139
<b>Referencias.....</b>	<b>150</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 3.1: Grupos de índice horario para transformadores.....	47
Tabla 5.1: Matriz de impedancias primitivas UGI-3ph.....	66
Tabla 5.2: Valores nominales tensión.....	66
Tabla 5.3: Tensión nominal nudo Slack.....	67
Tabla 5.4: Inicio, fin y longitud de las diferentes ramas.....	67
Tabla 5.5: Características transformador Dy1 caso 5.1.....	68
Tabla 5.6: Puestas a tierra caso 5.1.....	69
Tabla 5.7: Caracterización de cargas caso 5.1.....	69
Tabla 5.8: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.1.....	70
Tabla 5.9: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.1.....	70
Tabla 5.10: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.1.....	71
Tabla 5.11: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.1.....	72
Tabla 5.12: Pérdidas obtenidas en el caso 5.1.....	72
Tabla 5.13: Pérdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.1.....	72
Tabla 5.14: Características transformador Dy1 caso 5.2.....	73
Tabla 5.15: Tabla: Puestas a tierra caso 5.2.....	73
Tabla 5.16: Caracterización de cargas caso 5.2.....	74
Tabla 5.17: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.2.....	74
Tabla 5.18: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.2.....	74
Tabla 5.19: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.2.....	75
Tabla 5.20: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.2.....	76
Tabla 5.21: Pérdidas obtenidas en el caso 5.2.....	76
Tabla 5.22: Tabla: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.2.....	76
Tabla 5.23: Características transformador Dy1 caso 5.3.....	77

Tabla 5.24: Puestas a tierra caso 5.3.....	77
Tabla 5.25: Caracterización de cargas caso 5.3.....	78
Tabla 5.26: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.3.....	78
Tabla 5.27: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.3.....	78
Tabla 5.28: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.3.....	79
Tabla 5.29: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.3.....	80
Tabla 5.30: Pérdidas obtenidas en el caso 5.3.....	80
Tabla 5.31: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.3.....	80
Tabla 5.32: Características transformador Yy caso 5.4.....	81
Tabla 5.33: Puestas a tierra caso 5.4.....	81
Tabla 5.34: Caracterización de cargas caso 5.4.....	82
Tabla 5.35: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.4.....	82
Tabla 5.36: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 4.4.....	83
Tabla 5.37: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 4.4.....	83
Tabla 5.38: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.4.....	84
Tabla 5.39: Perdidas obtenidas para el caso 5.4.....	84
Tabla 5.40: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.4.....	84
Tabla 5.41: Características transformador Yy caso 4.5.....	85
Tabla 5.42: Puestas a tierra caso 4.5.....	85
Tabla 5.43: Caracterización de cargas caso 5.5.....	86
Tabla 5.44: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.5.....	86
Tabla 5.45: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.5.....	86
Tabla 5.46: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.5.....	87
Tabla 5.47: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.5.....	88
Tabla 5.48: Pérdidas obtenidas en el caso 5.5.....	88
Tabla 5.49: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.5.....	88
Tabla 5.50: Características transformador Dy1 caso 5.6.....	90
Tabla 5.51: Puestas a tierra caso 5.6.....	90
Tabla 5.52: Caracterización de cargas caso 5.6.....	91
Tabla 5.53: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.6.....	91

Tabla 5.54: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.6.....	91
Tabla 5.55: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.6.....	92
Tabla 5.56: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.6.....	92
Tabla 5.57: Pérdidas obtenidas en el caso 5.6.....	93
Tabla 5.58: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.6.....	93
Tabla 5.59: Características transformador Dd caso 5.7.....	94
Tabla 5.60: Puestas a tierra caso 5.7.....	95
Tabla 5.61: Caracterización de cargas caso 5.7.....	95
Tabla 5.62: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.7.....	95
Tabla 5.63: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.7.....	96
Tabla 5.64: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.7.....	96
Tabla 5.65: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.7.....	97
Tabla 5.66: Pérdidas obtenidas en el caso 5.7.....	97
Tabla 5.67: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.7.....	97
Tabla 5.68: Características transformador caso 5.8.....	98
Tabla 5.69: Puestas a tierra caso 5.8.....	99
Tabla 5.70: Caracterización de cargas caso 5.8.....	99
Tabla 5.71: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.8.....	99
Tabla 5.72: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.8.....	100
Tabla 5.73: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.8.....	100
Tabla 5.74: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.8.....	101
Tabla 5.75: Pérdidas obtenidas en el caso 5.8.....	101
Tabla 5.76: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.8.....	101
Tabla 6.1 Impedancias primitivas.....	104
Tabla 6.2: IMpedancias primitivas para conductores.....	105
Tabla 6.3: Propiedades de las diferentes ramas caso residencial.....	106
Tabla 6.4: Propiedades de las diferentes ramas caso industrial.....	107
Tabla 6.5: Propiedades de las diferentes ramas caso comercial.....	107
Tabla 6.6: Características de las diferentes cargas.....	108
Tabla 6.7: Características de las diferentes cargas.....	108

Tabla 6.8: Características transformador Yd1.....	109
Tabla 6.9: Tensión nudo slack.....	109
Tabla 6.10: Tensión nominal puntos de la red.....	109
Tabla 6.11: Tensiones red industrial.....	113
Tabla 6.12: Intensidades por rama red industrial.....	114
Tabla 8.1: Resultados tensión caso 4.1.....	121
Tabla 8.2: Resultados intensidad caso 4.1.....	122
Tabla 8.3: Resultados tensión OpenDSS caso 4.1.....	122
Tabla 8.4: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.1.....	123
Tabla 8.5: Resultados tensión caso 4.2.....	123
Tabla 8.6: Resultados intensidad caso 4.2.....	124
Tabla 8.7: Resultados tensión OpenDSS caso 4.2.....	124
Tabla 8.8: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.2.....	125
Tabla 8.9: Resultados tensión caso 4.3.....	125
Tabla 8.10: Resultados intensidad caso 4.3.....	126
Tabla 8.11: Resultados tensión OpenDSS caso 4.3.....	126
Tabla 8.12: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.3.....	127
Tabla 8.13: Resultados tensión caso 4.4.....	127
Tabla 8.14: Resultados intensidad caso 4.4.....	128
Tabla 8.15: Resultados tensión OpenDSS caso 4.4.....	128
Tabla 8.16: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.4.....	129
Tabla 8.17: Resultados tensión caso 4.5.....	129
Tabla 8.18: Resultados intensidad caso 4.5.....	130
Tabla 8.19: Resultados tensión OpenDSS caso 4.5.....	130
Tabla 8.20: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.5.....	131
Tabla 8.21: Resultados tensión caso 4.6.....	131
Tabla 8.22: Resultados intensidad caso 4.6.....	132
Tabla 8.23: Resultados tensión OpenDSS caso 4.6.....	132
Tabla 8.24: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.6.....	133
Tabla 8.25: Resultados tensión caso 4.7.....	133

Tabla 8.26: Resultados intensidad caso 4.7.....	134
Tabla 8.27: Resultados tensión OpenDSS caso 4.7.....	134
Tabla 8.28: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.7.....	135
Tabla 8.29: Resultados tensión caso 4.8.....	135
Tabla 8.30: Resultados intensidad caso 4.8.....	136
Tabla 8.31: Resultados tensión OpenDSS caso 4.8.....	136
Tabla 8.32: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.8.....	137
Tabla 9.1: Resultados de tensión cargas en estrella.....	141
Tabla 9.2: Resultados tensión cargas en triángulo.....	142
Tabla 9.3: Resultados intensidad cargas en estrella.....	146
Tabla 9.4: Resultados intensidad cargas en triángulo.....	149

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

1. Figura: Circuito monofásico equivalente de una línea trifásica equilibrada.....	23
2. Figura: Sistema con conexión en estrella.....	33
3. Figura: Transformador monofásico.....	43
4. Figura : Transformador trifásico Yd1.....	44
5. Figura: Carga conectada en triángulo.....	51
6. Figura: Red de estudio.....	65
7. Figura: Red real de estudio.....	103





# NOTACIÓN

---

$A^*$	Conjugado
$\bar{A}=b+cj$	Fasor
$\mathbf{A}$	Vector o matriz
$A$	Módulo



# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1. Redes de baja tensión, importancia y marco actual.

Las redes de BT (Baja Tensión) por lo general son las encargadas de la distribución eléctrica, siendo la distribución el paso previo al consumo. Estas redes en los últimos años están tomando una especial relevancia ya que se están produciendo cambios significativos en el consumo eléctrico.

Uno de los principales cambios en el consumo eléctrico vienen de la mano de la llamada generación distribuida. El concepto de generación distribuida hace referencia a la transformación de los consumidores en consumidores-generadores, este cambio de tendencia se produce cuando un punto de la red tradicionalmente catalogado como punto de consumo adquiere la característica de poder convertirse también en generador en determinadas situaciones.

En este hecho está teniendo especial relevancia el abaratamiento de las tecnologías de generación renovable y con un carácter escalable que hace posible su implementación con pequeñas potencias. La más destacable de estas tecnologías es la tecnología de generación mediante paneles solares fotovoltaicos (PV), el desarrollo de la tecnología PV permite a los pequeños consumidores la posibilidad de ceder energía a la red de distribución cuando su propia generación exceda a su consumo.



*Ilustración 1: Nudo de consumo vs Nudo consumo generación. Fuente: Enasol.*

A su vez este hecho plantea el reto de la necesidad de un mayor control en las redes de distribución ya que anteriormente estas redes simplemente transportaban energía hacia nudos de consumo, siendo ahora su función también la de transportar energía desde los nudos de consumo-generación. Este fenómeno puede provocar situaciones que pongan a prueba la estabilidad de la red ya que en el caso de la generación renovable esta carece de la posibilidad de regulación en su producción, siendo esta producción dependiente de la situación meteorológica.

Otra de las nuevas tecnologías que están produciendo cambios en la red de distribución es el vehículo eléctrico, este nuevo tipo de vehículo introduce un elemento de consumo importante a la red ya que estos presentan baterías que acumulan una gran cantidad de energía y necesitan a su vez potencias más altas que las usuales en puntos de consumo doméstico lo que aumenta el consumo eléctrico notablemente.

Pero no es solo este aumento lo que provoca una novedad en el sistema, si no también la tendencia a realizar estas recargas en una franja horaria determinada generalmente coincidente con las de menor demanda eléctrica y de menor precio para el consumidor. La generalización de este tipo de vehículos puede provocar un cambio significativo en la curva de demanda estándar.

A continuación se muestra una simulación aportada por el simulador de recarga de vehículos eléctricos de Red Eléctrica de España [1], para una situación en la que el 20% de los vehículos del país fuesen eléctricos y como afectaría a la curva de demanda para el caso de realizarse de forma eficiente o de forma ineficiente dicha recarga.

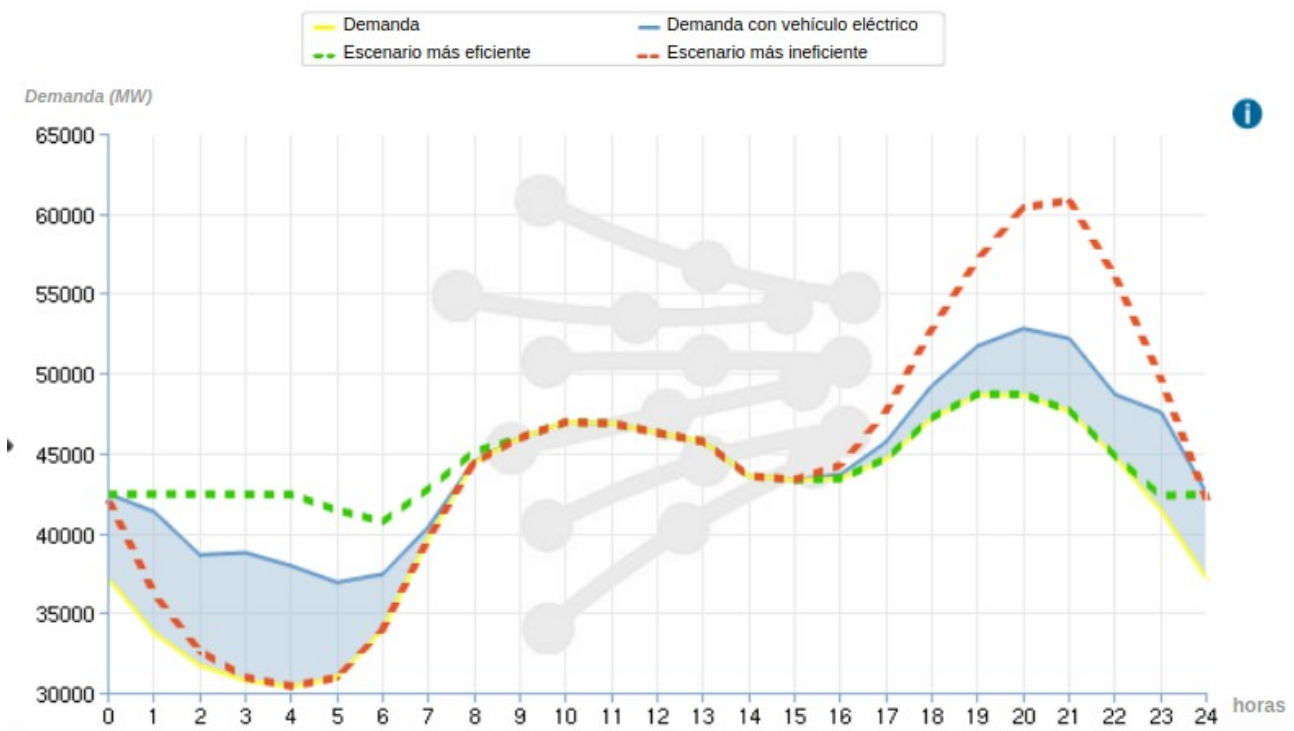


Ilustración 2: Simulación curva de demanda coches eléctricos. REE [6]

Una de las características más relevantes en lo respectivo al vehículo eléctrico tiene que ver con la introducción de tecnologías como la llamada V2G (vehicle-to-grid) la cual permite utilizar la batería del vehículo de manera bidireccional convirtiéndolo en un elemento consumidor-generador. En este caso al contrario que en la tecnología FV si permite una gestión de la potencia consumida o cedida a la red.

El crecimiento de estas dos tecnologías, generación PV y vehículo eléctrico, está siendo cada vez mayor y su combinación plantea un reto de cara a la necesidad de un control más exhaustivo sobre las redes de distribución .

Para mejorar este control, actualmente se han instalado los llamados contadores “inteligentes”, estos nuevos contadores son capaces de medir gran cantidad de datos sobre los flujos de potencia en los puntos de consumo-generación. La utilización de dichos datos se vuelve fundamental en el marco de la necesidad de un mayor control sobre dichas redes.

## 1.2. Características y análisis de las redes de distribución de BT.

Las redes de distribución europeas suelen tener las siguientes características:

- Son redes trifásicas con 4 hilos (fases a,b,c y neutro).
- Las cargas suelen ser monofásicas intentando que sean repartidas de manera equilibrada entre cada fase.
- También existen cargas trifásicas.
- Predominan los transformadores trifásicos en cabecera, generalmente del tipo Dy1 y con relaciones de transformación 20kV/400V.

Dicho modelo hace necesaria la aplicación de herramientas diferentes a las aplicadas para el análisis de redes de distribución, las cuales cuentan con características diferentes.

Las herramientas más usuales para este tipo de líneas suelen ser:

- Barridos de árbol aguas arriba par actualizar los valores de las intensidades o flujos, o bien barridos aguas abajo para actualizar los valores de las intensidades.
- Basados en el método de Newton-Raphson, este método es aplicado a los residuos de potencia para el cálculo de flujos de carga en redes de transporte, para utilizarlo en redes de distribución se aplica también a los residuos de intensidad.

## 1.3. Objetivos.

El objetivo de este trabajo es continuar con el trabajo realizado en TFMs anteriores los cuales ya propusieron una solución a la formulación alternativa del algoritmo de Newton-Raphson para redes de distribución de 4 hilos con cargas monofásicas y trifásicas tanto equilibradas como no equilibradas.

Todas estas modificaciones fueron implementadas mediante el programa MATLAB y comprobados con el software libre OpenDSS.

En este documento se van a desarrollar los pasos teóricos para la implementación al método anterior de:

- Transformadores en cabecera de línea.
- Cargas conectadas en triángulo.

Así como su introducción en el algoritmo resolutivo creado en MATLAB, de la misma forma que en trabajos anteriores se procederá a la validación de resultados mediante el programa OpenDSS.



## 2 MÉTODO NEWTON-RAPHSON AMPLIADO

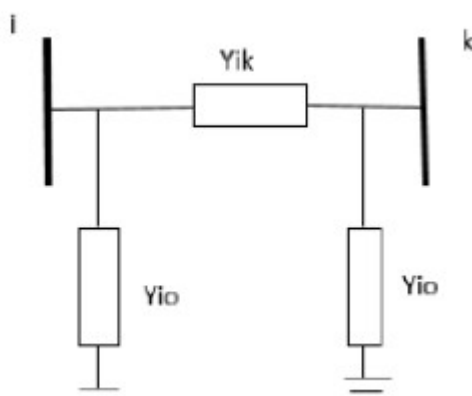
El método de Newton-Raphson es un método ampliamente conocido y utilizado el cual consiste en la resolución de funciones  $f(x)$  a través de sucesivas iteraciones que parten de un valor inicial  $x_0$ .

### 2.1. Método aplicado a flujos de carga

A continuación se va a describir brevemente el algoritmo de análisis de flujo de cargas de Newton-Raphson aplicado a redes trifásicas equilibradas. Los desarrollos matemáticos obtenidos a lo largo de este capítulo forman parte del libro “Electric Energy Systems, Analysis and Operation”[2].

El análisis de flujos de carga es una herramienta fundamental en el estudio de redes eléctricas, que en su modelo básico permite relacionar los valores de tensión (módulo y ángulo) con los valores de potencia activa y reactiva. Esto permite analizar el estado de redes eléctricas, bien para monitorizar los diferentes estados de redes ya instaladas y así poder evaluar su comportamiento ante diferentes escenarios, o bien para el estudio de nuevas redes o nuevas modificaciones que se quieran implementar.

El modelo a estudiar suele ser un sistema compuesto por un sistema lineal, el cual viene caracterizado por: tensiones ( $V_i$ ), intensidades ( $I_i$ ) y admitancias ( $y_{ii}$ ) y un sistema no lineal que relaciona la potencia aparente ( $S_s$ ) con intensidades y tensiones. A continuación se plantea el modelo lineal, asociado al modelo de líneas.



1. Figura: Circuito monofásico equivalente de una línea trifásica equilibrada

Desarrollando las ecuaciones que relacionan las intensidades  $I_i$  e  $I_k$  con las tensiones  $V_i$  y  $V_k$  y con las admitancias del modelo se obtiene:

$$\bar{I}_i = (\bar{V}_i - \bar{V}_k) \cdot \bar{Y}_{ik} + \bar{V}_i \cdot \bar{Y}_{io} = (\bar{Y}_{ik} + \bar{Y}_{io}) \cdot \bar{V}_i - \bar{Y}_{ik} \cdot \bar{V}_k$$

$$\bar{I}_k = (\bar{V}_k - \bar{V}_i) \cdot \bar{Y}_{ik} + \bar{V}_k \cdot \bar{Y}_{io} = (\bar{Y}_{ik} + \bar{Y}_{io}) \cdot \bar{V}_k - \bar{Y}_{ik} \cdot \bar{V}_i$$

Definiendo las siguientes variables para simplificar el sistema:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{ii} &= \bar{Y}_{ik} + \bar{Y}_{io} \\ \bar{Y}_{kk} &= \bar{Y}_{ik} + \bar{Y}_{ko} \\ -\bar{Y}_{ik} &= \bar{Y}_{ik} = \bar{Y}_{ki}\end{aligned}$$

Pudiendo poner este desarrollo en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ii} & Y_{ik} \\ Y_{ki} & Y_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ampliando este razonamiento a una red más extensa se obtiene que las intensidades inyectadas en los nudos pueden ser relacionadas con las tensiones de los nudos de la matriz de admitancias llamada  $Y_{BUS}$ .

$$I = Y_{BUS} * U \quad (2)$$

Siendo las admitancias de cada elemento de la matriz  $Y_{BUS}$ :

$$\bar{Y}_{ii} = \sum_{j \in i} \bar{Y}_{ij} + \bar{Y}_{si} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r + j\chi} + \frac{\bar{Y}}{2} \quad (3)$$

$$\bar{Y}_{ij} = \frac{-1}{r + j\chi} \quad (4)$$

Con respecto al modelo del sistema no lineal este procede del modelado de las cargas como cargas de potencia constante, así una carga trifásica equilibrada conectada al nudo i se puede caracterizar mediante la ecuación.

$$\bar{S}_i = P_i + Q_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \quad (5)$$

Siendo  $P_i$  y  $Q_i$  la potencia activa y reactiva de la carga.

Utilizando la ecuación (2) y (5) y descomponiendo cada ecuación compleja en dos reales se obtienen las ecuaciones para cada nudo (i).

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j \cdot (G_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + B_{ij} \cdot \sin \theta_{ij}) \quad (6)$$



$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j \cdot (G_{ij} \cdot \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) \quad (7)$$

Las dos ecuaciones anteriores serán las encargadas de ofrecer la relación entre los datos de partida (P y Q) y los resultados que se desean obtener (V y  $\theta$ ). Para trasladar estas expresiones al método de Newton-Raphson primero se define el vector con las variables de estado, en este caso X (V,  $\theta$ ) que contenga a ambas variables y posteriormente adaptar nuestro caso al modelo propuesto por el método.

$$f(X) \cong f(X_0) + \frac{\partial f(X)}{\partial X} \cdot \Delta X \quad (8)$$

$$f(X) = S(V, \theta) \quad (9)$$

$$\Delta f(X) = f(X) - f(X_0) = \Delta S(X) = S(V, \theta) - S(V_0, \theta_0) \quad (10)$$

$$\frac{\partial f(X)}{\partial X} = \frac{\partial S(V, \theta)}{\partial (V, \theta)} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{bmatrix} \quad (12)$$

El Jacobiano formado por las diferentes derivadas parciales mostrado en la ecuación (14) puede ser desarrollado de una forma más clara para todas las ramas ij así como los puntos j e i que forman el conjunto a estudiar:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} \quad (13)$$

$$N_{ij} = V_j \cdot \frac{\partial P_i}{\partial V_j} \quad (14)$$

$$M_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} \quad (15)$$

$$L_{ij} = V_j \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} \quad (16)$$

Tomando como partida la ecuación (13) y desarrollando en ella las expresiones (10) y (11) se define el vector residuos en función de los valores de potencia activa (P) y potencia reactiva (S) en lugar de expresarlo en función del módulo y argumento de tensión (V y  $\theta$ ).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i^{esp} - P_i^{cal} \\ Q_i^{esp} - Q_i^{cal} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Los residuos representan la diferencia entre el valor especificado al comienzo y el valor calculado en la iteración correspondiente.

Agrupando los desarrollos y expresiones anteriores, se llega al sistema de ecuaciones expresado a a continuación:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V/V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (18)$$

El proceso debe continuar hasta que se alcance la convergencia, esta convergencia se alcanza cuando se llegue a un resultado que cumpla los criterios establecidos. Los criterios que se van a imponer son los de la diferencia entre el valor calculado en la ultima iteración y los valores especificados.

$$\begin{bmatrix} |\Delta P_i| \\ |\Delta Q_i| \end{bmatrix} < \varepsilon \quad (19)$$

## 2.2. Ampliación del método aplicado a flujos de carga.

El método puede ser planteado utilizando coordenadas cartesianas en lugar de polares y añadiendo al sistema de resolución la intensidad como variable de estado .

$$\mathbf{X}=[\bar{V}_i, \bar{I}_i]=[e_i, f_i, Ir_i, Ix_i] \quad (20)$$

De esta manera se estudiarán tanto los flujos de potencia (activa y reactiva) como los flujos de intensidad inyectados en la red. Esta ampliación implica que también deben ser estudiados los residuos de intensidad además de los residuos de potencia anteriormente estudiados. Los desarrollos siguientes han sido extraídos del artículo “Augmented Rectangular Load Flow Model” [3].

De la misma manera que el método original este problema planteará dos tipos de problemas, uno lineal y otro no lineal. En primer caso se plantea el modelo lineal del sistema el cual estará formado por las ecuaciones que caracterizan la red para cada punto en forma cartesiana.

$$\begin{bmatrix} I_{ai} \\ I_{bi} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} -B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_i \\ e_i \end{bmatrix} \quad (21)$$

Nótese que el orden de las variables que intervienen se encuentran cambiados respecto a la forma usual, en la diagonal de la matriz de admitancias se presentan los valores de la susceptancia ( $B_{ij}$ ) mientras que la forma usual sería colocando los valores de la conductancia ( $G_{ij}$ ) en dicho lugar, este cambio se completa para no afectar al orden usual en el que están colocados los valores de intensidad invirtiendo el orden de los componentes de la tensión: parte imaginaria ( $f_i$ ) en la fila superior y parte real ( $e_i$ ) fila inferior. El cambio tiene su origen y utilidad en el estudio de líneas de media y alta tensión donde la susceptancia tiene un valor de más peso que la conductancia.

Aplicando el desarrollo de Taylor el problema queda de la forma:

$$f(\mathbf{X}) = \mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i - \mathbf{I}_i = 0 \quad (22)$$

$$\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{Ident} \cdot \Delta \mathbf{I}_i = -(\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i^0) + \mathbf{I}_i^0 \quad (23)$$

Se definirán los residuos de intensidad en su forma matricial y compleja.

$$\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \Delta \mathbf{I}_i = \mathbf{I}_i^{(0)} - (\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i^{(0)}) = \Delta \mathbf{A}_i \quad (24)$$

$$\Delta \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_i \\ \Delta \beta_i \end{bmatrix} \quad (25)$$

Quedando el sistema a resolver :

$$\sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} -B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta e_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta I_{ai} \\ \Delta I_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_i \\ \Delta \beta_i \end{bmatrix} \quad (26)$$

Por su parte el problema no lineal es el que atañe a las inyecciones de potencias, se desarrollará la expresión (5) y se dispone en forma matricial.

$$\bar{S}_i = [(e_i \cdot I_{ri}) + (f_i \cdot I_{xi})] + j [(f_i \cdot I_{ri}) - (e_i \cdot I_{xi})] \quad (27)$$

$$\mathbf{S}_i^{sp} = \begin{bmatrix} P_i^{sp} \\ Q_i^{sp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{bi} & I_{ai} \\ I_{ai} & -I_{bi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_i \\ e_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_i & f_i \\ f_i & -e_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{ai} \\ I_{bi} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Definiendo  $f(x)$  y realizando el desarrollo de Taylor se obtienen los residuos de potencia en forma cartesiana de manera similar al método original.

$$f(X) = \mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{U}_i \cdot \mathbf{I}_i \quad (29)$$

$$-\mathbf{I}_i \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{U}_i \cdot \Delta \mathbf{I}_i = -(\mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{U}_i^{(0)} \cdot \mathbf{I}_i^{(0)}) = \Delta \mathbf{S}_i^0 \quad (30)$$

$$\mathbf{I}_i \cdot \Delta \mathbf{U}_i + \mathbf{U}_i \cdot \Delta \mathbf{I}_i = \Delta \mathbf{S}_i \quad (31)$$

$$\Delta \mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (32)$$

El sistema a resolver será:

$$\begin{bmatrix} I_{bi} & I_{ai} \\ I_{ai} & -I_{bi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta e_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i & f_i \\ f_i & -e_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_{ai} \\ \Delta I_{bi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (33)$$

Juntando los dos sistemas anteriores, uno para cada residuo a resolver, se llega al sistema completo que combina ambos problemas:

$$\begin{bmatrix} -B_{ij} & G_{ij} & -1 & 0 \\ G_{ij} & B_{ij} & 0 & -1 \\ I_{xi} & I_{ri} & e_i & f_i \\ I_{ri} & -I_{xi} & f_i & -e_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_i \\ \Delta e_i \\ \Delta I_{ri} \\ \Delta I_{xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_i \\ \Delta \beta_i \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

La matriz de la izquierda se corresponde con el Jacobiano, y puede ser dividida en submatrices. La primera de estas submatrices será la que contenga los valores correspondientes a la admitancia y será llamada  $Y_{BUS}$ .

$$\mathbf{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} -B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix} \quad (35)$$

La siguiente submatriz será la que contenga los valores que relacionan la intensidad con los incrementos de esta misma, por lo tanto para un caso en que las intensidades de línea coincida con las intensidades de fase coincidirá con una matriz identidad, cambiada de signo, su denominación será  $Mt$ .

$$-Mt = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Por último, se definirán las dos submatrices que se corresponderán con los valores de intensidad,  $D_I$ , y tensión,  $D_V$ , correctamente ordenados.

$$\mathbf{D}_I = \begin{bmatrix} I_{bi} & I_{ai} \\ I_{ai} & -I_{bi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{D}_V = \begin{bmatrix} e_i & f_i \\ f_i & -e_i \end{bmatrix} \quad (38)$$

La expresión de todas las submatrices anteriores hacen que el sistema puede expresarse de manera más compacta.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{BUS} & -Mt \\ \mathbf{D}_I & \mathbf{D}_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \Lambda \\ \Delta S \end{bmatrix} \quad (39)$$

### 2.3. Resolución del sistema ampliado

De los razonamientos anteriores se extrae la proposición de un sistema de ecuaciones (39) que debe ser resuelto para obtener los valores de los incrementos correspondientes a intensidad y tensión. Así como también deben ser calculados los valores iniciales para comenzar el algoritmo resolutivo y las posteriores actualizaciones de resultados hasta llegar a un valor óptimo que cumpla los criterios de convergencia definidos.

Para la resolución del sistema se recuperaran las ecuaciones (23) y (31), añadiendo a ellas la notación correspondiente a las submatrices antes definidas.

$$\Delta S = \mathbf{D}_I \cdot \Delta U + \mathbf{D}_V \cdot \Delta I \quad (40)$$

$$\Delta \Lambda = \mathbf{Y}_{BUS} \cdot \Delta U - Mt \cdot \Delta I \quad (41)$$

Despejando  $\Delta I$  de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda se obtiene:

$$\Delta I = D_V^{-1} \cdot \Delta S - (D_V^{-1} \cdot D_I) \cdot \Delta U \quad (42)$$

$$\Delta \Lambda = Y_{BUS} \cdot \Delta U - Mt \cdot (D_V^{-1} \cdot \Delta S - D_V^{-1} \cdot D_I \cdot \Delta U)$$

Reagrupando y despejando  $\Delta U$ .

$$\Delta U = (Y_{BUS} + Mt \cdot D_V^{-1} \cdot D_I)^{-1} + (\Delta \Lambda + Mt \cdot D_V^{-1} \cdot \Delta S) \quad (43)$$

Una vez definidas las ecuaciones que resuelven el sistema habrá que obtener los valores iniciales para comenzar el algoritmo y definir como se irán actualizando los resultados en las sucesivas iteraciones.

Inicialmente se parte de un perfil inicial en el que vienen dadas las potencias activas y reactivas para cada nodo de estudio, para obtener el perfil de intensidades habrá que definir un valor inicial de tensiones. Para este perfil inicial de tensiones se tomarán los valores nominales ( $U_n$ ) de línea a estudiar y así se obtendrán los valores iniciales de intensidad.

$$\begin{aligned} \bar{U}_i^{(0)} &= e_i^{(0)} + j f_i^{(0)} = \bar{U}_n \\ \bar{I}_i^{(0)} &= \left( \frac{\bar{S}_i^{sp}}{\bar{U}_i^{(0)}} \right)^* = \frac{P_i^{sp} - j Q_i^{sp}}{U_n^*} \end{aligned}$$

Una vez que se obtienen valores iniciales se pueden construir las submatrices del Jacobiano,  $Y_{bus}$ ,  $D_V$  y  $D_I$ . Con dichas matrices construidas y utilizando las ecuaciones (28) y (34) se obtienen los valores de los residuos de intensidad y potencias iniciales.

$$\begin{aligned} I_i^0 - (Y_{BUS} \cdot U_i^0) &= \Delta \Lambda_i \\ -(S_i^{sp} - U_i^0 \cdot I_i^0) &= \Delta S_i \end{aligned}$$

Llegado a este punto se hace uso de la ecuación (43) para obtener el vector de estado  $\Delta U$  y con este valor se halla el también vector de estado  $\Delta I$  de (42).

Una vez conocidos los vectores de estado se procede a actualizar los valores de tensión e intensidad de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta f_i = f_i^{(1)} - f_i^{(0)} \\ \Delta e_i = e_i^{(1)} - e_i^{(0)} \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} f_i^{(1)} = \Delta f_i + f_i^{(0)} \\ e_i^{(1)} = \Delta e_i + e_i^{(0)} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta I_{ri} = I_{ri}^{(1)} - I_{ri}^{(0)} \\ \Delta I_{xi} = I_{xi}^{(1)} - I_{xi}^{(0)} \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} I_{ri}^{(1)} = \Delta I_{ri} + I_{ri}^{(0)} \\ I_{xi}^{(1)} = \Delta I_{xi} + I_{xi}^{(0)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Teniendo los valores de tensión e intensidad de la primera iteración se vuelven a calcular los residuos de potencia e intensidad y se comprueba que estos cumplen con el criterio de convergencia establecido.

$$\begin{bmatrix} |\Delta S|_i \\ |\Delta \Lambda|_i \end{bmatrix} < \varepsilon$$

En caso de no cumplirse el criterio se volverán a realizar los pasos:

1º. Volver a construir las submatrices  $D_I$  y  $D_V$  con los valores de tensión e intensidad actualizados.

2º. Calcular nuevamente los residuos de potencia e intensidad .

3º. Resolver el sistema dado por las ecuaciones (42) y (43) y actualizar los valores de tensión e intensidad. Siendo  $k$  el número de iteraciones realizadas hasta ahora:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta f_i = f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)} \\ \Delta e_i = e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)} \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} f_i^{(k+1)} = \Delta f_i + f_i^{(k)} \\ e_i^{(k+1)} = \Delta e_i + e_i^{(k)} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta I_{ri} = I_{ri}^{(k+1)} - I_{ri}^{(k)} \\ \Delta I_{xi} = I_{xi}^{(k+1)} - I_{xi}^{(k)} \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} I_{ri}^{(k+1)} = \Delta I_{ri} + I_{ri}^{(k)} \\ I_{xi}^{(k+1)} = \Delta I_{xi} + I_{xi}^{(k)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4º. Actualizar el valor de los residuos. Se debe tener en cuenta que al partir de un modelo lineal de red después de la primera iteración los residuos de intensidad serán nulos en la práctica.

$$\Delta \mathbf{A}_i \simeq 0$$

5º. Comprobar que se cumple el criterio de convergencia establecido.

6ª Si se cumple el criterio los resultados son válidos y el problema se considerará resuelto, sino se cumple este criterio se volverá al paso 1º.





# 3 MÉTODO APLICADO A REDES TRIFÁSICAS DE 4 HILOS Y MODIFICACIONES

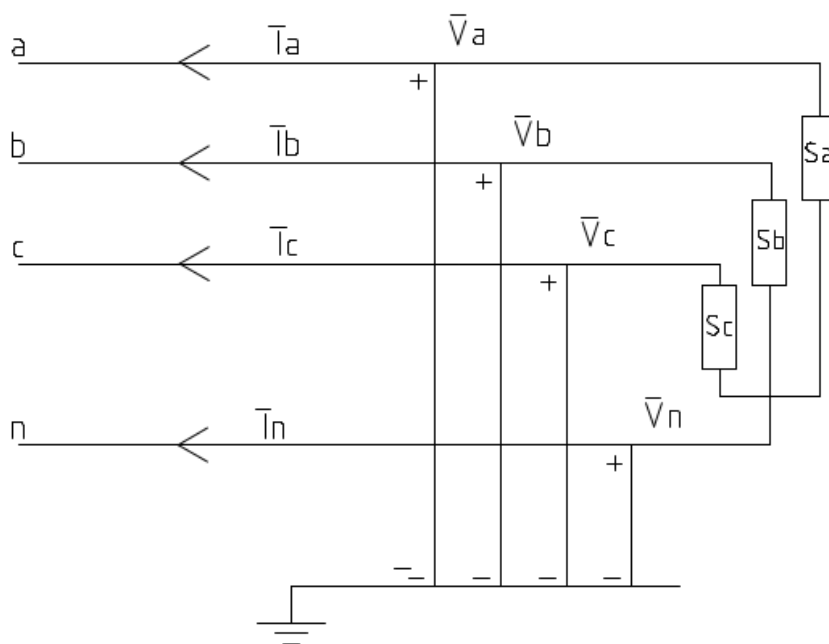
En este capítulo se va a tratar la aplicación de este método a redes de cuatro hilos, compuesta por tres fases (a, b, c) más una fase añadida para la conexión del neutro que será llamada fase “n”. La aplicación de este método parte de la adecuación de las matrices y submatrices antes mencionadas al modelo concreto de cuatro hilos a cada nodo.

En el TFM anterior “Formulación y Programación de un Flujo de Cargas Ampliado para Redes Trifásicas a Cuatro Hilos”[4] se amplió el sistema a redes de cuatro hilos modelando cargas trifásicas desequilibradas en estrella así como resistencias de puesta a tierra finitas.

Los últimos apartados de este capítulo ampliarán el sistema para trabajar con cargas trifásicas desequilibradas conectadas en triángulo así como para la presencia de transformadores en la cabecera de la línea

## 3.1. Ampliación a redes de cuatro hilos

Las cargas para este tipo de problemas vendrán conectadas en forma de estrella como muestra la siguiente figura.



2. Figura: Sistema con conexión en estrella

En primer lugar se debe adecuar el modelo lineal que supone el modelado de la línea, el cual viene dado por las relación entre tensiones e intensidades mediante la matriz de admitancias, desarrollando la ecuación (2) del capítulo anterior para un nodo cualquiera y denotando la intensidad  $I_i=I_{ij}$ :

$$\bar{I}_i = \bar{y}_{ii} \cdot \bar{V}_i + \sum_{j \neq i}^n \bar{y}_{ij} \cdot \bar{V}_j \quad (44)$$

$$\begin{bmatrix} I_i^a \\ I_i^b \\ I_i^c \\ I_i^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{ii}^{aa} & y_{ii}^{ab} & y_{ii}^{ac} & y_{ii}^{an} \\ y_{ii}^{ba} & y_{ii}^{bb} & y_{ii}^{bc} & y_{ii}^{bn} \\ y_{ii}^{ca} & y_{ii}^{cb} & y_{ii}^{cc} & y_{ii}^{cn} \\ y_{ii}^{na} & y_{ii}^{nb} & y_{ii}^{nc} & y_{ii}^{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_i^a \\ V_i^b \\ V_i^c \\ V_i^n \end{bmatrix} + \sum_{j \neq i}^n \begin{bmatrix} y_{ij}^{aa} & y_{ij}^{ab} & y_{ij}^{ac} & y_{ij}^{an} \\ y_{ij}^{ba} & y_{ij}^{bb} & y_{ij}^{bc} & y_{ij}^{bn} \\ y_{ij}^{ca} & y_{ij}^{cb} & y_{ij}^{cc} & y_{ij}^{cn} \\ y_{ij}^{na} & y_{ij}^{nb} & y_{ij}^{nc} & y_{ij}^{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_j^a \\ V_j^b \\ V_j^c \\ V_j^n \end{bmatrix} \quad (45)$$

Cada elemento del vector intensidad y de los vectores tensión constará de dos componentes, una parte real y una parte imaginaria, así como las submatrices de admitancias serán matrices de dimensiones 4x4 al ser la relación entre dos vectores con dos componentes cada uno. Se presentan a continuación a modo de ejemplo dichas matrices para la fase a.

$$I_i^a = \begin{bmatrix} I_{ri}^a \\ I_{xi}^a \end{bmatrix}$$

$$V_i^a = \begin{bmatrix} f_i^a \\ e_i^a \end{bmatrix}$$

$$y_{ii}^{aa} = \begin{bmatrix} -B_{ii}^{aa} & G_{ii}^{aa} \\ G_{ii}^{aa} & B_{ii}^{aa} \end{bmatrix}; y_{ii}^{ab} = \begin{bmatrix} -B_{ii}^{ab} & G_{ii}^{ab} \\ G_{ii}^{ab} & B_{ii}^{ab} \end{bmatrix}; y_{ii}^{ac} = \begin{bmatrix} -B_{ii}^{ac} & G_{ii}^{ac} \\ G_{ii}^{ac} & B_{ii}^{ac} \end{bmatrix}; y_{ii}^{an} = \begin{bmatrix} -B_{ii}^{an} & G_{ii}^{an} \\ G_{ii}^{an} & B_{ii}^{an} \end{bmatrix}$$

Cabe destacar que para el último término de la matriz de admitancias correspondiente al neutro  $y_{ii}^{nn}$  se debe añadir un término asociado a la conexión a tierra, en caso de existir, ya que es a esta fase a la que usualmente se conectan las resistencias a tierra  $R_g$ .

$$y_{ii}^{nn} = \begin{bmatrix} -B_{ii}^{nn} & G_{ii}^{nn} + \frac{1}{R_{gi}} \\ G_{ii}^{nn} + \frac{1}{R_{gi}} & B_{ii}^{nn} \end{bmatrix}$$

Los vectores de intensidad y tensión del sistema de la ecuación (45) tendrán una dimensión de 8x1 para cada nodo, así como las matrices de admitancias serán simétricas y tendrán una dimensión de 8x8.

Las ecuaciones y matrices anteriores caracterizan el problema para un nodo cualquiera del sistema a estudiar, este nodo a su vez está conectado con todos los demás nodos, por lo que se puede aplicar el mismo razonamiento expresado en la ecuación (44) a la red compuesta por "N" nodos.

$$\begin{bmatrix} I_i^a \\ I_i^b \\ I_i^c \\ I_i^n \end{bmatrix} = \mathbf{I}_i \quad \begin{bmatrix} V_i^a \\ V_i^b \\ V_i^c \\ V_i^n \end{bmatrix} = \mathbf{U}_i \quad (46)$$

$$\mathbf{y}_{ii} = \begin{bmatrix} y_{ii}^{aa} & y_{ii}^{ab} & y_{ii}^{ac} & y_{ii}^{an} \\ y_{ii}^{ba} & y_{ii}^{bb} & y_{ii}^{bc} & y_{ii}^{bn} \\ y_{ii}^{ca} & y_{ii}^{cb} & y_{ii}^{cc} & y_{ii}^{cn} \\ y_{ii}^{na} & y_{ii}^{nb} & y_{ii}^{nc} & y_{ii}^{nn} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\mathbf{y}_{ij} = \begin{bmatrix} y_{ij}^{aa} & y_{ij}^{ab} & y_{ij}^{ac} & y_{ij}^{an} \\ y_{ij}^{ba} & y_{ij}^{bb} & y_{ij}^{bc} & y_{ij}^{bn} \\ y_{ij}^{ca} & y_{ij}^{cb} & y_{ij}^{cc} & y_{ij}^{cn} \\ y_{ij}^{na} & y_{ij}^{nb} & y_{ij}^{nc} & y_{ij}^{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{Con } j \neq i) \quad (48)$$

Dando como sistema final el definido por:

$$\mathbf{I}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_{ij}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdots & y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} \quad (49)$$

Esta matrices para una red de “N” nudos tendrán las siguientes dimensiones:

- Vector de intensidades I: (8xN) x1.
- Matriz de admitancias  $\mathbf{Y}_{BUS}$ : (8xN) x (8xN).
- Vector de tensiones U: (8xN) x1.

El proceso de linealización seguirá el guion implementado en el capítulo anterior y mostrado en las ecuaciones (23) y (24). Con la definición del vector de estado incremento de tensiones e incremento de intensidades.

$$\Delta U_i = \begin{bmatrix} \Delta e_i^a \\ \Delta f_i^a \\ \Delta e_i^b \\ \Delta f_i^b \\ \Delta e_i^c \\ \Delta f_i^c \\ \Delta e_i^n \\ \Delta f_i^n \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\Delta I_i = \begin{bmatrix} \Delta I_r^a \\ \Delta I_x^a \\ \Delta I_r^b \\ \Delta I_x^b \\ \Delta I_r^c \\ \Delta I_x^c \\ \Delta I_r^n \\ \Delta I_x^n \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$Y_{BUS} \cdot \Delta U_i - Ident \cdot \Delta I_i = - (Y_{BUS} \cdot U_i^{(0)}) + I_i^{(0)}$$

También se recuperará la expresión de los residuos de intensidad haciéndola válida para este caso.

$$Y_{BUS} \cdot \Delta U_i - \Delta I_i = I_i^{(0)} - (Y_{BUS} \cdot U_i^{(0)}) = \Delta \Lambda_i$$

$$\Delta \Lambda_i = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_i^a \\ \Delta \beta_i^a \\ \Delta \alpha_i^b \\ \Delta \beta_i^b \\ \Delta \alpha_i^c \\ \Delta \beta_i^c \\ \Delta \alpha_i^n \\ \Delta \beta_i^n \end{bmatrix} \quad (52)$$

Quedando el sistema para una red de "N" nudos :

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdots & y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \Lambda_1 \\ \Delta \Lambda_2 \\ \Delta \Lambda_3 \\ \vdots \\ \Delta \Lambda_n \end{bmatrix} \quad (53)$$

Esta matrices para una red de “N“ nudos tendrán las siguientes dimensiones:

- Matriz de admitancias  $Y_{BUS}$ :  $(8 \times N) \times (8 \times N)$ .
- Vector de incremento de tensiones  $\Delta U$ :  $(8 \times N) \times 1$ .
- Vector de incremento de intensidades  $\Delta I$ :  $(8 \times N) \times 1$ .
- Vector de incremento de residuos de intensidades  $\Delta \Lambda$ :  $(8 \times N) \times 1$ .

Definido ya el modelo lineal del sistema se tratará ahora el sistema no lineal, resultado de las cargas que soporta la línea como cargas de potencia constante y propuesto por la ecuación (5).

$$\bar{S}_i = P_i + Q_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^*$$

Para una carga trifásica colocada en estrella en la que cada carga monofásica se encuentra colocada entre fase y neutro, por lo tanto la tensión  $U_i$  será definida como la diferencia entre la tensión de cada fase y la tensión de neutro. Aplicando este razonamiento y despejando el vector intensidad de la ecuación anterior se obtiene para la fase a y de manera análoga para el resto:

$$\bar{U}_i^a = \bar{V}_i^a - \bar{V}_i^n$$

$$\bar{I}_i^a = \left[ \frac{\bar{S}_i^{sp a}}{\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^n} \right]^* = \frac{P_i^{sp a} - j Q_i^{sp a}}{(e_i^a - e_i^n) - j (f_i^a - f_i^n)} \quad (54)$$

Aplicando la primera Ley de Kirchhoff se puede despejar el valor de la intensidad que circula por el neutro.

$$I_i^a + I_i^b + I_i^c + I_i^n = 0 \quad (55)$$

$$\bar{I}_i^n = -(\bar{I}_i^a + \bar{I}_i^b + \bar{I}_i^c)$$

Por lo tanto el vector de potencias especificadas puede ser expresado de forma compleja como:

$$\begin{bmatrix} P_i^{spa} \\ Q_i^{spa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e_i^a - e_i^n) & (f_i^a - f_i^n) \\ (f_i^{a,b,c} - f_i^n) & -(e_i^a - e_i^n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{ri}^a \\ I_{xi}^a \end{bmatrix} \quad (56)$$

Y para el caso del neutro donde no hay conectada ninguna carga se desarrolla la ecuación (50).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ri}^a + I_{ri}^b + I_{ri}^c + I_{ri}^n \\ I_{xi}^a + I_{xi}^b + I_{xi}^c + I_{xi}^n \end{bmatrix} \quad (57)$$

El conjunto de todas las fases puede ser escrito de forma simplificada renombrando las matrices anteriores y agrupando :

$$\begin{bmatrix} P_i^{spa} \\ Q_i^{spa} \end{bmatrix} = \mathbf{V} \mathbf{S}_i^a \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} (e_i^a - e_i^n) & (f_i^a - f_i^n) \\ (f_i^a - f_i^n) & -(e_i^a - e_i^n) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{vi}^a \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} I_{X_i}^a & I_{r_i}^a \\ I_{r_i}^a & -I_{X_i}^a \end{bmatrix} = \mathbf{D}_I^a \quad (60)$$

$$\begin{bmatrix} V_{si}^a \\ V_{si}^b \\ V_{si}^c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{vi}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{vi}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{vi}^c & 0 \\ Ident & Ident & Ident & Ident \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{si}^a \\ I_{si}^b \\ I_{si}^c \\ I_{si}^n \end{bmatrix} \quad (61)$$

Generalizando este sistema para los “n” nudos que componen la red, se puede llegar a un sistema de la forma:

$$\begin{bmatrix} V_{S1} \\ V_{S2} \\ V_{S3} \\ \vdots \\ V_{Sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & M_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & M_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (62)$$

Estas matrices para una red de “N” nudos tendrán las siguientes dimensiones:

- Vector de potencias V:  $(8 \times N) \times 1$ .
- Vector de intensidades I:  $(8 \times N) \times 1$ .
- Matriz de tensiones  $M_v$ :  $(8 \times N) \times (8 \times N)$ .

Para las restricciones no lineales el proceso de linealización es análogo al deducido en el capítulo anterior por las ecuaciones (29), (30) y (55).

$$f(X) = S_i^{sp} - U_i \cdot I_i$$

$$-I_i \cdot \Delta U_i - U_i \cdot \Delta I_i = -(S_i^{sp} - U_i^{(0)} \cdot I_i^{(0)}) = \Delta S_i^0$$

$$\bar{I}_i^a + \bar{I}_i^b + \bar{I}_i^c + \bar{I}_i^n = 0$$

Adaptando la nomenclatura a la usada en este capítulo se pueden definir los vectores de residuos de potencia.

$$S_i^{sp} = VS_i^{sp}$$

$$U_i = M_{vi}$$

$$-I_i \cdot \Delta U_i - M_{vi} \cdot \Delta I_i = -(VS_i^{sp} - M_{vi}^{(0)} \cdot I_i^{(0)}) = \Delta S_i^0 \quad (63)$$

$$I_i \cdot \Delta U_i + M_{vi} \cdot \Delta I_i = \Delta S_i \quad (64)$$

$$\Delta S_i = \begin{bmatrix} \Delta P_i^a \\ \Delta Q_i^a \\ \Delta P_i^b \\ \Delta Q_i^b \\ \Delta P_i^c \\ \Delta Q_i^c \\ \Delta P_i^n \\ \Delta Q_i^n \end{bmatrix} \quad (65)$$

Definiendo y haciendo ahora coincidir con la nomenclatura empleada para mostrar el sistema se llegaría al planteamiento del sistema a resolver.

$$D_{ii} = \begin{bmatrix} I_{si}^a & 0 & 0 & -I_{si}^a \\ 0 & I_{si}^b & 0 & -I_{si}^b \\ 0 & 0 & I_{si}^c & -I_{si}^c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$\mathbf{M}_{vi} = \mathbf{D}_{Vi} \quad (67)$$

$$\mathbf{D}_{Ii} \cdot \Delta \mathbf{U}_i + \mathbf{D}_{Vi} \cdot \Delta \mathbf{I}_i = \Delta \mathbf{S}_i \quad (68)$$

En forma matricial aplicada a todos los nudos de la red.

$$\begin{bmatrix} D_{I1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{I2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{I3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & D_{In} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & D_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \vdots \\ \Delta S_n \end{bmatrix} \quad (69)$$

Estas matrices para una red de "N" nudos tendrán las siguientes dimensiones y características:

- Matriz diagonal de intensidades  $\mathbf{D}_{In}$ :  $(8 \times N) \times (8 \times N)$ .
- Vector de incremento de tensiones  $\Delta \mathbf{U}$ :  $(8 \times N) \times 1$ . En este vector se permuta el orden de la parte real con la parte imaginaria como ya se comentó.
- Matriz diagonal de tensiones  $\mathbf{D}_{Vn}$ :  $(8 \times N) \times (8 \times N)$ .
- Vector de incremento de intensidades  $\Delta \mathbf{I}$ :  $(8 \times N) \times 1$ .
- Vector de incremento de residuos de potencias  $\Delta \mathbf{S}$ :  $(8 \times N) \times 1$ .

Juntando los sistemas expresados en los desarrollos (53) y (69), se llega al planteamiento del sistema de forma global para la resolución de residuos de intensidad y residuos de potencia.

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdots & y_{3n} & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ D_{I1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & D_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{I2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & D_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{I3} & \cdots & 0 & 0 & 0 & D_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{In} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \Lambda_1 \\ \Delta \Lambda_2 \\ \Delta \Lambda_3 \\ \vdots \\ \Delta \Lambda_n \\ \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \vdots \\ \Delta S_n \end{bmatrix} \quad (70)$$

Estas matrices para una red de "N" nudos tendrán las siguientes dimensiones:

- Jacobiano:  $(16 \times N) \times (16 \times N)$ .
- Vector de estados:  $(16 \times N) \times 1$ .



- Vector de residuos : (16 x N) x1.

Siendo válida la expresión compacta ya indicada en la ecuación (39).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{BUS} & -\mathbf{M}t \\ \mathbf{D}_I & \mathbf{D}_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{\Lambda} \\ \Delta \mathbf{S} \end{bmatrix}$$

### 3.1.1 Resolución del sistema.

De igual forma el sistema anterior se puede resolver mediante las expresiones (42) y (43).

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{D}_V^{-1} \cdot \Delta \mathbf{S} - (\mathbf{D}_V^{-1} \cdot \mathbf{D}_I) \cdot \Delta \mathbf{U}$$

$$\Delta \mathbf{U} = (\mathbf{Y}_{BUS} + \mathbf{M}t \cdot \mathbf{D}_V^{-1} \cdot \mathbf{D}_I)^{-1} + (\Delta \mathbf{\Lambda} + \mathbf{M}t \cdot \mathbf{D}_V^{-1} \cdot \Delta \mathbf{S})$$

Partiendo de un perfil inicial de tensiones nominales y potencias especificadas se deben calcular los valores iniciales de intensidad para cada nodo.

$$\bar{I}_i^{a(0)} = \left( \frac{\bar{S}_i^{a(0)}}{\bar{U}_n^{a(0)}} \right)^* \quad (71)$$

Con estos valores iniciales se pueden crear el vectores de estados iniciales así como las matrices  $\mathbf{D}_V$  y  $\mathbf{D}_I$ . Y mediante las ecuaciones (23) y (67) se obtienen los valores de los residuos de intensidad y potencias iniciales.

$$\begin{aligned} (\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i^0) + I_i^0 &= \Delta \mathbf{\Lambda}_i^0 \\ -(\mathbf{V}\mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{M}_{vi}^{(0)} \cdot \mathbf{I}^{(0)}) &= \Delta \mathbf{S}_i^0 \end{aligned}$$

De manera análoga al anterior algoritmo de resolución se halla el valor del incremento de tensiones  $\Delta \mathbf{U}$  utilizando la expresión 47, y una vez obtenido este incremento se puede obtener también el incremento de intensidades  $\Delta \mathbf{I}$ .

Una vez se obtenidos  $\Delta \mathbf{U}$  y  $\Delta \mathbf{I}$  se procede a actualizar las tensiones e intensidades para cada nodo, nuevamente se muestra el caso para la fase a, siendo aplicable al resto:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_i^a = f_i^{a(k+1)} - f_i^{a(k)} \\ \Delta e_i^a = e_i^{a(k+1)} - e_i^{a(k)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f_i^{a(k+1)} = \Delta f_i^a + f_i^{a(k)} \\ e_i^{a(k+1)} = \Delta e_i^a + e_i^{a(k)} \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{ri}^a = I_{ri}^{a(k+1)} - I_{ri}^{a(k)} \\ \Delta I_{xi}^a = I_{xi}^{a(k+1)} - I_{xi}^{a(k)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{ri}^{a(k+1)} = \Delta I_{ri}^a + I_{ri}^{a(k)} \\ I_{xi}^{a(k+1)} = \Delta I_{xi}^a + I_{xi}^{a(k)} \end{bmatrix} \quad (73)$$

Con estos nuevos resultados se vuelven a calcular los residuos de potencia e intensidad y se comprueba que sean menores que el error definido inicialmente.

$$\begin{bmatrix} |\Delta S|_i \\ |\Delta A|_i \end{bmatrix} < \varepsilon$$

En caso de no cumplirse el criterio se volverán a realizar los pasos:

1°. Volver a construir las submatrices  $D_1$  y  $D_V$  con los valores de tensión e intensidad actualizados.

2°. Calcular nuevamente los residuos de potencia e intensidad .

3°. Resolver el sistema dado por las ecuaciones (46) y (47) y actualizar los valores de tensión e intensidad para cada nodo y fase. Siendo  $k$  el numero de iteraciones realizadas hasta ahora:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_i = f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)} \\ \Delta e_i = e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f_i^{(k+1)} = \Delta f_i + f_i^{(k)} \\ e_i^{(k+1)} = \Delta e_i + e_i^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{ri} = I_{ri}^{(k+1)} - I_{ri}^{(k)} \\ \Delta I_{xi} = I_{xi}^{(k+1)} - I_{xi}^{(k)} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_{ri}^{(k+1)} = \Delta I_{ri} + I_{ri}^{(k)} \\ I_{xi}^{(k+1)} = \Delta I_{xi} + I_{xi}^{(k)} \end{bmatrix}$$

4°. Actualizar el valor de los residuos. Se debe tener en cuenta que al partir de un modelo lineal de red después de la primera iteración los residuos de intensidad serán nulos en la práctica.

$$\Delta A_i \simeq 0$$

5°. Comprobar que se cumple el criterio de convergencia establecido.

6ª Si se cumple el criterio los resultados son válidos y el problema se considerará resuelto, sino se cumple este criterio se volverá al paso 1°.

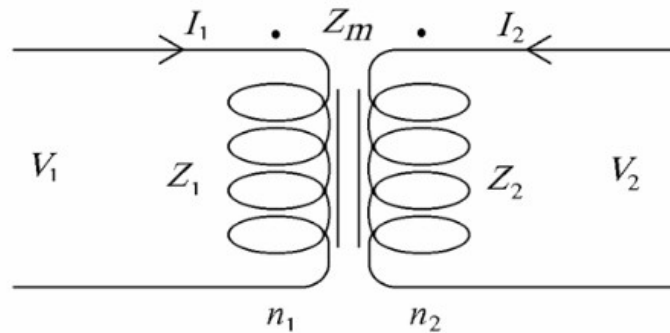
### 3.2. Ampliación para sistema con transformador en cabecera

En las redes eléctricas de distribución es común el uso de transformadores de tensión en la cabecera de las líneas para adaptar la tensión de la red de media tensión a la red de baja tensión. El cambio más usual suele ser la transformación de 20 kV a 400 V.

Esta situación provoca que existan dos puntos de la red con diferente tensión e intensidad nominal, primario y secundario del transformador, la relación entre dichas magnitudes será introducida mediante una admitancia asociada al transformador que permitirá el análisis del transformador como si fuese una clase especial de línea que une los puntos primario y secundario. Dichos desarrollos han sido obtenidos a partir del trabajo "Distribution Transformers Modeling with Angular Displacement" [5].

### 3.2.1 Admitancia asociada a un transformador trifásico.

Primero se debe partir de un transformador monofásico el cual relacione las magnitudes de ambos extremos mediante los diferentes elementos que componen el transformador.



3. Figura: Transformador monofásico

La relación entre las tensiones y las intensidades se puede expresar, a través de las impedancias de cada extremo  $Z_1$  y  $Z_2$  junto con la impedancia de magnetización  $Z_m$ .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_m \\ Z_m & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (74)$$

A la relación entre los valores nominales de tensión de primario y secundario se le representa con la letra  $a$  y coincide con la relación entre las espiras del primario  $n_1$  y las espiras del secundario  $n_2$ .

$$a = \frac{n_1}{n_2} \quad (75)$$

Definiendo  $Y_t$  como la admitancia de cortocircuito referida al primario y posteriormente  $Y_p$  como la matriz de admitancias referida al primario.

$$\bar{Y}_t = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 - Z_m^2} \quad (76)$$

$$Y_p = \begin{bmatrix} Y_t + Y_m & -aY_t \\ -aY_t & -a^2 Y_t \end{bmatrix} \quad (77)$$

La relación entre tensiones e intensidades de cada uno de los lados del transformador también puede ser expresada mediante la matriz de admitancias.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_t + Y_m & -aY_t \\ -aY_t & -a^2 Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (78)$$

A la hora de trasladar estos razonamientos a un transformador trifásico se van a tener en cuenta dos simplificaciones:

- Se considera la admitancia de magnetización  $Y_m$  como despreciable, en general, si bien su inclusión ha quedado claramente definida.
- Se considera también que todas las relaciones de transformación son iguales para las 3 fases siendo:

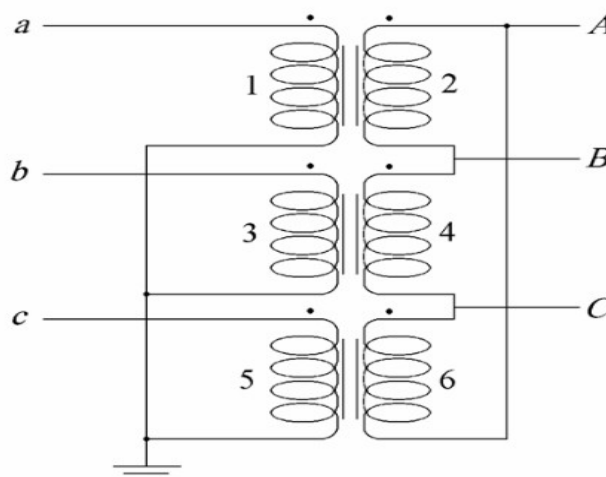
$$a_1 = a_2 = a_3 = a$$

Se construye así la matriz para un transformador trifásico.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_t & -aY_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aY_t & -a^2 Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & -a^2 Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -aY_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aY_t & -a^2 Y_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (79)$$

La relación anterior es válida para las tensiones que existen entre las bobinas del transformador, tensión de fase, así como para las intensidades que circulan a través de ellas, intensidad de fase. En la práctica no se trabaja con estos valores si no con los valores de línea, y estos valores vienen determinados por el tipo de conexión tanto de primario como de secundario.

A continuación se muestra un ejemplo de la conexión Yd1 (Estrella-Triángulo), sobre este esquema se va a obtener la matriz de conexión N, esta matriz va a relacionar los valores de línea (a, b, c, A, B, C) con los valores de fase (1, 2, 3, 4, 5, 6) tanto del primario como del secundario.



4. Figura : Transformador trifásico Yd1

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

Si se realiza la traspuesta de la matriz N se tendría como resultado la misma relación pero para el caso de las intensidades.

$$\mathbf{V}_f = \mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_l \quad (80)$$

$$\mathbf{I}_f = \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{I}_l \quad (81)$$

Con la matriz N definida ya es posible calcular la admitancia que permite relacionar las tensiones de línea de ambos extremos con las intensidades de línea, a esta admitancia se le llama Ybus.

$$\mathbf{Y}_{bus} = \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{Y}_p \cdot \mathbf{N} \quad (82)$$

Para el caso anterior la matriz Ybus referida al primario quedaría:

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 & -aY_t & aY_t & 0 \\ 0 & Y_t & 0 & 0 & -aY_t & aY_t \\ 0 & 0 & Y_t & aY_t & 0 & -aY_t \\ -aY_t & 0 & aY_t & 2a^2Y_t & -a^2Y_t & a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & 0 & -a^2Y_t & 2a^2Y_t & -a^2Y_t \\ 0 & aY_t & -aY_t & a^2Y_t & -aY_t & 2a^2Y_t \end{bmatrix}$$

La matriz Ybus se puede subdividir en 4 submatrices.

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \quad (83)$$

Donde:

- $Y_{pp}$ : elementos relacionan magnitudes del primario.
- $Y_{sp}, Y_{ps}$  : elementos que relacionan magnitudes del secundario con el primario o del primario con el secundario. Estas matrices guardan relación de la forma:

$$\mathbf{Y}_{sp} = \mathbf{Y}_{ps}^t \quad (84)$$

- $Y_{ss}$ : elementos que relacionan magnitudes del secundario.

El desarrollo anterior se puede obtener de una forma más cómoda re-ordenando las filas y columnas de la matriz

N y de la matriz Yp colocando primero las tensiones del primario en las primaras posiciones y los del secundario en las siguientes.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_2 \\ I_4 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Yt & 0 & 0 & -aYt & 0 & 0 \\ 0 & Yt & 0 & 0 & -aYt & 0 \\ 0 & 0 & Yt & 0 & 0 & -aYt \\ -aYt & 0 & 0 & a^2Yt & 0 & 0 \\ 0 & -aYt & 0 & 0 & a^2Yt & 0 \\ 0 & 0 & -aYt & 0 & 0 & a^2Yt \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (85)$$

Para el caso Yd1 la matriz N se reescribiría.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

La ecuación (84) sería igualmente válida y el resultado sería el mismo. La nueva matriz N se puede ahora descomponer en 2 submatrices.

$$N = \begin{bmatrix} N_{pp} & 0 \\ 0 & N_{ss} \end{bmatrix} \quad (86)$$

Donde:

- $N_{pp}$ : elementos relacionan magnitudes del primario.
- $N_{ss}$ : elementos que relacionan magnitudes del secundario.

Pudiéndose definir para cada tipo de conexión, triángulo o estrella, un tipo de submatriz.

$$N^{estrella} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$N^{triángulo} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (88)$$

Siendo estas matrices válidas para la construcción de los transformadores de índice horario básicos Yd1, Dy11, Dd0 y Yy0.

### 3.2.2 Cambio de índice horario.

Usualmente los transformadores presentan configuraciones horarias diferentes a las básicas, estos cambios de

configuración afectan a la construcción de la matriz de admitancias del transformador.

El proceso para construir las matrices de admitancias de transformadores que utilicen un uso horario diferente al básico pasará por construir primero la matriz de admitancias para el uso horario básico de cada configuración, y posteriormente modificar esta para que se adapte al tipo de conexión.

Recordando los componentes de la matriz de admitancias, esta está compuesta por cuatro submatrices.

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{pp} & \mathbf{Y}_{ps} \\ \mathbf{Y}_{sp} & \mathbf{Y}_{ss} \end{bmatrix}$$

De las cuatro submatrices, las que componen la diagonal relacionan elementos del primario con el primario y elementos del secundario con el secundario, estas matrices no van a sufrir cambios. Las submatrices que no pertenecen a la diagonal son las que relacionan secundario y primario entre sí, estas submatrices si sufrirán cambios. Para ver estos cambios primero se deben ordenar y organizar los diferentes índices horarios por grupos.

Grupo	Índices horarios
I	0 - 4 - 8
II	2 - 6 - 10
III	1 - 5 - 9
IV	3 - 7 - 11

Tabla 3.1: Grupos de índice horario para transformadores

El primer paso es determinar el tipo de conexión (Yy, Dd, Yd o Dy), y una vez definido se parte de la matriz  $\mathbf{Y}_{ps}$  de índice horario básico para cada conexión y se irán realizando cambios hasta hacerlo coincidir con el índice dado.

- En los transformadores con conexión Yy o Dd el índice horario básico es 0.
- En los transformadores con conexión Yd el índice horario básico es 1.
- En los transformadores con conexión Dy el índice horario básico es 11.

El segundo paso es comprobar si el índice horario del transformador dado se encuentra en el mismo grupo que el índice horario básico de dicha conexión. Si es así se pasa directamente al tercer paso, en caso contrario habrá que realizar un cambio de grupo previo al paso tercero. Este cambio de grupo se realiza cambiando el signo a todos los elementos de la matriz  $\mathbf{Y}_{ps}$ , haciéndola coincidir con la matriz  $\mathbf{Y}_{ps}$  de otro grupo manteniendo la siguiente regla:

- En los casos Yy o Dd.

$$[\mathbf{Y}_{ps}]_0 = -[\mathbf{Y}_{ps}]_6 \quad (89)$$

- En los casos Yd.

$$[\mathbf{Y}_{ps}]_1 = -[\mathbf{Y}_{ps}]_7 \quad (90)$$

- En los casos Yy o Dd.

$$[\mathbf{Y}_{ps}]_{11} = -[\mathbf{Y}_{ps}]_5 \quad (91)$$

El tercer y último paso consiste en comprobar si dentro del mismo grupo coincide con el del transformador dado. En caso de no coincidir habrá que “mover” la matriz  $\mathbf{Y}_{ps}$  dentro de dicho grupo pasando por todos los índices horarios hasta llegar al que corresponda con el transformador dado. Estos movimientos se realizan de la siguiente forma:

- Si el índice dado es menor se rotan las columnas de  $\mathbf{Y}_{ps}$  hacia la derecha, convirtiéndose la tercera columna en primera, la primera en segunda y la segunda en tercera.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \quad (92)$$

- Si el índice dado es mayor se rotan las columnas de  $\mathbf{Y}_{ps}$  hacia la izquierda, convirtiéndose la tercera columna en segunda, la primera en tercera y la segunda en primera.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{11} \\ a_{22} & a_{23} & a_{21} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} \end{bmatrix} \quad (93)$$

Una vez se obtiene la matriz  $\mathbf{Y}_{ps}$  para la configuración requerida se hace uso de la ecuación (90) pudiéndose ya obtener la matriz de admitancias relacionada con el transformador.

### 3.2.3 Inclusión del neutro en Ybus.

Suponiendo el caso de un transformado Dy11, para hallar la matriz de conexiones se podrán utilizar las matrices obtenidas al final del capítulo primero para obtener la matriz de conexiones N.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

Si se coloca una resistencia  $R_g$  entre el neutro y tierra la matriz N tiene que ser modificada para reflejar la presencia del neutro, el cual tendrá también tensión e intensidad asociadas.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_N \end{bmatrix}$$



Esta matriz N puede ser usada de manera igualmente válida para el cálculo de la matriz de admitancias Ybus mediante la ecuación (84). Continuando con el caso Dy<sub>g</sub>11 la matriz final quedaría:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2Y_t & -Y_t & -Y_t & -aY_t & aY_t & 0 & 0 \\ -Y_t & 2Y_t & -Y_t & 0 & -aY_t & aY_t & 0 \\ -Y_t & -Y_t & 2Y_t & aY_t & 0 & -aY_t & 0 \\ -aY_t & 0 & aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & -a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t & 0 & -a^2Y_t \\ 0 & aY_t & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t & -a^2Y_t \\ 0 & 0 & 0 & -a^2Y_t & -a^2Y_t & -a^2Y_t & (a^2+a^2+a^2)Y_t \end{bmatrix}$$

Esta matriz de admitancias no está completa ya que no incluye el efecto de la resistencia R<sub>g</sub> antes mencionada, esta resistencia debe ser añadida en forma de admitancia y al estar únicamente relacionada con el neutro del primario bastará con sumar su inversa en la posición que corresponde a elementos unicamente relacionados con este, la posición (7,7).

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2Y_t & -Y_t & -Y_t & -aY_t & aY_t & 0 & 0 \\ -Y_t & 2Y_t & -Y_t & 0 & -aY_t & aY_t & 0 \\ -Y_t & -Y_t & 2Y_t & aY_t & 0 & -aY_t & 0 \\ -aY_t & 0 & aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & -a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t & 0 & -a^2Y_t \\ 0 & aY_t & -aY_t & 0 & 0 & a^2Y_t & -a^2Y_t \\ 0 & 0 & 0 & -a^2Y_t & -a^2Y_t & -a^2Y_t & (a^2+a^2+a^2)Y_t + \frac{1}{R_g} \end{bmatrix}$$

Este razonamiento es ampliable a los tipos de conexionado clásicos, siendo posible configurar:

- Y<sub>g</sub>y<sub>g</sub> cuya Ybus tendrá dimensiones 8x8.
- Dy<sub>g</sub> e Y<sub>g</sub>d con una Ybus de dimensiones ambas 7x7.

La nueva matriz Ybus se puede dividir ahora en las siguientes submatrices con la denominación de “ampliada”:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{pp}^{ampliada} & Y_{ps}^{ampliada} \\ Y_{sp}^{ampliada} & Y_{ss}^{ampliada} \end{bmatrix} \quad (94)$$

Respeto al cambio de índice horario este se realizará sobre las submatrices sin ampliar, obviando durante el cambio los elementos relacionados con el neutro y añadiéndolos posteriormente ya que no les afecta este cambio.

### 3.2.4 Líneas con transformador en el método de Newton-Raphson para una red de cuatro hilos.

Con el fin de incluir las líneas con transformador en cabecera en el método de análisis de flujo de carga se modelará el transformador como una línea más, con la salvedad de que esta línea solo une primario con secundario. Numerando el primario como 1 y el secundario como 2 puede hacerse un análisis idéntico al planteado en la Figura 1 del primer capítulo junto con las ecuación (5).

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (95)$$

Siendo coincidentes las submatrices:

$$Y_{pp}^{ampliada} = Y_{11} \quad (96)$$

$$Y_{ss}^{ampliada} = Y_{22} \quad (97)$$

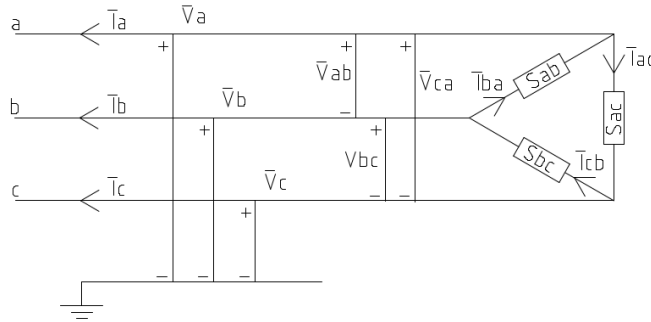
$$Y_{ps}^{ampliada} = Y_{12} \quad (98)$$

$$Y_{sp}^{ampliada} = Y_{21} \quad (99)$$

Siendo posible su inclusión en el modelo lineal de red y en el sistema (49).

### 3.3. Cargas conectadas en triángulo

En el capítulo 3.1 se desarrollo el método de resolución para un flujo de cargas en una red en la que dichas cargas sólo se encontraban conectadas en estrella. Sin embargo, muchas redes soportan cargas que se encuentran conectadas en triángulo igual que en la figura siguiente.



5. Figura: Carga conectada en triángulo

En esta situación las cargas no se encuentran conectadas entre fase y neutro sino entre fase y fase, por lo tanto la intensidad que circula por cada carga ya no puede ser definida como en la ecuación (54) y tendrá que ser expresada en función de la diferencia de tensión entre las fases en las que se encuentre la carga, definiendo así para la fase a-b y aplicable para cada fase y para cada nodo de la red:

$$\bar{U}_i^{ab} = \bar{V}_i^a - \bar{V}_i^b, \quad (100)$$

$$\bar{I}_i^{ab} = \left[ \frac{\bar{S}_i^{sp\ ab}}{\bar{V}_i^a - \bar{V}_i^b} \right]^* = \frac{P_i^{sp\ ab} - jQ_i^{sp\ ab}}{(e_i^a - e_i^b) - j(f_i^a - f_i^b)} \quad (101)$$

En este caso el neutro se encuentra sin ninguna conexión con la carga ni con el resto de fases.

$$\bar{I}_i^n = 0 \quad (102)$$

El vector de potencias especificadas puede ser expresado de forma compleja de manera análoga a la expresada en la ecuación (56):

$$\begin{bmatrix} P_i^{sp\ ab} \\ Q_i^{sp\ ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e_i^a - e_i^b) & (f_i^a - f_i^b) \\ (f_i^a - f_i^b) & -(e_i^a - e_i^b) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{ri}^{ab} \\ I_{xi}^{ab} \end{bmatrix} \quad (103)$$

Siendo renombrado y generalizado para todas las cargas “i”.

$$\begin{bmatrix} P_i^{sp} \\ Q_i^{sp} \end{bmatrix} = \mathbf{V} \mathbf{S}_i^{ab} \quad (104)$$

$$\mathbf{S}_i^{sp} = \mathbf{V} \mathbf{S}_i^{sp}$$

En el caso de la matriz de tensiones.

$$\begin{bmatrix} (e_i^a - e_i^b) & (f_i^a - f_i^b) \\ (f_i^a - f_i^b) & -(e_i^a - e_i^b) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{vi}^{ab} \quad (105)$$

Combinando estas dos expresiones junto con la expresión (102) y teniendo en cuenta que en la fase correspondiente al neutro no existen cargas conectadas ni relación con el resto de fases, se puede llegar a la relación genérica de la expresión (107) para un nudo con carga “i”.

Siendo:

$$\mathbf{I}_{si}^{ab} = \begin{bmatrix} I_{ri}^{ab} \\ I_{xi}^{ab} \end{bmatrix} \quad (106)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V} \mathbf{S}_i^{ab} \\ \mathbf{V} \mathbf{S}_i^{bc} \\ \mathbf{V} \mathbf{S}_i^{ca} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{vi}^{ab} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{vi}^{bc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{vi}^{ca} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Ident} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{si}^{ba} \\ I_{si}^{cb} \\ I_{si}^{ac} \\ I_{si}^n \end{bmatrix} \quad (107)$$

Generalizando este sistema para los “N” nudos que componen la red, se puede llegar al mismo sistema que en capítulos anteriores, manteniendo las mismas dimensiones para todos los elementos:

$$\begin{bmatrix} V_{S1} \\ V_{S2} \\ V_{S3} \\ \vdots \\ V_{Sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & M_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & M_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

El cambio en la distribución de las cargas hace necesario un nuevo análisis de las restricciones no lineales que representa el modelado de dichas cargas como cargas de potencia constante. Se recuperará la ecuación (29) y se repetirá el proceso de linealización para este caso.

$$\begin{aligned} f(X) &= \mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{U}_i \cdot \mathbf{I}_i \\ -\mathbf{I}_i \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{U}_i \cdot \Delta \mathbf{I}_i &= -(\mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{U}_i^{(0)} \cdot \mathbf{I}_i^{(0)}) = \Delta \mathbf{S}_i^0 \end{aligned} \quad (108)$$

Añadiendo el cambio de nomenclatura anterior.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_i &= \mathbf{M}_{vi} \\
 -\mathbf{I}_i \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{M}_{vi} \cdot \Delta \mathbf{I}_i &= -(\mathbf{V}\mathbf{S}_i^{sp} - \mathbf{M}_{vi}^{(0)} \cdot \mathbf{I}^{(0)}) = \Delta \mathbf{S}_i^0 \\
 \mathbf{I}_i \cdot \Delta \mathbf{U}_i + \mathbf{M}_{vi} \cdot \Delta \mathbf{I}_i &= \Delta \mathbf{S}_i
 \end{aligned}$$

El vector de residuos de potencia cambiará su forma.

$$\Delta \mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \Delta P_i^{ab} \\ \Delta Q_i^{ab} \\ \Delta P_i^{bc} \\ \Delta Q_i^{bc} \\ \Delta P_i^{ca} \\ \Delta Q_i^{ca} \\ \Delta P_i^n \\ \Delta Q_i^n \end{bmatrix} \quad (109)$$

De igual manera el conjunto de todas las fases puede ser escrito de forma simplificada, también habrá que renombrar las matrices de capítulos anteriores y agrupar .

Para el caso de las matrices que relacionan las intensidades.

$$\begin{bmatrix} I_{X_i}^{ab} & I_{r_i}^{ab} \\ I_{r_i}^{ab} & -I_{X_i}^{ab} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{\Delta i}^{ab} \quad (110)$$

Definiendo también la matriz  $D_{Ii}$  en orden a las nuevas ecuaciones planteadas.

$$\mathbf{D}_{I\Delta i} = \begin{bmatrix} I_{\Delta i}^{ab} & -I_{\Delta i}^{ab} & 0 & 0 \\ 0 & I_{\Delta i}^{bc} & -I_{\Delta i}^{bc} & 0 \\ 0 & 0 & I_{\Delta i}^{ca} & -I_{\Delta i}^{ca} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (111)$$

Generalizando este sistema para los “N” nudos que componen la red, se puede llegar al mismo sistema que en el capítulo anterior, manteniendo las mismas dimensiones para todos los elementos:

$$\mathbf{D}_I = \begin{bmatrix} D_{I\Delta 1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_{I\Delta 2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D_{I\Delta 3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_{I\Delta n} \end{bmatrix}$$

Continuando para el caso de las matrices de tensiones de manera análoga capítulos anteriores.

$$\mathbf{M}_{vi} = \mathbf{D}_{vi}$$

Reescribiendo el sistema (108) como:

$$\mathbf{D}_{I\Delta i} \cdot \Delta \mathbf{U}_i + \mathbf{D}_{Vi} \cdot \Delta \mathbf{I}_i = \Delta \mathbf{S}_i \quad (112)$$

La forma matricial aplicada a todos los nudos de la red sigue siendo la misma.

$$\begin{bmatrix} D_{I1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{I2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{I3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & D_{In} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & D_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \vdots \\ \Delta S_n \end{bmatrix}$$

El proceso de linealización de restricciones lineales para este caso es muy similar al tratado anteriormente, con la salvedad de que en esta ocasión las intensidades que aparecen en el sistema son las intensidades que circulan por la línea y no las que circulan a través de las cargas.

Para añadir esta modificación primero se crea una matriz de paso  $Mt$  que relacione ambos tipos de fasores de intensidades.

$$\begin{bmatrix} I_{si}^a \\ I_{si}^b \\ I_{si}^c \\ I_{si}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{si}^{ab} \\ I_{si}^{bc} \\ I_{si}^{ca} \\ I_{si}^n \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\mathbf{I}_{línea} = \mathbf{Mt} \cdot \mathbf{I}_{fase} \quad (114)$$

Para linealizar las restricciones lineales del problema se reescriben las ecuaciones (23) aplicándose el desarrollo de Taylor de la misma forma que en la ecuación (24) y se añaden los cambios.

$$f(X) = \mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i - \mathbf{I}_i$$

$$\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{Mt} \cdot \Delta \mathbf{I}_i = -(\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i^{(0)}) + \mathbf{I}_i^{(0)} \quad (115)$$

$$\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \Delta \mathbf{U}_i - \mathbf{Mt} \cdot \Delta \mathbf{I}_i = \mathbf{I}_i^{(0)} - (\mathbf{Y}_{BUS} \cdot \mathbf{U}_i^{(0)}) = \Delta \mathbf{A}_i \quad (116)$$

Definiéndose ahora el vector de incrementos en los residuos de intensidades como:

$$\Delta \Lambda_i = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_i^{ba} \\ \Delta \beta_i^{ba} \\ \Delta \alpha_i^{cb} \\ \Delta \beta_i^{cb} \\ \Delta \alpha_i^{ac} \\ \Delta \beta_i^{ac} \\ \Delta \alpha_i^n \\ \Delta \beta_i^n \end{bmatrix} \quad (117)$$

Cambiando eso si la concentración de ambos sistemas expresada en el sistema (74) añadiendo la matriz  $Mt$ .

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdots & y_{1n} & -Mt_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdots & y_{2n} & 0 & -Mt_2 & 0 & \cdots & 0 \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdots & y_{3n} & 0 & 0 & -Mt_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \cdots & y_{nn} & 0 & 0 & 0 & \cdots & -Mt_n \\ D_{I1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & D_{V1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_{I2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & D_{V2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_{I3} & \cdots & 0 & 0 & 0 & D_{V3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{In} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{Vn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \\ \vdots \\ \Delta I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \Lambda_1 \\ \Delta \Lambda_2 \\ \Delta \Lambda_3 \\ \vdots \\ \Delta \Lambda_n \\ \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \vdots \\ \Delta S_n \end{bmatrix} \quad (118)$$

Siendo válida la expresión compacta:

$$\begin{bmatrix} Y_{BUS} & -Mt \\ D_I & D_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \Lambda \\ \Delta S \end{bmatrix}$$

Para la resolución del sistema planteado en las ecuaciones (42) y (43) la nomenclatura en los diferentes desarrollos y despejes es válida ya que a la hora de plantear el problema de forma general se tuvo en cuenta la posibilidad de que las intensidades de línea no coincidiesen con las de fase introduciendo la matriz  $Mt$ .

$$\Delta S = D_I \cdot \Delta U + D_V \cdot \Delta I$$

$$\Delta \Lambda = Y_{BUS} \cdot \Delta U - Mt \cdot \Delta I$$

$$\Delta I = D_V^{-1} \cdot \Delta S - (D_V^{-1} \cdot D_I) \cdot \Delta U$$

$$\Delta U = (Y_{BUS} + Mt \cdot D_V^{-1} \cdot D_I)^{-1} + (\Delta \Lambda + Mt \cdot D_V^{-1} \cdot \Delta S)$$

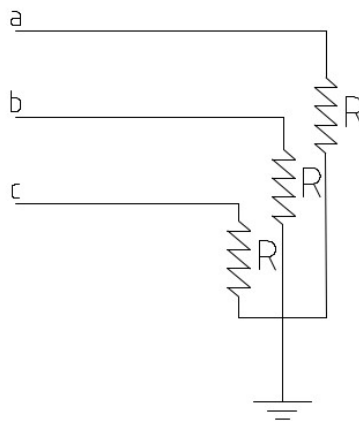
Los pasos del algoritmo de resolución son idénticos a los descritos en el capítulo anterior.

Cabe señalar que este método solo es válido si todas y cada una de las cargas conectadas en la red se encuentran conectadas en triángulo, no así para la combinación de ambos tipos de cargas.

### 3.4. Solución matrices indefinidas.

En la práctica cuando existe un sistema con un transformador trifásico cuyo secundario se encuentra conectado en triángulo surgen matrices del tipo indefinido, estas matrices hacen que la resolución del problema por los métodos planteados anteriormente sea inviable.

Ante estas situaciones la solución por la que se ha optado es la colocación en dicho secundario del transformador una carga con una resistencia muy grande, en este caso se ha elegido un valor de  $10^6$  Ohmios.



*Ilustración 3: Conexión artificial*

Esta carga se añade como una puesta a tierra para los elementos de la diagonal del secundario del transformador, lo cual hace necesaria la modificación de la matriz de admitancias asociada al secundario del transformador.

La modificación viene expresada de la forma:

$$\mathbf{Y}_{SS}^m = \mathbf{Y}_{SS} + \begin{bmatrix} 0.000001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000001 \end{bmatrix} \quad (119)$$



# 4 HERRAMIENTA MATEMÁTICA

---

Para la aplicación de la metodología anterior se va a utilizar el programa MATLAB, en el se ha construido un programa capaz de ejecutar los planteamientos expresados en capítulos anteriores. El programa inicial está diseñado para tratar casos con las siguientes características:

- Sin la existencia de transformador en cabecera de la línea.
- Cargas trifásicas conectadas en estrella, pudiendo ser estas:
  - De consumo o de generación.
  - Equilibradas o desequilibradas.
  - Activas en su totalidad o parcialmente inductivas.
- Unión rígida a tierra en el nudo Slack, en el resto de nudos:
  - Nudos sin conexión a tierra.
  - Nudos con conexión a tierra mediante una resistencia R.
- Todos los nudos con P y Q conocidos salvo el nudo slack donde se conoce V y  $\theta$ .

Este programa no cuenta con las ampliaciones expresadas en los capítulos 3 y 4, las cuales serán implementadas como mejoras.

## 4.1. Programa Inicial.

A continuación se va a explicar el funcionamiento del programa que implementa el Método de Newton-Raphson ampliado a redes trifásicas de cuatro hilos con las características planteadas anteriormente

### 4.1.1 Entrada de datos.

Los datos iniciales entran en el sistema a través de tres ficheros: *DatosCargas*, *DatosTopología*, *DatosEquipos*.

El primero de ellos *DatosCargas* aporta las características de las cargas que están conectadas en cada extremo de final de la línea mediante la matriz *Cargas*, la cual consta de 5 columnas explicadas a continuación.

$$cargas = [Nudo \quad S[KVA] \quad \cos\varphi \quad \%J_a \quad \%J_b \quad \%J_c]$$

- *Nudo*= número del nudo correspondiente.
- *S[KVA]*= Potencia aparente del nudo, puede ser consumida o generada siendo positiva o negativa respectivamente.
- *Cosφ*= factor de potencia asociado a la carga.
- *%J<sub>a,b,c</sub>*= porcentaje de la carga que soporta cada fase.

El segundo fichero *DatosEquipos* es el encargado de indicar el tipo de conductores y sus impedancias mediante al

matriz  $ug$  teniendo las siguientes características:

- Un tamaño de  $4 \times 8$  para cada conductor de la red, siendo sus dimensiones finales  $(n \times 4) \times (8)$ , siendo  $n$  el número de conductores diferentes que forman la red.
- Muestra en las columnas impares los valores de resistencia y en los pares los valores de reactancia en Ohmios ambos.

$$ug = \begin{bmatrix} R_{aa}^{UGi} & X_{aa}^{UGi} & R_{ab}^{UGi} & X_{ab}^{UGi} & R_{ac}^{UGi} & X_{ac}^{UGi} & R_{an}^{UGi} & X_{an}^{UGi} \\ R_{ba}^{UGi} & X_{ba}^{UGi} & R_{bb}^{UGi} & X_{bb}^{UGi} & R_{bc}^{UGi} & X_{bc}^{UGi} & R_{bn}^{UGi} & X_{bn}^{UGi} \\ R_{ca}^{UGi} & X_{ca}^{UGi} & R_{cb}^{UGi} & X_{cb}^{UGi} & R_{cc}^{UGi} & X_{cc}^{UGi} & R_{cn}^{UGi} & X_{cn}^{UGi} \\ R_{na}^{UGi} & X_{na}^{UGi} & R_{nb}^{UGi} & X_{nb}^{UGi} & R_{nc}^{UGi} & X_{nc}^{UGi} & R_{nn}^{UGi} & X_{nn}^{UGi} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{aa}^{UGn} & X_{aa}^{UGn} & R_{ab}^{UGn} & X_{ab}^{UGn} & R_{ac}^{UGn} & X_{ac}^{UGn} & R_{an}^{UGn} & X_{an}^{UGn} \\ R_{ba}^{UGn} & X_{ba}^{UGn} & R_{bb}^{UGn} & X_{bb}^{UGn} & R_{bc}^{UGn} & X_{bc}^{UGn} & R_{bn}^{UGn} & X_{bn}^{UGn} \\ R_{ca}^{UGn} & X_{ca}^{UGn} & R_{cb}^{UGn} & X_{cb}^{UGn} & R_{cc}^{UGn} & X_{cc}^{UGn} & R_{cn}^{UGn} & X_{cn}^{UGn} \\ R_{na}^{UGn} & X_{na}^{UGn} & R_{nb}^{UGn} & X_{nb}^{UGn} & R_{nc}^{UGn} & X_{nc}^{UGn} & R_{nn}^{UGn} & X_{nn}^{UGn} \end{bmatrix}$$

El último fichero recibe el nombre de *DatosTopologia* habiendo en el cuatro matrices que aportan información.

La matriz *nudos* aporta información sobre el el tipo de nudo y su tensión nominal.

$$nudos = [Nudo \quad Tipo \ de \ nudo \quad Tension \ nominal [V]]$$

Pudiendo ser el nudo de tres tipos:

- Tipo 1: nudo donde se conocen los valores de  $P$  y  $V$ . No se utiliza en este programa
- Tipo 2: nudo donde se conocen  $P$  y  $Q$ .
- Tipo 3: nudo slack de valores  $V$  y  $\theta$  conocidos.

La matriz *nudo\_slack* indica los valores de tensión para las fases a, b, c, n para el nudo slack, colocando en la segunda columna los valores reales y en la tercera los imaginarios.

$$nudo_{slack} = \begin{bmatrix} 1 & U_{slack}^a J_{real} & U_{slack}^a J_{imag} \\ 2 & U_{slack}^b J_{real} & U_{slack}^b J_{imag} \\ 3 & U_{slack}^c J_{real} & U_{slack}^c J_{imag} \\ 4 & U_{slack}^n J_{real} & U_{slack}^n J_{imag} \end{bmatrix}$$

La matriz *ramas* muestra las características asociadas a cada rama: nudo de origen, nudo final, tipo de conductor y longitud de esta.

$$ramas = [Nudo \ origin \quad Nudo \ final \quad Tipo \ de \ conductor \quad Longitud [m]]$$

Por último la matriz *Puestas\_a\_tierra* indica la forma en la que estan conectados los neutrps de las cargas a estudiar:

$$puestas_c = [Nudo \quad R_{ground}]$$

Pudiendo ser este valor:

- Un valor distinto de 0 en Ohmios.
- -1 e indicar que es un nudo sin conexión a tierra.
- 0 indicando que tiene conexión rígida a tierra, solo válido para el nudo slack.

#### 4.1.2 Tratamiento de datos de entrada

Una vez introducidos y cargados los datos que caracterizan al sistema estos datos deben ser leídos y tratados con el fin de poder construir un perfil de tensiones inicial que permita comenzar con el algoritmo de resolución.

Los datos anteriormente cargados son leídos por la función *lee\_datos* tratados y almacenados en las estructuras:

- *CARGAS*: contiene información sobre la cantidad de potencia de cada fase de cada nudo
- *NUDOS*: similar a la matriz del mismo nombre pero unicamente almacenando la tensión nominal de cada nudo
- *RAMAS*: incluye la admitancia de cada rama
- *TIERRAS*
- *V\_SLACK* :indica la posición y tensión nominal del nudo slack.

Ya fuera de la función *lee\_datos* se utiliza la estructura *CARGAS* se crea el vector de potencia compleja *S\_ESP* eliminándose de este los elementos del nudo slack dando lugar a *Vs\_red*.

Se crea un perfil inial de tensiones partiendo de las tensiones nominales y almacenándolo en la estructura *TENSION*, también se crean los vectores de tensiones *U* y *U\_red* siendo el segundo igual al primero pero sin los valores asociados al nudo slack

Posteriormente utilizando los valores de la potencia especificada y de la tensión nominal se calculan las intensidades de partida, almacenándose en la estructura *INTENSIDAD* y creándose los vectores de intensidades análogos a los de intensidades *I* e *I\_red*.

#### 4.1.3 Creación y resolución del sistema

A partir de este paso se entra dentro del proceso de resolución iterativo siendo repetida la secuencia de pasos desde este punto hasta la comprobación del criterio de convergencia.

En primero lugar, antes de comenzar con el bucle de resolución, se define la variable *convergencia* que contiene el valor del error admisible para dar por válidos los resultados y que será comprobado antes de iniciar cada iteración. También se crea la variable *contador* que indicará el número total de iteraciones realizadas.

Una vez dentro del bucle resolutivo se creará la matriz de admitancias del bus *YBUS* mediante la función *crea\_YBUS*. Esta función utiliza los valores de *RAMAS* y *NUDOS* para una matriz de dimensiones comprendidas  $(n \times 4) \times (n \times 4)$  siendo *n* el numero de nudos de la red. Esta matriz contendrá los valores de admitancia en forma compleja.

Para presentar una matriz que tenga la forma adecuada adecuado se utiliza la función *crea\_Y*, esta función aporta los datos de admitancias en el formato:

$$\mathbf{Y}_{BUS} = \begin{bmatrix} -B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix}$$

En este formato entregará las matrices:

- *YBUS\_completa*: matriz completa para todos los nudos tamaño  $(2x(n \times 4)) \times (2x(n \times 4))$ .
- *YBUS\_red\_res*: matriz que parte de al anterior eliminando las filas del nudo slack y de tamaño  $(2x((n-1) \times 4)) \times (2x(n \times 4))$ .
- *YBUS\_red\_JAC* : matriz que partiendo de la primera elimina todos los elementos del nudo slack y de dimensiones  $(2x((n-1) \times 4)) \times (2x(n-1) \times 4)$  .

Una vez creadas estas matrices se crean para cada punto la matriz *DVi* utilizando la función *crea\_DVi* , esta función hace uso de los elementos de la estructura *TENSION*. Cuando se tienen las matrices correspondientes a cada nudo se procede a crear la matriz *DV* por medio de la función *crea\_DV*, también se crea la matriz *DV\_red* eliminando los componentes relacionados con el nudo slack.

De manera análoga haciendo uso de la estructura *INTENSIDAD* y usando las funciones *crea\_Di* y *crea\_DI* se crean las matrices *DI* y *DI\_red*.

Posteriormente se calculan los siguientes vectores:

- *res\_I*: se obtiene a partir de las variables *I\_red*, *U* e *YBUS\_red\_res* conteniendo los valores de los residuos de intensidad.
- *res\_S* :obtiene a partir de las variables *Vs\_red*, *U*, *DV\_red* e *I\_red*, conteniendo los valores de los residuos de potencia
- *RES* : combinación de ambos vectores.

El siguiente paso consiste en la resolución del sistema completo creado mediante la función *crea\_SISTEMA*, esta función devuelve una matriz llamada *JACOBIANO* uniendo las matrices *DV\_red*, *DI\_red* e *YBUS\_red\_JAC*.

Resolviendo el sistema se obtienen los vectores *incr\_U* e *incr\_I* . Sumando estos vectores a los vectores *U\_red* e *I\_red* se obtienen *X\_U* y *X\_I*.

Con los vectores obtenidos en el último paso se actualizan las estructuras *TENSION* e *INTENSIDAD*, y al igual que en pasos anteriores se utilizan estas estructuras para construir los nuevos vectores: *U*, *I*, *U\_red* e *I\_red*.

#### 4.1.4 Actualización de residuos y criterio de convergencia.

Utilizando los resultados y teniendo las nuevas matrices *I\_red* y *U* se utilizan estas junto con la matriz *YBUS\_red\_res*, la cual ha permanecido inalterada, para calcular nuevamente los residuos de intensidad esta vez llamados *resI\_X*

Para los residuos de potencia se vuelve a hacer uso de la función *crea\_DVi* y crea *crea\_DV* para el cálculo de *DVi\_X* , *DV\_X* y de *DV\_X\_red*, Estas nuevas matrices se utilizaran para calcular los nuevos valores de residuos de potencia *resS\_X*.

El próximo paso será la eliminación de elementos de los residuos que puedan dar lugar a la no convergencia del programa, estos valores son los valores nulos, que pueden ser producidos por dos motivos:

- Nudos en los que no existe carga
- Elementos relacionados con el neutro el cual tampoco tiene carga

Para eliminar los primeros se crea mediante un comando de borrado selectivo el vector *resS\_X\_elim\_sin*, y posteriormente a este vector se le eliminan los valores asociados al neutro formando el nuevo vector *resS\_X\_elim\_n*.

Por último se crea la variable  $resS\_X\_abs$  que contiene el módulo del vector  $resS\_X\_elim\_n$ . Se suma una unidad al vector contador y se comprueba si cumple el criterio de convergencia establecido anteriormente, si es así el programa ha terminado y se podrán presentar los resultados, si no habrá que volver al inicio del bucle.

#### 4.1.5 Extracción de resultados.

Ya resuelto el problema se procederá a presentar los resultados obtenidos durante todo el proceso.

Los valores de tensión son extraídos de la estructuras homónima y presentados en forma polar:

$$\overline{U}_i^a = U \angle \varphi$$

Utilizando los datos de tensión compleja almacenados en la estructura *TENSION* y de admitancia de líneas almacenados en *RAMAS* se pueden obtener los valores de las intensidades que circulan por cada rama, en ambos sentidos. Estos valores serán presentados también en forma polar:

$$\overline{I}_i^a = I \angle \varphi$$

También se calculan los valores correspondientes a las potencias, en concreto se calculan tres valores:

- Pérdidas que hay en cada rama, utilizando la expresión:

$$S_{LOSS}^{ij} = \overline{U}_i^T \cdot \overline{I}_{ij}^* + \overline{I}_{ji}^* \cdot \overline{U}_j^T$$

- Las pérdidas totales, realizando un sumatorio de todas las anteriores.
- El porcentaje total de pérdidas respecto al de las cargas del sistema.

## 4.2. Modificación para trabajar con transformador.

Con el fin de conseguir adaptar el programa anterior para que funcione correctamente con un elemento transformador en la cabecera de la línea se van a implementar una serie de cambios en el programa inicial, así como nuevos pasos con el fin de adaptar el sistema.

Los primeros cambios en el sistema inicial consistirán en la modificación de los datos de entrada, en concreto se modificarán la matriz *nudos*, dicha matriz conservará sus estructura básica:

$$nudos = [Nudo \quad Tipo \ de \ nudo \quad Tensión \ nominal [V]]$$

La modificación consiste en la posibilidad de introducir un tipo de nuevo de nudo, el cual indique al programa que antes de ese nudo (siempre en cabecera de línea) se encuentra el transformador, dicho tipo de nudo será el tipo 4.

Se añadirá una nuevo vector dentro del fichero *DatosTopologia* llamada *Mt*, este vector tendrá la forma:

$$Mt = [G \quad B \quad ConexPri \quad ConexSec \quad Indice \ horario \quad r_a \quad r_b \quad r_c \quad R_{g1} \quad R_{g2}]$$

- G: conductancia del transformador (Siemens)
- B: susceptancia del transformador (Siemens)
- ConexPri: tipo de conexión del primario:

- 1 conexión en estrella.
- 2 conexión en triángulo.
- ConexSec: tipo de conexión del secundario:
  - 1 conexión en estrella.
  - 2 conexión en triángulo.
- Índice horario del transformador.
- $r_a$ ,  $r_b$  y  $r_c$ : relaciones de transformación para cada una de las fases.
- $R_{g1}$ : resistencia de conexión a tierra del primario del transformador (Ohmios).
- $R_{g2}$ : resistencia de conexión a tierra del secundario del transformador (Ohmios).

También se modificará la función *lee\_datos*, en el caso de leer que existe un nudo del tipo 4 hará las siguientes modificaciones:

- Crea un nuevo nudo que será el nudo slack y tendrá la tensión nominal definida para este, haciendo la función de primario del transformador.
- Crea una nueva rama que unirá el nuevo nudo con el punto definido como tipo 4 (secundario del transformador), modelando así al transformador como una nueva rama.
- Modifica la puesta a tierra del nudo tipo 4 haciendo que esta se encuentre sin conexión, ya que se definirá posteriormente en la matriz del transformador su tipo de conexión a tierra.
- Se activará una variable que indique al resto del programa que existe un transformador, esta variable se denomina *TRAN*.

La variable *TRAN* es la encargada de indicar si existe transformador así como de indicar en que configuración de primario y secundario. Durante todo el programa irá indicando el proceder en la dimensión de las diferentes matrices a crear.

Seguidamente una función específica llamada *YbusTra* será activada en caso de estar activa la variable *TRAN*. Esta función será la encargada de usando los valores de de *Mt* crear una estructura, llamada *YbusT*, que contenga las siguientes submatrices:

- Primario-primario.
- Primario-secundario.
- Secundario-primario.
- Secundario-secundario.

Posteriormente estas submatrices se juntan para formar la matriz del transformador completa *YbusTA*.

La función *crea\_YBUS* será modificada para con los datos de la estructura *YbusT* añada los valores del transformador a la matriz *YBUS* como si de una rama más se tratara.

El proceso de resolución continua igual que para el modelo anterior, diferenciando para el caso en que el transformador tenga componente neutro o no. Para esta modificación se ha procedido a obtener la dimensión de cada vector tensión y una vez obtenida esta usarla como límite de cada bucle, anteriormente el programa siempre calculaba para el número de fases correspondiente, 4, con esta modificación el programa calcula para cada punto

los valores que correspondan a la dimensión de su vector su tensión.

Por último, a la hora de presentar los resultados de intensidad circulante por el transformador se utiliza la fórmula:

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{PP} & Y_{PS} \\ Y_{SP} & Y_{SS} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_p \\ U_s \end{bmatrix}$$

La presentación del resto de resultados procede de forma análoga.

### 4.3. Ampliación para trabajar con cargas capacitivas y cargas en triángulo.

Para aumentar la variedad de tipos de carga en primero lugar se vuelve a definir la matriz de datos de entrada *cargas*:

$$cargas = [Nudo \quad S[KVA] \quad \cos\phi \quad \%J_a \quad \%J_b \quad \%J_c \quad TipoCarga \quad Tipo de Conexión]$$

Las nuevas variables introducidas son:

- Tipo de carga:
  - Cuando la carga es capacitiva tendrá un valor 0.
  - Cuando la carga es inductiva tendrá un valor 1.
- Tipo de conexión:
  - Cuando la conexión está en triángulo tendrá un valor 2.
  - cuando la conexión está en estrella tendrá un valor 3 .

La función *lee\_datos* es la encargada de crear la estructura *CARGAS* en la cual se encuentran los valores de potencia activa y reactiva para cada fase. Para el caso de que las cargas sean inductivas o capacitivas se actuará sobre el signo de la potencia reactiva antes de ser introducida en dicha estructura.

Para el caso de que las cargas estén conectadas en triángulo dentro de *CARGAS* se activará una nueva variable que le indique al programa que a partir de ese momento las cargas deben ser tratadas como tal.

Durante el proceso de creación de los vectores *I* e *I\_red* se modifica la forma en la que se calculan las intensidades para cada fase, teniendo en cuenta que las intensidades calculadas ya no coinciden con las intensidades de fase, que son las intensidades que deben ser mostradas en los resultados.

Las funciones *crea\_DVi* también es modificada para distinguir ahora si la carga está colocada en triángulo y debe ser construida una estructura diferente para *DVi*. De la misma manera la función *crea\_Di* también ha sido modificada para poder identificar el tipo de carga y en consecuencia construir la matriz *DIi* correspondiente a los términos de una carga en triángulo.

La función *crea\_DV* encargada de construir la matrices finales *DV* y *DV\_red* permanecerá sin cambios. No así la función *crea\_DI*, esta función seguirá creando las matrices *DI* y *DI\_red* de la misma forma que anteriormente, el cambio que se implementa en ella es la de la creación de la matriz *MTI*. La matriz *MTI* será posteriormente añadida en el sistema resolutivo, esta matriz es la que realiza el cambio de intensidad de fase a intensidad de línea y es fundamental tanto para ser introducida en el Jacobiano como para adaptar las intensidades al formato que corresponda.

En el caso de que la carga este conectada en estrella esta matriz coincidirá con la matriz identidad utilizada anteriormente, de esta forma el cambio hace válidos ambos modelos.





# 5 CASOS DE VALIDACIÓN

A continuación se muestran los siguientes casos de validación para una red modelo simple a fin de comprobar que los cambios realizados son correctos. Para ello serán comparados por las soluciones aportadas por el programa OpenDSS.

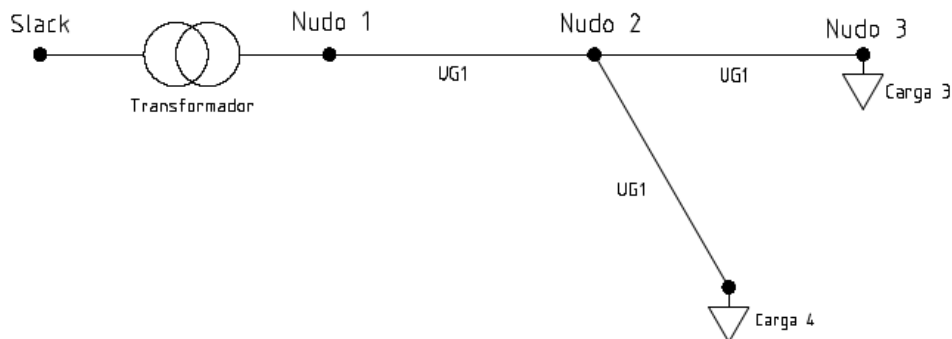
Para cargas conectadas en estrella:

- Caso con transformador Dy1 :
  - Cargas equilibradas.
  - Cargas desequilibradas.
  - Cargas desequilibradas y con conexiones rígidas a tierra.
- Caso con transformador Yy, desequilibrado y con conexión rígida a tierra

Para cargas conectadas en triángulo:

- Caso con transformador Yy con cargas desequilibradas.
- Caso con transformador Dy1 con cargas desequilibradas.
- Caso con transformador Dd con cargas desequilibradas.
- Caso con transformador Yd1 con cargas desequilibradas.

La red de aplicación para todos los casos es una red que estará compuesta por 4 nudos trifásicos de tensión nominal 400V , en la cabecera de la línea se encontrará un transformador con una tensión nominal de 20 kV. El esquema de la línea es el siguiente



6. Figura: Red de estudio

Todas las conexiones se han realizado mediante el tipo de conexión UG1-3ph (obtenida del documento CIGRE [7]) con la siguiente matriz de impedancias primitivas expresada en ( $\Omega/\text{km}$ ):

Fase	A	B	C	Neutro
A	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673
B	0.049 + j0.673	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651
C	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673
Neutro	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673	0.221 + j0.747

Tabla 5.1: Matriz de impedancias primitivas UGI-3ph

Dicha matriz se traslada en unos datos de entrada para el fichero *DatosEquipos*:

$$ug = \begin{pmatrix} 0.211 & 0.747 & 0.049 & 0.673 & 0.049 & 0.651 & 0.049 & 0.673 \\ 0.049 & 0.673 & 0.211 & 0.747 & 0.049 & 0.673 & 0.049 & 0.651 \\ 0.049 & 0.651 & 0.049 & 0.673 & 0.211 & 0.747 & 0.049 & 0.673 \\ 0.049 & 0.673 & 0.049 & 0.651 & 0.049 & 0.673 & 0.211 & 0.747 \\ 0.314 & 0.762 & 0.049 & 0.687 & 0.049 & 0.665 & 0.049 & 0.687 \\ 0.049 & 0.687 & 0.314 & 0.762 & 0.049 & 0.687 & 0.049 & 0.665 \\ 0.049 & 0.665 & 0.049 & 0.687 & 0.314 & 0.762 & 0.049 & 0.687 \\ 0.049 & 0.687 & 0.049 & 0.665 & 0.049 & 0.687 & 0.314 & 0.762 \\ 0.871 & 0.797 & 0.049 & 0.719 & 0.049 & 0.697 & 0.049 & 0.719 \\ 0.049 & 0.719 & 0.871 & 0.797 & 0.049 & 0.719 & 0.049 & 0.697 \\ 0.049 & 0.697 & 0.049 & 0.719 & 0.871 & 0.797 & 0.049 & 0.719 \\ 0.049 & 0.719 & 0.049 & 0.697 & 0.049 & 0.719 & 0.871 & 0.797 \end{pmatrix}$$

Común a todos los casos a estudiar son también las tensiones nominales de todos los nudos:

A		B		C		N	
Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
230	0	230	-120	230	120	0	0

Tabla 5.2: Valores nominales tensión

Los valores anteriores son valores de partida para cada caso, estos valores variaran en los resultados finales tanto en módulo como en ángulo.

Expresado todo ello en el vector *nudos*.

$$nudos = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 400 \\ 2 & 2 & 400 \\ 3 & 2 & 400 \\ 4 & 2 & 400 \end{bmatrix}$$

La tensión del nudo slack también es igual para todos los casos y viene expresada por la matriz *nudo\_slack*.

A		B		C		N	
Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
$\frac{20000}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{20000}{\sqrt{3}}$	-120	$\frac{20000}{\sqrt{3}}$	120	0	0

Tabla 5.3: Tensión nominal nudo Slack

$$nudo_{slack} = \begin{bmatrix} 1 & 11547. & 0 \\ 2 & -5773.5 & -10000 \\ 3 & 10000 & -5773.5 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La longitud y conexionado de las diferentes líneas serán igual para todos los casos y viene a su vez expresada por la matriz *ramas*.

Rama	Origen	Final	Longitud (m)
1	1	2	200
2	2	3	100
3	2	4	200

Tabla 5.4: Inicio, fin y longitud de las diferentes ramas

$$ramas = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 200 \\ 2 & 3 & 1 & 100 \\ 2 & 4 & 1 & 200 \end{bmatrix}$$

Para todas las pruebas se ha definido un error de 0.0001 W, cuando los residuos de potencia sean menores a este valor el problema habrá convergido.

A continuación se presentará las diferencias entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y el programa OpenDSS. Los valores referentes a las diferencias de tensiones e intensidades se encuentran en unidades centesimales (cV y cA), esta particularidad se produce ya que este es el nivel de precisión que aporta OpenDSS y al ser las diferencias pequeñas queda más clara su redacción en estos términos.

$$\Delta V = |(V_i^{validación} - V_i^{OpenDSS})| * 100$$

$$\Delta I = |(I_i^{\text{validación}} - I_i^{\text{OpenDSS}})| * 100$$

Para el caso de las diferencias entre ángulos si se expresan estas en grados.

$$\Delta \varphi = |(\varphi_i^{\text{validación}} - \varphi_i^{\text{OpenDSS}})|$$

Los resultados íntegros para cada caso se pueden encontrar en el Anexo I.

## 5.1. Caso con transformador Dy1 con cargas en estrella y equilibrado.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0022 - j0.0088
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$\frac{20000}{400/\sqrt{3}}$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	-
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

*Tabla 5.5: Características transformador Dy1 caso 5.1*

Las resistencias de puesta a tierra en el elemento neutro para cada nudo vienen expresadas por la siguiente tabla.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	Secundario
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	5
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	5

*Tabla 5.6: Puestas a tierra caso 5.1*

Las cargas en los nudos 3 y 4, están conectadas en estrella, están equilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

<b>Nudo</b>	<b>S (kVA)</b>	<b>FP</b>	<b>% fase a</b>	<b>%fase b</b>	<b>%fase c</b>
<b>3</b>	100	1	33.33	33.33	33.33
<b>4</b>	50	1	33.33	33.33	33.33

*Tabla 5.7: Caracterización de cargas caso 5.1*

### 5.1.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

	<b>FASE</b>			
<b>Nudo</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>2</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>3</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>4</b>	0.00	0.00	0.00	0.00

*Tabla 5.8: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.1*

Las diferencias de ángulos son:

	<b>FASE</b>			
<b>Nudo</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	0.00	0.10	0.00	0.10
<b>2</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>3</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>4</b>	0.00	0.04	0.00	0.00

*Tabla 5.9: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.1*

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	1.00	1.00	0.00	0.00
	2-1	1.00	1.00	0.00	0.00
2	2-3	0.00	1.00	0.00	1.00
	3-2	0.00	1.00	0.00	1.00
3	2-4	0.00	0.00	0.00	0.00
	4-2	0.00	0.00	0.00	0.00
Trans	Pri	0.00	0.01	0.00	0.00
	Sec	1.00	1.00	0.00	0.00

*Tabla 5.10: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.1*

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.10	0.00	0.10
	2-1	0.00	0.00	0.00	0.10
2	2-3	0.00	0.00	0.00	0.00
	3-2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	2-4	0.00	0.00	0.00	0.00
	4-2	0.00	0.00	0.00	0.00
Trans	Pri	0.06	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.00	0.00	0.10

*Tabla 5.11: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.1*

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
7.2	5.56

*Tabla 5.12: Pérdidas obtenidas en el caso 5.1*

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
7.2	5.56

*Tabla 5.13: Pérdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.1*

Comparando los resultados por ambos métodos se llega a la conclusión de que el programa ha funcionado correctamente.



## 5.2. Caso con transformador Dy1 desequilibrado.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0022 - j0.0088
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$\frac{20000}{400/\sqrt{3}}$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	-
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.14: Características transformador Dy1 caso 5.2

Las resistencias de puesta a tierra en el elemento neutro para cada nudo viene expresada por la siguiente tabla.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	Primario
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	5
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	5

Tabla 5.15: Tabla: Puestas a tierra caso 5.2

Las cargas en los nudos 3 y 4 están conectadas en estrella y están desequilibradas y con factor de potencia distinto de 0, son de 100kW y 50kW respectivamente.

Nudo	S (kVA)	FP	% fase a	%fase b	%fase c	Tipo
3	100	0.90	50	30	20	Capacitiva
4	50	0.95	50	30	20	Inductiva

Tabla 5.16: Caracterización de cargas caso 5.2

### 5.2.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.17: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.2

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.10	0.00	0.10
2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.04	0.00	0.00

Tabla 5.18: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.2

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	1.00	0.00	0.00	0.00
	2-1	1.00	0.00	0.00	0.00
2	2-3	1.00	0.00	0.00	1.00
	3-2	1.00	0.00	0.10	1.00
3	2-4	1.00	0.40	0.50	0.50
	4-2	1.00	0.40	0.50	0.50
Trans	Pri	0.00	0.01	0.01	0.00
	Sec	1.00	0.00	0.00	0.00

*Tabla 5.19: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.2*

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	0.00	0.00
	2-1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2-3	0.00	0.00	0.00	0.00
	3-2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	2-4	0.00	0.00	0.00	0.00
	4-2	0.00	0.00	0.10	0.00
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.20: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.2

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
9.5	6.6

Tabla 5.21: Pérdidas obtenidas en el caso 5.2

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
9.5	6.6

Tabla 5.22: Tabla: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.2

De nuevo los resultados vuelven a ser considerados como válidos.

### 5.3. Caso con transformador Dy1 desequilibrado con conexión rígida a tierra.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0022 - j0.0088
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$\frac{20000}{400/\sqrt{3}}$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	Sin conexión
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.23: Características transformador Dy1 caso 5.3

En este caso se van a implementar tomas de tierra rígidas, estas tomas de tierra rígidas van a ser modeladas como una resistencias de puesta a tierra muy pequeñas, concretamente  $R= 10^{-6}$  Ohmios.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	Sin conexión
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	Rígida
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	5

Tabla 5.24: Puestas a tierra caso 5.3

Las cargas en los nudos 3 y 4 están conectadas en estrella, están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

<b>Nudo</b>	<b>S (kVA)</b>	<b>FP</b>	<b>% fase a</b>	<b>%fase b</b>	<b>%fase c</b>	<b>Tipo</b>
<b>3</b>	100	0.90	50	30	20	Inductiva
<b>4</b>	50	0.85	50	30	20	Capacitiva

*Tabla 5.25: Caracterización de cargas caso 5.3*

### 5.3.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

<b>Nudo</b>	<b>FASE</b>			
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	1.00	0.00	1.00	0.00
<b>2</b>	1.00	0.00	0.00	0.00
<b>3</b>	1.00	1.00	0.00	0.00
<b>4</b>	1.00	0.00	0.00	0.00

*Tabla 5.26: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.3*

Las diferencias de ángulos son:

<b>Nudo</b>	<b>FASE</b>			
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	0.00	0.10	0.00	0.10
<b>2</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>3</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>4</b>	0.00	0.00	0.00	0.00

*Tabla 5.27: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.3*

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	7.00	2.00	1.00	7.00
	2-1	7.00	2.00	1.00	7.00
2	2-3	5.00	1.00	0.60	6.00
	3-2	5.00	1.00	0.60	6.00
3	2-4	2.00	0.60	0.20	3.00
	4-2	2.00	0.60	0.20	3.00
Trans	Pri	0.05	0.03	0.08	0.00
	Sec	7.00	2.00	1.00	7.00

Tabla 5.28: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.3

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	0.00	0.00
	2-1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2-3	0.00	0.00	0.00	0.00
	3-2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	2-4	0.00	0.00	0.00	0.00
	4-2	0.00	0.00	0.10	0.00
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.29: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.3

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
9.0	6.2

Tabla 5.30: Pérdidas obtenidas en el caso 5.3

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
9	6.2

Tabla 5.31: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.3

De nuevo los resultados vuelven a ser considerados como válidos.



#### 5.4. Caso con transformador Yy0 equilibrado con conexión rígida a tierra.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0066 - j0.0264
<b>Índice horario</b>	0
<b>Relación de transformación</b>	20000/400
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	0.5
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.32: Características transformador Yy caso 5.4

En este caso también se van a implementar tomas de tierra rígidas, estas tomas de tierra rígidas volverán a ser modeladas como una resistencia de puesta a tierra muy pequeñas ( $R= 10^{-6}$  Ohmios) para comprobar si para este caso también resultan válidas.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	0.5
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	Rígida
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	5

Tabla 5.33: Puestas a tierra caso 5.4

Las cargas en los nudos 3 y 4 están conectadas en estrella, están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

<b>Nudo</b>	<b>S (kVA)</b>	<b>FP</b>	<b>% fase a</b>	<b>%fase b</b>	<b>%fase c</b>
<b>3</b>	100	1	50	30	20
<b>4</b>	50	1	50	30	20

*Tabla 5.34: Caracterización de cargas caso 5.4*

#### 5.4.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

<b>Nudo</b>	<b>FASE</b>			
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>2</b>	0.00	0.00	1.00	0.00
<b>3</b>	0.00	0.00	1.00	0.00
<b>4</b>	1.00	0.00	0.00	0.00

*Tabla 5.35: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.4*

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.10	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.36: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 4.4

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	3.00	1.00	0.00	3.00
	2-1	3.00	1.00	0.00	3.00
2	2-3	2.00	1.00	0.60	3.00
	3-2	2.00	1.00	0.60	3.00
3	2-4	1.00	0.30	0.30	1.40
	4-2	1.00	0.30	0.30	1.40
Trans	Pri	0.06	0.02	0.00	0.06
	Sec	3.00	1.00	0.00	3.00

Tabla 5.37: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 4.4

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.10	0.00	0.00
	2-1	0.00	0.10	0.00	0.00
2	2-3	0.00	0.00	0.00	0.00
	3-2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	2-4	0.10	0.00	0.00	0.00
	4-2	0.10	0.00	0.10	0.00
Trans	Pri	0.00	0.10	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.10	0.00	0.00

Tabla 5.38: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.4

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
10.8	7.6

Tabla 5.39: Perdidas obtenidas para el caso 5.4

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
10.8	7.6

Tabla 5.40: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.4

Para este caso se puede comprobar que los resultados coinciden correctamente, por lo que para el caso de un transformador Yy si sería válida la simplificación implementada.

## 5.5. Caso con transformador Yy desequilibrado y cargas en triángulo.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0066 - j0.0264
<b>Índice horario</b>	0
<b>Relación de transformación</b>	20000/400
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	0.5
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.41: Características transformador Yy caso 4.5

En este caso se van a implementar cargas en triángulo, y para dicho tipo de cargas los nudos no pueden estar conectados a tierra, con la salvedad de los nudos que corresponden a primario y secundario.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	0.5
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	Sin conexión
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	Sin conexión

Tabla 5.42: Puestas a tierra caso 4.5

Las cargas en los nudos 3 y 4 están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

Nudo	S (kVA)	FP	% fases a-b	%fases b-c	%fases c-a	Tipo
3	100	0.90	50	30	20	Inductiva
4	50	0.85	50	30	20	Capacitiva

Tabla 5.43: Caracterización de cargas caso 5.5

### 5.5.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	1.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.44: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.5

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	7.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.45: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.5

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	2.00	2.00	2.00	0.00
	2-1	2.00	2.00	2.00	0.00
2	2-3	2.00	2.00	1.00	0.00
	3-2	2.00	2.00	1.00	0.00
3	2-4	0.70	1.30	0.60	0.00
	4-2	0.70	1.30	0.60	0.00
Trans	Pri	0.04	0.04	0.02	0.00
	Sec	2.00	2.00	2.00	0.00

*Tabla 5.46: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.5*

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.10	0.00	124.40
	2-1	0.00	0.10	0.00	123.80
2	2-3	0.00	0.00	0.00	53.10
	3-2	0.00	0.00	0.00	18.70
3	2-4	0.00	0.00	0.50	90.00
	4-2	0.40	0.00	0.00	188.30
Trans	Pri	0.00	0.10	0.00	191.30
	Sec	0.00	0.10	0.00	123.80

Tabla 5.47: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.5

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.7

Tabla 5.48: Pérdidas obtenidas en el caso 5.5

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.7

Tabla 5.49: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.5



Existe una gran diferencia entre los valores de ángulo de intensidades en el neutro de todos los puntos, estas diferencias no son importantes ya que el valor del módulo es 0 o muy próximo a este, por lo tanto se consideran despreciables estos valores.

También existen valores de tensión en el neutro de todos los puntos a pesar de que no existen cargas en este lugar, esto se debe al efecto de los acoplamientos magnéticos propios de la línea.

A pesar de estas dos apreciaciones los resultados se consideran válidos.

## 5.6. Caso con transformador Dy1 desequilibrado y cargas en triángulo.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0022 - j0.0088
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$20000/(400/\sqrt{3})$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	Sin conexión
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.50: Características transformador Dy1 caso 5.6

En este caso se van a implementar cargas en triángulo, y para dicho tipo de cargas los nudos no pueden estar conectados a tierra, con excepción del secundario y primario del transformador.

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	Primario
<b>1</b>	0.5
<b>2</b>	Sin conexión
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	Sin conexión

Tabla 5.51: Puestas a tierra caso 5.6

Las cargas en los nudos 3 y 4 están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

Nudo	S (kVA)	FP	% fases a-b	%fases b-c	%fases c-a	Tipo
3	100	0.90	50	30	20	Inductiva
4	50	0.85	50	30	20	Capacitiva

Tabla 5.52: Caracterización de cargas caso 5.6

#### 4.6.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	1.00	1.00	0.00	0.00
2	1.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00
4	1.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 5.53: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.6

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	0.10
2	0.00	0.00	0.00	0.10
3	0.00	0.00	0.00	0.10
4	0.00	0.00	0.00	0.10

Tabla 5.54: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.6

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	1.00	0.00
	2-1	0.00	0.00	1.00	0.00
2	2-3	0.00	0.00	0.00	0.00
	3-2	0.00	0.00	0.00	0.00
3	2-4	0.40	0.50	0.30	0.00
	4-2	0.40	0.50	0.30	0.00
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.30	0.20	0.50	0.00

Tabla 5.55: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.6

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	0.00	34.20
	2-1	0.00	0.00	0.00	33.50
2	2-3	0.00	0.00	0.00	104.80
	3-2	0.00	0.00	0.00	181.00
3	2-4	0.00	0.00	0.50	124.20
	4-2	0.00	0.00	0.00	114.70
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.00	0.00	316.70

Tabla 5.56: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.6

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

<b>Pérdidas kW</b>	<b>Perdidas kVAr</b>
<b>6.6</b>	<b>4.7</b>

*Tabla 5.57: Pérdidas obtenidas en el caso 5.6*

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

<b>Pérdidas kW</b>	<b>Perdidas kVAr</b>
<b>6.6</b>	<b>4.8</b>

*Tabla 5.58: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.6*

Existe una gran diferencia entre los valores de ángulo de intensidades en el neutro de todos los puntos, estas diferencias no son importantes ya que el valor del módulo es 0 o muy próximo a este, por lo tanto se consideran despreciables estos valores.

También existen valores de tensión en el neutro de todos los puntos a pesar de que no existen cargas en este lugar, esto se debe al efecto de los acoplamientos magnéticos propios de la línea.

A pesar de estas dos apreciaciones los resultados se consideran válidos.

## 5.7. Caso con transformador Dd desequilibrado y cargas en triángulo.

Para este caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0022 - j0.0088
<b>Índice horario</b>	0
<b>Relación de transformación</b>	20000/400
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	-
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	-

Tabla 5.59: Características transformador Dd caso 5.7

En este caso se van a implementar cargas en triángulo, y para dicho tipo de cargas los nudos no pueden estar conectados a tierra.

Al ser este un caso en el que el secundario se encuentra conectado en triángulo se han producido problemas de invertibilidad en las matrices asociadas al problema, la solución a este problema ha sido la implementación de una resistencia artificial de puesta a tierra muy grande en el secundario del transformador, tal como se comento en el capítulo anterior.

Para ello se han sumado a los elementos de la diagonal dicha resistencia artificial. Quedando la nueva matriz del secundario del transformador de la forma:

$$\mathbf{Y}_{SS}^m = \mathbf{Y}_{SS} + \begin{bmatrix} 0.000001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000001 \end{bmatrix}$$

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	Secundario
<b>1</b>	Sin conexión
<b>2</b>	Sin conexión
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	Sin conexión

*Tabla 5.60: Puestas a tierra caso 5.7*

Las cargas en los nudos 3 y 4 están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

<b>Nudo</b>	<b>S (kVA)</b>	<b>FP</b>	<b>% fases a-b</b>	<b>%fases b-c</b>	<b>%fases c-a</b>	<b>Tipo</b>
<b>3</b>	100	0.90	50	30	20	Inductiva
<b>4</b>	50	0.85	50	30	20	Capacitiva

*Tabla 5.61: Caracterización de cargas caso 5.7*

#### 4.7.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

<b>Nudo</b>	<b>FASE</b>			
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	1.00	1.00	0.00	117.00
<b>2</b>	1.00	0.00	0.00	98.00
<b>3</b>	0.00	0.00	0.00	113.00
<b>4</b>	1.00	0.00	0.00	111.00

*Tabla 5.62: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.7*

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	32.80
2	0.00	0.00	0.00	204.60
3	0.00	0.00	0.00	25.00
4	0.00	0.00	0.00	33.30

Tabla 5.63: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.7

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	2.00	2.00	2.00	0.00
	2-1	2.00	2.00	2.00	0.00
2	2-3	2.00	2.00	1.00	0.00
	3-2	2.00	2.00	1.00	0.00
3	2-4	0.30	1.30	0.60	0.00
	4-2	0.30	1.30	0.60	0.00
Trans	Pri	0.03	0.04	0.02	0.00
	Sec	2.00	2.00	1.00	0.00

Tabla 5.64: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.7



Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	0.00	10.40
	2-1	0.00	0.00	0.00	223.90
2	2-3	0.00	0.00	0.00	37.30
	3-2	0.00	0.00	0.00	28.40
3	2-4	0.00	0.00	0.50	149.50
	4-2	0.00	0.00	0.00	72.30
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	0.00
	Sec	0.00	0.00	0.00	223.90

Tabla 5.65: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.7

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.74

Tabla 5.66: Pérdidas obtenidas en el caso 5.7

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.74

Tabla 5.67: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.7

Existe una gran diferencia entre los valores de ángulo de intensidades en el neutro de todos los puntos, estas diferencias no son importantes ya que el valor del módulo es 0 o muy próximo a este, por lo tanto se consideran despreciables estos valores.

También existen valores de tensión en el neutro de todos los puntos a pesar de que no existen cargas en este lugar, esto se debe al efecto de los acoplamientos magnéticos propios de la línea.

En este caso en concreto se encuentran diferencias en las tensiones asociadas al neutro en todos los nudos, estas diferencias se consideran válidas al no ser de una magnitud relevante.

## 5.8. Caso con transformador Yd1 desequilibrado y cargas en triángulo.

Para este último caso las características del transformador son:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0066 - j0.0264
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$(20000/\sqrt{3})/400$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	Sin conexión
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 5.68: Características transformador caso 5.8

En este caso se van a implementar cargas en triángulo, y para dicho tipo de cargas los nudos no pueden estar conectados a tierra.

Al ser nuevamente un caso en el que el secundario se encuentra conectado en triángulo ha sido necesario también la introducción de una puesta a tierra artificial en el secundario del transformador de manera análoga al caso anterior.

Quedando de la forma:

$$\mathbf{Y}_{SS}^m = \mathbf{Y}_{SS} + \begin{bmatrix} 0.000001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000001 \end{bmatrix}$$

<b>Nudo</b>	<b>Resistencia (Ohmios)</b>
<b>Slack</b>	0.5
<b>1</b>	Sin conexión
<b>2</b>	Sin conexión
<b>3</b>	Sin conexión
<b>4</b>	Sin conexión

*Tabla 5.69: Puestas a tierra caso 5.8*

Las cargas en los nudos 3 y 4 están desequilibradas y son de 100kW y 50kW respectivamente.

<b>Nudo</b>	<b>S (kVA)</b>	<b>FP</b>	<b>% fase a-b</b>	<b>%fase b-c</b>	<b>%fase c-a</b>	<b>Tipo</b>
<b>3</b>	100	0.90	50	30	20	Inductiva
<b>4</b>	50	0.85	50	30	20	Capacitiva

*Tabla 5.70: Caracterización de cargas caso 5.8*

### 5.8.1 Comparación de resultados

Los resultados para las diferencias de tensión extraídos entre los resultados obtenidos mediante el programa de validación y los resultados aportados por OpenDSS:

<b>Nudo</b>	<b>FASE</b>			
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>N</b>
<b>1</b>	1.00	1.00	0.00	117.00
<b>2</b>	1.00	0.00	0.00	98.00
<b>3</b>	0.00	0.00	0.00	113.00
<b>4</b>	1.00	0.00	0.00	111.00

*Tabla 5.71: Resultados diferencias de tensión (cV) obtenidos para el caso 5.8*

Las diferencias de ángulos son:

Nudo	FASE			
	A	B	C	N
1	0.00	0.00	0.00	155.80
2	0.00	0.00	0.00	204.60
3	0.00	0.00	0.00	25.00
4	0.00	0.00	0.00	30.30

Tabla 5.72: Resultados diferencias de ángulo de tensión (grados) obtenidos para el caso 5.8

Para el cálculo de intensidades por cada una de las ramas, las diferencias entre sus módulos son :

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	2.00	2.00	2.00	0.00
	2-1	2.00	2.00	2.00	0.00
2	2-3	2.00	2.00	1.00	0.00
	3-2	2.00	2.00	1.00	0.00
3	2-4	0.30	1.30	0.60	0.00
	4-2	0.30	1.30	0.60	0.00
Trans	Pri	0.04	0.03	0.02	0.00
	Sec	2.00	2.00	2.00	0.00

Tabla 5.73: Resultados diferencias de intensidad (cA) obtenidos para el caso 5.8

Para las intensidades también se muestra la diferencia entre sus ángulos.

Rama	Sentido No-Nd	FASE			
		A	B	C	N
1	1-2	0.00	0.00	0.00	27.00
	2-1	0.00	0.00	0.00	123.80
2	2-3	0.00	0.00	0.00	134.10
	3-2	0.00	0.00	0.00	38.40
3	2-4	0.00	0.00	0.50	194.60
	4-2	0.00	3.00	0.00	131.20
Trans	Pri	0.00	0.00	0.00	60.10
	Sec	0.00	0.00	0.00	123.80

Tabla 5.74: Resultados diferencias ángulo de intensidad (grados) obtenidos para el caso 5.8

En el caso de las pérdidas totales del sistema mediante el algoritmo de validación :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.74

Tabla 5.75: Pérdidas obtenidas en el caso 5.8

En el caso de utilizar el programa OpenDSS de las pérdidas totales del sistema son :

Pérdidas kW	Perdidas kVAr
6.6	4.74

Tabla 5.76: Perdidas obtenidas con OpenDSS para el caso 5.8

Existe una gran diferencia entre los valores de ángulo de intensidades en el neutro de todos los puntos, estas diferencias no son importantes ya que el valor del módulo es 0 o muy próximo a este, por lo tanto se consideran despreciables estos valores.

También existen valores de tensión en el neutro de todos los puntos a pesar de que no existen cargas en este lugar, esto se debe al efecto de los acoplamientos magnéticos propios de la línea.

En este caso también se encuentran diferencias en las tensiones asociadas al neutro en todos los nudos, estas diferencias se consideran válidas al no ser de una magnitud e importancia relevante.

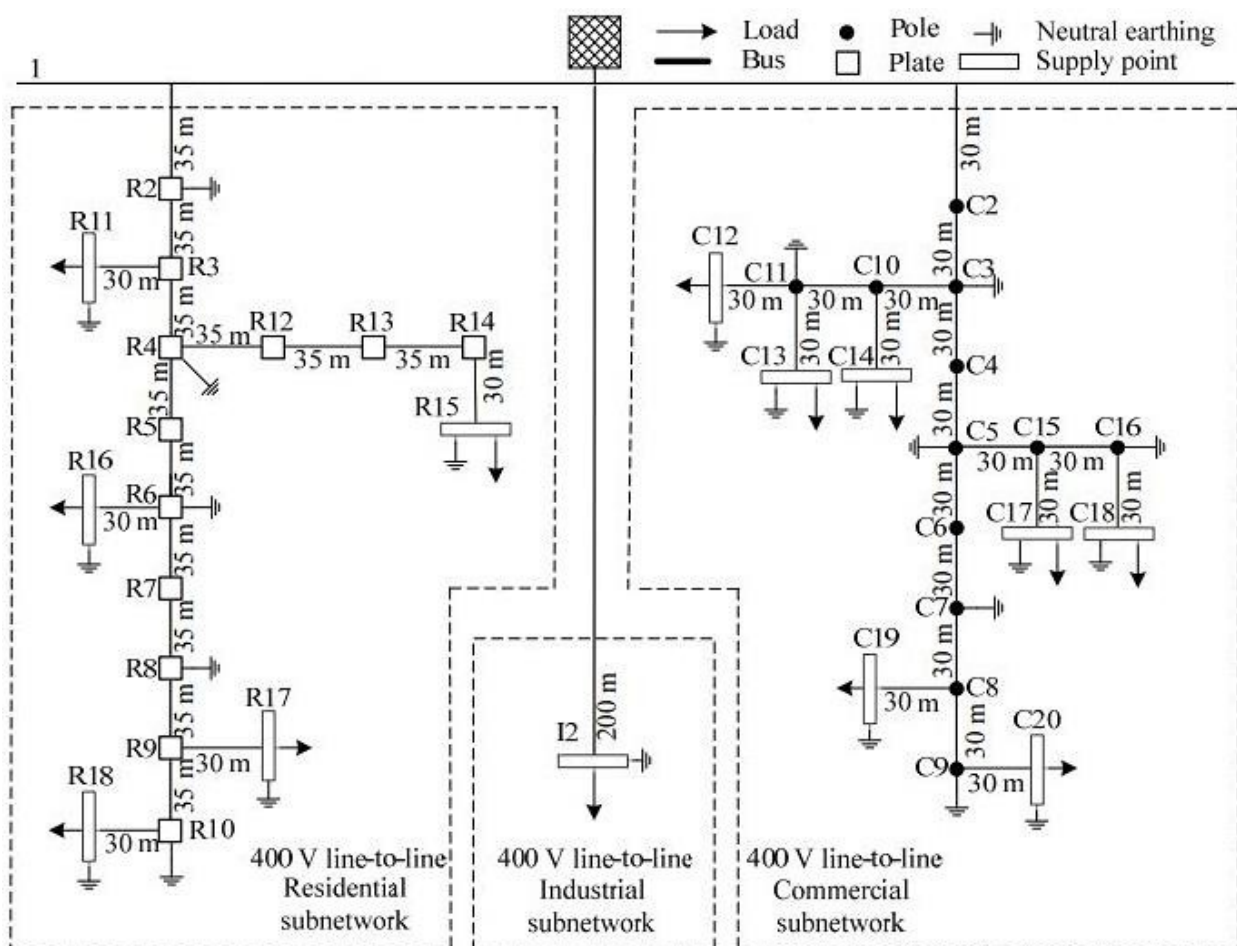
# 6 COMPARACIÓN ENTRE RED CON CARGAS EN ESTRELLA Y RED CON CARGAS EN TRIÁNGULO

Este capítulo va a tratar de la comparación entre cargas conectadas en triángulo y cargas conectadas en estrella para una red más extensa que las anteriores.

Esta red será tomada del documento CIGRE [7] y tendrán las siguientes características:

- Presencia de cargas de consumo y generadoras.
- Cargas inductivas.
- Líneas del tipo: residencial, industrial y comercial.
- Combinación de diferentes tipos de conductores.

El esquema de la red es el mostrado en la siguiente figura, apareciendo en esta las diferentes conexiones a tierra



7. Figura: Red real de estudio

En esta red estarán presentes, también extraídos del documento CIGRE [7], los siguientes tipos de conductores con sus características.

<b>UG1-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673
<b>B</b>	0.049 + j0.673	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651
<b>C</b>	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673	0.211 + j0.747	0.049 + j0.673
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.673	0.049 + j0.651	0.049 + j0.673	0.221 + j0.747
<b>UG2-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	0.314 + j0.762	0.049 + j0.687	0.049 + j0.665	0.049 + j0.687
<b>B</b>	0.049 + j0.687	0.314 + j0.762	0.049 + j0.687	0.049 + j0.665
<b>C</b>	0.049 + j0.665	0.049 + j0.687	0.314 + j0.762	0.049 + j0.687
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.887	0.049 + j0.665	0.049 + j0.687	0.314 + j0.762
<b>UG3-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	0.871 + j0.797	0.049 + j0.687	0.049 + j0.697	0.049 + j0.719
<b>B</b>	0.049 + j0.687	0.871 + j0.797	0.049 + j0.719	0.049 + j0.697
<b>C</b>	0.049 + j0.697	0.049 + j0.719	0.871 + j0.797	0.049 + j0.719
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.719	0.049 + 0.697	0.049 + j0.719	0.871 + j0.797

*Tabla 6.1 Impedancias primitivas*



<b>OH1-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	0.540 + j0.777	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462	0.049 + j0.436
<b>B</b>	0.049 + j0.505	0.540 + j0.777	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462
<b>C</b>	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	0.540 + j0.777	0.049 + j0.505
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.436	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	
<b>OH2-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	1.369 + j0.812	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462	0.049 + j0.436
<b>B</b>	0.049 + j0.505	1.369 + j0.812	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462
<b>C</b>	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	1.369 + j0.812	0.049 + j0.505
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.436	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	1.369 + j0.812
<b>OH3-3ph</b>				
<b>Fase</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Neutro</b>
<b>A</b>	2.065 + j0.825	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462	0.049 + j0.436
<b>B</b>	0.049 + j0.505	2.065 + j0.825	0.049 + j0.505	0.049 + j0.462
<b>C</b>	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	2.065 + j0.825	0.049 + j0.505
<b>Neutro</b>	0.049 + j0.436	0.049 + j0.462	0.049 + j0.505	2.065 + j0.825

*Tabla 6.2: IMpedancias primitivas para conductores.*

La conexión para las diferentes ramas será diferenciada entre las subredes: residencial, industrial y comercial. EN las siguientes tablas se muestra para cada tipo de subred:

- Nombre de la rama
- Origen
- Final
- Conductor
- Longitud

Para la subred residencial:

Rama	Nudo Origen	Nudo Destino	Conductor	Longitud [m]
1	1	R2	UG1	35
2	R2	R3	UG1	35
3	R3	R4	UG1	35
4	R4	R5	UG1	35
5	R5	R6	UG1	35
6	R6	R7	UG1	35
7	R7	R8	UG1	35
8	R8	R9	UG1	35
9	R9	R10	UG1	35
10	R3	R11	UG3	30
11	R4	R12	UG3	35
12	R12	R13	UG3	35
13	R13	R14	UG3	35
14	R14	R15	UG3	30
15	R6	R16	UG3	30
16	R9	R17	UG3	30
17	R10	R18	UG3	30

*Tabla 6.3: Propiedades de las diferentes ramas caso residencial*

Para el caso industrial:

Rama	Nudo Origen	Nudo Destino	Conductor	Longitud [m]
18	1	I2	UG2	200

Tabla 6.4: Propiedades de las diferentes ramas caso industrial

Para el caso comercial:

Rama	Nudo Origen	Nudo Destino	Conductor	Longitud [m]
19	1	C2	OH1	30
20	C2	C3	OH1	30
21	C3	C4	OH1	30
22	C4	C5	OH1	30
23	C5	C6	OH1	30
24	C6	C7	OH1	30
25	C7	C8	OH1	30
26	C8	C9	OH1	30
27	C3	C10	OH2	30
28	C10	C11	OH2	30
29	C11	C12	OH3	30
30	C11	C13	OH3	30
31	C10	C14	OH3	30
32	C5	C15	OH2	30
33	C15	C16	OH2	30
34	C15	C17	OH3	30
35	C16	C18	OH3	30
36	C8	C19	OH3	30
37	C9	C20	OH3	30

Tabla 6.5: Propiedades de las diferentes ramas caso comercial

Las cargas trifásicas aplicadas para cada nudo de la red vendrán reflejadas en la siguiente tabla, destacando las que porten un signo negativo ya que estas son cargas que introducen potencia en el sistema. En el caso de cargas de tipo inductivo aparecerán denotadas con (I) y en el caso de cargas de tipo capacitivo con (C).

Nudo	Potencia Aparente S [kVA]	Factor de potencia
R11	15	0.95 (I)
R15	52	0.95 (I)
R15	-64	0.95 (I)
R16	55	0.95 (I)
R17	35	0.95 (I)
R18	47	0.95 (I)
R18	-94	0.95 (I)
I2	100	0.85 (I)
C12	20	0.90 (I)
C12	-40	0.90 (I)
C13	20	0.90 (C)
C14	25	0.90 (I)
C17	25	0.90 (I)
C18	8	0.90 (I)
C19	16	0.90 (C)
C20	8	0.90 (I)
C20	-16	0.90 (I)

Tabla 6.6: Características de las diferentes cargas

Las cargas son de carácter equilibrado para todos los casos salvo para los mostrados a continuación:

Nudo	S(kVA)	%fase a*	%fase b*	%fase c*
R11	15	30	40	30
C12	20	40	30	30
C18	8	30	30	40
C20	8	30	30	40

\*Para cargas conectadas en triángulo: %a-b,%b-c y %c-a

Tabla 6.7: Características de las diferentes cargas

No existirán las conexiones a tierra para ambos casos (estrella y triángulo), ya que al no ser posible está conexión a tierra para las cargas en triángulo se ha prescindido de ellas también en las cargas en estrella con el fin de hacer la comparativa en las mismas condiciones.

Las propiedades del transformador Dy1 serán:

<b>Yt (Siemens)</b>	0.0066 - j0.0264
<b>Índice horario</b>	1
<b>Relación de transformación</b>	$\frac{20000}{400/\sqrt{3}}$
<b>Resistencia primario (Ohmios)</b>	Sin conexión
<b>Resistencia secundario (Ohmios)</b>	0.5

Tabla 6.8: Características transformador Yd1

La tensión para el nudo Slack.

A		B		C		N	
Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
11547	0	11547	-120	11547	120	0	0

Tabla 6.9: Tensión nudo slack

Para todos los nudos de la red se toma la misma tensión nominal.

A		B		C		N	
Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
230	0	230	-120	230	120	0	0

Tabla 6.10: Tensión nominal puntos de la red

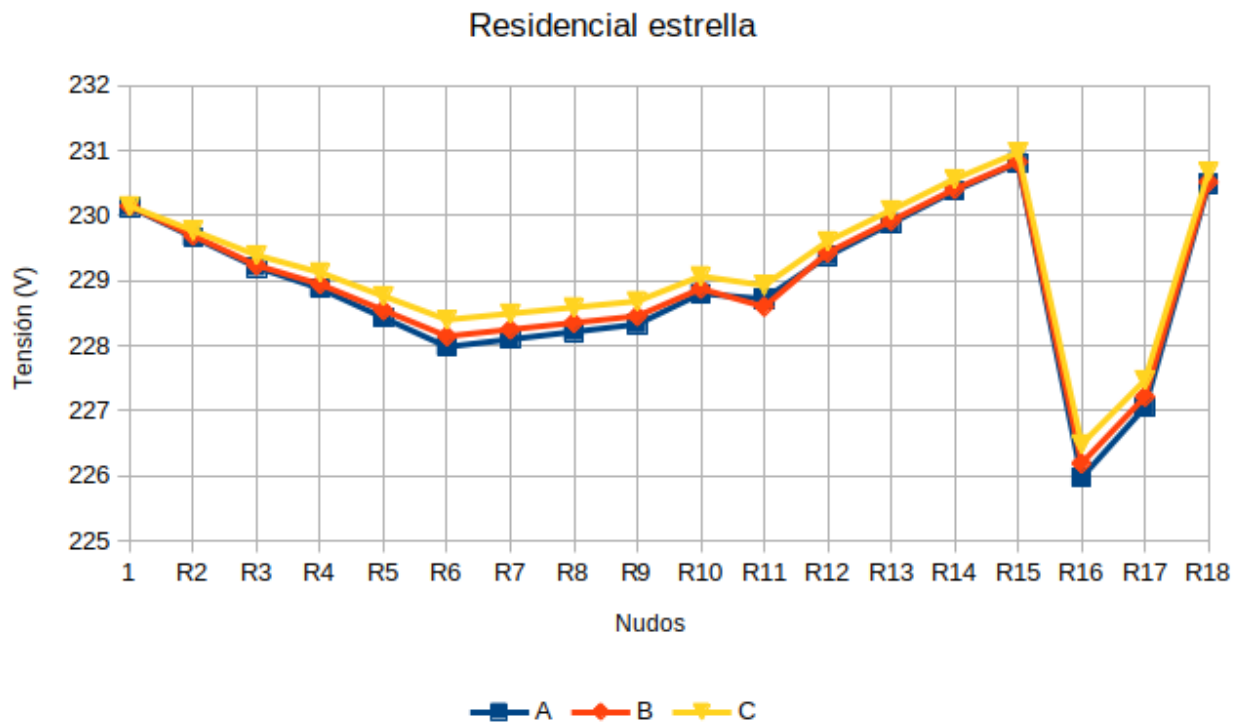
## 6.1. Comparación entre ambos tipos de cargas.

Para la realización de esta comparación se va a diferenciar entre los tres tipos de circuitos que forman parte de la red: residencial, industrial y comercial.

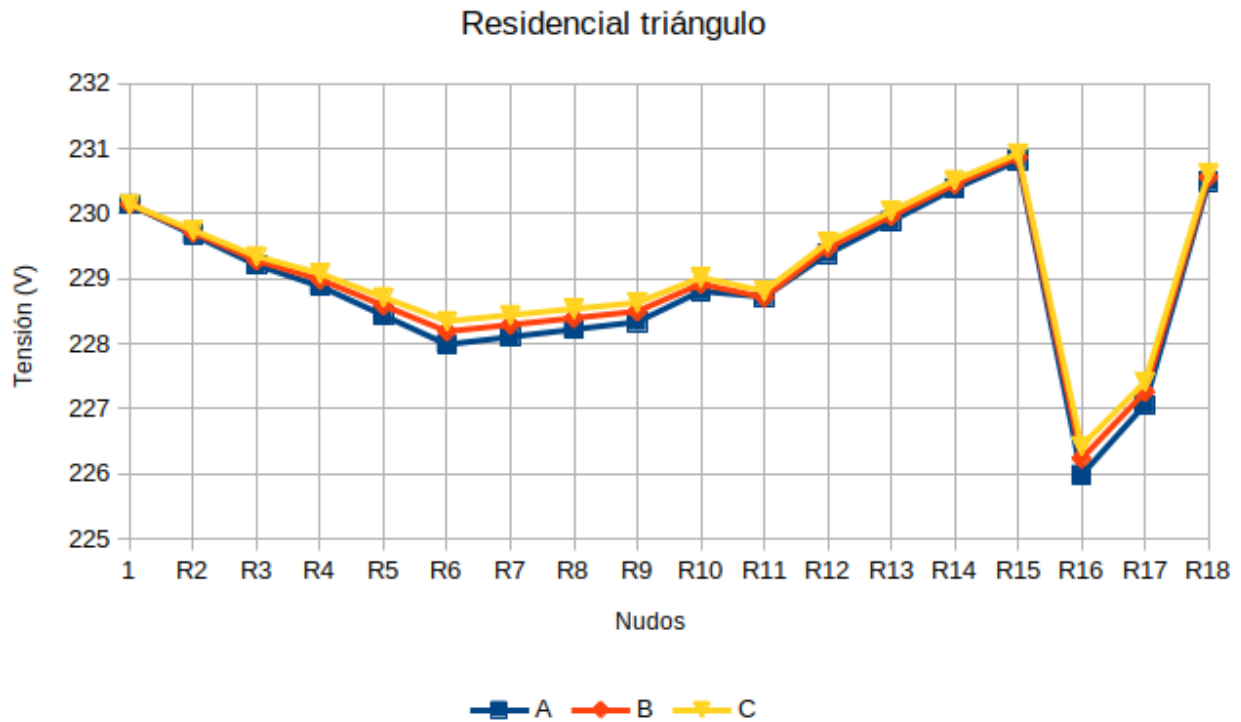
Se va a presentar los resultados más relevantes de ambos casos así como gráficas que expliquen tendencias claras de las diferentes subramas, los resultados íntegros no se muestran en este capítulo dada su gran extensión. Estos pueden ser consultados en el Anexo II de este mismo documento.

### 6.1.1 Red residencial.

Para la red residencial primero se van a comparar los valores de la tensión (módulos) de cada nudo para ambos casos.



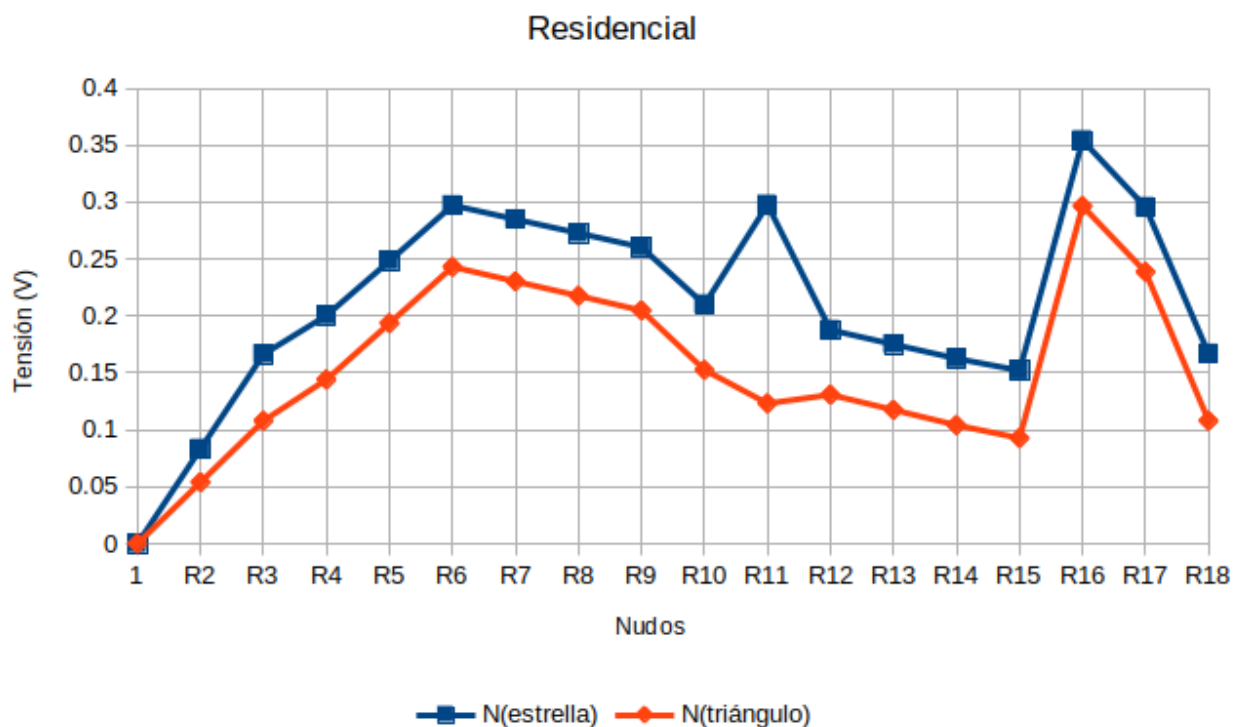
*Ilustración 4: Tensiones fases red residencial estrella.*



*Ilustración 5: Tensiones fases red residencial en triángulo.*

Se observa como los resultados son muy similares en ambos casos ya que solo discrepan en el nudo R11 en el cual existe un desequilibrio que propicia un cambio de tendencia. El efecto de este desequilibrio se puede apreciar mejor en la gráfica siguiente donde se muestran los módulos de las tensiones del neutro para cada nudo y caso.

También se debe mencionar que para ambos casos por el efecto de cargas generadoras en el sistema se producen tensiones más elevadas que las del nudo de origen 1.



*Ilustración 6: Tensiones neutro residencial*

En esta gráfica se ve más clara la incidencia que produce el desequilibrio en el nudo R11, también se puede comprobar como en la conexión en triángulo solo existe la tensión derivada de la influencia de la magnetización de la línea, mientras que en la conexión en estrella a esta se suma la propia de estar el neutro conectado al resto de fases.

En el caso de los módulos de las intensidades se puede comprobar el mismo efecto producido por el desequilibrio del punto R11 al observar las ramas 10 (R3-R11), 2 (R2-R3) y 1 (R1-R2).

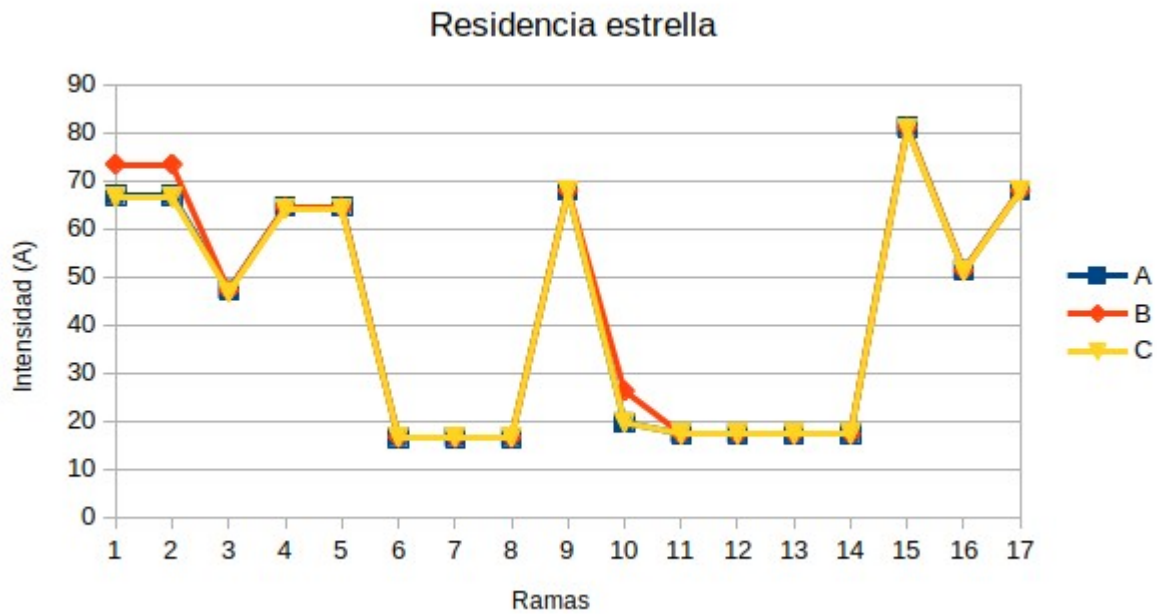


Ilustración 7: Intensidades por ramas red residencial conexión en estrella

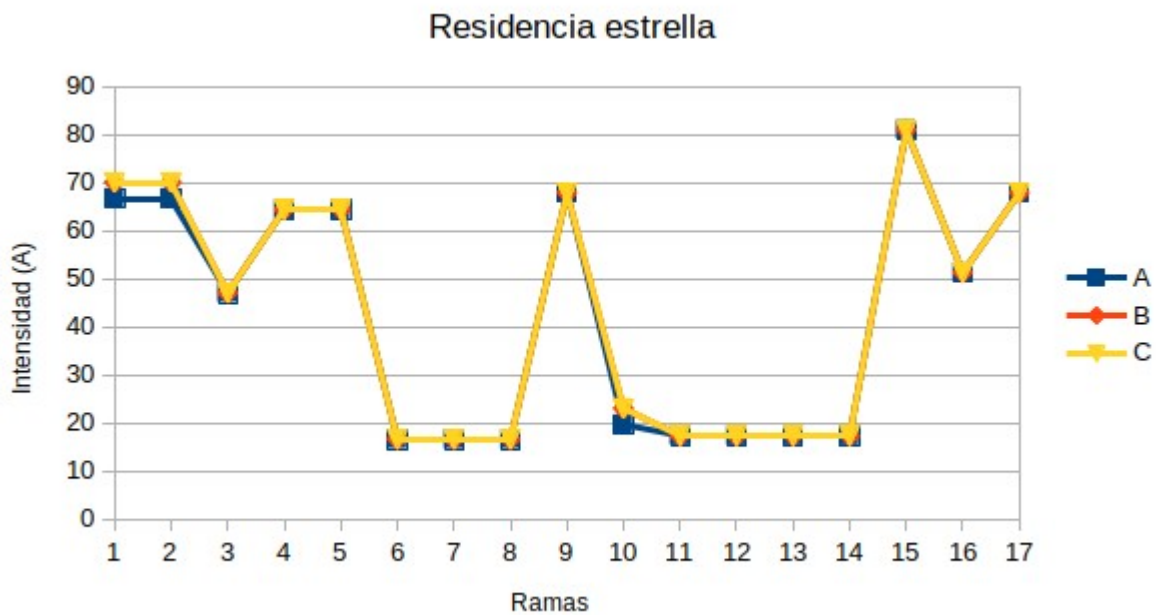


Ilustración 8: Intensidades por ramas red residencial conexión en triángulo

El efecto del desequilibrio también se aprecia al estudiar la intensidad que circula por el conductor neutro en la configuración en estrella, en la configuración en triángulo no circula intensidad por el neutro.



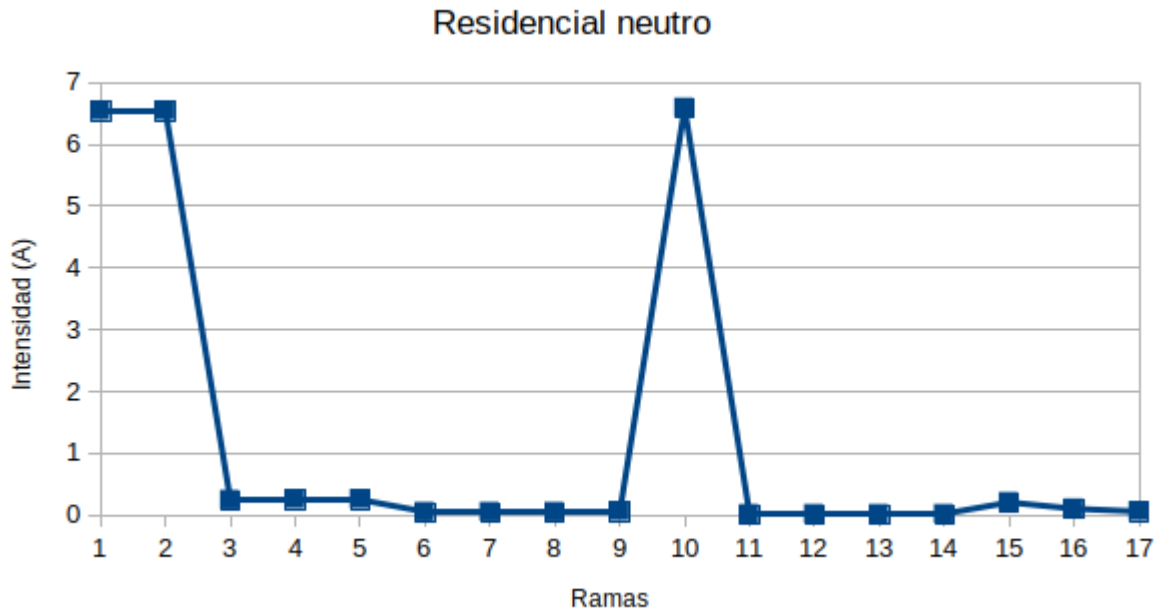


Ilustración 9: Intensidad por neutro residencial estrella

Siendo claramente afectada la ramas ramas 10, 2 y 1 nuevamente.

### 6.1.2 Red industrial.

En el caso de la red industrial al estar dicha red formada por una única rama se muestran los resultados íntegros tanto para la configuración de cargas en estrella como para la configuración en triángulo. Siendo las tensiones para el punto I2 las mostradas en la tabla siguiente.

Tipo de Conexión de las cargas	A		B		C		N	
	Módulo (V)	Ángulo (°)	Módulo (V)	Ángulo (°)	Módulo (V)	Ángulo (°)	Módulo (V)	Ángulo (°)
<b>Estrella</b>	221.4852	-29.7395	222.1961	-149.7325	222.5556	90.114	0.6985	-88.6711
<b>Triángulo</b>	221.5307	-29.7329	222.1896	-149.7372	222.5058	90.1125	0.6598	-91.5741

Tabla 6.11: Tensiones red industrial.

En el caso de las intensidades para ambos casos.

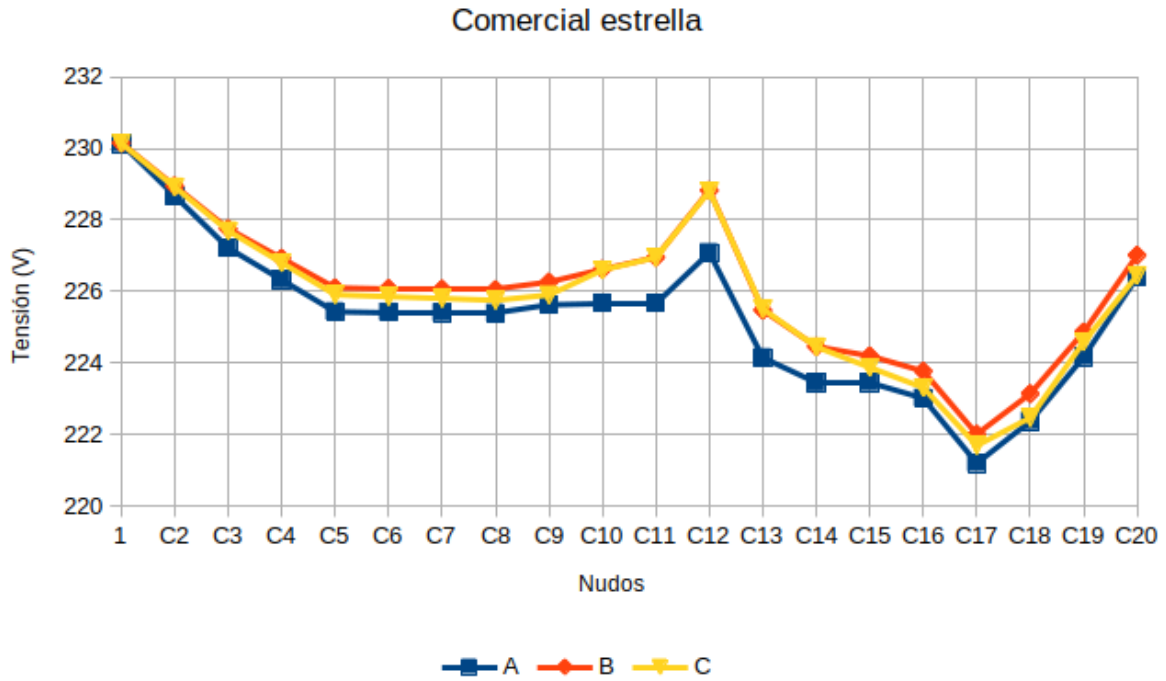
Tipo de Conexión de las cargas	Sentido No-Nd	A		B		C		N	
		Módulo (A)	Ángulo (°)	Módulo (A)	Ángulo (°)	Módulo (A)	Ángulo (°)	Módulo (A)	Ángulo (°)
<b>Estrella</b>	<b>1-I2</b>	150.5932	-61.3728	150.0954	178.3213	149.1575	58.3295	0.9464	117.187
	<b>I2-1</b>	150.5932	118.6272	150.0954	-1.6787	149.1575	-121.6705	0.9464	-62.813
<b>Triángulo</b>	<b>1-I2</b>	149.9486	-61.5743	149.9495	178.4259	149.9495	58.4255	0	-13.583
	<b>I2-1</b>	149.9486	118.4257	149.9495	-1.5741	149.9495	-121.5745	0	166.417

*Tabla 6.12: Intensidades por rama red industrial*

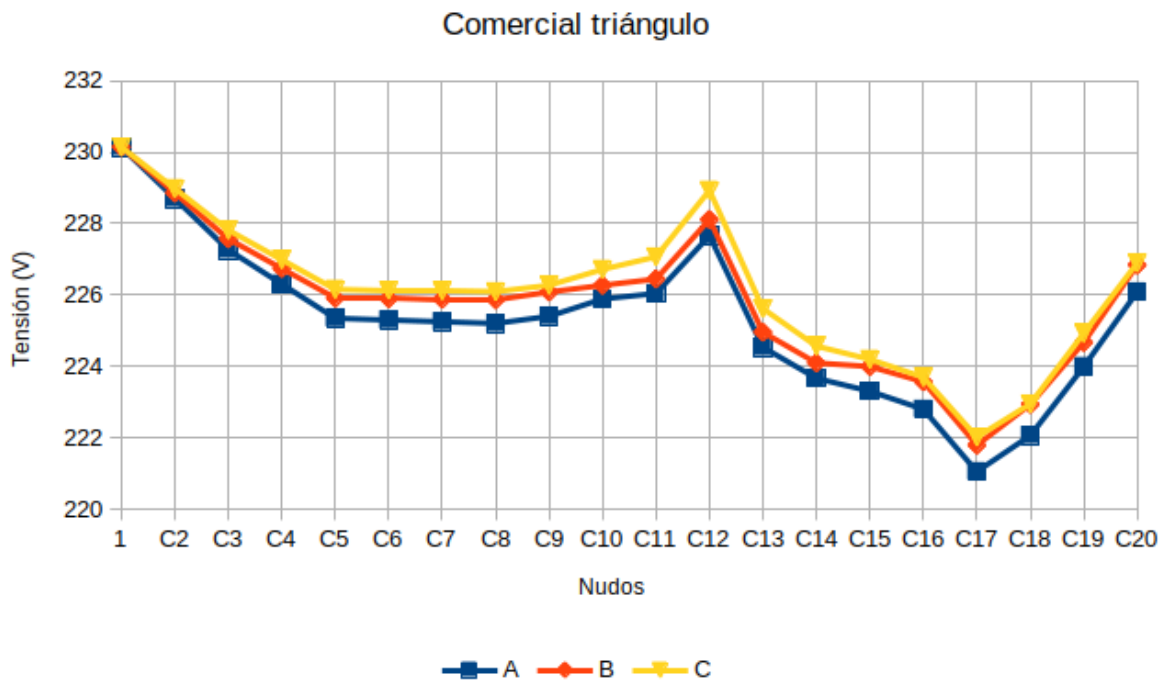
Como se puede observar los resultados son muy similares y las pequeñas diferencias son propias del tipo de conexionado. Esto se produce ya que no existe ninguna carga desequilibrada en esta red por lo tanto ambos sistemas reaccionan de forma similar.

### 6.1.3 Red comercial.

La comparación entre ambos tipos para la subred tipo comercial se planteará en los mismos términos que la anterior, primero se compararán los valores de los diferentes módulos de tensiones para las tres fases de cada nudo de la red.



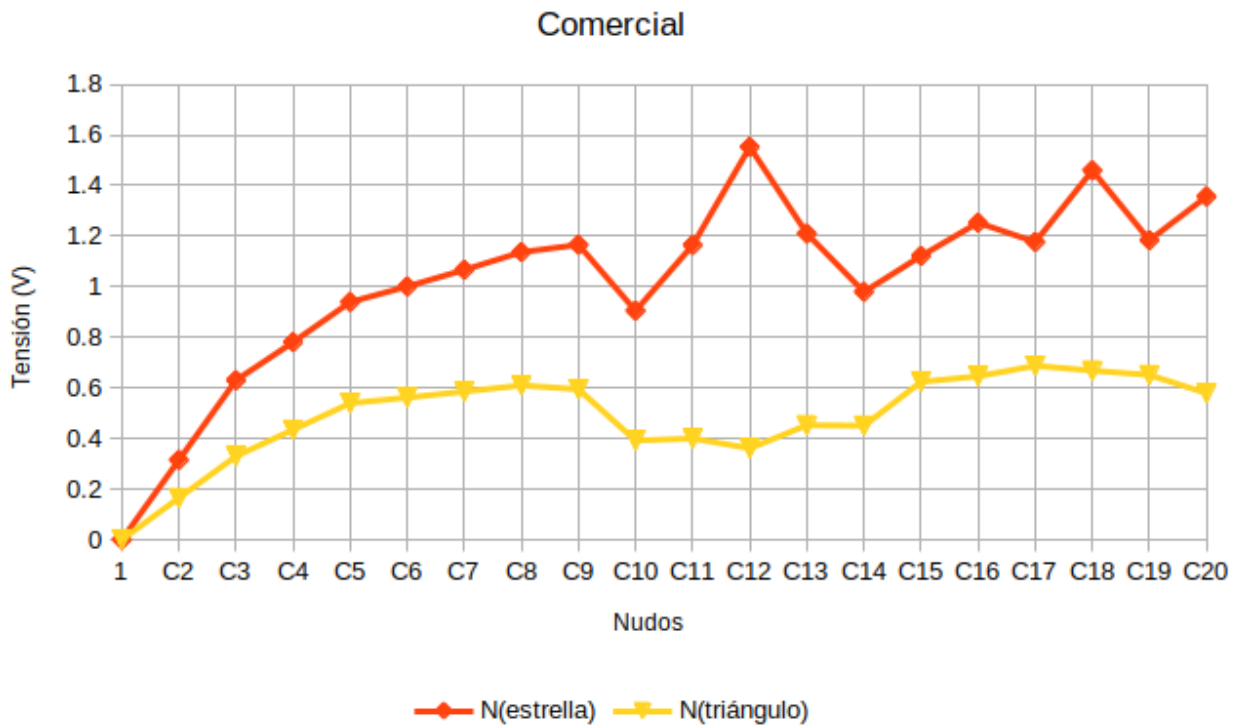
*Ilustración 10: Tensiones fases red residencial estrella.*



*Ilustración 11 Tensiones fases red residencial triángulo.*

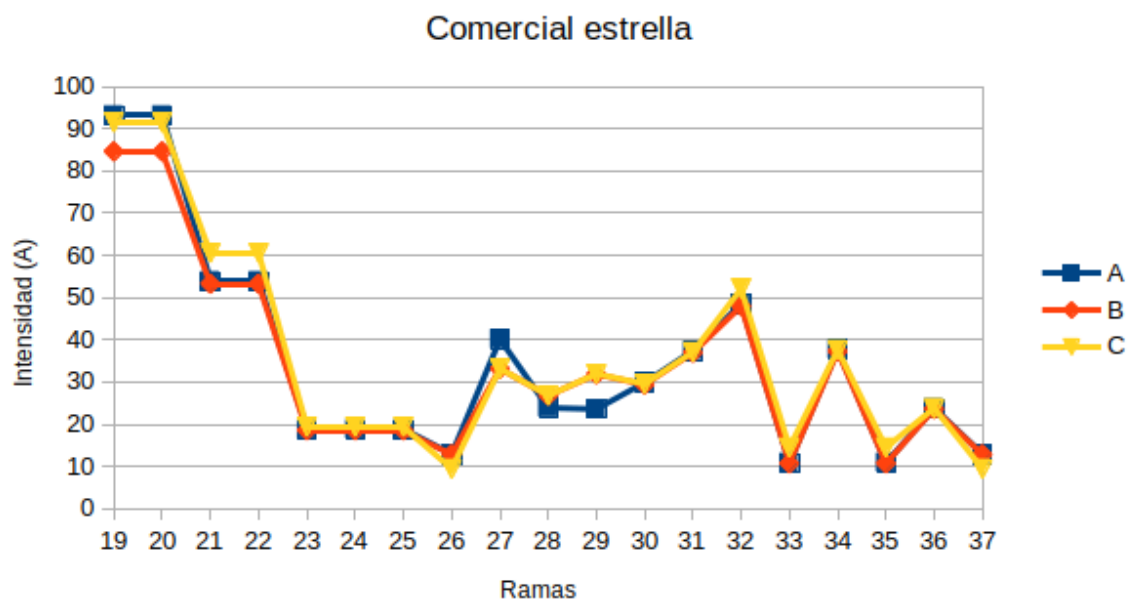
De mismo modo que para la red residencial se aprecian los puntos en los que se introducen cargas desequilibradas, siendo las consecuencias de estas apreciables sobre todo en el nudo C12 donde se sitúa la carga desequilibrada de mayor potencia.

Nuevamente representando las tensiones encontradas en el conductor neutro también se aprecian los desequilibrios en los puntos C12, C18 y C20.

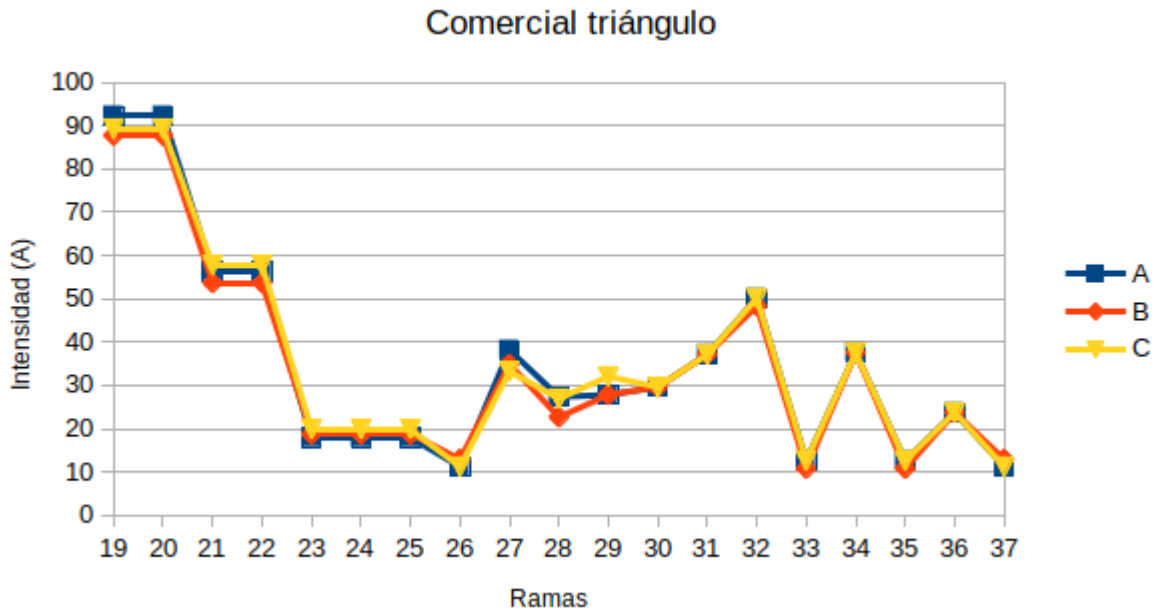


*Ilustración 12: Tensiones de neutro red comercial*

Analizando también los módulos de las intensidades para toda la red comercial.

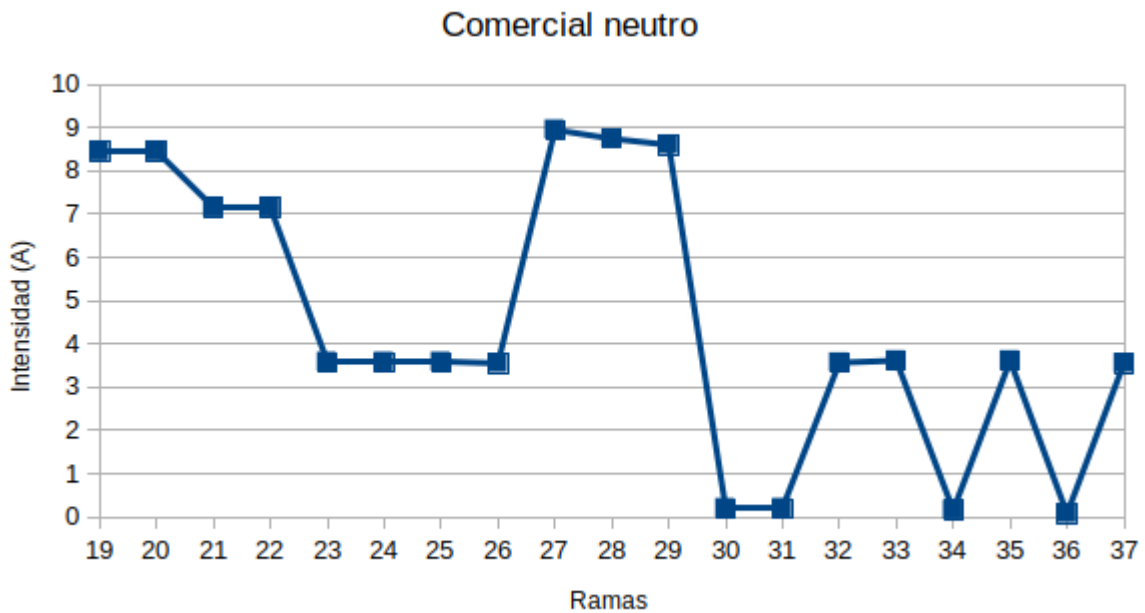


*Ilustración 13: Intensidades por ramas red comercial conexión en triángulo*



*Ilustración 14: Intensidades por ramas red comercial conexión en estrella*

El desequilibrio de la carga C12 se puede ver en la gráfica para el caso en estrella en las líneas 28 ( C10-C11) y 29 (C11-C12). Este desequilibrio así como los demás se pueden ver de forma más clara en la gráfica que ilustra las corrientes que circulan por el neutro en la red con configuración en estrella.



*Ilustración 15: Intensidades neutro red residencial*

En este último gráfico se pueden ver con más claridad los desequilibrios producidos en la rama 35 (C16-C18) y en la rama 37 (C9-C20).

## 6.2. Análisis final

Se ha comprobado el algoritmo implementado para redes reales en triángulo cumple con las características propias de una red de este tipo en comparación con una red en estrella similar.

# 7 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

En este trabajo se han conseguido implementar la inclusión de los diferentes tipos de transformadores en la cabecera de la línea utilizando la herramienta matemática MATLAB. Completando simulaciones que han resultado válidas tanto para cargas equilibradas como desequilibradas, así como para diferentes tipos de cargas inductivas o capacitivas.

Se han incluido cargas conectadas en triángulo en los diferentes nudos de la red obteniendo resultados válidos para situaciones en las que todas las cargas tengan ese tipo de conexión.

También se ha simulado el tipo de conexión a tierra rígido, obteniendo resultados válidos para todos los casos planteados.

De cara a continuar con la mejora del método los trabajos futuros podrían encaminarse a:

- Implementación de la combinación de cargas en triángulo y en estrella dentro de la misma red.
- Considerar la presencia de reguladores de tensión como transformadores con tomas, generadores distribuidos y/o sistemas de almacenamiento con capacidad de regulación de tensión.
- Presencia de componentes a tierra como baterías de condensadores.
- Incorporación de transformadores tipo Zig-Zag.





# 8 ANEXO I

## 8.1. Resultados casos de validación.

### 8.1.1 Caso con transformador Dy1 y cargas equilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

Nudo	A		B		C		N	
	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0
1	229.8582	-30.7802	230.0143	-150.8501	230.2443	89.2333	0.2097	116.2524
2	221.4816	-31.7562	222.6666	-151.6695	223.7806	88.2982	0.8709	-63.3048
3	218.7154	-32.0941	220.2098	-151.9542	221.6475	87.9699	1.2373	-62.3645
4	218.6960	-32.1011	220.2417	-151.9552	221.6340	87.9777	1.2264	-64.0620

Tabla 8.1: Resultados tensión caso 4.1

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	229.7260	-31.9300	227.0632	-152.2755	224.4954	88.1269	2.6333	115.2826
	2-1	229.7260	148.0700	227.0632	27.7245	224.4954	-91.8731	2.6333	-64.7174
2	2-3	156.1527	-31.9299	151.3745	-152.2762	149.6624	88.1274	2.0353	115.4256
	3-2	156.1527	148.0701	151.3745	27.7238	149.6624	-91.8726	2.0353	-64.5744
3	2-4	76.5733	-31.9302	75.6888	-152.2741	74.8330	88.1257	0.7722	115.2243
	4-2	76.5733	148.0698	75.6888	27.7259	74.8330	-91.8743	0.7722	-64.7757
Tran s	Pri	4.5758	-2.2942	4.5064	-122.2639	4.5436	118.4789	0	0
	Sec	229.7260	148.0700	227.0632	27.7245	224.4954	-91.8731	2.6333	-64.7174

Tabla 8.2: Resultados intensidad caso 4.1.

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	229.86	-30.8	230.01	-150.8	230.24	89.2	0.21	116.2	
2	221.48	-31.8	222.67	-151.7	223.78	88.3	0.87	-63.3	
3	218.72	-32.1	220.21	-152.0	221.65	88.0	1.24	-62.4	
4	218.70	-32.1	220.24	-151.96	221.63	88.0	1.23	-64.1	

Tabla 8.3: Resultados tensión OpenDSS caso 4.1.

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	229.72	-31.9	227.07	-152.2	224.5	88.1	2.6305	115.2
	2-1	229.72	148.1	227.07	27.7	224.5	-91.9	2.6305	-64.8
2	2-3	156.15	-31.9	151.38	-152.3	149.66	88.1	2.0334	115.4
	3-2	156.15	148.1	151.38	27.7	149.66	-91.9	2.0334	-64.6
3	2-4	76.573	-31.9	75.69	-152.3	74.833	88.1	0.7712	115.2
	4-2	76.573	148.1	75.69	27.7	74.833	-91.9	0.7712	-64.8
Trans	Pri	4.5758	-2.23	4.5065	-122.3	4.5436	118.5	0	0
	Sec	229.72	148.1	227.07	27.7	224.5	-91.9	2.6305	-64.8

Tabla 8.4: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.1

### 8.1.2 Caso con transformador Dy1 y cargas desequilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	228.9770	-31.2549	231.2549	-150.9556	231.5517	89.8681	1.4127	151.9766	
2	218.5270	-33.1772	227.1426	-151.7378	229.1824	89.1239	5.8968	-22.2846	
3	215.6327	-34.0791	225.8673	-152.1331	228.7644	88.8010	8.4727	-17.3843	
4	214.0303	-33.3740	225.3130	-151.7713	227.8199	88.9988	8.2806	-32.1068	

Tabla 8.5: Resultados tensión caso 4.2

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	340.3381	-22.9233	182.1288	-142.2077	121.1682	102.3377	188.1942	138.5929
	2-1	340.3381	157.067	182.1288	37.7923	121.1682	-77.6623	188.1942	-41.4071
2	2-3	240.9274	-8.9091	129.3604	-127.7780	86.4793	116.6593	135.1705	152.5685
	3-2	240.9274	171.0909	129.3604	52.222.	86.4793	-63.3407	135.1705	-27.4315
3	2-4	121.5056	-51.6199	65.3526	-171.7627	43.0652	72.5536	66.4889	109.5693
	4-2	121.5056	128.3801	65.3526	8.2373	43.0652	-107.464	66.4889	-70.4307
Trans	Pri	5.2870	-2.6229	2.9849	-117.1688	4.8734	143.5191	0	0
	Sec	340.3381	157.067	182.1288	37.7923	121.1682	-77.6623	188.1942	-41.4071

Tabla 8.6: Resultados intensidad caso 4.2.

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	228.98	-31.3	231.43	-151.0	231.55	89.9	1.4126	152.0	
2	218.53	-33.2	227.14	-151.7	229.18	89.1	5.8966	-22.3	
3	215.63	-34.1	225.87	-152.1	228.76	88.8	8.4724	-17.4	
4	214.03	-33.4	225.31	-151.8	227.82	89.0	8.2802	-32.1	

Tabla 8.7: Resultados tensión OpenDSS caso 4.2.

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	340.33	-22.9	182.13	-142.2	121.17	102.3	188.19	138.6
	2-1	340.33	157.1	182.13	37.8	121.17	-77.7	188.19	-41.4
2	2-3	240.92	-8.9	129.36	-127.8	86.48	116.7	135.16	152.6
	3-2	240.92	171.1	129.36	52.2	86.479	-63.3	135.16	-27.4
3	2-4	121.5	-51.6	65.354	-171.8	43.065	72.6	66.485	109.6
	4-2	121.5	128.4	65.354	8.2	43.065	107.4	66.485	-70.4
Trans	Pri	5.287	-2.6	2.985	-117.2	4.8733	143.5	0	0
	Sec	340.33	157.1	182.13	37.8	121.17	-77.7	188.19	-41.4

Tabla 8.8: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.2

### 8.1.3 Caso con transformador Dy1 y cargas desequilibradas y conexión rígida a tierra.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	223.0918	-30.5321	230.9218	-152.1504	235.3569	90.5742	6.3688	128.2320	
2	210.6411	-31.8605	227.3202	-152.5234	231.6027	90.3956	0	-53.6633	
3	206.0805	-31.8456	225.2465	-152.5189	230.3593	90.2887	2.6583	-54.1024	
4	208.1395	-32.8992	226.26.11	-152.9457	231.2232	90.0738	2.6289	-0.4153	

Tabla 8.9: Resultados tensión caso 4.3

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	329.3324	-39.6309	177.0264	-160.7975	115.0838	83.3426	170.8167	122.5574
	2-1	329.3324	140.3691	177.0264	19.2025	115.0838	-96.6574	170.8167	-57.4426
2	2-3	245.552	-57.4042	132.9488	-179.0286	86.012	64.8281	136.1149	105.308
	3-2	245.552	122.5958	132.9488	0.9714	86.012	-115.1719	136.1149	-74.692
3	2-4	121.4024	-1.5037	65.6177	-121.4613	43.2413	122.5135	67.2863	160.2931
	4-2	121.4024	178.4963	65.6177	58.5387	43.2413	-57.4865	67.2863	-19.7069
Tran s	Pri	5.1658	-19.84	2.8834	-136.2957	4.6613	126.5319	0	0
	Sec	329.3324	140.3691	177.0264	19.2025	115.0838	-96.6574	170.8167	-57.4426

Tabla 8.10: Resultados intensidad caso 4.3.

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	223.1	-30.5	230.92	-152.1	235.35	90.6	6.3654	128.2	
2	210.65	-31.9	227.32	-152.5	231.60	90.4	0.001	-53.7	
3	206.09	-31.8	225.24	-152.5	230.36	90.3	2.6585	-54.1	
4	208.15	-32.9	226.26	-152.9	231.22	90.1	6.287	-0.4	

Tabla 8.11: Resultados tensión OpenDSS caso 4.3.

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	329.26	-39.6	177.05	-160.8	115.09	83.3	170.75	122.6
	2-1	329.26	140.4	177.05	19.2	115.09	-96.7	170.75	-57.4
2	2-3	245.5	-57.4	132.96	-179.0	86.016	64.8	136.05	105.3
	3-2	245.5	122.6	132.96	1.0	86.016	-115.2	136.05	-74.7
3	2-4	121.38	-1.5	65.626	-121.5	43.242	122.5	67.261	160.3
	4-2	121.38	178.5	65.626	58.5	43.242	-57.5	67.261	-19.7
Trans	Pri	5.1653	-19.8	2.8837	-136.3	4.6605	126.5	0	0
	Sec	329.26	140.4	177.05	19.2	115.09	-96.7	170.75	-57.4

Tabla 8.12: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.3

#### 8.1.4 Caso con transformador Yy, cargas desequilibradas y conexión rígida a tierra.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	222.3785	-0.8394	232.0542	-122.4103	235.6878	120.7787	7.2228	164.3909	
2	209.1391	-2.7842	228.3422	-122.9578	231.6151	120.4511	0.0001	-16.1325	
3	204.9671	-3.3137	226.4977	-123.1807	230.6766	120.2155	2.7084	-0.2046	
4	204.9641	-3.3339	226.5600	-123.1727	230.6181	120.2262	2.6843	1.9030	

Tabla 8.13: Resultados tensión caso 4.4

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	370.7938	-3.3545	197.3883	-123.7510	129.2776	120.7906	193.8255	158.5515
	2-1	370.7938	176.6455	197.3883	56.2490	129.2776	-59.2094	193.8255	-21.4485
2	2-3	247.2032	-3.3553	131.5887	-123.7517	86.1847	120.7921	138.8067	158.9563
	3-2	247.2032	176.6447	131.5887	56.2483	86.1847	-59.2079	138.8067	-21.0437
3	2-4	123.5907	-3.3529	65.7996	-123.7494	43.0929	120.7874	68.8877	158.8090
	4-2	123.5907	176.6471	65.7996	56.2506	43.0929	-59.2126	68.8877	-21.1910
Tran s	Pri	7.4159	-3.3545	3.9478	-123.7510	2.5856	120.7906	4.1640	158.9560
	Sec	370.7938	176.6455	197.3883	56.2490	129.2776	-59.2094	193.8255	-21.4485

Tabla 8.14: Resultados intensidad caso 4.4.

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	222.38	-0.8	232.05	-122.4	235.69	120.8	7.2207	164.4	
2	209.14	-2.8	228.34	-123.0	231.61	120.5	0.001	-16.1	
3	204.97	-3.3	226.5	-123.2	230.67	120.2	2.7092	-0.2	
4	204.97	-3.3	226.56	-123.2	230.62	120.2	2.6851	-1.9	

Tabla 8.15: Resultados tensión OpenDSS caso 4.4.



		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	370.76	-3.4	197.4	-123.7	129.28	120.8	193.8	158.6
	2-1	370.76	176.6	197.4	56.3	129.28	-59.2	193.8	-21.4
2	2-3	247.18	-3.4	131.6	-123.8	86.186	120.8	138.78	159.0
	3-2	247.18	176.6	131.6	56.2	86.186	-59.2	138.78	-21.0
3	2-4	123.58	-3.3	65.803	-123.7	43.093	120.8	68.876	158.8
	4-2	123.58	176.7	65.803	56.3	43.093	-59.2	68.876	-21.2
Trans	Pri	7.4153	-3.4	3.948	-123.7	2.5856	120.8	4.1634	159.0
	Sec	370.76	176.6	197.4	56.3	129.28	-59.2	193.8	-21.4

Tabla 8.16: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.4

### 8.1.5 Caso con transformador Yy y cargas en triángulo y desequilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.4439	-0.7957	229.0770	-120.7720	229.8460	119.5112	0.0000	-128.9044	
2	223.0419	-1.8565	220.4025	-121.0874	225.3589	119.1740	1.0824	-47.3637	
3	219.9306	-2.0281	217.1748	-120.9390	223.6092	119.1850	1.4724	-52.2784	
4	221.9233	-2.6180	218.2011	-121.7139	224.3799	118.8068	1.4181	-37.1156	

Tabla 8.17: Resultados tensión caso 4.5

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.5569	4.8342	245.9919	-137.3637	153.0352	104.6884	0	169.2651
	2-1	220.5569	-175.1658	245.9919	42.6363	153.0352	-75.3116	0	-10.7349
2	2-3	164.9080	-13.3080	183.9958	-155.5213	114.4122	86.5035	0	92.9325
	3-2	164.9080	166.6920	183.9958	24.4787	114.4122	-93.4965	0	-87.0675
3	2-4	81.9337	43.6419	91.3854	-98.5021	56.9275	143.5340	0	138.4946
	4-2	81.9337	-136.3581	91.3854	81.4979	56.9275	36.466	0	-41.5054
Tran s	Pri	4.4111	4.8342	4.9198	-137.3637	3.0607	104.6884	0	-146.5348
	Sec	220.5569	-175.1658	245.9919	42.6363	153.0352	-75.3116	0	-10.7349

Tabla 8.18: Resultados intensidad caso 4.5

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.44	-0.8	229.08	-120.8	229.85	119.5	0	-121.9	
2	223.04	-1.9	220.4	-121.1	225.36	119.2	1.08	-47.4	
3	219.93	-2.0	217.18	-120.9	223.61	119.2	1.4	-52.3	
4	221.92	-2.6	218.2	-121.7	224.38	118.8	1.4	-37.1	

Tabla 8.19: Resultados tensión OpenDSS caso 4.5

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.54	4.8	245.97	-137.4	153.02	104.7	0	44.9
	2-1	220.54	-175.2	245.97	42.6	153.02	-75.3	0	-134.5
2	2-3	164.89	-13.3	183.98	-155.5	114.4	86.5	0	39.8
	3-2	164.89	166.7	183.98	24.5	114.4	-93.5	0	-68.4
3	2-4	81.927	43.6	91.377	-98.5	56.924	143	0	48.5
	4-2	81.927	-136	91.377	81.5	56.924	-36.5	0	146.8
Trans	Pri	4.4107	4.8	4.9194	-137.4	3.0605	104.7	0	44.8
	Sec	220.54	-175.2	245.97	42.6	153.02	-75.3	0	-134.5

Tabla 8.20: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.5

### 8.1.6 Caso con transformador Dy1 y cargas en triángulo y desequilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.4439	-30.7957	229.077	-150.772	229.846	89.5112	0	177.2	
2	223.0419	-31.8565	220.4025	-151.0874	225.3589	89.174	1.0824	-77.3637	
3	219.9306	-32.0281	217.1748	-150.939	223.6092	89.185	1.4724	-82.2784	
4	221.9233	-32.618	218.2011	-151.7139	224.3799	88.8068	1.4181	-67.1156	

Tabla 8.21: Resultados tensión caso 4.6

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.5569	-25.1658	245.9919	-167.3637	153.0352	74.6884	0	48.9909
	2-1	220.5569	154.8342	245.9919	12.6363	153.0352	-105.3116	0	-131.0091
2	2-3	164.908	-43.308	183.9958	174.4787	114.4122	56.5035	0	-94.9595
	3-2	164.908	136.692	183.9958	-5.5213	114.4122	-123.4965	0	85.0405
3	2-4	81.9337	13.6419	91.3854	-128.5021	56.9275	113.534	0	142.5901
	4-2	81.9337	-166.3581	91.3854	51.4979	56.9275	-66.466	0	-37.4099
Tran s	Pri	5.0976	-5.1953	3.9869	-144.314	3.339	123.4068	0	0
	Sec	220.5569	154.8342	245.9919	12.6363	153.0352	-105.3116	0	152.2323

Tabla 8.22: Resultados intensidad caso 4.6

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.45	-30.8	229.07	-150.8	229.85	89.5	0.0012	-177.3	
2	223.05	-31.9	220.40	-151.1	225.36	89.2	0.1010	-77.5	
3	219.93	-32.0	217.17	-150.9	223.61	89.2	0.3380	-82.4	
4	221.93	-32.6	218.20	-151.7	224.38	88.8	0.3051	-67.2	

Tabla 8.23: Resultados tensión OpenDSS caso 4.6.

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.56	-25.2	245.99	-167.4	153.03	74.7	0	14.8
	2-1	220.56	154.8	245.99	12.6	153.03	-105.3	0	-164.5
2	2-3	164.91	-43.3	184.00	174.5	114.41	56.5	0	9.8
	3-2	164.91	136.7	184.00	-5.5	114.41	-123.5	0	-96.0
3	2-4	81.934	13.6	91.385	-128.5	56.927	113.5	0	18.4
	4-2	81.934	-166.4	91.385	51.5	56.927	-66.5	0	77.3
Trans	Pri	5.0976	-5.2	3.9869	-144.3	3.3390	123.4	0	0
	Sec	220.56	154.8	245.99	12.6	153.03	-105.3	0	-164.5

Tabla 8.24: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.6

### 8.1.7 Caso con transformador Dd y cargas en triángulo y desequilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.4439	-0.7957	229.077	-120.772	229.846	119.5112	0	101.861	
2	223.0419	-1.8565	220.4025	-121.0874	225.359	119.174	1.0824	-47.3637	
3	219.9307	-2.0281	217.1749	-120.939	223.6093	119.185	1.4724	-52.2784	
4	221.9234	-2.618	218.2012	-121.7139	224.3799	118.8068	1.4181	-37.1156	

Tabla 8.25: Resultados tensión caso 4.7

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.5569	4.8342	245.9919	-137.3637	153.0351	104.6884	0	-88.436
	2-1	220.5569	-175.1658	245.9919	42.6363	153.0351	-75.3116	0	91.564
2	2-3	164.908	-13.308	183.9957	-155.5213	114.4121	86.5035	0	61.764
	3-2	164.908	166.692	183.9957	24.4787	114.4121	-93.4965	0	-118.236
3	2-4	81.9337	43.6419	91.3854	-98.5021	56.9275	143.534	0	-88.8898
	4-2	81.9337	-136.3581	91.3854	81.4979	56.9275	-36.466	0	91.1102
Tran s	Pri	4.4111	4.8348	4.9198	-137.3632	3.0607	104.6893	0	0
	Sec	220.5569	-175.1658	245.9919	42.6363	153.0351	-75.3116	0	91.564

Tabla 8.26: Resultados intensidad caso 4.7

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.45	-0.8	229.07	-120.8	229.85	119.5	1.17	134.7	
2	223.05	-1.9	220.4	-121.1	225.36	119.2	0.10	157.2	
3	219.93	-2.0	217.17	-120.9	223.61	119.2	0.34	-77.3	
4	221.93	-2.6	218.2	-121.7	224.38	118.8	0.31	-3.8	

Tabla 8.27: Resultados tensión OpenDSS caso 4.7

		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.54	4.8	245.97	-137.4	153.02	104.7	0	-98.8
	2-1	220.54	-175.2	245.97	42.6	153.02	-75.3	0	-132.3
2	2-3	164.89	-13.3	183.98	-155.5	114.4	86.5	0	24.5
	3-2	164.89	166.7	183.98	24.5	114.4	-93.5	0	-146.6
3	2-4	81.927	43.6	91.377	-98.5	56.924	143.5	0	60.6
	4-2	81.927	-136.4	91.377	81.5	56.924	-36.5	0	163.4
Trans	Pri	4.4108	4.8	4.9194	-137.4	3.0605	104.7	0	0
	Sec	220.54	-175.2	245.97	42.6	153.03	-75.3	0	-132.3

Tabla 8.28: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.7

### 8.1.8 Caso con transformador Yd1 y cargas en triángulo y desequilibradas.

Resultados obtenidos mediante el programa de validación.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.443	-30.7957	229.0770	-150.772	229.8486	89.5112	0	-51.0638	
2	223.0419	-31.8565	220.4025	-151.0874	225.3590	89.1740	1.0824	-77.3637	
3	219.9307	-32.0281	217.1749	-150.9390	223.6093	89.1850	1.4724	-82.2784	
4	221.9234	-32.6180	218.2012	-151.7139	224.3799	88.8068	1.4181	-64.1156	

Tabla 8.29: Resultados tensión caso 4.8

		A		B		C		N	
Ram a	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
1	1-2	220.5569	-25.1658	245.9919	-167.3637	153.0351	74.6884	0	141.4993
	2-1	220.5569	154.8342	245.9919	12.6363	153.0351	-105.3116	0	-38.5007
2	2-3	164.9080	-43.3080	183.9957	174.4787	114.4124	56.5035	0	128.6271
	3-2	164.9080	136.6920	183.9957	-5.5213	114.4124	-123.4965	0	-51.3729
3	2-4	81.9337	13.6419	91.3854	-128.5021	56.9275	113.5340	0	-164.0252
	4-2	81.9337	-166.3581	91.3854	54.4979	56.9275	-66.4660	0	15.9748
Tran s	Pri	5.0976	-5.1948	3.9869	-144.3134	3.3390	123.40	0	104.0362
	Sec	220.5569	154.8342	245.9919	12.6363	153.0351	-105.3116	0	-38.5007

Tabla 8.30: Resultados intensidad caso 4.8

Resultados obtenidos mediante OpenDSS.

		A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	
Slack	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0	
1	230.45	-30.8	229.07	-150.8	229.07	89.5	1.17	104.7	
2	223.05	-31.9	220.4	-151.1	225.36	89.2	0.10	127.2	
3	219.93	-32.0	217.17	-150	223.61	89.2	0.34	-107.3	
4	221.93	-32.6	218.2	-151.7	224.38	88.8	0.31	-33.8	

Tabla 8.31: Resultados tensión OpenDSS caso 4.8



		A		B		C		N	
Rama	Sentido No-Nd	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)	Módulo (A)	Ángulo(°)
<b>1</b>	<b>1-2</b>	220.54	-25.2	245.97	-167.4	153.02	74.7	0	168.5
	<b>2-1</b>	220.54	154.8	245.97	12.6	153.02	-105.3	0	-162.3
<b>2</b>	<b>2-3</b>	164.89	-43.3	183.98	174.5	114.4	56.5	0	-5.5
	<b>3-2</b>	164.89	136.7	183.98	-5.5	114.4	-123.5	0	-89.8
<b>3</b>	<b>2-4</b>	81.927	13.6	91.377	-128.5	56.924	113.5	0	30.6
	<b>4-2</b>	81.927	-166.4	91.377	51.5	56.924	-66.5	0	-115.2
<b>Trans</b>	<b>Pri</b>	5.0972	-5.2	3.9866	-144.3	3.3388	123.4	0	164.1
	<b>Sec</b>	220.54	154.8	245.97	12.6	153.02	-105.3	0	-162.3

*Tabla 8.32: Resultados intensidad OpenDSS caso 4.8*



## 9 ANEXO II

### 9.1. Resultados cargas con conexión en estrella y triángulo.

Nudo	A		B		C		N	
	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
<b>Slack</b>	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0
<b>1</b>	230.1327	-30.3083	230.1449	-150.3048	230.1438	89.6958	0	-59.8521
<b>R2</b>	229.6684	-30.3231	229.6889	-150.3189	229.7668	89.6745	0.0832	-104.3311
<b>R3</b>	229.2041	-30.338	229.233	-150.333	229.3898	89.6532	0.1664	-104.3311
<b>R4</b>	228.8765	-30.3487	228.9414	-150.3414	229.1244	89.638	0.2005	-99.3883
<b>R5</b>	228.4285	-30.363	228.5425	-150.3528	228.7607	89.6173	0.2484	-94.9787
<b>R6</b>	227.9805	-30.3774	228.1436	-150.3643	228.3971	89.5966	0.2973	-92.0073
<b>R7</b>	228.0958	-30.3742	228.2466	-150.3616	228.4918	89.6016	0.285	-92.5295
<b>R8</b>	228.211	-30.3709	228.3495	-150.359	228.5866	89.6067	0.2728	-93.0988
<b>R9</b>	228.3263	-30.3677	228.4525	-150.3563	228.6813	89.6117	0.2605	-93.7217
<b>R10</b>	228.7982	-30.3534	228.8734	-150.3448	229.0665	89.6331	0.2101	-97.4801
<b>R11</b>	228.7161	-30.3119	228.5968	-150.298	228.9241	89.6777	0.2978	-130.5708
<b>R12</b>	229.3774	-30.3758	229.4293	-150.3694	229.6026	89.6126	0.1877	-100.8524
<b>R13</b>	229.8784	-30.4028	229.9173	-150.3972	230.0809	89.5874	0.1751	-102.5291
<b>R14</b>	230.3795	-30.4296	230.4053	-150.4249	230.5592	89.5623	0.1626	-104.4648

<b>R15</b>	230.809	-30.4526	230.8236	-150.4485	230.9693	89.5409	0.1521	-106.3747
<b>R16</b>	225.9678	-30.2692	226.1863	-150.2522	226.482	89.6975	0.3543	-89.6172
<b>R17</b>	227.0519	-30.2992	227.2127	-150.2855	227.4676	89.6757	0.2957	-91.7852
<b>R18</b>	230.4828	-30.444	230.5139	-150.4381	230.6742	89.5485	0.1669	-102.5743
<b>I2</b>	221.4852	-29.7395	222.1961	-149.7325	222.5556	90.114	0.6985	-88.6711
<b>C2</b>	228.6717	-30.5202	228.9482	-150.4932	228.9172	89.4871	0.3152	23.6854
<b>C3</b>	227.2138	-30.7349	227.754	-150.6837	227.6937	89.2761	0.6304	23.6854
<b>C4</b>	226.3218	-30.8324	226.9266	-150.7721	226.7995	89.1722	0.781	30.8377
<b>C5</b>	225.4305	-30.9308	226.0998	-150.8611	225.9061	89.0675	0.9397	35.6287
<b>C6</b>	225.4155	-31.017	226.0825	-150.9391	225.8541	88.9896	1.0011	39.8322
<b>C7</b>	225.4009	-31.1031	226.0657	-151.0171	225.8024	88.9117	1.0672	43.5329
<b>C8</b>	225.3868	-31.1893	226.0492	-151.0952	225.7512	88.8337	1.1372	46.7901
<b>C9</b>	225.624	-31.1863	226.2623	-151.0912	225.9007	88.8396	1.166	49.8124
<b>C10</b>	225.674	-30.9076	226.6192	-150.8623	226.5969	89.0917	0.9053	3.3342
<b>C11</b>	225.6686	-31.1654	226.9531	-151.1249	226.95	88.8352	1.1651	-6.7451
<b>C12</b>	227.0833	-31.2753	228.8272	-151.2696	228.8073	88.7018	1.553	-19.3673
<b>C13</b>	224.1422	-31.438	225.4704	-151.3836	225.5081	88.5716	1.2103	-4.6539
<b>C14</b>	223.4346	-30.739	224.4542	-150.6957	224.4456	89.2454	0.9799	2.2183
<b>C15</b>	223.4471	-30.8202	224.1925	-150.7526	223.8708	89.1693	1.1219	37.3025
<b>C16</b>	223.0078	-30.795	223.7658	-150.7273	223.3047	89.1987	1.2535	40.9254
<b>C17</b>	221.1897	-30.6471	222.0049	-150.5839	221.6862	89.3274	1.1771	34.6191
<b>C18</b>	222.3641	-30.7449	223.1363	-150.6781	222.4641	89.2605	1.4601	44.8806
<b>C19</b>	224.1683	-31.406	224.8645	-151.3048	224.5865	88.6205	1.1841	46.6037
<b>C20</b>	226.4004	-31.2453	227.0121	-151.1473	226.4455	88.8011	1.357	54.1967

Tabla 9.1: Resultados de tensión cargas en estrella

	A		B		C		N	
Nudo	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)	Módulo (V)	Ángulo(°)
<b>Slack</b>	11547	0	11547	-120	11547	120	0	0
<b>1</b>	230.1396	-30.3063	230.139	-150.3052	230.1431	89.6943	0	25.4545
<b>R2</b>	229.6733	-30.3206	229.7068	-150.3206	229.7426	89.6753	0.0539	-76.7431
<b>R3</b>	229.207	-30.335	229.2746	-150.336	229.3422	89.6562	0.1079	-76.7431
<b>R4</b>	228.8802	-30.3455	228.9832	-150.3446	229.0752	89.6409	0.1441	-77.1066
<b>R5</b>	228.4332	-30.3596	228.5846	-150.3561	228.7098	89.6201	0.1937	-77.415
<b>R6</b>	227.9861	-30.3738	228.186	-150.3677	228.3444	89.5993	0.2432	-77.5978
<b>R7</b>	228.1016	-30.3705	228.2889	-150.365	228.4389	89.6044	0.2304	-77.5159
<b>R8</b>	228.217	-30.3673	228.3918	-150.3624	228.5334	89.6094	0.2177	-77.4243
<b>R9</b>	228.3324	-30.364	228.4947	-150.3598	228.6279	89.6145	0.2049	-77.3213
<b>R10</b>	228.8042	-30.3498	228.9154	-150.3482	229.0137	89.6358	0.1526	-76.8703
<b>R11</b>	228.7167	-30.3086	228.7097	-150.3161	228.8067	89.6966	0.1231	-76.3783
<b>R12</b>	229.3809	-30.3727	229.4708	-150.3724	229.554	89.6156	0.1308	-76.9496
<b>R13</b>	229.8817	-30.3997	229.9585	-150.4002	230.0328	89.5904	0.1175	-76.757
<b>R14</b>	230.3825	-30.4267	230.4463	-150.4278	230.5117	89.5653	0.1041	-76.5151
<b>R15</b>	230.8118	-30.4497	230.8644	-150.4513	230.9222	89.5438	0.0927	-76.2524
<b>R16</b>	225.9775	-30.2651	226.2298	-150.2562	226.4236	89.7004	0.2966	-77.7546
<b>R17</b>	227.0602	-30.2952	227.2556	-150.2893	227.4112	89.6784	0.2387	-77.488
<b>R18</b>	230.4877	-30.4406	230.555	-150.4413	230.6235	89.5512	0.1079	-76.136
<b>I2</b>	221.5307	-29.7329	222.1896	-149.7372	222.5058	90.1125	0.6598	-91.5741
<b>C2</b>	228.6993	-30.517	228.8527	-150.4866	228.9784	89.4793	0.1651	24.6062

<b>C3</b>	227.2621	-30.7304	227.5686	-150.6701	227.817	89.2621	0.3302	24.6062
<b>C4</b>	226.304	-30.8214	226.7393	-150.7608	226.9867	89.1504	0.4345	22.1948
<b>C5</b>	225.3465	-30.9132	225.9105	-150.8521	226.1573	89.0378	0.5393	20.7186
<b>C6</b>	225.2978	-30.9956	225.895	-150.9317	226.1348	88.9557	0.5617	23.5266
<b>C7</b>	225.2496	-31.0779	225.8798	-151.0113	226.1129	88.8737	0.5853	26.1138
<b>C8</b>	225.2018	-31.1603	225.8652	-151.091	226.0914	88.7916	0.61	28.4959
<b>C9</b>	225.4029	-31.1535	226.0824	-151.0881	226.2706	88.7927	0.5945	29.569
<b>C10</b>	225.8887	-30.9341	226.2695	-150.8142	226.7172	89.0794	0.3918	27.2807
<b>C11</b>	226.0417	-31.2212	226.4465	-151.0427	227.068	88.8232	0.4	34.6061
<b>C12</b>	227.6608	-31.3818	228.1126	-151.1303	228.9303	88.688	0.361	40.8191
<b>C13</b>	224.5322	-31.4923	224.9551	-151.3041	225.6171	88.561	0.4526	35.9853
<b>C14</b>	223.6621	-30.7684	224.092	-150.6467	224.5654	89.2354	0.4503	22.7476
<b>C15</b>	223.3016	-30.7911	223.9924	-150.7428	224.1931	89.1257	0.6238	17.1606
<b>C16</b>	222.796	-30.7522	223.5649	-150.7181	223.6928	89.1401	0.6461	16.426
<b>C17</b>	221.0505	-30.621	221.7903	-150.5719	222.0167	89.2848	0.6874	15.0607
<b>C18</b>	222.0612	-30.6797	222.9332	-150.6689	222.9447	89.1777	0.6686	15.7407
<b>C19</b>	223.9908	-31.3782	224.6703	-151.3014	224.9288	88.5802	0.651	29.6572
<b>C20</b>	226.0893	-31.1886	226.8395	-151.1463	226.8973	88.7305	0.5791	30.6994

*Tabla 9.2: Resultados tensión cargas en triángulo*

		<b>A</b>		<b>B</b>		<b>C</b>		<b>N</b>	
<b>Rama</b>	<b>Sentido No-Nd</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>
<b>1</b>	<b>1-R2</b>	66.9154	-48.1586	73.3963	-168.3735	66.4598	71.6699	6.5397	13.7594

	<b>R2-1</b>	66.9154	131.8414	73.3963	11.6265	66.4598	-108.3301	6.5397	-166.2406
2	<b>R2-R3</b>	66.9154	-48.1586	73.3963	-168.3735	66.4598	71.6699	6.5397	13.7594
	<b>R3-2R</b>	66.9154	131.8414	73.3963	11.6265	66.4598	-108.3301	6.5397	-166.2406
3	<b>R3-R4</b>	47.2452	-48.0443	47.1171	-168.2929	46.8224	71.7685	0.2434	113.696
	<b>R4-R3</b>	47.2452	131.9557	47.1171	11.7071	46.8224	-108.2315	0.2434	-66.304
4	<b>R4-R5</b>	64.5604	-48.1962	64.4369	-168.3942	64.1121	71.6518	0.2551	112.3892
	<b>R5-R4</b>	64.5604	131.8038	64.4369	11.6058	64.1121	-108.3482	0.2551	-67.6108
5	<b>R5-R6</b>	64.5604	-48.1962	64.4369	-168.3942	64.1121	71.6518	0.2551	112.3892
	<b>R6-R5</b>	64.5604	131.8038	64.4369	11.6058	64.1121	-108.3482	0.2551	-67.6108
6	<b>R6-R7</b>	16.5575	130.8705	16.5991	10.9657	16.63	-109.0674	0.0489	126.28
	<b>R7-R6</b>	16.5575	-49.1295	16.5991	-169.0343	16.63	70.9326	0.0489	-53.72
7	<b>R7-R8</b>	16.5575	130.8705	16.5991	10.9657	16.63	-109.0674	0.0489	126.28
	<b>R7-R8</b>	16.5575	-49.1295	16.5991	-169.0343	16.63	70.9326	0.0489	-53.72
8	<b>R8-R9</b>	16.5575	130.8705	16.5991	10.9657	16.63	-109.0674	0.0489	126.28
	<b>R9-R8</b>	16.5575	-49.1295	16.5991	-169.0343	16.63	70.9326	0.0489	-53.72
9	<b>R9-R10</b>	67.9204	131.4007	67.9291	11.3362	67.801	-108.6551	0.0611	-89.2347
	<b>R9-R10</b>	67.9204	-48.5993	67.9291	-168.6638	67.801	71.3449	0.0611	90.7653
10	<b>R3-R11</b>	19.6705	-48.4333	26.2793	-168.5181	19.6377	71.4347	6.5861	11.6728
	<b>R11-R3</b>	19.6705	131.5667	26.2793	11.4819	19.6377	-108.5653	6.5861	-168.3272
11	<b>R4-R12</b>	17.3158	131.3892	17.3201	11.3304	17.2901	-108.6643	0.013	-92.9161
	<b>R12-R4</b>	17.3158	-48.6108	17.3201	-168.6696	17.2901	71.3357	0.013	87.0839
12	<b>R12-R13</b>	17.3158	131.3892	17.3201	11.3304	17.2901	-108.6643	0.013	-92.9161
	<b>R13-R12</b>	17.3158	-48.6108	17.3201	-168.6696	17.2901	71.3357	0.013	87.0839
13	<b>R13-R14</b>	17.3158	131.3892	17.3201	11.3304	17.2901	-108.6643	0.013	-92.9161

	<b>R14-R13</b>	17.3158	-48.6108	17.3201	-168.6696	17.2901	71.3357	0.013	87.0839
<b>14</b>	<b>R14-R15</b>	17.3158	131.3892	17.3201	11.3304	17.2901	-108.6643	0.013	-92.9161
	<b>R14-R15</b>	17.3158	-48.6108	17.3201	-168.6696	17.2901	71.3357	0.013	87.0839
<b>15</b>	<b>R6-R16</b>	81.1161	-48.3867	81.0352	-168.5253	80.7411	71.5037	0.208	109.1524
	<b>R16-R6</b>	81.1161	131.6133	81.0352	11.4747	80.7411	-108.4963	0.208	-70.8476
<b>16</b>	<b>R9-R17</b>	51.3638	-48.4284	51.3304	-168.544	51.1716	71.4789	0.1048	106.4954
	<b>R17-R9</b>	51.3638	131.5716	51.3304	11.456	51.1716	-108.5211	0.1048	-73.5046
<b>17</b>	<b>R10-R18</b>	67.9204	131.4007	67.9291	11.3362	67.801	-108.6551	0.0611	-89.2347
	<b>R18-R10</b>	67.9204	-48.5993	67.9291	-168.6638	67.801	71.3449	0.0611	90.7653
<b>18</b>	<b>1-I2</b>	150.593 2	-61.3728	150.0954	178.3213	149.1575	58.3295	0.9464	117.187
	<b>I2-1</b>	150.593 2	118.6272	150.0954	-1.6787	149.1575	-121.6705	0.9464	-62.813
<b>19</b>	<b>1-C2</b>	93.1903	-29.9757	84.6385	-146.9821	91.5232	90.8694	8.4478	172.0535
	<b>C2-1</b>	93.1903	150.0243	84.6385	33.0179	91.5232	-89.1306	8.4478	-7.9465
<b>20</b>	<b>C2-C3</b>	93.1903	-29.9757	84.6385	-146.9821	91.5232	90.8694	8.4478	172.0535
	<b>C3-C2</b>	93.1903	150.0243	84.6385	33.0179	91.5232	-89.1306	8.4478	-7.9465
<b>21</b>	<b>C3-C4</b>	53.9016	-36.6014	53.2777	-156.1661	60.6038	81.5814	7.1495	-118.4945
	<b>C4-C3</b>	53.9016	143.3986	53.2777	23.8339	60.6038	-98.4186	7.1495	61.5055
<b>22</b>	<b>C4-C5</b>	53.9016	-36.6014	53.2777	-156.1661	60.6038	81.5814	7.1495	-118.4945
	<b>C5-C4</b>	53.9016	143.3986	53.2777	23.8339	60.6038	-98.4186	7.1495	61.5055
<b>23</b>	<b>C5-C6</b>	18.7306	26.9002	18.5371	-92.5915	19.4024	137.0599	3.5826	-117.6383
	<b>C6-C5</b>	18.7306	-153.0998	18.5371	87.4085	19.4024	-42.9401	3.5826	62.3617
<b>24</b>	<b>C6-C7</b>	18.7306	26.9002	18.5371	-92.5915	19.4024	137.0599	3.5826	-117.6383
	<b>C7-C6</b>	18.7306	-153.0998	18.5371	87.4085	19.4024	-42.9401	3.5826	62.3617



25	<b>C7-C8</b>	18.7306	26.9002	18.5371	-92.5915	19.4024	137.0599	3.5826	-117.6383
	<b>C8-C7</b>	18.7306	-153.0998	18.5371	87.4085	19.4024	-42.9401	3.5826	62.3617
26	<b>C8-C9</b>	12.9388	122.5703	12.8286	3.1566	9.4439	-116.8449	3.5542	-116.3787
	<b>C9-C8</b>	12.9388	-57.4297	12.8286	-176.8434	9.4439	63.1551	3.5542	63.6213
27	<b>C3-C10</b>	40.1335	-21.0609	33.1529	-132.1202	33.1881	108.0105	8.9489	123.6275
	<b>C10-C3</b>	40.1335	158.9391	33.1529	47.8798	33.1881	-71.9895	8.9489	-56.3725
28	<b>C10-C11</b>	23.8801	44.847	26.7915	-56.8564	26.7792	-176.3948	8.7456	123.7005
	<b>C11-C10</b>	23.8801	-135.153	26.7915	123.1436	26.7792	3.6052	8.7456	-56.2995
29	<b>C11-C12</b>	23.5853	122.8014	31.8445	2.6004	31.9241	-116.7712	8.6014	122.7669
	<b>C12-C11</b>	23.5853	-57.1986	31.8445	-177.3996	31.9241	63.2288	8.6014	-57.2331
30	<b>C11-C13</b>	29.8571	-5.7361	29.4061	-125.7097	29.524	114.7205	0.2019	167.6691
	<b>C13-C11</b>	29.8571	174.2639	29.4061	54.2903	29.524	-65.2795	0.2019	-12.3309
31	<b>C10-C14</b>	37.3967	-56.7181	36.9463	-176.6511	37.0994	63.6533	0.2037	120.4897
	<b>C14-C10</b>	37.3967	123.2819	36.9463	3.3489	37.0994	-116.3467	0.2037	-59.5103
32	<b>C5-C15</b>	48.5314	-56.8079	47.9906	-176.4032	52.1203	63.7202	3.5677	-119.3542
	<b>C15-C5</b>	48.5314	123.1921	47.9906	3.5968	52.1203	-116.2798	3.5677	60.6458
33	<b>C15-C16</b>	10.8105	-56.9519	10.6884	-176.4201	14.452	63.6828	3.616	-116.8836
	<b>C16-C15</b>	10.8105	123.0481	10.6884	3.5799	14.452	-116.3172	3.616	63.1164
34	<b>C15-C17</b>	37.7209	-56.7666	37.3022	-176.3984	37.6683	63.7346	0.1622	134.5663
	<b>C17-C15</b>	37.7209	123.2334	37.3022	3.6016	37.6683	-116.2654	0.1622	-45.4337
35	<b>C16-C18</b>	10.8105	-56.9519	10.6884	-176.4201	14.452	63.6828	3.616	-116.8836
	<b>C18-C16</b>	10.8105	123.0481	10.6884	3.5799	14.452	-116.3172	3.616	63.1164
36	<b>C8-C19</b>	23.7936	-5.8604	23.5761	-125.3706	23.8167	114.6654	0.0834	172.9128
	<b>C19-C8</b>	23.7936	174.1396	23.5761	54.6294	23.8167	-65.3346	0.0834	-7.0872

<b>37</b>	<b>C8-C19</b>	12.9388	122.5703	12.8286	3.1566	9.4439	-116.8449	3.5542	-116.3787
	<b>C19-C8</b>	12.9388	-57.4297	12.8286	-176.8434	9.4439	63.1551	3.5542	63.6213
<b>Trans</b>	<b>Pri</b>	6.0012	-19.3359	5.9659	-139.1326	6.002	101.0569	0	0
	<b>Sec</b>	302.105 3	130.8278	298.2932	10.9212	298.0564	-109.1602	4.3242	-55.5354

*Tabla 9.3: Resultados intensidad cargas en estrella*

		<b>A</b>		<b>B</b>		<b>C</b>		<b>N</b>	
<b>Rama</b>	<b>Sentido No-Nd</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>	<b>Módulo (A)</b>	<b>Ángulo(°)</b>
<b>1</b>	<b>1-R2</b>	66.734	-48.2816	70.0452	-166.7431	70.0316	70.1593	0	-96.9315
	<b>R2-1</b>	66.734	131.7184	70.0452	13.2569	70.0316	-109.8407	0	83.0685
<b>2</b>	<b>R2-R3</b>	66.734	-48.2816	70.0452	-166.7431	70.0316	70.1593	0	-105.8262
	<b>R3-2R</b>	66.734	131.7184	70.0452	13.2569	70.0316	-109.8407	0	74.1738
<b>3</b>	<b>R3-R4</b>	47.0616	-48.1886	47.0617	-168.1886	47.0617	71.8113	0	-123.9894
	<b>R4-R3</b>	47.0616	131.8114	47.0617	11.8114	47.0617	-108.1887	0	56.0106
<b>4</b>	<b>R4-R5</b>	64.3699	-48.3119	64.37	-168.3119	64.37	71.688	0	-115.265
	<b>R5-R4</b>	64.3699	131.6881	64.37	11.6881	64.37	-108.312	0	64.735
<b>5</b>	<b>R5-R6</b>	64.3699	-48.3119	64.37	-168.3119	64.37	71.688	0	-145.107
	<b>R6-R5</b>	64.3699	131.6881	64.37	11.6881	64.37	-108.312	0	34.893
<b>6</b>	<b>R6-R7</b>	16.5957	130.9241	16.5957	10.9241	16.5957	-109.0758	0	-73.1911
	<b>R7-R6</b>	16.5957	-49.0759	16.5957	-169.0759	16.5957	70.9242	0	106.8089
<b>7</b>	<b>R7-R8</b>	16.5957	130.9241	16.5957	10.9241	16.5957	-109.0758	0	84.4206
	<b>R7-R8</b>	16.5957	-49.0759	16.5957	-169.0759	16.5957	70.9242	0	-95.5794

<b>8</b>	<b>R8-R9</b>	16.5957	130.9241	16.5957	10.9241	16.5957	-109.0758	0	93.2736
	<b>R9-R8</b>	16.5957	-49.0759	16.5957	-169.0759	16.5957	70.9242	0	-86.7264
<b>9</b>	<b>R9-R10</b>	67.8839	131.3616	67.8839	11.3616	67.8839	-108.6384	0	103.9546
	<b>R9-R10</b>	67.8839	-48.6384	67.8839	-168.6384	67.8839	71.3616	0	-76.0454
<b>10</b>	<b>R3-R11</b>	19.6726	-48.5042	23.0291	-163.7882	23.0295	66.7818	0	20.1235
	<b>R11-R3</b>	19.6726	131.4958	23.0291	16.2118	23.0295	-113.2182	0	-159.8765
<b>11</b>	<b>R4-R12</b>	17.3087	131.3527	17.3087	11.3527	17.3087	-108.6473	0	-83.8582
	<b>R12-R4</b>	17.3087	-48.6473	17.3087	-168.6473	17.3087	71.3527	0	96.1418
<b>12</b>	<b>R12-R13</b>	17.3087	131.3527	17.3087	11.3527	17.3087	-108.6473	0	-111.7155
	<b>R13-R12</b>	17.3087	-48.6473	17.3087	-168.6473	17.3087	71.3527	0	68.2845
<b>13</b>	<b>R13-R14</b>	17.3087	131.3527	17.3087	11.3527	17.3087	-108.6473	0	174.4
	<b>R14-R13</b>	17.3087	-48.6473	17.3087	-168.6473	17.3087	71.3527	0	-5.6
<b>14</b>	<b>R14-R15</b>	17.3087	131.3527	17.3087	11.3527	17.3087	-108.6473	0	-153.551
	<b>R14-R15</b>	17.3087	-48.6473	17.3087	-168.6473	17.3087	71.3527	0	26.449
<b>15</b>	<b>R6-R16</b>	80.9644	-48.4685	80.9645	-168.4685	80.9645	71.5315	0	31.783
	<b>R16-R6</b>	80.9644	131.5315	80.9645	11.5315	80.9645	-108.4685	0	-148.217
<b>16</b>	<b>R9-R17</b>	51.2888	-48.4969	51.2889	-168.4969	51.2889	71.5031	0	122.8494
	<b>R17-R9</b>	51.2888	131.5031	51.2889	11.5031	51.2889	-108.4969	0	-57.1506
<b>17</b>	<b>R10-R18</b>	67.8839	131.3616	67.8839	11.3616	67.8839	-108.6384	0	22.2538
	<b>R18-R10</b>	67.8839	-48.6384	67.8839	-168.6384	67.8839	71.3616	0	-157.7462
<b>18</b>	<b>1-I2</b>	149.948 6	-61.5743	149.9495	178.4259	149.9495	58.4255	0	-13.583
	<b>I2-1</b>	149.948 6	118.4257	149.9495	-1.5741	149.9495	-121.5745	0	166.417
<b>19</b>	<b>1-C2</b>	92.301	-29.2602	87.7367	-149.9196	89.2083	92.9581	0	-64.5877

	<b>C2-1</b>	92.301	150.7398	87.7367	30.0804	89.2083	-87.0419	0	115.4123
<b>20</b>	<b>C2-C3</b>	92.301	-29.2602	87.7367	-149.9196	89.2083	92.9581	0	-105.6126
	<b>C3-C2</b>	92.301	150.7398	87.7367	30.0804	89.2083	-87.0419	0	74.3874
<b>21</b>	<b>C3-C4</b>	56.3776	-39.5072	53.6759	-156.2709	57.742	84.3945	0	-68.86
	<b>C4-C3</b>	56.3776	140.4928	53.6759	23.7291	57.742	-95.6055	0	111.14
<b>22</b>	<b>C4-C5</b>	56.3776	-39.5072	53.6759	-156.2709	57.742	84.3945	0	162.511
	<b>C5-C4</b>	56.3776	140.4928	53.6759	23.7291	57.742	-95.6055	0	-17.489
<b>23</b>	<b>C5-C6</b>	17.9205	21.3347	18.6673	-92.7153	19.9236	142.5078	0	-66.7338
	<b>C6-C5</b>	17.9205	-158.6653	18.6673	87.2847	19.9236	-37.4922	0	113.2662
<b>24</b>	<b>C6-C7</b>	17.9205	21.3347	18.6673	-92.7153	19.9236	142.5078	0	86.8629
	<b>C7-C6</b>	17.9205	-158.6653	18.6673	87.2847	19.9236	-37.4922	0	-93.1371
<b>25</b>	<b>C7-C8</b>	17.9205	21.3347	18.6673	-92.7153	19.9236	142.5078	0	-87.9119
	<b>C8-C7</b>	17.9205	-158.6653	18.6673	87.2847	19.9236	-37.4922	0	92.0881
<b>26</b>	<b>C8-C9</b>	11.2025	128.1947	12.921	2.9568	11.199	-122.2558	0	85.4911
	<b>C9-C8</b>	11.2025	-51.8053	12.921	-177.0432	11.199	57.7442	0	-94.5089
<b>27</b>	<b>C3-C10</b>	38.164	-14.0245	34.8991	-140.1236	33.2413	107.9486	0	74.4377
	<b>C10-C3</b>	38.164	165.9755	34.8991	39.8764	33.2413	-72.0514	0	-105.5623
<b>28</b>	<b>C10-C11</b>	27.339	52.718	22.6306	-62.9307	26.9064	-176.5885	0	86.7974
	<b>C11-C10</b>	27.339	-127.282	22.6306	117.0693	26.9064	3.4115	0	-93.2026
<b>29</b>	<b>C11-C12</b>	27.7972	117.6398	27.7922	8.1119	32.0721	-117.1169	0	48.5919
	<b>C12-C11</b>	27.7972	-62.3602	27.7922	-171.8881	32.0721	62.8831	0	-131.4081
<b>30</b>	<b>C11-C13</b>	29.5954	-5.5696	29.5956	-125.57	29.5953	114.4299	0	11.4704
	<b>C13-C11</b>	29.5954	174.4304	29.5956	54.43	29.5953	-65.5701	0	-168.5296
<b>31</b>	<b>C10-C14</b>	37.1475	-56.5683	37.1477	-176.5685	37.1475	63.4313	0	80.9164

	<b>C14-C10</b>	37.1475	123.4317	37.1477	3.4315	37.1475	-116.5687	0	-99.0836
<b>32</b>	<b>C5-C15</b>	50.1506	-57.69	48.344	-176.4973	50.1566	64.6831	0	102.4906
	<b>C15-C5</b>	50.1506	122.31	48.344	3.5027	50.1566	-115.3169	0	-77.5094
<b>33</b>	<b>C15-C16</b>	12.6198	-61.3001	10.7794	-176.5654	12.6227	68.1408	0	86.7433
	<b>C16-C15</b>	12.6198	118.6999	10.7794	3.4346	12.6227	-111.8592	0	-93.2567
<b>34</b>	<b>C15-C17</b>	37.5643	-56.478	37.5646	-176.4778	37.5645	63.5218	0	53.2829
	<b>C17-C15</b>	37.5643	123.522	37.5646	3.5222	37.5645	-116.4782	0	-126.7171
<b>35</b>	<b>C16-C18</b>	12.6198	-61.3001	10.7794	-176.5654	12.6227	68.1408	0	8.4524
	<b>C18-C16</b>	12.6198	118.6999	10.7794	3.4346	12.6227	-111.8592	0	-171.5476
<b>36</b>	<b>C8-C19</b>	23.7295	-5.5244	23.7296	-125.5244	23.7296	114.4753	0	-177.1376
	<b>C19-C8</b>	23.7295	174.4756	23.7296	54.4756	23.7296	-65.5247	0	2.8624
<b>37</b>	<b>C8-C19</b>	11.2025	128.1947	12.921	2.9568	11.199	-122.2558	0	19.8898
	<b>C19-C8</b>	11.2025	-51.8053	12.921	-177.0432	11.199	57.7442	0	-160.1102
<b>Trans</b>	<b>Pri</b>	5.9955	-19.2142	5.9786	-139.1538	5.9926	100.9559	0	0
	<b>Sec</b>	299.958 5	130.879	299.2629	10.7692	299.114	-109.0604	0	92.8229

Tabla 9.4: Resultados intensidad cargas en triángulo

# REFERENCIAS

---

- [1] Red Electrica de España, REE. “Simulador de Impacto del VE”. <https://www.ree.es/sites/all/SimuladorVE/>
  - [2] Antonio Gómez-Expósito, Antonoi J. Conejo y Claudio Cañizares, “Electric Energy Systems, Analysis and Operation”.
  - [3] Antonio Gómez Expósito and Esther Romero Ramos, "Augmented Rectangular Load Flow Model," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, vol. 17, no. 2, pp. 271-276, MAY 2002.
  - [4] Javier Sánchez Reyes. “Formulación y Programación de un Flujo de Cargas Ampliado para Redes Trifásicas a Cuatro Hilos”. Universidad de Sevilla, 2017.
  - [5] Dario E. Rodas R., Antonio Padilha-Feltrin and Luis F. Ochoa, “Distribution Transformers Modeling with Angula Displacement- Actual Values and Per Unit Values”, pp 491, 492, 495-499. 2007
  - [6] Antonio Gómez Expósito and Esther Romero Ramos, "Augmented Rectangular Load Flow Model," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, vol. 17, no. 2, pp. 271-276, MAY 2002.
  - [7] CIGRE Task Force C6.04.02, "Benchmark Systems for Network Integration of Renewable and Distributed Energy Resources," *CIGRE*, 2014.
-

