

# APLICACIÓN DE MPC NO LINEAL BASADO EN MODELOS DE VOLTERRA A UNA PLANTA PILOTO

J. K. Gruber y C. Bordons

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática, Escuela Técnica Superior de Ingenieros  
 Universidad de Sevilla, Camino Descubrimientos, s/n., 41092 Sevilla  
 jgruber@cartuja.us.es, bordons@esi.us.es

## Resumen

El presente documento muestra la aplicación de una estrategia de control predictivo no lineal basado en modelo (*NMPC*) a un proceso de laboratorio: una planta piloto con una válvula de recirculación manipulable para controlar la temperatura en el reactor. El controlador está basado en un modelo diagonal de *Volterra* de segundo orden para considerar efectos no lineales. Para calcular la acción de control se utiliza un método iterativo que requiere pocos recursos computacionales. El comportamiento del proceso y del controlador se presentan mediante resultados experimentales

**Palabras clave:** control predictivo no lineal, modelos de Volterra, secuencia pseudo-aleatoria.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los modelos de *Volterra* representan la extensión simple y lógica de los modelos de convolución que han sido aplicados con gran éxito en control predictivo lineal basado en modelos (linear model predictive control, *MPC*). Estos modelos presentan genéricamente un buen comportamiento y se puede aprovechar su estructura en el diseño de controladores, especialmente en el caso de modelos de segundo orden. En el caso de un modelo de segundo orden y truncamiento de términos, el modelo tiene la forma

$$y(k) = h_0 + \sum_{i=1}^{N_1} a(i) u(k-i) + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=i}^{N_2} b(i,j) u(k-i) u(k-j) \quad (1)$$

que corresponde al modelo lineal de convolución con la no linealidad como término adicional y aditivo.

El control predictivo no lineal basado en modelos (nonlinear model predictive control, *NMPC*) es un campo joven y todavía existen pocas referencias de

aplicaciones industriales [1]. Pero la capacidad de considerar dinámicas más complejas y no lineales convierte el *NMPC* en una opción prometedora en el momento de controlar procesos reales. Aunque los procesos industriales demuestran en general un comportamiento no lineal, la mayoría de los controladores predictivos están basados en modelos lineales. Sin embargo, los procesos fuertemente no lineales justifican el uso de *NMPC*.

En los procesos fuertemente no lineales la aplicación de *MPC* lineal puede ser poco efectiva y requiere el empleo de controladores no lineales. La principal ventaja de *NMPC* representa la posibilidad de considerar la dinámica no lineal. Enfrente a esta gran ventaja existen también desventajas que son: la obtención de un modelo no lineal a partir de datos experimentales y el problema de optimización del cálculo de la acción de control.

Este documento presenta la aplicación de control predictivo no lineal a un proceso de laboratorio. El modelo dinámico está basado en un modelo de *Volterra* y la optimización del cálculo de la acción de control se realiza mediante un método iterativo presentado por Doyle *et al.* [5]. El documento está distribuido de la siguiente manera: en el apartado 2 se explica el proceso utilizado y el problema que resulta del mismo, en el apartado 3 se presenta la identificación del modelo de *Volterra* y en el 4 se muestra la ley de control predictivo no lineal. En el apartado 5 se presentan los resultados de la aplicación del controlador no lineal al proceso real y en el 6 se presentan las conclusiones derivadas de la aplicación de este tipo de controlador.

## 2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Para la aplicación de un control no lineal se ha elegido un proceso real representado por una planta piloto, estudiado anteriormente por varios autores [6, 10, 2]. La planta piloto puede simular reacciones químicas exotérmicas a base de cambios en la temperatura. Los cuatro elementos principales de la planta son: el reactor, la resistencia, el intercambiador de calor y la válvula de recirculación, ver la figura 1.

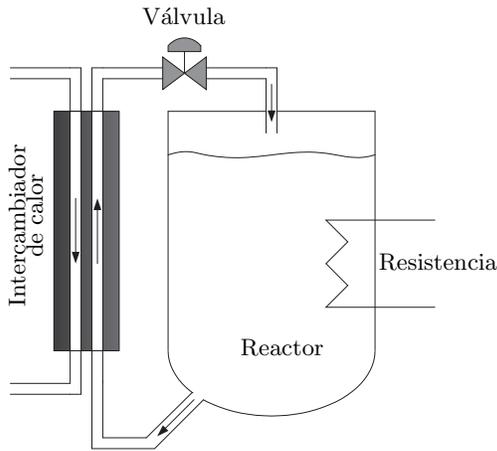


Figura 1: Diagrama de la planta piloto con los cuatro elementos: reactor, válvula de recirculación, resistencia y intercambiador de calor.

Mediante la resistencia se puede suministrar energía calórica y en consecuencia aumentar la temperatura del contenido del reactor. Para la reducción de la temperatura del contenido del reactor se utiliza el intercambiador de calor. El transporte de energía calórica desde el reactor al intercambiador de calor se puede regular mediante la válvula. El contenido saliente del reactor que pasa por el intercambiador de calor entra otra vez en el reactor tal que la planta piloto representa un sistema cerrado con respecto a la masa.

La planta piloto representada (ver la figura 1) se utiliza en general para simular experimentos de reacciones químicas exotérmicas. Para información más detallada sobre el proceso utilizado ver [2, 3]. En este documento no se utiliza un modelo matemático para calcular la energía calórica generada por una presunta reacción química, sino que se fija la resistencia a un valor constante. Con la resistencia fijada a un valor constante, eso significa que la resistencia no representa una entrada manipulable del proceso, la planta piloto representa un sistema *SISO* (single in single out) con una entrada (la apertura de la válvula) y una salida (la temperatura en el reactor).

La idea de este artículo es la obtención de un modelo matemático discreto para representar el cambio de la temperatura  $T$  en dependencia de la apertura de la válvula de recirculación  $v_8$  con un suministro constante de energía (resistencia fijado a un valor constante) y su posterior uso para el desarrollo de un controlador predictivo no lineal. Tal modelo se puede escribir de la siguiente manera:

$$y(k+1) = f(u(k), u(k-1), u(k-2), \dots) \quad (2)$$

con la salida  $y$  (temperatura  $T$ ) y la entrada  $u$  (apertura de la válvula  $v_8$ ).

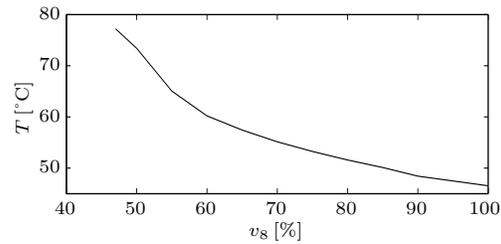


Figura 2: Relación entre apertura de la válvula y temperatura en régimen estacionario y resistencia con un valor constante del 50 %.

El modelo para identificar debería considerar la dinámica y los efectos no lineales del proceso de laboratorio. Una de las no linealidades es la relación entre la apertura de la válvula  $v_8$  y la temperatura  $T$  en régimen estacionario y la resistencia con un valor constante, ver la figura 2.

### 3 IDENTIFICACIÓN DE MODELOS

La identificación de parámetros de modelos consiste en la mayoría de los casos de cuatro partes: elección de la estructura del modelo, elección de señales de entrada adecuadas, ensayos con aplicación de las señales elegidas para conseguir datos de tipo entrada-salida, así como la propia identificación de los parámetros del modelo.

#### 3.1 ESTRUCTURA DE MODELO

A pesar del hecho que los sistemas físicos evolucionan en general en tiempo continuo, la mayoría de esquemas de control basados en modelos utilizan ordenadores para recoger las medidas de los sensores en el instante de tiempo discreto  $t_k$  y realizan las acciones de control algunos instantes más tarde en  $t_{k+n}$ . Por estas razones existe la necesidad de describir sistemas continuos mediante modelos en tiempo discreto. Los modelos de *Volterra* permiten la representación de sistemas complejos y no lineales mediante modelos discretos y por lo tanto su uso en el control de estos sistemas.

Finalmente, se ha elegido un modelo de *Volterra* de segundo orden que representa un modelo no lineal, con el fin de considerar la dinámica compleja del proceso real. La estructura general de un modelo de *Volterra* de segundo orden es la siguiente:

$$y(k) = h_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a(i) u(k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} b(i,j) u(k-i) u(k-j) \quad (3)$$

Con el fin de reducir considerablemente el número de parámetros para identificar, se ha elegido un modelo diagonal de *Volterra* que representa un caso especial del modelo de *Volterra*. En este tipo de modelo se consideran solamente los términos cuadráticos de los pasados valores de la entrada y no se utilizan los términos cruzados de los mismos. Esta reducción de parámetros resulta en la siguiente estructura de modelo:

$$y(k) = h_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a(i) u(k-i) + \sum_{i=1}^{\infty} b(i) u(k-i)^2 \quad (4)$$

Con el truncamiento a  $N_1$  términos lineales y  $N_2$  términos no lineales el modelo diagonal de *Volterra* tiene la siguiente forma:

$$y(k) = h_0 + \sum_{i=1}^{N_1} a(i) u(k-i) + \sum_{i=1}^{N_2} b(i) u(k-i)^2 \quad (5)$$

### 3.2 SEÑAL DE ENTRADA

Para la identificación de los parámetros del modelo diagonal de *Volterra* hay que utilizar datos de tipo entrada-salida adecuados. La obtención de estos datos requiere la elección de una señal de entrada adecuada. La señal de entrada debe permitir la identificación de la dinámica compleja del sistema.

En muchas identificaciones de sistemas se utiliza como señal de entrada el ruido blanco de *Gauss* [8]. No obstante, el ruido blanco de *Gauss* es bastante atractivo en teoría, pero poco atractivo en el momento de aplicarlo al sistema [9]. El uso de ruido blanco como señal de entrada para una válvula resulta en un movimiento constante de la misma y puede dañarla. Por estas razones hay que encontrar una señal de entrada aplicable que no dañe la válvula pero permita la identificación de los parámetros del modelo.

Para la identificación de sistemas lineales se usa en muchos casos una *PRBS* (Pseudo Random Binary Sequence). Desafortunadamente, las *PRBS* tienen una gran deficiencia en el momento de identificar sistemas no lineales debido a la excitación insuficiente del sistema [8].

Por los problemas con el ruido blanco de *Gauss* y la *PRBS* se ha elegido finalmente como señal de entrada una *PRMS* (Pseudo Random Multilevel Sequence). Las *PRMS* tienen, al contrario que las *PRBS*, no solamente dos niveles, sino varios

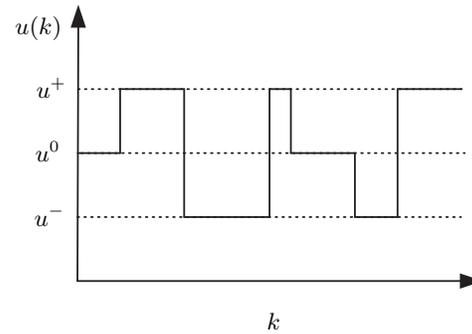


Figura 3: Secuencia (*PRMS*) de entrada para la identificación de modelos de *Volterra* hasta segundo orden.

niveles. La ampliación del número de diferentes niveles en la señal de entrada permite una mejor excitación del sistema. Las *PRMS* con  $N + 1$  niveles pueden excitar suficientemente sistemas de *Volterra* de orden  $N$  [8]. Por el orden  $N = 2$  del modelo diagonal de *Volterra* que se utiliza en este documento se usa una *PRMS* con tres niveles  $u(k) = \{u_-, u_0, u_+\}$ , ver la figura 3.

### 3.3 ENSAYO

En un primer paso se han realizado varios ensayos de la planta piloto con el objetivo de conseguir datos para la identificación de un modelo de tipo *Volterra*. Para los ensayos se ha fijado la resistencia a un valor constante del 50 % ( $\rightarrow 7500$  W) y la apertura de la válvula se ha calculado mediante el método *PRMS* con tres niveles  $v_8 = \{30, 60, 90\}$  %. Los ensayos se realizaron con periodos variables de la *PRMS*, pero bastante largos para observar la reacción de la planta piloto a cambios en la entrada, ver la figura 4.

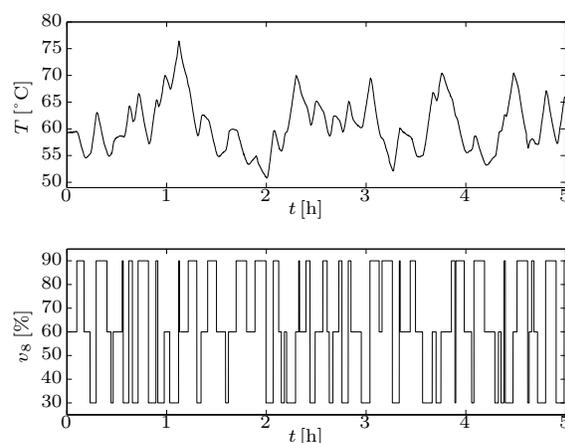


Figura 4: Resultados de ensayo de la planta piloto con la entrada calculada mediante el método de *PRMS* con tres niveles de la apertura de la válvula de recirculación  $v_8 = \{30, 60, 90\}$  %.

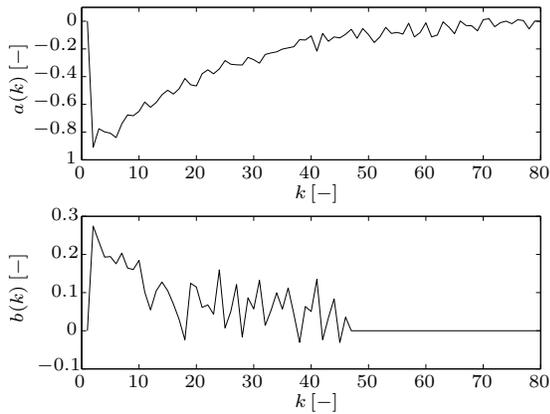


Figura 5: Parámetros identificados del modelo no lineal con  $N_1 = 80$  y  $N_2 = 45$ .

### 3.4 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Finalmente, con los datos entrada-salida obtenidos en los ensayos, se ha realizado la identificación de los parámetros del modelo diagonal de *Volterra* de segundo orden. Para la identificación de los parámetros se ha utilizado el método de mínimos cuadrados.

Antes de identificar los parámetros, se ha normalizado la entrada de la siguiente manera:

$$\tilde{u} = \frac{u - u_0}{\Delta u} \quad (6)$$

con  $u_0 = 60$  y  $\Delta u = 30$  así que la entrada normalizada tiene los niveles  $\tilde{u} = \{-1, 0, 1\}$ .

Durante el proceso de identificación se ha observado que la elección de un tiempo de muestreo de  $t_m = 30$  s representa un buen compromiso entre la bondad de la identificación y el número de parámetros. Además se ha observado que, con el tiempo de muestreo de  $t_m = 30$  s, el sistema tiene un retardo de 1 periodo de muestreo.

Finalmente, se han identificado  $N_1 = 80$  parámetros de primer orden y  $N_2 = 45$  parámetros de segundo orden. Los parámetros identificados se pueden ver en la figura 5. El offset del modelo tiene un valor de  $h_0 = 59.1$  °C.

Para evitar problemas en la posterior implementación del controlador predictivo se normaliza la salida del sistema y la referencia, de tal manera que desaparece el offset del modelo:

$$\tilde{y} = y - h_0 \quad (7)$$

$$\tilde{r} = r - h_0 \quad (8)$$

## 4 LEY DE CONTROL

Para predecir el futuro comportamiento del proceso se utiliza el modelo no lineal identificado

en una representación de *DMC* (Dynamic Matrix Control) [4] extendida al caso no lineal. Para el modelo de segundo orden los futuros valores de la salida vienen definidos como:

$$\tilde{y} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{c} + \mathbf{f} \quad (9)$$

con

$$\mathbf{f} = \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}_2 \tilde{\mathbf{u}} \quad (10)$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{u}}_{pas} + \tilde{\mathbf{u}}_{pas}^T \mathbf{H}_2 \tilde{\mathbf{u}}_{pas} + \mathbf{d} \quad (11)$$

y las matrices  $\mathbf{G}$  (12) y  $\mathbf{H}$  (13) que representan la parte lineal del modelo identificado. Las matrices  $\mathbf{G}_2$  y  $\mathbf{H}_2$  consideran la parte no lineal identificada y tienen la forma que se puede ver en (14) y (15), respectivamente. El vector  $\mathbf{d} = [d(k+1), d(k+1), \dots, d(k+1)]^T$  contiene la diferencia entre la salida del proceso y la salida del modelo en el instante  $k$ .

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & a_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & a_1 + a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_P & a_{P-1} & \dots & \sum_{i=1}^{P+M+1} a_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & \dots & \dots & a_N & 0 \\ a_3 & a_4 & \dots & a_{N-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & a_1 \\ a_{P-1} & a_P & \vdots & \vdots & \vdots & a_1 + a_2 \\ a_P & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & b_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & b_1 + b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_P & b_{P-1} & \dots & \sum_{i=1}^{P+M+1} b_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} b_2 & b_3 & \dots & \dots & b_N & 0 \\ b_3 & b_4 & \dots & b_{N-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & b_1 \\ b_{P-1} & b_P & \vdots & \vdots & \vdots & b_1 + b_2 \\ b_P & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Con la anterior representación del modelo no lineal se ha elegido un enfoque iterativo para calcular la acción de control. Este enfoque, presentado por Doyle *et al.* [5, 7], no considera restricciones en la acción de control. El esquema para calcular la acción de control es el siguiente:

- Paso 1: poner  $i = 1$
- Paso 2: resolver las ecuaciones

$$\mathbf{a} = \left( (\mathbf{r} - \mathbf{c} - \mathbf{f})^T \mathbf{G} \right)^T \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{a} \quad (17)$$

- Paso 3: comprobar si la  $\mathbf{u}$  calculada cumple la condición

$$\left| \tilde{u}^{(i)}(k) - \tilde{u}^{(i)}(k-1) \right| < \delta \quad (18)$$

- Paso 4: Si la anterior condición está cumplida, poner  $\tilde{u}(k) = \tilde{u}^{(i)}(k)$  y aplica  $\tilde{u}(k)$ . Si la anterior condición no está cumplida, recalculan  $\mathbf{f}$  usando  $\tilde{u}^{(i)}(k)$ , poner  $i = i + 1$  y volver a paso 2.

Como no se utilizan restricciones para calcular las acciones de control se usa la saturación

$$\tilde{u}(k) = \begin{cases} \tilde{u}_{min} & \text{si } \tilde{u}(k) < \tilde{u}_{min} \\ \tilde{u}(k) & \text{en otro caso} \\ \tilde{u}_{max} & \text{si } \tilde{u}(k) > \tilde{u}_{max} \end{cases} \quad (19)$$

que limita la acción de control al intervalo  $\tilde{u}_{min} \leq \tilde{u}(k) \leq \tilde{u}_{max}$ .

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTALES

El proceso se controla mediante el sistema de control distribuido *Simatic-IT* que incluye un Automata Programable denominado *PMC 10*. El algoritmo de control se ejecuta en *Matlab* e intercambia información con el sistema de control distribuido a través de *OPC*.

La figura 6 muestra los resultados de un ensayo de la planta piloto controlado mediante el

*NMPC*. Por los 80 elementos lineales del modelo no lineal identificado se ha elegido un orden de truncamiento de  $N = 80$ . Para el horizonte de predicción y el horizonte de control se han utilizado  $P = 80$  y  $M = 15$ , respectivamente.

En la gráfica se pueden ver arriba la temperatura y la referencia, en el centro la acción de control y abajo las iteraciones necesarias para cumplir la condición de convergencia. La temperatura del proceso sigue bien la referencia y muestra pocas oscilaciones. Solamente en el momento de cambio de la referencia hay grandes divergencias entre temperatura y referencia, pero el controlador no lineal compensa estas divergencias en un tiempo razonable. Las acciones de control muestran considerables oscilaciones a lo largo del ensayo, incluso en instantes en los que no hay divergencias entre temperatura y referencia. En los momentos de cambio de referencia, la acción de control (la apertura de la válvula) ha sido limitada por la saturación a los valores mínimos y máximos permitidos. Con respecto a las iteraciones para cumplir la condición de divergencia se puede ver que el algoritmo necesitaba entre 3 y 11 iteraciones, que significa un cálculo rápido con los ordenadores actuales.

Además se han realizado ensayos de control predictivo lineal para obtener datos de comparación. Con el *NMPC* se ha podido reducir la suma del error cuadrático entre salida del proceso y referencia un 5.1 % frente al error del proceso controlado por un *MPC*.

## 6 CONCLUSIONES

En este documento se ha mostrado la aplicación de un *NMPC* basado en un modelo diagonal de *Volterra* a un proceso de laboratorio. El procedimiento de desarrollo del controlador es simple (por el uso de un modelo de *Volterra*) y rápido. El cálculo de la acción de control se ha realizado con un método iterativo que converge en pocas iteraciones y por consiguiente requiere pocos recursos. En los resultados se ha podido ver un buen comportamiento del proceso, pero también cambios permanentes en la entrada del sistema.

Para reducir estos cambios permanentes en la apertura de la válvula se puede pensar en una extensión de la ley de control, de tal manera que se incluye una ponderación de los cambios de control  $\Delta \mathbf{u}$  en el algoritmo de control. Para reducir el error entre temperatura y referencia se puede incluir restricciones para la acción de control, de tal manera que se puede eliminar la saturación utilizada en la entrada del sistema. Esta medida obligaría a cambiar del algoritmo iterativo a pro-

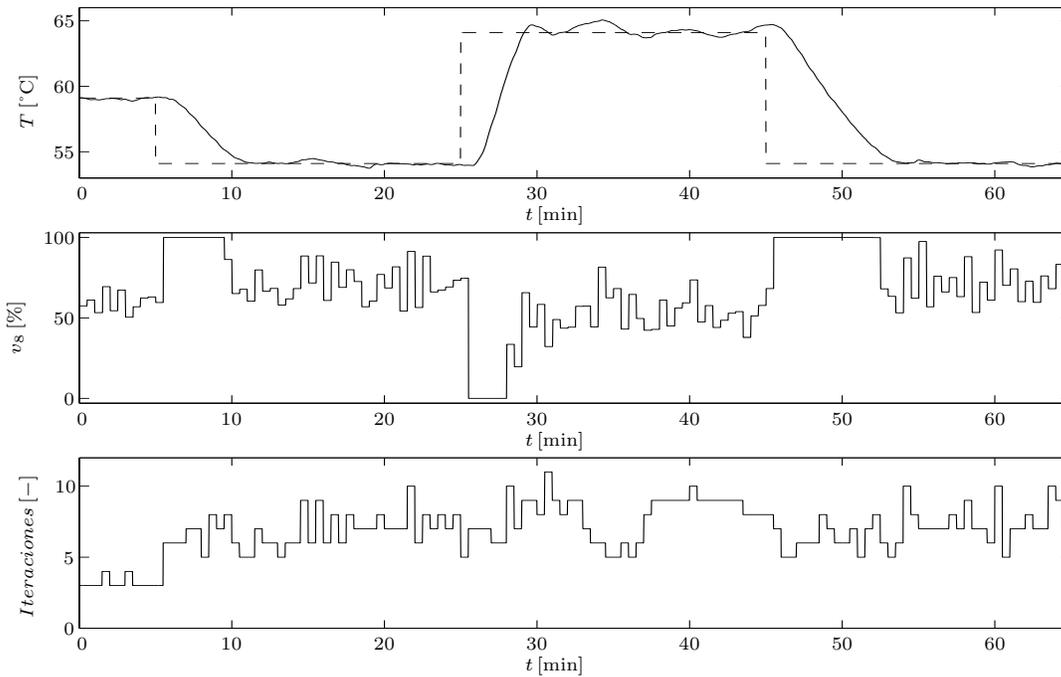


Figura 6: Resultado del ensayo de la planta piloto controlado por el *MPC* no lineal con cálculo iterativo de la acción de control. Arriba: la temperatura y la referencia, centro: la acción de control, abajo: las iteraciones necesarias para cumplir la condición de convergencia.

gramación cuadrática (*QP*).

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto de investigación DPI-2004-07444-C04-01.

### Referencias

- [1] Camacho, E.F., Bordons, C., (2004) "Model Predictive Control", Second Edition, Springer, London.
- [2] Cueli, J.R., (2005) "Control predictivo para procesos repetitivos", Tesis doctoral, Universidad de Sevilla.
- [3] Cueli, J.R., Bordons, C. (2005) "Iterative Nonlinear Control of a Semibatch Reactor. Stability Analysis", In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, Sevilla.
- [4] Cutler, C.R., Ramaker, B.C., (1980) "Dynamic Matrix Control – A Computer Control Algorithm", In *Automatic Control Conference*, San Francisco.
- [5] Doyle, F.J., Pearson, R.K., Ogunnaike, B.A., (2002) "Identification and Control Using Volterra Models", Springer, London.
- [6] Hugo, P., Steinbach, J., Stoessel, F., (1988) "Calculation of the maximum temperature in stirred tank reactors in case of breakdown of cooling", *Chemical Engineering Science*, Vol. 43, No. 8, pp 2147-2152.
- [7] Maner, B.R., Doyle, F.J., Ogunnaike, B.A., Pearson, R.K., (1996) "Nonlinear Model Predictive Control of a Simulated Multivariable Polymerization Reactor Using Second-order Volterra Models", *Automatica*, pp 1285-1301.
- [8] Nowak, R.D., Van Veen, B.D., (1994) "Random and Pseudorandom Inputs for Volterra Filter Identification", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 8, pp 2124-2135.
- [9] Parker, R.S., Heemstra, D., Doyle, F.J., Pearson, R.K., Ogunnaike, B.A., (2001) "The identification of nonlinear models for process control using tailored "plant-friendly" input sequences", *Journal of Process Control*, Vol. 11, No. 2, pp 237-250.
- [10] Szeifert, F., Chovan, T., Nagy, L., (1995) "Process dynamics and temperature control of fed-batch reactors", *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 19, No. 1, pp 447-452.