

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio (mediante modelos MEF 2D e interfase frágil) de la propagación del fallo en probetas del ensayo ILTS.

Autor: José Luis Guzmán López

Tutores: Luis Távara y Enrique Graciani

Dep. Mecánica De Medios Continuos Y Teoría De Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio (mediante modelos MEF 2D e interfase frágil) de la propagación del fallo en probetas del ensayo ILTS

Autor:

José Luis Guzmán López

Tutores:

Luis Távara Mendoza

Profesor Contratado Doctor

Enrique Graciani Díaz

Profesor titular

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Grado: Estudio de la propagación del fallo en probetas del ensayo ILTS.

Autor: José Luis Guzmán López

Tutor: Luis Távara Mendoza
Enrique Graciani Díaz

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

A mi familia

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer al Grupo de Elasticidad y Resistencia de los Materiales la oportunidad que me brindó al colaborar con su trabajo. Quiero hacer especial mención a mis tutores Luis Távora y Enrique Graciani por la dedicación y afabilidad que han mostrado en el transcurrir del proyecto. Me gustaría agradecer también a Alejandro Estefani su ayuda y predisposición a colaborar en este trabajo.

Gracias a mi familia, por el apoyo incondicional y tan necesario que ha mostrado siempre, y a todos aquellos que me motivan y sacan lo mejor de mí.

José Luis Guzmán López

Sevilla, 2017

Resumen

El objetivo de este proyecto es la implementación de modelos numéricos en el programa de elementos finitos ABAQUS que caractericen el ensayo ILTS. La dispersión de datos en los ensayos ha motivado la realización de este proyecto. Se han tenido en cuenta dos mecanismos de fallo que generan la rotura de la probeta:

- 1) Rotura debida a que se alcanza la máxima tensión normal interlaminar admisible.
- 2) Rotura por fallo intralaminar y posterior delaminación.

Para ello se han propuesto tres simulaciones numéricas que se basan en el modelo de interfase LEBIM (Linear Elastic Brittle Interface Model) desarrollado por el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales de la Universidad de Sevilla. Este tipo de interfase puede modelar tanto la delaminación, como el fallo intralaminar mediante una ley perfectamente frágil.

La simulación 1 simula la rotura según 1), y las simulaciones 2 y 3 permiten que la probeta falle tanto por el mecanismo 1) como por el 2), con lo que se puede determinar cuál de ellos es el más crítico.

Abstract

The main aim of this work is to get numerical models based on the Finite Element Method in order to simulate the Inter-Laminar Tensile Strength test in the software Abaqus. The high dispersion observed in the ILTS tests has motivated the execution of this investigation. Two damage and failure mechanisms has been considered:

- 1) Failure initiated by the maximum interlaminar normal stress.
- 2) Failure initiated by intralaminar damage and subsequent delamination.

Three models have been used based on a LEBIM interface (Lineal Elastic Brittle Interface Model) that was developed by the Group of Elasticity and Strength of Materials of the Universidad de Sevilla. This interface can model both, delamination and intralaminar failure by a perfectly brittle law.

Model 1 simulates failure according to 1), and Model 2 and Model 3 are able to simulate both, 1) and 2) mechanisms. Therefore, Model 2 and 3 can show which is the critical failure mechanism.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xiv
Índice de Tablas	xvii
Índice de Figuras	xix
Notación	xxi
1 Introducción	1
1.1 <i>Motivación y objetivos</i>	1
1.2 <i>Daño en los materiales compuestos</i>	2
1.3 <i>Linear Elastic-Brittle Interface Model</i>	2
1.3.1 <i>Ley de comportamiento</i>	3
1.3.2 <i>Criterio de fallo</i>	3
1.4 <i>Método de Newton Raphson</i>	5
2 El ensayo ILTS	7
2.1 <i>Consideraciones generales</i>	7
2.2 <i>Definición de la probeta</i>	9
3 Modelos numéricos	11
3.1 <i>Modelo 1</i>	11
3.1.1 <i>Módulo Part</i>	12
3.1.2 <i>Módulo Property</i>	12
3.1.3 <i>Módulo Assembly</i>	13
3.1.4 <i>Módulo Mesh</i>	14
3.1.5 <i>Módulo Load</i>	15
3.1.6 <i>Módulo Interaction</i>	15
3.1.7 <i>Módulo Step</i>	16
3.1.8 <i>Módulo Job</i>	16
3.2 <i>Modelo 2</i>	17
3.2.1 <i>Motivación</i>	17
3.2.2 <i>Ejecución en Abaqus</i>	18
3.2.3 <i>Malla alternativa</i>	21
3.2.4 <i>Justificación del cambio de propiedades de la interfase entre láminas</i>	21
3.3 <i>Modelo 3</i>	22
3.3.1 <i>Motivación</i>	22
3.3.2 <i>Ejecución en Abaqus</i>	22
3.3.3 <i>Propiedades de la interfase entre láminas</i>	24
3.3.4 <i>Propiedades de la interfase transversal</i>	24
4 Resultados de los modelos	25
4.1 <i>Modelo 1: SA-1</i>	25
4.1.1 <i>Mapas de colores</i>	26

4.1.2	Tensiones respecto a lo largo de las interfases	27
4.1.3	Tensiones con respecto a r y validación	28
4.1.4	Análisis de resultados	30
4.2	<i>Modelo 2: SA-1</i>	30
4.2.1	Mapa de colores	31
4.2.2	Tensiones respecto a lo largo de las interfases	32
4.2.3	Tensiones con respecto a 1 y validación	32
4.2.4	Análisis de los resultados	34
4.3	<i>Modelo 3: SA-1</i>	34
4.3.1	Mapa de colores	35
4.3.2	Tensiones con respecto a 1 y validación	36
4.3.3	Análisis de los resultados	37
4.4	<i>Modelo 3: SA-2</i>	37
4.4.1	Mapa de colores	38
4.4.2	Tensiones con respecto a 1 y validación	38
4.4.3	Análisis de los resultados	39
5	Conclusiones y trabajos futuros	41
	Referencias	43
A.	Anexo: Caracterización del material	45
	<i>Planteamiento</i>	45
	<i>Matriz de rigidez</i>	45
	<i>Giro de Dijkl</i>	46
	<i>Orientación de los giros</i>	47
	<i>Validación del material</i>	47
	<i>Resultados</i>	48
	<i>Codigo Matlab</i>	48
B.	Anexo: Definición de interfase	53
	<i>Depvar</i>	53
	<i>Propiedades LEBIM</i>	53
	<i>Definición de la subrutina UMAT de LEBIM</i>	54
C.	Anexo: Número de iteraciones	59

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Propiedades del material compuesto en ejes principales.	10
Tabla 3-1 Propiedades LEBIM 1 del Modelo 1.	13
Tabla 3-2 Propiedades LEBIM 2 del Modelo 2 y Modelo 3 SA-1.	19
Tabla 3-3 Comparación de interfases en la búsqueda de la rotura por Modo Mixto.	21
Tabla 3-4 Propiedades LEBIM 3 del Modelo 3 SA-2.	24
Tabla 3-5 Propiedades LEBIM transversal de los Modelo 3 SA-1 y SA-2.	24
Tabla 4-1 Resultados de la resistencia del Modelo 1.	25
Tabla 4-2 Resultados de la resistencia del Modelo 2.	31
Tabla 4-3 Resultados de la resistencia del Modelo 3 SA-1.	34
Tabla 4-4 Resultados de la resistencia del Modelo 3 SA-2.	37
Tabla A-1 Rigideces del material original y girado según las orientaciones 90°, 45° y -45°.	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Ley constitutiva de la interfase LEBIM a tracción (a) y a cortadura (b) para interfase no dañada. Leyes análogas (c) y (d) en el caso de interfase dañada [1].	3
Figura 1.2 Dependencia del modo de fractura con el parámetro λ introducido por Hutchinson y Suo [3].	4
Figura 1.3 Zonas seguras para distintas tensiones normales y tangenciales y valores de λ [15].	5
Figura 1.4 Esquema del algoritmo Newton-Raphson en una dimensión [2].	6
Figura 2.1 Configuración del ensayo y sus dimensiones característcas [6].	7
Figura 2.2 Carga respecto a desplazamiento para un ensayo ILTS [7].	8
Figura 2.3 Dimensiones típicas de la probeta [7].	9
Figura 3.1 Diagrama del Modelo 1. Secuencia de apilado SA-1.	12
Figura 3.2 Sistema coordenado local en el Modelo 1.	13
Figura 3.3 Detalle del ensamblaje de las interfases con las láminas.	13
Figura 3.4 Malla del Modelo 1.	14
Figura 3.5 Detalle de la malla del Modelo 1.	14
Figura 3.6 Diferencia de tamaño de los elementos CPE4 en el Modelo 1.	15
Figura 3.7 Condiciones de contorno del Modelo 1.	15
Figura 3.8 Superficies que interaccionan con otras instancias del ensamblaje.	16
Figura 3.9 MPC en el extremo derecho del Modelo 1.	16
Figura 3.10 Delaminación originada en la zona interior en el ensayo ILTS [5].	17
Figura 3.11 Esquema del Modelo 2 en la situación inicial.	18
Figura 3.12 Esquema del Modelo 2 una vez iniciado el fallo.	18
Figura 3.13 Diagrama del Modelo 2. Secuencia de apilado SA-1.	19
Figura 3.14 Sistema coordenado local de cada lámina en el Modelo 2.	20
Figura 3.15 Malla del tramo recto del Modelo 2.	20
Figura 3.16 Malla completa del Modelo 2.	20
Figura 3.17 Comparativa antes y después del mallado gradual.	21
Figura 3.18 Esquema del Modelo 3 en la situación inicial.	22
Figura 3.19 Esquema del Modelo 3 una vez iniciado el fallo.	22
Figura 3.20 Esquema del ensamblaje en detalle del Modelo 3.	23
Figura 3.21 Ensamblaje del Modelo 3	23
Figura 4.1 Situación final del Modelo 1.	25
Figura 4.2 Momento aplicado durante el ensayo frente al giro en el Modelo 1.	26
Figura 4.3 Mapa de tensiones σ_{rr} antes de la rotura en el Modelo 1:	26
Figura 4.4 Mapa de tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ antes de la rotura de la rotura en el Modelo 1:	27
Figura 4.5 Mapa de tensiones σ_{zz} antes de la rotura de la rotura en el Modelo 1:	27

Figura 4.6 Tensión σ_{rr} a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 1.	28
Figura 4.7 Tensión $\sigma_{r\theta}$ a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 1.	28
Figura 4.8 Camino marcado en rojo en el que se representan las figuras respecto a r.	28
Figura 4.9 Tensiones σ_{rr} en r antes de la rotura en el Modelo 1.	29
Figura 4.10 Tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ en r antes de la rotura en el Modelo 1.	29
Figura 4.11 Tensiones σ_{22} en r antes de la rotura en el Modelo 1. Sistema coordinado local de la Figura 4.12.	30
Figura 4.12 Sistema coordinado local donde la fibra se alinea con X1, el plano de la placa se define con X2, y X3 es perpendicular a la misma.	30
Figura 4.13 Situación final del Modelo 2.	31
Figura 4.14 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 2.	31
Figura 4.15 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo 2:	32
Figura 4.16 Tensión σ_{11} a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 2.	32
Figura 4.17 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones del Modelo 2.	33
Figura 4.18 Caminos a) y b) utilizados para la representación de “MEF grieta” y “MEF” respectivamente en la Figura 4.17.	33
Figura 4.19 Tensiones $\sigma_{r\theta}$ en r antes de la rotura en la cara del apoyo de bolas en el Modelo 2.	34
Figura 4.20 Situación final del Modelo 3 SA-1.	35
Figura 4.21 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-1.	35
Figura 4.22 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-1:	36
Figura 4.23 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones en el Modelo 3 SA-1.	36
Figura 4.24 Situación final del Modelo 3 SA-1.	37
Figura 4.25 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-2.	38
Figura 4.26 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo SA-2.	38
Figura 4.27 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones en el Modelo 3 SA-2.	39
Figura A.1 Sistema coordinado local de cada lámina.	45
Figura A.2 Esquema del giro de las propiedades de la lámina a 0°. a) Disposición inicial con la fibra paralela a X ₁ . b) Disposición tras el giro, con la fibra paralela a X ₂ .	47
Figura B.1 Definición de <i>Depvar</i>	53
Figura B.2 Ejemplo de interfase LEBIM para láminas	54
Figura B.3 Definición de la subrutina UMAT en Abaqus	54
Figura C.1 General Solution Controls Editor	59

Notación

ILTS	Resistencia a tracción interlaminar (Interlaminar Tensile Strength)
GERM	Grupo de Elasticidad y Resistencia de los Materiales
MEF	Método de los Elementos Finitos
BEM	Método de los Elementos de Contorno (Boundary Element Method)
LEBIM	Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (Lineal Elastic Brittle Interface Model)
UMAT	Subrutina de definición del material (User Material Subroutine)
SA	Secuencia de apilado
ψ	Ángulo de mixticidad
MPC	Multi-Point Constraints

1 INTRODUCCIÓN

El uso extensivo de los materiales compuestos en la industria aeronáutica ha obligado a alcanzar un entendimiento más profundo sobre los diferentes comportamientos ante el fallo que presentan este tipo de materiales. El presente proyecto se centrará en modelar con el Método de los Elementos Finitos, la aparición y propagación de grietas de interfase en probetas de material compuesto, para determinar la resistencia a tracción interlaminar (ILTS).

En este trabajo se utiliza un modelo de interfase frágil desarrollado por el GERM de la Universidad de Sevilla (L. Távara [1]), que ha demostrado su aplicabilidad en el modelo de delaminaciones y grieta en la interfase fibra-matriz en materiales compuestos. Este modelo de interfase recibe el nombre de LEBIM.

Para aplicar el modelo de interfase frágil se utilizará la modificación de E. Paloma [2] de la implementación original realizada por D. Castillo [3] de una subrutina UMAT programada en Fortran para el programa comercial Abaqus que implementa el MEF.

El objeto de estudio es el ensayo ILTS, donde se produce un fallo por delaminación con crecimiento inestable, que generalmente está considerado que se produce debido a las altas tensiones normales interlaminares inducidas por la curvatura de la probeta. El ensayo ha estado típicamente ligado a una dispersión importante de los resultados. La explicación que típicamente se le ha dado ha sido la delicada fabricación de los materiales compuestos que provoca defectos en el material que pueden activar distintos criterios de fallo [4].

J.M. González-Cantero [5] ha presentado recientemente un estudio que atribuye la dispersión de los resultados al hecho de que, en algunos casos, el fallo por delaminación viene iniciado por un fallo intralaminar, no siendo por tanto directamente atribuible a las tensiones normales interlaminares.

La organización de este apartado empieza explicando los objetivos en los que se enmarca este trabajo. A continuación, se estudian los tipos de daños en materiales compuestos y la interfase LEBIM que implementa el modelo de daño que se ha utilizado. En último lugar, se presenta una breve introducción al funcionamiento y las limitaciones del método numérico de Newton-Raphson.

1.1 Motivación y objetivos

El uso de laminados con curvaturas importantes ha aumentado en los últimos tiempos debido a un mayor uso de los materiales compuestos. Aquellos que estén sometidos a esfuerzos de flexión que allanen la superficie, están sometidos a una sollicitación análoga a la que sufre una probeta en un ensayo de flexión a 4 puntos (*four-point bending test*), donde el material presenta una resistencia mucho menor. A pesar de que existen normas aceptadas ampliamente como [6] y [7], la dispersión de los datos que devuelven los ensayos como [8] ha motivado este proyecto a buscar un modelo numérico basado en el MEF que reproduzca los mecanismos de fallo de la experiencia experimental y por tanto aclare los fenómenos que en ellas ocurren.

El uso de un modelo de interfase LEBIM permite simular dos mecanismos de fallo que generan la rotura de la probeta:

- 1) Rotura debida a que se alcanza la máxima tensión normal interlaminar admisible.
- 2) Rotura por fallo intralaminar y posterior delaminación.

El objetivo es comprobar cuál de los dos mecanismos es el más crítico. González-Cantero [5] concluye que el fallo intralaminar ocurre primero, pero se necesita el modelo de interfase LEBIM para ver que ese fallo origina una delaminación instantáneamente.

1.2 Daño en los materiales compuestos

En este apartado se presentarán algunos tipos de daño y mecanismos de fallo de los materiales compuestos de fibra larga y sus uniones. Existen diferentes escalas a las que se estudian.

A escala macroscópica se tiene la propagación de grietas en uniones adhesivas. El ensayo habitual para obtener la tenacidad a fractura G_{IC} es el de doble viga en voladizo o *Double Cantilever Beam* (DCB). Para el análisis de la delaminación se pueden emplear los principios de la mecánica de la fractura utilizando la técnica *Virtual Crack Closure Technique*. Sin embargo, los modelos de daño en la interfase son una alternativa efectiva [3].

A escala mesoscópica, en un laminado [0/90] está aceptado que el daño se produce siguiendo los siguientes pasos: la aplicación de carga genera casi de inmediato la aparición de microgrietas transversales en la lámina a 90°, la coalescencia de las microgrietas conduce a la aparición de una macrogrieta que puede propagarse en la lámina de 90° hacia la lámina de 0°, una vez que alcanza la interfase podría propagarse en uno o ambos sentidos de la lámina 0°, apareciendo así la delaminación. Estas grietas reducen la resistencia y rigidez efectivas del material. Se ha demostrado que existe una relación entre este tipo de daño y el estudio numérico a diferentes escalas y esto es algo que será relevante en el estudio numérico del ensayo ILTS.

A escala microscópica aparece la rotura de la fibra si la carga está orientada con la misma, y también puede darse el caso de despegue de la fibra con respecto a la matriz para carga transversales a la fibra.

La potencia de los materiales compuestos reside en conseguir que el material trabaje orientado en la dirección de la fibra, puesto que los ensayos han mostrado una resistencia significativamente mayor. Esto hace que se pueda diseñar un material compuesto a medida de las sollicitaciones de la estructura, lo que podría prevenir los mecanismos de fallo citados anteriormente.

1.3 Linear Elastic-Brittle Interface Model

La forma tradicional de abordar el problema de la fractura ha sido suponer la existencia de la grieta y abordarlo desde la Mecánica de la Fractura Elástico Lineal. Puesto que esta técnica no permite modelar la creación de la grieta adecuadamente y la singularidad no es aplicable a los modelos numéricos, han proliferado en los últimos años Modelos de Mecánica de la Fractura no singular como el modelo de delaminación con enfoque energético o los Modelos Cohesivos (CZM) [9].

En muchas situaciones prácticas, las interfases se pueden modelar como una distribución uniforme de muelles con la rigidez adecuada, lo que se llama habitualmente interfaz débil o elástica. En el presente trabajo se adopta este modelo de interfase elástica lineal frágil. La simplicidad de la ley constitutiva de la interfaz unida al Método de los Elementos Finitos supone una herramienta robusta capaz de resolver problemas complejos.

El modelo de interfase débil nace para estudiar la creación y crecimiento de grietas en cemento [10], y posteriormente se aplica a capas de pequeño espesor de adhesivo [11], [12] y [13]. Finalmente, Luis Távara y colaboradores del GERM de la Universidad de Sevilla aplican por primera vez este modelo a una interfase de material compuesto, y dándolo a conocer como “Linear Elastic Brittle Intefase Model” (LEBIM) [1].

Este modelo ya ha sido implementado en un código basado en BEM [1] y en programas comerciales basados en FEM [3], para modelar la rotura de la interfase fibra-matriz en materiales compuestos, tanto en modelos de una fibra [14] y multifibra [3].

En este trabajo se aplica LEBIM para modelar:

- Interfase lámina-lámina, generación de grietas y propagación de la delaminación.
- Generación de grietas transversales a láminas.

Dado que originalmente LEBIM nace para pequeñas capas de adhesivo de espesor finito $h > 0$, si se pretende modelar una interfase fibra-matriz, hay que asignar un espesor finito a la interfase a pesar de que realmente el espesor que ocupa es nulo. Esto no supone un problema si se elige una dimensión de un orden de magnitud mucho menor, tal y como es el caso de este trabajo.

1.3.1 Ley de comportamiento

La interfase no dañada está considerada como un sólido elástico lineal, y se puede modelar como una distribución uniforme de muelles que sigue el comportamiento que se muestra en la Figura 1.1. La ley se define en (1.1).

$$\text{Interfase no dañada: } \begin{cases} \sigma(x) = k_n \delta_n(x) \\ \tau(x) = k_t \delta_t(x) \end{cases} \quad \text{para } G(x) < G_c(\psi(x)) \quad (1.1)$$

Donde σ y τ son las tensiones normales y tangenciales respectivamente, k representa la rigidez (normal o tangencial), los δ desplazamientos relativos, G el índice de liberación de energía (energía por unidad de longitud en el caso de una interfase lineal), G_c es la tenacidad a fractura, x es un punto cualquiera de la interfase y ψ es el ángulo de mixticidad que se define en (1.2).

$$\tan \psi = \frac{\tau}{\sigma \sqrt{\xi}}, \quad \text{donde } \xi = \frac{k_t}{k_n} \quad (1.2)$$

Una vez rota la interfase se tiene la relación (1.3), donde el operador $\langle \cdot \rangle_+$ es el corchete de Macaulay o función rampa positiva $\langle \cdot \rangle_+$ o negativa $\langle \cdot \rangle_-$. Nótese que la única rigidez que mantiene la interfase una vez rota es a compresión. Dado que no es infinitamente rígida podría dar problemas de *overlapping* si se tienen rigideces pequeñas. No se tiene en cuenta la fricción, aunque se debe destacar que para grandes desplazamientos esto podría ser una hipótesis cuestionable.

$$\text{Interfase dañada: } \begin{cases} \sigma(x) = k_n \langle \delta_n(x) \rangle_- \\ \tau(x) = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

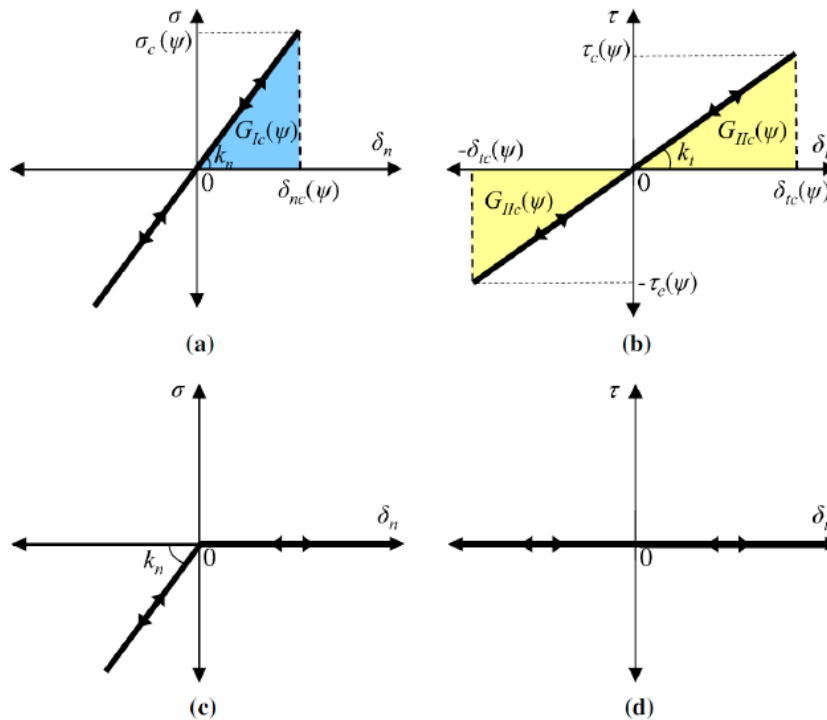


Figura 1.1 Ley constitutiva de la interfase LEBIM a tracción (a) y a cortadura (b) para interfase no dañada. Leyes análogas (c) y (d) en el caso de interfase dañada [1].

1.3.2 Criterio de fallo

Los criterios de fallo basados en tensiones y energía han coexistido en la Mecánica de Sólidos por mucho tiempo, ambos se han usado en diferentes problemas para diferentes aplicaciones. Habitualmente, el primero se ha usado para predecir el inicio del fallo y el segundo para la propagación del mismo. En el caso de LEBIM, el

fallo se da en un punto cuando el índice de liberación de energía alcanza la tenacidad a fractura, que dependerá del ángulo de mixticidad ψ (1.4). Se observa en (1.6) que bajo compresión en Modo I ($\psi = 0$) no se puede producir fractura.

$$G(x) = G_c(x, \psi) \quad (1.4)$$

$$G(x) = G_I(x) + G_{II}(x) \quad (1.5)$$

$$G_I(x) = \frac{\langle \sigma(x) \rangle_+ \langle \delta_n(x) \rangle_+}{2} = \frac{\langle \sigma(x) \rangle_+^2}{2 k_n} = \frac{k_n \langle \delta_n(x) \rangle_+^2}{2} \quad (1.6)$$

$$G_{II}(x) = \frac{\tau(x) \delta_t(x)}{2} = \frac{\tau^2(x)}{2 k_t} = \frac{k_t \delta_t^2(x)}{2} \quad (1.7)$$

Una ley $G_c(\psi)$ debería crecer con el ángulo de mixticidad. Existen varias leyes fenomenológicas en la literatura que reflejan este comportamiento, como la de Mohr-Coulomb, Benzeggagh-Kenane o Goutianos-Sørensen. Una ampliamente aceptada es la de Hutchinson-Suo [15] (1.8), que es la que está implementada en la subrutina UMAT [3] que se emplea en el presente trabajo:

$$G_c(\psi) = \frac{\sigma_c^2(\psi = 0)}{2} [1 + \tan^2((1 - \lambda) \psi)] \quad (1.8)$$

donde λ es un parámetro que controla la sensibilidad al modo de fractura. Valores $\lambda \in (0.2, 0.3)$ indican una dependencia moderada, y valores menores suponen una mayor dependencia, tal y como se pretende mostrar en la Figura 1.2.

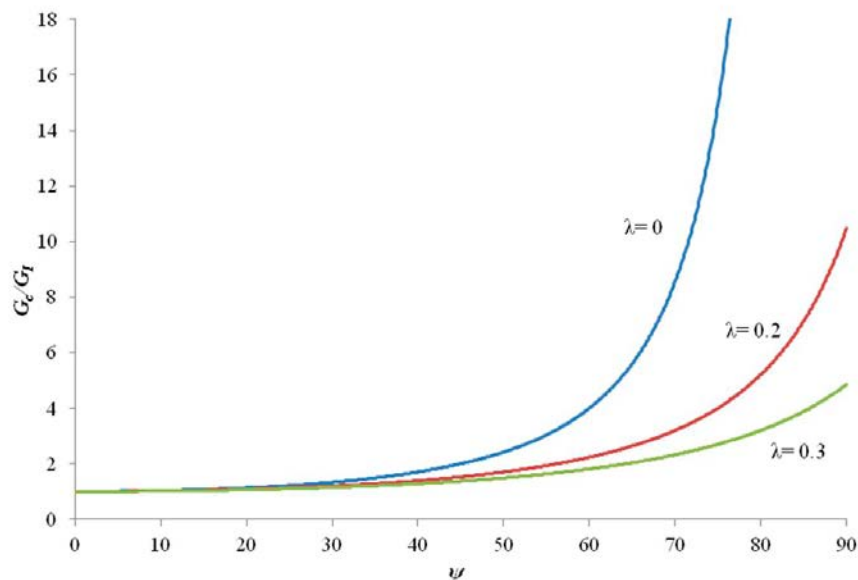


Figura 1.2 Dependencia del modo de fractura con el parámetro λ introducido por Hutchinson y Suo [3].

Partiendo de (1.8), se puede obtener [15] la expresión de las tensiones críticas de (1.9) y (1.10), donde $\bar{\sigma}_c = \sigma_c(\psi = 0)$. Si se adimensionalizan las tensiones normales σ y tangenciales τ para distintos valores de λ se obtiene la Figura 1.3. Se observa que las tensiones normales a compresión suponen un aumento de la resistencia a fractura en modo II.

$$\sigma_c(\psi) = \bar{\sigma}_c \sqrt{1 + \tan^2((1 - \lambda) \psi)} \quad (1.9)$$

$$\tau_c(\psi) = \sqrt{\xi} \tan(\psi) \bar{\sigma}_c \sqrt{1 + \tan^2((1 - \lambda) \psi)} \quad (1.10)$$

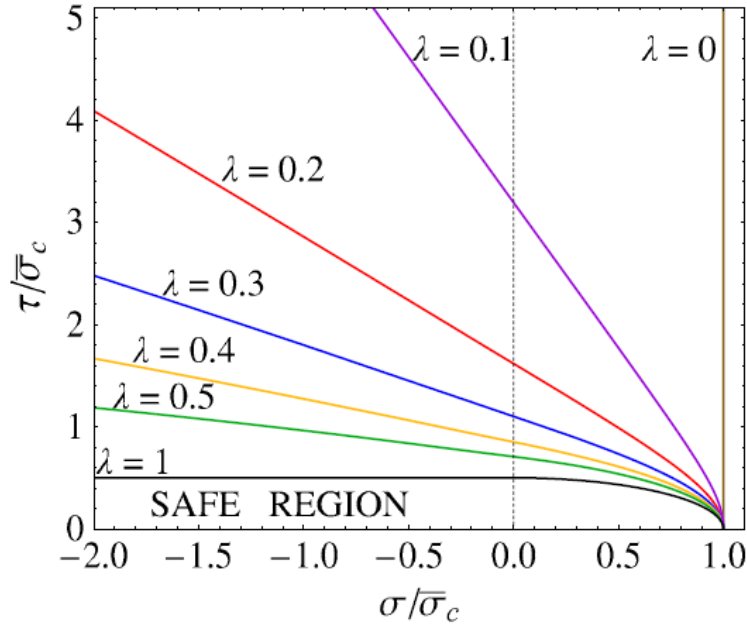


Figura 1.3 Zonas seguras para distintas tensiones normales y tangenciales y valores de λ [15].

1.4 Método de Newton Raphson

Es el método más extendido para resolver sistemas de ecuaciones no lineales, está ampliamente documentado y existen multitud de variantes del método.

Es fácil de visualizar geoméricamente en una dimensión cuando el vector de movimientos nodales a ($u = \phi a$) tenga una sola componente. Las ecuaciones del MEF planteadas en virtud del Teorema de los Trabajos Virtuales se simplifican como:

$$F_{\text{int}}(a) = F_{\text{ext}} \quad (1.11)$$

De la ecuación (1.11) se puede entender que los movimientos que generan fuerzas sobre el sistema deben crear una fuerza interna igual a la fuerza externa aplicada.

La carga exterior se divide en incrementos, en Abaqus se puede fijar el valor de los incrementos o dejar que Abaqus elija los valores para cada incremento de forma óptima mediante un algoritmo. La fuerza exterior se descompone como suma de incrementos:

$$F_{\text{ext}} = \sum_n (F^{n+1} - F^n) = \sum_n \Delta F^n \quad (1.12)$$

Como se visualiza en la Figura 1.4, al partir de un punto de equilibrio (a^n, F^n) de la solución, si se traza la tangente se obtiene la rigidez K^n en dicho punto. La aproximación al siguiente punto de equilibrio se obtiene al aplicar una fuerza F^{n+1} al sistema que pase por (a^n, F^n) con rigidez K^n . El desplazamiento que se obtiene sería:

$$a_1^{n+1} = a^n + \frac{F^{n+1} - F^n}{K^n} \quad (1.13)$$

El residuo se define como la diferencia entre el valor de la fuerza aplicada F^{n+1} y el de la fuerza del sistema real $F_{int}(a^{n+1})$. Si el residuo es menor que una tolerancia prefijada se toma el punto (a^{n+1}, F^{n+1}) como el punto de equilibrio, y en caso contrario se repetiría el procedimiento hasta converger.

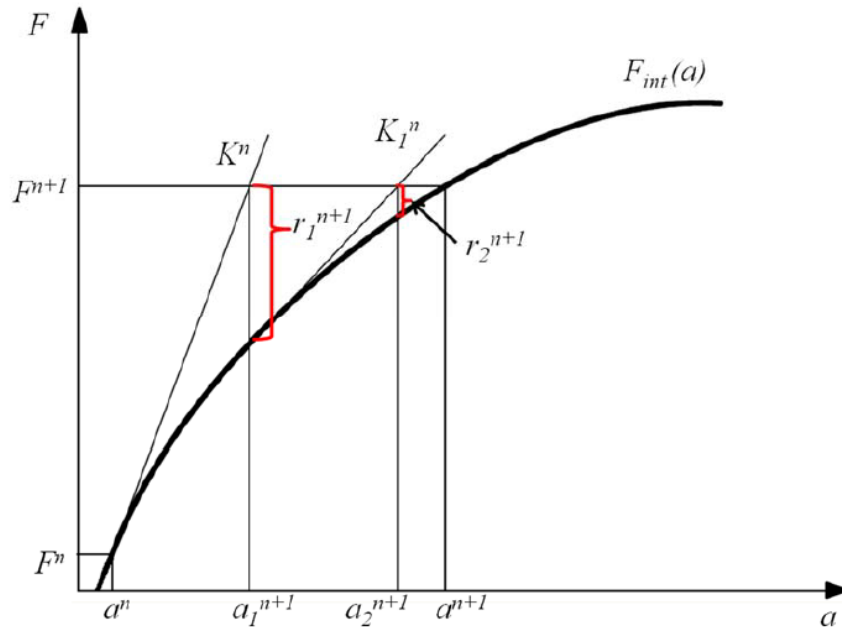


Figura 1.4 Esquema del algoritmo Newton-Raphson en una dimensión [2].

Este método es un algoritmo con mayor coste computacional que otros debido a que el cálculo de la rigidez en un problema multidimensional requiere calcular la matriz Jacobiana en cada iteración, por lo que existen modificaciones que se evitan este cálculo.

El método Newton-Raphson es ampliamente utilizado en el ámbito numérico por su rápida convergencia de segundo orden. Sin embargo, si no se parte de un punto nominal suficientemente cerca de la solución puede no converger. Por ejemplo, en el caso de una dimensión, la función arcotangente sólo tiene un cero en todo \mathbb{R} y el método no converge para un punto de partida que no esté lo suficientemente cerca de cero.

En el caso del MEF, el punto de partida es la situación final del sistema de ecuaciones lineales del incremento anterior. Una vez que rompe la interfase LEBIM, si la rotura es inestable, lo que sucede numéricamente es que el método normalmente no converge para los parámetros que controlan la convergencia por defecto en Abaqus.

La solución para que Newton-Raphson converja en estas situaciones es aumentar significativamente el número de iteraciones por incremento y utilizar incrementos moderados. En el Anexo: Número de iteraciones se explica como aumentar este número de iteraciones máximo que Abaqus trae por defecto, y suele ser tan problemático.

Existen otras alternativas para forzar la convergencia que no se han utilizado en este trabajo, como pueden ser:

- Newton-Raphson con amortiguamiento ficticio (*automatic stabilization* en Abaqus) [3]
- Método *Arc-length* de Riks [2]
- *Sequential Linear Analysis* [1]

2 EL ENSAYO ILTS

2.1 Consideraciones generales

El ensayo objeto de estudio pretende obtener la resistencia a flexión de una probeta con alta curvatura de un laminado de material compuesto de fibra continua. El ensayo se realiza con un utillaje *four-point bend test* para aplicar una carga puramente flectora. Para ello, esta máquina dispone de cuatro rodillos en contacto con la probeta que giran libremente, y tienen la disposición que se observa en la Figura 2.1.

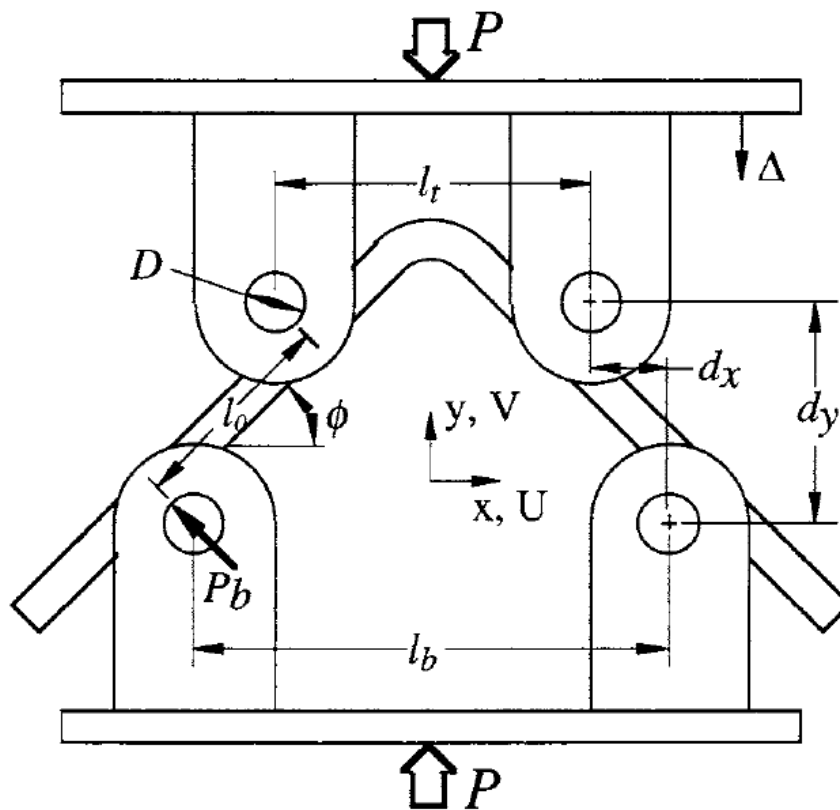


Figura 2.1 Configuración del ensayo y sus dimensiones características [6].

En general la carga P que aplica la máquina tiene una relación no-lineal con el desplazamiento Δ de la mordaza superior, debido a que la probeta sufre grandes desplazamientos durante el ensayo. Al llegar a la carga máxima se inician los mecanismos de fallo que producen la delaminación final y esto lleva asociado una caída abrupta de la carga. En algunos casos este proceso de daño se repite varias veces, de forma que se forman los dientes de sierra que se muestran en la Figura 2.2. Lo más frecuente es que la primera caída sea tan acusada, que podrían omitirse los sucesivos fallos tras la primera caída.

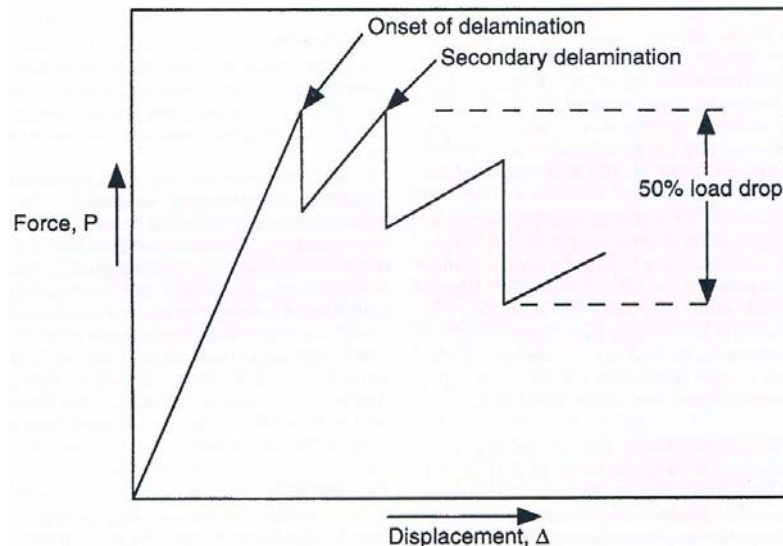


Figura 2.2 Carga respecto a desplazamiento para un ensayo ILTS [7].

El ensayo se emplea fundamentalmente para obtener dos magnitudes de interés:

- *Curved Beam Strength*, CBS, con unidades $[ML^1T^{-2}]$, se define como el momento por unidad de espesor de la probeta, M/w , que se aplica a la sección curva y provoca la rotura.
- *Interlaminar Tensile Strength* (ILTS), F^{3u} con unidades $[ML^{-1}T^{-2}]$, se define como la máxima tensión normal interlaminar.

Existen dos normas aceptadas que regulan la probeta, maquinaria, calibración, procedimiento, condiciones, validez e informes del ensayo:

1. ASTM Standards D 6415/D 6415M [6].
2. Airbus AITM1-0069. Fibre Reinforced Plastic [7].

Se considera que un ensayo es válido siempre que cumpla las siguientes condiciones:

- No se produce daño debida a alguna imperfección.
- La rotura se crea en la zona curva.
- El desplazamiento de la máquina no excede los 5 mm antes de la rotura.

En el caso de un futuro estudio experimental con las mismas probetas que aquí se estudian, sería recomendable seguir la segunda norma. A pesar de que la AITM-0069 acota un rango de dimensiones de la probeta más reducido, el radio interior de la zona curva que propone, coincide exactamente con el radio de la probeta que se propone resolver el presente trabajo y además, el resto de magnitudes están dentro del rango admisible. Las dimensiones típicas se muestran en la Figura 2.3.

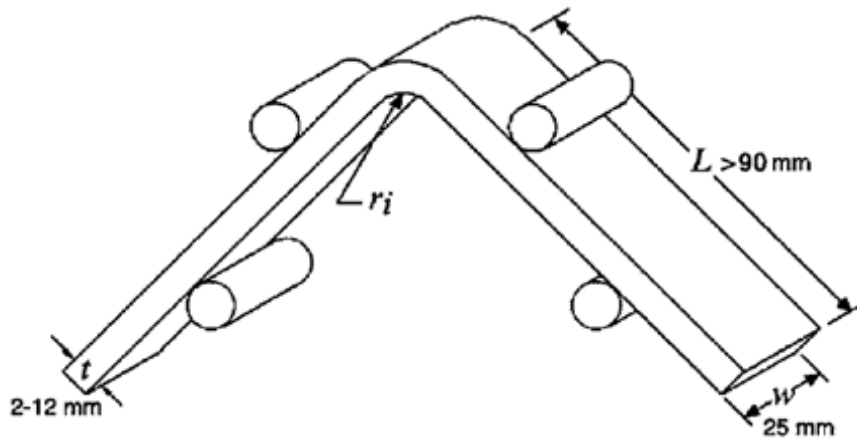


Figura 2.3 Dimensiones típicas de la probeta [7].

La complejidad del estado tensional al que está sometida la probeta supone una dificultad añadida a este problema. El análisis de tensiones demuestra que las tensiones no son constantes en el ancho de la probeta. El momento por unidad de anchura alcanza su máximo valor en las secciones interiores. Clásicamente se ha asumido que la tensión normal interlaminar es la responsable del inicio del fallo, y los máximos valores se encuentran en las secciones internas, por esta razón, se ha tenido especial cuidado en el estudio de dichas tensiones σ_{rr} . En cada sección, este componente presenta un máximo en las láminas centrales y disminuye hasta cero en las láminas cercanas a los extremos. Dado que presenta un máximo plano, podría provocar comportamientos inestables en los instantes en los que se genera la grieta, puesto que la rotura depende del sitio exacto donde se produzca el máximo. Los modelos propuestos no tendrán en cuenta los efectos 3D del estado tensional debido a que se resuelven mediante la Elasticidad Plana.

La norma ASTM D 6415/D 6415M propone las formulaciones aproximada de Kedward [16] y exacta de Lekhnistskii [17] para hallar las tensiones normales máximas. No obstante, en el caso que se pretende resolver en este trabajo esta formulación no es válida al no ser un laminado unidireccional.

2.2 Definición de la probeta

Con el objetivo de dar generalidad al trabajo, se van a resolver dos secuencias de apilado distintas denominadas SA-1 y SA-2 definidas en (2.1) y (2.2). Se muestra un esquema del apilado en la Figura 3.1.

$$SA - 1 \equiv [45 - 45 \ 90 - 45 \ 45 \ 0 \ 45 - 45]_S \quad (2.1)$$

$$SA - 2 \equiv [45 - 45 \ 90 \ 90 \ 0 \ 45 - 45 \ 0]_S \quad (2.2)$$

Donde se ha tenido en cuenta que la fibra a 0° corresponde con la dirección circunferencial \vec{e}_θ , y el resto son giros respecto de la dirección \vec{e}_r . Las dimensiones de la probeta son las siguientes:

- Radio interior de la probeta: $r_i = 5 \text{ mm}$.
- Espesor de cada lámina: $t = 0.184 \text{ mm}$.

Las propiedades del material compuesto quedan recogidas en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1. Propiedades del material compuesto en ejes principales.

E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
150 GPa	10 GPa	10 GPa	4.80 GPa	4.80 GPa	4.80 GPa	0.3	0.3	0.3

3 MODELOS NUMÉRICOS

Para los modelos numéricos se ha utilizado el programa comercial Abaqus 6.12, que está basado en el MEF y ha demostrado madurez suficiente para resolver problemas más allá del que nos ocupa, como pueden ser electromagnéticos, fluidomecánicos o problemas de transmisión de calor.

En el problema originalmente propuesto se define el espesor de cada lámina como $t = 0.184 \text{ mm}$. Sin embargo, en el modelo numérico hace falta espacio físico para la interfase LEBIM, es por ello que se ha decidido reducir el tamaño de la lámina en un 0.5% aproximadamente, hasta los 0.183 mm y que la interfase ocupe un espacio de 0.001 mm . El espesor de la última lámina se mantiene en $t = 0.184 \text{ mm}$ para conservar el espesor total de la probeta.

Se decide no proponer modelos con contacto, debido a que los cálculos de A. Escudero [18] ya muestran que el contacto parece no distorsionar el estado tensional en la zona curva, debido a que los rodillos aplican efectivamente una sollicitación de flexión pura.

A pesar de que ya se ha comentado la complejidad del campo tensional 3D, por simplicidad se elige resolver el problema con modelos planos, haciendo una hipótesis de deformación plana.

En este capítulo se explican las razones que han motivado cada uno de los modelos empleados en este trabajo y las peculiaridades de su modelado en Abaqus. El primer modelo sirve como base para el segundo, y este a su vez para el tercero, por lo que en el segundo y tercer modelo solo se muestran los cambios más importantes.

3.1 Modelo 1

El primer modelo que se propone se ha resuelto para el laminado SA-1, y está formado exclusivamente por la parte curva de la probeta, como se muestra en la Figura 3.1. A pesar de que en la práctica los tramos rectos de la probeta deben medir al menos 90 mm, las tensiones más importantes ocurren en la zona curva, y este modelo se centra en esa zona. Se aplica un apoyo de bolas en el extremo izquierdo y un MPC (que impone un giro) en el extremo opuesto.

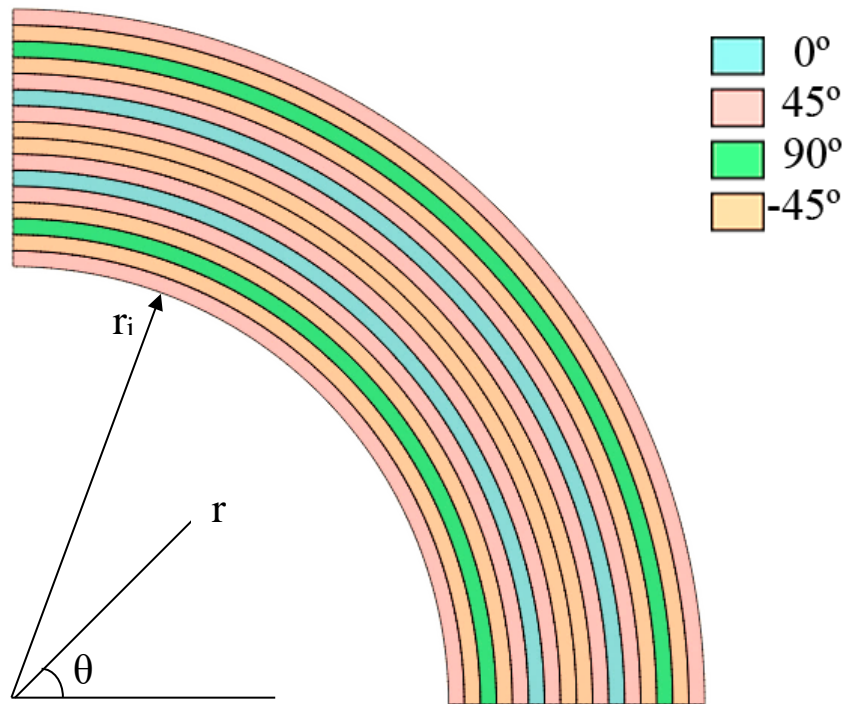


Figura 3.1 Diagrama del Modelo 1. Secuencia de apilado SA-1.

3.1.1 Módulo *Part*

En el módulo *Part* se modelan los sólidos a analizar en el modelo de elementos finitos, en este caso se ha optado por un espacio de modelado 2D plano, de tipo deformable y con base *shell*.

Puesto que cada lámina e interfase tiene unas dimensiones diferentes, irremediamente hay que construir *parts* distintos, definidos como sectores de 90° de círculos concéntricos. Este módulo *Part* está constituido por 31 *parts* distintos:

- 16 *parts* asociados a cada lámina del laminado SA-1.
- 15 *parts* asociados a las interfases intermedias.

El orden de apilado en el modelo numérico es el SA-1, intercalando una interfase LEBIM entre cada lámina, como se muestra en la Figura 3.1. Estas interfases LEBIM tienen un espesor tan pequeño que son problemáticas si se modelan usando el metro como unidad de longitud, es por ello que se ha utilizado el milímetro. Para definir otras propiedades se usa el Newton y Julio para fuerzas y energías respectivamente.

3.1.2 Módulo *Property*

En primer lugar, se definen las propiedades de los materiales que se están utilizando. Dado que entre cada lámina existe una interfase LEBIM, no se puede utilizar la herramienta *Composite Layups*, por tanto, la forma de trabajar se complica. Por esta razón, se ha redactado el Anexo: Caracterización del material, donde se explica con un mayor grado de detalle la forma de proceder:

1. En cada lámina se elige un sistema de referencia cilíndrico como el de la Figura 3.2.
2. Se definen las propiedades del material compuesto como tipo elástico anisótropo y, girando la matriz de rigidez adecuadamente como se desarrolla en el Anexo A, se introducen las 21 constantes de la Tabla A-1. Esto permite caracterizar correctamente el material, incluso habiendo elegido previamente un sistema coordenado local que no coincide con los ejes principales elásticos para las láminas a 45° y -45°.

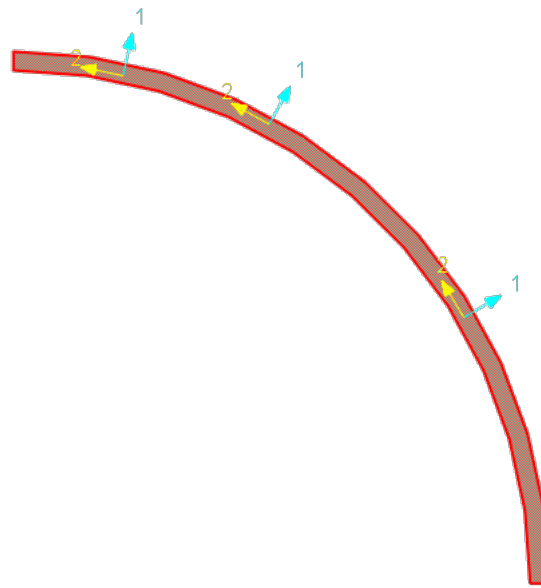


Figura 3.2 Sistema coordinado local en el Modelo 1.

Las propiedades que se han utilizado para la interfase LEBIM se han tomado de [19] y se recogen en la Tabla 3-1. Para definirla correctamente, se han seguido las pautas del Anexo: Definición de interfase.

Tabla 3-1 Propiedades LEBIM 1 del Modelo 1.

σ_c	G_{Ic}	λ	k_t/k_n	h
61 MPa	75 J m ⁻²	0.25	0.25	0.001 mm

3.1.3 Módulo *Assembly*

En el módulo *Assembly* se sitúan geoméricamente los diferentes *parts* dentro del modelo, pero no se establece ninguna relación entre ellos. La situación final es la representada en la Figura 3.1. Dado que la interfase supone un 0.5% del espesor de la lámina, por claridad, se muestra un detalle de la situación en la Figura 3.3.

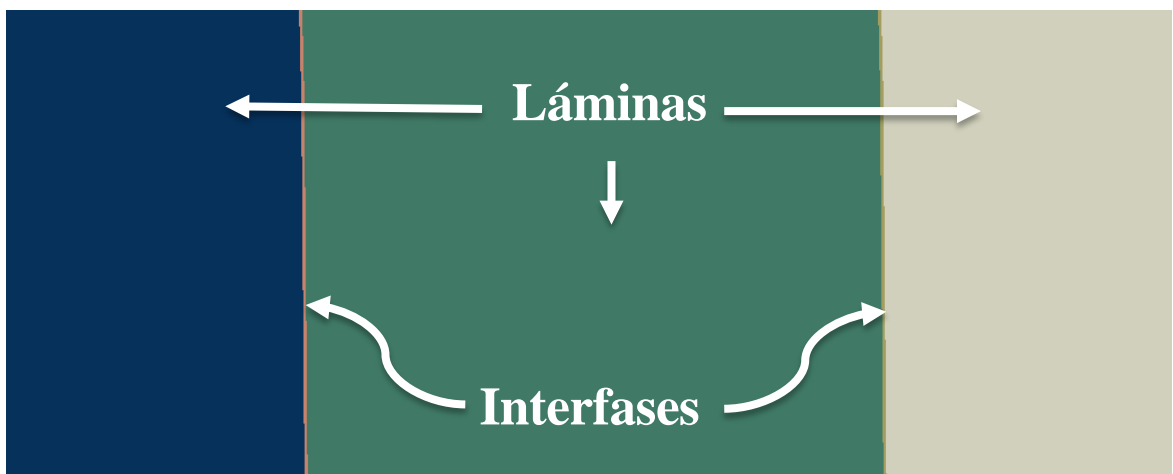


Figura 3.3 Detalle del ensamblaje de las interfases con las láminas.

3.1.4 Módulo *Mesh*

En el módulo *Mesh* se crea la malla y es en ese instante cuando el modelo que se plantea originalmente se aproxima por la geometría de los elementos que constituyen la malla. En la Figura 3.4 se observa la malla empleada. Una malla refinada tendrá mayor capacidad de adaptarse a la solución del problema modelo. Por tanto, es requisito indispensable una malla eficaz. Para no introducir distorsiones, se ha mallado de forma que los nodos que se encuentran en contacto con nodos de otros *parts* tengan la misma posición, como se aprecia en la Figura 3.5. Para conseguir esto, se ha mallado las interfases LEBIM con 89 elementos y las láminas con 4 filas del mismo número de elementos (89). Al mallar de esta forma, existe una ligera diferencia de tamaño entre los elementos exteriores y los interiores, tal y como se puede ver en la Figura 3.6.

Para la elección del número de elementos en cada interfase (89) se ha seguido una solución continuista con el trabajo de L. Távara et al [20], donde se presentaba una malla uniforme con una relación largo-ancho de los elementos de 140. En el Modelo 1 la relación largo-ancho no supera dicho valor para ningún elemento.

Una malla demasiado pequeña puede incurrir en tiempos computacionales elevados, por lo que en general hay que buscar una solución de compromiso, y si es necesario, realizar un mallado refinado por zonas. La malla que se ha presentado se ha demostrado adecuada después de varias pruebas.

Se ha utilizado el elemento CPE4 tanto para la interfase como para las láminas. Este elemento de primer orden realiza una integración en deformación plana no reducida que elimina posibles deformaciones espurias debidas a efectos de *hourglassing* y además es compatible con LEBIM.

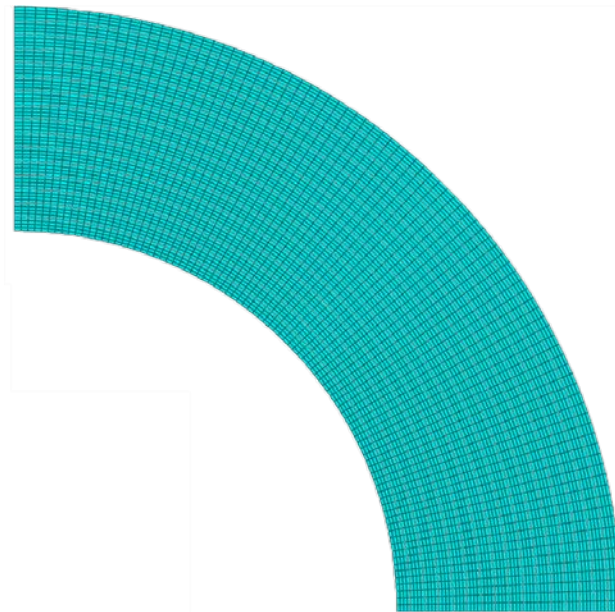


Figura 3.4 Malla del Modelo 1.



Figura 3.5 Detalle de la malla del Modelo 1.

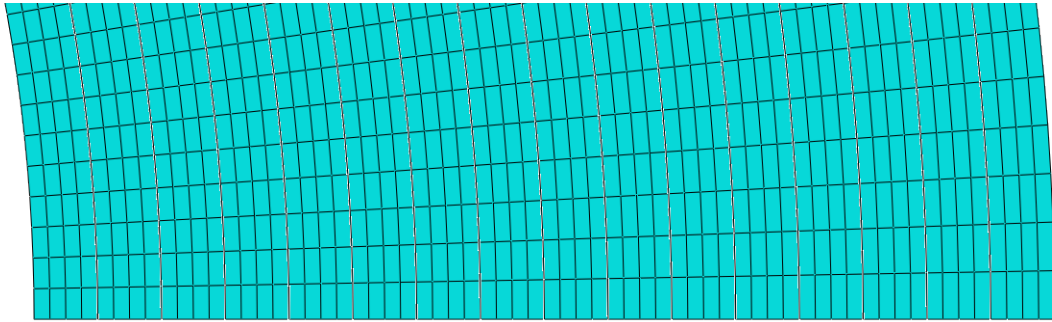


Figura 3.6 Diferencia de tamaño de los elementos CPE4 en el Modelo 1.

3.1.5 Módulo *Load*

El módulo *load* asigna las condiciones de contorno en desplazamiento y cargas a nuestro modelo. Las condiciones de contorno se muestran en la Figura 3.7 y son las siguientes:

- Apoyo de bolas o simetría en el lateral izquierdo.
- Giro de 0.1 radianes en la esquina inferior derecha de la probeta. Aplicar el giro concentrado en un solo punto supone una singularidad de acuerdo a la Teoría de la Elasticidad. Es por ello que se buscará transmitir este giro a toda la cara a través de un MPC en el módulo *Interactions*. En el ensayo real, el giro no se aplica realmente de esta forma, pero es una consecuencia de aplicar flexión pura a través de los rodillos, con lo que es razonable entender que es una condición de contorno adecuada.

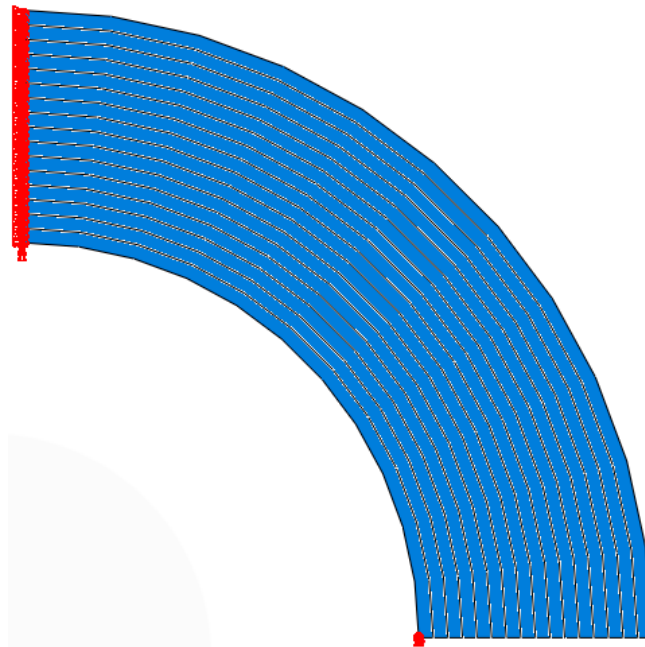


Figura 3.7 Condiciones de contorno del Modelo 1.

3.1.6 Módulo *Interaction*

En el módulo *Interaction* es de especial importancia configurar las relaciones entre *parts* con rigurosidad. Hay 31 *parts* diferentes, y cada uno de ellos interacciona con el que se encuentra inmediatamente superior e inferior. En la Figura 3.8 se muestra una lámina típica y las dos *surfaces* definidas marcadas en color rojo para

mayor comodidad a la hora de configurar las interacciones.

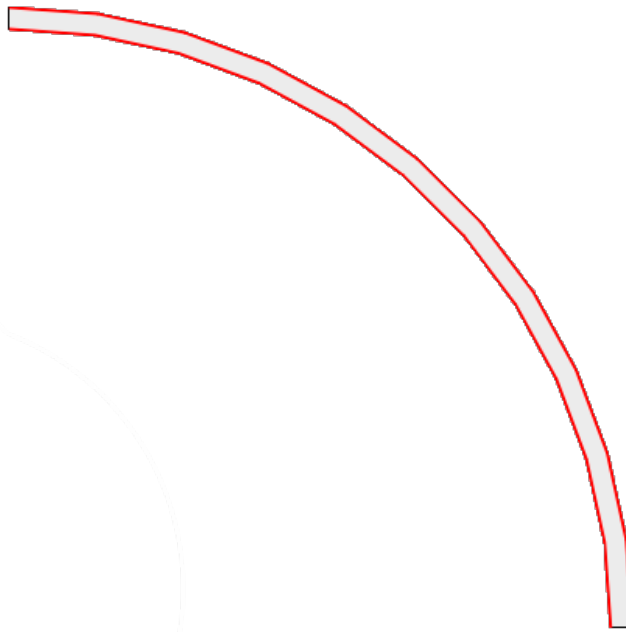


Figura 3.8 Superficies que interaccionan con otras instancias del ensamblaje.

En primer lugar, se han definido 30 restricciones tipo *Tie Constraint* que simulan un acuerdo perfecto entre cada *part*. Esto hace iguales los grados de libertad activos entre los pares de nodos en contacto en los diferentes *parts*. Por tanto, la distancia entre dichos nodos es nula, antes y después de aplicar carga a la probeta.

En segundo lugar, se ha definido un MPC que transmite el giro aplicado en la esquina interior a toda la cara. El MPC lo constituyen los 80 nodos que se muestran en la Figura 3.9.

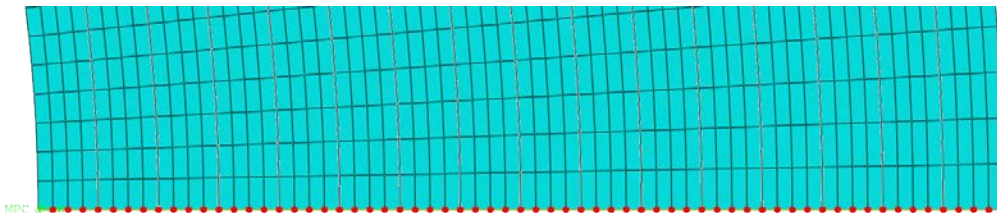


Figura 3.9 MPC en el extremo derecho del Modelo 1.

3.1.7 Módulo *Step*

El módulo *Step* configura los pasos de carga. Se ha utilizado un análisis geoméricamente lineal para que sea compatible con la interfase LEBIM. Para una correcta convergencia se utiliza almacenamiento de matriz no simétrica.

El paso de carga máximo ha sido 0.05 con un pseudo-tiempo total igual a uno. No se pueden hacer pasos más pequeños porque el MEF no converge debido al carácter inestable de la rotura, por lo que no se puede obtener información en los instantes inmediatamente posteriores a la rotura.

3.1.8 Módulo *Job*

Se define la subrutina UMAT que caracteriza la interfase tal y como se detalla en el Anexo: Definición de interfase.

3.2 Modelo 2

3.2.1 Motivación

En trabajos previos, [5], se ha comprobado que en multitud de ensayos las grietas parecen originarse en torno a las láminas de 90° interiores, tal y como se representa en la Figura 3.10. Interesa por tanto poder reproducir este comportamiento con este modelo numérico. De acuerdo con las dos secuencias de apilado que se han definido (SA-1 y SA-2), la lámina a 90° más interior corresponde en ambos casos con la tercera lámina.

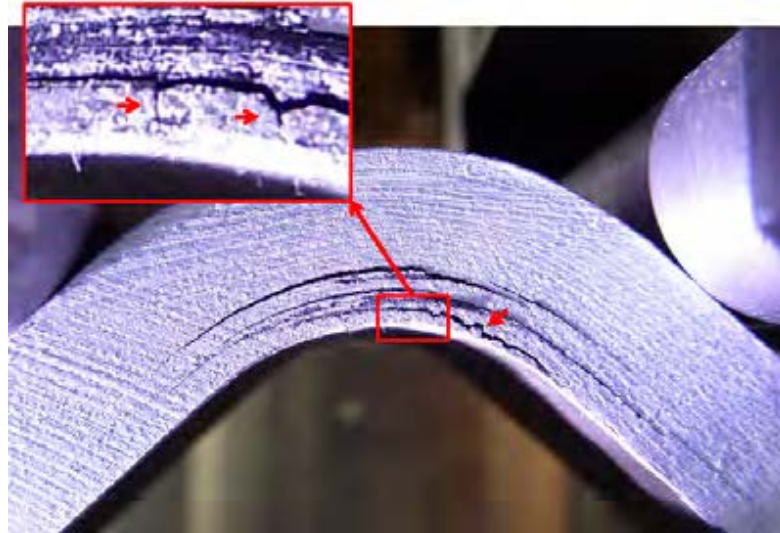


Figura 3.10 Delaminación originada en la zona interior en el ensayo ILTS [5].

El Modelo 2 comprueba si, una vez que se ha producido una rotura en la tercera lámina, ésta se propaga como una delaminación por la interfase adyacente, reproduciendo así un comportamiento que se da en un número significativo de los ensayos. El mecanismo de fallo que explicaría estos ensayos es el siguiente:

1. Creación de grietas a escala micro debido a que la lámina se encuentra bajo una sollicitación en dirección transversal a la fibra. Como se explica en el apartado 1.3.2, tras la creación de estas microgrietas, se produce la coalescencia y finalmente se propaga para crear una macrogrieta.
2. Rotura de la lámina completa. El estado tensional cambia bruscamente y aparecen tensiones tangenciales en la interfase, que pueden provocar la rotura prematura de las intefases que unen la lámina 3 con la 2 y la 4. Esto se debe a que se produce la rotura en Modo Mixto, para ángulos de mixticidad elevados.
3. Propagación de la delaminación a lo largo de la interfase.

Para ello, en este modelo se utiliza una técnica muy utilizada en la Mecánica de la Fractura, y es suponer la existencia previa de una grieta transversal como la de la Figura 3.11. Se parte de una situación en la que la tercera lámina está dividida en dos partes. Inicialmente ambos lados estarán en contacto, y una vez que se aplica la carga en el ensayo, se separan debido a que la zona interior se encuentra a tracción y ambos lados son caras libres de tensiones. Al separarse ambos lados, aparecerán tensiones tangenciales importantes que pueden originar el fallo prematuro de la interfase en torno a la lámina de 90° como se representa en la Figura 3.12.

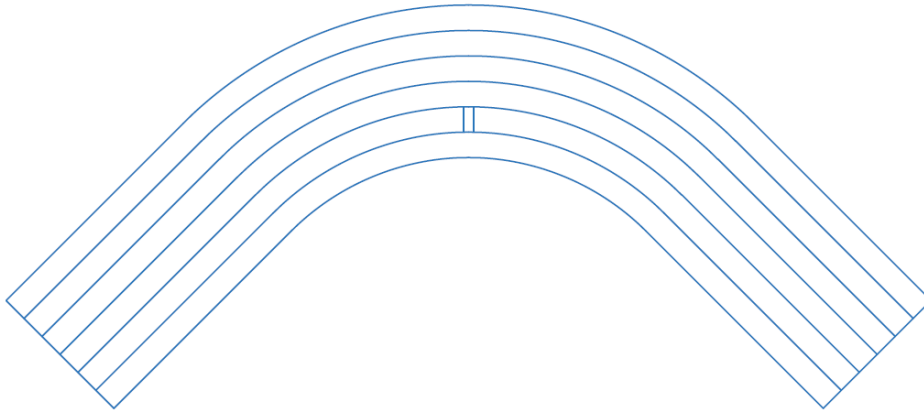


Figura 3.11 Esquema del Modelo 2 en la situación inicial.

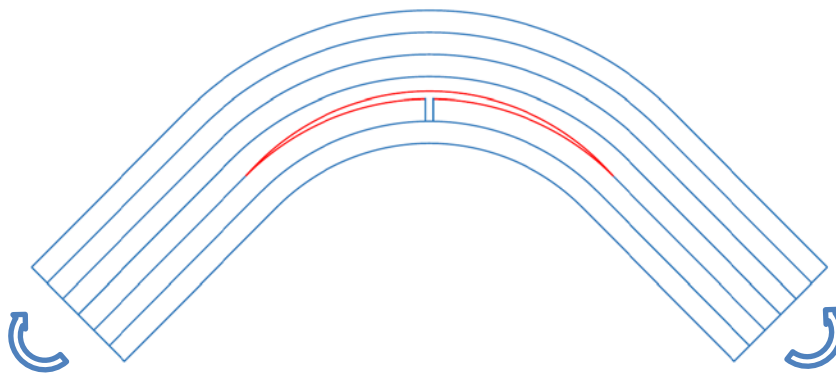


Figura 3.12 Esquema del Modelo 2 una vez iniciado el fallo.

3.2.2 Ejecución en Abaqus

En esta ocasión, el modelo numérico será el de la Figura 3.13. En comparación con el Modelo 1, se mantiene la misma secuencia de apilado y consideraciones que se han comentado en el apartado 3.1, y además, se realizan las siguientes modificaciones:

- Se introduce una grieta en la lámina 3, en lugar del apoyo de bolas anterior.
- Se aplica simetría y se resuelve sólo la mitad del problema.
- Se ha añadido el tramo recto final de la probeta para una mayor rigurosidad, dado que el cambio de curvatura afecta significativamente al estado tensional en gran parte de la zona curva.
- Se han utilizado las propiedades de interfase definidas en la Tabla 3-2. La justificación de este cambio se detalla más adelante.

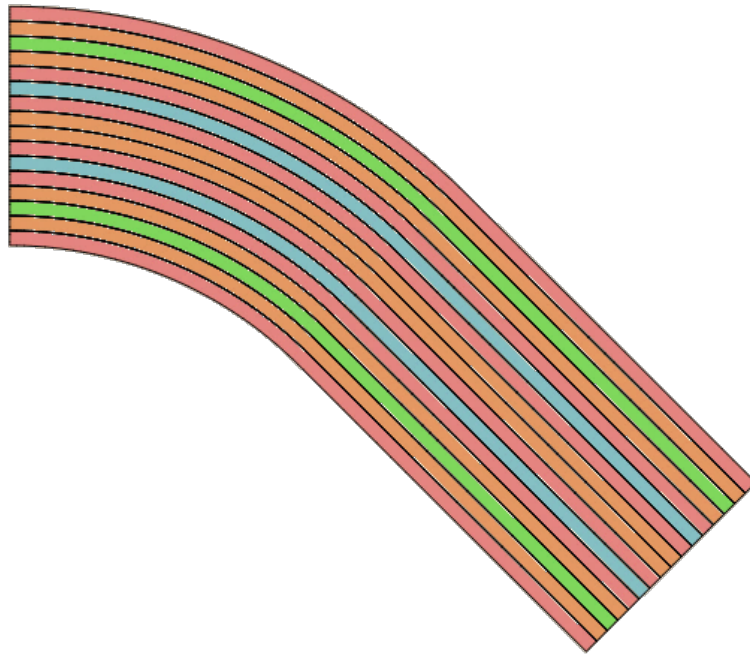


Figura 3.13 Diagrama del Modelo 2. Secuencia de apilado SA-1.

Tabla 3-2 Propiedades LEBIM 2 del Modelo 2 y Modelo 3 SA-1.

σ_c	G_{Ic}	λ	k_t/k_n	h
200 MPa	75 J m ⁻²	1	0.1225	0.001 mm

Para el modelado en Abaqus, se han modificado los 31 *parts* que conforman el ensamblaje completo para eliminar la mitad de la zona curva y añadir el tramo recto. En este tramo recto se espera que disminuyan las tensiones radiales hasta ser nulas. En este caso, se ha optado por añadir unos 5 mm de longitud, que viene a ser unas 1.7 veces el espesor de la probeta. Como se comprobará más adelante, es suficiente para que las tensiones radiales se hagan nulas, y no tiene sentido añadir más material que no aporte información al modelo.

El giro que se ha aplicado en este Modelo para producir la rotura ha sido de 0.13 radianes.

La orientación local del material se ha definido de acuerdo a la Figura 3.14, donde el eje 1 coincide con el eje 3 en la notación habitual en materiales compuestos, y el eje 2 se encuentra en el plano. Este aparente cambio de notación se debe a que se ha propuesto una generalización del sistema coordenado cilíndrico.

Siguiendo con una solución continuista a la que tiene el tramo curvo, para el tramo recto se malla con el mismo número de elementos en el espesor, pero dado que se tiene un menor interés en las magnitudes en este tramo, se ha optado por una malla progresiva, con una longitud de elemento desde los 0.091476 mm al principio hasta los 0.2 mm al final. Se observa un detalle de la malla en la Figura 3.15 y completa en la Figura 3.16.

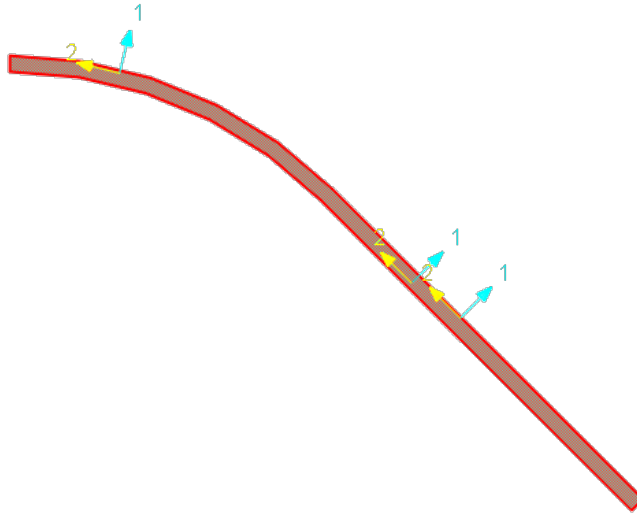


Figura 3.14 Sistema coordenado local de cada lámina en el Modelo 2.

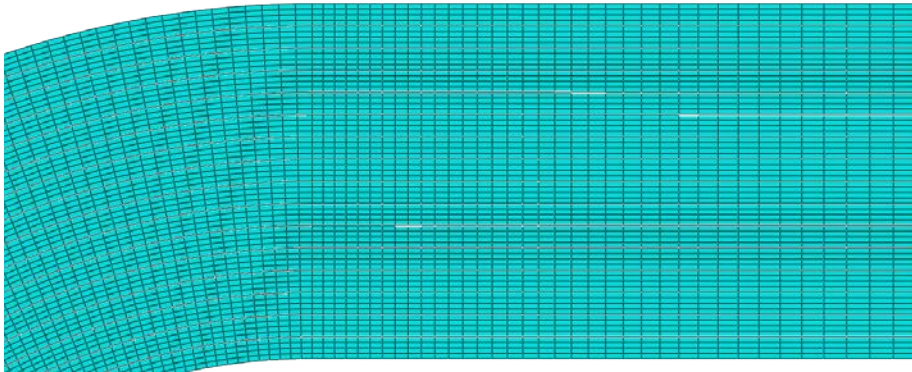


Figura 3.15 Malla del tramo recto del Modelo 2.

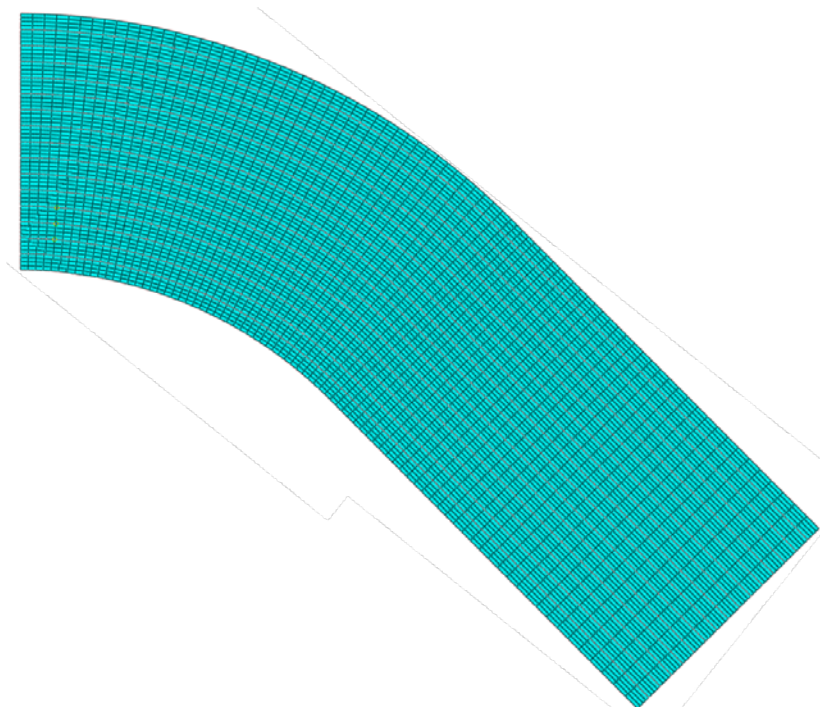


Figura 3.16 Malla completa del Modelo 2.

3.2.3 Malla alternativa

En el Modelo 2, se han realizado algunos análisis con una malla mucho más refinada en la zona de interés. Puesto que la grieta junto a la interfase LEBIM introduce una singularidad débil, de esta forma se podría captar mejor dicha singularidad. Dado que los resultados han sido muy similares a los obtenidos con la malla descrita anteriormente, se han omitido los resultados.

Para refinar localmente el mallado se ha necesitado una partición que divida la zona cercana a la grieta del resto. En la Figura 3.17 se observa como en la situación original la zona de la partición estaba formada por sólo cuatro elementos por fila. En el lateral horizontal se ha configurado una semilla gradual simple de 50 elementos por fila con una relación de tamaño entre el más grande y pequeño de 10^6 . En el otro lateral de la partición se tiene una doble semilla gradual de 20 elementos con una relación de 100, que se mantiene a lo largo de toda la probeta. En total, se ha multiplicado por 160 el número de elementos en la zona. Se han modificado también las interfases de forma acorde a la nueva malla.

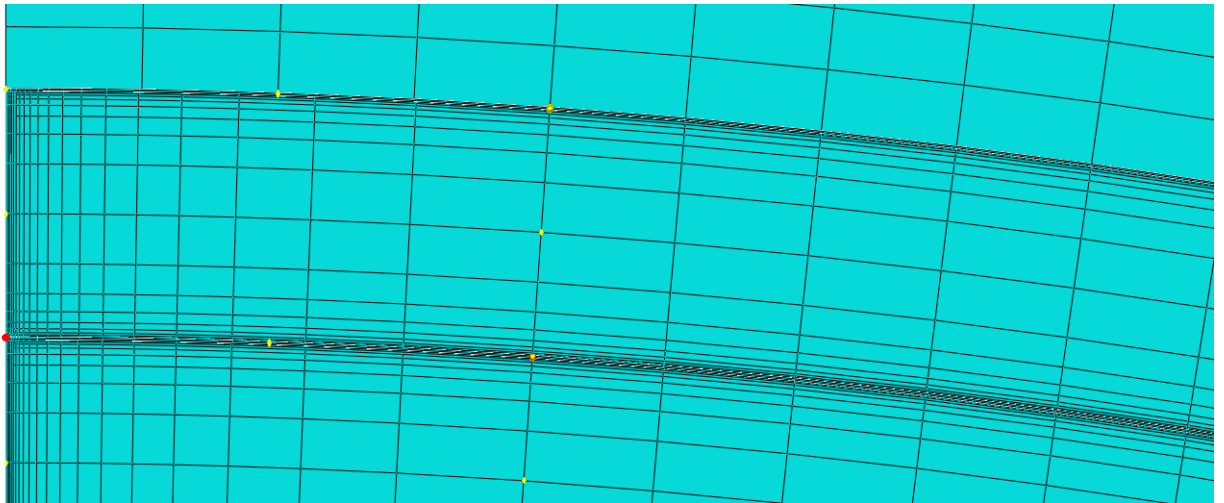


Figura 3.17 Comparativa antes y después del mallado gradual.

3.2.4 Justificación del cambio de propiedades de la interfase entre láminas

En un primer momento se resolvió el Modelo 2 con la misma interfase que el Modelo 1 y se verificó que la rotura se producía por la misma interfase que en el Modelo 1 (es decir, entre las láminas 7 y 8), y no por la interfase adyacente a la grieta introducida artificialmente en el Modelo 2. Es por ello que se decide forzar una mayor sensibilidad al Modo II, modificando los parámetros λ y k_t/k_n . Tal y como se adelantaba en el apartado 1.3.2, observando la expresión de τ_c (1.10), se puede disminuir la resistencia crítica a tensión tangencial aumentando el valor de λ hasta un máximo de valor unidad y disminuyendo el valor de k_t/k_n .

Además, se ha tomado un mayor valor de σ_c que representa el valor de la tensión real máxima normal de rotura que se obtiene de los ensayos de laminados de fibra de carbono. La tensión de despegue es mayor que la de fallo micromecánico al tirar en dirección transversal a la fibra.

Tabla 3-3 Comparación de interfases en la búsqueda de la rotura por Modo Mixto.

	σ_c	G_{Ic}	λ	k_t/k_n	h
LEBIM 1	61 MPa	75 J m ⁻²	0.25	0.25	0.001 mm
LEBIM 2	200 MPa	75 J m ⁻²	1	0.1225	0.001 mm

Como se mostrará en el apartado 4.2, el cambio de propiedades de la interfase provoca un cambio en la localización del fallo.

3.3 Modelo 3

3.3.1 Motivación

Siguiendo con la motivación del Modelo 2, este modelo busca poner de manifiesto que el fallo originado por una grieta transversal es más crítico que el fallo originado por las tensiones normales interlaminares. Aunque el Modelo 2 demuestra ser eficaz para la descripción del fallo originado por una grieta transversal en las láminas a 90° , dicho modelo parte de la suposición de la existencia previa de dicha grieta transversal. El Modelo 3 se propone como una solución que no necesita esta hipótesis.

En lugar de tener una grieta en la lámina 3, todas las láminas están en contacto con una nueva interfase transversal de tipo LEBIM, como se muestra en la Figura 3.18. La resistencia máxima a tracción de la nueva interfase transversal será de $\sigma_c = 61 \text{ MPa}$ (Tabla 3-5). Esto provocará una situación análoga a la del Modelo 2, donde se tiene una grieta en la lámina a 90° , y volverían a aparecer tensiones tangenciales que provocarían la rotura final que se representa en la Figura 3.19.

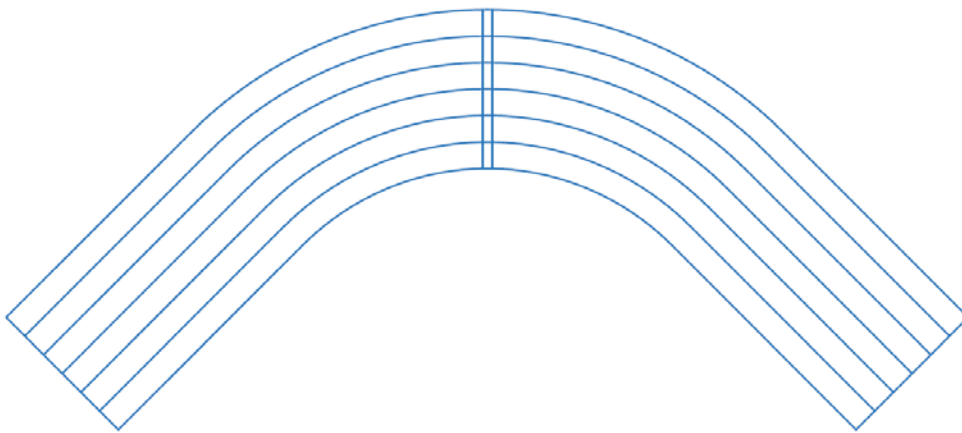


Figura 3.18 Esquema del Modelo 3 en la situación inicial.

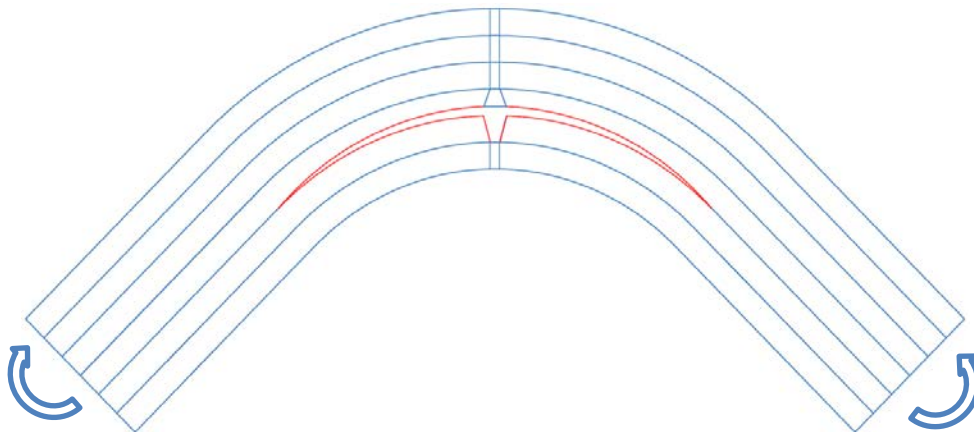


Figura 3.19 Esquema del Modelo 3 una vez iniciado el fallo.

3.3.2 Ejecución en Abaqus

Para el modelado en Abaqus, ha sido necesario la creación de nuevos *parts*. Dado que se precisa incluir un elemento LEBIM entre la probeta y el apoyo de bolas, ha sido necesario añadir otra capa de material debido a que no se puede configurar directamente el apoyo en los elementos LEBIM. De esta forma, se llega a la situación de la Figura 3.20. Las instancias que se han añadido son las siguientes:

- 16 interfases transversales LEBIM en el lugar donde previamente había un apoyo de bolas.
- 16 capas de material se añaden a continuación de las interfases LEBIM, en las que se aplicará el apoyo de bolas.

- 15 interfases LEBIM que unen las 16 capas anteriores de material. Tienen las mismas propiedades que el grupo original de 15 interfases que se encuentran a continuación.

El resultado final presenta un característico hueco entre 4 elementos LEBIM que lo rodean, como se observa en la Figura 3.20. El resultado final se puede ver en la Figura 3.21.

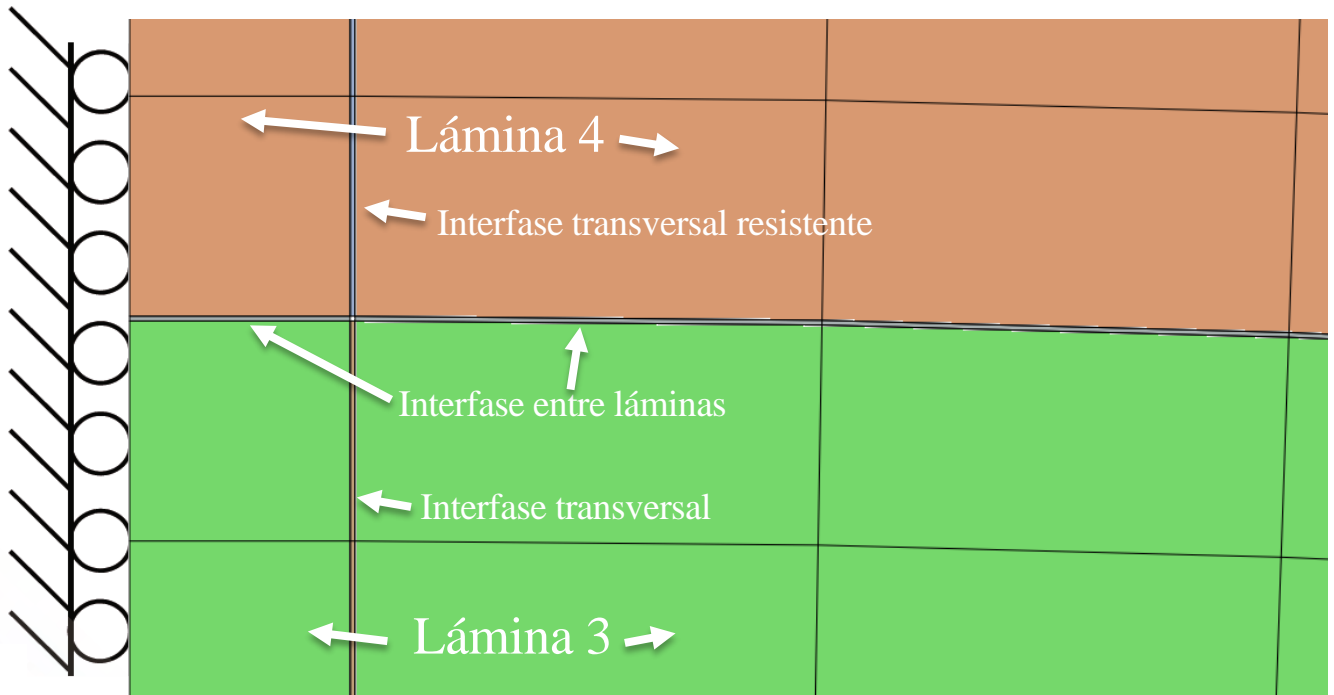


Figura 3.20 Esquema del ensamblaje en detalle del Modelo 3.

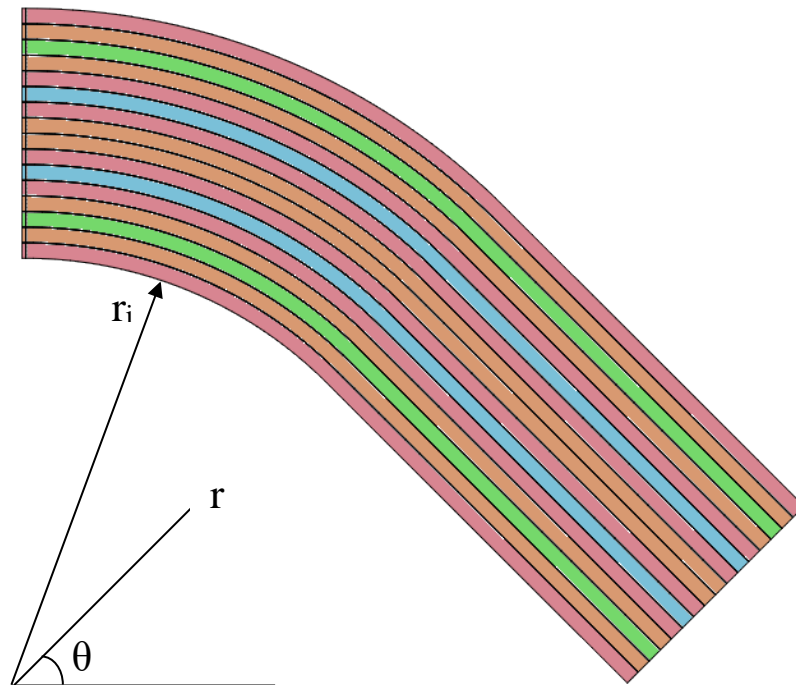


Figura 3.21 Ensamblaje del Modelo 3

En este modelo aparecen en total 78 instancias, y se ha tenido especial rigurosidad en la aplicación de las restricciones que mantienen el sistema unido. Además, para el caso de las 16 nuevas interfases LEBIM se ha tenido que aplicar una orientación local girada 90° respecto del resto, debido a que la subrutina UMAT está programada para que la rigidez normal se aplique en dirección local 1.

3.3.3 Propiedades de la interfase entre láminas

En el apartado 4 se estudiarán dos casos del Modelo 3:

1. Secuencia SA-1 y propiedades de la interfase fibra-matriz con $\sigma_c = 200 \text{ MPa}$ (Tabla 3-2). Es la empleada en el Modelo 2, que favorecía el fallo iniciado por la rotura de la lámina de 90° . Se incluye para comparar las mismas propiedades con el Modelo 2.
2. Secuencia SA-2 y propiedades de la interfase fibra-matriz con $\sigma_c = 120 \text{ MPa}$ (Tabla 3-4). Obtenidas experimentalmente en el laboratorio del GERM por P. Zumaquero (pendiente de publicación).

Tabla 3-4 Propiedades LEBIM 3 del Modelo 3 SA-2.

σ_c	G_{Ic}	λ	k_t/k_n	h
120 MPa	75 J m ⁻²	1	0.1225	0.001 mm

3.3.4 Propiedades de la interfase transversal

Los ensayos apuntan a una resistencia máxima de $\sigma_c = 61 \text{ MPa}$ en sollicitaciones transversales a la fibra para material compuesto de fibra de carbono. El valor tan bajo de la resistencia es debido al fallo micromecánico explicado en el apartado 1.2. Por ello se elige este valor para el caso de la lámina a 90° .

Al probar con 61MPa y 75Jm⁻² Abaqus no resuelve debido a problemas asociados a *overlapping*. Es por ello que se ha optado por usar una rigidez superior, como es la de la interfase LEBIM 3 del Modelo 3 SA-1 (Tabla 3-2). Su valor es de $k_t = 2.67 \cdot 10^{14} \text{ Pa/m}$ y se obtiene usando (3.1). Con ello se disminuye el valor de G_{Ic} y se mantiene la σ_c . El valor que se obtiene de G_{Ic} ronda los 10 Jm⁻², esto es algo razonable puesto que es del orden de los valores que se trabaja en la literatura para fallos a escala micromecánica.

Para el resto de láminas se ha mantenido la misma rigidez y se ha usado una resistencia muy superior, simulando una unión perfecta entre las partes.

$$G_c = \frac{\sigma_c^2}{2 k_t} \quad (3.1)$$

Los valores de λ y k_t/k_n no son relevantes si tenemos en cuenta que el apoyo de bolas está muy cerca y se comprueba que la rotura de dichos elementos se produce puramente en Modo I. Con todo esto, se tienen las propiedades de la Tabla 3-5.

Tabla 3-5 Propiedades LEBIM transversal de los Modelo 3 SA-1 y SA-2.

	σ_c	G_{Ic}	λ	k_t/k_n	h
90°	61 MPa	6.976875 J m ⁻²	1	0.1225	0.001 mm
Resto	2000 MPa	7500 J m ⁻²	1	0.1225	0.001 mm

4 RESULTADOS DE LOS MODELOS

En este apartado se representan los resultados obtenidos a partir del MEF, se comenta su validez y se analizan los datos.

4.1 Modelo 1: SA-1

En primer lugar, se presenta la resistencia máxima en la Tabla 4-1:

Tabla 4-1 Resultados de la resistencia del Modelo 1.

$M^{m\acute{a}x}$	CBS	ψ_c
17313.4 N mm	692.5 N	0.61° (Interfase 7)

Donde

- $M^{m\acute{a}x}$: es el máximo momento que se ha aplicado a la probeta.
- CBS: es la Curved Beam Strength [6].
- ψ_c : es el ángulo de mixticidad en el nodo más crítico en el estado tensional previo a la rotura. Entre paréntesis se indica la interfase por la que rompe, donde 1 corresponde a la más interior y 15 a la exterior.

Antes de la rotura, se puede comprobar que en todos los incrementos la interfase crítica es la 7ª. El primer incremento en el que se tiene información de que se haya roto un elemento de cualquier interfase es el que se representa en la Figura 4.1, donde se observa que han roto las interfases 6, 7 y 8. El fallo se propaga instantáneamente y la rotura es catastrófica. Lamentablemente no se han podido obtener datos en instantes intermedios debido a que la rotura muestra un comportamiento fuertemente inestable, que el método de Newton-Raphson no es capaz de resolver adecuadamente. Por esta razón, en el apartado 1.4 se propusieron métodos alternativos que podrían tener mayor capacidad de resolver los instantes inmediatamente posteriores al de la rotura.

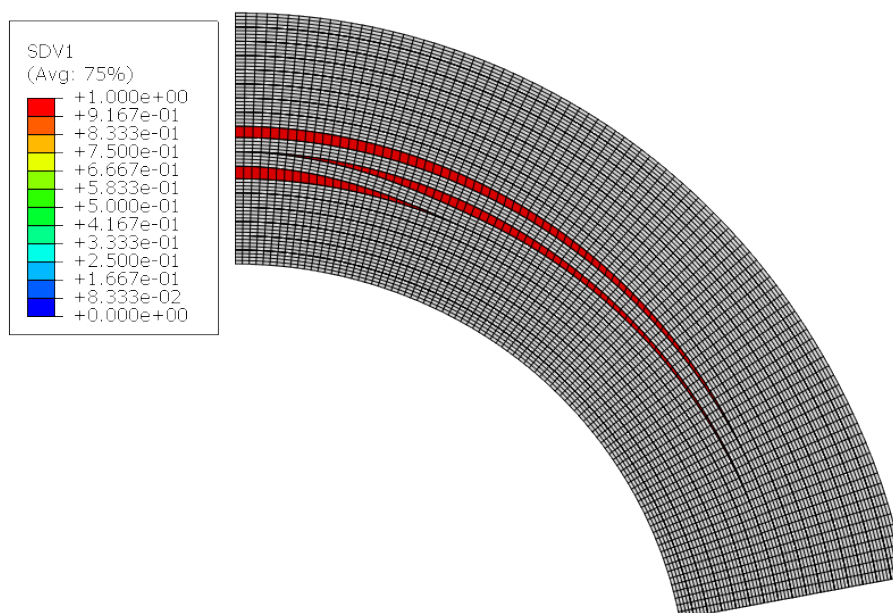


Figura 4.1 Situación final del Modelo 1.

En la Figura 4.2 se representa el momento que se aplica al MPC con respecto al giro del mismo. Se observa la gran magnitud del fallo, puesto que el momento cae más de la mitad en un incremento, y el fallo es catastrófico. En los incrementos posteriores al primer fallo, se observa que la probeta resiste mayor carga al seguir aplicando giro, de esta forma, muestra un comportamiento similar al de los ensayos experimentales (Figura 2.2). A pesar de que la carga siga aumentando, realmente la delaminación sigue propagándose levemente.

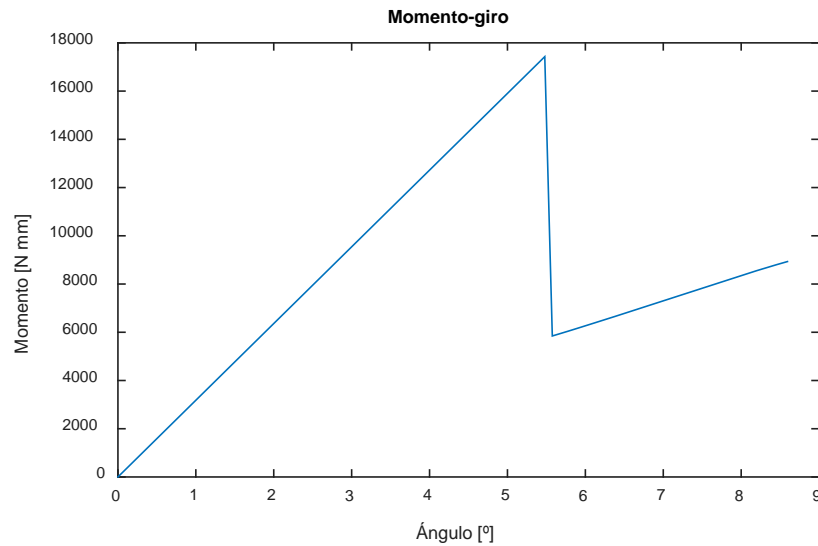


Figura 4.2 Momento aplicado durante el ensayo frente al giro en el Modelo 1.

4.1.1 Mapas de colores

En este apartado se muestran diagramas de colores para representar el estado tensional de todos los elementos en un incremento anterior al que se produce la rotura. Todas las tensiones muestran un comportamiento cercano a la simetría.

En primer lugar, en la Figura 4.3 se tienen las tensiones normales interlaminares σ_{rr} . Tienen una dependencia despreciable con la coordenada θ a excepción del extremo donde se aplica el MPC. Son nulas en los extremos interior y exterior, y presentan su valor máximo en la zona central cerca de la línea media, hacia la mitad interior.

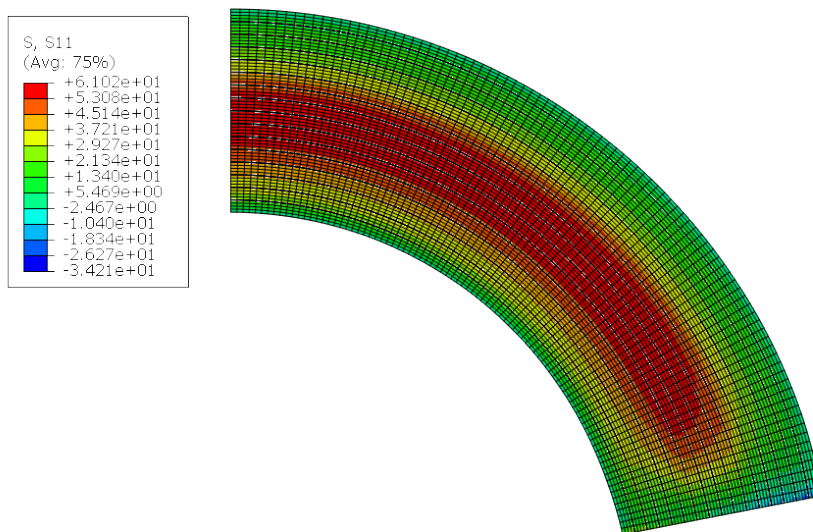


Figura 4.3 Mapa de tensiones σ_{rr} antes de la rotura en el Modelo 1:

En la Figura 4.4 y la Figura 4.5 se muestran las tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ y σ_{zz} respectivamente. En ambas se verifica la complejidad del estado tensional asociada al cambio de propiedades entre las láminas. La discontinuidad en las tensiones se debe a que los materiales compuestos de fibra continua tienen un módulo de Young de un orden

de magnitud superior en una de las direcciones. En general, las tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ aumentan hacia el interior, debido a que las láminas interiores se encuentran a tracción por el sentido positivo de giro que se aplica en el MPC. También ocurre lo mismo con las tensiones σ_{zz} , que por efecto Poisson se encuentran a tracción bajo la hipótesis de deformación plana.

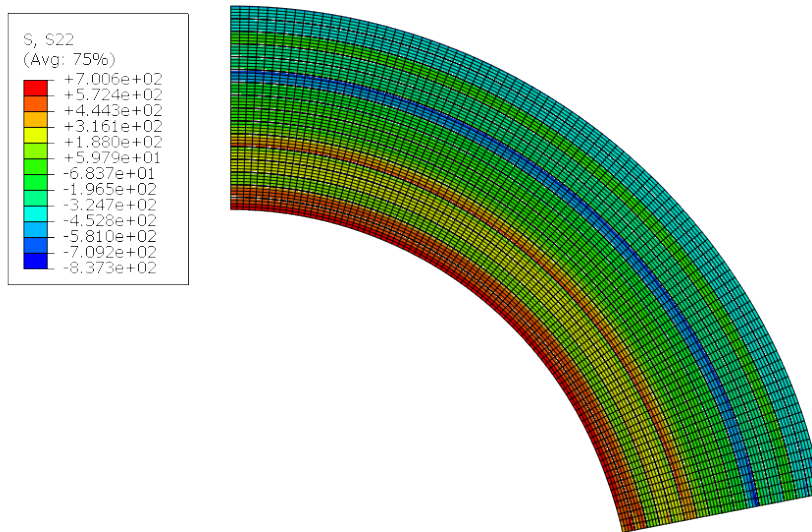


Figura 4.4 Mapa de tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ antes de la rotura en el Modelo 1:

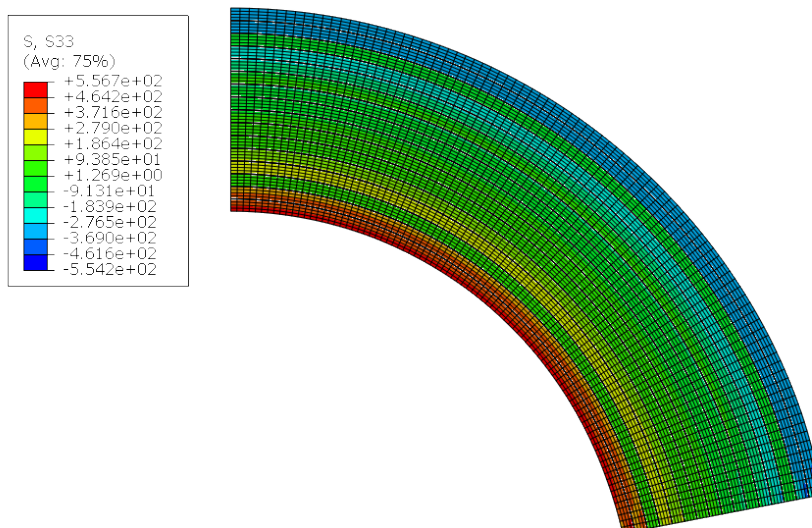


Figura 4.5 Mapa de tensiones σ_{zz} antes de la rotura en el Modelo 1:

4.1.2 Tensiones respecto a lo largo de las interfases

En este apartado se verifica cómo cambia el estado tensional a lo largo de las interfases. El eje de abscisas representa la distancia a lo largo de la interfase desde el MPC hasta el apoyo de bolas. Todas las tensiones se mantienen aproximadamente constantes en la zona curva dado que el flector es uniforme, a excepción de la distorsión que introduce el MPC. Las diferencias entre las longitudes de las gráficas se deben a que las interfases exteriores tienen mayor longitud que las interiores.

En la Figura 4.6 se verifica como la tensión normal σ_{rr} es completamente plana en todas las interfases en la mayor parte de la zona curva. En Figura 4.7 se observa que la tensión tangencial $\sigma_{r\theta}$ es nula en la zona central, y en los extremos del apoyo y del MPC alcanza valores superiores. Esto podría ser de importancia para el modo de mixticidad con el que pudiera romper la probeta, pero se comprueba que rompe por la zona central donde las tensiones tangenciales no son importantes y el ángulo de mixticidad es prácticamente nulo (Tabla 4-1).

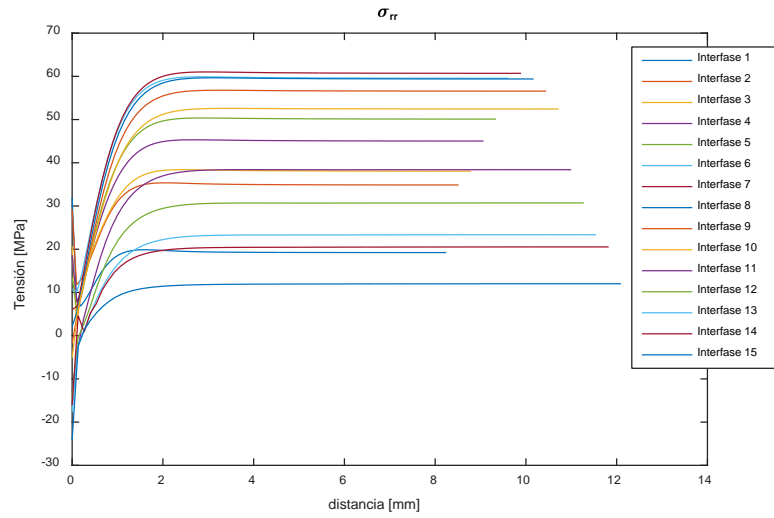


Figura 4.6 Tensión σ_{rr} a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 1.

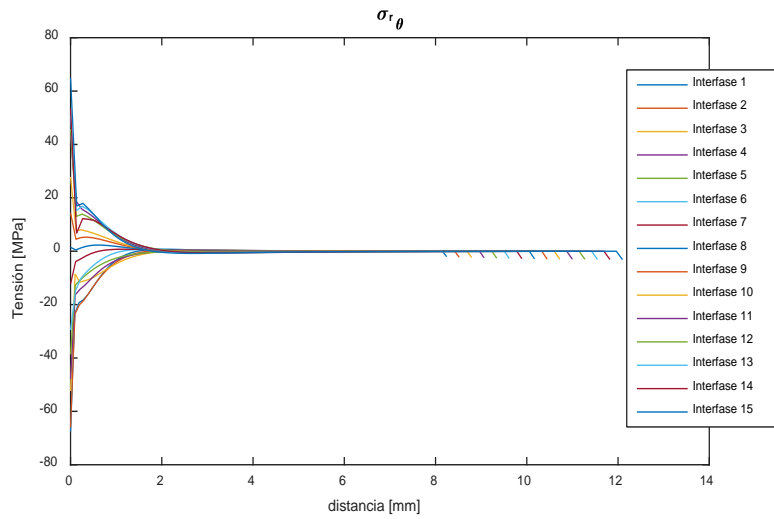


Figura 4.7 Tensión $\sigma_{r\theta}$ a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 1.

4.1.3 Tensiones con respecto a r y validación

En este apartado se representan las tensiones en un camino en la dirección radial en el extremo del apoyo de bolas, tal y como marca el camino rojo de la Figura 4.8.

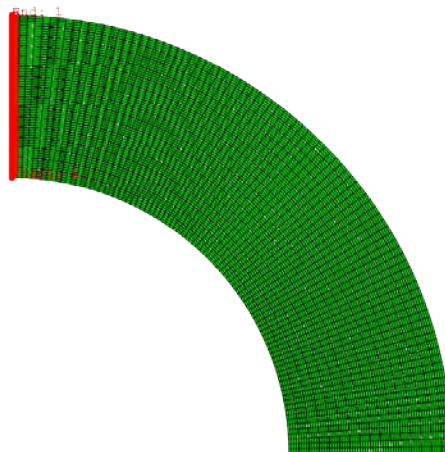


Figura 4.8 Camino marcado en rojo en el que se representan las figuras respecto a r.

Para mostrar la precisión del modelo, se comparan los resultados con una solución analítica en la que las interfases se consideran perfectamente rígidas. La solución analítica ha sido proporcionada por los tutores del proyecto y obtenida mediante un modelo desarrollado por J.M. González-Cantero [21].

En la Figura 4.9 se representa en azul la tensión σ_{rr} obtenida a partir de Abaqus en el incremento previo a la rotura en el camino definido en la Figura 4.8 del Modelo1, y en rojo la tensión σ_{rr} de la solución del modelo de González-Cantero. El acuerdo es bueno, y la diferencia más llamativa son las discontinuidades que se producen en “MEF” debidas a la distorsión que produce la interfase con modelo LEBIM.

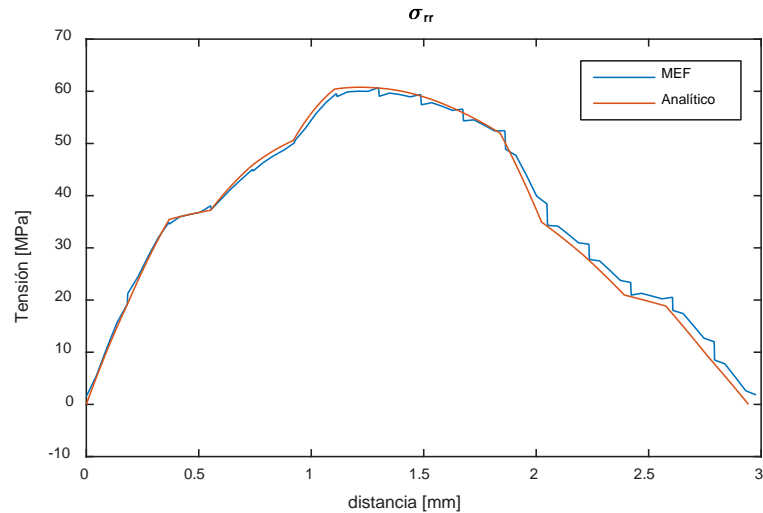


Figura 4.9 Tensiones σ_{rr} en r antes de la rotura en el Modelo 1.

En la Figura 4.10 se representan las tensiones circunferenciales $\sigma_{\theta\theta}$ en el camino de la Figura 4.8. En general, la tensión aumenta hacia el interior de la probeta debido a la tracción que produce el MPC. No hay discontinuidades entre las láminas de $+45^\circ$ y -45° . En la lámina a 90° , el valor absoluto de la tensión cae debido a que tiene una rigidez pequeña, y al compatibilizar los desplazamientos del MPC la tensión es menor. Se tiene el caso opuesto para la lámina a 0° .

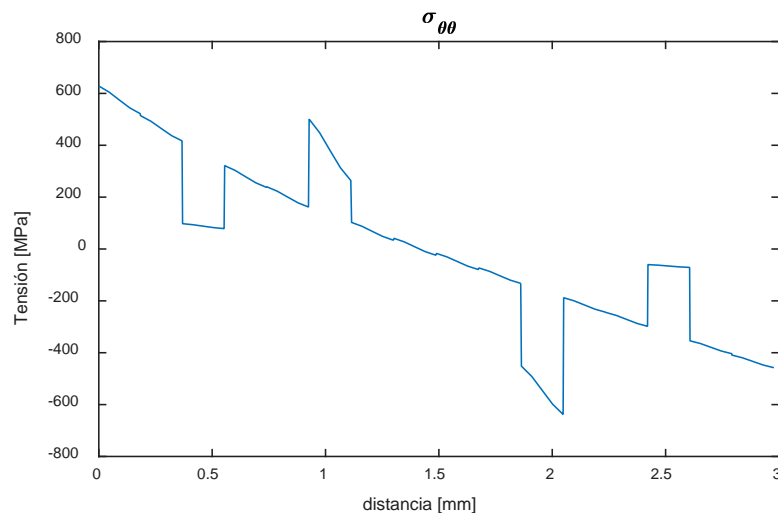


Figura 4.10 Tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ en r antes de la rotura en el Modelo 1.

En la Figura 4.11 se representa la tensión σ_{22} donde se utiliza el sistema coordenado habitual de la bibliografía definido en la Figura 4.12. Las tensiones σ_{22} coinciden con las tensiones $\sigma_{\theta\theta}$ en el caso de las láminas a 90° .

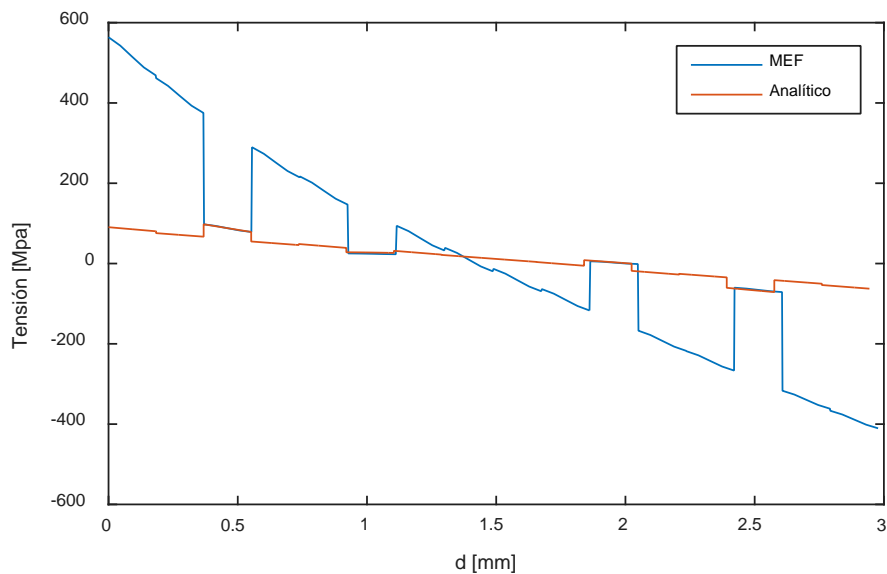


Figura 4.11 Tensiones σ_{22} en r antes de la rotura en el Modelo 1. Sistema coordenado local de la Figura 4.12.

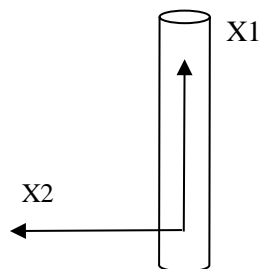


Figura 4.12 Sistema coordenado local donde la fibra se alinea con X1, el plano de la placa se define con X2, y X3 es perpendicular a la misma.

4.1.4 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos siguen un acuerdo extraordinario en σ_{rr} con respecto a los cálculos analíticos a partir de [21]. También coinciden con los resultados de σ_{22} para el caso de las láminas a 0° y 90° , pero no para $+45^\circ$ y -45° . Esto podría deberse a las distorsiones que se introducen al resolver en deformación plana y no debería tener importancia mayor.

Dado que sólo hay interfases LEBIM entre las láminas, el mecanismo principal de fallo del Modelo 1 aparece al alcanzarse la máxima tensión normal admisible, que como se observa en la Figura 4.9 se produce en la zona interior, cerca de la línea media. El ángulo de mixticidad es menor a un grado en el elemento en el que se origina la rotura y ésta se produce, por tanto, en Modo I, e inmediatamente después aparece la delaminación.

El Modelo 1 consigue ser una representación precisa de lo que ocurre en los ensayos en los que la probeta se rompe al alcanzar la máxima tensión normal admisible en Modo I.

4.2 Modelo 2: SA-1

A continuación, se muestran los resultados del modelo en el sistema coordenado local definido en la Figura 3.14.

En la Tabla 4-2 se muestra la resistencia máxima del ensayo. Es mayor que en el Modelo 1 debido a que

se ha utilizado una interfase significativamente más resistente. Este ensayo ha roto en Modo Mixto, lo que hace que la rotura se produzca para una carga menor que si se hubiera roto en Modo I.

Tabla 4-2 Resultados de la resistencia del Modelo 2.

$M^{máx}$	CBS	ψ_c
27332.7 N mm	1093.3 N	73.32° (Interfase 2)

En la Figura 4.13 se representa la situación final del ensayo. Al igual que ocurría en el Modelo 1, en el primer incremento en el que se rompe un elemento de las intefases, aparece la rotura de varias láminas simultáneamente. El fallo se origina en la interfase 2 en Modo Mixto, y vuelve a ser catastrófico y se propaga de forma instantánea a las interfases 1, 3 y 4. De forma similar a lo que ocurría en el Modelo 1, una vez originado el fallo, el momento aplicado para dicho giro cae bruscamente, la probeta se flexibiliza y pierde resistencia.

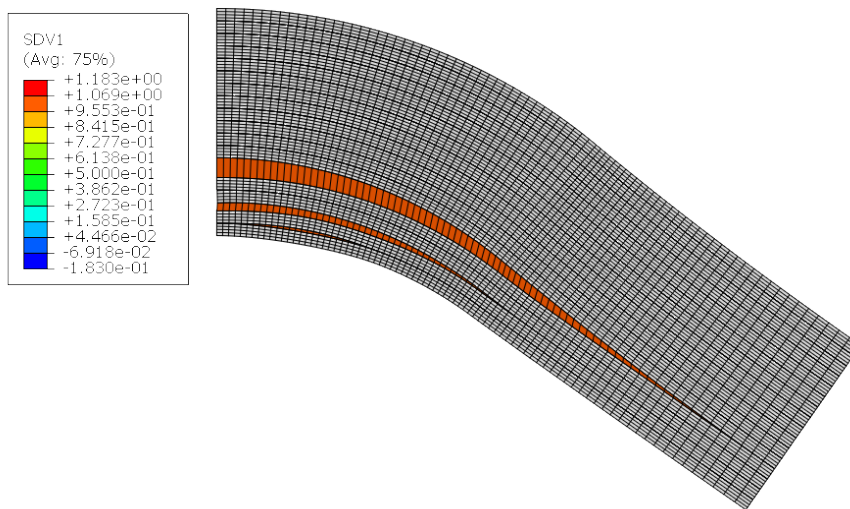


Figura 4.13 Situación final del Modelo 2.

4.2.1 Mapa de colores

Antes del fallo, este modelo se tiene un estado tensional parecido al del Modelo 1. En la Figura 4.14 se representa la tensión σ_{11} , que coincide con la tensión radial en la zona curva. Se observa que es nula en la lámina 1, crece hasta alcanzar su máximo en la zona central y vuelve a ser nula en la lámina 16. En la zona recta la tensión cae rápidamente hasta ser nula.

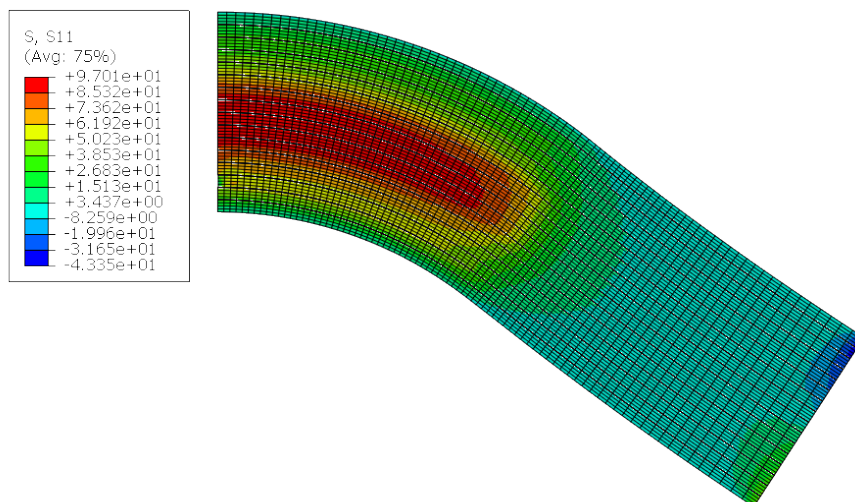


Figura 4.14 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 2.

En la Figura 4.15 se representan las tensiones σ_{22} , y se vuelve a observar la discontinuidad de las tensiones debido a la diferencia de propiedades entre láminas.

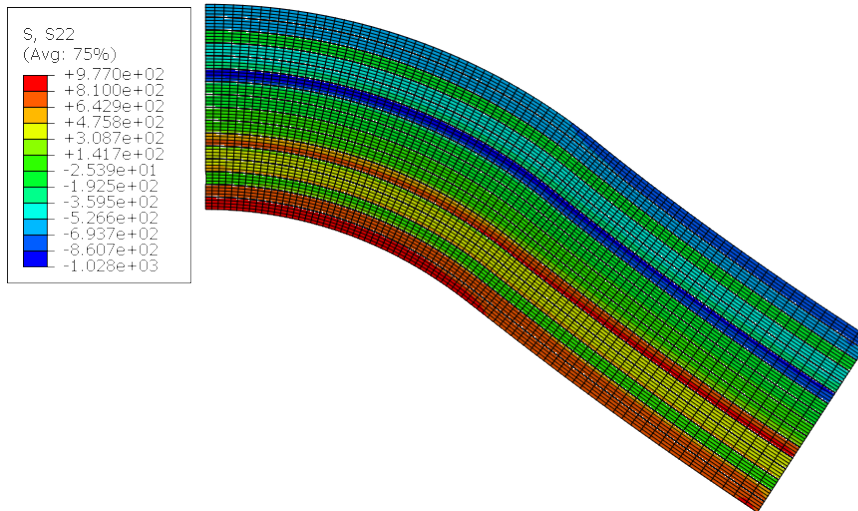


Figura 4.15 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo 2:

4.2.2 Tensiones respecto a lo largo de las interfases

En la Figura 4.16 se observa como la tensión σ_{11} fuera de la zona curva cae rápidamente. En la zona de la grieta se aprecia la distorsión que provoca el inicio de la rotura de la interfase entre láminas en torno a la lámina 3, es por ello que la tensión de la interfase 3 cae de forma abrupta.

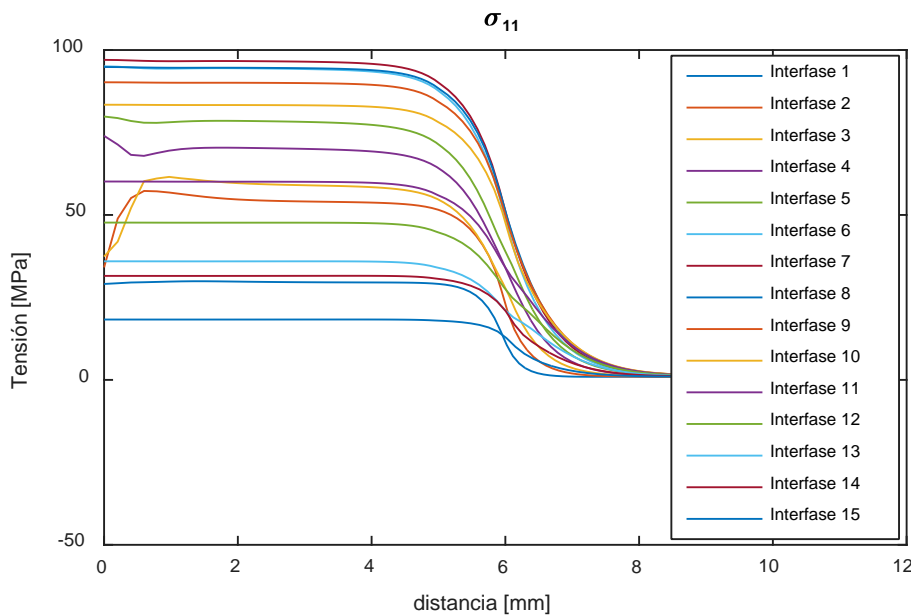


Figura 4.16 Tensión σ_{11} a lo largo de la interfase antes de la rotura en el Modelo 2.

4.2.3 Tensiones con respecto a 1 y validación

En la Figura 4.17 se representa una comparación entre las tensiones σ_{11} obtenidas de tres formas distintas:

- 1) MEF: tensiones del Modelo 2 del camino de la Figura 4.18.b en el instante previo a la rotura. La forma cualitativa de estas tensiones es muy parecida a la que se obtuvo en la Figura 4.9.
- 2) MEF grieta: tensiones del Modelo 2 del camino de la Figura 4.18.a en el instante previo a la rotura.

- 3) Analítico: tensiones obtenidas a partir del trabajo de González-Cantero [21] para la misma carga y tamaño de la probeta y un modelo sin daño.

En el camino alejado de la grieta (Figura 4.18.b) el acuerdo es muy bueno en todas las láminas. Sin embargo, en el camino donde se aplica el apoyo de bolas (Figura 4.18.a) el acuerdo no es bueno en las láminas cercanas a la lámina 3, que es el lugar donde se tiene la grieta.

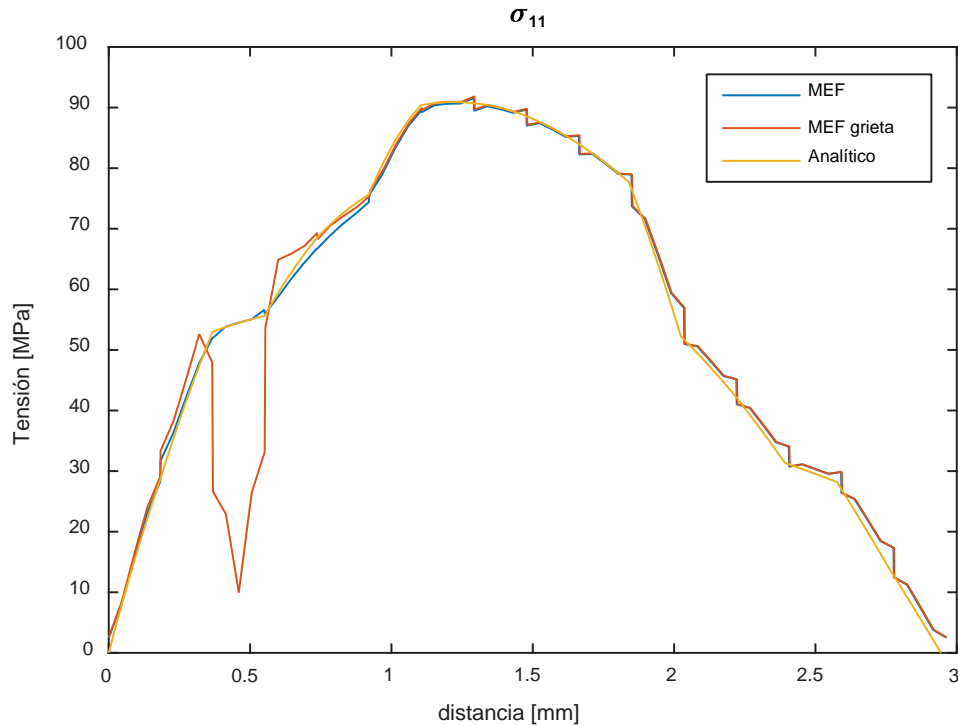


Figura 4.17 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones del Modelo 2.

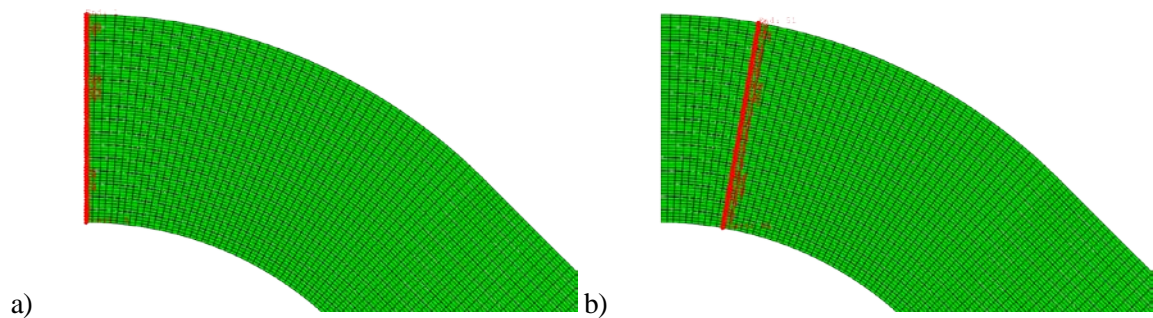


Figura 4.18 Caminos a) y b) utilizados para la representación de “MEF grieta” y “MEF” respectivamente en la Figura 4.17.

En la Figura 4.19 se representa la tensión tangencial σ_{12} en la cara del apoyo de bolas del Modelo 2 antes de la rotura. El pico que se observa a los lados de la lámina 3 es fundamental para que el fallo se produzca en torno a dicha lámina en modo mixto y propicie la delaminación inmediata.

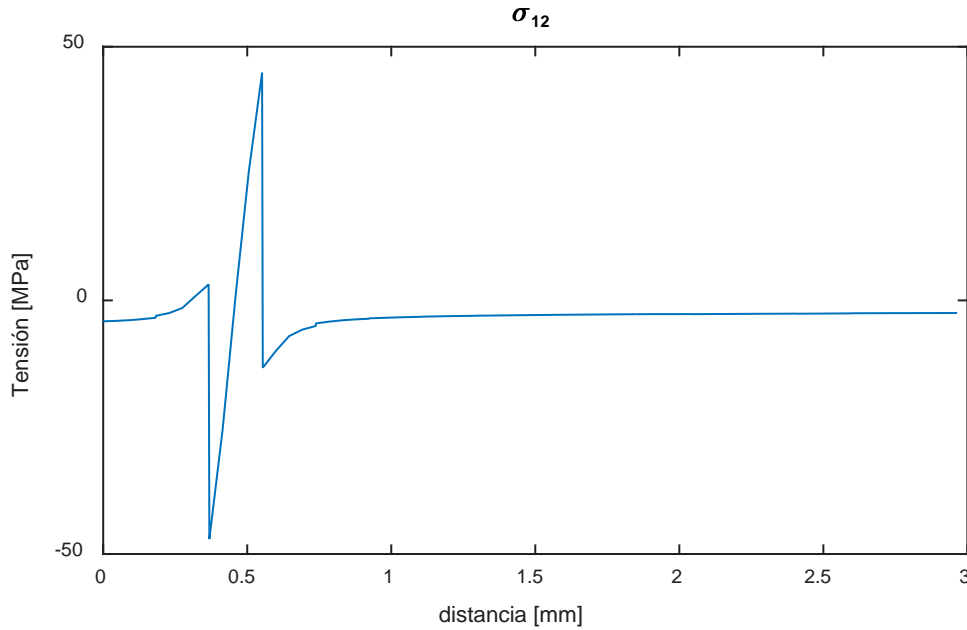


Figura 4.19 Tensiones $\sigma_{r\theta}$ en r antes de la rotura en la cara del apoyo de bolas en el Modelo 2.

4.2.4 Análisis de los resultados

La rotura se ha producido cuando $\sigma_{rr}^{m\acute{a}x} = 97\text{MPa}$ porque rompe en Modo Mixto, que hace que la resistencia efectiva sea aproximadamente la mitad de la esperada, 200 MPa. El momento máximo que resiste este modelo es significativamente mayor que en el Modelo 1 debido al cambio de propiedades en la interfase por una más resistente.

Si no se hubiera introducido la grieta se esperaría un resultado equivalente al del Modelo 1, pero a un momento mayor.

El Modelo 2 muestra que el LEBIM permite reproducir la propagación del daño producido por una grieta transversal en la capa de 90° .

4.3 Modelo 3: SA-1

Se presentan aquí los resultados del tercer modelo con la secuencia de apilado SA-1 definida en (2.1). En la Tabla 4-3 se muestra la resistencia máxima del ensayo. Es ligeramente superior a la que se obtuvo para el Modelo 2. Dado que se han resuelto para el mismo material y propiedades de interfases entre láminas, se puede afirmar que las interfases transversales aportan resistencia al modelo. En este modelo la rotura se ha producido para un ángulo de mixticidad ligeramente mayor que en el Modelo 2.

Tabla 4-3 Resultados de la resistencia del Modelo 3 SA-1.

$M^{m\acute{a}x}$	CBS	ψ_c
29163.9 N mm	1166.6 N	76.72° (Interfase 2)

En la Figura 3.20 se muestra la situación final de la probeta. Para llegar a esta situación, en primer lugar, se rompe el LEBIM transversal de la lámina 3 en torno a unos 7000 N·mm de carga. Es entonces cuando el modelo se encuentra a una situación similar a la del Modelo 2, donde existe una grieta en la lámina 3. La carga aumenta hasta los 29 kN·mm y se produce el fallo en Modo Mixto en la segunda interfase que inmediatamente se propaga de forma catastrófica a las interfases 1, 3, 4 y 5.

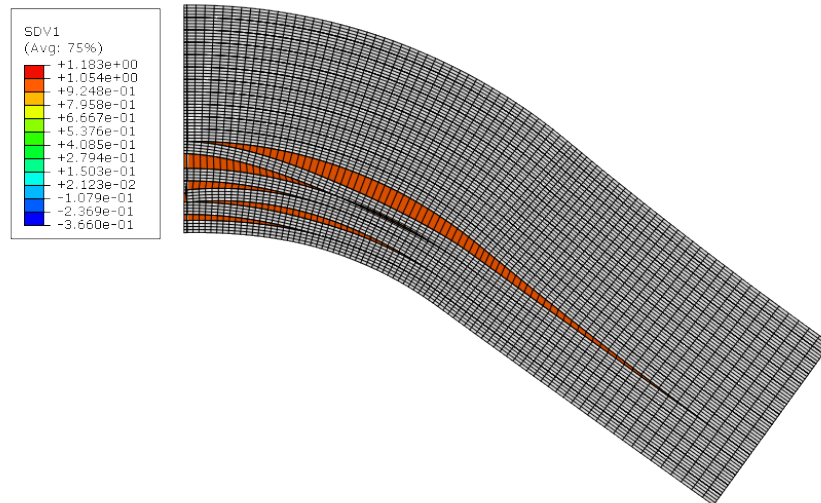


Figura 4.20 Situación final del Modelo 3 SA-1.

4.3.1 Mapa de colores

En este apartado se muestra en diagramas de colores el campo tensional σ_{11} y σ_{22} en la Figura 4.21 y en la Figura 4.22 respectivamente. Las tensiones vuelven a ser constantes en la zona curva. Se aprecia el máximo de σ_{11} en la zona central y las discontinuidades de σ_{22} debido a la diferencia de propiedades en las láminas.

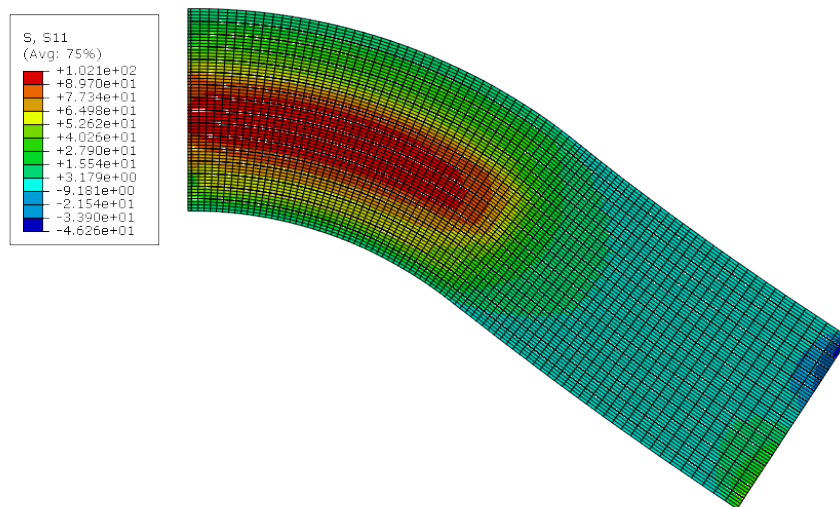


Figura 4.21 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-1.

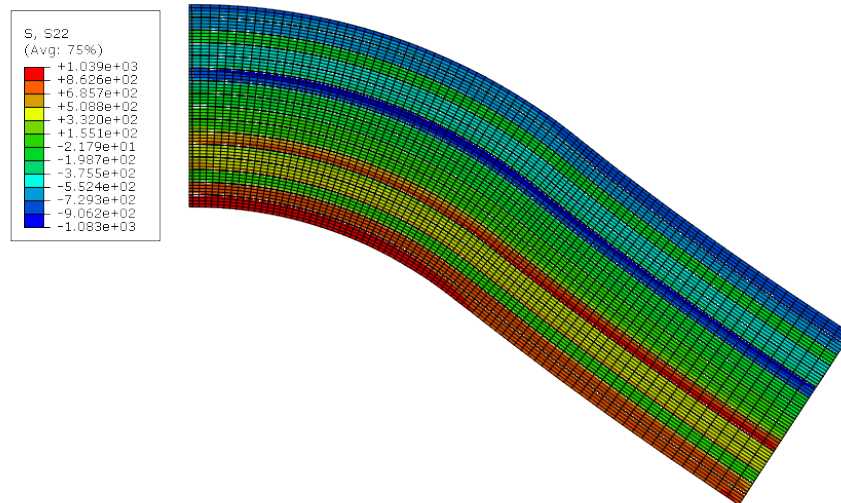


Figura 4.22 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-1:

4.3.2 Tensiones con respecto a 1 y validación

En este apartado se representa en la Figura 4.23 la tensión σ_{11} de 3 situaciones diferentes del Modelo 3 SA-1 en el incremento antes de la rotura. Análogamente a lo que representaba en la Figura 4.17, se tiene una solución en una sección alejada de la grieta, otra solución en la propia cara de la grieta y la solución analítica sin daño obtenida a partir del trabajo de González-Cantero [21].

Si se compara con los resultados del Modelo 2 (Figura 4.17), en este caso en la sección de la grieta se produce una distorsión importante en el campo de tensiones que no solo afecta al entorno de la grieta. Ejemplo de ello es la lámina 14, que está lejos de la grieta y sufre una caída significativa.

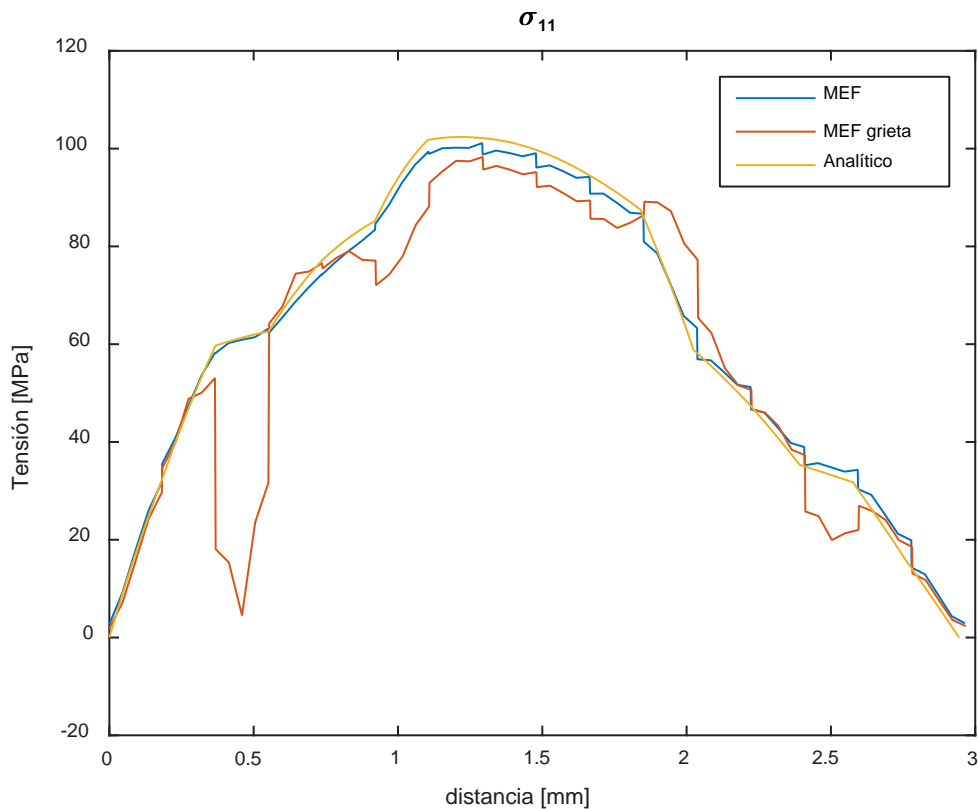


Figura 4.23 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones en el Modelo 3 SA-1.

4.3.3 Análisis de los resultados

Los resultados que se obtienen son parecidos a los del Modelo 2, puesto que una vez que se rompe el LEBIM transversal se tiene una situación parecida al haber mantenido las propiedades de la interfase entre láminas. Se vuelve a observar un buen acuerdo en las tensiones radiales, pero en la zona de la grieta aparecen mayores distorsiones que en el Modelo 2.

La tensión normal interlaminar máxima antes del despegue ronda los 102 MPa, que es ligeramente superior a lo que se daba en el Modelo 2, lo que indica que aguanta más carga sin propagar el fallo. El momento máximo aplicado de este modelo es un 6.7% mayor que el del Modelo 2, lo que confirma que la interfase transversal le aporta resistencia al conjunto.

Este modelo muestra que el LEBIM permite modelar el fallo en la capa de 90° y la propagación de este fallo como una delaminación.

4.4 Modelo 3: SA-2

Una vez demostrada la validez del Modelo 3 en el apartado 4.3, se presentan aquí los resultados para la secuencia de apilado SA-2 definida en (2.2). El objetivo de mostrar otra secuencia de apilado es poder comparar el Modelo 3 con los resultados experimentales de probetas con SA-2 que P. Zumaquero está ensayando paralelamente a este proyecto.

En la Tabla 4-4 se mostrará la resistencia máxima del ensayo, y en la Figura 4.24 se observa el estado final. En este caso, aparecen muchas más interfases rotas, esto simplemente es debido a un mayor número de iteraciones necesarias para resolver la rotura. Este modelo ha mostrado una inestabilidad ligeramente superior al resto en el proceso de rotura. El daño se produce en Modo Mixto en la interfase 3 y se propaga a las interfases comprendidas entre la 1 y la 10 inclusive.

En este caso, la interfase transversal de la lámina 3 se ha roto para una carga muy parecida a la del Modelo 3 SA-1, en torno a los 7000 N·mm.

Tabla 4-4 Resultados de la resistencia del Modelo 3 SA-2.

$M^{m\acute{a}x}$	CBS	ψ_c
20781.8 N mm	831.3 N	70.29° (Interfase 3)

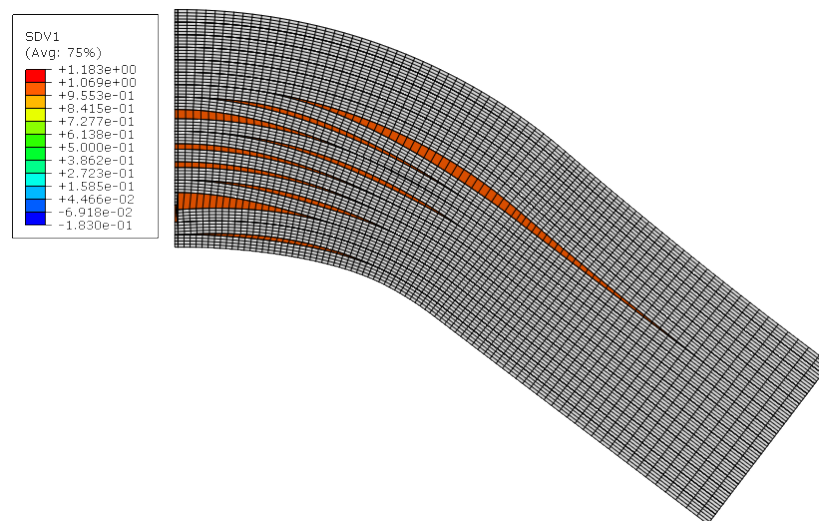


Figura 4.24 Situación final del Modelo 3 SA-1.

4.4.1 Mapa de colores

En este apartado se muestra el diagrama de colores de las tensiones σ_{11} y σ_{22} en la Figura 4.25 y la Figura 4.26 respectivamente. El estado tensional es cualitativamente el mismo que el del Modelo 3 SA-1 puesto que sólo se han modificado las propiedades de la interfase entre láminas y el único cambio significativo que se espera es la carga última.

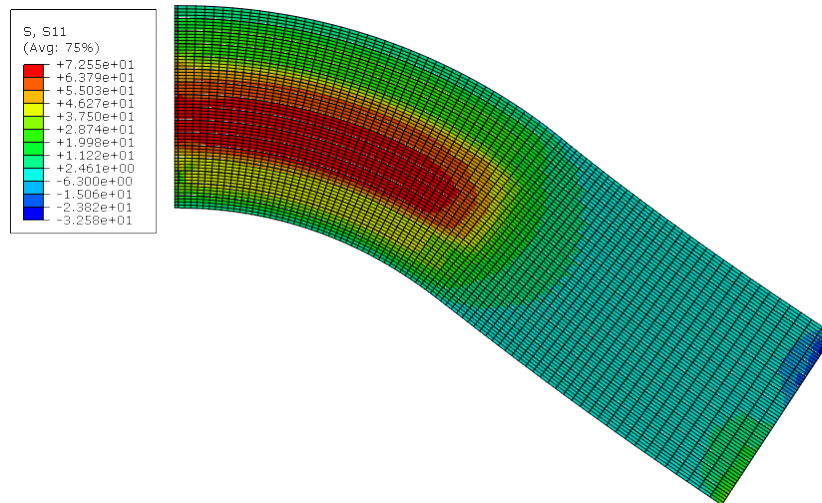


Figura 4.25 Mapa de tensiones σ_{11} antes de la rotura en el Modelo 3 SA-2.

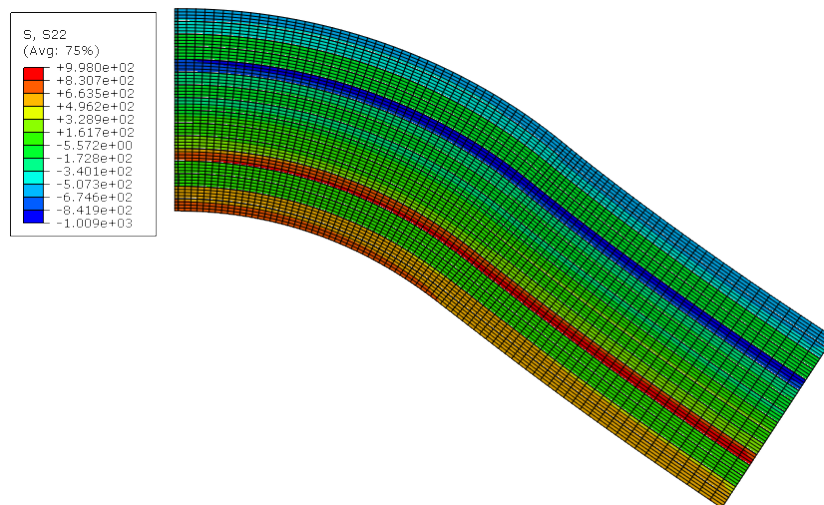


Figura 4.26 Mapa de tensiones σ_{22} antes de la rotura en el Modelo SA-2.

4.4.2 Tensiones con respecto a 1 y validación

En la Figura 4.27 se representa la tensión σ_{11} de 3 situaciones diferentes del Modelo 3 SA-2 en el incremento antes de la rotura. Las curvas corresponden a una sección alejada de la grieta, otra solución en la propia cara de la grieta y la solución analítica sin daño obtenida a partir del trabajo de González-Cantero [21]. En este modelo vuelve a aparecer una distorsión significativa en la sección de la grieta, tal y como se ve en la curva roja.

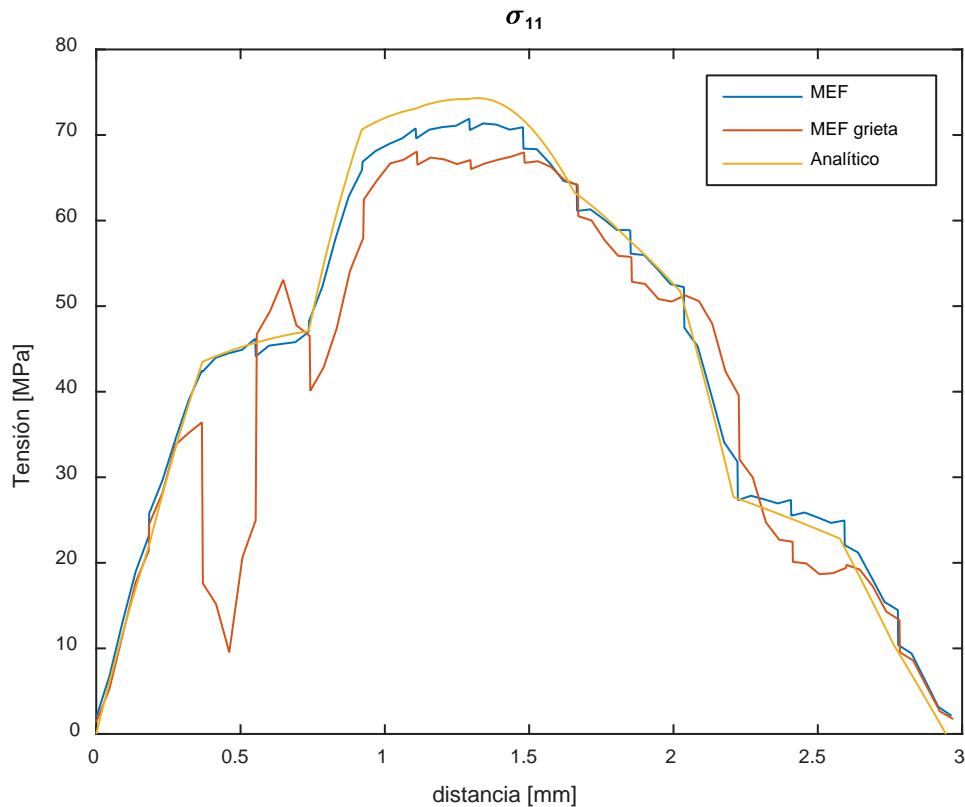


Figura 4.27 Tensiones σ_{11} en r antes de la rotura en diferentes secciones en el Modelo 3 SA-2.

4.4.3 Análisis de los resultados

Para esta secuencia de apilado se ha disminuido la resistencia de la interfase entre láminas, es por ello que en este ensayo el momento máximo que se soporta es significativamente menor que para la secuencia SA-1.

Cabe destacar que, para esta secuencia de apilado, tras la rotura de la interfase transversal, la primera interfase que se rompe es la interfase 3, mientras que para la secuencia de apilado SA-1 la rotura se producía por la interfase 2.

Además, cabe destacar que, aunque no se hayan presentado los datos, se ha resuelto esta secuencia de apilado con el Modelo 2, obteniendo resultados similares a los que aquí se presentan, lo que ha permitido omitir dichos resultados.

Dado que el fallo ha comenzado en la interfase 3, este modelo permite poner de manifiesto que el fallo de la capa de 90° precipita el fallo del componente, dado que este fallo se propaga como delaminación.

Como una vez comenzado el fallo aparecen de forma inestable numerosas delaminaciones, es frecuente encontrar grietas en la zona de σ_{rr} máxima, que provocan que el fallo se atribuya erróneamente a un valor inferior de ILTS.

5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se han elaborado 3 modelos numéricos del ensayo ILTS. El primero de ellos representa una solución precisa de lo que ocurren en los ensayos en los que la probeta se rompe por la zona central, debido a que se alcanzan las máximas tensiones normales admisibles por la interfase fibra-matriz. Los otros dos modelos, simulan aquellos ensayos en los que la resistencia efectiva es menor de la esperada debido a que se produce una rotura a nivel micromecánico en las láminas a 90° .

Las conclusiones más relevantes son:

- El Modelo 1 reproduce eficazmente los mecanismos de fallo que se han conocido clásicamente en el ensayo ILTS.
- El Modelo 2 y el Modelo 3, reproducen los mecanismos de fallo que no se pueden ver en cámaras de alta velocidad y se confirma que es debido al fallo intralaminar en las láminas a 90° .
- La interfase LEBIM se consolida como un modelo de interfase capaz de modelar correctamente distintos mecanismos de fallo en laminados de material compuesto.
- Se pone de manifiesto que la dispersión observada en los valores de ILTS en probetas con distintas secuencias de apilado pueden estar asociadas a que el fallo ocurre de forma prematura tras la aparición de una grieta transversal en las capas de 90° .

El siguiente objetivo sería la validación experimental de una campaña de ensayos con el mismo modelo que aquí se prueba. En el caso de que tras la rotura de la lámina a 90° se produjera la rotura inmediata de la probeta entera, se podría modificar las propiedades de la interfase del modelo numérico para obtener el resultado de la experiencia.

Además, con la aplicación del método *Sequentially Linear Analysis* se podría obtener información a partir de los primeros instantes tras la aparición del fallo, puesto que se ha comprobado que tiene un comportamiento inestable, y en este trabajo se ha perdido esa información.

Por último, con un estudio numérico 3D se obtendría una solución con unas hipótesis más relajadas que las que se han tenido en cuenta en este trabajo. Además, se obtendría un mayor grado de detalle del campo tensional.

REFERENCIAS

- [1] L. Távara Mendoza, Damage initiation and propagation in composite materials. Boundary element analysis usins weak interface and cohesive zone models, PhD Thesis, Seville, 2010.
- [2] E. Paloma Castro, Implementación de un método de solución lineal secuencial en el programa de elementos finitos Abaqus para el modelo de interfase elástica lineal frágil, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Sevilla, 2016.
- [3] D. Castillo, Implementación de un modelo de interfase en el programa de elementos finitos ABAQUS. Aplicación a materiales compuestos, Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Sevilla, 2014.
- [4] L. Ramírez López, Fabricación y ensayo de probetas ILTS, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Sevilla, 2015.
- [5] J. M. González-Cantero, E. Graciani, B. López-Romano y F. París, Induced unfolding: a new mechanism of unfolding failure in composite laminates (in press), 2017.
- [6] «ASTM D 6415/D 6415M,» *ASTM Standards*, 2013.
- [7] Airbus, «AITM1-0069,» 2009.
- [8] M. Hoffmann, K. Zimmermann, B. Bautz and P. Middendorf, “Size effect on through-thickness strength properties of 3D loaded composite laminates,” in *European Conference on Composite Materials*, Seville, 2016.
- [9] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani, J. Cañas y F. París, «Analysis of a Crack in a Thin Adhesive Layer between Orthotropic Materials: An Application to Composite Interlaminar Fracture Toughness Test,» *Computer Modeling in Engineering and Science*, vol. 58, nº 3, pp. 247-270, 2010.
- [10] A. Hilleborg, M. Modeer y P. Petersson, «Analysis of a crack formation and crack growth in concrete by fracture mechanics and finite elements,» de *Cement and Concrete Research vol. 6*, 1976, p. pp. 773–782.
- [11] F. Erdogan, “Fracture mechanics of interfases,” in *Damage and Failure Interfases*, Rotterdam, Balkema Publishers, 1997.
- [12] G. Geymonat, F. Krasuski y S. Lenci, «Mathematical analysis of a bonded joint with a soft thin adhesive,» de *Mathematics and Mechanics of Solids*, 1999, pp. 4:221-225.
- [13] F. Lebon y F. Zaittouni, «Asymptotic modelling of interfases taking contact conditions into account: Asymptotic expansions and numerical implementation.,» de *International Journal of Engineering Science*, 2010, pp. 48:111-127.

- [14] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani y F. París, «BEM analysis of crack onset and propagation along fiber–matrix interface under transverse tension using a linear elastic–brittle interface model,» *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 35, nº 2, pp. 207-222, 2011.
- [15] V. Mantic, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani y F. París, «A linear elastic-brittle interface model: application for the onset and propagation of a fibre-matrix interface crack under biaxial transverse loads,» *International Journal o Fracture*, nº 195, pp. 15-38, 2015.
- [16] Kedward, «The flexure of simply curved composite shapes,» *Composites*, vol. 20, nº 6, pp. 527-53, 1989.
- [17] Lekhnitskii, «Anisotropic Plates,» New York, Gordon and Breach Publishers, 1968, pp. pp 95-101.
- [18] A. Escudero Belmonte, Predicción del fallo de probetas ILTS mediante modelos de elementos finitos, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Sevilla, 2015.
- [19] L. Távara, A. Blázquez, V. Mantic, E. Graciani y F. París, «Study of transverse and delamination cracks in [0/90] symmetric laminates by means of the classical LEFM and the Linear Elastic Brittle Interface formulation,» de *European Conference on Composite Materials*, Venice, 2012.
- [20] L. Távara, J. Reinoso, D. Castillo y V. Mantic, «Mixed-mode failure of interfaces studied by the 2D Linear Elastic-Brittle Interface Model: macro- and micro-mechanical finite element applications in composites,» *The Journal of Adhesion (in press)*, 2017.
- [21] J. M. González Cantero, 3D analytical model for evaluating stresses in curved aerostructural composite laminates, Seville, 2016.
- [22] F. París, J. Cañas, J. C. Marín y A. Barroso, Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos, 2012.
- [23] Simulia, «Abaqus 6.12 Documentation».

A. ANEXO: CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL

Planteamiento

El problema que se pretende resolver incluye láminas con propiedades fuera del plano que no se pueden construir con la herramienta Composite Layups de Abaqus. Por tanto, se define un sistema coordenado local arbitrario en cada lámina y se transforman las propiedades del material para obtener el comportamiento deseado. Se ha optado por un sistema coordenado que coincide con uno cilíndrico en la zona curva y es continuista en la zona recta. Como se muestra en la Figura A.1, la dirección 1 es perpendicular a la lámina, la dirección 2 es paralela a la misma y la dirección 3 completa un sistema dextrógiro fuera del plano.

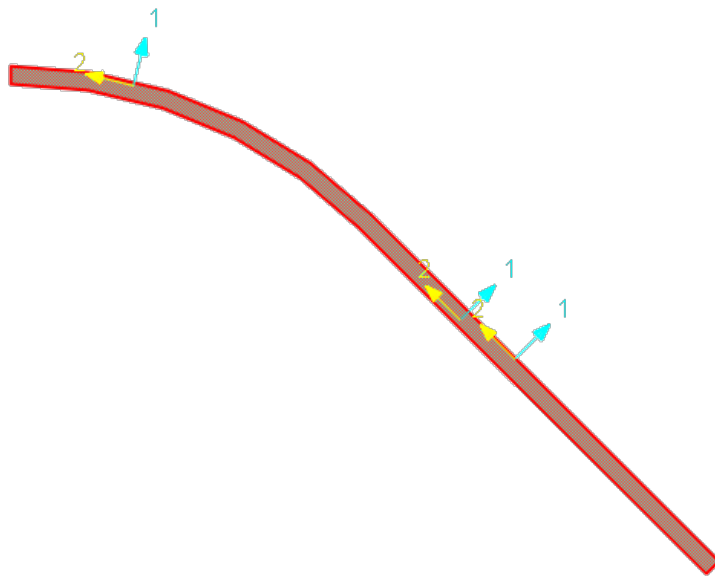


Figura A.1 Sistema coordenado local de cada lámina.

Las orientaciones a obtener son 0° , 90° , 45° y -45° , donde la dirección 0° corresponde con el eje local 2 y el resto son giros en el sentido del eje 1. Las propiedades del material compuesto orientado en el eje 1 son las de la Tabla 2-1.

Matriz de rigidez

La ley de comportamiento elástica general se puede representar con un tensor de cuarto orden con 81 componentes D_{ijkl} , como se muestra en (A.1). Para el caso particular de un material ortótropo, se caracteriza con 9 constantes elásticas, y se puede representar en notación reducida de Voigt como en (A.2), (A.3) y (A.4).

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad \text{con } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{1212} & 0 & 0 \\ & sym & & & D_{1313} & 0 \\ & & & & & D_{2323} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} D_{1111} &= E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})\Upsilon, \\ D_{2222} &= E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})\Upsilon, \\ D_{3333} &= E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})\Upsilon, \\ D_{1122} &= E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})\Upsilon = E_2(\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13})\Upsilon, \\ D_{1133} &= E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})\Upsilon = E_3(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})\Upsilon, \\ D_{2233} &= E_2(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})\Upsilon = E_3(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})\Upsilon, \\ D_{1212} &= G_{12}, \\ D_{1313} &= G_{13}, \\ D_{2323} &= G_{23}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\Upsilon = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}. \quad (\text{A.4})$$

El resto de constantes que faltan se pueden encontrar en cualquier monografía de materiales compuestos [22]. Obsérvese que el orden del pseudovector de tensiones y deformaciones que se ha mostrado es el que utiliza Abaqus [23] y difiere de [22]. Usando (A.5) se calculan el resto de coeficientes de poisson.

$$\frac{\nu_{ij}}{E_{ii}} = \frac{\nu_{ji}}{E_{jj}} \quad (\text{A.5})$$

Giro de D_{ijkl}

Llegados a este punto se tienen todas las componentes de la matriz de rigidez. La forma natural de girar un tensor es aplicar los 81 sumandos de (A.6) a las 81 componentes del tensor, lo que se puede hacer con 4 bucles anidados y aplicados a cada componente.

$$D_{ijkl} = L_{im}L_{jn}L_{ko}L_{lp}D_{mnop} \quad (\text{A.6})$$

Donde L_{ij} es la matriz de giro que se puede definir como los cosenos directores entre los nuevos ejes x' y los antiguos ejes x .

$$L_{ij} = \cos(x'_i, x_j) \quad (\text{A.7})$$

Para realizar esta operación interesa tener tener D_{ij} en forma tensorial D_{ijkl} , para ello se define la función

“voigt2tensor”. Esta función completa las 81 componentes en dos pasos: primero define la mitad del tensor y después aplica la simetría (A.8) que viene dada por la propia simetría del tensor de tensiones y deformaciones [22] en 4 bucles anidados.

$$D_{ij} = D_{ji} \quad (\text{A.8})$$

Una vez obtenido el tensor D_{ijkl} se realiza el giro (A.6) y se vuelve a transformar el tensor D_{ijkl} a notación de Voigt D_{ij} mediante la función “tensor2voigt”. Esta función realiza la transformación inversa a “voigt2tensor”, pero en este caso el resultado son solo 36 constantes frente a las 81 anteriores debido a que se encuentran repetidas por la simetría (A.8).

Orientación de los giros

El giro está condensado en la función “grotcij (D, [$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$])”. Donde α_i son los grados que se gira el tensor D en el eje x_i . Como es habitual, las propiedades del material se definen para la fibra orientada en dirección 1 (Figura A.1.a), pero dado que la lámina a 0° se define en el modelo como aquella en la que la fibra es paralela a la dirección local 2 (Figura A.1.b), se realiza un giro de las propiedades en el plano Ox_1x_2 para obtener las propiedades de la lámina a 0° en el sistema local definido en la Figura A.1.

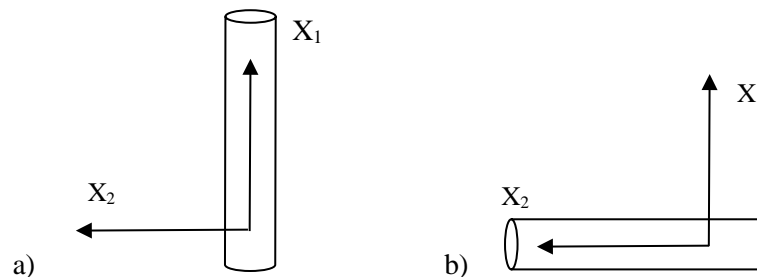


Figura A.2 Esquema del giro de las propiedades de la lámina a 0° . a) Disposición inicial con la fibra paralela a X_1 . b) Disposición tras el giro, con la fibra paralela a X_2 .

Una vez orientado el tensor D_{ijkl} de la lamina 0° (Figura A.1.b), el resto de láminas a 45° , -45° y 90° se hallan girando la lamina 0° con respecto al eje x_i 45° , -45° y 90° respectivamente. Finalmente se aplica la función “voigt2abaqus” a cada tensor D_{ij} para transformar la matriz en un pseudovector que es el que finalmente se introduce en el material de Abaqus.

Validación del material

Para comprobar que el material de partida es un material posible se puede comprobar que, en ejes principales al aplicar una sola deformación, la correspondiente tensión vendrá asociada al término de la diagonal principal y como el trabajo desarrollado debe ser positivo se comprueba que:

$$D_{ii} > 0 \quad (\text{A.9})$$

Resultados

Las propiedades del material que se han obtenido para las orientaciones 0° , 90° , 45° y -45° se muestran en la tabla Tabla A-1. Para cada orientación se han obtenido todas las componentes de la matriz D_{ij} , que en general será una matriz de un material anisótropo debido al giro. Se representa en el orden que utiliza Abaqus, y con unidades de MPa, o lo que es lo mismo, N/mm^2 .

Tabla A-1 Rigideces del material original y girado según las orientaciones 90° , 45° y -45° .

<i>Dijkl</i>	0°	90°	45°	-45°
<i>D1111</i>	11113.5957	11113.5957	11113.5957	11113.5957
<i>D1122</i>	4360.4651	3421.2880	3890.8766	3890.8766
<i>D2222</i>	152616.2791	11113.5957	47912.7013	47912.7013
<i>D1133</i>	3421.2880	4360.4651	3890.8766	3890.8766
<i>D2233</i>	4360.4651	4360.4651	38312.7013	38312.7013
<i>D3333</i>	11113.5957	152616.2791	47912.7013	47912.7013
<i>D1112</i>	0	0	0	0
<i>D2212</i>	0	0	0	0
<i>D3312</i>	0	0	0	0
<i>D1212</i>	4800	4800	4800	4800
<i>D1113</i>	0	0	0	0
<i>D2213</i>	0	0	0	0
<i>D3313</i>	0	0	0	0
<i>D1213</i>	0	0	0	0
<i>D1313</i>	4800	4800	4800	4800
<i>D1123</i>	0	0	-469.5886	469.5886
<i>D2223</i>	0	0	-35375.6708	35375.6708
<i>D3323</i>	0	0	-35375.6708	35375.6708
<i>D1223</i>	0	0	0	0
<i>D1323</i>	0	0	0	0
<i>D2323</i>	4800	4800	38752.2361	38752.2361

Código Matlab

El siguiente código de Matlab ejecuta el razonamiento desarrollado en el Anexo. Para su uso en un caso análogo solo habría que modificar en el script principal:

- Propiedades del material.
- Orientación de la fibra a 0° : en el caso de que no se quiera orientar la fibra con la dirección local 2, tal y como se ha utilizado en este trabajo.
- Giros respecto a la fibra 0° : se llama a la función `girotcij` por cada nueva orientación que se quiera calcular.
- Para obtener como resultado el tensor D_{ij} en la misma notación que utiliza Abaqus de pseudovector, se añade una llamada a `voigt2abaqus` y finalmente se añade a la matriz `props` que muestra por pantalla y guarda en un fichero Excel todos los datos para que puedan ser copiados y pegados directamente en un formato que reconoce Abaqus.

Script principal:

```

%%%
%%%          Caracterización de cada lámina
%%%
%%%          ~ José Luis Guzmán López ~
%%%
%% Inicialización
clc, clear all
format short g
%% Propiedades del material*
E1=150E9; E2=10E9; E3=E2;
G12=4.8E9; G23=G12; G13=G12;
nu12=0.30; nu13=nu12; nu23=nu12;
%% Cálculo de constantes
nu21=nu12*E2/E1;
nu31=nu13*E3/E1;
nu32=nu23*E3/E2;
delta=(1-nu12*nu21-nu23*nu32-nu31*nu13-2*nu12*nu23*nu31)/(E1*E2*E3);
%% Generación de la matriz Cij
%   |s11| = | C11 C12 C13 C14 C15 C16 | * | e11 |
%   |s22| = |      C22 C23 C24 C25 C26 | * | e11 |
%   |s33| = |      C33 C34 C35 C36 | * | e11 |
%   |s12| = |      C44 C45 C46 | * | e11 |
%   |s13| = |      C55 C56 | * | e11 |
%   |s23| = |      C66 | * | e11 |
C=zeros(6,6);
C(1,1)=(1-nu23*nu32)/(E2*E3*delta);
C(2,2)=(1-nu13*nu31)/(E1*E3*delta);
C(1,2)=(nu21+nu23*nu31)/(E2*E3*delta);
C(1,3)=(nu31+nu32*nu21)/(E2*E3*delta);
C(2,3)=(nu32+nu31*nu12)/(E1*E3*delta);
C(3,3)=(1-nu12*nu21)/(E1*E2*delta);
C(4,4)=G12;
C(5,5)=G13;
C(6,6)=G23;
C(2,1)=C(1,2);
C(3,1)=C(1,3);
C(3,2)=C(2,3);
C=C/1E6; %MPa
%% Orientación de la fibra a 0°*
C=girotcij(C,[0 0 90]), C=round(C,10)
%% Giros respecto de la fibra a 0°*
Cmas45=girotcij(C,[45 0 0]);
Cmenos45=girotcij(C,[-45 0 0]);
Cmas90=girotcij(C,[90 0 0]);
%% Notación de Abaqus en pseudovector*
C45=voigt2abaqus(Cmas45);
Cm45=voigt2abaqus(Cmenos45);
C90=voigt2abaqus(Cmas90);
C0=voigt2abaqus(C);
%% Visualización*
%Se muestran los resultados por pantalla y se guarda en un fichero Excel
props=[C0 ;C90; C45; Cm45]; props',
save('props.xls','props','-ascii','-tabs','-double')

```

Función girotcij:

```

function Cgirado=girotcij(C0,g)
%C0 en notacion voigt y g angulos de giro en grados

%Hallo cosenos directores y rigideces en forma tensorial Cijkl

```

```

g=g*pi/180;
L=angle2dcm( g(1), g(2),g(3) , 'XYZ' );
C=voigt2tensor(C0);

%Inicializo Cg a cero
for m=1:3
    for n=1:3
        for o=1:3
            for p=1:3
                Cg(m,n,o,p)=0;
            end
        end
    end
end
%Giro Cijkl
for i=1:3
    for j=1:3
        for k=1:3
            for l=1:3
for m=1:3
    for n=1:3
        for o=1:3
            for p=1:3
                Cg(i,j,k,l)=Cg(i,j,k,l)+ ...
                    L(i,m)*L(j,n)*L(k,o)*L(l,p)*C(m,n,o,p);
            end
        end
    end
end
end
end
end
end
end
end
%Cijkl -> Cij (Notación de Voigt)
Cgirado=tensor2voigt(Cg);
end

```

Función voigt2tensor:

```

function C=voigt2tensor(C0)
% Lleno de ceros el tensor Cij
for m=1:3
    for n=1:3
        for o=1:3
            for p=1:3
                C(m,n,o,p)=0;
            end
        end
    end
end
%Completo el tensor directamente
C(1,1,1,1)=C0(1,1);
C(2,2,1,1)=C0(2,1);
C(3,3,1,1)=C0(3,1);
C(1,2,1,1)=C0(4,1);
C(1,3,1,1)=C0(5,1);
C(2,3,1,1)=C0(6,1);

C(1,1,2,2)=C0(1,2);
C(2,2,2,2)=C0(2,2);

```



```

C(3,3,2,2)=C0(3,2);
C(1,2,2,2)=C0(4,2);
C(1,3,2,2)=C0(5,2);
C(2,3,2,2)=C0(6,2);

```

```

C(1,1,3,3)=C0(1,3);
C(2,2,3,3)=C0(2,3);
C(3,3,3,3)=C0(3,3);
C(1,2,3,3)=C0(4,3);
C(1,3,3,3)=C0(5,3);
C(2,3,3,3)=C0(6,3);

```

```

C(1,1,1,2)=C0(1,4);
C(2,2,1,2)=C0(2,4);
C(3,3,1,2)=C0(3,4);
C(1,2,1,2)=C0(4,4);
C(1,3,1,2)=C0(5,4);
C(2,3,1,2)=C0(6,4);

```

```

C(1,1,1,3)=C0(1,5);
C(2,2,1,3)=C0(2,5);
C(3,3,1,3)=C0(3,5);
C(1,2,1,3)=C0(4,5);
C(1,3,1,3)=C0(5,5);
C(2,3,1,3)=C0(6,5);

```

```

C(1,1,2,3)=C0(1,6);
C(2,2,2,3)=C0(2,6);
C(3,3,2,3)=C0(3,6);
C(1,2,2,3)=C0(4,6);
C(1,3,2,3)=C0(5,6);
C(2,3,2,3)=C0(6,6);

```

`%Lleno Cij usando la simetría del tensor de tensiones y deformaciones`

```

for m=1:3
    for n=1:3
        for o=1:3
            for p=1:3
                if o<=p
                    if m>n %2112 || 2111
                        C(m,n,o,p)=C(n,m,o,p);
                    end
                elseif o>p
                    if m<=n%1221 || 2221
                        C(m,n,o,p)=C(m,n,p,o);
                    elseif m>n%2131
                        C(m,n,o,p)=C(n,m,p,o);
                    end
                end
                %comp=[comp;C(m,n,o,p) m n o p];
            end
        end
    end
end
% vacios=sum(comp(:,1)==0)
End

```

Función tensor2voigt:

```

function C=tensor2voigt(C0)
C=zeros(6);

C(1,1)=C0(1,1,1,1);

C(1,2)=C0(1,1,2,2);
C(2,2)=C0(2,2,2,2);

C(1,3)=C0(1,1,3,3);
C(2,3)=C0(2,2,3,3);
C(3,3)=C0(3,3,3,3);

C(1,4)=C0(1,1,1,2);
C(2,4)=C0(2,2,1,2);
C(3,4)=C0(3,3,1,2);
C(4,4)=C0(1,2,1,2);

C(1,5)=C0(1,1,1,3);
C(2,5)=C0(2,2,1,3);
C(3,5)=C0(3,3,1,3);
C(4,5)=C0(1,2,1,3);
C(5,5)=C0(1,3,1,3);

C(1,6)=C0(1,1,2,3);
C(2,6)=C0(2,2,2,3);
C(3,6)=C0(3,3,2,3);
C(4,6)=C0(1,2,2,3);
C(5,6)=C0(1,3,2,3);
C(6,6)=C0(2,3,2,3);

%Tensor simétrico
C(2,1)=C(1,2);
C(3,1)=C(1,3);
C(4,1)=C(1,4);
C(5,1)=C(1,5);
C(6,1)=C(1,6);
C(3,2)=C(2,3);
C(4,2)=C(2,4);
C(5,2)=C(2,5);
C(6,2)=C(2,6);
C(4,3)=C(3,4);
C(5,3)=C(3,5);
C(6,3)=C(3,6);
C(5,4)=C(4,5);
C(6,4)=C(4,6);
C(6,5)=C(5,6);
end

```

Función voigt2abaqus:

```

function D=voigt2abaqus(C)
D=[C(1,1:2) C(2,2) C(1:3,3)' C(1:4,4)' C(1:5,5)' C(1:6,6)'];
end

```

B. ANEXO: DEFINICIÓN DE INTERFASE

En este anexo se tratan algunos detalles de la configuración de la interfase.

Depvar

Hay que indicar mediante la opción *Depvar* que la subrutina UMAT utiliza tres variables *statev* que intercambian información entre el código Fortran y Abaqus. Abaqus denomina SDV a las variables *statev*. En el postproceso se utilizan para obtener información en los puntos de integración. Estas variables son:

- SDV1: almacena un uno si el elemento está dañado y un cero en caso contrario.
- SDV2: almacena el ángulo de mixticidad del elemento en radianes
- SDV3: almacena la relación G/G_c . Cuando alcanza el valor unidad el elemento se daña y SDV1 pasa a ser unidad.

Se define desde “*Edit Material/General/Depvar/Number of solution-dependent state variables*” igual a 3.

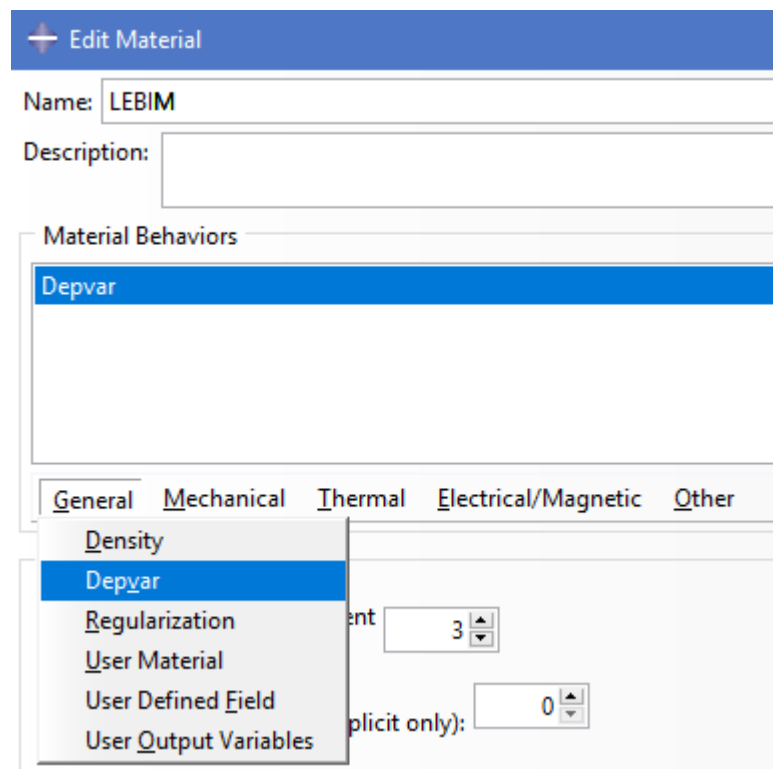


Figura B.1 Definición de *Depvar*

Propiedades LEBIM

Las propiedades de la interfase LEBIM se definen desde “*Edit Material/General/User Material*”. Se utiliza un material de tipo mecánico y se definen 5 propiedades, de acuerdo al código de la subrutina que se adjunta en este anexo. En la Figura B.2 se muestra un ejemplo para las propiedades de la Tabla 3-1, donde se tiene en cuenta que las unidades del modelo están en milímetros y mega pascales.

Mechanical Constants	
1	61
2	0.075
3	0.25
4	0.25
5	0.001

Figura B.2 Ejemplo de interfase LEBIM para láminas

Definición de la subrutina UMAT de LEBIM

La interfase LEBIM se modela con una subrutina UMAT programada en Fortran en un archivo tipo “.for”. Este archivo se transmite a Abaqus a partir de cada *Job* que se resuelve desde “*Job/General/User subroutine file*”.

Name: Job-4_Lebim61
 Model: Model-4-big
 Analysis product: Abaqus/Standard
 Description:

Submission | **General** | Memory | Parallelization | Precision

Preprocessor Printout

Print an echo of the input data
 Print contact constraint data
 Print model definition data
 Print history data

Scratch directory:

User subroutine file:

D:\LEBIMdefplana.for

Figura B.3 Definición de la subrutina UMAT en Abaqus

El código es el siguiente [3]:

```
SUBROUTINE UMAT ( STRESS , STATEV , DDSDDT , DRPLDE , DRPLDT ,  

  1 RPL , DDSDDT , DRPLDE , DRPLDT ,
```

```

2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)

```

implicit none

C Como no cargamos el archivo 'ABA_PARAM.INC' debemos de inicializar las variables

```

CHARACTER*80 CMNAME
REAL*8 STRESS(NTENS),
1 DDSDE(NTENS,NTENS),
2 DDSDDT(NTENS), DRPLDE(NTENS), STATEV(nstatv),
3 STRAN(NTENS), DSTRAN(NTENS), TIME(2), PREDEF(1), DPRED(1),
4 PROPS(NPROPS), COORDS(3), DROT(3,3), DFGRD0(3,3), DFGRD1(3,3)

```

C Arriba es lo que ponía en el 'ABA_PARAM.INC', ahora inicializamos nuestras variables

```

real*8 DSTRESS(4), DDS(4,4), psig, lambda, GIcb
real*8 sigmacb, Pi, Gi, Gii, Gtot, h, ktkn, Gc, psiGcrit
real*8 E, xnue, ebulk3, eg2, elam, trval, Gs, Gn, Gt, Knn, Ktt, Kss, K33
integer k1, k2, k, j, i, ndi, nshr, ntens, nprops, noel, npt
integer layer, kspt, kstep, kinc, nstatv, damage
real*8 sse, spd, scd, rpl, drpldt, dtime, temp, dtemp, celent, pnewdt

dds=0.d0
psig=0.d0

```

c lambda y sigmacb se pueden poner como variables de entrada también, por comodidad las dejamos fijas

```

Pi=ACOS(-1d0)
Gi=0.d0
Gii=0.d0

```

c Especificación de las propiedades mecánicas del material

```

c Explicación de time(1):
c TIME(1): Current value of step time.
c TIME(2): Current value of total time.

```

c !READ THE MATERIAL PROPERTIES FROM THE INPUT FILE

```

sigmacb=PROPS(1)
GIcb=PROPS(2)
lambda=PROPS(3)
ktkn=PROPS(4)
h=PROPS(5)

```

```

damage=statev(1)

```

```

IF ((kinc*kstep).eq.1) THEN
  damage=0.d0
ENDIF

```

```

c
*****
*****

```

c Se entra en el bucle principal

```

IF (damage.lt.1) THEN

```


c Actualización de la matriz de elasticidad, antes no tenía en cuenta que si estaba en compresión todavía existía rigidez a compresión en la dirección radial

```

IF (damage.eq.1) THEN
    IF (STRAN(1).lt.0.d0) THEN
        Knn=Knn
        Ktt=E/1e18
        Kss=E/1e18
        K33=E/1e18

        DDS(1,1)=Knn
        DDS(2,2)=Kss
        DDS(3,3)=K33
        DDS(4,4)=Ktt

        STRESS(1)=STRESS(1)+DDS(1,1)*DSTRAN(1)
        DO k=2,4
            STRESS(k)=0.d0
        ENDDO

    ELSE
        Knn=E/1e18
        Ktt=E/1e18
        Kss=E/1e18
        K33=E/1e18

        DDS(1,1)=Knn
        DDS(2,2)=Kss
        DDS(3,3)=K33
        DDS(4,4)=Ktt

        DO k=1,4
            STRESS(k)=0.d0
        ENDDO
    ENDIF
ENDIF

c Determinación de la matriz TANGENTE
DO i=1,4
    DO j=1,4
        DDSDE(i,j)=DDS(i,j)
    ENDDO
ENDDO

statev(1)=damage
statev(2)=psig

if(damage.eq.1)then
    statev(3) = 0.d0
else
    statev(3) = dsqrt(Gtot/Gc)
endif

RETURN

```

END

C. ANEXO: NÚMERO DE ITERACIONES

Se detalla en este anexo la configuración que se ha seguido para evitar los problemas de convergencia que presenta este método, debido al uso de una interfase frágil. Como ya se ha explicado interesa aumentar significativamente el número de iteraciones por incremento y utilizar incrementos grandes. El número de iteraciones se modifica desde el módulo *Step* en el menú “Other/*General Solutions Control*”. Se especifican las opciones relacionadas con los incrementos de tiempo desde el editor de la Figura C.1.

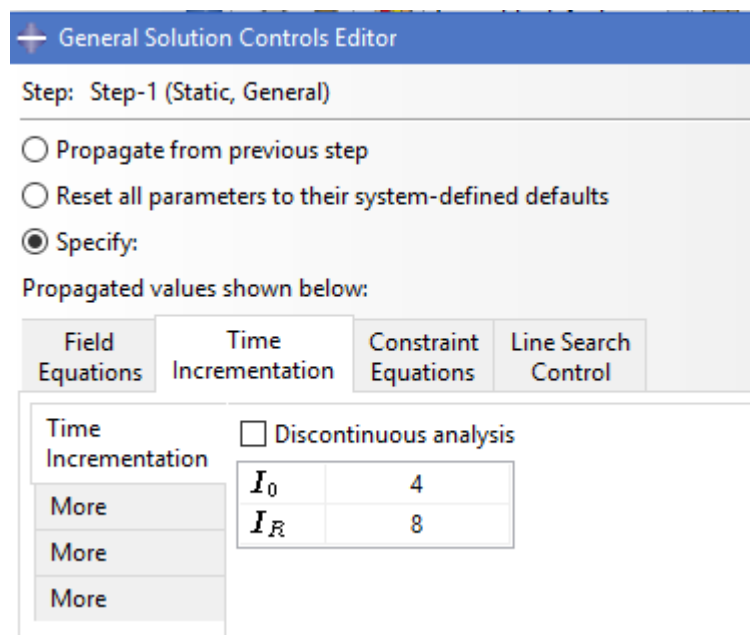


Figura C.1 General Solution Controls Editor

Los parámetros que interesa modificar con los siguientes:

- $I_0 = 140$. Número de iteraciones tras el cual se verifica si el residuo disminuye durante dos iteraciones. El número predeterminado es de 4.
- $I_R = 160$. Número de iteraciones tras el cual comienza a verificarse el criterio de convergencia logarítmica en cada iteración. El número predeterminado es de 8.
- $I_P = 100$. Número consecutivo de iteraciones después de la cual se utiliza el residuo R_P en lugar de R_n . Por defecto su valor es de 9.
- $I_C = 120$. Límite superior del número de iteraciones, basada en la predicción logarítmica. Su valor por defecto es 16.
- $I_L = 112$. Número de iteraciones que una vez alcanzadas implican la disminución del tamaño del incremento. El número predeterminado es 10.