

## **Detección de daño en estructuras mediante la aplicación de la transformada Wavelet a su deflexión estática**

**M. Algaba, M. Solís, P. Galvín**

*Grupo de Estructuras. Escuela Técnica Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla*  
marioalgaba@gmail.com; msolis@us.es; pedrogalvin@us.es

---

### **Resumen**

*En los últimos años ha existido un creciente interés en desarrollar nuevas metodologías que permitan la detección de daño en estructuras. La mayoría de estos métodos se basan en la caracterización de la respuesta dinámica de las estructuras, pero también existen metodologías basadas en su respuesta estática. Una de las ventajas de los métodos estáticos es su facilidad de realización y la posibilidad de reducir fácilmente el número de sensores necesarios gracias a la repetitividad de los ensayos. Esto hace que puedan resultar de interés en determinadas aplicaciones, y complementar las ventajas que ofrecen a su vez los métodos dinámicos.*

*Dentro de la detección de daño en estructuras, la transformada wavelet aparece como una herramienta útil para detectar variaciones en la misma. En los ensayos estáticos, se puede utilizar para analizar la deformada estática de la estructura y detectar posibles cambios producidos por la presencia de un daño.*

*En el presente artículo se aplica la transformada wavelet a la respuesta estática de una viga biapoyada obtenida a partir de un modelo numérico de elementos finitos. La metodología implementada supone la obtención de la respuesta para una carga puntual ubicada en distintas posiciones, analizándose la superposición de los resultados obtenidos a partir de cada estado de carga.*

*Se analizan los resultados para distintas ubicaciones del daño, niveles de carga y número de puntos de medida. Aplicando una wavelet tipo Haar, se estudia la evolución de los coeficientes y el producto de éstos por su función wavelet correspondientes a un nivel de escala 1. A partir de los resultados obtenidos, se caracteriza el efecto de la presencia de una grieta y se analiza la capacidad del método para la detección del daño.*

---

### **INTRODUCCIÓN**

En la actualidad son muchos los investigadores dedicados al estudio de la detección de defectos en estructuras mediante una gran variedad de técnicas [1]. La mayoría de estas técnicas realizan un análisis de los parámetros modales mediante la transformada de Fourier, basándose en el hecho de que la degradación de un elemento estructural conlleva una disminución de la rigidez de la misma y con ello una caída de las frecuencias naturales del sistema bajo estudio y una alteración de sus parámetros modales. Una de las desventajas de estos métodos es que se requiere del conocimiento previo de los parámetros modales asociados a la estructura intacta. Una alternativa a estos métodos es el empleo de la transformada wavelet, que permite la detección de cambios y singularidades en la señal de entrada y puede ser aplicada tanto a señales temporales como a señales espaciales (forma de los modos o deflexiones estáticas).

Existen numerosos trabajos dedicados a la implementación de la transformada wavelet a la detección de daño en estructuras. Así por ejemplo, con el objeto de detectar el daño en un sistema mecánico gobernado por su ecuación de movimiento, Z. Hou et al. [2] verifican la validez del método y realizan el análisis a las aceleraciones obtenidas en un terremoto, mientras que L.A. Montejo et al. [3] emplean la transformada Wavelet para detectar la disminución de rigidez, modelada mediante la ecuación dinámica del sistema, en una estructura de dos pisos. En ambos casos, la señal de entrada que se emplea en el análisis son las aceleraciones del modelo. La señal temporal también puede ser analizada mediante parámetros como la "Wavelet Entropy", tal y como proponen W-H. Ren et al. [4]. También se han obtenido buenos resultados en la detección de cambios en la forma de los modos mediante la transformada wavelet. Algunos trabajos al respecto son los de S. Zhong et al. [5]

y J.C. Hong et al. [6].

Las ondas Lamb también han servido para generar señales de análisis para la detección de daño mediante la transformada wavelet. Esta idea ha sido planteada por H. Sohn et al. [7] en un trabajo dedicado a localizar delaminaciones en placas de material compuesto. Otros trabajos relacionados con este campo son propuestos por H. Jeong et al. [8] y A. Barhorst et al. [9].

El trabajo que aquí se presenta se centra en la detección de daño en estructuras mediante señales estáticas propias de la misma analizadas mediante la transformada wavelet. En relación a este enfoque, se pueden señalar el trabajo de Q. Wang et al. [10], donde se aplica la transformada wavelet a la deflexión estática de una viga para una configuración particular, obteniendo muy buenos resultados. Otro de los artículos destacables en esta línea es el de M. Rucka et al. [11], donde se aplica la transformada wavelet continua a la deflexión estática de una viga, conseguida mediante una cámara digital y un procesador de imagen. Ambas publicaciones ilustran el gran potencial que tiene dicho análisis sobre señales estáticas propias del elemento bajo estudio. Estudios similares se han planteado sobre elementos estructurales 2D (placa) como en el caso de Y. Huang et al. [12]

A continuación se realizará una revisión de los conceptos básicos que describen la transformada wavelet, realizando una comparación con la transformada de Fourier, analizando las ventajas e inconvenientes que ofrece cada una para la detección de defectos en estructuras. Posteriormente se presentarán los resultados obtenidos la aplicación de la transformada wavelet a la deflexión estática de una viga metálica biapoyada. La metodología implementada consiste en la obtención de la respuesta ante cargas puntuales ubicadas en distintas posiciones y la superposición de los resultados obtenidos para un nivel de escala 1 (Umesha et al. [13]). El análisis conjunto de los coeficientes de la transformada y el producto de estos por su función wavelet permite identificar la presencia y localización del daño, permitiendo discernir las singularidades debidas a la aplicación de la carga y sin necesidad de comparación con un estado de referencia. Para mostrar la viabilidad del método, se analizará el efecto de la posición del defecto, el nivel de carga aplicado y el tamaño de la muestra.

## FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA TRANSFORMADA WAVELET

La transformada Wavelet fue desarrollada por primera vez en 1909 por Alfred Haar [14] y surge bajo la necesidad de analizar señales (sismogramas, electrocardiogramas, etc.) de tipo transitorio o no estacionario. El motivo es que una señal no estacionaria requiere una ardua descomposición en series de Fourier, sin llegar a conseguir una reproducción exacta de la misma.

Por otro lado, la transformada de Fourier detecta la presencia de una determinada frecuencia pero no brinda información acerca de la evolución en el tiempo de las características espectrales de la señal. Muchos aspectos temporales de la señal, tales como el comienzo y el fin de una señal finita y el instante de aparición de una singularidad en una señal transitoria, no pueden ser analizados adecuadamente por el análisis de Fourier. El análisis de Fourier de una señal temporal permite determinar sus frecuencias, pero a costa de perder la información de tipo temporal sobre la señal (no dice cuando aparece cada frecuencia). La resolución temporal y la resolución en frecuencias de una señal están acopladas (existe un principio de incertidumbre similar al de Heisenberg), por lo que la transformada de Fourier alcanza la máxima resolución espectral sacrificando la resolución temporal.

Una posibilidad para solventar al menos parcialmente este inconveniente es subdividir la pieza en trozos, y analizar cada trozo. Esto da cierta información sobre el orden temporal en el que se dan las frecuencias. Este tipo de análisis se conoce como la transformada de Gabor (aplicar una ventana a los datos).

Gabor [15], en 1946, fue el primero en introducir la Transformada de Fourier de tiempo corto (STFT, Short Time Fourier Transform), conocida como la *Transformada de Fourier con Ventana Deslizante*, definida como sigue.

$$S_f(\omega, \tau) = \int f(t) g^*(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \quad (1)$$

Donde  $g(t)$  es una ventana deslizante, la cual tiene un ancho fijo y varía por un factor.

Con la STFT se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal, pero sólo se conoce en qué intervalo de tiempo se produce dicha singularidad, debido a que la localización depende del ancho elegido para la función ventana (constante). Además, los eventos no podrán ser resueltos si aparecen muy cerca unos de otros ya que no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma amplitud de ventana.

En conclusión, la desventaja que presenta esta transformada es que la ventana de análisis es de tamaño fijo, por lo cual no puede adaptarse a las características de la señal en ciertos puntos interesantes de analizar.

Frente a las limitaciones de las metodologías basadas en la transformada de Fourier, la transformada wavelet surge como una alternativa matemática que permite obtener una buena resolución en tiempo y frecuencia, adaptándose a las necesidades de cada caso.

Las funciones wavelets, funciones básicas de la transformada wavelet, son generadas a partir de una función wavelet básica llamada “wavelet madre”, mediante translaciones y dilataciones en el tiempo.

La familia Wavelet queda definida por la siguiente expresión.

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2)$$

Donde  $s$  es la escala,  $\tau$  el factor de translación y  $\psi(t)$  la wavelet madre. Las wavelets generadas de la misma función wavelet madre tienen diferente escala ( $s$ ) y ubicación ( $\tau$ ), pero todas tienen la misma forma.

La función Wavelet debe cumplir entre otras, dos condiciones: tener energía finita (por tanto, media nula) y desvanecerse en el tiempo. Estas dos condiciones significan que la Wavelet debería oscilar como una pequeña onda, por lo que las funciones seno y coseno de Fourier no son realmente wavelets (Meyer [16]).

La variable escala lleva en sí la información de la dilatación y la contracción temporal de la señal, pudiéndose interpretar como un cambio en su contenido en frecuencia y con ello al dilatarse la wavelet (escalas mayores) la frecuencia se reduce, y al contraerse (escalas menores) la frecuencia aumenta.

La variable translación aporta la información de tiempo (o espacio) según convenga, al igual que ocurría en la STFT, pues nos indica en qué lugar del eje del tiempo (o espacio) se encuentra la wavelet.

Las dos operaciones básicas de escalado y translación definen el enrejado del plano tiempo-escala. Si se representan mediante cajas de Heisenberg las resoluciones en tiempo-frecuencia para las distintas transformadas involucradas en este campo, se puede comprobar como se pueden obtener distintos niveles de resolución en tiempo y frecuencia a partir de la transformada wavelet en función del nivel de escala.

La Transformada Wavelet de una señal  $f(t)$  consiste básicamente en su descomposición en un conjunto de funciones, que forman una base y son llamadas las “wavelets”. La transformada Wavelet se define según la siguiente expresión, donde el exponente \* indica complejo conjugado.

$$W_f(s, \tau) = \int f(t) \cdot \psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (3)$$

Una descomposición wavelet ortonormal no posee información redundante y representa la señal de manera unívoca. Es posible conseguir una base wavelet ortonormal empleando factores de translación y escala discretos. Cuando nos encontramos bajo esta circunstancia, la wavelet se llama discreta y en consecuencia la ortogonalidad implica que los productos internos son nulos.

$$\int \psi_{i,k}^*(t) \psi_{m,n}(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } i = m \text{ y } k = n. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (4)$$

La expresión mediante la cual se obtienen los coeficientes en el análisis Wavelet discreto, es la que se muestra inmediatamente. Esta será la que se empleará en las aplicaciones posteriores.

$$C_{j,k} = 2^{(-j/2)} \sum_n x(n) \cdot \psi(2^{-j}n - k) \quad (5)$$

Donde  $\psi(n)$  es la función Wavelet Madre y  $\psi(2^{-j}n - k)$  son versiones escaladas y trasladadas de la misma.

Cuando la energía de la señal de entrada es finita, no son requeridos todos los valores de la descomposición para reconstruir la señal original, resultando el análisis continuo redundante. Sin embargo la transformada continua puede resultar más fácil de interpretar pues esta redundancia tiende a reforzar los rasgos de la señal y hace más visible toda la información. Por otro lado, la *discreta* permite ahorrar espacio de codificación y es suficiente para reconstruir exactamente la señal de estudio.

## DETECCIÓN DE DAÑO EN UNA VIGA METÁLICA

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos de aplicar la metodología Wavelet a la identificación de daño en una viga biapoyada de 1 m de longitud y sección tipo IPE80 (fig.1). Para ello se analizarán los resultados obtenidos a partir de un modelo de elementos finitos mediante el software Nastran/Patran. El modelo implementado ha sido 3D, dado que se ha modelado tanto las alas como el alma mediante elementos tipo placa (CQUAD4 de Nastran). La simulación de la grieta se realiza creando una discontinuidad en la malla de elementos finitos, duplicando nodos coincidentes geoméricamente.

Como señal de entrada de la transformada wavelet se emplean los desplazamientos de los nodos localizados en la línea longitudinal central del ala superior de la viga. Debe reseñarse que es necesario que estos puntos han de estar en todos los casos equiespaciados, del mismo modo que ocurre en señales temporales, en las que la separación entre las muestras viene dada por una frecuencia de muestreo constante.

Para la transformada se emplea una wavelet Haar. Como resultado de la transformada solo se analizará el detalle en nivel de escala 1, dado es el más sensible a los cambios y singularidades en la señal de entrada, permitiendo así una detección más clara del defecto. Se mostrarán además tanto la representación de los coeficientes correspondientes a dicho nivel de detalle como el producto de estos coeficientes por su función wavelet, con el objetivo de poder analizar con más claridad la capacidad de detección de daño de la metodología implementada. Esta metodología se basa en el trabajo de Umesha et al. [13], en el que se propone considerar varios estados de carga para posteriormente superponer los resultados obtenidos de aplicar la transformada wavelet. Esta técnica de identificación de daño resulta eficaz dado que permite discernir entre los picos asociados a la singularidad provocada por el punto de aplicación de la carga y la provocada por el daño.

En este caso se han considerado 6 casos de carga correspondientes a una carga puntual aplicada en 6 puntos a lo largo de la viga, tal y como se indica en la figura 1. El daño ha sido modelado creando nodos duplicados en la localización del mismo y desconectando los elementos adyacentes, de forma que se simula una discontinuidad. Se han considerado dos ubicaciones del defecto (daño a  $L/4$  y  $L/2$ ), adoptando siempre una severidad tal que afecta al ala inferior y la mitad inferior del alma.

Los resultados que se muestran a continuación permiten ilustrar la capacidad de detección de daño de esta metodología analizando el efecto de la localización del daño, así como la reducción del nivel de carga y el número de puntos de medida.

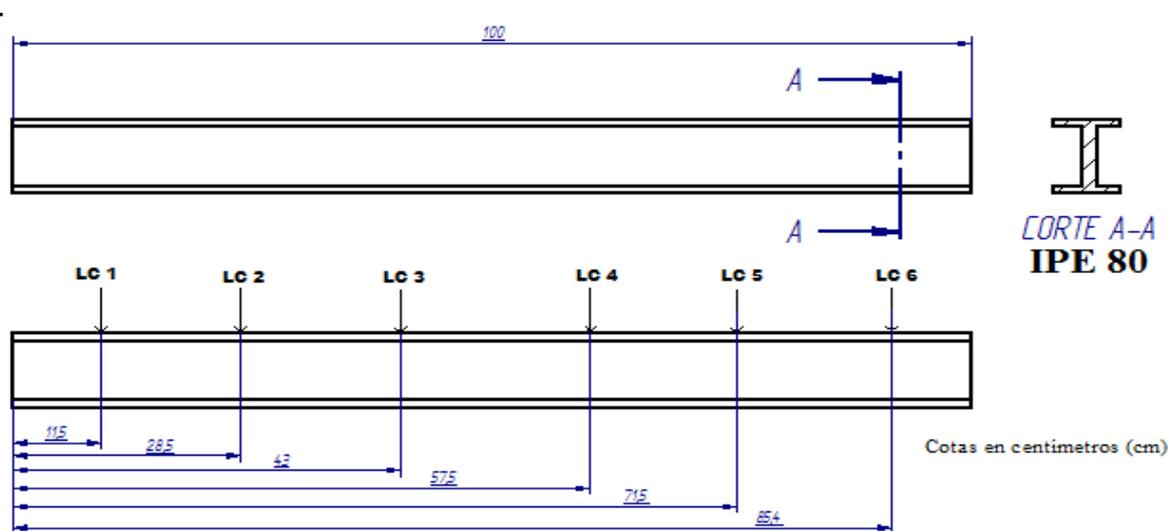


Fig.1. Esquema de la viga analizada y puntos de aplicación de la carga.

### Análisis de la localización del daño

Se ha analizado la viga con 3 configuraciones: intacta, dañada a  $L/2$  y dañada a  $L/4$ . Las deflexiones de la viga obtenidas, que se emplearán como señales de entrada de la transformada wavelet, se muestran en la figura 2.

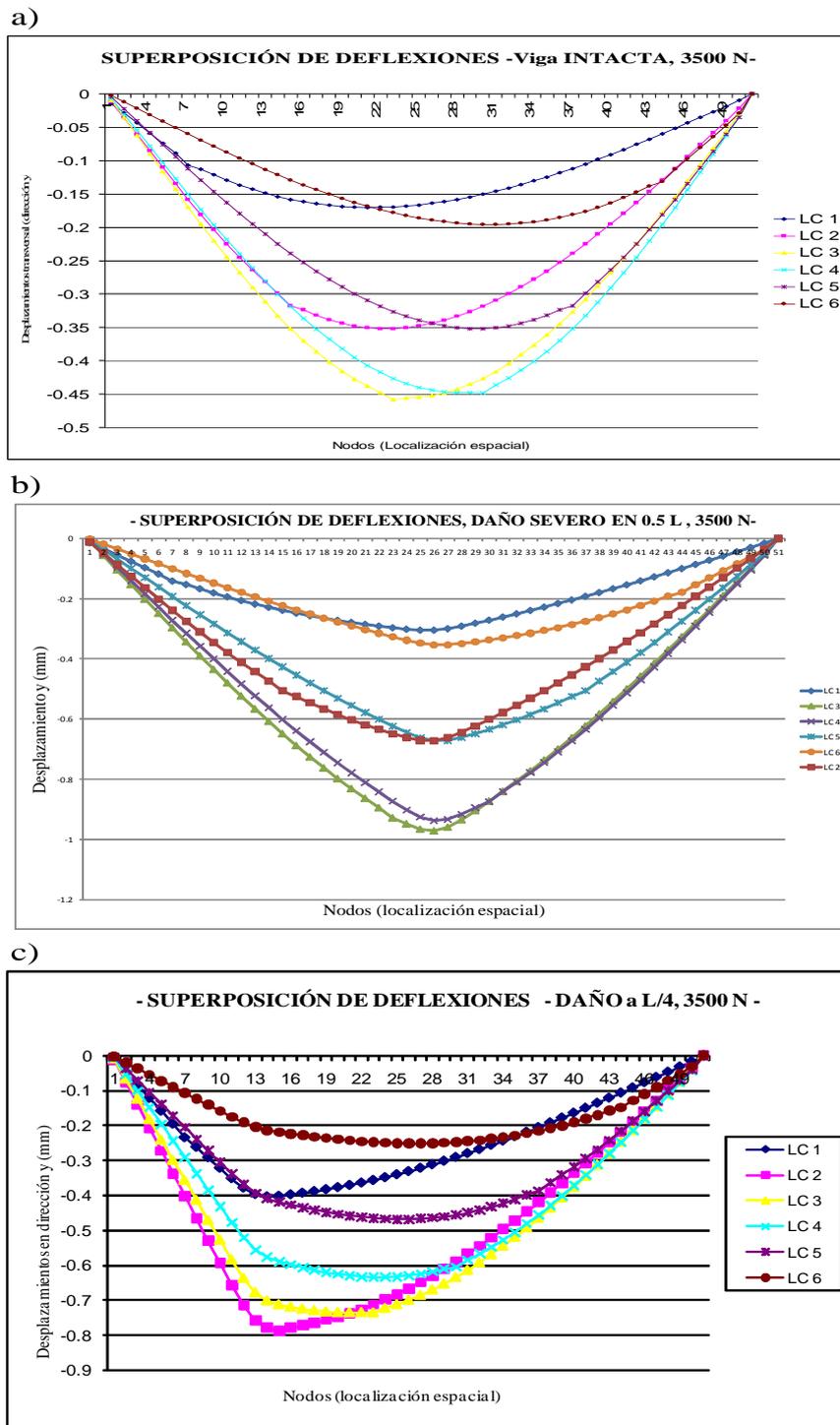


Fig.2. Deflexiones estáticas de la viga analizada en las distintas configuraciones consideradas.

Los resultados obtenidos de aplicar la transformada wavelet para cada configuración se muestran en la figura 3, donde se superponen en cada una los resultados obtenidos para cada caso de carga, consistente en la aplicación de una fuerza puntual de 3500N.

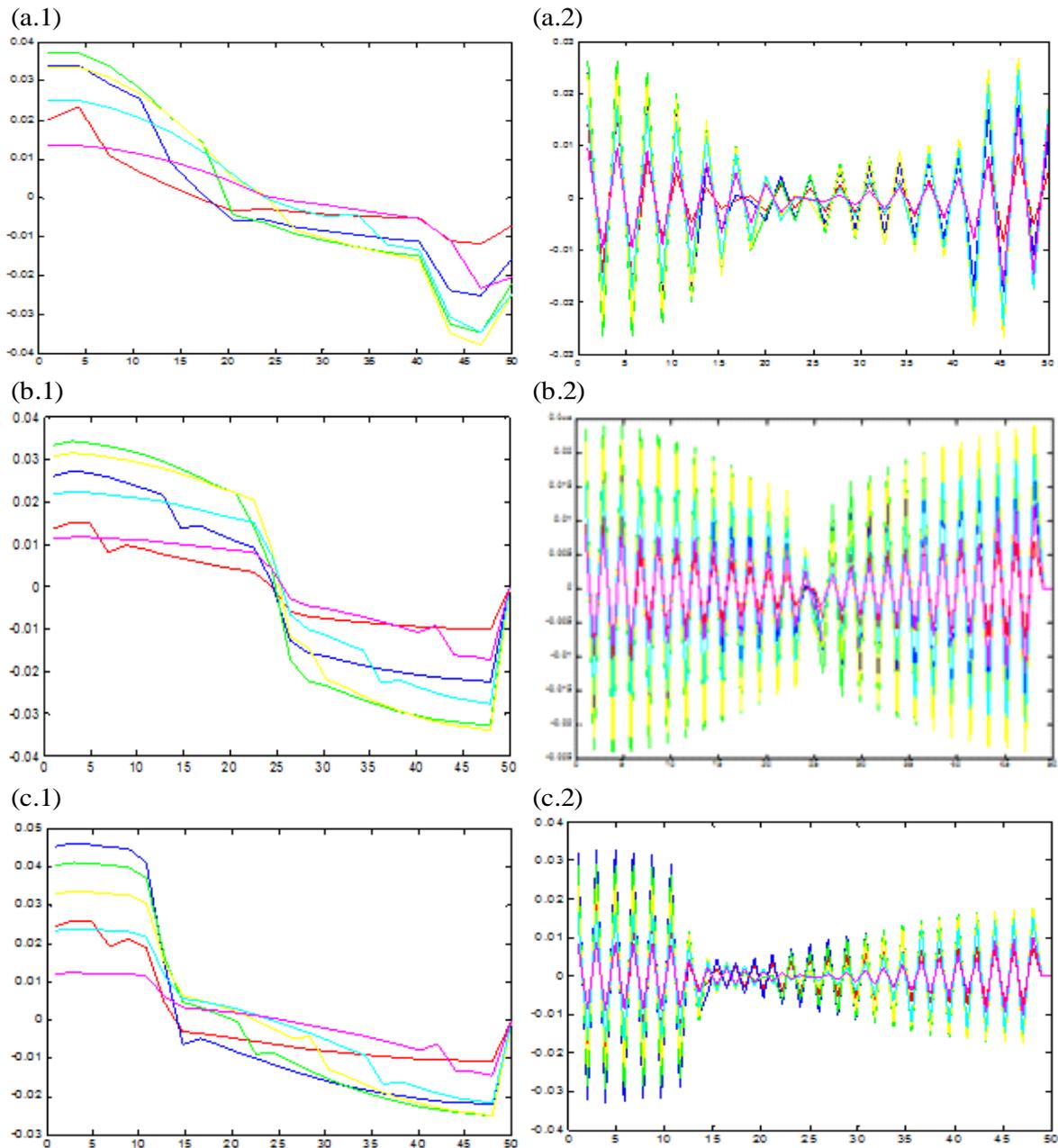


Fig3. Resultados asociados a la transformada wavelet de las deflexiones estáticas de la viga biapoyada para los 6 estados de carga considerados. a) viga intacta . b) daño a  $L/2$ . c) daño a  $L/4$ . 1) coeficientes del detalles en nivel de escala 1. 2). Producto de estos coeficientes por la función wavelet

Se puede apreciar en los resultados presentados cómo la tendencia de las 6 curvas en el caso intacto es una disminución suave de la amplitud de los coeficientes (aproximadamente lineal) de forma que no se acentúa ningún punto singular. Por el contrario, en las representaciones asociadas a las configuraciones dañadas, se puede apreciar claramente la discrepancia con respecto al estado intacto. La localización del defecto se refleja con una caída brusca y repentina de los coeficientes, lo cual en el caso de representar exclusivamente los coeficientes se asimila tanto a la disminución instantánea de la amplitud de los mismos como a la intersección de todas las curvas en la localización en la que se ha modelado el daño. En la representación del producto de dichos coeficientes por la Wavelet madre, se puede asociar claramente la ubicación del defecto por una disminución de la amplitud de la señal obtenida.

### Análisis del efecto del nivel de carga

En este subapartado se reduce la carga aplicada de 3500 N a 350 N. El resultado obtenido para una localización del daño a  $L/4$  se muestra en la figura 4. Obviamente las señales de entrada son proporcionales a las representadas anteriormente, reduciéndose simplemente por un factor de 10.

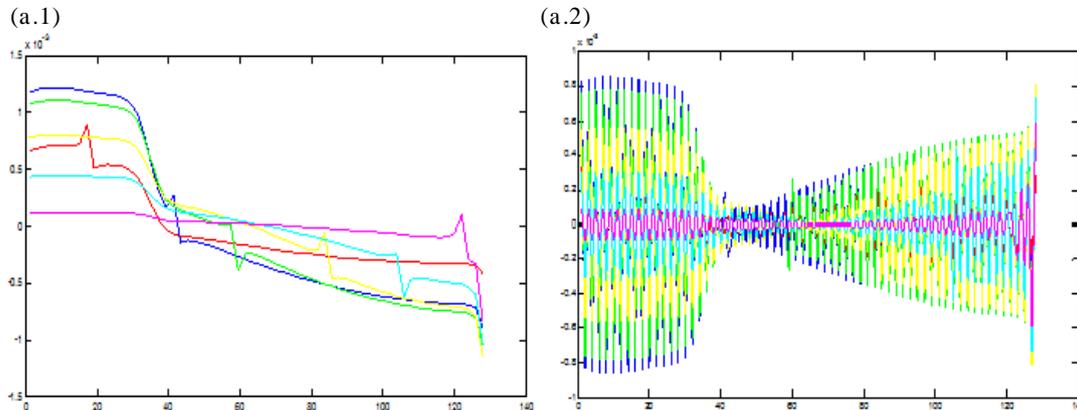


Fig.4. Resultados asociados a la transformada wavelet de las deflexiones estáticas de la viga biapoyada para los 6 estados de carga considerado, con daño situado a  $L/4$  y nivel de carga reducido (350N ) 1) coeficientes del detalles en nivel de escala 1. 2) Producto de estos coeficientes por la función wavelet

A la vista del resultado obtenido, se puede apreciar cómo se sigue detectando de manera clara la localización del defecto, produciéndose de nuevo una disminución brusca de los coeficientes y del producto de éstos por la función wavelet en dicha ubicación. Comparando con el resultado asociado para la carga de 3500 N, se puede decir que en aquel caso la representación de los coeficientes parecía mejor indicador del daño, mientras que al reducir la carga resulta que la representación de los coeficientes por la función wavelet madre ofrece mayor claridad. Desde un punto de vista práctico, este resultado permite reducir los niveles de excitación necesarios en la estructura hasta aquellos niveles en los que se produzca una respuesta fácilmente registrable en función de la sensibilidad de los sensores utilizados.

### Análisis del efecto de la reducción del tamaño de la muestra

En este apartado se realizan reducciones del tamaño muestral con el fin de acotar la sensibilidad de la detección en relación al número de puntos empleados para realizar el análisis, con el fin de evaluar el coste experimental y la viabilidad práctica de esta metodología. Los resultados que se muestran en la figura 5 son los correspondiente al daño ubicado a  $L/4$  y un nivel de carga de 3500N.

Se puede comprobar cómo se detecta el defecto incluso reduciendo el tamaño de la señal de entrada a 7 puntos de medida. Esto implica que el método resulta viable desde el punto de vista práctico.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto una metodología de detección de daño estructural, basada en el análisis mediante la transformada wavelet de la respuesta estática de una estructura. Para comprobar la eficiencia de dicha técnica, se ha implementado en el caso particular de una viga biapoyada. La señal de entrada analizada (*deflexión estática*) ha sido obtenida numéricamente a partir de un modelo de elementos finitos. La familia wavelet empleada ha sido una *Haar*, que resulta ser de gran simplicidad y con la que se han podido obtener resultados muy claros. Se ha realizado un análisis de influencia de la localización del defecto, una reducción de la carga aplicada y se ha finalizado efectuando una reducción muestral de la señal de entrada con el objetivo de demostrar la viabilidad del método en el campo experimental.

El resultado obtenido ha sido positivo en todos los casos analizados, permitiendo localizar el defecto de manera clara. En relación a la influencia de la localización del defecto, se puede afirmar en base a los resultados plasmados, que el método es capaz de detectar con nitidez la posición del mismo. En cuanto a la reducción de la carga, se puede afirmar que se mantiene la eficacia de la detección aún reduciendo la magnitud de la carga a valores muy bajos, lo cual puede permitir la simplificación de los procedimientos experimentales. Por último, se

destaca el hecho de que los resultados han sido positivos incluso con un tamaño muestral de 7 datos en el caso de la viga biapoyada con daño a L/4 y carga de 3500 N. Este resultado tiene una especial transcendencia de cara a la utilidad práctica de la metodología. Por último, en relación a la eficiencia del método respecto a la representación de los coeficientes ó el producto de estos por la wavelet madre, se ha comprobado que ambas permiten obtener buenos resultados.

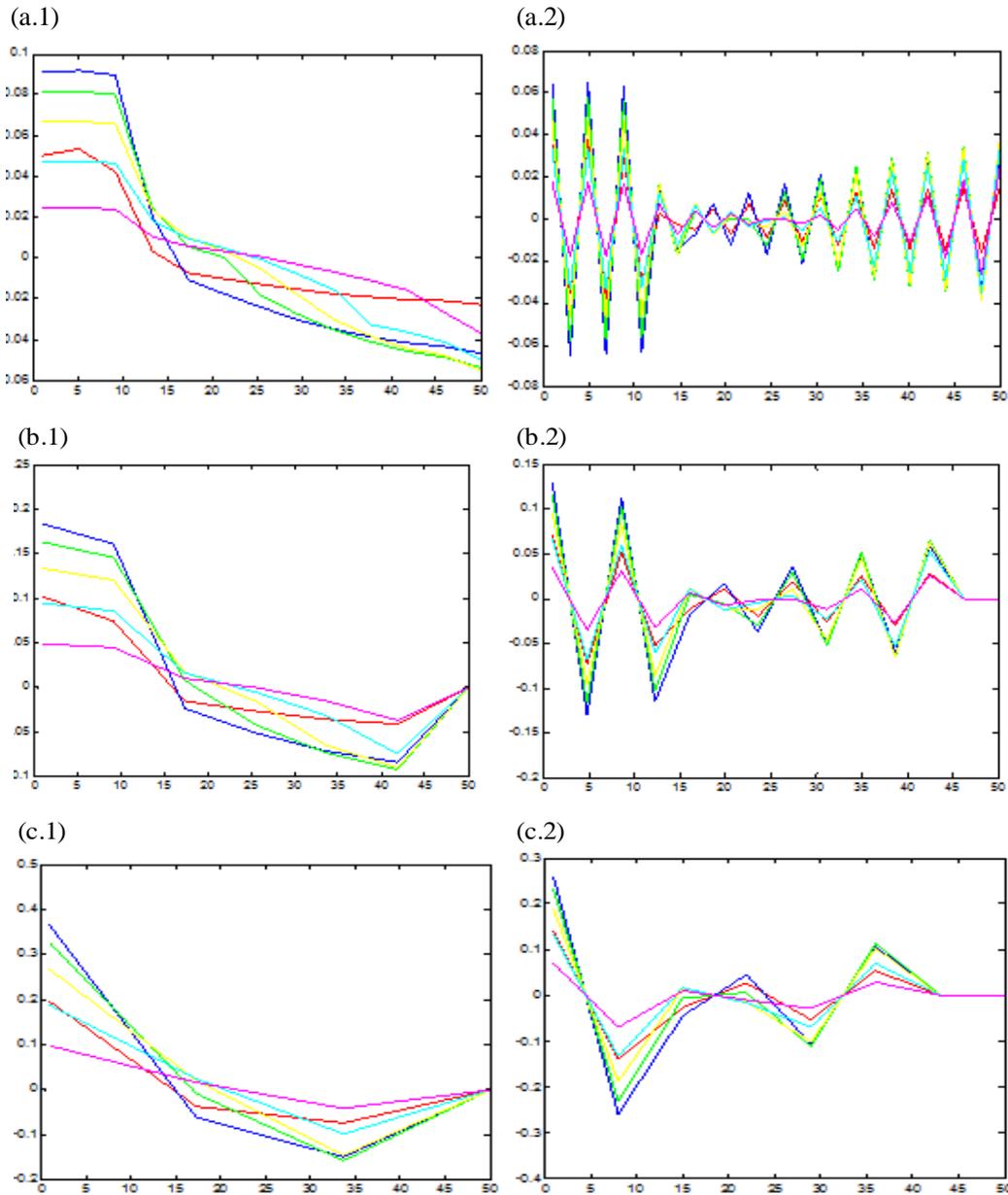


Fig.5. Resultados asociados a la transformada wavelet de las deflexiones estáticas de la viga biapoyada para los 6 estados de carga considerados. a) 26 puntos . b) 13 puntos. c) 7 puntos. 1) coeficientes del detalles en nivel de escala 1. 2). Producto de estos coeficientes por la función wavelet.

## REFERENCIAS

- [1] G. De Roeck & E. Reynders, *Exploring the limits and extending the borders of structural health monitoring*, eds M. Papadrakakis, N. D. Lagaros & Fragiadakis.
- [2] Z. Hou/ M. Noori & R. St. Armand, *Wavelet-based approach for structural damage detection*, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No.7, (July, 2000), Paper No. 22245.

- [3] L.A. Montejó, & L.E. Suárez, *Aplicaciones de la transformada ondícula (“Wavelet”) en ingeniería estructural*, Mecánica Computacional, Vol. XXXVI, pp.2742-2753. 2007.
- [4] W.-X. Ren & Z.-S. Sun, *Structural damage identification*, Engineering Structures 30 (2008) 2840-2849.
- [5] S. Zhong & S. Ulutunde, *Crack detection in simply supported beams without baseline modal parameters by stationary wavelet Transform*, Mechanical Systems and Signal Processing 21 (2007) 1853-1884.
- [6] J.-C. Hong, Y.Y. Kim, H.C. Lee & Y.W. Lee, *Damage detection using the Lipschitz exponent estimated by the wavelet transform: applications to vibration modes of a beam*, International Journal of Solids and Structures 39 (2002) 1803–1816J.
- [7] H. Sohn, G. Park, J. R. Wait, N. P. Limback & C. R. Farrar, *Wavelet-based active sensing for delamination detection in composite structures*, Smart Material and Structures 13 (2004) 153–160.
- [8] H. Jeong y Y. S. Jang, *Wavelet analysis of plate wave propagation in composite laminates*, Composite Structures, 49 (2000) 443±450.
- [9] A. Barhorst, G. Qi, J. Hashemi & G. Kamala, *Discrete Wavelet Descomposition of acoustic emission signals from carbon-fiber-reinforced composites*, Composites Science and Technology 57 (1997) 389-403.
- [10] Q. Wang, X. Deng, & V. Giurgiutiu. *Structural health monitoring using active sensors and Wavelet transforms*, 6th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials (1-5 March 1999) Newport Beach, CA.
- [11] M. Rucka & K. Wilde, *Crack identification using wavelets on experimental static*, Engineering Structures 28 (2006) 279-288.
- [12] Y. Huang, D. Meyer & S. Nemat-Nasser, *Damage detection with spatially distributed 2D ContinuousWavelet Trasnform*, Mechanics of Materials 41 (2009) 1096-1107.
- [13] P.K. Umesha, R. Ravchandran & K. Sivasubramanian, *Crack Detección and Quantification in Beams Using Wavelets. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 24 (2009), 593-607.
- [14] A. Haar, *Zhur theorie der Orthogonolem Fucktionensysteme*. Math Ann. 69, 331-371.
- [15] D. Gabor, *Theory of communication*, IEEE Journal 1946; 93:429-57.
- [16] Y. Meyer, *Wavelet algorithms and applications*, Society for industrial and Applied Mathematics, 1993.
- [17] T.A. Dawood, R.A. Sheno, S.M. Veres, M. Sahin & M.J. Gunning, *Damage detection in sandwich composite beam using wavelet transforms*.
- [18] M.A. Lotfollahi-Yaghin & M. A. Hesari, *Using Wavelet Analysis in Crack Detection at the Arch Concrete Dam under Frequency Analysis with FEM*, World Applied Sciences Journal 3 (4): 691-704, 2008.
- [19] A. Ovanesova, & L.E. Suárez, *Applications of Wavelet transforms to damage detection in frame structures*, Engineering Structures, Vol. 26, No.1, pp. 39-49. 2004.
- [20] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*, CBMS-NSF Conference Series, 61. Philadelphia, P.A: SIAM, 1992.
- [21] J. R. Matienzo, *Detección de la presencia de grietas cerradas en elementos tipo viga mediante la transformada Wavelet*, Ingeniería Mecánica, 1 (2008) 41-47.
- [22] Yves Nievergelt, *Wavelet Made Easy*.
- [23] M. Misiti , Y. Misiti, G. Oppenheim & J.-M. Poggi, *Wavelet Toolbox™ 4: User’s Guide*, MatLab.
- [24] Antonio A. Pazos García, *Estación sísmica digital.Tratamiento digital de señales*, TESIS DOCTORAL Universidad de Cádiz. Departamento de Física Aplicada, (2004).