



Razonamiento proporcional múltiple: La tarea del «Arquitecto»

José Antonio Acevedo
Juan Pedro Bolívar
Ernesto Sánchez-Laulhé
Manuel Trujillo
Avda. Federico Molina, 53. Portal 1-8º A. 21006 Huelva

RESUMEN

Hemos investigado las estrategias utilizadas por adolescentes de 14 a 18 años en la resolución de una tarea que implica el manejo del concepto de volumen desde el punto de vista de sus propiedades trilineales, así como su conexión con el razonamiento proporcional múltiple. Se indican también los procedimientos más frecuentes empleados por los alumnos al resolver la tarea, destacándose algunas de las dificultades que aparecen en la misma. Finalmente, se establecen unas conclusiones generales sobre las consecuencias didácticas en el aprendizaje de las ciencias, así como otras relacionadas con las posibilidades que presenta el análisis de tareas para la investigación del profesor en el aula.

PALABRAS CLAVE

Análisis de tareas. Volumen. Proporcionalidad múltiple. Producto de medidas. Estrategias por subtareas.

Introducción

Esta comunicación se corresponde con parte de una investigación más amplia que hemos realizado sobre las competencias formales de alumnos adolescentes (14-18 años) en el razonamiento proporcional. El tema es de interés por sus implicaciones didácticas en numerosas actividades propias de los currícula escolares del área de ciencias.

Con influencias piagetianas hemos aplicado a los sujetos investigados la tarea del «ARQUITECTO», que no es más que una versión ligeramente modificada en su texto original del «PROBLEMA DE LOS APARTAMENTOS» que aparece en una obra de Aguirre de Cárcer (1985). Los cálculos a realizar por los alumnos implican la determinación de un volumen paralelepípedo, su conservación y la compensación multiplicativa relacionada con la proporcionalidad inversa entre la superficie de la base y la altura que hay que calcular en otra figura geométrica similar.

El concepto de volumen

Este concepto presenta propiedades diversas cuya comprensión progresiva cubre un largo período del desarrollo cognitivo que va desde la infancia a la adolescencia. En el proceso comprensivo aparecen numerosos subprocesos que implican representaciones y operaciones geométricas, físicas y aritméticas. Además, el volumen está relacionado con otros conceptos más o menos complejos tales como la superficie, el razonamiento proporcional y las estructuras algebraicas.



Podemos considerar el volumen desde dos aspectos distintos:

a) El volumen como una magnitud *física-geométrica* susceptible de estimaciones, comparaciones, aproximaciones y operaciones de medición en distintas situaciones de la vida cotidiana. Desde este punto de vista el volumen puede ser considerado *unidimensionalmente* como un todo, apareciendo numerosos casos prácticos que únicamente implican este aspecto físico del concepto, no requiriendo el conocimiento de las fórmulas matemáticas.

b) Desde otra perspectiva el volumen debe considerarse como una *magnitud tridimensional*, con propiedades ligadas al trilinealismo, las cuales posibilitan el análisis de la problemática que plantea su aritmetización. El volumen resulta así un interesante ejemplo de las estructuras *multiplicativas*, estudiadas extensamente por Vergnaud y col. (1971, 1979, 1983, 1985), dentro de las que denomina «*producto de medidas*», relacionadas con las proporciones múltiples en las que una variable depende linealmente de otras variables independientes entre sí.

Muestra de sujetos y metodología empleada

La muestra fue de 363 alumnos (147 varones y 216 hembras) de B.U.P. (144 de 1º y 219 de 2º) correspondientes a dos Institutos de Bachillerato de Huelva, de características urbanas y con población de clase media/media-baja.

La tarea es una prueba de papel y lápiz que se realizó colectivamente en condiciones ordinarias de aula, pasándola los autores en sus grupos habituales de 2º de B.U.P. Otros dos profesores, que recibieron instrucciones precisas para la realización de aquella, colaboraron en sus propios grupos de 1º de B.U.P. Sin embargo, con el fin de garantizar la uniformidad de criterios en la corrección de la tarea, ésta fue realizada íntegramente por nosotros, alcanzándose el consenso por unanimidad en los casos más difícilmente interpretables.

Las respuestas fueron clasificadas de acuerdo con las estrategias de resolución utilizadas por los alumnos, llevaran éstas a lograr el éxito o a fracasos parciales o totales. El tratamiento de los datos recogidos nos llevó a establecer una clasificación de los individuos en dos grandes grupos:

- a) Los que abordan la resolución mediante dos subtareas:
 - El cálculo de los módulos utilizados en el edificio construido.
 - La determinación posterior de la altura del edificio a construir en la parcela.
- b) Los que hacen el problema globalmente sin emplear subtareas:

Señalaremos también que la mayoría de los alumnos (66.9%) utilizaron estrategias correspondientes al primer grupo.

Principales resultados encontrados en el análisis de la tarea

Por razones de espacio no podemos detallar aquí todo el análisis de las respuestas dadas por los alumnos, que está a disposición de los interesados en el tema. No obstante, resumiremos lo más significativo:

Logros alcanzados en la tarea

Los éxitos totales en la resolución de la prueba suponen el 39.1% (47.5% en 2º de B.U.P. y 26.4% en 1º de B.U.P.), con mejores resultados para los individuos masculinos que para las mujeres (53.7% de hombres y 33.8% de mujeres).

Tipos de respuestas que implican logros parciales o totales

Éxitos en el cálculo de los módulos. Resuelven correctamente esta subtarea 147 sujetos (40.5%). Globalmente el procedimiento más utilizado es «superficie de una planta por altura». Sin



embargo, los alumnos de 2º de B.U.P. usan algo más la estrategia «largo por ancho por alto», mientras que los de 1º de B.U.P. emplean un poco más un método que consiste en «dividir en trozos el edificio y contar los módulos».

Éxitos al determinar la altura del nuevo edificio. Hacen bien esta subtarea 175 individuos (48.2%), siendo la forma preferida «calcular la altura a partir de la división de los módulos hallados en el edificio construido entre la superficie de la parcela, determinada multiplicando largo por ancho».

Otros éxitos. Solamente ha habido 5 alumnos (1.4%), todos ellos de 2º de B.U.P., que resuelven correctamente el problema sin utilizar subtareas, mediante un procedimiento de tipo «puzzle».

Tipos de respuestas que implican fracasos parciales o totales

Fracasos en el cálculo de los módulos. Corresponden a 96 individuos (26.4%), siendo los procedimientos de tipo «superficie lateral» o «superficie de las fachadas visibles» las más importantes fuentes de error.

Fracasos al determinar la altura del nuevo edificio. Se dan en 68 alumnos (18.7%), correspondiendo los más importantes al cálculo de los módulos de la parcela a partir del «perímetro», «semiperímetro» y similares.

Otros fracasos. Aparecen 115 sujetos (31.7%) que, no usando subtareas, presentan diversos errores: «conservación de la altura», «procedimientos cualitativos», «sin respuesta», etc.

Conclusiones e implicaciones didácticas

Las estrategias que implican intentos de resolución por medio de subtareas conducen al éxito con mucha más frecuencia que aquellos procedimientos que no las usan. Consecuentemente recomendamos la organización de las actividades didácticas en subtareas que faciliten el aprendizaje de tareas más complejas. Un ejemplo didáctico en esta línea, aplicado al concepto de volumen, puede encontrarse en Rouchier, A. (1985).

El cálculo del número de módulos mediante procedimientos de tipo «superficie lateral» creemos que está relacionado con el hecho de que los alumnos diferencian los volúmenes de los cuerpos macizos y huecos, no considerando que puedan medirse con las mismas unidades. Esta dificultad surge también, aunque en menor grado, al intentar calcular el número de módulos de la parcela por procedimientos de tipo «perímetro», lo que resulta coherente con el error anterior.

El volumen es un concepto multiplicativo que presenta serias dificultades para los alumnos. Se hace preciso ir profundizando en él según las capacidades que van desarrollando con el fin de adquirir nuevos aspectos del concepto de volumen. (Ricco, G. y col., 1985).

El análisis de tareas, es decir, de las operaciones materiales, perceptivas y otras, para la solución de problemas planteados, es un método fecundo de investigación de aula que puede permitirnos comprender mejor la organización de las habilidades requeridas en las estrategias de resolución: selección de datos relevantes, utilización de algoritmos, etc., con las consiguientes repercusiones didácticas.



Bibliografía

- AGUIRRE DE CARCER, I., 1985. *Los adolescentes y el aprendizaje de las ciencias*, (Publicaciones del M.E.C.: Madrid).
- RICCO, G. y col., 1985. Representación y aritmetización de la noción de volumen. Entrevistas individuales realizadas con alumnos de 11 a 15 años. En *La enseñanza de la matemática a debate*, pp. 175-200, (Publicaciones del M.E.C.: Madrid).
- ROUCHIER, A. y col., 1985. Didáctica de la medida del volumen en el segundo curso de la Escuela Secundaria. En *La enseñanza de la matemática a debate*, pp. 201-212, (Publicaciones del M.E.C.: Madrid).
- VERGNAUD, G. et col., 1971. Quelle connaissance les enfants de sixième ont-ils des «structures multiplicatives». Un sondage. *Bulletin de l'Association des Professeurs de mathématiques*, N° 313.
- VERGNAUD, G. et col., 1979. Acquisition de «structures multiplicatives» dans le première cycle du second degré. R.D. N° 2, *I.R.E.M. d'Orleans et Centre d'Etude de Processus cognitifs et du Langage*.
- VERGNAUD, G., 1983. Multiplicative structures, In *Acquisition of mathematics concepts and processes*, pp. 127-174, (Academic: New York).
- VERGNAUD, G., y col., 1985. Didáctica y adquisición de la noción de volumen. En *La enseñanza de la matemática a debate*, pp. 171-173, (Publicaciones del M.E.C.: Madrid).