

UNA PROPUESTA PARA UTILIZAR LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LAS CLASES DE PRIMARIA Y SECUNDARIA

Juan Núñez Valdés

María Luisa Rodríguez Arévalo

*Departamento de Geometría y Topología. Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla*

Resumen: *En este artículo, los autores proponen a los profesores de Matemáticas, principalmente de 5° y 6° de Primaria y 1° de Secundaria, la posibilidad de usar la Historia de las Matemáticas como recurso metodológico en sus clases, pero entendida ésta no como una simple enumeración de datos deslavazados e independientes unos de otros, sino considerados como un núcleo central de la asignatura, a utilizar continuamente en los distintos capítulos de la misma. Como ejemplo, los autores muestran lo que podría seguirse en alguno de estos cursos aprovechando la historia de Pitágoras y el funcionamiento de la Escuela Pitagórica en general.*

Palabras clave: *Recursos metodológicos. Teorema de Pitágoras, Historia de las Matemáticas, la mujer en la Escuela Pitagórica.*

Abstract: *This paper offers teachers in the fifth and sixth year of Primary Education and first year of Secondary Compulsory Education the possibility to use the history of Mathematics as a methodological resource in the classroom. The use of the history of Mathematics is not understood as a list of unrelated and independent pieces of information, but rather as a central core of the subject to be continuously applied throughout the academic year. For example, this paper presents how to apply the history of Pythagoras and the way the Pythagorean School worked.*

Keywords: *Methodological resources, Pythagorean Theorem, History of Mathematics, Pythagorean School.*

INTRODUCCIÓN

Uno de los recursos metodológicos que el profesorado de Matemáticas de cualquier nivel puede utilizar en sus clases consiste en aprovechar el interés que suele producir la narración y posterior explicación comprensiva de determinados hechos de la Historia

de las Matemáticas, que estén relacionados bien con el contenido del tema que vaya a comenzar a explicar, bien con el matemático o matemática que lo descubrió. Por desdichado, siempre adaptada esta narración a la edad de los alumnos a los que se dirige. Sin embargo, este recurso, afortunadamente utilizado cada vez con mayor frecuencia por el profesor de esta disciplina en los últimos cursos de Secundaria y en los de Bachillerato, no suele ser tónica habitual en las clases de Primaria o primeros cursos de Secundaria y desde luego, tampoco en el sentido que los autores deseamos darle a esta utilización de la Historia de las Matemáticas, como herramienta metodológica, en esta comunicación.

La propuesta que planteamos al profesorado de Matemáticas de los niveles de Primaria y Secundaria, principalmente de los últimos cursos del primero y de todos los del segundo, es la de utilizar en sus clases, como herramienta metodológica, la Historia de las Matemáticas, pero no como una simple enumeración de datos deslavazados e independientes unos de otros, sino como un núcleo central de la asignatura, a utilizar continuamente en los distintos capítulos de la misma, que vertebre a manera de marco común, la explicación por parte del profesor a los alumnos de los distintos temas de la misma asignatura. Este recurso podría asimismo ser utilizado también por el profesor para desarrollar las diferentes competencias que debe tratar en la explicación de la asignatura, así como para fomentar la tan deseada interdisciplinariedad entre las diferentes materias de Primaria o de Secundaria.

En este artículo, y a modo de ejemplo, ya que naturalmente podría recurrirse a muchísimos otros, los autores plantean servirse de los conocimientos que la Historia de las Matemáticas pueden aportar sobre la Escuela Pitagórica en general, y sobre Pitágoras en particular, que pueden ser comentados de forma parcial por el profesor en los diferentes capítulos de los que consta la asignatura en cada curso, como pueden ser, por ejemplo, como preludio a la explicación del Teorema que lleva ese nombre en las clases de Geometría de los últimos cursos de Primaria y de los primeros de Secundaria, en las clases dedicadas a los números naturales, en las dedicadas a la divisibilidad y en las que se desea introducir el concepto de número irracional. Asimismo, y al efecto de motivar particularmente a las alumnas (sin pretender con ello entrar en ningún tipo de diferencias de género), el profesor puede también aportar los datos que aquí se indican sobre la contribución que hicieron algunas mujeres al desarrollo de esta Escuela, todo ello con el fin de aumentar el interés y la motivación y despertar la curiosidad de los alumnos y alumnas de estos niveles a la hora de explicarles la asignatura. En cualquier caso esta propuesta también serviría al profesorado de los últimos cursos de Secundaria y de Bachillerato.

Se comentan entonces a continuación, en las distintas secciones de este artículo, los datos más conocidos sobre el funcionamiento de la Escuela Pitagórica y sobre los descubrimientos matemáticos de sus miembros, que el profesor podría aprovechar para irlos incorporando poco a poco y adecuadamente al tema que se explique cada día, de forma que estos datos constituyan el hilo conductor de la historia a través de la cual se van a explicar las distintas partes de la asignatura.

LA ESCUELA PITAGÓRICA

A pesar de que actualmente este hecho no esté aún absolutamente confirmado, parece ser que la *Escuela Pitagórica* fue fundada en el siglo V a. C. por el célebre filósofo y matemático griego *Pitágoras* (Samos, 572 a.C.-Metaponto, 497 a.C.) en Crotona, en el sur de Italia.

La Escuela Pitagórica tuvo muchos seguidores que obedecían ciegamente a su maestro: el venerado Pitágoras. Todos ellos debían esperar varios años antes de ser presentados al maestro y tenían obligación de guardar siempre estricto secreto acerca de las enseñanzas recibidas. Algunos, los más antiguos y considerados, tenían que renunciar a sus pertenencias personales, que donaban a la Escuela, abstenerse de comer ciertos alimentos y observar el celibato, viviendo todos ellos en completa comunidad de bienes. Otros, los iniciados, tenían menos obligaciones, aunque como a los primeros, no les estaba permitido tampoco atribuirse o compartir sus conocimientos a otras personas ajenas a la misma.

Una de las reglas de la Escuela decía que: “Todos los hermanos de la orden deben observar una estricta lealtad y secreto”. De ahí el secretismo que siempre ha envuelto a esta Escuela, hasta el punto de que todos sus descubrimientos se transmitían por vía oral y que todo se atribuyese al propio *Pitágoras*, incluido el famoso Teorema que lleva su nombre, por lo que no se sabe en realidad quiénes de los miembros de la Escuela fueron los autores materiales de los descubrimientos matemáticos de la misma. (Figura 2).

Con el paso del tiempo, los enfrentamientos y hostilidades producidas por este secretismo provocaron la ruina de la Escuela y el exilio de sus miembros. El propio Pitágoras tuvo que huir a Metaponto. Pueden consultarse fuentes muy completas y detalladas sobre la historia de esta Escuela en variadas fuentes (Pulido, s. f.; Aznar, 2007; O’Meara, 1989)

ALGUNOS DESCUBRIMIENTOS MATEMÁTICOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

Comentamos en esta sección algunos de los descubrimientos matemáticos realizados por los miembros de la Escuela, que el profesor puede contarles a los alumnos de los últimos cursos de Primaria y primeros de Secundaria, por ser fácilmente entendibles por ellos.

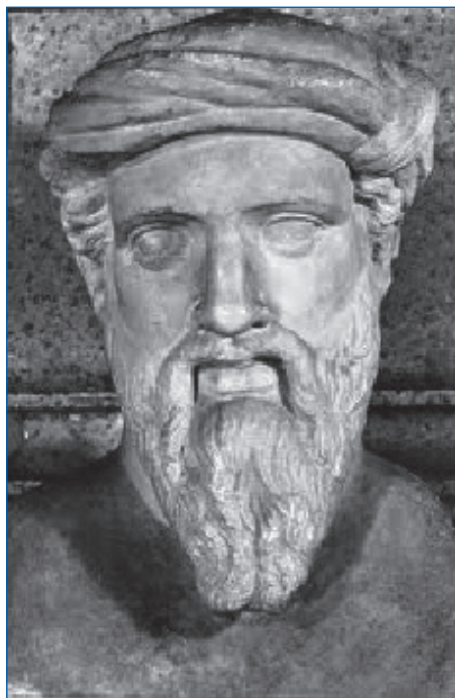


Figura 1. Pitágoras de Samos
(Fuente: Aznar, 2007).



Figura 2. La Escuela Pitagórica (Fuente: La Escuela Pitagórica. s.f.).

Para los pitagóricos, la Matemática era la ciencia por excelencia y su lema era “*el número es el principio de todas las cosas*”. Por eso hacen una primera distinción entre tipos de números y los agrupan en dos tipos claramente diferenciados: los *números impares* (considerados masculinos) y los *números pares* (femeninos).

Además de esto, los pitagóricos introdujeron los denominados *números amigos* y *números perfectos*. Se les puede explicar a los alumnos que dos números amigos son dos números (quizás a este nivel no sea necesario comentar el que estos números deben ser enteros positivos) tales que cada uno de ellos es la suma de los divisores del otro menores que él (los que se denominan divisores propios, término que tampoco es necesario comentar por el momento).

Como ejemplo, 220 y 284 fue la primera pareja de números amigos descubierta por los pitagóricos. Nótese que ambos números son amigos, ya que los divisores de 220 (sin contarle a él mismo) son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110, que suman 284, mientras que los divisores de 284 (igualmente sin contarle a él mismo) son 1, 2, 4, 71 y 142, que suman 220.

Al respecto, y aunque separándonos un poco de los niveles considerados en esta comunicación, el profesor de Matemáticas de los últimos cursos de Secundaria y de

Bachillerato también puede narrarles a sus alumnos la historia inicial, añadiéndoles que tuvieron que pasar más de dos mil años para que otro insigne personaje, Pierre de Fermat, descubriese la segunda pareja de números amigos: 17296 y 18416. Posteriormente, Descartes obtuvo la tercera pareja, formada por el 9.363.584 y el 9.437.056. Y más tarde, el famoso matemático suizo Leonhard Euler (1707 – 1783) llegó a obtener hasta 59 parejas más. Y como anécdota, comentar que a todos ellos se les escapó una pareja intermedia de números comprendidos entre 1100 y 1300, que también son amigos. Esta última observación podría ser aprovechada por el profesor para proponerles a sus alumnos que la encuentren.

Por otra parte, un número es perfecto cuando es igual a la suma de sus divisores excepto él mismo; por ejemplo, el número 6 es un número perfecto porque $6 = 1 + 2 + 3$. En (Pulido), el profesor puede encontrar una deliciosa información sobre la historia de estos números, que también puede narrar a sus alumnos. En esa página pueden leerse los siguientes párrafos:

Los primeros cuatro números perfectos, 6, 28, 496 y 8128 parecen haber sido conocidos desde los tiempos más antiguos a pesar de que no existe ninguna prueba de estos descubrimientos:

$$6 = 1 + 2 + 3,$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

$$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064.$$

La primera información que se tiene referente a estos números aparece en los *Elementos* de Euclides, escritos alrededor del año 300 a. de C. Después, el siguiente autor que estudió estos números fue Nicómaco de Gerasa, sobre el año 100 d. C., en su libro *Introductio Aritmética*.

En ese libro, Nicómaco clasifica los números en tres clases, *los números superabundantes*, que poseen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles (que son sus divisores excepto él mismo) es mayor que el propio número (por ejemplo el número 12 ($1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$)); *los números deficientes*, que tienen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles es menor que el número, como el número 8 por ejemplo ($1 + 2 + 4 = 7 < 8$) y los ya comentados *números perfectos*, que tienen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles es igual al mismo número.

Nicómaco aporta varios resultados que cumplen los números perfectos. Entre ellos, los siguientes pueden ser fácilmente entendibles por los alumnos de los niveles considerados, excepto, lógicamente el cuarto, que puede ser considerado para los alumnos de niveles superiores:

- 1) El n ésimo número perfecto posee n dígitos. Así, por ejemplo, el segundo, que es 28, tiene dos dígitos y el cuarto, 8128, cuatro.
- 2) Todos los números perfectos son pares.

- 3) Todos los números perfectos terminan de forma alternativa en 6 y en 8.
- 4) Cada número perfecto es de la forma $2^{k-1}(2^k - 1)$, para algún $k > 1$, donde $2^k - 1$ es un número primo (esta propiedad quizás sea algo elevada para los niveles considerados).
- 5) Hay infinitos números perfectos.

Volviendo ahora de nuevo a los descubrimientos realizados por los pitagóricos, el profesor también les puede comentar a los alumnos la conocida *regla de Pitágoras*, para calcular el cuadrado de un número, a partir del siguiente procedimiento:

El primer número impar es: 1. El número 1 tiene por cuadrado: 1.

Los dos primeros números impares son: 1,3. El cuadrado del número 2 es: $1+3=4$.

Los tres primeros números impares son: 1,3,5. El cuadrado de 3 es: $1+3+5=9$.

Los cuatro primeros números impares son: 1,3,5,7. El cuadrado de 4 es: $1+3+5+7=16$, y así sucesivamente.

Según lo ya comentado en la Introducción, aprovechamos también aquí para decir que cuando se les recuerda a los alumnos ya de Secundaria o Bachillerato el Teorema de Pitágoras, puede ser bueno también utilizar este recurso de la Historia de las Matemáticas. Se les puede comentar que el secreto más celosamente guardado por los pitagóricos fue el descubrimiento de los *números irracionales*, a partir del triángulo rectángulo con dos catetos de longitud 1. Evidentemente, al tratar de medir la diagonal de un cuadrado de lado unidad por medio del Teorema, a los pitagóricos les salía un número (raíz cuadrada de 2) no contemplado por ellos y que echaba abajo prácticamente toda su filosofía.

Muy a su pesar entonces, los pitagóricos no tuvieron más remedio que reconocer, cambiando adecuadamente la longitud del lado de esos cuadrados, la existencia de unos números, como la anteriormente indicada raíz cuadrada de 2, que eran inconmensurables, y que daban lugar a un nuevo tipo de números, *los irracionales*. Sin embargo, los pitagóricos nunca llegaron a revelar este hecho, y era considerado falta grave hacerlo, puesto que el hecho de que un segmento limitado tuviese un número infinito de puntos hacía entrar en crisis toda su construcción filosófica. Al respecto, se cuenta que uno de los miembros de la Escuela, Hipaso de Metaponto, lo reveló y fue castigado ahogándose en un naufragio (véase Centrone, 2000).

LAS MUJERES EN LA ESCUELA PITAGÓRICA

Realizamos a continuación un breve comentario sobre la actuación de algunas mujeres en la Escuela Pitagórica. Esta narración puede servirle al profesor para que sobre todo sus alumnas se motiven, al ver que las mujeres fueron también personas importantes en la Escuela y que de hecho, una vez fallecido Pitágoras, fue su mujer, Teano, y sus tres hijas, Damo, Mya y Arignote, las que continuaron su labor, dirigiendo la Escuela y expandiéndola por otros territorios (Valdés y Rodríguez, 2011).

Puede empezarse comentando que aunque en aquella época la mujer estaba marginada de las actividades científicas, en la Escuela Pitagórica no existían prejuicios ni discriminaciones y no se distinguía entre formación masculina o femenina. Por ello, no es extraño que en el libro “*Vida de Pitágoras*” el historiador Jámblico incluya un listado de 32 estudiantes de la Escuela Pitagórica, en el que figuran 17 mujeres, aunque curiosamente, entre ellas no figuran como tales ni Arignote ni Damo, hijas junto con Mya, de Teano y Pitágoras para la mayoría de investigadores (Erroreshistoricos.com, s. f.)

Esta relación de mujeres es la siguiente:

<i>Babelyka de Argos,</i>	<i>Kleaichma,</i>	<i>Philtys,</i>
<i>Boio de Argos,</i>	<i>Kratesikleia,</i>	<i>Theadusa de Esparta,</i>
<i>Cheilonis,</i>	<i>Lasthenia de Mantinea,</i>	<i>Teano de Crotona,</i>
<i>Echekrateia de Phlius,</i>	<i>Myia,</i>	<i>Timycha,</i>
<i>Ekkelo de Lukania,</i>	<i>Okkelo de Lukania,</i>	<i>Tyrsenis de Sybaris.</i>
<i>Habrotelia de Tarento,</i>	<i>Peisirrhode de Tarento,</i>	

De ellas, de la que se tiene más conocimiento es de Teano, nacida en Crotona, en el año 546 a.C., mujer del propio Pitágoras y madre de sus hijas Damo, Arignote y Myia. Puede consultarse una biografía bastante completa sobre ella, de la que poder sacar más información para ser comentada a los alumnos, en Núñez, Rodríguez, Olivares y Silvero (2010). Para muchos autores, Teano es considerada la *primera mujer matemática de la antigüedad* (s. VI a.C.).

ALGUNAS CONCLUSIONES

Como ya se ha indicado, uno de los objetivos de este artículo ha sido poner de manifiesto la posibilidad de usar la Historia de las Matemáticas como recurso metodológico por parte del profesorado a la hora de explicar la asignatura de Matemáticas a los alumnos/as de 5º y 6º de Primaria y 1º curso de Secundaria, pero siempre considerándola como un núcleo central de la asignatura, cuyas diferentes partes se pueden ir comentando en relación con



Figura 3. Teano enseñando en la Escuela (Fuente: Mujeres matemáticas, s.f.).

los contenidos matemáticos que se vayan introduciendo en la misma, y nunca como una mera transmisión de datos deslavazados e independientes entre sí. Se ha elegido para ello el tema del Teorema de Pitágoras y se ha mostrado la información sobre la Escuela Pitagórica en general, y sobre las mujeres de la misma en particular que, a nuestro juicio, el profesor puede utilizar para comentar en clase y despertar con ello la curiosidad y el interés de sus alumnos.



Figura 4. Algunos libros de Historia de las Matemáticas.

No cabe la menor duda de que en la actualidad, la mayoría de los alumnos muestra un gran desinterés y falta de atención por sus clases, por lo que cualquier herramienta que se utilice que logre disminuir ese desinterés y esa apatía tiene que ser bienvenida y en nuestra opinión, tanto el conocimiento de la Historia de las Matemáticas, centrado particularmente en este caso en la Escuela Pitagórica y en sus miembros, como el de nuevas técnicas y recursos, siempre debe ser una aspiración a utilizar por los profesores de cualquier disciplina, tanto actuales como futuros. Esperemos haber conseguido ambos objetivos con la elaboración de este artículo.

REFERENCIAS

- Aznar, E. (2007). *Pitágoras, matemático y filósofo griego*. Recuperado de <http://www.ugr.es/~caznar/pitagoras.htm>
- Centrone, B. (2000). Hipposos de Métoponte. En R. (Ed-): *Dictionnaire des philosophes antiques, Vol. 3 (pág.753-755)*. CNRS Éditions.
- Erroreshistoricos.com (s. f.). La primera mujer matemática: Teano. Recuperado de <http://www.erroreshistoricos.com/curiosidades-historicas/la-primera-vez-en-la-historia/1112-la-primera-mujer-matematica-teano.html>
- Núñez, J., Olivares, A., O'Meara, P. J. (1989). *Pythagoras Revived*. Clarendon Press, Oxford.

- Pulido, F. M. (s. f.). Biografía de Pitágoras de Samos. Recuperado de <http://www.astroseti.org/articulo/3516/biografia-de-pitagoras-de-samos>.
- Rodríguez, E. y Silvero, M. (2010). Enheduanna, Teano y Aglaonike, precursoras de Hipatia. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de Profesores de Matemáticas*, 85, 45-57.
- Valdés, J. N. y Rodríguez, M. L. (2011). Las mujeres en la escuela pitagórica. *Premisa*, 13(49), 3-15.