



Medición de la eficiencia estática y dinámica de las universidades mediante métodos no paramétricos.

Aplicación a las universidades públicas ecuatorianas

Universidad de Sevilla

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

Autor: Diego Vinicio Alvarado Astudillo

Directores: José Luis Pino Mejías y Pedro Luis Luque Calvo

José Luis Pino Mejías, Profesor Titular del Departamento de Estadística e Investigación Operativa, de la Universidad de Sevilla.

Pedro Luis Luque Calvo, Profesor Titular del Departamento de Estadística e Investigación Operativa, de la Universidad de Sevilla.

Certificamos que la presente memoria titulada:

Medición de la eficiencia estática y dinámica de las universidades mediante métodos no paramétricos. Aplicación a las universidades públicas ecuatorianas.

Ha sido realizada bajo nuestra dirección por:

D. Diego Vinicio Alvarado Astudillo,

Y constituye su tesis para optar al grado de Doctor.

Y para que conste, en cumplimiento de la legalidad vigente y a los efectos que haya lugar, firmamos el presente documento.

En Sevilla, 30 de septiembre de 2015

Fdo. Dr. D. José Luis Pino Mejías

Fdo. Dr. D. Pedro Luis Luque Calvo

A mi esposa Paola Esperanza y a mis hijos
Rafaela Carolina y Diego Gabriel quienes
son la razón de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento a todas y cada una de las personas que de una u otra manera han ayudado a la culminación de este trabajo.

En primer lugar a la Universidad Técnica Particular de Loja, por la confianza depositada en mí, para poder realizar los estudios de doctorado en la Universidad de Sevilla.

A mis directores de Tesis, Dr. José Luis Pino Mejías y Dr. Pedro Luis Luque Calvo, por toda la colaboración brindada, durante la elaboración de la investigación y por la gran calidad humana que me han demostrado con su amistad.

A mi esposa e hijos por su apoyo incondicional, a quienes va dedicada esta Tesis. Espero con ello poder compensarles por las ausencias prolongadas debido a mi dedicación a esta investigación.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	IV
ÍNDICE.....	V
ILUSTRACIONES.....	VIII
GRÁFICOS.....	IX
TABLAS.....	X
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1: ASPECTOS TEÓRICOS Y REVISIÓN DE LITERATURA.....	3
1.1 El concepto de Eficiencia.....	3
1.2 Eficiencia Técnica.....	4
1.3 Eficiencia Asignativa.....	8
1.4 Eficiencia Global (Económica).....	10
1.5 Medición de la Eficiencia.....	10
1.5.1 Métodos Paramétricos.....	13
1.5.2 Métodos no Paramétricos.....	14
1.6 Análisis Envolvente de Datos (DEA).....	16
1.6.1 Origen del Análisis Envolvente de Datos (DEA).....	16
1.6.2 Características del DEA.....	19
1.6.3 Ventajas y desventajas DEA.....	20
1.6.4 Orientaciones del Modelo Básico.....	21
1.6.5 Modelo DEA - CCR.....	21
1.6.6 Modelo DEA - BCC.....	26
1.6.7 Modelo Aditivo y Multiplicativo.....	28
1.6.8 Índice de Malmquist.....	29
1.7 El enfoque «beneficio de la duda».....	34
1.8 Indicadores Compuestos.....	35
1.8.1 Ventajas.....	36

1.8.2 Limitaciones y desventajas.....	37
1.8.3 Etapas de construcción de un Indicador Compuesto.....	38
1.9 Técnicas de clasificación.....	70
1.9.1 Árboles de clasificación y regresión	70
1.9.2 Clasificación basada en reglas.....	71
CAPÍTULO 2: EVALUACIÓN DE LA CALIDAD UNIVERSITARIA	74
2.1 Concepto de calidad	74
2.2 La evaluación como estrategia de mejora de la calidad educativa.....	75
2.3 Uso de indicadores en la educación superior	79
2.4 Rankings Universitarios	79
CAPÍTULO 3: EL SISTEMA ECUATORIANO DE EDUCACIÓN SUPERIOR	84
3.1 Aspectos generales	84
3.2 Estructura organizativa del sistema de educación superior ecuatoriano	86
3.3 Instituciones de educación superior que componen el sistema	90
3.3.1 Instituciones de educación superior por financiamiento	90
3.3.2 Instituciones de instituciones de educación superior por oferta académica de pregrado.	92
3.4 Población estudiantil de las instituciones de educación superior.....	93
3.5 Evaluación y Acreditación de las instituciones de educación superior	95
3.5.1 Modelo de Evaluación.....	96
3.5.2 Metodología del proceso de evaluación institucional	103
3.5.3 Categorización de las IES con oferta académica de Grado y postgrado.	108
3.5.4 Recursos asignados a las instituciones del sistema de educación superior	114
CAPÍTULO 4: MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA ESTÁTICA Y DINÁMICA MEDIANTE DEA. CASO UNIVERSIDADES PÚBLICAS ECUATORIANAS	115
4.1 Aplicación de la técnica DEA en las universidades.....	115
4.2 Selección de variables	120
4.3. Fuentes de información y selección de Inputs y Outputs	130
4.3.1 Variables y fuentes de información.....	131
4.3.2 Selección de Inputs y Outputs	135
4.4 Análisis de correlación entre las variables utilizadas	138

4.5 Imputación de datos 2008	146
4.6 Normalización	149
4.7 Análisis Cluster con los distintos métodos de normalización frente a la categorización de las universidades.....	156
4.8 Análisis de Componentes Principales	159
4.8.1 Análisis de Componentes Principales año 2008.....	160
4.8.2 Análisis de Componentes Principales año 2013.....	165
4.9 Aplicación de técnicas de clasificación con las variables seleccionadas	170
4.10 Análisis de eficiencia de las universidades públicas ecuatorianas	174
4.10.1 Eficiencias	176
4.10.2 Análisis de las unidades no eficientes (2008 2013).....	180
4.10.3 Eficiencia y Categorización de Universidades (2008 – 2013)	187
4.11 Medición del Índice de Productividad de Malmquist	189
4.12 Construcción de un indicador compuesto de eficiencia. Aplicación a las universidades públicas ecuatorianas	192
4.12.1 Indicador compuesto de eficiencia universitaria	194
4.12.2 Análisis de Sensibilidad Global	198
CONCLUSIONES.....	210
BIBLIOGRAFÍA	212
ANEXOS	222

ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Métodos de Estimación	13
Ilustración 2: Análisis de agrupamiento jerárquico (izq.) y no jerárquico (der.)	51
Ilustración 3: Metodología y proceso de construcción de Índice compuesto (IC)	64
Ilustración 4: Leyenda de señales de tráfico.....	69
Ilustración 5: Enfoque de la calidad en la universidad.....	75
Ilustración 6: Organigrama del Consejo de Educación Superior (CES)	88
Ilustración 7: Organigrama del Consejo de Evaluación Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES)	89
Ilustración 8: Criterios de Evaluación	98
Ilustración 9: Criterio Academia	99
Ilustración 10: Criterio Eficiencia Académica	100
Ilustración 11: Criterio Investigación	101
Ilustración 12: Criterio Organización	102
Ilustración 13: Criterio Infraestructura	103
Ilustración 14: Análisis por Conglomerados	109
Ilustración 15: Resultados Categoría “A” según Criterios de Evaluación	110
Ilustración 16: Resultados Categoría “B” según Criterios de Evaluación.....	111
Ilustración 17: Resultados Categoría “C” según Criterios de Evaluación.....	112
Ilustración 18: Resultados Categoría “D” según Criterios de Evaluación	113
Ilustración 19: Proceso productivo de la Educación Superior.....	122
Ilustración 20: Modelo simplificado del proceso productivo de la Educación Superior....	122
Ilustración 21: Número de universidades en Ecuador por Regiones.....	175
Ilustración 22: Eficiencia Media de Universidades en Ecuador por Regiones.....	178

GRÁFICOS

Gráfico 1: Eficiencia Técnica.....	6
Gráfico 2: Eficiencia Asignativa	9
Gráfico 3: Medición de la Eficiencia.....	11
Gráfico 4: Frontera Free Disposal Hull (FDH)	15
Gráfico 5: Nociones de Eficiencia Farrell-Debreu y Pareto-Koopmans	25
Gráfico 6: Frontera productiva CCR vs Frontera productiva BCC	27
Gráfico 7: Índice de productividad de Malmquist orientado al output.....	32
Gráfico 8: Clasificación de las IES por financiamiento total	91
Gráfico 9: Clasificación de las IES por oferta académica de pregrado	93
Gráfico 10: Evolución de tasa neta de matrícula de la educación superior en Ecuador 2007 - 2013 (en porcentajes).....	94
Gráfico 11: Total de estudiantes matriculados	95
Gráfico 12: Correlación entre Inputs con cada Output (2008)	140
Gráfico 13: Correlación entre Inputs con cada Output (2013).....	143
Gráfico 14: Dendograma - Cluster para datos 2008	157
Gráfico 15: Dendograma - Cluster para datos 2013	158
Gráfico 16: Varianzas año 2008	161
Gráfico 17: Componentes Principales año 2008	163
Gráfico 18: Varianzas año 2013	166
Gráfico 19: Componentes Principales año 2013	167
Gráfico 20: Universidades con índice de eficiencia menor a 80%	178
Gráfico 21: Diagrama de dispersión: Indicador distancia versus eficiencias 2013.....	197

TABLAS

Tabla 1: Clasificación de las IES de pregrado por financiamiento	90
Tabla 2: Clasificación de las IES de posgrado por financiamiento	91
Tabla 3: Clasificación de los Institutos por financiamiento	91
Tabla 4: Clasificación de las IES por oferta académica de pregrado	92
Tabla 5: Pesos Modelo IES con oferta de Grado	106
Tabla 6: Umbrales de desempeño Método Directo y por conglomerados	108
Tabla 7: Grupos de desempeño Método de Conglomerados	109
Tabla 8: IES Categoría “A” 2008 – 2013	110
Tabla 9: IES Categoría “B” 2008 – 2013	111
Tabla 10: IES Categoría “C” 2008 – 2013	112
Tabla 11: IES Categoría “D” 2008 – 2013	113
Tabla 12: Inputs y Outputs usados en análisis de eficiencia de Instituciones de Educación Superior	124
Tabla 13: Selección de Inputs y Outputs	135
Tabla 14: Inputs y Outputs (años 2008 - 2013)	136
Tabla 15: Resumen de estadísticas descriptivas para Inputs y Outputs (2008 - 2013)	137
Tabla 16: Correlación lineal de Inputs con cada Output	138
Tabla 17: Resumen de los métodos de imputación	148
Tabla 18: Inputs y Outputs año 2008	148
Tabla 19: Inputs y Outputs normalizados método 1 (2008-2013)	150
Tabla 20: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 1	151
Tabla 21: Inputs y Outputs normalizados método 2 (2008-2013)	152
Tabla 22: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 2	153
Tabla 23: Inputs y Outputs normalizados método 3 (2008-2013)	154
Tabla 24: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 3	155
Tabla 25: Correlación de variables (2008-2013)	160
Tabla 26: Matriz de componentes principales (2008)	160
Tabla 27: Matriz de Componentes Principales año 2013	166
Tabla 28: Índice de eficiencia técnica (2008 - 2013)	176
Tabla 29: Distribución de unidades eficientes (2008 - 2013)	177
Tabla 30: Estadísticas descriptivas de los Índices de Eficiencia (2008 - 2013)	179
Tabla 31: Número de Peers referenciadas (2008-2013)	180
Tabla 32: Unidades ineficientes y detalle de sus peers y pesos respectivos (2008)	181
Tabla 33: Unidades ineficientes y detalle de sus peers y pesos respectivos (2013)	182
Tabla 34: Objetivos para los inputs año 2008	183
Tabla 35: Objetivos para los outputs año 2008	184

Tabla 36: Objetivos para los inputs año 2013	185
Tabla 37: Objetivos para los outputs año 2013	186
Tabla 38: Tabla de contingencia: Eficiencia y Categorización de Universidades (2008)	188
Tabla 39: Tabla de contingencia: Eficiencia y Categorización de Universidades (2013)	188
Tabla 40: Índice de Malmquist las universidades públicas ecuatorianas (2008 - 2013)	190
Tabla 41: Rangos de ordenación de acuerdo a la posición y a las unidades de referencia (2008 - 2013)	193
Tabla 42: Ordenación respecto al indicador de distancia 2008	197
Tabla 43: Ordenación respecto al indicador de distancia 2013	198
Tabla 44: Ordenación respecto al indicador de distancia 2013 (Unidades Eficientes)	199
Tabla 45: Comparación de las ordenaciones al cambiar el conjunto de pesos	200
Tabla 46: Índices de sensibilidad para la normalización y elección de pesos (2013).	204
Tabla 47: Índices de sensibilidad para la normalización, elección de pesos e imputación (2008).	204
Tabla 48: Tamaños muestrales para obtener los índices de sensibilidad por muestreo	206
Tabla 49: Índices de sensibilidad	208
Tabla 50: Estimaciones por muestreo para obtener los índices de sensibilidad	208

INTRODUCCIÓN

La evaluación del rendimiento relativo, o evaluación comparativa, que suele denominarse “benchmarking” en inglés, consiste en la comparación sistemática de la actuación de una organización respecto a otra. En general se aplica a unidades de producción que transforman los mismos tipos de recursos (inputs) en los mismos tipos de productos o servicios (outputs). Dado que se trata de analizar el proceso de transformación de inputs en outputs, un elemento fundamental es identificar la frontera de producción definida por la máxima combinación de outputs que puede alcanzarse para cada combinación de inputs.

La eficiencia técnica, definida por Farrell, es la capacidad de una unidad, con competencia para tomar decisiones, de producir un máximo dentro de la frontera de producción dado un conjunto de inputs, donde al encontrarnos en un espacio multidimensional el máximo debe entenderse desde la perspectiva de la optimalidad de Pareto.

Cuando es posible asignar precios a los recursos y productos es preciso complementar el análisis de la eficiencia técnica con el de la eficiencia asignativa. En los servicios públicos tales como los de la educación o la sanidad, es más frecuente el empleo del benchmarking en los procesos de mejora interna de las organizaciones y en los procesos de evaluación institucional. Dos son las principales razones del incremento de las evaluaciones comparativas. La primera de ellas es su capacidad para disminuir el conocido problema de la información asimétrica precontractual, o problema de la selección adversa, que se produce cuando hay unidades u organizaciones con capacidad para ponderar los inputs y outputs de forma que se maximicen su beneficio, en el caso de productos o servicios de mercado, o su reconocimiento y prestigio en los de no mercado. La segunda es su capacidad para establecer sistemas de incentivos para converger a “buenas prácticas”, al hacer transparentes las reglas por las que serán evaluadas las organizaciones o unidades.

El uso de indicadores clave de rendimiento o KPI por el acrónimo de “Key Performance Indicators Key” lleva en algunos casos a la paradoja de Fox que se da cuando una unidad teniendo mejores medidas de productividad para cada uno de sus outputs que otra unidad, tiene en su conjunto un peor rendimiento debido a la heterogeneidad del volumen de los productos.

Las limitaciones de los KPI aconsejan utilizar técnicas que puedan evitarlas, entre ellas están los modelos estocásticos de estimación de la frontera de producción, que exigen el cumplimiento de determinadas hipótesis sobre la función de distribución de los datos, y los métodos no paramétricos que son los empleados principalmente en esta memoria, elaborada para optar al grado de doctor.

El objetivo principal del trabajo es introducir la dimensión de la eficiencia en la evaluación comparativa de las universidades y su aplicación a las universidades públicas ecuatorianas.

La memoria se estructura en cuatro capítulos en el primero se introducen los conceptos de eficiencia y las principales técnicas que permiten su medición, centrándonos en el Análisis Envolvente de Datos, en inglés Data Envelopment Analysis (DEA) y en las herramientas para la construcción de indicadores compuestos o sintéticos, que se han adaptado en el capítulo 4 para su aplicación a la construcción de indicadores de eficiencia universitaria.

En el capítulo 2 se aborda la evaluación de la calidad universitaria, centrándonos en las metodologías, los indicadores más utilizados y en el fenómeno de la proliferación de los rankings universitarios que están incidiendo, para bien o para mal, en el comportamiento de las universidades y de sistemas universitarios completos como el ecuatoriano.

El capítulo 3 describe el sistema ecuatoriano de educación superior focalizando la atención en las técnicas cuantitativas empleadas en los procesos de aseguramiento de la calidad, categorización de instituciones y acreditación.

Junto con la aportación que supone la tarea de revisión y sistematización de la información realizada en los tres primeros capítulos, las aportaciones de la tesis se concentran en el cuarto capítulo. Estas aportaciones pueden agruparse en metodológicas y computacionales por una parte, y en contribuciones a la construcción de indicadores de eficiencia basadas en la adaptación de resultados del campo de la agregación de preferencias y de las técnicas de ayuda a la decisión multiatributo.

La aplicabilidad e interés de las aportaciones se ilustran con su aplicación a las universidades públicas ecuatorianas, mediante la comparación con los resultados de los procesos de categorización de las universidades realizados en Ecuador en 2008 por el Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación (CONEA) y en 2013 por el Consejo de Evaluación, Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES).

CAPÍTULO 1: ASPECTOS TEÓRICOS Y REVISIÓN DE LITERATURA

En este capítulo se realiza una presentación de los conceptos, técnicas y métodos utilizados en los capítulos posteriores.

En primer lugar se introduce el concepto de eficiencia en sus perspectivas técnica, asignativa y global. A continuación se presentan los métodos paramétricos y no paramétricos para la medición de la eficiencia, desarrollándose los fundamentos del Análisis Envoltante de Datos y presentándose el índice de Malmquist como herramienta para la medición de la evolución temporal de la eficiencia.

La aproximación seguida para fundamentar la construcción de un indicador compuesto de eficiencia es la basada en las recomendaciones del Centro Común de Investigación de la Unión Europea (JRC) y la OCDE.

Las técnicas multivariantes que se presentan en este capítulo son el Análisis de Componentes Principales y el Análisis de Conglomerado por intervenir su empleo en la selección de las variables que modelizan los recursos y los productos del proceso de enseñanza – aprendizaje en las universidades, en la construcción de indicadores compuestos y en la categorización de las universidades.

Por último se incluye una breve descripción de las técnicas de clasificación empleadas para validar la selección de variables realizada respecto a los resultados de las evaluaciones institucionales realizadas por el CONEA y la CEAACES.

1.1 El concepto de Eficiencia

El término “eficiencia” proviene etimológicamente del latín *efficiens* que, a su vez viene del verbo latino *ex facio* que significa “sacar algo de” (Blánquez, 1998), esta idea es aplicada al ámbito económico y trata de explicar cómo existen dos formas distintas de acrecentar la riqueza de un estado, equiparables en última instancia a dos dimensiones diferentes del concepto de eficiencia. Por un lado, la eficiencia estática que consiste en la buena gestión de los recursos disponibles, tendente a evitar el despilfarro, y por otro lado una dimensión dinámica que considera que las instituciones mejoran su eficiencia mediante el descubrimiento y la creación permanente de nuevos fines y de los medios para alcanzarlos.

La eficiencia es un concepto relativo, que se obtiene por comparación con otras alternativas disponibles, considerando los recursos empleados en la consecución de los resultados. Se trata de un concepto económico que viene justificado por la escasez de recursos

susceptibles de empleo en usos alternativos. No tiene un carácter absoluto, ya que viene determinado por las alternativas existentes.

El concepto de eficiencia, y su forma de medición, desarrollado por Farrell (1957), lo convierten en el autor más influyente en el estudio de la eficiencia productiva. Formuló el marco teórico básico para estudiar y medir la eficiencia y propuso que se visualice la eficiencia desde una perspectiva real y no ideal, donde cada unidad productiva sea evaluada en relación con otras unidades tomadas de un grupo representativo y homogéneo. Bajo este enunciado se determina empíricamente un estándar de referencia “la frontera” ya sea de producción, costos o beneficios, con la cual se pueden comparar a las unidades para determinar si son eficientes o no. Entonces la eficiencia está en utilizar la combinación de inputs y outputs de manera que no haya ningún desperdicio (Sudit, 1995). Es decir, la eficiencia expresa la distancia entre las cantidades de outputs e inputs consideradas y las cantidades óptimas que definen la frontera (Tulkens, 2006).

En el planteamiento inicial de la eficiencia, Farrel determina dos conceptos de eficiencia:

1) la Eficiencia Técnica (ET), que es la capacidad de una unidad económica para producir un máximo posible, dado un conjunto de inputs y/o la habilidad de una organización de obtener el máximo nivel de producción con unos recursos dados,

2) la Eficiencia Asignativa que se refiere a la capacidad de una unidad económica para escoger un conjunto óptimo de inputs, dado los correspondientes precios, se trata de producir lo máximo a partir de una combinación de inputs, de forma que con el mínimo costo se alcanzará un output determinado a unos precios establecidos (Athanasopoulos, 1998).

El producto de ambas eficiencias proporciona una medida de la eficiencia económica, la cual significa básicamente que la sociedad debe maximizar en términos dinámicos los escasos recursos que posee (Arzubi, 2002).

1.2 Eficiencia Técnica

Eficiencia Técnica es un concepto tecnológico que hace referencia a la idea de evitar el derroche de recursos en el proceso productivo, concentrándose en las cantidades, ya sea utilizando más inputs de los necesarios para poder obtener una producción determinada o produciendo menos de lo esperado con una dotación fija de factores.

La eficiencia técnica, surge de la interpretación de la función de producción como el conjunto de los puntos frontera del conjunto de producción, quedando particionado así el espacio de asignaciones en eficientes (las ubicadas justo sobre la función de producción), las ineficientes (las situadas debajo de la misma) y las imposibles (las localizadas más allá). En este sentido, se trata de un concepto puramente técnico puesto que contempla únicamente la relación entre las cantidades de insumos y los productos obtenidos a partir de ellos.

La eficiencia técnica consiste en la obtención del máximo producto dada una combinación específica de recursos o en el empleo de los recursos estrictamente necesarios para un nivel de producción. Así, partiendo de un conjunto de observaciones homogéneas a evaluar se estima la ineficiencia técnica de una empresa a partir de la distancia a la frontera de producción eficiente.

En definitiva, bajo el concepto de eficiencia técnica, la proporción de factores de una asignación eficiente puede variar si se modifica la técnica de producción pero no si cambian los precios y/o las productividades marginales. Además, la eficiencia técnica, en su versión estática, tendría, a su vez, una doble acepción. La primera de ellas, la macroeconómica, implicaría la reasignación de los recursos productivos para alcanzar un punto en la curva de transformación de una economía. La segunda, la microeconómica, haría referencia a la ubicación de cada unidad productiva en el conjunto de producción.

Por otro lado, en su versión dinámica, implica el empleo de nuevos métodos de producción tan pronto estén disponibles, el aumento del volumen de outputs y de la diversidad de los mismos, mediante la incorporación de nuevos productos.

Por último, acerca de la eficiencia técnica cabe decir que su análisis puede realizarse en función de dos puntos de vista u orientaciones: al input o al output. Bajo el primero, refleja la mínima cantidad de inputs necesaria para producir un nivel determinado de output y, bajo la segunda, la cantidad máxima de producto obtenible de una cantidad determinada de insumos.

El estudio de la eficiencia técnica centra su atención en el uso de los recursos humanos o de capital en la producción de uno o varios bienes y servicios. Es decir se basa en utilizar unidades físicas, lo que implica que queda fuera del análisis el costo o precio de los factores y la valoración de los ingresos obtenidos de la producción.

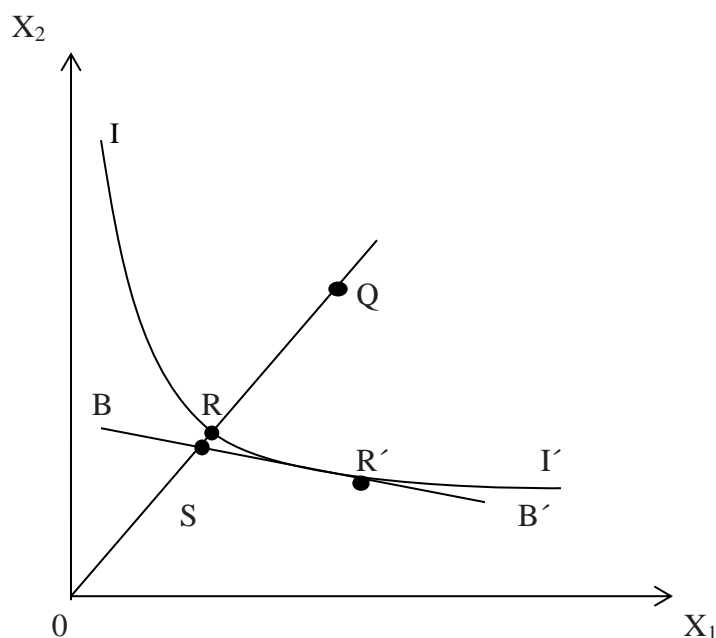
Koopmans, (1951), definió la situación de eficiencia técnica como la situación en la que no es posible incrementar uno o varios productos (outputs) sin, o disminuir la cantidad de alguno de los otros productos (outputs), o incrementar alguno de los factores (inputs) utilizados en la producción. Es decir, la función de producción está formada de unidades

técnicamente eficientes y puede ser tomada, al igual que las isocuantas o los subconjuntos eficientes definidos como la referencia de eficiencia técnica en la producción.

Por su parte, Debreu, (1951) y Farrell, (1957) en sus trabajos desarrollaron índices de eficiencia técnica, conceptualizando a la eficiencia técnica como la diferencia entre uno y un cociente que representa la mayor reducción proporcional en todos los inputs que aún permite la producción de todos los outputs, o como uno más el mayor incremento proporcional factible en todos los outputs con el mismo consumo de inputs.

Para el caso simple de Farrell, plantea una empresa que empleara dos factores, (entradas, X_1 y X_2) para generar un output, (salida “Y”) bajo rendimientos constantes a escala y total conocimiento de la función de producción. Como podemos observar en el gráfico 1:

Gráfico 1: Eficiencia Técnica



Fuente: Farrel (1957, p. 254)

En el gráfico anterior la curva I' es la isocuenta unitaria, de modo que representaría las combinaciones mínimas de inputs X_1 y X_2 necesarias para generar una unidad de producto. Es decir, cualquier combinación de inputs de esta isocuenta será eficiente para producir una unidad de output. De este modo, R sería una asignación eficiente mientras que Q no lo es ya que emplea más insumos para lograr el mismo producto. En este sentido, la eficiencia técnica de Q vendría dada por OR/OQ .

En el anterior razonamiento no se introducen los precios de los factores. Farrell los introdujo en su trabajo al considerar la eficiencia precio. Desde este punto de vista, la recta BB' reflejaría la relación existente entre los precios de los recursos mediante su pendiente. En este sentido, R' y no R sería la asignación eficiente puesto que tal vez ambas fuesen eficientes técnicamente pero sólo R' puede ser adquirida a los precios preestablecidos con el mínimo costo posible (puesto que el punto de equilibrio del productor se deriva de la tangencia de la recta de restricción presupuestaria con la isocuanta).

Según Álvarez Pinilla, (2001), Debreu en 1951 fue el primero en diseñar una medida de eficiencia productiva a la que llamó “coeficiente de utilización de recursos”. La medida sugerida es el cociente entre el costo del nivel óptimo (o eficiente) de insumos y el costo de los insumos efectivamente utilizados.

También es posible calcular el coeficiente de eficiencia utilizando la metodología de Jondrow (1982), que calcula la ineficiencia esperada y con ella el valor óptimo de producción para cada unidad productiva. Dado este valor óptimo se calcula el coeficiente de eficiencia de la siguiente forma:

$$n = \frac{y^0}{y^0 + E(v)}$$

Donde y^0 representa el nivel de producción observado y $E(v)$ la ineficiencia esperada. Sin embargo, esta forma de medir la eficiencia no puede ser utilizada cuando existen múltiples insumos y productos relacionados con diferentes recursos, actividades y factores ambientales.

Las medidas de eficiencia relativa donde hay múltiples posibilidades de insumos y productos fueron desarrolladas inicialmente por (Farrell & F., 1962). Los autores se basaron en una unidad eficiente virtual construida como un promedio ponderado de unidades eficientes, la cual se utiliza como unidad de comparación para otras unidades. Una medida de eficiencia relativa para la Unidad j cuando se contemplan múltiples productos e insumos se define como:

$$Eficiencia_j = \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots}$$

Donde los u_i corresponden a los ponderadores de los productos y_i , mientras que los v_k corresponden a los ponderadores de los insumos x_k .

Esta medida de eficiencia requiere obtener los valores de los dos conjuntos de ponderadores. En el apartado 1.5 se revisan los métodos que permiten calcularlos.

Considerando como referente lo que proponen los autores antes citados se puede inferir que la eficiencia técnica busca evitar el desperdicio de recursos que puede generarse, ya sea utilizando más factores de los necesarios para producir una cantidad dada de outputs, o produciendo una cantidad menor a la que se esperaría dada la cantidad de recursos asignados.

1.3 Eficiencia Asignativa

La eficiencia asignativa se refiere a la capacidad que tienen las unidades productivas para combinar recursos y productos de forma adecuada considerando sus precios y su productividad marginal.

La eficiencia asignativa también denominada eficiencia precio implica alcanzar el costo mínimo de producir un nivel dado de producto o servicio cuando se modifican las proporciones de los factores de producción utilizados, de acuerdo con sus precios y productividades marginales. Por lo tanto, la eficiencia asignativa implica obtener un máximo de producción, manteniendo el costo, a través del reajuste de los factores de producción según sus costos de uso.

La eficiencia asignativa, muestra la habilidad de una organización para usar los factores en proporciones óptimas, dados los precios de éstos, y obtener un determinado nivel de producción con el menor costo, o bien, para determinados niveles de costos, obtener la máxima cantidad de productos. Es decir, cuando la empresa combina los inputs en la proporción que minimiza su costo de producción.

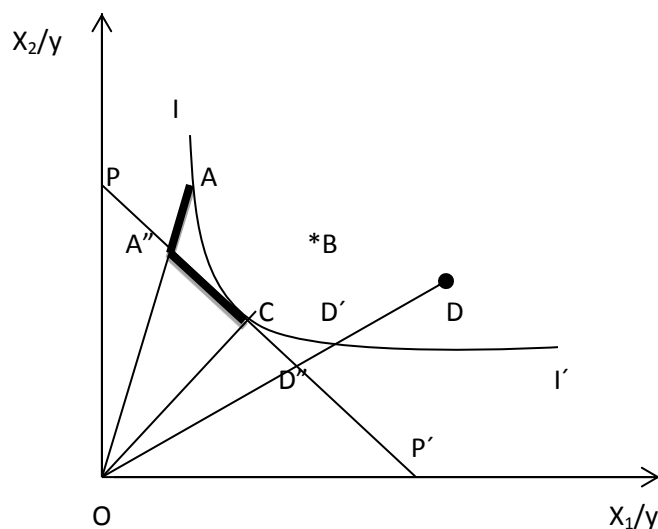
Por ejemplo, si una empresa intenta minimizar el costo de producción, hablamos de eficiencia en costos, y para ello es necesario que exista eficiencia técnica, pero además se requiere que los factores productivos se combinen de la forma que resulte más barato, a eso llamamos eficiencia asignativa de los factores. Pero si el objetivo es maximizar el ingreso (a partir de unas cantidades dadas de factor), es preciso que haya eficiencia técnica y además se requiere que los productos sean obtenidos en las proporciones que permitan

mayores ingresos a lo que denominamos eficiencia asignativa en la producción. Y por último, si la empresa maximiza los beneficios, en ese caso deberá ser eficiente técnica y asignativamente en la producción y los factores.

En el gráfico 2 se ilustra el concepto de eficiencia asignativa.

La línea isocoste PP' es tangente a la frontera de eficiencia, definida por la isocuanta que une los puntos I e I'.

Gráfico 2: Eficiencia Asignativa



Fuente: Albi (2000, p.144)

Las unidades A y C presentan eficiencia técnica puesto que operan sobre la isocuanta eficiente. Sin embargo como puede observarse en el gráfico 2, únicamente la unidad C resulta ser también eficiente en precios, en tanto que la unidad A debería reducir los costos totales en la distancia A'A, alternatively, en la proporción $\left(\left[1 - \frac{OA'}{OA} \right] \cdot 100 \right)$, para ser eficiente en precio.

El valor de eficiencia asignativa la podemos obtener como la relación entre la longitud de la línea desde el origen hasta el punto proyectado sobre la isocoste eficiente de la unidad considerada y la longitud de la línea que une el origen al punto proyectado sobre la isocuanta eficiente de la unidad considerada. Así, para la unidad A se tiene que la eficiencia precio vendrá dada por:

$$Eficiencia\ Precio = EP_A = \frac{OA''}{OA}$$

La medida de la eficiencia precio puede tomar valores entre cero y uno, de manera que si la puntuación es distinta de uno se dice que la Unidad considerada es ineficiente en precios.

1.4 Eficiencia Global (Económica)

Y si ambos tipos de eficiencia (eficiencia técnica y asignativa) se logran, se obtiene la eficiencia global, también conocida como eficiencia económica. Así, para una Unidad dada la puntuación de la eficiencia la obtenemos a través del cociente entre la longitud de la línea que va desde el origen hasta el punto proyectado sobre la isocoste eficiente y la longitud de la línea que va desde el origen hasta el punto que representa la Unidad considerada.

Por ejemplo si observamos en el gráfico 2, si tenemos el punto D y sus proyecciones sobre la isocuanta eficiente D' , y sobre la línea de isocoste D'' , la eficiencia de la unidad D vendrá dada por:

$$Eficiencia\ Global = EG_D = \frac{OD''}{OD}$$

$$EG_D = \frac{OD''}{OD} = \frac{OD'}{OD} \cdot \frac{OD''}{OD'}$$

Es decir, la eficiencia global EG es igual al producto de la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa, y su valor estará comprendido entre cero y uno.

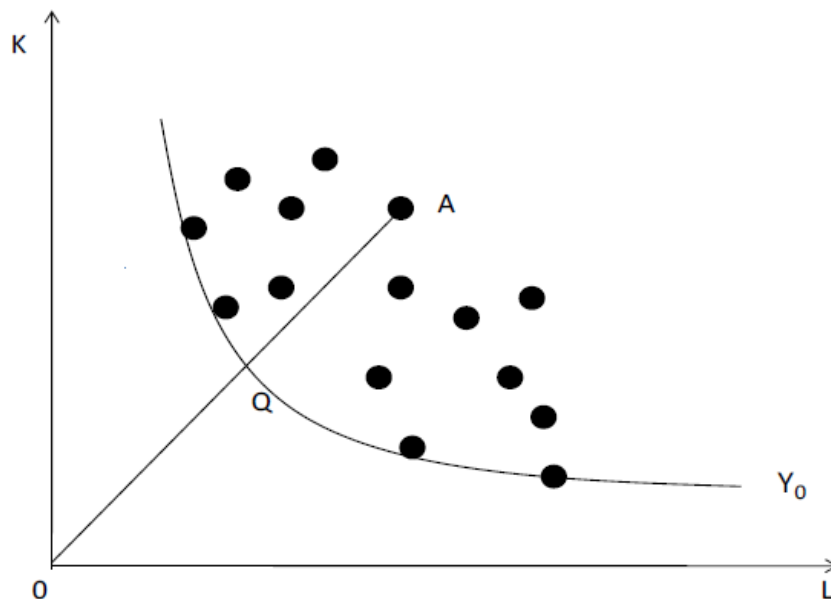
1.5 Medición de la Eficiencia

En esta investigación vamos a considerar los modelos de eficiencia técnica y los métodos que puedan usarse para su medición, debido a que en el sector público los precios de las variables que miden los inputs y, especialmente, los outputs se desconocen o son inadecuados para el cálculo de una medida de la eficiencia asignativa.

Farrel impone dos condiciones a la isocuanta que va a estimar: 1) que sea convexa y; 2) que no tenga pendiente positiva en algún punto. La primera condición es habitualmente planteada en la teoría microeconómica, y se traduce en que si dos puntos se pueden alcanzar en la práctica, entonces también se podrá obtener cualquier otro punto que sea una combinación ponderada de aquellos. La segunda, por su parte, es necesaria para asegurar que el aumento de los factores productivos utilizados nunca involucrará una disminución en la cantidad de producto (ver gráfico 3).

En el gráfico 3 se representan, mediante puntos, las combinaciones de dos factores de producción (inputs), trabajo (L) y capital (K) utilizadas por distintas unidades productivas para obtener una unidad de outputs.

Gráfico 3: Medición de la Eficiencia



Elaborado por: El autor

A partir de estas condiciones es fácil deducir que la isocuanta eficiente está representada por la curva Y_0 , es decir, por el conjunto de puntos más próximo al origen que puedan ser unidos a través de una curva convexa que no muestre pendiente positiva en ningún punto. Una vez determinada la isocuanta eficiente, el proceso para medir la eficiencia de cualquier entidad es el mismo que se abordó en el gráfico 1.

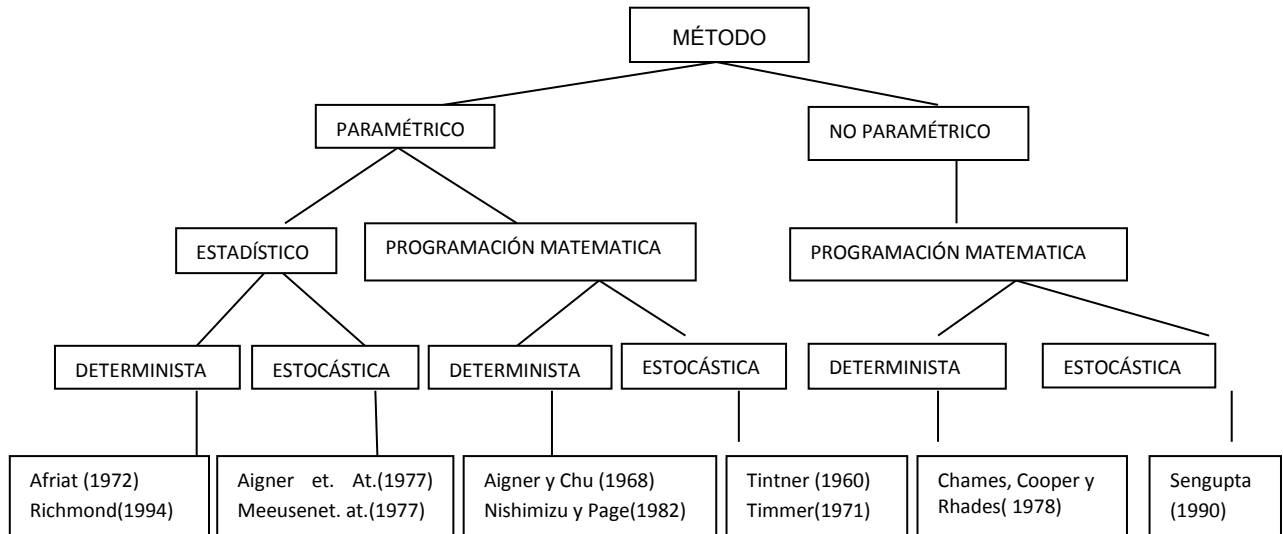
Como podemos observar en el gráfico 3, la eficiencia del punto A se mide comparando los factores productivos que utiliza con los que opera la unidad Q. De este modo, la frontera propuesta por Farrell está conformada por las entidades productivas reales que utilizan las cantidades mínimas de factores por unidad de output, en comparación con el resto, y por un conjunto de entidades hipotéticas que representan una media ponderada de las unidades reales que delimitan el tramo que las define.

Para medir la eficiencia técnica es necesario estimar fronteras de producción que permitan la comparación entre el nivel óptimo de producto y el nivel efectivo.

La frontera de producción suele interpretarse como la relación técnica que define el máximo nivel de output que puede obtenerse dados unos inputs y una tecnología. Al considerarse la función frontera como el límite máximo de producción se utiliza como referencia para la estimación de la ineficiencia del resto de entidades valoradas. De esta forma, las desviaciones de las entidades con respecto a su frontera pueden utilizarse como indicadores de ineficiencia.

De acuerdo a los estudios realizados por (Thanassoulis, 2001) y Coll Serrano y Otros (2006 p.20), los métodos de estimación para construir la frontera de producción pueden clasificarse, en función de que se requiera o no especificar una forma funcional que relacione los Inputs con los Outputs, en métodos paramétricos o no paramétricos. A su vez, pueden emplearse métodos estadísticos o no para estimar la frontera que, en última instancia, puede ser especificada como estocástica (aleatoria) o determinista. A continuación se presenta una estructura que recoge los principales métodos para estimar la frontera eficiente y sus precursores.

Ilustración 1: Métodos de Estimación



Fuente: Coll Serrano y Otros. (2006 p.20)

1.5.1 Métodos Paramétricos

Los métodos paramétricos utilizan programación matemática o técnicas econométricas para estimar los parámetros de la frontera dándole a ésta previamente una forma funcional concreta para la frontera de producción y son probablemente los más comunes y entre ellos destaca el modelo mínimos cuadrados ordinarios (OLS)¹ y el análisis de frontera de producción estocástica (SFA)², cuya mayor desventaja es tener que suponer una forma funcional explícita para la tecnología, así como una determinada distribución de las ineficiencias. La evaluación econométrica se desarrolla adaptando la idea inicial de eficiencia a la forma funcional de una frontera. La frontera indica la máxima producción para una combinación dada de factores. Los puntos por debajo de la frontera representan unidades que producen por debajo del máximo posible. Esta función, si bien permite la

¹ OLS (ordinary least squares) Mínimos cuadrados ordinarios. De acuerdo con Hanke y Wichern (2006) el procedimiento consiste en minimizar la suma de los cuadrados de las distancias verticales entre los valores de los datos y los de la regresión estimada, es decir, minimizar la suma de los residuos al cuadrado, teniendo como residuo la diferencia entre los datos observados y los valores del modelo.

² SFA (Stochastic Frontier Analysis) es una técnica econométrica, que usa el análisis de regresión para estimar la función de producción.

existencia de desviaciones de la frontera por razones distintas a la ineficiencia, tiene la limitante de suponer a priori una forma funcional para los datos³.

1.5.2 Métodos no Paramétricos

Los métodos no paramétricos no establecen a priori ninguna forma funcional para la función de producción sino que dejan que sean las observaciones las que determinen esta forma funcional.

Entre las ventajas que presentan estas metodologías se consideran las siguientes: a) la flexibilidad porque supone accesibilidad a procesos productivos cuya modelización sea muy compleja; b) el carácter multidimensional de los inputs y outputs; c) el problema de la ausencia de precios de ciertos servicios públicos, y; d) la riqueza de los resultados.

Por otro lado estos métodos presentan ciertas limitaciones como: su carácter determinista, es decir, que cualquier desviación de la frontera se atribuye a un comportamiento ineficiente por parte de los productores, lo que dificulta su utilización en aquellos casos en los que se detecten errores de medida o existan puntos extremos (outliers). Así también, su carácter no paramétrico hace que las variables incluidas en el análisis no tengan carácter estocástico por lo cual resulta imposible aplicar directamente las técnicas de la inferencia estadística.

Dentro de los métodos de evaluación de la eficiencia no paramétricos, se pueden encontrar dos metodologías, la primera el *Free Disposal Hull* (FDH), este método coincide con el DEA en que asumen que existe libre disponibilidad de inputs y outputs y que el conjunto de referencia pueda estar integrado por todo el conjunto de observaciones reales consideradas en el estudio, sin embargo se diferencia en el supuesto de convexidad⁴. Además, considera que las unidades que forman la frontera sean realmente observadas. Por tanto, la frontera FDH se ilustra en forma escalonada al no exigir la convexidad.

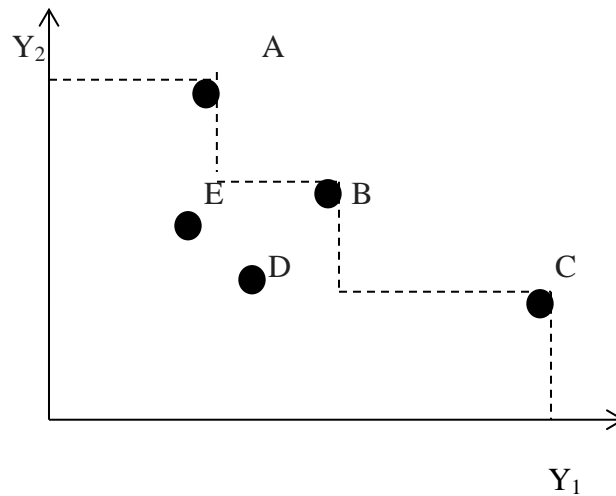
³ La función suele representarse por una función Cobb-Douglas o Translog.

Función Cobb-Douglas: $\ln Y_i = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln X_i + \varepsilon$

Función Translog: $\ln Y = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(X_{ni}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \beta_{mn} \ln(X_{mi}) \ln(X_{ni})$

⁴ Como se ha señalado el postulado de convexidad supone admitir que si dos combinaciones input-output son realizables en la práctica, también lo será cualquier combinación intermedia entre ambas.

Gráfico 4: Frontera Free Disposal Hull (FDH)



Fuente: El autor

El segundo método es el Análisis Envolvente de Datos (DEA)⁵ que incorpora la construcción de la frontera usando combinaciones lineales entre unidades, se utiliza en el análisis de la eficiencia por dos razones fundamentales: su mayor estandarización (con relación a otros métodos) y porque permite considerar múltiples inputs y outputs.

En un análisis DEA se realizan dos procesos simultáneamente mediante el uso de algoritmos de programación lineal: la obtención de la frontera eficiente y la estimación de la ineficiencia. La obtención de la frontera eficiente se calcula maximizando el output dado el nivel de inputs si se utiliza orientación output y minimizando el input dado el nivel de outputs si se utiliza orientación input. La estimación de la ineficiencia depende de la orientación utilizada y se calcula como la distancia a la frontera de cada empresa evaluada, comparándose cada empresa con otra tecnológicamente similar.

Los métodos no paramétricos empleados por el DEA, no requieren asumir ninguna forma funcional, debido a que la medida de eficiencia de las unidades son relativas a las de las otras unidades. La permite, de forma relativamente sencilla, trabajar con múltiples productos a través de una programación lineal.

En la presente investigación vamos a utilizar los métodos no paramétricos para evaluar la eficiencia. Por tanto, a continuación vamos a abordar las características principales de los diferentes enfoques aplicados al cálculo de la eficiencia.

⁵ DEA estas siglas corresponden a la denominación en inglés, Data Envelopment Analysis

Dado que el Análisis Envolvente de Datos (DEA) es la técnica que utilizaremos para evaluar la eficiencia, vamos a dedicar un apartado específico dentro de este capítulo para poder analizar con detalle su formulación y algunas de sus principales extensiones.

1.6 Análisis Envolvente de Datos (DEA)

El Análisis Envolvente de Datos (DEA) es un método de análisis de frontera no paramétrico y determinístico basado en técnicas de programación matemática, para estudiar la eficiencia técnica de unidades de producción y utilizado especialmente en la evaluación de la eficiencia productiva en distintos ámbitos del sector público (salud, educación, justicia, transporte, policía, etc.). Esta técnica desarrollada por primera vez por Charnes, Cooper y Rhodes (1978)⁶, tiene por objetivo medir la eficiencia relativa de un conjunto de unidades organizacionales en las cuales la presencia de múltiples insumos (inputs) y productos (outputs) hace difícil la comparación de su desempeño.

DEA es utilizado en la evaluación de la eficiencia de Unidades de Toma de Decisión (DMU)⁷ permitiendo comparar la gestión relativa de un grupo de unidades de producción de bienes y/o servicios que utiliza el mismo tipo de recursos (insumos) para producir un mismo grupo de productos (salidas). La metodología identifica fronteras eficientes y permite hallar indicadores de gestión relativa para cada unidad con relación a aquellas que están en la frontera eficiente. Además permite identificar y cuantificar las ineficiencias con relación a los recursos de entrada y los productos de salida, dando así las pautas para el mejoramiento de las distintas unidades analizadas.

1.6.1 Origen del Análisis Envolvente de Datos (DEA)

El Análisis Envolvente de Datos (DEA) surge en el año de 1978 a raíz de la publicación de la tesis doctoral de Rhodes, se considera como una extensión del trabajo de Farrel (1957), a partir de este año se han realizado numerosos estudios utilizando esta técnica no paramétrica para medir la eficiencia. Con base a estos estudios han surgido variados criterios sobre la definición del Análisis Envolvente de datos: Charnes y Cooper (1962),

⁶ Denominado como Modelo CCR por las iniciales de sus autores

⁷ DMU denominado por sus siglas en inglés “Decision Making Unit”, término utilizado para referirse a cualquier entidad que está evaluada en términos de sus habilidades para convertir inputs en outputs (Cooper W. W., 2004)

Aigner y Chu (1968), Afriat (1972), Numaker (1985), Abraham Charnes (1994), Murphy (1996), Ali y Lerne (1997).

En particular, Charnes y Cooper (1962) proporcionaron un método de transformación lineal para la conversión de programas genéricos de optimización caracterizados por una función objetivo en forma fraccional con restricciones lineales con conjunto de soluciones acotado y no vacío. O sea del tipo:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \frac{C' \cdot X + \alpha}{D' \cdot X + \beta} \\ & \text{S.a :} \\ & A \cdot X \leq b \\ & X \geq 0 \end{aligned}$$

Donde C' y D' son vectores traspuestos de coeficientes, A es una matriz de constantes, b un vector de constantes, α y β son escalares y constantes, y X es un vector de variables.

La transformación de variables fue:

$$Y \equiv T \cdot X$$

Donde $t \geq 0$ es escogido para que

$$D' \cdot Y + \beta \cdot t = \gamma$$

Con $\gamma \neq 0$.

La forma del programa transformado mediante $Y=T \cdot X$ fue:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad C' \cdot Y + \alpha \cdot T \\ & \text{S.a} \\ & A \cdot Y - b \cdot T \leq 0 \\ & D' \cdot Y + \beta \cdot T = \gamma \\ & Y, T \geq 0 \end{aligned}$$

Donde γ es un número no especificado distinto de cero (Charnes y Cooper 1962 p.181-183).

En definitiva, expusieron lo que sería la transformación básica que después sería convenientemente rectificadas para cambiar el programa fraccional original de optimización DEA en uno lineal y resoluble. (Obsérvese que en el programa de partida, el fraccional, sólo se especificó un vector de variables (X) cuando en DEA se poseen dos (uno para los inputs - X - y otro para los outputs - Y -).

Aigner, D. J., & Chu, S. F., (1968), trataron de continuar el trabajo inicial de Farrell (1957). Tras distinguir entre diversos conceptos de función de producción que hacían complicado su entendimiento, abordan la labor de completar el trabajo de Farrell en aquellos aspectos en los que este autor no logró ser lo suficientemente genérico (por ejemplo, en la estimación de la frontera eficiente bajo la ley de las proporciones variables) utilizando métodos de programación matemática. Sin embargo, cabe mencionar que aunque estos autores perseguían una generalización del método de Farrell introdujeron también un elemento restrictivo al considerar concreciones predeterminadas de las funciones de producción ya que una de las características que hacían amplia a la idea de Farrell era la no necesidad de considerar previamente una forma específica de función de producción.

Un enfoque diferente es el que realizó Afriat, (1972) al desarrollar un método de análisis de la producción que, en la filosofía de Farrell, evitaba la consideración de especificaciones concretas de la función de producción y, al mismo tiempo, convertía al método de Farrell en un caso particular. De todos modos, este autor sí que basa su análisis en consideraciones específicas acerca de determinadas propiedades (no decrecimiento, concavidad...) que deben tener las funciones de producción para que puedan cumplirse las conclusiones de los teoremas enunciados.

Nunamaker, (1985), explica el análisis envolvente de datos como una técnica que, partiendo de la existencia de múltiples medidas de las entradas y salidas (inputs y outputs), lo que intenta es combinar todas estas medidas, siguiendo el criterio de la eficiencia de Pareto. También se advierte que el análisis envolvente de datos es una técnica cuyas características para el control directivo han sido demostradas en una gran variedad de escenarios no lucrativos, poniendo de ejemplo los trabajos de Bessent, 1980, Charnes et. Al., 1981, Lewin y Morey, 1981, Lewin et. Al., 1982 y Nunamaker, 1983.

Charnes A. (1994) considera el análisis envolvente de datos como un procedimiento alternativo para la extracción de información sobre un conjunto de observaciones. Es decir,

se trata de una aproximación que proporciona una herramienta analítica para determinar actuaciones eficientes e ineficientes, en particular cuando se encuentran involucradas múltiples medidas de rendimiento, así como, variables discretas y exógenas. Dicha aproximación puede utilizarse como punto de partida a la hora de formular teorías sobre las mejores prácticas o actuaciones.

Se observa que el DEA, tras su nacimiento, comienza a popularizarse como una técnica usada fundamentalmente en investigaciones cuya población de estudio se enmarcaba dentro de un ámbito de carácter no lucrativo. Ciertamente es que, años más tarde, el concepto del DEA es utilizado como una técnica para estimar la eficiencia de las decisiones productivas hechas tanto en la empresa privada como en el sector no lucrativo, y aunque en un comienzo fuera especialmente apropiada en contextos del ámbito público, las bases teóricas del DEA han sido aceptadas posteriormente para el análisis del sector privado. Lo mismo ocurre con las aplicaciones prácticas de DEA, al principio escasas en este ámbito, fueron incrementándose con el paso del tiempo (Norman, 1991).

En definitiva todos los precedentes comentados generarían un método que compara entre sí unidades de decisión (DMU) homogéneas respecto a inputs y outputs, dando así una medida de la eficiencia relativa. La eficiencia técnica relativa de cada DMU es calculada computando el ratio definido por el cociente entre la suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs, siendo los pesos calculados en función de criterios paretoianos y considerando que la eficiencia de ninguna entidad puede superar la unidad.

1.6.2 Características del DEA

Una vez analizado sus orígenes, es necesario establecer las características que lo definen. De acuerdo al estudio realizado por Coll, (2006) sobre evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos, los modelos DEA pueden ser clasificados, básicamente, en función de:

- a) El tipo de medida de eficiencia que proporcionan: modelos radiales y no radiales
- b) La orientación del modelo: Input orientado u Output orientado
- c) La tipología de los rendimientos a escala que caracterizan la tecnología de producción, entendida ésta como la forma (procedimientos técnicos) en que los factores productivos (inputs) son combinados para obtener un conjunto de

productos (outputs), de tal forma que esa combinación de factores puede caracterizarse por la existencia de rendimientos a escala: constantes o variables a escala.

1.6.3 Ventajas y desventajas DEA

Entre las principales ventajas de esta metodología se puede comentar que:

1. Permite trabajar con múltiples insumos y productos que poseen distintos sistemas de unidades. Por ejemplo, si consideramos al sector educativo, se podrían incluir como insumos el número de profesores a tiempo completo, el número de empleados permanentes o temporales, el nivel de utilización de tecnología, etc. De igual manera, si las unidades productivas producen múltiples productos, no habría ningún problema en incluirlos.
2. Requiere que se asuman pocas propiedades para el conjunto de propiedades de producción.
3. Permite aproximar de manera más fiable la tecnología <<caja negra>> subyacente en el proceso productivo educativo.
4. Caracteriza cada una de las unidades mediante una única puntuación de eficiencia.
5. Facilita la identificación de las fuentes y cantidad de ineficiencia y permite establecer un plan de mejora para cada unidad ineficiente
6. Evita la imposición de una forma funcional.
7. Ofrece información minuciosa y detallada.
8. Permite incluir factores fuera del control de DMU.
9. Permite que las variables estén expresadas en distintas medidas.

Entre las principales limitaciones de esta metodología se puede comentar que:

1. El método es sensible a los errores de medición. En tal sentido, es importante comentar que son los “outliers” altamente productivos los que pueden afectar los resultados ya que la frontera de referencia se construye a partir de estos. La información de DMU que no son muy productivas (“outliers” no eficientes) no afectan los resultados generales de las simulaciones. Existen variantes basadas en el *bootstrapping* (Ferrier, G. D., & Hirschberg, J. G., 1999) que permiten acotar esta limitación.
2. Por su carácter determinista, no tienen en cuenta influencias sobre el proceso productivo de carácter aleatorio e imposibles de controlar.
3. No existe un método estadístico de selección de variables.
4. Toda desviación respecto a la frontera es tratada como ineficiencia, lo que puede derivar en una sobreestimación de la misma.

5. Exige la homogeneidad de las unidades analizadas.

1.6.4 Orientaciones del Modelo Básico

Como hemos señalado, inicialmente el modelo fue propuesto por Rhodes (1978). La medida de eficiencia que adopta relaciona la suma ponderada de inputs con la de outputs de cada unidad de decisión (DMU) y utiliza un modelo de optimización fraccional para obtener los valores de los pesos.

La eficiencia puede ser caracterizada de acuerdo a dos enfoques básicos que puede tener el modelo, de acuerdo al tipo de variables sobre las que se tenga un mayor control:

1. Input orientados: Dado el nivel de Outputs, la máxima reducción proporcional en el vector Inputs mientras permanece en la frontera de posibilidades de producción. Se estima la ineficiencia de las unidades por aumento de los resultados de la unidad ineficiente hasta alcanzar los niveles correspondientes de la unidad eficiente, utilizando los mismos recursos.
2. Output orientados: Dado el nivel de Inputs, el máximo incremento proporcional de los Outputs permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción. Se estima la ineficiencia de las unidades por la posible reducción de los recursos de la unidad ineficiente hasta alcanzar los niveles correspondientes de la unidad eficiente, para el mismo nivel de producción.

En el sector educativo es común la orientación hacia la obtención de los mejores resultados, es decir, hacia la obtención de mayores niveles de producción a partir de los recursos disponibles, en lugar de hacia una minimización de estos últimos sobre los que se ejerce un limitado control (Murias M. , 2004) y (Martín R, 2006).

1.6.5 Modelo DEA - CCR

Charnes, Cooper y Rhodes (1978), constituye el primer desarrollo metodológico basado en la metodología DEA. Desarrollaron la conocida formulación CCR dentro del modelo

original de DEA. Ellos proponen que la eficiencia relativa de una DMU puede ser obtenida con la resolución del siguiente problema:

$$Max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i_0}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r_j}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i_j}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Donde:

u_r = peso asociado al output genérico i -ésimo

v_i = peso asociado al input genérico i -ésimo

y_j = cantidad de output de la unidad j

x_j = cantidad de input de la unidad j

x_{ij} = cantidad de input y consumida por cada unidad “ j ”

y_{rj} = cantidad de output “ r ” producida por la unidad “ j ”

x_{i0} = Cantidad de input “ y ” que consume la unidad evaluada

y_{r0} = Cantidad de output que produce unidad evaluada

n = número total de DMUs

Se puede asumir que los datos se componen de m inputs y de S outputs, x_j e y_j representarán sus vectores respectivos para cada una de las n DMUs.

La eficiencia de cada DMU se obtiene maximizando el cociente que mide la eficiencia de dicha unidad, sujeto la eficiencia de todas las DMUs. Tanto el numerador como el denominador quedan expresados en términos de inputs y outputs ponderados por un sistema homogeneizador de las unidades en que se miden las diferentes variables. En

términos analíticos constituye un modelo de programación fraccional, cuyas variables representan los pesos más favorables para la unidad analizada.

Los pesos son lo que Charnes, Cooper y Rhodes (1978) llaman precios sombra (*shadow prices*) y permiten calcular la eficiencia de las DMUs sin que los precios reales de las variables (inputs y outputs) sean conocidos.

Los resultados del modelo proporcionan el parámetro de la eficiencia de cada DMU con respecto a sus pares, así como los valores de los pesos que han permitido lograr la eficiencia. Si el óptimo obtenido es 1, entonces la unidad es eficiente en términos relativos respecto a las otras que no son eficientes, es decir, que tienen valores inferiores a 1. Por el contrario, si el óptimo es menor que 1 ello simboliza que, aun habiendo elegido la DMU evaluada sus pesos más prósperos, existen DMUs en la muestra que combinan sus inputs y outputs de una manera más eficiente.

La eficiencia relativa de cada unidad se obtiene a través del siguiente programa lineal:

$$\text{Max } h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r_0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r_j} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i_j} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, \quad v_i \geq 0$$

La eficiencia relativa de cada DMU, se obtiene resolviendo el problema lineal n veces.

Para que la metodología DEA tenga poder discriminatorio es necesario que la cantidad de DMUs sea superior al número de inputs y outputs considerados. Banker, R. D., & Datar, S. M. (1989.) establecen como regla general que el número de unidades estudiadas sea igual o superior al triple de las variables empleadas en el modelo (outputs + inputs).

Frente a la medición de la eficiencia, Fare, R., Grosskopf, S., & Lovell, C. K., (1994) proponen el modelo dual lo que, básicamente, es igual al modelo de Charnes, Cooper y Rhodes (1978). La diferencia esencialmente es la manera de trabajar con los pesos o *shadow prices*. A diferencia del modelo BCC de Banker, Charnes y Cooper, Fare propone establecer una medida (λ) que represente la mejor combinación posible de inputs x outputs para la DMU evaluada a partir de su grupo de referencia. Así, antes de considerar los mejores pesos, son considerados los mejores λ .

La forma dual del modelo que puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\text{Min } h_o$$

sujeto a:

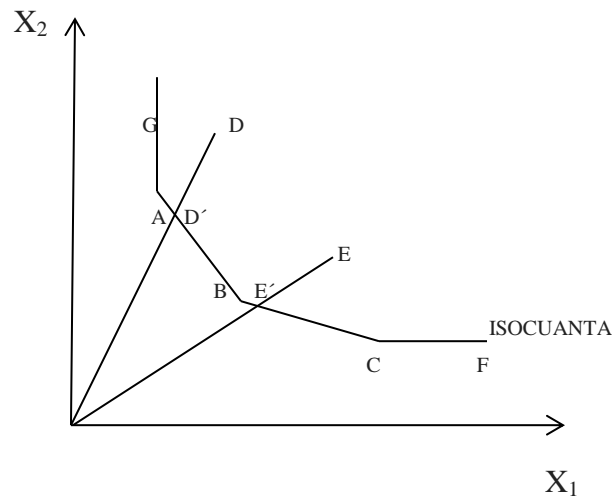
$$h_o x_{i_0} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$-y_{r_0} + \sum_{j=1}^n y_{r_j} \lambda_j \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

El modelo involucra la utilización de menor número de restricciones dado que la suma de variables que intervienen en el problema es una cantidad muy inferior al número de unidades evaluadas. Esto nos permite ilustrar acerca de la naturaleza de la eficiencia relativa dado que se obtienen, en el caso que existan, las holguras (slacks) o reducciones no radiales de inputs. Para que una unidad sea considerada técnicamente eficiente en el sentido de Farrell, h_o será igual a uno. En el sentido de Koopmans (1951), h_o será igual a uno y las holguras serán igual a cero. Ello porque, en la noción de Farell-Debreu, todas las unidades que están en la frontera (considerando las extensiones horizontales y verticales) son consideradas eficientes. En la noción de Pareto-Koopmans solamente son consideradas eficientes las DMUs que están en la frontera pero que no presentan ninguna posibilidad de reducir inputs para producir la misma cantidad de outputs (Coelli T. J., 2005).

Gráfico 5: Nociones de Eficiencia Farell-Debreu y Pareto-Koopmans



Fuente: Villalta M. (2008 p.82)

En el gráfico las DMUs D y E, son consideradas ineficientes ya que están fuera de la frontera, las unidades A, B y C son consideradas técnicamente eficientes, producen cada unidad de producción con la combinación más pequeña de inputs.

En la noción Farell-Debreu, G y F son eficientes por estar en la frontera, pero aún pueden reducir sus inputs X_1 y X_2 para llegar al nivel de la DMU A y de la DMU C, respectivamente. Así, según Pareto-Koopmans, esas dos DMUs presentan holguras y no son, de todo, eficientes.

Ali y Seedorf (1993), sugirieron la solución de una segunda etapa en el problema de programación lineal básico introduciendo variables de holgura (slacks)⁸ s_j^* (slacks input) y s_r^* (slacks output) en la función objetivo, dando como resultado el modelo dual de maximización que toma la siguiente forma:

$$\text{Min } h_0 - \varepsilon \left[\sum_{j=1}^N s_i^- + \sum_r^s s_r^+ \right]$$

Sujeto a

$$\sum_j^N \lambda_j x_{ij} + s_i^- = h_0 x_{ij_0}$$

⁸ Slacks variables de holgura de los recursos y resultados

$$\sum_j^N \lambda_j y_{rj} - s_i^+ = y_{rj_0}$$

$\lambda_j \geq 0; s_r^+ \geq 0; s_i \geq 0$ Para cada unidad j

$i = 1 \dots m, \quad r = 1 \dots s, \quad j = 1 \dots N$

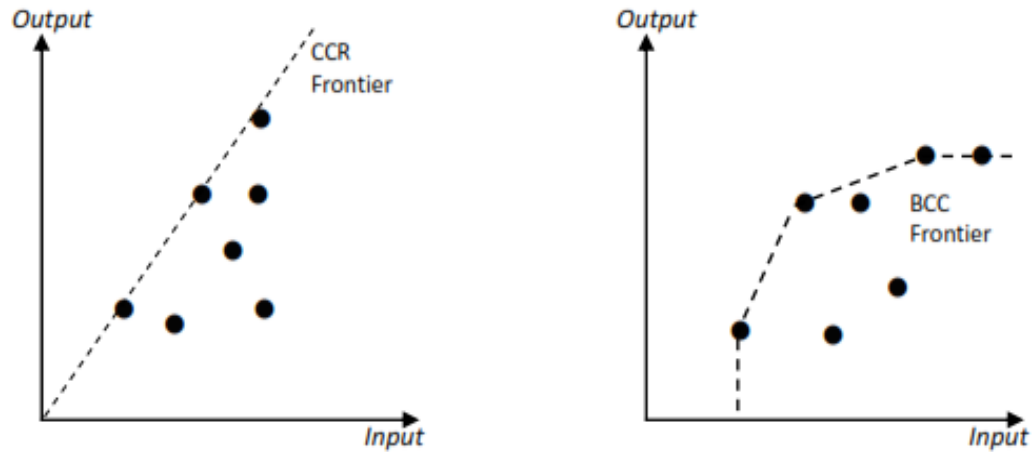
Donde, h_0 es el índice de eficiencia, λ_j son las ponderaciones y s_i^- y s_r^+ son las variables de holgura de los recursos y resultados, respectivamente. En este caso la unidad es relativamente eficiente si $h_0 = 1$, y además todas las variables de holgura son nulas.

1.6.6 Modelo DEA - BCC

Este modelo fue desarrollado por Banker, Charnes y Cooper (1984), supone que la tecnología supone rendimientos variables a escala. La operatividad de este supuesto se traduce en la adición de la llamada restricción de convexidad, eliminando de esta forma la influencia de la escala de producción. La medida de eficiencia así obtenida es una medida de eficiencia pura (ETP), se trata de medidas de eficiencia técnica “netas de cualquier efecto escala” (Thanassoulis, 2001).

A modo ilustrativo, la figura representa cómo quedaría definida la frontera de producción según el modelo CCR y según el modelo BCC

Gráfico 6: Frontera productiva CCR vs Frontera productiva BCC



Fuente: El autor

El modelo DEA - BCC se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Min } h_0$$

Sujeto a:

$$h_0 x_{i_0} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$-y_{r_0} + \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Los resultados que se obtienen al aplicar el modelo DEA - BCC en la evaluación de la eficiencia de un conjunto de unidades es similar a la que proporciona el modelo DEA-CCR, solo que ahora es posible descomponer la eficiencia técnica en eficiencia técnica pura

y escala, así como determinar para cada unidad particular, el tipo de rendimiento con el que opera.

1.6.7 Modelo Aditivo y Multiplicativo

A continuación vamos a comentar las principales características de los modelos Aditivo y Multiplicativo, que junto con los modelos CCR y BCC, constituyen el grupo de los modelos básico dentro del DEA.

El modelo Aditivo fue propuesto por Charnes, Cooper, Golany. Desde los inicios del análisis envolvente de datos han sido varios los modelos que han sido desarrollados en esta metodología, Seiford y Stutz en 1985. Este modelo tiene la peculiaridad de que no distingue entre los modelos orientados al input y al output, combinando ambas orientaciones en un modelo más simple. Construye una frontera lineal a partir de la combinación aditiva de los inputs y outputs de las diferentes DMUs evaluadas. En este modelo la medida de eficiencia viene dada, exclusivamente, por el valor de las variables de holgura, de forma que una unidad será eficiente si y solo si las variables de holgura son igual a cero.

En el modelo Multiplicativo, en cambio, incorporan los valores logarítmicos de los inputs y de los outputs de las DMUs evaluadas a la hora de construir la frontera. El modelo Multiplicativo variante fue propuesto por Charnes, Cooper, Seiford y Stutz en 1982. Luego fue desarrollada la versión Invariante del modelo en 1983 por Charnes y otros, como resultado de la aplicación de los logaritmos en los inputs y outputs de la versión dual del modelo aditivo. La diferencia entre el modelo Multiplicativo y el Aditivo radica en que el primero es llamado Variante cuando los rendimientos son constante a escala, e Invariante si los rendimientos a escala son variables.

El modelo aditivo, considerando rendimientos variables a escala ($\vec{1}\lambda = 1$), puede ser formulado de la siguiente manera:

$$Max_{\lambda, s^+, s^-} (Is^+ + Is^-)$$

Sujeto a:

$$\lambda Y - s^+ = Y_o$$

$$-\lambda X - s^- = -X_0$$

$$\vec{1}\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

En el modelo aditivo todas las ineficiencias son capturadas en las variables holguras, s^+ y s^- , es decir, en el modelo aditivo se omite la cantidad proporcional de ineficiencia dada por θ .

1.6.8 Índice de Malmquist

A continuación se aborda el estudio de la evolución de la productividad mediante el Índice de Productividad Malmquist (IPM), es un índice bilateral que puede ser utilizado para comparar la tecnología de producción de dos economías. Representa el crecimiento de la Productividad Total de los Factores (PTF) de una unidad productiva. Refleja el progreso en eficiencia de conformidad con los cambios tecnológicos en el tiempo, que se manifiesta como desplazamiento de la propia frontera bajo un marco de múltiples insumos y productos (Caves, 1982).

Bajo este enfoque, las observaciones fuera de la frontera reflejan los períodos en los cuales la utilización de los recursos resulta menos eficiente en comparación con las prácticas empleadas durante los mejores años. La distancia entre la frontera y los puntos de producción representa la ineficiencia técnica. Las funciones distancia o medidas de eficiencia técnica, permiten cuantificar la ineficiencia técnica en un plan de producción, mediante la comparación de las cantidades de insumos y de productos que necesita una unidad que es técnicamente eficiente con los que utiliza una unidad ineficiente.

El cálculo del índice, permite además, descomponer el cambio de PTF de una unidad productiva en el cambio debido a la mejora de la eficiencia técnica (y ésta a su vez en eficiencia pura y eficiencia de escala) y el debido al cambio técnico o progreso tecnológico. Por su naturaleza, para el uso de esta técnica solamente se requieren datos relativos a cantidades, y no hay necesidad de efectuar supuestos sobre la forma funcional de la función de producción (Vázquez Rojas, 2011)

El índice de productividad de Malmquist fue introducido por Caves, Christensen y Diewert (1982), utilizando sólo funciones distancia output o sólo funciones distancia input. En una

orientación output, el índice de productividad se define como la ratio de un par de funciones distancia output, y si la orientación es hacia el input ese índice se define como la ratio de un par de funciones de distancia input.

Si bien la generalización de este índice no se produce hasta Färe, Grosskopf, Norris y Zhang (1994), quienes ilustran como los componentes de la función distancia pueden ser estimados utilizando la metodología DEA para calcular los índices Malmquist del cambio de la PTF, y a la vez demuestran como los índices obtenidos pueden ser descompuestos en los componentes: cambio en eficiencia técnica y cambio técnico.

El índice de Malmquist permite aproximar los cambios que se producen en la PTF de una determinada unidad productiva entre dos períodos t y $t+1$, calculando la ratio de las distancias de cada periodo relativo a una tecnología común (Coelli T. J., 2005).

1.6.8.1 Metodología del Índice de Malmquist

La metodología propuesta por Fare, Grosskopf, Norris y Zhang (1994), permite descomponer el crecimiento de la PTF en dos componentes: cambios en la eficiencia técnica y en la tecnología a lo largo del tiempo. Se basa en el cálculo de la distancia que separa a cada DMU de la tecnología de referencia en cada período utilizando para ello la función distancia. Estas funciones distancia permiten describir la tecnología de producción multi-input y multi-output sin la necesidad de especificar un objetivo del comportamiento (tanto como minimización de costo o maximización de beneficios) y que pueden definirse funciones de distancia input y funciones distancia output. Una función distancia input caracteriza la tecnología de producción observando una contracción mínima proporcional del vector de inputs, dado un vector output. Una función distancia output considera una expansión máxima proporcional del vector output, dado un vector input (Coelli T. J., 2005).

Esta estimación parte de la definición del índice de Malmquist basado en el output, en el que se supone que en cada período $t=1, \dots, T$, la tecnología en producción S^t modela la transformación de inputs $X^t \in R_+^N$, en outputs $Y^t \in R_+^M$ (Delgado M. & Álvarez I., 2004)

$$S^t = \{(X^t, Y^t): X^t \text{ puede producir } Y^t\}$$

Para elaborar el índice de Malmquist es preciso definir funciones de distancia con respecto a dos períodos diferentes. La función de distancia del output en t se especifica como⁹:

⁹ Las funciones de distancia se calculan utilizando la técnica de frontera no paramétrica DEA que se desarrolla en el artículo de Seiford y Thrall (1990).

$$D_0^t(X^t, Y^t) = \inf\{\theta: (X^t, Y^t/\theta) \in S^t\} = (\sup\{\theta: (X^t, \theta Y^t) \in S^t\})^{-1} \quad (1)$$

Esta función se define como el recíproco de la máxima expansión proporcional del vector de output Y^t , dados los inputs X^t , y caracteriza completamente la tecnología.

En particular,

$$D_0^t(X^t, Y^t) \leq 1 \text{ si y solo si } (X^t, Y^t) \in S^t$$

Adicionalmente,

$$D_0^t(X^t, Y^t) = 1 \text{ si y solo si } (X^t, Y^t) \text{ está en la frontera tecnológica}$$

En la terminología de Farrell este último caso ocurre cuando la producción es técnicamente eficiente.

La ecuación (1) mide el máximo cambio proporcional en outputs requerido para conseguir que (X^{t+1}, Y^{t+1}) sea factible en relación con la tecnología en t . De forma similar, se puede definir la función de distancia que mida la máxima proporción de cambio en output necesaria para que la combinación (X^t, Y^t) sea factible con relación a la tecnología en $t+1$, que se denomina $D_0^{t+1}(X^t, Y^t)$. Así pues el índice de productividad en output de Malmquist se define como:

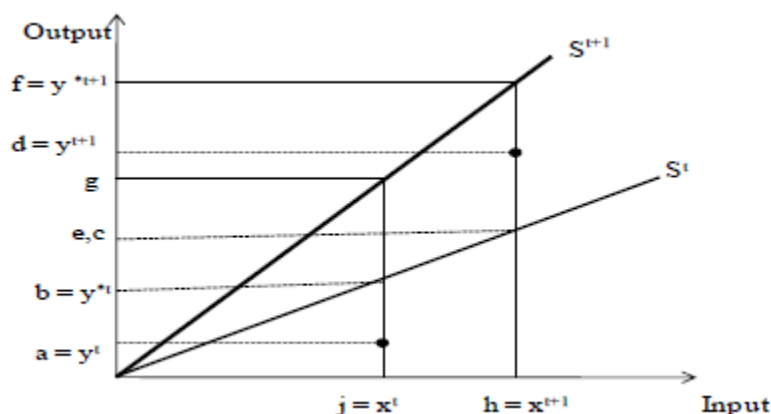
$$IPM^t = \frac{D_0^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^t(X^t, Y^t)} \quad (2)$$

En el que la tecnología en t es la tecnología de referencia. Alternativamente, es posible definir un índice de Malmquist basado en el período $t+1$, para lo cual se deben utilizar las correspondientes funciones de distancia, de modo que:

$$IPM^{t+1} = \frac{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^{t+1}(X^t, Y^t)} \quad (3)$$

Ambos índices permiten aproximar el cambio de la PTF entre los dos periodos como se observa en el siguiente gráfico (Vázquez Rojas, 2011).

Gráfico 7: Índice de productividad de Malmquist orientado al output



Fuente: Vázquez (2011, pág.54)

Expresando el índice orientado al output y referido a la tecnología de producción en el periodo t (S^t), en términos geométricos se observa que coincide con el cambio del índice de productividad de Malmquist en términos de distancias verticales sobre la tecnología del periodo t :

$$IPM^t = \frac{D_0^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^t(X^t, Y^t)} = \frac{\frac{od}{oc}}{\frac{oa}{ob}} = \frac{\frac{od}{oa}}{\frac{oc}{ob}}$$

Y de manera semejante, el índice orientado al output y referido a la tecnología S^{t+1} se define sobre el gráfico 7 en términos geométricos, quedando de la siguiente manera:

$$IPM^{t+1} = \frac{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^{t+1}(X^t, Y^t)} = \frac{\frac{od}{of}}{\frac{oa}{og}} = \frac{\frac{od}{oa}}{\frac{of}{og}}$$

Donde el valor permite aproximar el cambio de la productividad total de factores en el periodo $t+1$.

La elección de una u otra tecnología de referencia resulta una cuestión relevante. Por este motivo, para resolver el problema que puede representar la consideración de una tecnología fija se define el índice de Malmquist de cambio en productividad basado en el output como la media geométrica de los índices de Malmquist (2) y (3), especificados con anterioridad (Fare, R., Grosskopf, S., & Lovell, C. K., 1994):

$$IPM_o(X^{t+1}, Y^{t+1}, X^t, Y^t) = \left[\left(\frac{D_0^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^t(X^t, Y^t)} \right) \left(\frac{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^{t+1}(X^t, Y^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (4)$$

Un valor de este índice superior a 1 es indicativo de crecimiento de la productividad entre los dos periodos, mientras que si toma valores inferiores a 1, implica a un descenso de la productividad entre los dos periodos

Este índice puede ser desagregado en dos componentes el cambio de eficiencia técnica y el cambio técnico, como se muestra a continuación:

$$IPM_o(X^{t+1}, Y^{t+1}, X^t, Y^t) = \frac{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^t(X^t, Y^t)} \left[\left(\frac{D_0^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})} \right) \left(\frac{D_0^t(X^t, Y^t)}{D_0^{t+1}(X^t, Y^t)} \right) \right]^{1/2} \quad (5)$$

La expresión (5) permite dividir la evolución que sigue la productividad en dos componentes. El primer componente $\frac{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^t(X^t, Y^t)}$ hace referencia al cambio en la eficiencia, cuyas mejoras se consideran evidencia de “*catching-up*”¹⁰, es decir, de acercamiento de cada una de las DMUs a la frontera eficiente. Por su parte, el segundo componente $\left[\left(\frac{D_0^t(X^{t+1}, Y^{t+1})}{D_0^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})} \right) \left(\frac{D_0^t(X^t, Y^t)}{D_0^{t+1}(X^t, Y^t)} \right) \right]^{1/2}$ (la media geométrica de los ratios), indica cómo varía el cambio técnico o el efecto innovación tecnológica concretizado en el desplazamiento de producción (*shift frontier*), y por tanto, si el desplazamiento de la frontera eficiente hacia el input de cada DMU está generando una innovación en ésta última. Si han existido mejoras tecnológicas el índice de Malmquist de cambio en productividad registra valores superiores a la unidad, al igual que sucede con cada uno de sus componentes.

¹⁰ El concepto de *catching-up* planteado es distinto al de Abramovitz (1994). En el contexto de funciones frontera, este concepto hace referencia a las mejoras de eficiencia o acercamiento a la frontera

Para calcular el índice de Malmquist es necesario resolver las funciones de distancias mediante la metodología DEA y el análisis se va a orientar a la maximización del output, para determinar cuál sería el máximo output obtenible para cada unidad productiva dadas las cantidades de inputs disponibles.

1.7 El enfoque «beneficio de la duda»

El enfoque «Beneficio de la duda» tiene sus raíces en Análisis Envolvente de Datos (DEA), como hemos señalado, la idea central del DEA consiste en maximizar un índice de productividad total de factores (unidades de output producido por cada unidad de input empleada) para cada unidad. En el numerador del índice se agregan todos los outputs y en el denominador todos los factores empleados en el proceso productivo. DEA determina de forma endógena las ponderaciones para cada input y output, que son, para cada unidad, precisamente aquellas que maximizan su ratio de productividad, por tanto las que más la benefician en el análisis de su eficiencia.

El paralelismo con el campo de la construcción de indicadores compuestos resulta evidente. En este contexto, se dispone de información cuantitativa de los valores que toman una serie de indicadores para varias unidades, generalmente regiones o países, pero usualmente no existe consenso a propósito de las ponderaciones que deben usarse en la agregación. Con el «enfoque beneficio de la duda», la agregación de los indicadores parciales se realiza a través de una suma ponderada en la que los pesos se determinan de tal forma que maximicen el valor del indicador compuesto para cada unidad. Para ilustrar el enfoque beneficio de la duda, consideremos un conjunto de n universidades y m indicadores parciales, donde Y_{ij} representa el valor del indicador parcial i en la universidad j . En este caso, el valor del indicador sintético para la universidad j y el conjunto de ponderaciones óptimas se obtendrían resolviendo el siguiente problema de programación lineal (Murias P., Martínez F. & Novello S. , 2009):

$$IS_j = \max_{w_i} \sum_{i=1}^m w_i y_{ij}$$

$$\sum w_i y_{ij} \leq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$v_i \geq \xi \quad \forall i = 1, \dots, m$$

Siendo ξ un infinitésimo, número positivo infinitamente pequeño y suficientemente grande para evitar ponderaciones nulas.

Con restricciones:

- Las ponderaciones sean estrictamente positivas lo que implica que el indicador sintético es función creciente de los indicadores parciales.
- Que ninguna universidad obtenga un indicador sintético mayor que 1, por lo tanto por definición, el valor que toma el indicador será menor o igual que 1, y el valor unitario se asigna a las regiones que tienen las mejores prácticas.

Este enfoque al no exigir que todas las unidades concedan la misma importancia a cada indicador parcial, respeta las características de cada universidad y permite que escojan los pesos que más le beneficien con respecto al valor del índice. Esta libertad de escoger las ponderaciones de los indicadores constituye la principal ventaja de cualquier indicador obtenido a través del DEA.

Todas las ventajas expuestas no implican que el enfoque Beneficio de la Duda esté totalmente exento de juicios de valor. Por un lado, el indicador compuesto se construye como agregación lineal de los parciales, con lo que implícitamente se reconoce la posibilidad de compensación entre estos últimos y además a una tasa constante (Nardo, 2005). Además, cuando se introducen restricciones adicionales para reducir la flexibilidad de DEA, se están introduciendo en muchos casos consideraciones subjetivas.

La literatura reciente permite encontrar varias aplicaciones de modelos derivados del Análisis Envoltente de Datos a la construcción de indicadores compuestos. Por ejemplo, Mahlberg y Obersteiner, (2001); Despotis, (2005) proponen una alternativa al sistema de ponderación para el Índice de Desarrollo Humano, Cherchye y Kuosmanen, (2006) como un indicador generalizado para el Desarrollo Sostenible. Además contribuciones académicas como la política de Inclusión Social (Cherchye et al., 2004). La Comisión Europea ha utilizado la técnica para medir la actuación de los estados miembros con respecto a los objetivos de Lisboa (Cherchye, L., Moesen, W., Rogge, N., & Van Puyenbroeck, T., 2007).

1.8 Indicadores Compuestos

Un indicador compuesto es una representación simplificada que busca resumir un concepto multidimensional en un índice simple [unidimensional], con base en un modelo conceptual subyacente. Puede ser de carácter cuantitativo o cualitativo según los requerimientos del analista. En términos técnicos, un indicador se define como una función de una o más

variables, que conjuntamente “miden” una característica o atributo de las unidades en estudio. La característica más relevante que se le puede atribuir a los indicadores compuestos es la de resumir, en un valor, numerosos aspectos que pueden estar interrelacionados (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.)

La construcción de un indicador compuesto requiere de dos condiciones básicas, a saber: i) la definición clara del atributo que se desea medir y ii) la existencia de información confiable para poder realizar la medición. Estas condiciones son indispensables para poder plantearse la posibilidad de construir un indicador compuesto, la satisfacción de la primera condición dará al indicador compuesto un sustento conceptual, mientras que la segunda le otorgará validez.

El objetivo de un indicador compuesto es cuantificar y simplificar la información del conjunto de indicadores simples, de forma que transmita la comprensión del tema que se está analizando. En la mayoría de los casos, los indicadores compuestos se construyen para medir el desempeño de una unidad de análisis en un área o tema determinado, lo que puede ser utilizado como punto de partida para el estudio de la situación de la misma ya que proporciona información acerca de una cuestión de relevancia y permite percibir una tendencia o fenómeno, no directamente detectable. Cuando se pretende utilizar un indicador compuesto, se deben tener presentes las ventajas y desventajas o limitantes que tienen este tipo de indicadores, en particular, buscando reducir las limitantes por medio de una construcción metodológicamente adecuada.

1.8.1 Ventajas

Los indicadores compuestos permiten reducir la complejidad de la información que deviene de las múltiples perspectivas que, de otra forma, pudieran percibirse en mutuo conflicto. Cabe destacar, que la construcción de un indicador compuesto a menudo supone una implementación por fases partiendo del cálculo de indicadores compuestos referidos a los sub-sistemas que intervienen. Entre las principales ventajas del uso de los indicadores compuestos se puede afirmar que:

1. Sirven para resumir temas complejos y multidimensionales, lo que facilitan la eficacia de las políticas y rendición de cuentas (accountability)
2. Permiten disponer de una imagen de contexto y son fáciles de interpretar por su capacidad de síntesis al reducir el tamaño de la lista de indicadores a tratar en el análisis
3. Atraen el interés público por su capacidad de facilitar la comparación entre unidades de análisis y su evolución.

1.8.2 Limitaciones y desventajas

Existen ciertas limitaciones y desventajas de los indicadores compuestos que se deben conocer para mejorar su diseño y evitar posibles críticas a su construcción. Entre las principales desventajas y limitaciones anotamos las siguientes:

1. Proveer información confusa y no robusta si los indicadores están mal contruidos o son mal interpretados. Esto obliga a que durante el proceso de construcción se realicen análisis de sensibilidad y robustez.
2. Reduce la complejidad de un tema en un valor, que supuestamente lo mide “todo”, lo que puede dar lugar a sesgos de percepción y/o confirmación (cuando se buscan o interpretan resultados que verifican hipótesis y teorías preexistentes en desmedro de aquellos que lo refutan) o la simplificación excesiva.
3. La agregación de múltiples contenidos de información estadística pueden acarrear crecientes niveles de incertidumbre asociados a la integración de las diversas escalas y dimensiones que el indicador compuesto intenta sintetizar
4. El diseño del indicador compuesto debe realizarse a partir de un conjunto de información medible. Es decir, que los datos con los que se va a construir el indicador estén ampliamente disponibles y sus frecuencias de muestreo sean razonables en relación con los objetivos que se plantean y las unidades de análisis hayan consensuado un tolerable nivel de armonización sobre las estadísticas e indicadores a utilizar.

Un indicador compuesto debe construirse en base a una demanda potencial. Es por ello que durante el proceso de construcción de un indicador compuesto la interacción con pares y expertos es esencial para lograr la mutua aceptación del indicador. La elección del indicador requiere además de la aplicación minuciosa de principios estadísticamente fundamentados y procedimientos cuantitativos transparentes ya que, por ejemplo, puede haber conflicto con las escalas de medición y análisis.

Si no se realiza una selección correcta de las variables que formarán parte del indicador sintético, o si ésta no abarca las principales dimensiones del objeto de estudio, difícilmente el indicador desarrollado mostrará algo representativo acerca de la cuestión que se desea estudiar (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

Es válido definir algunas condiciones técnicas que a priori deberían exigirse a un indicador compuesto (Bonaño, 2002):

- Existencia y determinación: La función matemática que define el indicador debe existir y tener solución perfectamente determinada.
- Exhaustividad: El indicador compuesto debe ser tal que aproveche al máximo, sin redundancia y en forma útil la información suministrada por los indicadores y variables que lo componen.
- Monotonía: El indicador ha de responder positivamente al cambio positivo de las componentes y viceversa. Ello obliga, en algunos casos, a cambiar el signo de las variables que lo componen cuyas correlaciones pudieran estar invertidas.
- Unicidad: El indicador compuesto ha de ser único para una situación dada.
- Invariancia: El indicador debe ser invariante frente a cambios de origen o de escala de sus componentes.
- Homogeneidad: La función matemática que define al indicador compuesto: $I = f(x_1, \dots, x_p)$ debería ser homogénea de grado 1, es decir debería cumplirse que: $f(\alpha \cdot x_1, \dots, \alpha \cdot x_p) = \alpha \cdot f(x_1, \dots, x_p)$
- Transitividad: Si (a), (b) y (c) son tres situaciones distintas que dan lugar a tres indicadores, debería verificarse que:

$$\text{Si } I(a) > I(b) \text{ e } I(b) > I(c) \Rightarrow I(a) > I(c)$$

1.8.3 Etapas de construcción de un Indicador Compuesto

La construcción de un indicador compuesto requiere el análisis de distintas cuestiones, algunos autores sugieren diez etapas que se describen a continuación (Nardo, 2005):

1.8.3.1 Desarrollo del marco conceptual

La primera etapa del diseño de un indicador compuesto requiere partir de un marco conceptual desde el que se realice la selección de los indicadores y se establezca la manera en que estos se combinarán entre sí. Cuanto más entendible y detallado sea el marco metodológico mejor quedará definido el indicador. Por lo que, es necesario tener una clara comprensión y definición del contexto de análisis que se pretende medir.

Es conveniente que en esta etapa participen expertos en el área de estudio y grupos de interés (*stakeholders*), para tener en cuenta diferentes puntos de vista y aumentar la solidez del marco conceptual y del conjunto de indicadores.

Los pasos aconsejables en el desarrollo del marco conceptual teórico son:

- La definición del concepto multidimensional debe proporcionar una idea clara de lo que quiere evaluar mediante el indicador compuesto
- Clasificar en subgrupos o dimensiones el concepto multidimensional, de modo que faciliten la asignación de pesos en los diferentes factores
- Identificar los criterios de selección para el conjunto de indicadores subyacentes, utilizando una guía para la decisión de la inclusión de un indicador simple en el indicador compuesto global.

1.8.3.2 Selección de los indicadores

La fortaleza (o debilidad) de un indicador compuesto recae en la calidad de las variables que lo definen. Por eso la selección de cada variable debe realizarse sobre la base de su relevancia, su calidad, la frecuencia con que se muestrea y su disponibilidad al dominio público. La elección de los indicadores se ve limitada por la escasez de información estadística y la imposibilidad de que parte de la información disponible esté armonizada a partir de estándares internacionales (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

El proceso de selección de las variables que construirá el indicador compuesto debe ser documentado mediante la construcción de meta datos donde se especifiquen las características de la variable, su disponibilidad, las fuentes responsables de calcularla, el tipo de variable, las unidades de medida con que es expresada, etc.

Un punto importante a tomar en cuenta en el proceso de selección es el objetivo planteado o uso que se le quiere dar posteriormente al indicador compuesto ya que la selección deberá ser enfocada de manera particular dependiendo de si el objetivo es de diagnóstico, de evaluación de desempeño o de pronóstico de escenarios futuros.

Algo que hay que tomar en cuenta en el proceso de construcción de un indicador compuesto es que se debe realizar una la selección correcta de los indicadores o si no abarca las principales dimensiones del objeto de estudio, difícilmente mostrará algo representativo acerca de lo que se desea estudiar.

1.8.3.3 Tratamiento de los datos

Los valores atípicos (outliers) o ausencia de datos en algunas unidades de análisis, en algunos o todos los periodos bajo estudio será una situación habitual cuando se realice el ejercicio de construcción de un indicador compuesto.

Los valores atípicos son observaciones con unas características muy diferentes a las otras observaciones del mismo grupo de datos. Los datos atípicos son ocasionados por errores de procedimiento, acontecimientos extraordinarios, valores extremos o causas no conocidas. Su presencia puede tener un impacto en análisis estadísticos posteriores como el análisis de correlación, la imputación, el análisis multivariante, etc. y pueden producir sesgos indeseables si se trata de casos atípicos problemáticos como valores mal recogidos en la base de datos, errores de transcripción, etc., por otro lado, existen casos atípicos no problemáticos como datos reales con comportamientos anómalos.

Desde una perspectiva univariante se examina la distribución de las observaciones detectando como valores atípicos aquellos que caen fuera de los rangos de la distribución. En este caso se recomienda estandarizar los datos (con media cero y desviación típica uno) para poder realizar comparaciones entre los indicadores simples. También se puede detectar valores atípicos analizando la simetría y la curtosis de las distribuciones de los indicadores simples. Al realizar un histograma del indicador simple también se puede detectar valores atípicos. El rango intercuartílico definido por la distancia entre el primer y tercer cuartil es otra forma de detectar valores atípicos.

Una vez identificados los valores atípicos se debe tomar la decisión de retener o excluir cada uno de ellos juzgando no solo las características sino también los objetivos del análisis. Seguidamente, se recomienda realizar un análisis exploratorio para evaluar si los datos con la información seleccionada están en concordancia con las ideas que dieron lugar a su elección, evitando de esta manera problemas de ausencia de información que puedan generar errores en el análisis que deriven a conclusiones erróneas. Por consiguiente es necesario recurrir a las técnicas de imputación de datos perdidos o faltantes.

La imputación por eliminación es un procedimiento en el que se omiten los valores ausentes para posteriores análisis. En la construcción del indicador compuesto significa omitir un indicador para todas las unidades de análisis u omitir una unidad de análisis completa, lo cual implica descartar datos. Este tipo de imputación no es muy utilizada. Alternativamente se puede eliminar la variable del análisis. En este caso como regla empírica, se puede considerar que si una variable posee menos del 5% de datos perdidos respecto a todo el conjunto, no conviene eliminarla.

Una **imputación simple** consiste en el método efectivo de sustitución de los valores ausentes por datos estimados sobre la información disponible en la muestra de los datos. La asignación debe realizarse a partir de una distribución de probabilidades estimada a partir de la información disponible. Se puede recurrir a dos aproximaciones, la modelización implícita (sustitución directa de los valores) y la explícita (relaciones entre indicadores) (Rubin, D. B., & Little, R. J., 2002.)

En la modelización implícita, el foco está puesto en mecanismos de asignación basados en supuestos implícitos. Su desventaja radica en que una vez asignados los datos se tenderá a considerar al conjunto de datos como completo, olvidándose que se realizó una asignación.

Esta variante supone:

- Llenar los “vacíos” de información a partir de unidades que se comporten de manera similar. Por ejemplo, en una encuesta agregar la información que respondieron ciertos encuestados a aquellos, de similares características, que no las respondieron.
- Sustituir la información ausente con registros existentes.
- Reemplazar los datos perdidos con valores tomados de otras fuentes externas.

La modelización explícita se realiza considerando un modelo estadístico que parte de supuestos concretos y explícitos. La imputación se puede realizar por el uso de:

Media/Mediana/Moda no condicionada, se trata de emplear la media, la mediana o moda no condicional del resto de la muestra. La principal consecuencia de “llenar los vacíos” con la media es que los datos imputados serán estimadores sesgados por la media poblacional y la varianza resultante del indicador compuesto estará subestimada ya que no considerará la incertidumbre inherente a los datos perdidos. Este tipo de imputación es uno de los métodos más empleados.

La media no condicional se calcula de la siguiente forma (Nardo, 2005):

$$\bar{x}_q = \frac{1}{m_q} \sum_{\text{registrados}} x_{qc}$$

$$q = 1, \dots, Q$$

$$c = 1, \dots, M$$

Donde:

x_q = variable aleatoria asociada al indicador simple q

x_{qc} = valor observado de x_q para la unidad de análisis c

m_q = el número de valores registrados en x_q

$M - m_q$ = el número de valores ausentes.

De forma similar, se calcula la mediana y la moda de la distribución sobre la muestra de datos disponible con el fin de sustituir los valores faltantes por estos valores.

Imputación por regresión: este método de imputación utiliza la regresión para predecir los valores ausentes de un indicador basándose en la relación con otros indicadores del conjunto de datos. La aplicación de este método permite:

- i) Reforzar las relaciones ya existentes en los datos, por lo que los datos resultantes finalmente son más característicos de la muestra y menos generalizables,
- ii) Subestimar la varianza de la distribución,
- iii) Suponer que el indicador con datos ausentes tiene correlaciones sustanciales con otros indicadores, caso contrario este método no es preferible como método de imputación; y,
- iv) Observar que los valores estimados puede que no pertenezcan a los rangos validos de los indicadores, requiriendo alguna forma de ajuste adicional.

Este método se utiliza cuando se presentan niveles moderados de dispersión de los datos ausentes y cuando los indicadores son suficientemente significativos.

Sea la variable x_h , observada en c unidades de análisis, pero con datos perdidos en $M - c$ de ellas, se puede realizar una regresión x_h para todos ellos, conocidos los datos para las x_1, \dots, x_{h-1} de todas las unidades de análisis, de manera tal que la imputación se hace a partir de la predicción:

$$\hat{x}_{ih} = \hat{\beta}_o + \sum_{j=1}^{h-1} \hat{\beta}_j x_{ij} \quad \text{con } 1 \leq i \leq M - c$$

Para definir la mejor regresión se sigue un procedimiento que presenta dos fases. En la primera, todos los subconjuntos diferentes de predictores se tienen en cuenta en la regresión. En la segunda fase, el mejor subconjunto se determina usando uno de los siguientes criterios:

- El valor de R^2
- El valor del cuadrado medio residual (RMS)
- El valor de la C_k Mallows
- Regresión por pasos (regresión stepwise)

Una variación de esta aproximación es agregar un elemento estocástico a la estimación:

$$\hat{x}_{ih} = \hat{\beta}_o + \sum_{j=1}^{h-1} \hat{\beta}_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad \text{con } 1 \leq i \leq M - c \text{ y } \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

Con σ^2 la varianza de la regresión de x_h con x_1, \dots, x_{h-1} basada en los c casos completos. Este procedimiento garantiza la variabilidad en los valores imputados y contribuye a reducir el sesgo en la varianza y en el coeficiente de determinación.

Algoritmo expectación – Maximización (EM). Sea X el conjunto de datos. Se supone que los datos se generan por un modelo descrito por la función de distribución $f(X/\theta)$, donde $\theta \in \Omega_\theta$ el vector de parámetros (que desconocemos) del espacio de parámetros. Esta función captura la relación entre el conjunto de datos y los parámetros del modelo de datos. Como se desconocen los parámetros pero se conocen los datos tiene sentido estimar la probabilidad de observar cierto conjunto de parámetros dados los datos, es decir la función de verosimilitud.

El algoritmo EM alterna pasos de expectación, donde se computa la expectación de la verosimilitud mediante la inclusión de variables latentes como si fueran observables, y un paso de maximización, donde se computan estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros mediante la maximización de la verosimilitud esperada del paso anterior. Los parámetros que se encuentran en el paso de maximización se usan para comenzar el paso de expectación, y así el proceso se repite recursivamente.

Dado que X , sea la función de verosimilitud $L(\theta/X)$ proporcional a $f(X/\theta)$:

$$L(\theta/X) = k(X)f(X/\theta) \quad \text{con } k(X) > 0$$

Para M observaciones x_1, \dots, x_M consideradas independientes e idénticamente distribuidas conforme una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ se tiene que la función de densidad conjunta es:

$$f\left(\frac{X}{\mu}, \sigma^2\right) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{-M/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^2}\right)$$

Por lo tanto, el algoritmo de la función de verosimilitud será:

$$l(\mu, \sigma^2/X) = \log[L((\mu, \sigma^2/X))] = \log[K(X)] - \frac{M}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^2}$$

La condición de primer orden para la maximización de esta función es:

$$\frac{\partial \log L(\theta/X_{obs})}{\partial \theta} = 0$$

Es decir:

$$\frac{\partial \log L(\mu, \sigma^2/X_{obs})}{\partial \mu} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \log L(\mu, \sigma^2/X_{obs})}{\partial \sigma^2} = 0$$

Con esto se buscan aquellos valores de $\theta \in \Omega_\theta$ que más se acomodan a la muestra de datos X . Dado que los datos perdidos forman parte de X , el algoritmo debe estimar tanto como los valores perdidos. En el paso de maximización, se estiman los parámetros como si no hubiera datos perdidos (estos son reemplazados por estimaciones), en el paso de expectación, se estiman los datos perdidos a partir de los conocidos y los parámetros previamente estimados. Luego se establece un ciclo replicando estos pasos hasta alcanzar un cierto criterio de convergencia pre-establecido, como por ejemplo, la ausencia de cambios significativos de los valores. El resultado final sería la obtención de un máximo local de la función de verosimilitud (Nardo, 2005).

La dificultad que presenta este método es que la convergencia puede resultar de larga duración cuando se parte de un conjunto de datos con muchos valores ausentes.

La **imputación múltiple de datos perdidos**, consiste en asignar los datos perdidos numerosas veces de manera de disponer de varios conjuntos completos de resultados para cada uno de los cuales se estiman los parámetros de interés junto con sus respectivas medias y desviaciones estándar. Una de las principales técnicas utilizadas es la de Monte Carlo vía Cadenas de Markov. Esta metodología consiste en partir de valores sin haber rellenado los datos perdidos, computar el respectivo vector con los promedios y la matriz de covarianza asociada. A partir de aquí se estima una distribución a priori, con la que se tomarán valores al azar para imputarlos a los perdidos, se recomputan las medias y la matriz de covarianza en un ciclo que finaliza cuando se alcanza cierta estacionalidad y ambos dejan de cambiar. Para más detalles se recomienda consultar (Nardo, 2005).

Así, esta metodología, asigna numerosos valores a cada dato perdido a partir de una distribución de datos estimada con el fin de representar la incertidumbre inherente a la información que no está disponible. Conformados los numerosos conjuntos de datos, se los analiza estadísticamente con el fin de obtener estimadores de los valores que serán utilizados en la imputación. Usualmente se recurre al promedio, la desviación estándar y el P -value.

El primer criterio para el tratamiento de datos perdidos debe ser el tratar de recuperar desde las fuentes originales la información. Además debe tenerse presente que el abuso de los métodos de imputación de valores perdidos puede conducir a análisis que no reflejen con precisión lo que ocurre en realidad.

1.8.3.4 Análisis multivariante

Es fundamental que la selección de los indicadores y variables que compondrán el indicador compuesto sea realizada respetando no sólo los criterios conceptuales, basados en el marco considerado, sino también los estadísticos. La naturaleza subyacente de los datos y la relación que pudiera haber entre ellos deben ser cuidadosamente analizadas antes de proceder a integrar toda la información en un solo indicador. Para ello se puede recurrir a diversos métodos de síntesis estadística.

El análisis combinado de la información puede realizarse sobre la base de dos criterios:

- (i) Análisis de relaciones entre variables: agrupando las variables en sub-indicadores, definiendo una estructura anidada y determinando si la selección de éstas, resulta apropiada para describir el fenómeno en cuestión.
- (ii) Estudio de relaciones entre unidades de análisis: estableciendo grupos de unidades de análisis vinculadas por su similitud: Para ello se puede recurrir al análisis de conglomerados (cluster analysis).

El uso de las técnicas multivariantes permite evaluar la idoneidad del conjunto de datos y facilitar la comprensión de las elecciones metodológicas tomadas durante el proceso de construcción del índice. La información debe agruparse y analizarse como mínimo en función de dos dimensiones del conjunto de datos: los indicadores individuales que definen el concepto multidimensional que se pretende medir y las unidades de análisis que corresponden a cada una de las observaciones sobre las cuales se miden los indicadores simples definidos (Nardo, 2005).

En la siguiente sección se describe la técnica estadística más utilizada para la construcción de indicadores compuestos, el análisis de componentes principales (ACP) que permite estudiar cómo se interrelacionan estadísticamente las dimensiones del fenómeno estadístico que contemplará en indicador compuesto.

1.8.3.4.1 Análisis de Componentes Principales

Este tipo de análisis se suele aplicar cuando se tiene por objetivo agrupar las variables en subindicadores. Se trata de un método creado por Pearson en 1901 desde un enfoque geométrico, que luego fue planteado en forma algebraica por Hotelling en 1933, en la actualidad es uno de los métodos más utilizados para disminuir la dimensionalidad de los datos.

Villardón (2002) define el análisis de componentes principales como una técnica descriptiva que permite estudiar las relaciones que existen entre las variables cuantitativas, sin considerar a priori, ninguna estructura, ni de variables ni de individuos. Es decir, consiste en encontrar transformaciones ortogonales de las variables originales para conseguir un nuevo conjunto de variables incorreladas, denominadas Componentes Principales, que se obtienen en orden decreciente de importancia (Villaruel, 2011).

Para aplicar el ACP se debe primero partir de los siguientes supuestos (Nardo, 2005):

- Poseer un número de casos suficientemente grande.
- Que no haya sesgos de selección de las variables. La exclusión de variables junto con la inclusión de otras irrelevantes afectará ciertamente a la matriz de covarianza y por lo tanto la representatividad del resultado que se obtenga.
- Que no haya valores atípicos (outliers) lo que puede afectar a las interpretaciones que devienen de un análisis de componentes principales
- Linealidad. La relación entre las variables debe ser lineal ya que el ACP es una técnica basada en el uso del álgebra lineal.
- Normalidad multivariada. Este supuesto es conveniente validar si se busca realizar pruebas de contraste estadístico.

El Análisis de Componentes Principales son combinaciones de las variables originales que pueden ser ordenadas en forma decreciente de acuerdo a la cantidad de varianza que ellas contribuyen a computar a partir de los datos originales. Suponemos que las p columnas de X generan un espacio p -dimensional, de forma que los n individuos pueden representarse en dicho espacio en lo que llamaremos una hipernube. La transformación es, de hecho, una rotación en el espacio p -dimensional. El espacio generado por las primeras q componentes es entonces, un subespacio vectorial q -dimensional del espacio p -dimensional original.

Para describir la técnica ACP supóngase que se tienen Q indicadores en el análisis I_i , $i=1, \dots, Q$ medidos sobre n unidades (Uriel, 1995) de una matriz X que representan los datos del estudio:

$$X = \begin{pmatrix} I_{11} & \dots & I_{Q1} \\ \dots & \dots & \dots \\ I_{1n} & \dots & I_{Qn} \end{pmatrix} \in R^{n \times Q}$$

La matriz de covarianza muestral (CM) de los datos originales queda definida por:

$$CM = E[(X - E[X])(X - E[X])'] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_{1n}^2 \end{pmatrix} \in R^{n \times n}$$

Por otro lado, partiendo de X se puede calcular la matriz de correlaciones R . Las componentes principales pueden ser estimadas tanto a partir de la matriz de covarianza como la de correlación para obtener promedios nulos y varianzas unitarias por variable. En este caso, la matriz de varianzas- covarianzas se convierte en la matriz de correlaciones:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \dots & r_{1Q} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{Q1} & \dots & 1 \end{pmatrix} \in R^{Q \times Q} \text{ con } r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}}, 1 < i, j \leq Q$$

Las componentes principales pueden estimarse a partir de cualquiera de estas dos matrices que son las que proporcionan información acerca de la relación en la variabilidad observada en las variables cuando son tomadas de dos en dos.

Las componentes principales son un conjunto de variables Z_j , $j=1, \dots, Q$, ortogonales entre sí que surgen de una combinación lineal de las variables originales con la propiedad de contener en conjunto la misma varianza total que el conjunto original.

$$Z_1 = a_{11}I_1 + a_{12}I_2 + \dots + a_{1Q}I_Q$$

$$Z_2 = a_{21}I_1 + a_{22}I_2 + \dots + a_{2Q}I_Q$$

$$Z_Q = a_{Q1}I_1 + a_{Q2}I_2 + \dots + a_{QQ}I_Q$$

La primera componente retendrá la máxima porción de la varianza del conjunto de las variables originales, la segunda retendrá el máximo de la varianza restante y así sucesivamente hasta la última componente principal que contendrá el resto de varianza no incluida en las componentes principales anteriores.

La primera componente se expresará como la combinación lineal siguiente:

$$\begin{pmatrix} Z_{11} \\ \dots \\ Z_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & \dots & I_{Q1} \\ \dots & \dots & \dots \\ I_{1n} & \dots & I_{Qn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ \dots \\ a_{1Q} \end{pmatrix}; Z_1 = X x * a_1$$

El vector a_1 se obtiene maximizando la varianza de Z_1 :

$$\max Var(Z_1) \text{ con } Var(Z_1) = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{1i}^2}{n} = \frac{1}{n} Z_1' Z_1 = \frac{1}{n} a_1' X' X a_1 = a_1' \left[\frac{1}{n} X' X \right] a_1$$

$$s. a \sum_{j=1}^q a_{1j}^2 = 1$$

Si las variables están normalizadas, $\left[\frac{1}{n} X' X \right] = R$

Si las variables están expresadas como desviaciones típicas alrededor de la media,

$$\left[\frac{1}{n} X' X \right] = CM$$

Sin pérdida de generalidad, supóngase la segunda situación. Por tanto, para maximizar la varianza Z_1 , se construye el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = a_1' * CM * a_1 - \lambda(a_1' a_1 - 1)$$

Cuya condición de primer orden es:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_1} = 2CM * a_1 - 2\lambda a_1 = 0, \quad (CM - \lambda I) * a_1 = 0$$

Y dado que a_1 es un vector no nulo, se tiene que λ es el autovalor de la matriz de covarianzas y a_1 su autovector.

El resto de las componentes se obtienen aplicando el mismo procedimiento pero añadiendo una nueva restricción de ortogonalidad respecto de las componentes anteriores ya calculadas.

El ACP trata de encontrar los autovalores de λ_j de la matriz de covarianza CM de los datos originales. Además cumple:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_Q = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_Q^2$$

Con esto se obtiene Q componentes principales. El siguiente paso es seleccionar $P < Q$ componentes que conserven la mayor cantidad de varianza acumulada de los datos originales.

Los coeficientes de correlación entre los componentes principales Z_j y los indicadores I_i se llaman cargas factoriales o puntos-variable. En el caso en que los indicadores no estén correlacionados, las cargas factoriales coinciden con los pesos a_{ij} . Si mayor es la carga factorial de un indicador con respecto a una componente significa que la relación entre ambos es alta.

El cuadrado de la carga factorial I_i , a_{ij}^2 , se denomina Comunalidad e indica la proporción de variabilidad del indicador i que queda explicada por la componente principal j . De esta forma, la comunalidad del indicador I_i , h_i^2 , se define como la suma de todas las comunalidades de cada factor respecto al indicador (Cuadras, 2007).

$$h_i^2 = a_{1i}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{iQ}^2$$

Las puntuaciones de cada una de las observaciones en cada componente principal se llaman puntos-individuo y se calculan estandarizando el valor para cada indicador, multiplicándolo por la correspondiente carga factorial de ese componente principal y sumando los productos.

Una de las principales desventajas del ACP es que las correlaciones que son base de su cálculo pueden no necesariamente representar la influencia real de las componentes sobre el fenómeno que requiere medirse, sino un efecto estadístico espurio. Asimismo, los resultados obtenidos pueden ser sensibles a la presencia de outliers.

Sobre la base de la información obtenida se plantean diversos criterios para decidir el número razonable de componentes que permitan agrupar de mejor manera la estructura de los datos y facilite su posterior interpretación. Los criterios más relevantes son:

- La rotación de factores. Consiste en girar los ejes de referencia hasta alcanzar una determinada posición, de esta forma se consigue un patrón de factores más simple y más fácilmente interpretable (Hair, J. F., Money, A. H., Samouel, P., & Page, M., 2007).
- Criterio de Kaiser (1958). Consiste en eliminar todas las componentes cuyos autovalores sean inferiores a la unidad.
- Contraste de caída. Parte de graficar los autovalores de manera decreciente (gráfica de sedimentación), escogiendo aquellos componentes hasta el punto en que la curva decreciente converge con una línea horizontal, lo que indica que a partir de allí la varianza explicada adicional no aporta mucho más.
- Porcentaje de varianza explicada. Consiste en acumular con los autovalores de mayor valor un porcentaje de la varianza hasta alcanzar un nivel mínimo aceptable (por ejemplo entre 70 y 80 %).
- Criterios de comprensibilidad. Cuando la construcción de los componentes da lugar a algún tipo de interpretación que sea entendible en términos de las clases que se construyen.

Una vez determinadas las componentes principales más significativas se puede crear con estas una medida compuesta como la media aritmética simple, es decir una suma usualmente ponderada con el mismo peso para cada una de ellas. Luego es conveniente realizar un análisis de la correlación entre las variables originales y las componentes seleccionadas para validar la bondad de los resultados. El paso final sería la valoración de la necesidad de cambios en el análisis realizado, lo que puede llevar a la eliminación de variables o el empleo de otros métodos de selección de componentes.

1.8.3.4.2 Análisis de Conglomerados (análisis cluster)

El análisis de agrupamientos o conglomerados es una herramienta estadística que permite clasificar en grupos o “clusters”, distintas unidades de análisis (países, universidades, profesores, etc.) a partir del procesamiento de numerosos indicadores que describen el estado de dichas unidades. Su objetivo es establecer tipologías para las unidades de análisis de aquellas que sean homogéneas entre sí y donde los grupos sean heterogéneos entre sí. Las tipologías se construyen maximizando la distancia (debidamente definida) de las unidades de tipologías diferentes y minimizando, a su vez, la distancia de las unidades de una categoría particular. La clasificación en tipologías cumple la función de reducir las

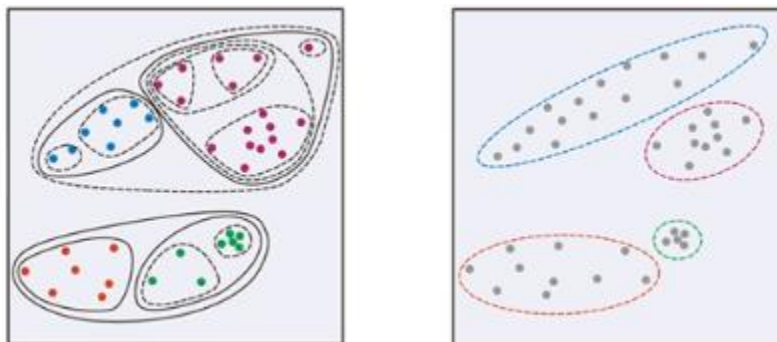
dimensiones de análisis de un sistema ya que se pasa de considerar cada unidad de análisis a estudiar cada tipología.

En la construcción de indicadores compuestos, el análisis por conglomerados puede ser útil para agrupar información en unidades de análisis agrupadas por su semejanza y puede utilizarse como:

- Un método estadístico de agregación de indicadores,
- Una herramienta de diagnóstico para explorar cada elección de distintas alternativas al momento de construir el indicador compuesto,
- Un procedimiento para agrupar unidades de análisis por su similitud y a partir de allí imputarle a algunos de ellos datos perdidos con el fin de disminuir la dispersión de la información,
- Una técnica de análisis de los resultados.

El análisis puede ser jerárquico, dando lugar a una estructura en forma anidada de árbol, o no jerárquico si se establece un número de clases predeterminado. Esto se esquematiza en la ilustración 2 que muestra una representación en el espacio de las variables y donde cada punto corresponde a una unidad de análisis, por ejemplo un país. En el primer caso, el análisis genera, a distintos niveles de semejanza, distintas soluciones de agrupamiento entre los elementos, mientras que en el segundo caso, la solución se obtiene una vez fijado un cierto nivel de semejanza.

Ilustración 2: Análisis de agrupamiento jerárquico (izq.) y no jerárquico (der.)



Fuente: Tomado de (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.) pág. 47

Para realizar un análisis de agrupamientos es necesario partir de una matriz de distancias o similitudes entre las unidades de análisis a agrupar. Toda definición de distancia debe satisfacer ciertas condiciones definidas en un espacio métrico. Sean x , y & z tres vectores

definidos en el espacio de las p variables. Entonces la distancia entre ellos es un número real que debe satisfacer las condiciones de:

1. No negatividad: $d(x, y) \begin{cases} = 0 & \text{si } x = y \\ > 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$

2. Conmutatividad: $d(x, y) = d(y, x)$

3. Desigualdad triangular: $d(x, z) < d(x, y) + d(y, z)$

Las distancias más empleadas son:

Distancia Euclidea:

$$d(x, y) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^2}{p}}$$

Distancia Euclidea al cuadrado:

$$d(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^2}{p} = \frac{1}{p} (x - y)^T \cdot (x - y)$$

Al no calcularse la raíz cuadrada, las unidades más distanciadas pesarán más que las que están más cercanas entre sí.

Distancia Euclidea al cuadrado normalizada

$$d(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^p \left(\frac{x_i - y_i}{\sigma}\right)^2}{p}$$

Esta medida le resta peso a los datos más dispersos.

Distancia generalizada de Mahalanobis:

$$d(x, y) = (x - y)^T \cdot \Sigma^{-1} (x - y)$$

Donde Σ es la matriz de covarianza. Nótese que esta distancia tiene en cuenta la correlación entre las variables, de manera tal que es máxima cuando la correlación es nula. Sin embargo, no satisface la desigualdad triangular por lo que no es una verdadera distancia.

Distancia Manhattan (city-block o de Hamming)

$$d(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^p |x_i - y_i|}{p}$$

Con esta medida la influencia de los datos atípicos se atenúa

Distancia Chebishev:

$$d(x, y) = \max |x_i - y_i|$$

Esta medida es útil cuando se desea definir elementos como “diferentes” si hay una diferencia apreciable en cualquiera de las dimensiones de los mismos.

Distancia potenciada:

$$d(x, y) = \left[\frac{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^s}{p} \right]^{1/r}$$

Esta medida es útil cuando se desea incrementar o atenuar el peso de una variable. El valor s , calibra las diferencias de cada variable, mientras que r , permite controlar el peso de la distancia entre unidades de análisis diferentes.

Proporción de discrepancias

$$d(x, y) = \frac{\# \text{ de veces que } x_i \neq y_i}{p}$$

Esta medida es ventajosa cuando se trabaja con información discreta o categorizada.

Toda variable categórica se puede expresar mediante variables binarias con valores 0, cuando no poseen el correspondiente atributo y 1 si poseen el atributo.

Una vez tomada la decisión acerca de qué medida de distancia se va a utilizar, se debe elegir el tipo de algoritmo que se utilizará para realizar el análisis de agrupamiento. Esto

significa que se debe determinar una metodología de cálculo de la distancia entre clusters, $\delta(C_i, C_j)$, siendo i, j dos agrupamientos cualesquiera. Las más comunes son (Spath, 1980):

- **Agrupar por vecinos cercanos** (enlace simple): La distancia entre dos grupos se determina por la distancia entre los dos vectores (o unidades de análisis) más cercanos pertenecientes a grupos distintos. Esto produce grupos que pueden quedar encadenados por elementos vecinos.

$$\delta(C_i, C_j) = \min\{d(x, y), \quad x \in C_i, \quad y \in C_j\}$$

- **Agrupar por los vecinos más lejanos** (enlace completo): En este caso, la distancia entre dos grupos se define como la mayor distancia entre dos vectores pertenecientes a grupos distintos. Este método es útil cuando las unidades de análisis forman grupos claramente definidos.

$$\delta(C_i, C_j) = \max\{d(x, y), \quad x \in C_i, \quad y \in C_j\}$$

- **Promediar todas las distancias** (Enlace promedio): La distancia entre grupos se define como el promedio de las distancias entre todos los pares de elementos de uno y otro grupo. Este método funciona bien cuando los grupos están suficientemente separados como para distinguirse. Una variante de este método consiste en calcular el centroide o baricentro de cada grupo. Calculado el centroide, la distancia entre grupos, es simplemente la distancia entre sus respectivos centroides.

$$\text{Si } \bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in C_i} x_i; \bar{y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{y \in C_j} y$$

Entonces

$$\delta(C_i, C_j) = d(\bar{x}_i, \bar{y}_j)$$

- **Enlace promedio ponderado:** Es una metodología idéntica a la anterior, con la salvedad que el número de elementos que los grupos contienen es usado como peso en el cálculo de las distancias. Es decir, la distancia entre grupos se define como el promedio de las distancias entre los pares de elementos de ambos grupos usando el tamaño de los grupos.

$$\delta(C_i, C_j) = \frac{1}{n_i n_j} \sum_{x \in C_i; y \in C_j} d(x, y)$$

- **Método de Ward:** La pertenencia a un grupo se determina calculando la varianza de los elementos, es decir, la suma de los cuadrados respecto de la media del grupo. El elemento pertenecerá al grupo si da lugar a un incremento mínimo de esta varianza.

Sea:

$$d(x_i, x_j)^2 = \|x_i - x_j\|^2 \text{ la distancia entre } x_i \text{ y } x_j$$

La varianza del conjunto de datos se define como:

$$I = \sum_i m_i \|x_i - G\|^2$$

Donde G el centro de gravedad de los puntos con masa respectiva m_i . Sea G_q el centro de gravedad de q –ésimo conglomerado al dividirse el conjunto de individuos en q grupos y m_q su respectiva masa. La varianza total o inercia se puede descomponer de la siguiente forma:

$$I = \sum_q m_q \|G_q - G\|^2 + \sum_q \sum_{i \in q} m_i \|x_i - G_q\|^2$$

Sean x_i y x_j dos elementos de masa m_i y m_j respectivamente que se unen en un elemento x cuya masa es $m = m_i + m_j$, con $x = \frac{(m_i x_i + m_j x_j)}{(m_i + m_j)}$. Se descompone la varianza I_{ij} de x_i y x_j con respecto a G por la ecuación:

$$I_{ij} = m_i \|x_i - x\|^2 + m_j \|x_j - x\|^2 + m \|x - G\|^2$$

La reducción de la varianza se calcula reemplazando x por su valor como función de x_i y x_j :

$$\Delta I_{ij} = \left(\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \right) \|x_i - x_j\|^2$$

Por tanto, el objetivo de este método es encontrar los individuos x_i y x_j con la condición de que hagan mínima ΔI_{ij} .

En el caso de los métodos no jerárquicos se parte de una agrupación de k conglomerados no solapados elegidos al azar, con k especificado a priori, definidos como resultado de la optimización de una función objetivo. Luego se calcula el centroide de cada uno (o también puede ser la varianza, según el caso) y se relocalizan los elementos más cercanos a estos y así iterativamente hasta que no se produzcan cambios en los grupos (Hartigan, 1975). La función objetivo suele consistir en (i) minimizar la distancia al centroide (o la varianza del grupo, según el caso) y, a su vez, (ii) maximizar la distancia al centroide (o varianza) de los elementos fuera del grupo.

Para finalizar esta sección vale comentar que la principal desventaja de los métodos de agrupamiento es que, sin importar la naturaleza de la información con que se alimentan, siempre terminarán realizando algún tipo de clasificación, independientemente de su relevancia interpretativa.

Otro inconveniente importante es que existen numerosas opciones metodológicas lo cual puede llevar al analista a la confusión acerca de cuál aproximación utilizar. Así mismo, cuando el número de variables es muy grande y se supone que algunas de ellas pueden no contribuir a identificar la estructura de los conglomerados, es posible recurrir a metodologías híbridas que combinen en análisis de agrupamientos y el análisis factorial o el ACP y cuyo objetivo es, por un lado, reducir la dimensionalidad del sistema y por el otro lograr llegar a un agrupamiento lo más fiel posible a los objetivos que se persiguen.

1.8.3.5 Normalización de los datos

Los objetivos de las técnicas de normalización son:

- Ajustar para que los datos no tengan diferentes unidades de medida
- Ajustar para que los datos no tengan diferentes rangos de variación
- Ajustar en el caso en que los datos sigan una distribución asimétrica o ante la presencia de valores atípicos

Para la descripción de diferentes métodos de normalización se va a considerar la siguiente notación.

x_{qc}^t : puntuación del indicador simple q para la unidad de análisis c en el momento de tiempo t para $q=1, \dots, Q$ y $c = 1, \dots, M$, donde Q es el número de indicadores simples y M el número de unidades de análisis u observaciones.

Ranking. El método más simple de normalizar variables y hacerlas comparables entre sí, consiste en establecer un ordenamiento o “ranking” de sus valores:

$$I_{qc}^t = \text{Rango}(x_{qc}^t)$$

De esta manera, los datos se independizan de la magnitud de los posibles datos atípicos que pudieran estar presentes. Cuando se dispone de información en varios instantes del tiempo el ordenamiento se hace en cada período por separado. Ello permitiría seguir el desempeño comparado o relativo de cada unidad de análisis en el tiempo, pero no de su situación per se. Se puede usar tanto para datos cualitativos que se puedan ordenar como para datos cuantitativos y su desventaja es que pierde la información de las diferencias entre las unidades de análisis cuando se agrega a nivel absoluto.

Una variación de este método de normalización es:

$$I_{qc}^t = Rang(x_{qc}^t)/M$$

permite que el recorrido del indicador normalizado sea $[1/M,1]$

Re-escalamiento

Método Min-Max

$$I_{qc}^t = \frac{x_{qc}^t - \min_c(x_{qc}^t)}{\max_c(x_{qc}^t) - \min_c(x_{qc}^t)}$$

Transforma los datos en valores adimensionales con rango $[0,1]$ manteniendo la proporcionalidad de la distancia entre unidades.

Método Max

$$I_{qc}^t = \frac{x_{qc}^t}{\max_c(x_{qc}^t)}$$

Evita asignar el valor cero a las unidades que tienen el valor mínimo en un indicador.

Estos dos métodos son muy sensibles a los outliers.

Categorización por escalas. Se usan tanto para indicadores cualitativos como para indicadores cuantitativos y por eso es útil como método racional para estimar los factores de ponderación de las variables que componen un indicador compuesto. La ventaja de esta técnica es que representa la información cualitativa en rangos relativamente cuantificables, no obstante, existe el inconveniente de que tiende a producir la pérdida sustancial de información cuantitativa que podría ser de mucha importancia. A cada indicador se le asigna una categoría, por ejemplo un semáforo con categorías: verde, amarillo, rojo. También se puede establecer una escala cualitativa, por ejemplo: muy de acuerdo, de

acuerdo, indiferente, en desacuerdo o muy en desacuerdo. Por lo general, estos rangos se basan en medidas de localización como los percentiles, los deciles o los cuartiles. Transforma los indicadores a una escala adimensional, ajusta el rango de variación de [1,100] para cada uno de los indicadores y asigna una puntuación a cada indicador.

Categorización de valores por encima o debajo del promedio. De manera similar al método anterior, en este caso se establece un umbral de tolerancia, a partir del cual se determinan los casos en que las unidades de análisis registran valores de una variable por encima, debajo o alrededor del valor del umbral:

$$\text{si } w < (1 - p) \Rightarrow I_{qc}^t = -1$$

$$\text{si } (1 - p) \leq w \leq (1 + p) \Rightarrow I_{qc}^t = 0$$

$$\text{si } w > (1 + p) \Rightarrow I_{qc}^t = 1$$

Donde $w = \frac{x_{qc}^t}{x_{qc}^{t_0}}$

Este método de normalización se aplica a valores cuantitativos, es simple y no se ve afectado por valores atípicos, ajusta los datos para obtener una misma escala adimensional. La transformación asigna valores alrededor de la media una puntuación de 0, mientras los valores que se encuentran por encima o por debajo de un cierto umbral p se les asigna una puntuación de 1 y -1 respectivamente. Por tanto, ajusta el rango de variación de cada indicador ya que se les asigna un número discreto del conjunto $\{-1,0,1\}$.

1.8.3.6 Ponderación y agregación de los indicadores simples

Esta etapa es muy importante para la construcción de indicador compuesto, puesto que consiste en asignar pesos a los indicadores simples para, posteriormente agregarlos a un único valor que represente el índice global. Los pesos se asignan en forma equitativa o estableciendo diferentes factores de peso que indiquen la importancia relativa que se quiere dar a cada indicador simple en el global. Los pesos también deben elegirse de tal forma que reflejen los datos, sin embargo este método podría sesgar los resultados hacia aquellos indicadores que son fácilmente disponibles, penalizando la información que es estadísticamente más problemática de identificar y medir. Por ello, la etapa de ponderación debe ser lo más explícita, transparente y justificada.

A continuación presentamos las diferentes técnicas de ponderación:

Asignación de pesos iguales (Equal Weighting-EW), es la agregación de un conjunto de indicadores simples, de modo que, a cada indicador simple se le asigna un peso como una medida de importancia relativa del indicador en la construcción del índice compuesto. El método más sencillo es asignar el mismo peso a todos los indicadores simples durante la fase de construcción ya que se considera que tienen la misma importancia, pero puede ocultar la ausencia de una base estadística o empírica. Si los indicadores están agrupados por dimensiones, la asignación equitativa de los pesos a los indicadores simples puede implicar una asignación de pesos no igualitaria en las dimensiones. Por tanto, se debe comprobar la correlación estadística entre los indicadores y presentar aquellos que presenten un bajo grado de correlación entre ellos o dar menos peso a indicadores correlacionados.

Análisis Envolvente de Datos (Data Envelopment Analysis- DEA). Esta herramienta por su importancia en la medición de la eficiencia la hemos desarrollado con mayor profundidad en los apartados anteriores (ver apartado 1.6).

Método de asignación presupuestaria (Budget Allocation-BA). En esta técnica se le asigna a cada experto una determinada cantidad, que generalmente es de 100 puntos y se le pide repartir entre los indicadores simples con el fin de obtener ya la suma normalizada. Se suelen realizar varias rondas hasta conseguir un consenso en el conjunto de pesos acordados por todos ellos. Si no se consigue dicho consenso, no sería adecuada la aplicación de esta técnica puesto que el indicador compuesto no tendría coherencia interna.

Su transparencia y su simple aplicación es una ventaja, pero es importante que el conjunto de expertos seleccionados refleje la diversidad de las ramas de conocimiento y las diferentes áreas de experiencia del tema a analizar.

Opinión pública. En este caso se realiza una encuesta para que el público participe en la asignación de los pesos de cada uno de los indicadores simples.

Una vez determinados los factores de ponderación (pesos) hay que proceder a agregar todas las variables o sub-indicadores en un indicador sintético, en aquellos casos en que el método de ponderación utilizado no establece de manera natural un método de agregación subsecuente. Por otra parte, es muy difícil interpretar e identificar diferencias entre las unidades de análisis si no se realiza una agregación de los indicadores simples.

Dentro de esta **técnica de agregación** de los indicadores simples para la obtención del indicador compuesto, vamos a analizar los procedimientos compensatorios y no compensatorios, que a continuación se detallan:

Suma de Rankings El método más simple de agregación de toda la información consiste en sumar, para cada unidad de análisis c , el orden o ranking que posee cada uno de los indicadores simples, en relación con el resto de las unidades de análisis:

$$IC_c = \sum_{q=1}^Q \text{Ranking}_{qc} \quad \text{con } c = 1, \dots, M$$

La principal ventaja de este mecanismo es la simplicidad y la supuesta independencia que se logra respecto de los datos atípicos. Sin embargo, la principal desventaja de este método es que tiende a perderse información acerca del valor absoluto de los indicadores simples que componen el indicador.

Conteo de los indicadores que superan o exceden una referencia dada. Otra posibilidad sería contabilizar el número de indicadores que están por debajo o encima de valores de referencia pre-establecidos:

$$IC_c = \sum_{q=1}^Q \text{sgn} \left[\frac{I_{qc}}{E(I_q)} - (1 + p) \right] \quad \text{para } c = 1, \dots, M$$

Siendo I_{qc} el valor normalizado de la unidad de análisis c respecto al indicador q , para $q = 1, \dots, Q$ y $c = 1, \dots, M$.

El umbral p se selecciona luego de realizar un análisis exploratorio que permita determinar aproximadamente el rango de valores que adquieren las variables. Al igual que en el método anterior, no se ve afectado por la presencia de datos atípicos, sin embargo, también se pierde información al agregar un nivel absoluto.

Agregación lineal ponderada Es el método más ampliamente utilizado. Una vez normalizadas las variables y calculados los factores de pesos, el indicador compuesto se calcula como:

$$IC_c = \sum_{q=1}^Q w_q I_{qc}$$

Con $\sum_{q=1}^Q w_q = 1$ y $0 \leq w_q \leq 1$, y I_{qc} el valor normalizado de la unidad c respecto al indicador q , para $q = 1, \dots, Q$ y $c = 1, \dots, M$. La obtención de los pesos de W_q debe quedar clara en la etapa anterior.

Agregación Geométrica. Es una solución intermedia entre la compensación total y la no compensación entre los indicadores proporcionada por la técnicas de agregación multicriterio no compensatorias. Similar al caso anterior, pero considerando la media geométrica, se agrega como:

$$IC_c = \prod_{q=1}^Q (I_{qc})^{w_q}$$

Tanto en este caso, como en el de las medias aritméticas subyace un razonamiento compensatorio entre indicadores simples, lo que supone la existencia de vínculos o compromisos entre estas.

Cuando se piensa que los factores de ponderación de las variables determinan la importancia relativa de estos en la composición del indicador sintético y no se desea que no reflejen la posibilidad de compensaciones entre éstas, es recurrir a criterios de agregación no compensatorios, como el que se verá a continuación:

Análisis multi-criterio no compensatorio. Cuando se utilizan numerosas variables para evaluar un conjunto de unidades de análisis y se desea establecer un ordenamiento o ranking para analizar sus desempeños relativos, es más que probable que algunas de las variables favorezcan el desempeño de algunas unidades de análisis, mientras que otras el de otros, creando un cierto conflicto acerca de la forma de realizar el ordenamiento.

Estos métodos tienen la ventaja de superar algunos inconvenientes que presentan las agregaciones lineales y geométricas, como la posible compensación entre los indicadores y la necesidad de establecer una misma escala de medida para éstos. No obstante los principales inconvenientes son las costosas comparaciones que se deben hacer entre las unidades de análisis y la posible aparición de situaciones cíclicas en las que no se llegue a ninguna solución. El método de Condorcet y el método de Copeland son dos de las principales técnicas de agregación multicriterio no compensatorio.

1.8.3.7 Análisis de incertidumbre y sensibilidad

Si el indicador se ha diseñado en forma deficiente pueden tener lugar errores de interpretación y producir mensajes poco robustos. Todas las etapas de desarrollo de un indicador compuesto deben ser sometidas al análisis de expertos y se debe procurar evitar la presencia de fuentes de subjetividad. Es por ello que una combinación entre el análisis de incertidumbre y de sensibilidad debe llevarse a cabo para incrementar la transparencia del proceso de diseño del indicador.

1.8.3.7.1 Análisis de Incertidumbre

Una vez calculado los índices de eficiencia, debe desarrollarse un análisis de incertidumbre y sensibilidad para asegurar que las decisiones que se han tomado no están sesgadas a los resultados obtenidos. Es decir, este paso trata de evaluar el impacto de la inclusión o exclusión de un indicador parcial, la imputación de los valores perdidos, la elección de los métodos de normalización, de ponderación y agregación, etc.

Ante esta situación, algunos autores como S. Openshaw consideran que en muchas aplicaciones no es necesario saber la cantidad de error, sino poder tener la confianza de que el error y la incertidumbre a esos niveles no pone en duda la validez de los resultados en una situación específica (Hunter, 1999)

El análisis de incertidumbre centra su análisis en averiguar cómo la incertidumbre en los factores de entrada se propaga a través de la estructura del indicador compuesto y afecta a los valores del indicador sintético (Rodríguez G., 2013). Aunque el análisis de la incertidumbre se utiliza más a menudo que el análisis de sensibilidad y casi siempre se realizan por separado (Jamison, 2001); el uso repetitivo del análisis de incertidumbre y de sensibilidad durante el desarrollo de un indicador sintético podría mejorar su estructura (Saisana, 2005).

El análisis de incertidumbre debería abordar, idealmente, todas las fuentes posibles de incertidumbre: la selección de indicadores individuales, la calidad de los datos, los procesos de normalización, de ponderación y de agregación,... El enfoque adoptado para evaluar la incertidumbre podría incluir los siguientes factores (Saisana, 2005).

- Inclusión y exclusión de indicadores parciales,
- Modelización de errores en los datos basándose en la información disponible sobre la estimación de la varianza,
- Uso de diferentes esquemas de imputación,
- Uso de sistemas de normalización alternativos,
- Uso de diferentes sistemas de ponderación,
- Uso de diferentes sistemas de agregación, y/o
- Uso de diferentes valores estimables para las ponderaciones.

El análisis de incertidumbre se basa en métodos de Monte Carlo¹¹ que simulan múltiples evaluaciones del modelo con factores de entrada seleccionadas al azar. El procedimiento se compone de los siguientes pasos (Saisana, 2005):

- a) Se definen los factores de incertidumbre (X_i factores de entrada, $i=1, \dots, k$). El primer factor de entrada X_1 , puede emplearse para seleccionar el tipo de método de normalización; el segundo factor de entrada, X_2 , por ejemplo, para seleccionar el sistema de ponderación, etc.
- b) Generar aleatoriamente N combinaciones independientes de los factores de incertidumbre.
- c) Para cada combinación, evaluar el modelo calculando el valor de salida Y .
- d) Analizar los resultados obtenidos estudiando el vector de salidas Y_i , con $i = 1, \dots, N$.

Los N resultados para cada una de las unidades analizadas otorgan una distribución de probabilidad empírica del indicador cuya varianza y momentos pueden ser estimados con un nivel de precisión relacionado con el tamaño de la muestra.

Los resultados del análisis de incertidumbre se suelen presentar de dos maneras:

- Presentando intervalos de confianza del valor del indicador para cada una de las unidades analizadas, y,
- Analizando las diferencias en la clasificación de cada unidad en los escenarios simulados con respecto al indicador sintético original (Cherchye, 2006).

¹¹ La simulación de Monte Carlo es una técnica cuantitativa que hace uso de la estadística y los ordenadores para imitar, mediante modelos matemáticos, el comportamiento aleatorio de sistemas reales no dinámicos (por lo general, cuando se trata de sistemas cuyo estado va cambiando con el paso del tiempo, se recurre bien a la simulación de eventos discretos o bien a la simulación de sistemas continuos). La clave de la simulación MC consiste en crear un modelo matemático del sistema, proceso o actividad que se quiere analizar, identificando aquellas variables (inputs del modelo) cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema. Una vez identificados dichos inputs o variables aleatorias, se lleva a cabo un experimento consistente en:

- (1) generar – con ayuda del ordenador- muestras aleatorias (valores concretos) para dichos inputs, y,
- (2) analizar el comportamiento del sistema ante los valores generados.

Tras repetir n veces este experimento, dispondremos de n observaciones sobre el comportamiento del sistema, lo cual nos será de utilidad para entender el funcionamiento del mismo –obviamente, nuestro análisis será tanto más preciso cuanto mayor sea el número n de experimentos que llevemos a cabo.

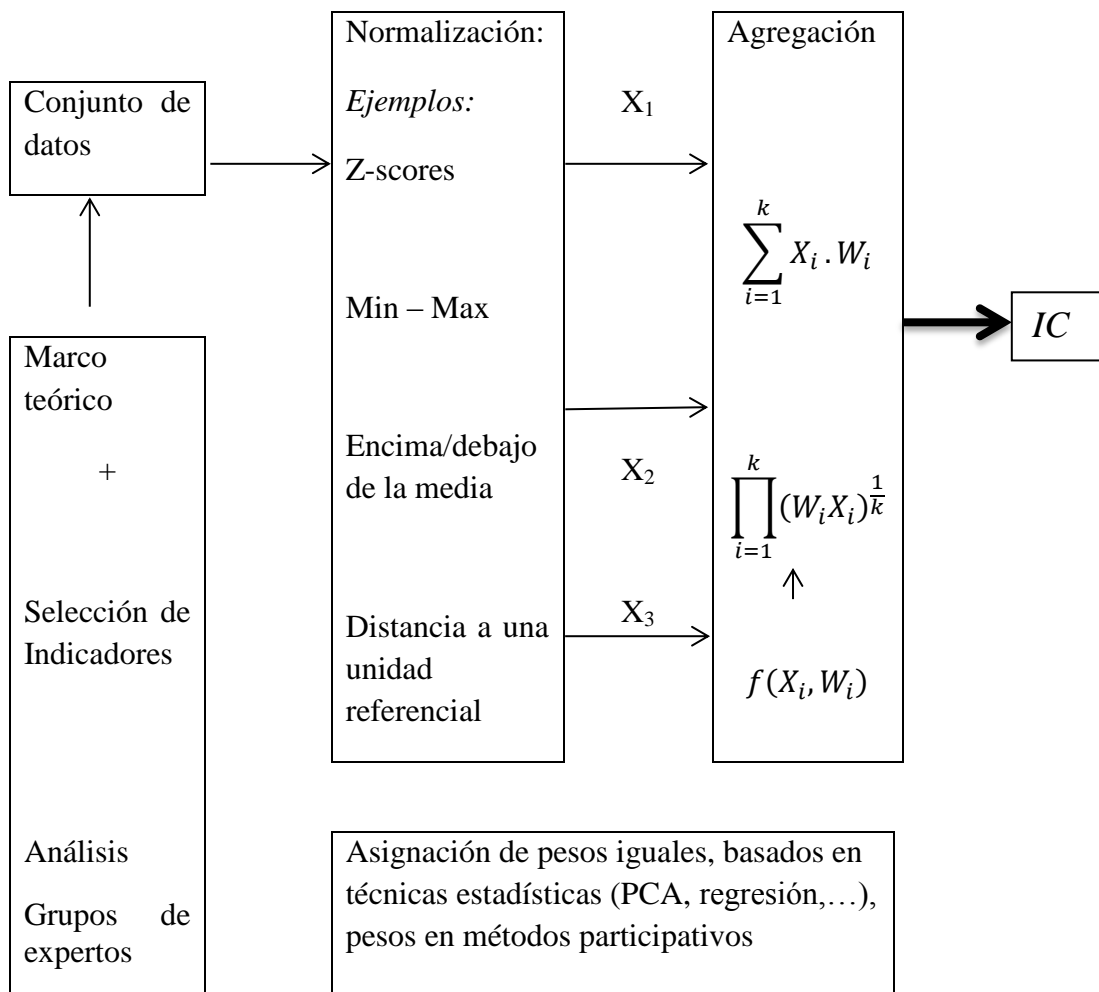
Los orígenes de esta técnica están ligados al trabajo desarrollado por Stan Ulam y John Von Neumann a finales de los 40 en el laboratorio de Los Álamos, cuando investigaban el movimiento aleatorio de los neutrones. En años posteriores, la simulación de Monte Carlo se ha venido aplicando a una infinidad de ámbitos como alternativa a los modelos matemáticos exactos o incluso como único medio de estimar soluciones para problemas complejos. Así, en la actualidad es posible encontrar modelos que hacen uso de simulación MC en las áreas informática, empresarial, económica, industrial e incluso social.

1.8.3.7.2 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad trata de estudiar cómo la variación en la salida del modelo puede asignarse cuantitativamente a diferentes fuentes de variación en función de los supuestos del modelo (Nardo, 2005). Estas técnicas presentan una serie de propiedades deseables ya que permiten la explicación de un amplio rango de factores de incertidumbre conjuntamente, son cuantitativas y permiten diferenciar entre efectos principales (de primer orden) y de interacción (de segundo orden) y son fáciles de explicar e interpretar (Chan, Tarantola, Saltelli, & Sobol, 2000).

En la construcción del indicador compuesto los factores de entrada (input) suelen identificarse con las posibles metodologías que se pueden aplicar en cada etapa de su construcción, mientras que el factor de salida (output) se identifica con el objetivo de estudio.

Ilustración 3: Metodología y proceso de construcción de Índice compuesto (IC)



Fuente: (Bas, 2014)

El objetivo de esta etapa es cuantificar la incertidumbre de indicador compuesto provocada por las diferentes fuentes de variación del espacio de supuestos e identificar mediante un análisis de sensibilidad los supuestos que más afectan a la incertidumbre del índice global.

Saisana, (2005), Cherchye, (2006) y Nardo, (2005), presentan algunas técnicas para el análisis de sensibilidad. La utilización de alguna de estas técnicas puede estar condicionada por el método de agregación empleada en la construcción del indicador explica que proporción de la varianza asociada al valor.

Para realizar un análisis de incertidumbre se puede partir de considerar que:

$$IC_j = f_{rs}(I_{1,j}, I_{2,j}, \dots, I_{Q,j}, W_{s,1}, W_{s,2}, \dots, W_{s,Q})$$

Donde:

IC_j es el valor del índice para las unidades de análisis j con valores $j = 1, \dots, M$

$r = \{1, 2, 3, \dots\}$ es el método de agregación

$s = \{1, 2, 3, \dots\}$ es el método de cálculo de los pesos.

$I_{q,j}$ con $q = \{1, 2, \dots, Q\}$ representa los indicadores simples que componen el indicador compuesto

$W_{s,q}$ representa los pesos de los indicadores simples calculados según el modelo de ponderación.

Para la unidad de análisis j se puede calcular el valor del ranking IC_j y estimar la discrepancia respecto a una metodología de referencia, es decir:

$$R_s = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |Ranking_{referencial}(IC_j) - Ranking(IC_j)|$$

Ahora vamos a describir un método de varianzas basado en la estimación de la principal medida de sensibilidad de primer orden para cada factor de incertidumbre:

$$S_i = \frac{Var_{x_i}[E_{x \sim i}(Y|X_i)]}{Var(Y)}$$

Donde:

S_i = medida de sensibilidad de primer orden

X_i = representa una variable de que modeliza un factor de incertidumbre

Y = representa la variable de salida

$E(Y|X_i)$ = denota la expectativa condicional de Y en un valor fijo de X , y

$Var_{x \sim i}$ = varianza sobre todos los valores fijos de X_i .

La esperanza condicional $E_{x \sim i}(Y|X_i)$ puede ser una función lineal o no lineal en X_i . En el caso particular que sea una función lineal se denota:

$$E_{x \sim i}(Y|X_i) = a_i + b_i * X_i$$

Mediante mínimos cuadrados se estima que:

$$b_i = cov(Y, X_i) / V(X_i)$$

Sea el coeficiente de regresión estandarizado de b_i :

$$\hat{\beta}_i = b_i * (\sqrt{V(X_i)} / \sqrt{V(Y)})$$

Por lo tanto, el coeficiente de sensibilidad de primer orden de X_i sobre Y coincide con el coeficiente de regresión estandarizado al cuadrado de la regresión lineal de Y en X_i :

$$S_i = \frac{V_{x_i}(E_{x \sim i}(Y|X_i))}{V(Y)} = \frac{b_i^2 * V(X_i)}{V(Y)} = \frac{cov^2(Y, X_i)}{V(X_i) * V(Y)} = \hat{\beta}_i^2$$

Los resultados del análisis de sensibilidad se pueden presentar como gráficos de dispersión, los mismos que ayudan a revelar patrones en relaciones de entrada – salida. Otra forma son las tablas de doble entrada presentando por filas las unidades y en las columnas los factores de incertidumbre. En los últimos tiempos se ha comenzado a aplicarse el análisis de sensibilidad a unidades outliers con el fin de corregir el impacto de observaciones extremas (Wilson, 1995), (Cazals, 2002), (Simar, 2003). Este tipo de análisis se basan en técnicas jackknife¹² (Efron, 1979) y repiten el proceso del análisis de incertidumbre eliminando una unidad del análisis cada vez.

¹² Esta técnica determina la precisión de una estimación (Miller, 1974). La técnica de jackknife calcula el sesgo y el error estándar para una estadística, pero no para un intervalo de confianza (Efron, 1982). La técnica de bootstrap tiene ventajas teóricas sobre la técnica de jackknife, sin embargo, la técnica de jackknife requiere mucho menos computación y aparte, no incluye componente aleatorio

Es importante concluir que si los expertos consultados durante el proceso de construcción del indicador compuesto no acuerdan acerca de la arquitectura de su diseño, es difícil que los análisis de incertidumbre y de sensibilidad puedan proveer la robustez que emana de los consensos que pudieran lograrse. Ello es particularmente cierto pues, por lo general, del estudio comparado del indicador utilizado, se establecen los ordenamientos (rankings) del desempeño de las unidades de análisis con que se trabaja.

1.8.3.8 Conexión con otros indicadores

El objetivo de conectar el indicador compuesto construido con otros indicadores de gran similitud es corroborar que los resultados obtenidos con el índice son coherentes. La mejor forma de ilustrar estas conexiones es mediante diagramas simples de dispersión.

1.8.3.9 Identificación de los indicadores simples en el indicador compuesto

Los indicadores compuestos representan un punto de partida para el análisis de las conclusiones. Pero, aparte de poder interpretar el valor final de éstos también se puede descomponer para identificar la contribución de las dimensiones y de los indicadores simples a su formación con el fin de definir políticas de mejora para cada unidad de análisis.

El objetivo de esta etapa es estudiar el rendimiento de las unidades de análisis a través de los indicadores simples y de las dimensiones con el fin de revelar cuáles son los más influyentes en la puntuación final del indicador compuesto.

1.8.3.10 Visualización de los resultados

Los resultados deben ser presentados de manera concisa, sintética y sencilla posible. Por lo que el diseño visual debe proveer señales claras que alerten y expongan situaciones extraordinarias que permitan identificar posibles áreas de intervención.

A continuación se exponen diferentes formas de presentación de un indicador compuesto (Nardo, 2005).





Presentación en tablas. La forma más simple de presentar la información, aunque tal vez la menos amigable, es tabulando los resultados. Independientemente del formato que se escoja para presentar los resultados, siempre será conveniente proveer de documentación adicional en la que se conste con detalle la metodología adoptada, así como las tablas con la información que alimenta al indicador y los respectivos metadatos (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

Gráfico de Barras. Las unidades de análisis suelen ubicarse en el eje vertical y los valores de indicador compuesto en el horizontal. Gracias al uso de colores, es posible expresar conjuntamente los valores del indicador en varios períodos del tiempo. Cuando se opta por este formato, es importante ordenar las unidades de análisis según el valor de indicador, de menor (arriba) a mayor (abajo) de manera tal de configurar una suerte de pirámide. Así mismo, puede ser conveniente fijar líneas de corte en las que se exprese el valor promedio sobre toda la población, en el caso de tratarse con unidades de análisis que son países, el valor promedio mundial, por ejemplo. El uso de colores o tramas pueden, a su vez, ser usados para representar criterios de clasificación adicionales sin embargo, pueden también dar lugar a confusión y distraer la atención del observador. No obstante ello, este formato es, por lo general, claro y de fácil comprensión (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

Gráfico de líneas. Cuando se dispone de información obtenida en varios momentos del tiempo y la cantidad de unidades de análisis no es demasiado extensa puede ser conveniente representar los resultados en forma de gráficos de líneas. En estos gráficos se puede expresar una gama de posibilidades: (i) la evolución de los niveles absolutos del indicador, (ii) los crecimientos en términos absolutos, es decir, los porcentajes o tasas de variación en relación al año anterior, (iii) la evolución del índice con asiento en un año base (base 100, por ejemplo); en este caso todos las unidades de análisis parten del mismo valor en un año dado, o (iv) la indización de los crecimientos. Una recomendación que puede realizarse cuando se vuelque la información en reportes y medios para su difusión, es aprovechar el potencial de los programas graficadores al máximo posible, por ejemplo, combinando la selección adecuada de símbolos, la tipografía, el diseño general del gráfico y el suavizado de las líneas para que no aparezcan quebradas. Así mismo, en los casos en que se tengan numerosos registros en el tiempo, es decir, que el indicador compuesto constituya una serie temporal propiamente dicha, puede ser interesante, además de representar punto por punto, analizar la tendencia. Para ello pueden graficarse también las medias móviles del indicador calculadas sobre una cantidad conveniente de períodos (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

Señales de tráfico. En este caso, para cada valor del indicador compuesto e incluso también para los sub-indicadores que lo componen, es posible expresar los resultados mediante señales de tráfico o “emojicones”. Esto puede realizarse cuando la información que se muestra está ligada al desempeño de metas concretas o cuando interesa expresar los cambios acontecidos. En tal sentido, la escala a considerar es más o menos evidente: Rojo/Triste = bajo desempeño, Amarillo/Indiferente = sin cambios apreciables, y Verde/Sonriente = Mejora sustantiva. Dos comentarios caben. En primer lugar, es necesario establecer un criterio de corte coherente al categorizar cada una de las tres posibilidades. En segundo lugar, cuando se utilizan colores debe tenerse en cuenta que, muchas veces la información es reproducida en fotocopias o impresiones en blanco y negro. Por lo cual, el color se puede perder. Esto vale también para cualquier otro tipo de representación en la que los colores representen algún significado (Soto, H., & Schuschny, A. R., 2009.).

Ilustración 4: Leyenda de señales de tráfico

Key	
	Significant change, in direction of meeting objective
	No significant change
	Significant change, in direction away from meeting objective
	Insufficient or no comparable data

Fuente: (Bas , 2014)

Listado de ordenamiento o Ranking. Una forma rápida de expresar los resultados es mediante la representación del desempeño de las unidades de análisis mediante una lista decreciente de los mismos según los valores obtenidos. Si se dispusiera de información calculada en 2 períodos de tiempo, puede ser conveniente mostrar también, los cambios en términos de posiciones ganadas (+) o perdidas (-) por dichas unidades, durante el intervalo respectivo. La ilimitación de este formato es que no se muestran las diferencias de desempeño de cada una de ellas, que pudieran estar expresadas en el valor absoluto del indicador.

Gráficos de radar o diagramas de telaraña. Es una herramienta muy útil para mostrar visualmente las brechas entre el estado actual y la situación ideal o meta a alcanzar. En el gráfico se ubican los valores numéricos, aumentando en valor, desde el centro hacia el perímetro donde alcanza su valor máximo admitido. Para evitar confusiones, es conveniente normalizar todas las variables que participen del gráfico sobre la base de una misma escala, por ejemplo de 0 a 100 ó de 0 a 1.

1.9 Técnicas de clasificación

La clasificación es el proceso de dividir un conjunto de datos en grupos mutuamente excluyentes. Las técnicas de clasificación juegan un papel fundamental en numerosas áreas científicas, al permitir extraer conocimiento de los datos, y predecir los valores de una variable categórica dependiente (clase, pertenencia a grupos, etc.) a partir de los valores de de una o más variables predictoras continuas y / o categóricas.

1.9.1 Árboles de clasificación y regresión

Los algoritmos para la construcción de árboles de clasificación y regresión, (CART, Classification and Regression Trees) tienen como objetivo general el lograr la mejor precisión predictiva posible. Operacionalmente, la predicción más precisa se define como la predicción de coste mínimo. En la mayoría de las aplicaciones, el coste se mide en términos de proporción de casos mal clasificados. En este contexto, una predicción será considerada mejor si se tiene la tasa de errores de clasificación más baja.

Los métodos CART, pretenden explicar y/o predecir una variable respuesta a partir de un conjunto de variables predictoras mediante un conjunto de reglas sencillas. Respecto los modelos tradicionales, los métodos CART pueden ser particularmente eficientes para modelar interacciones entre variables explicativas. Estas técnicas fueron inicialmente propuestas en el ámbito de las ciencias sociales (Morgan y Sonquist, 1963), siendo su formalización estadística posterior (Breiman, Friedman, Olshen y Stone, 1984).

Los árboles están formados por:

- Raíz del árbol: nodo superior.
- Nodos intermedios que contienen una pregunta acerca de las características de los objetos a clasificar, en base a la cual se realiza una división, dando lugar a nuevas ramas del árbol, cada una identificada con un posible valor de la característica.

Los principales elementos que diferencian a los algoritmos CART son la forma en que se ramifica, se detiene la construcción y se poda el árbol.

En general la ramificación de un nodo se realiza de forma que los nodos resultantes sean lo más homogéneos posible, la homogeneidad se mide mediante una función de diversidad φ definida sobre un conjunto P ,

$$P = \left\{ (p_1, \dots, p_m) : \sum_{j=1}^m p_j = 1, p_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, m \right\}$$

con valores reales, que verifica:

φ alcanza su único máximo en el punto $(\frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m})$

φ alcanza su mínimo exclusivamente en los puntos $(1,0,0,\dots,0), (0,1,0,\dots,0), \dots, (0,0,\dots,0,1)$.

φ es una función simétrica respecto de sus argumentos.

Entre las medidas de diversidad más empleadas están la Entropía o el índice de Gini.

Entropía: Dado el vector $(p_1, \dots, p_m) \in P$ se define su **entropía** como:

$$\varphi(p_1, \dots, p_m) = - \sum_{i=1}^m p_i \log p_i \quad \text{Con el convenio } 0 \log 0 = 0$$

Índice de Gini: Dado el vector $(p_1, \dots, p_m) \in P$ se define el **índice de Gini** como:

$$\varphi(p_1, \dots, p_m) = \sum_{i \neq j} p_i p_j = 1 - \sum_{j=1}^m p_j^2$$

El proceso de construcción del árbol se detiene al llegar a un nodo cuyos elementos pertenecen en su totalidad a una sola clase. En la práctica es preciso implementar reglas de parada adicionales para evitar obtener árboles con muchos nodos conteniendo un único caso. Las más usuales son las basadas en fijar un número mínimo de casos en cada nodo o exigir que cada nodo tenga un número de casos superior a una fracción mínima especificada de los tamaños de una o más clases.

La poda consiste en reemplazar subárboles por una hoja o una de sus ramas. Los métodos basados en minimizar la tasa de error de un árbol para realizar la poda comienzan examinando los subárboles de los nodos no terminales, reemplazando cada subárbol por el nodo terminal o la rama que clasifique más casos, si esto mejora la tasa de error del subárbol. Como la estimación del error de un árbol disminuye al disminuir la tasa de error de cada uno de sus subárboles, este proceso genera un árbol cuya estimación de la tasa de error es mínima respecto a las distintas formas de poda. Otros métodos de poda se basan en la división del conjunto de casos en tres conjuntos disjuntos: de entrenamiento, de prueba y de validación.

1.9.2 Clasificación basada en reglas

Los métodos de construcción de reglas de clasificación pueden ser directos o indirectos, los primeros extraen directamente las reglas de los datos, los indirectos extraen las reglas de otras técnicas tales como los árboles de clasificación.

Las técnicas empleadas en la presente memoria son:

- JRip que implementa el algoritmo “Repeated Incremental Pruning to Produce Error Reduction” (RIPPER), propuesto por Cohen (1995), que como señala su nombre

pretende reducir el error de clasificación mediante una poda repetida incremental. Se trata de una mejora del algoritmo inicial IREP cuyo pseudocódigo es el siguiente:

```

Procedure IREP
Begin
  Conjunto_de_reglas =  $\emptyset$ 
  while  $D_{Pos} = D_{Crecer\_Pos} \cup D_{Podar\_Pos} \neq \emptyset$  do
    ## Construir y podar una nueva regla
    Dividir  $D$  en  $D_{Crecer\_Pos} \cup D_{Crecer\_Neg} \cup D_{Podar\_Pos} \cup D_{Podar\_Neg}$ 
    Regla: = Crecer_Regla( $D_{Crecer\_Pos} \cup D_{Crecer\_Neg}$ )
    Regla: = PPodar_Regla(Regla,  $D_{Podar\_Pos}$ ,  $D_{Podar\_Neg}$ )
    if la tasa de error de Regla en  $D_{Podar\_Pos} \cup D_{Podar\_Neg} > 50\%$ 
      then
        return Conjunto_de_reglas
      else
        Añadir Regla a Conjunto_de_reglas
        Borrar instancias abiertas en  $D$ 
      endif
    end while
    return Conjunto_de_reglas
End

```

- OneR construye el clasificador 1-R propuesto por Holte (1993) que es el más simple al utilizar un único atributo para realizar la clasificación, utilizando como criterio de selección del atributo el que produzca menor tasa de error.
- PART genera una lista de decisión mediante el algoritmo propuesto por Frank and Witten (1998). Esta técnica evita el paso de optimización global utilizado en algoritmos como el C4.5 y RIPPER. Genera una lista de decisiones sin restricciones mediante un procedimiento básico de divide y conquista, y en cada etapa construye un árbol de decisión parcial mediante el procedimiento C4.5.

Función C4.5

Input: $P=(A;S;C)$

$A=\{A_1, \dots, A_n\}$: conjunto de atributos.

$C=\{C_1, \dots, C_m\}$ categorías del atributo clasificador

S : conjunto de entrenamiento.

Output: T : Árbol resultante

Begin

If $S = \emptyset$ **then** Devolver el valor Error.

If todos los registros de S tienen el mismo valor para el atributo clasificador.
then Devolver un único nodo con dicho valor.

$T = \emptyset$

While $A \neq \emptyset$

Begin_While

Sea A_g el atributo con mayor Proporción de Ganancia entre los atributos de A ;

Sean $\{a_g^j$ con $j = 1, 2, \dots, m_g\}$ los valores del atributo A_g ;

Sean $\{S_j \Rightarrow j = 1, 2, \dots, m_g\}$ los subconjuntos de S correspondientes a los valores de a_g^j ;

Añadir a T el subárbol con la raíz etiquetada como A_g y con los arcos nombrados $\{a_g^j\}$, que corresponden a

$(A - \{A_g\}; S_1), (A - \{A_g\}; S_2), \dots, (A - \{A_g\}; S_m)$;

$A = A - \{A_g\}$

End_While

Return T

CAPÍTULO 2: EVALUACIÓN DE LA CALIDAD UNIVERSITARIA

Desde los años ochenta del pasado siglo se han producido importantes cambios en el ámbito universitario, donde tanto los responsables políticos como los agentes sociales empiezan a percibir a la universidad de forma más crítica, generalizándose la necesidad de justificar sus resultados.

2.1 Concepto de calidad

Existe un gran debate sobre la definición de la calidad, sin embargo, no se ha llegado a una única definición del concepto debido a la dificultad de encontrar un consenso por su inconcreción o relatividad del término.

Deming define “calidad” como la traducción de las necesidades futuras de los usuarios con características medibles, de modo que solo así un producto puede ser diseñado y fabricado para dar satisfacción a un precio que el cliente pagara (Deming, W. E., & Medina, J. N. , 1989).

Juran señala que la “calidad” tiene múltiples significados entre los que destaca dos de ellos: la calidad consiste en aquellas características del producto que se basan en las necesidades del cliente y que por eso brindan satisfacción del producto y la calidad consiste en la libertad después de las deficiencias (Juran, J. M., Medina, J. N., & Ballester, M. G., 1990).

Harvey, L & Green, D. (1993) describen cinco diferentes concepciones de calidad que pueden aplicarse en el ámbito de la educación superior. Estas cinco concepciones son: calidad como fenómeno excepcional, calidad como perfección o coherencia, calidad como ajuste a un propósito, calidad como valor agregado y calidad como transformación.

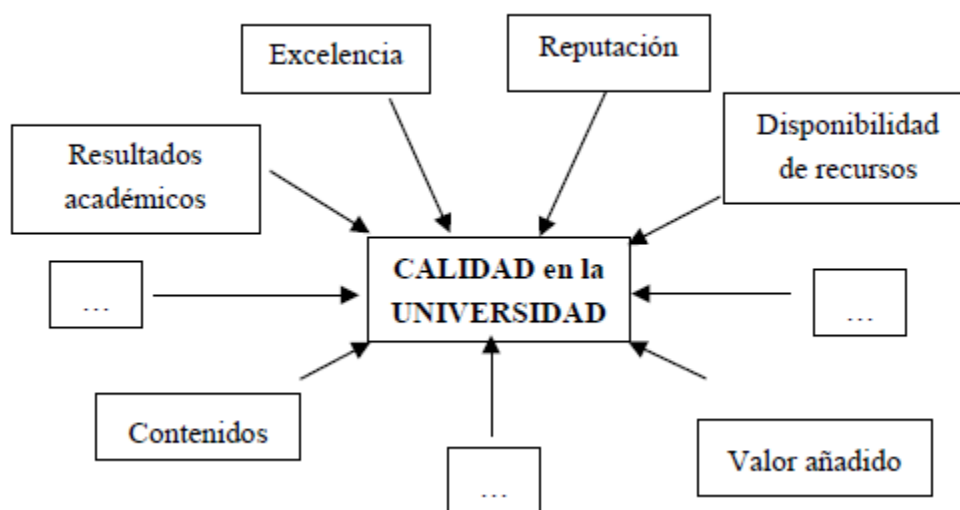
Existen diversos conceptos de calidad basados en distintos aspectos, pero todas mantienen como elemento común su relatividad. Sin embargo, la preocupación por la “calidad universitaria” no siempre ha derivado en una mayor precisión a la hora de definirla e interpretarla. Westerheijden (1990) manifiesta que la calidad universitaria se engloba en un marco de referencia definido por los siguientes aspectos:

- La calidad universitaria es un concepto relativo y multidimensional en relación con los objetivos y actores del sistema universitario.
- No existe una única percepción del concepto calidad universitaria.

Mora (1991), conceptualiza la calidad universitaria en cinco enfoques:

- i) Calidad como reputación, en este caso la calidad se evalúa mediante encuestas realizadas al profesorado de otras instituciones a los que se les supone la capacidad de juzgar sobre la calidad de la institución desde un punto de vista subjetivo.
- ii) Disponibilidad de recursos para la realización de las funciones básicas de la universidad que son la docencia, la investigación y la gestión.
- iii) La calidad a través de los resultados, se evalúa a los graduados una vez formados y preparados para su incorporación en el mundo laboral.
- iv) La calidad del contenido de la institución, es decir, la calidad de lo que se enseña: a nivel docente, curriculum, sistema pedagógico, clima de la universidad, etc.
- v) Calidad por el valor añadido, se refiere a la contribución de la institución a la formación del estudiante, es decir, la diferencia entre lo que el estudiante ha aprendido al terminar la universidad y lo que sabía al ingresar.

Ilustración 5: Enfoque de la calidad en la universidad



Elaborado por: El autor

2.2 La evaluación como estrategia de mejora de la calidad educativa

Una universidad solo puede alcanzar un nivel de calidad aceptable cuando los elementos humanos, financieros y físicos; la enseñanza y la investigación; la organización y la

dirección son en conjunto apropiados para los fines que la institución persigue. Por lo tanto, la evaluación de la calidad de una universidad sólo es posible plantearla de forma global evaluando cada una de las piezas, pero dedicando una especial atención al funcionamiento en su conjunto.

Mora (1998) define a la evaluación institucional como un intento de medir cómo se están cumpliendo las metas preestablecidas de una institución universitaria. Además, dicha evaluación exige haber definido previamente y con claridad cuáles son las metas que persigue la institución. Los aspectos básicos que deben ser objeto de estudio en toda evaluación institucional son:

- Metas y objetivos institucionales
- Aprendizaje de los estudiantes
- Rendimiento del profesorado
- Programas académicos
- Servicios
- Gerencia
- Aspectos financieros
- Consejo de gobierno
- Relaciones externas
- Grado de preocupación por la mejora

Esta clasificación evalúa las tres grandes dimensiones de una universidad:

- i) **Enseñanza**
 - Aprendizaje de los estudiantes
 - Rendimiento docente
 - Programas académicos
 - Medios docentes disponibles (espacio, biblioteca, ordenadores, etc)
- ii) **Investigación**
 - Productividad investigadora
 - Calidad de la investigación
 - Dotación para la investigación
- iii) **Servicios**
 - Gobierno de la institución
 - Gerencia y administración
 - Servicios disponibles para estudiantes y profesores

La evaluación se puede realizar en forma conjunta o por cada dimensión utilizando mecanismos y criterios de evaluación distintos en cada uno de los tres aspectos.

Los tipos de evaluación institucional que se lleva a cabo según el agente evaluador son: la evaluación interna y la evaluación externa:

La evaluación interna. La lleva a cabo la propia institución con el objeto de mejorar su calidad. La comunidad universitaria, mediante el proceso de reflexión participativa, describe y valora su realidad permitiendo identificar los puntos fuertes y áreas de mejora para la institución.

La evaluación externa se apoya en organismos y agencias especializadas ajenas a la universidad para realizar la evaluación. Tiene la ventaja de contar con la imparcialidad de los expertos que evalúan la institución, pero la limitación es que los expertos no sean capaces de analizar desde fuera un organismo tan complejo como es la universidad.

Los fines de la evaluación externa son:

- Obtener información contrastable y objetiva de la organización, funcionamiento y procesos didácticos que se dan en las universidades que permita complementar la evaluación interna.
- Conocer la situación inicial de la universidad en los ámbitos de docencia y no docencia y poner así de manifiesto los logros, dificultades, puntos fuertes, puntos débiles y sugerir orientaciones útiles que ayuden a tomar decisiones oportunas para resolver los problemas detectados.
- Proporciona métodos e instrumentos, así como favorecer la reflexión y la cooperación.
- Difundir la cultura de autoevaluación.

En el sistema de educación superior ecuatoriano, que se describe en el capítulo 3 se define el principio de calidad como la búsqueda constante y sistemática de la excelencia, la pertinencia, producción óptima, transmisión del conocimiento y desarrollo del pensamiento mediante la autocrítica, la crítica externa y el mejoramiento permanente.

Según la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES), la Evaluación de la Calidad es el proceso para determinar las condiciones de la institución, carrera o programa académico, mediante la recopilación sistemática de datos cuantitativos y cualitativos que permitan emitir un juicio o diagnóstico, analizando sus componentes, funciones, procesos, a fin de que sus resultados sirvan para reformar y mejorar el programa de estudios, carrera o institución. La Evaluación de la Calidad es un proceso permanente y supone un seguimiento continuo.

La Acreditación es una validación de vigencia quinquenal realizada por el Consejo de Evaluación, Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES), para certificar la calidad de las instituciones de educación superior, de una carrera o programa educativo, sobre la base de una evaluación previa.

La Acreditación es el producto de una evaluación rigurosa sobre el cumplimiento de lineamientos, estándares y criterios de calidad de nivel internacional, a las carreras, programas, postgrados e instituciones, obligatoria e independiente.

El procedimiento incluye una autoevaluación de la propia institución, así como una evaluación externa realizada por un equipo de pares expertos, quienes a su vez deben ser acreditados periódicamente.

El CEAACES es el organismo responsable del aseguramiento de la calidad de la Educación Superior, sus decisiones en esta materia obligan a todos los Organismos e instituciones que integran el Sistema de Educación Superior del Ecuador.

El Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior, está constituido por el conjunto de acciones que llevan a cabo las instituciones vinculadas con este sector, con el fin de garantizar la eficiente y eficaz gestión, aplicables a las carreras, programas académicos, a las instituciones de educación superior y también a los consejos u organismos evaluadores y acreditadores.

La clasificación académica o categorización de las instituciones, carreras y programas es el resultado de la evaluación. Permite un ordenamiento de las instituciones, carreras y programas de acuerdo a una metodología que incluye criterios y objetivos medibles y reproducibles de carácter internacional.

La planificación y ejecución de la autoevaluación está a cargo de cada una de las instituciones de educación superior, en coordinación con el CEAACES.

La Autoevaluación es el riguroso proceso de análisis que una institución realiza sobre la totalidad de sus actividades institucionales o de una carrera, programa o posgrado específico, con amplia participación de sus integrantes, a través de un análisis crítico y un diálogo reflexivo, a fin de superar los obstáculos existentes y considerar los logros alcanzados, para mejorar la eficiencia institucional y mejorar la calidad académica. En el presupuesto que las instituciones del Sistema de Educación Superior debe constar una partida adecuada para la realización del proceso de autoevaluación.

El proceso de verificación lo realiza el CEAACES a través de pares académicos de la totalidad o de las actividades institucionales o de una carrera o programa, para determinar que su desempeño cumple con las características y estándares de calidad de las instituciones de educación superior y que sus actividades se realizan en concordancia con la misión, visión, propósitos y objetivos institucionales o de carrera, de tal manera que pueda certificar ante la sociedad la calidad académica y la integridad institucional. Para la emisión de informes de evaluación externa se deberá observar absoluta rigurosidad técnica y académica.

2.3 Uso de indicadores en la educación superior

Los indicadores facilitan la toma de decisiones, aportan información relevante acerca de fenómenos educativos y permiten analizar su evolución en el tiempo; siempre y cuando se definan claramente los objetivos de su uso y de su interpretación y vayan acompañados de juicios y estimaciones cualitativas bien argumentadas y centradas en la singularidad de la institución, programas o personas evaluadas (Bas , 2014).

En el ámbito de la educación superior cada vez más es común el uso de indicadores, tanto para el funcionamiento a nivel interno de las universidades (modelos de evaluación de la calidad basados en el uso de indicadores: norma ISO , modelo EFQM, la evaluación del docente, programa DOCENTIA; etc.) como para la realización de comparaciones entre instituciones o países (ARWU,2003; QS, 2005; SCImago, 2007; Aguillo, Ortega y Fernández, 2008; Torres Salinas 2011; Instituto de Evaluación, 2011, etc.).

Como consecuencia del aumento en el uso de indicadores, se han incrementado los recursos para su elaboración, así pues, son muchas las organizaciones dedicadas a la definición de indicadores de educación como por ejemplo: OCDE, EUROSTAT, el Instituto de Estadística de la UNESCO (UIS), El Sistema Estadístico Europeo (SEE), entre otros.

El uso de indicadores dentro de los actuales procesos de calidad en las universidades puede convertirse en una herramienta auxiliar y valiosa para la mejora y servir como medio de información para la administración pública y la sociedad sobre el funcionamiento de las instituciones de educación superior.

2.4 Rankings Universitarios

El proceso de internacionalización de la educación superior o la aparición de la sociedad del conocimiento son algunas de las causas que han generado establecer comparaciones entre instituciones de educación superior. El principal problema para estos análisis es la falta de información comparable y coherente. Esta falta de información la han intentado resolver diferentes organizaciones orientadas a la evaluación de las instituciones dedicadas a la investigación a través del análisis de rankings.

Los rankings o tablas de clasificación tratan de ser una herramienta de evaluación que está cobrando cada vez mayor protagonismo a nivel internacional. De hecho, en la actualidad, la educación superior está más internacionalizada y resulta insuficiente para una universidad conocer su posición con respecto a las universidades de su país, dado que la competencia es global, y es necesario compararse con las universidades del resto de mundo (Stella, 2007).

Las instituciones de educación superior se han visto inmiscuidas en las dinámicas de evaluación, con el propósito de rendir cuentas sobre los recursos financieros recibidos y aplicados; implantación de fórmulas de mejora y aseguramiento de calidad, tanto de organismos públicos como desde la iniciativa privada.

La popularidad de los rankings de universidades a nivel mundial refleja el grado de internacionalización de la educación superior. Los países anglosajones, hace más de veinte años, vienen elaborando este tipo de rankings o *league tables*, se inició en Estados Unidos en 1983 y en el Reino Unido en 1990. Estos países son los que obtienen los mejores resultados junto a instituciones de educación superior anglosajonas ya que se ven favorecidas por el hecho de que la lengua inglesa se ha convertido en el idioma de investigación y de los estudios de posgrado lo que beneficia a estas áreas de influencia (Altbach, 2006).

Los rankings y el uso que de ellos se hace han recibido numerosas críticas que se podrían resumir en tres tipos: las que hacen referencia a los indicadores que contienen, las asociadas a la metodología usada para su construcción y las que cuestionan el propio concepto de ranking.

Todos los rankings se construyen en base a una colección más o menos pequeña de indicadores con los que supuestamente puede recogerse el nivel de calidad de la universidad, pueden estar referidos a las misiones de la universidad: docencia, investigación o también a otras cuestiones como el entorno, tamaño, etc. La dimensión que genera un mayor sesgo en los rankings es la de investigación.

Las críticas a los rankings universitarios (Daraio C., 2015) pueden clasificarse en las relativas a la:

- (a) Monodimensionalidad.
- (b) Carencia de robustez estadística.
- (c) Dependencia del tamaño de la Universidad y de su oferta académica.
- (d) Falta de consideración de la estructura input–output.

Para la dimensión investigación se han desarrollado medidas bibliométricas que, a pesar de sus imprecisiones, pueden ser razonables, válidas y fiables. Sin embargo es más difícil obtener indicadores pertinentes de resultado en la dimensión docente que no se limiten a la calificación de los estudiantes. Y todavía mayor es la dificultad para obtener indicadores de las actividades de la tercera misión. Otro problema que presentan los indicadores es la selección de la fuente de información y la calidad de los datos en cuanto a la precisión y la exactitud.

La metodología de los rankings se basa en obtener un valor numérico final asignando un peso a cada uno de los indicadores incluidos, en ocasiones estos pesos se obtienen por medios estadísticos, pero en la mayoría de los casos se asignan con cierto grado de arbitrariedad. Con la puntuación numérica que se obtiene se construye una escala ordinal que coloca a cada universidad un orden que busca reflejar la calidad de la institución.

Los rankings se han instaurado en nuestra sociedad lo que ha provocado una mayor competitividad global por mejorar las posiciones en los mismos, y una proliferación de rankings con cobertura internacional, regional o nacional.

El Academic Ranking of World Universities (ARWU), compilado por la Universidad de Jiao Tong Shanghai desde 2003, clasifica a 500 universidades de todo el mundo basándose en indicadores cuantitativos de producción científica. Los indicadores y pesos que usan son:

- Alumnos de una institución que han conseguido un Premio Nobel o ha recibido galardones oficiales [10%].
- Profesores de una institución que han conseguido un Premio Nobel u otros premios oficiales [20%].
- Investigadores más citados en 21 categorías por el Thomson ISI (ciencias, medicina, física, ingeniería y ciencias sociales) [20%].
- Artículos publicados en Nature y Science [20%].
- Rendimiento académico en relación al tamaño de la Institución (número total de docentes a tiempo completo) [10%].

Este ranking está claramente sesgado hacia los resultados de investigación y favorece a las universidades grandes, además, perjudica a las humanidades y ciencias sociales ya que no evalúa muchas áreas de conocimiento.

El Webometrics Ranking of World Universities, producido en 2004 por el Cybermetrics Lab (CCHS), jerarquiza a más de 4000 universidades de todo el mundo a partir de la presencia de sus páginas web.

El profesional Ranking of World Universities, establecido en 2007 por la Ecole Nationale Supérieure des Mines de París, clasifica a las universidades de todo el mundo a partir de la presencia de sus egresados como CEOs de las empresas listadas en la revista Fortune 500.

El Times Higher Education (THE), a partir de 2004, publica sus World University Rankings de las 200 mejores universidades del mundo, clasifica en función de seis variables usando como indicadores y pesos:

- Opinión sobre la lista de las 30 universidades líderes a nivel mundial (divididas en 5 áreas) [40%]
- Opinión de los empleadores [10%]
- Ratio profesor/alumno [20%]
- Citas de investigación por profesor [20%]
- Proporción de estudiantes extranjeros [5%]
- Proporción de profesores extranjeros [5%]

CHE – Ranking, elaborado por el Center for Higher Education Development desde 1998. El ranking usa, para cada universidad, un buen número de indicadores desagregados para cada rama de estudios. Los resultados no pueden ser agregados, por lo que no es posible calcular un ranking absoluto. Debido a su carácter multidimensional, las fuentes de información de donde se obtienen sus indicadores son diversas:

- Universidades
- Departamentos
- Control de profesores
- Control de estudiantes
- Análisis bibliométricos
- Análisis de patentes
- Graduados

El Leidewn Ranking, producido por Leiden University's Centre for Science and Technology Studies (CWTS), está sustentado exclusivamente en indicadores bibliométricos. En 2007 presenta resultados de las 100 primeras universidades de Europa según el número de artículos y otras publicaciones científicas recogidas en índices bibliométricos internacionales.

Existen asimismo clasificaciones nacionales en varios países. Son reconocidos en Estados Unidos el US New and World Report, clasificación de colegios e universidades más conocidos de Estados Unidos. Se basa en datos cualitativos y opiniones diversas obtenidas a través de encuestas a las instituciones educativas como profesores y administradores universitarios.

El Top American Research Universities, publicados desde el año 2000, este reporte se basa en datos sobre publicaciones, citas, reconocimientos y financiamiento.

En el Reino Unido, los diarios de mayor circulación (**The Times**, **The Independent** y **The Guardian**) publican periódicamente guías sobre las mejores universidades y programas basadas en indicadores de ranking.

En Chile el Diario el Mercurio publica el “**Panorama general de las mejores universidades del país**”. En Brasil, la empresa editorial Abril publica la serie **Guia do Estudante**, que incluye un ranking universitario así como los resultados del Premio Melhores Universidades que dicha editorial organiza cada año (Ordorika, 2010).

Conviene señalar que estos rankings han recibido fuertes críticas, pero ello no ha impedido que sigan aumentando su popularidad. Entre las críticas destacan que se trata de una ordenación que está sesgada hacia las grandes universidades y, sobre todo, hacia la investigación. Los rankings o tablas de posicionamiento (league tables) están siendo cada vez más utilizados para comparar las instituciones de educación superior tanto a nivel nacional como internacional entre instituciones de más prestigio. De manera simple, los rankings tratan de establecer comparaciones entre universidades según criterios de calidad académica, en los criterios de docencia e investigación, la experiencia indica que los rankings están muy condicionados por otro tipo de factores entre los que destacan la reputación de la institución, la falta de indicadores de rendimiento y resultados a nivel internacional que posibiliten la medición de la calidad del servicio de la educación superior.

CAPÍTULO 3: EL SISTEMA ECUATORIANO DE EDUCACIÓN SUPERIOR

3.1 Aspectos generales

La educación superior comprende "todo tipo de estudios, de formación o de formación para la investigación en el nivel postsecundario, impartidos por una universidad u otros establecimientos de enseñanza que estén acreditados por las autoridades competentes del Estado como centros de enseñanza superior"(Unesco, 1998).

El sistema universitario ecuatoriano nace a finales del siglo XIX, siguiendo un modelo educativo europeo. La primera universidad que tuvo el país fue la Universidad Central del Ecuador con sede en Quito, capital de la República, creada el 18 de marzo de 1826, por el Congreso de Cundinamarca durante la Gran Colombia (Venezuela, Colombia y Ecuador), enfocadas fundamentalmente al Derecho y la Medicina. De esta misma característica en 1859 se creó la Universidad Nacional de Loja y las universidades de Cuenca y Guayaquil en 1867.

En agosto de 1869 la Convención Nacional creó la Escuela Politécnica Nacional (EPN) con sede en Quito. Desde su fundación la EPN tuvo el apoyo de científicos alemanes como Teodoro Wolf, Luis Sodiro, Bautista Menten y Luis Dressel. Hay que destacar que estos cinco primeros centros fueron públicos.

Con la llegada del liberalismo en el gobierno de Eloy Alfaro en 1897 se establece la educación como instrucción pública, gratuita, obligatoria hasta la primaria y laica. En la primera década del siguiente siglo, se aprueba la Ley Orgánica de Instrucción Pública, (1906), determina que la instrucción pública se dé en todos los niveles de educación: primario, secundario y superior. Después del período liberal, los gobiernos subsiguientes se preocuparon más de la organización y fortalecimiento estatal en materia legal y económica, despreocupándose del proceso educativo. La educación en el país no fue atendida hasta 1946, con la décimo sexta constitución, estableciendo que las universidades y escuelas politécnicas cumplan con la función de realizar el estudio y el planteamiento de soluciones para problemas del país, además se considera la autonomía universitaria.

En la primera mitad del Siglo XX surge la primera universidad privada (1946), la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, PUCE, con sede en Quito. Entre 1950 y 1972, fueron creados los siguientes centros estatales: La Universidad Técnica de Manabí, el 29 de

octubre de 1952, la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), el 29 de octubre de 1958, la Universidad Técnica de Machala, creada en abril de 1969, la Universidad Técnica Luís Vargas Torres de Esmeraldas, creada en 1970, la Universidad Técnica de Babahoyo (UTB), creada el 5 de octubre de 1971. Además el Estado creó dos centros superiores públicos: La Universidad Técnica de Ambato y la Escuela Politécnica del Chimborazo, ambas ubicadas en el centro de la sierra ecuatoriana. Entre 1972 – 2006 se crean 57 universidades, en este periodo el Ecuador posee mayores recursos debido a la etapa petrolera, lo que explica la creación de este gran número de universidades. Asimismo hasta el año 2009 se crearon 36 universidades privadas.

En la constitución de 1998, se establecía que la educación estaba garantizada por el Estado en igualdad de condiciones y oportunidades, que era un derecho irrenunciable de las personas, que sería ética, pluralista, democrática, humanista y científica; incluso se garantizaba la educación para personas con discapacidad, otorgando la libertad de enseñanza y cátedra, fortaleciendo prioritariamente las zonas rurales y fronterizas, garantizando la educación particular sin fines de lucro y asignando no menos del 30% de los ingresos corrientes totales del gobierno central, para la educación y la erradicación del analfabetismo.

La Constitución de la República del Ecuador aprobada en el año 2008, en el título VII que se refiere al Régimen del Buen Vivir, capítulo primero: Inclusión y Equidad, sección primera: Educación, establece que, el sistema nacional de educación tiene como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, la generación y utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura, con una visión intercultural acorde con la diversidad geográfica, cultural y lingüística del país, respetando los derechos de las comunidades, pueblos y nacionalidades.

En el año 2014 se implementaron 4 universidades públicas en la Costa, Sierra norte, Sierra sur y la Amazonía de Ecuador. Yachay, la primera Universidad de Investigación de Tecnología Experimental; la Universidad Regional Amazónica, Ikiam; la Universidad de las Artes, Uniartes, y la Universidad Nacional de Educación, UNAE. Estas universidades impulsarán la creación del conocimiento y a su vez la transferencia de tecnología a la industria local. Los primeros frutos de estas cuatro universidades, se verán en los próximos 3 o 4 años.

3.2 Estructura organizativa del sistema de educación superior ecuatoriano

El sistema nacional de educación está constituido por las instituciones, programas, políticas, recursos y actores del proceso educativo, así como acciones en los niveles de educación inicial, básica y bachillerato, y estará articulado con el sistema de educación superior.

En el artículo 350 de la Carta Suprema del Estado, establece que el sistema de educación superior tiene como finalidad la formación académica y profesional con visión científica y humanista; la investigación científica y tecnológica; la innovación, promoción, desarrollo y difusión de los saberes y las culturas; la construcción de soluciones para los problemas del país, en relación con los objetivos del régimen de desarrollo.

Este sistema se rige por los principios de autonomía responsable, cogobierno, igualdad de oportunidades, calidad, pertinencia, integralidad, autodeterminación para la producción del pensamiento y conocimiento, en el marco del diálogo de saberes, pensamiento universal y producción científica tecnológica global, está integrado por universidades y escuelas politécnicas; institutos superiores técnicos, tecnológicos y pedagógicos; y conservatorios de música y artes, debidamente acreditados y evaluados. Estas instituciones, sean públicas o particulares, no tiene fin de lucro.

La Constitución Política de la República garantiza la autonomía de las universidades y escuelas politécnicas, pero concomitantemente se sujetan a los mecanismos de control constitucional y legalmente establecidos y tienen la responsabilidad de rendir cuentas a la sociedad sobre el buen uso de su autonomía y el cumplimiento de su misión, fines y objetivos.

La calidad de la enseñanza superior es un concepto pluridimensional que debería comprender todas sus funciones y actividades: enseñanza y programas académicos, investigación y becas, personal, estudiantes, edificios, instalaciones, equipamiento y servicios a la comunidad y al mundo universitario. Una autoevaluación interna y un examen externo realizados con transparencia por expertos independientes, en lo posible especializados en lo internacional, son esenciales para la mejora de la calidad. Deberían crearse instancias nacionales independientes, y definirse normas comparativas de calidad, reconocidas en el plano internacional. (Unesco, 1998).

Para el aseguramiento de la calidad en la educación superior ecuatoriana se aprobaron normas jurídicas como la Ley de Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) y la Ley Orgánica de Educación Superior (LOES), se modificó la estructura administrativa de nivel

central de estudios superiores. Se creó la Secretaría Nacional de Educación Superior Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT), para garantizar la aplicación de los principios que rigen la educación superior; promotora de la investigación científica, innovación tecnológica y saberes ancestrales. Su trabajo se enfoca en mejorar las capacidades y potencialidades de la ciudadanía y se caracteriza por el empleo eficiente y eficaz de los recursos que gestiona, cuyos resultados son la semilla para el desarrollo del país.

Los organismos públicos que rigen el Sistema de Educación Superior de acuerdo al artículo 15 de la LOES son: El Consejo de Educación Superior (CES) y el Consejo de Evaluación Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES).

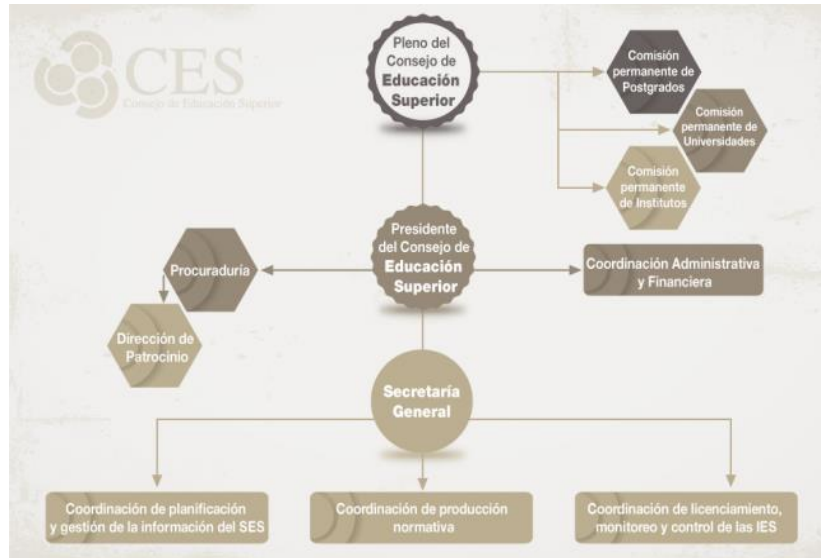
- **Consejo de Educación Superior (CES)**

El Estatuto Orgánico de Gestión Organizacional por Procesos del Consejo de Educación Superior, aprobado por el Ministerio de Relaciones Laborales, el 08 de febrero de 2012, establece que el Consejo de Educación Superior (CES) es el organismo encargado de planificar, regular y coordinar el Sistema de Educación Superior, y la relación entre sus distintos actores con la Función Ejecutiva y la sociedad ecuatoriana; para así garantizar una educación superior de calidad que contribuya al crecimiento del país.

Tiene como objetivos estratégicos los siguientes:

- a) Resolver sobre la planificación, regulación y coordinación del Sistema de Educación Superior;
- b) Administrar el Sistema de Licenciamiento de la Educación Superior, en conformidad a las normas establecidas en la ley;
- c) Monitorear, controlar y sancionar a las Instituciones de Educación Superior según lo establecido en la ley;
- d) Formular, en coordinación con los otros organismos que rigen el Sistema de Educación Superior y con el órgano que tiene por objeto ejercer la rectoría de la política pública de educación superior, las políticas de Estado y la planificación del Sistema de Educación Superior;
- e) Aprobar y formular la normativa requerida para el funcionamiento del Sistema de Educación Superior y para el ejercicio de sus competencias; y
- f) Gestionar la información remitida por el órgano que tiene por objeto ejercer la rectoría de la política pública de educación superior y otras entidades como sustento para las resoluciones.

Ilustración 6: Organigrama del Consejo de Educación Superior (CES)

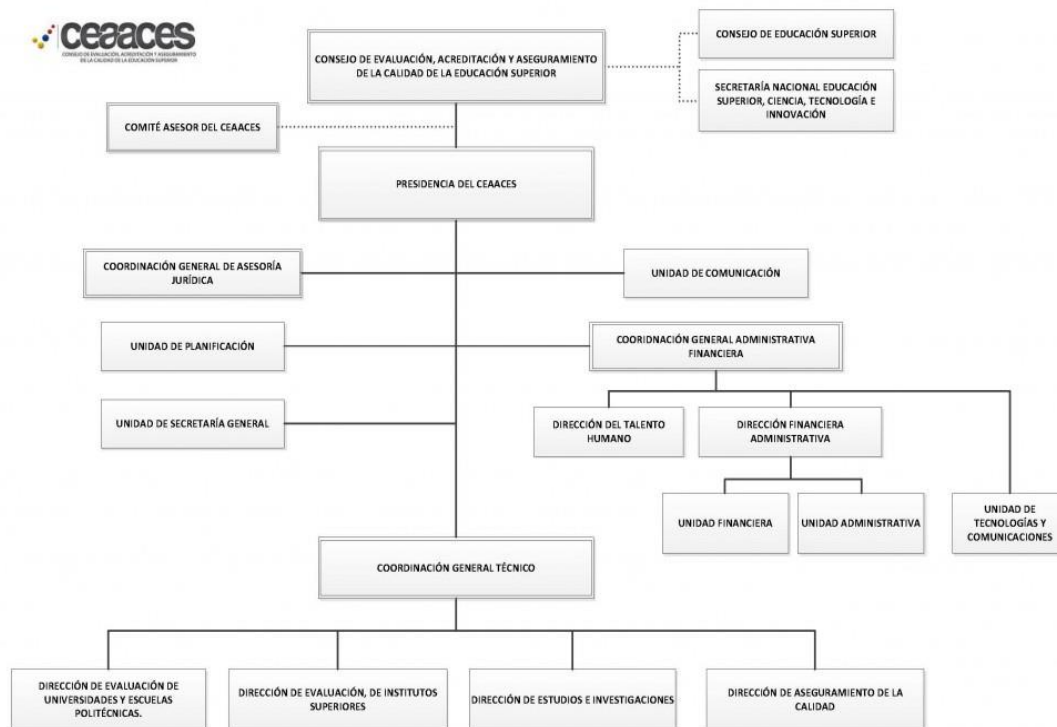


Fuente: Estatuto Orgánico de Gestión Organizacional por Procesos del CES

- Consejo de Evaluación Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES).

Es el organismo técnico público encargado de ejercer la rectoría de la política pública para el aseguramiento de la calidad de la educación superior del Ecuador a través de procesos de evaluación, acreditación y categorización en las Instituciones de Educación Superior (IES). Para ello, realiza procesos continuos de evaluación y acreditación que evidencien el cumplimiento de las misiones, fines y objetivos de las mismas.

Ilustración 7: Organigrama del Consejo de Evaluación Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES)



Fuente: CEAACES, 2013

Mediante un exhaustivo proceso de evaluación el CEAACES categorizó a las universidades y escuelas politécnicas como resultado de la aplicación de tres modelos diferentes y específicos aplicados según la oferta académica de las IES, a saber: IES con oferta académica de grado, IES con oferta académica de grado y posgrado e IES con oferta académica de posgrado.

3.3 Instituciones de educación superior que componen el sistema

Las Universidades y Escuelas Politécnicas se clasifican en públicas que son financiadas en su totalidad por el Estado, particulares que reciben rentas y asignaciones del Estado, sin perder su calidad de privadas, reciben fondos del Estado y por tales fondos deben responder ante los organismos de control y las particulares autofinanciadas; funcionan de manera independiente, sin recibir ayuda directa alguna del Estado.

3.3.1 Instituciones de educación superior por financiamiento

En el Ecuador el sistema de educación superior, se encuentra compuesto por 56 universidades y escuelas politécnicas; 32,14 % son particulares autofinanciadas, 14,28 % particulares que reciben rentas y asignaciones del Estado y el 53,57 % son públicas. Es decir, actualmente la mayoría de las universidades son públicas. Entre 2008 y 2013 el número de universidades decrece (17,65%) de 68 a 56 universidades y escuelas politécnicas entre públicas, particulares y autofinanciadas. En cuanto a las universidades públicas de tercer nivel, 4 se crearon en el siglo XIX, 21 en el siglo XX y 5 en el XXI.

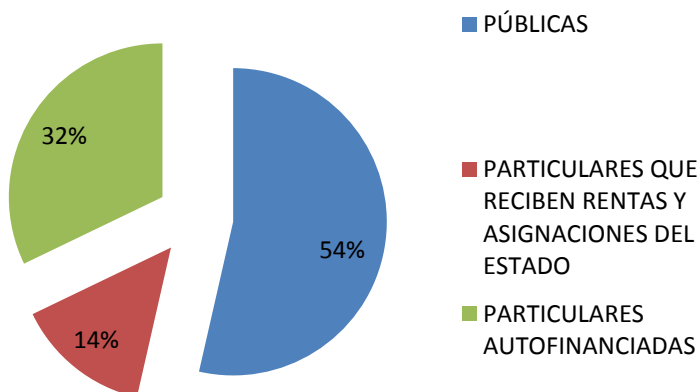
Tabla 1: Clasificación de las IES de pregrado por financiamiento

IES - PREGRADO	Total
PÚBLICAS	30
PARTICULARES QUE RECIBEN RENTAS Y ASIGNACIONES DEL ESTADO	8
PARTICULARES AUTOFINANCIADAS	18
TOTAL PREGRADO	56

Fuente: CES

Elaborado por: El autor

Gráfico 8: Clasificación de las IES por financiamiento total



Elaborado por: El autor

Actualmente en el mapa de universidades públicas y privadas del país se registran 59; de éstas 56 ofrecen estudios de pregrado; tres son universidades de posgrados dos de las cuales son públicas; la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO) y el Instituto de Altos Estudios Nacionales (IAEN), y una particular autofinanciada, la Universidad Andina Simón Bolívar (UASB).

Tabla 2: Clasificación de las IES de posgrado por financiamiento

IES - POSTGRADO	Total
PUBLICAS	2
PARTICULARES	1
TOTAL	3

Fuente: CES

Elaborado por: El autor

Existen también 138 institutos superiores pedagógicos, técnicos y tecnológicos, interculturales y de artes.

Tabla 3: Clasificación de los Institutos por financiamiento

INSTITUTOS	Total
PUBLICOS	65
PARTICULARES QUE RECIBEN RENTAS Y ASIGNACIONES DEL ESTADO	6
PARTICULARES AUTOFINANCIADAS	67
TOTAL	138

Fuente: CES

Elaborado por: El autor

3.3.2 Instituciones de instituciones de educación superior por oferta académica de pregrado.

El número de universidades acreditadas de acuerdo a la categorización del CEAACES, que tienen una oferta académica de pregrado es de 52, no se incluyen en esta clasificación las universidades de reciente creación(creadas en 2014 y no ingresaron al proceso de categorización), y la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO),cuya oferta académica solo es de postgrado, como podemos observar únicamente el 8% (4 universidades) se encuentran en la categoría A, el 42 % (22 universidades) se encuentran clasificadas en la categoría B, 18 universidades (35%) se ubican en la categoría C y un 15% (8 universidades) en la categoría D.

Esta categorización se encuentra actualizada de conformidad al Informe General sobre la Evaluación, Acreditación y Categorización de las Universidades y Escuelas Politécnicas, aprobado por el Pleno del Consejo de Evaluación, Acreditación y Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (CEAACES), mediante Resolución No.001-073-CEAACES-2013, de fecha 26 de noviembre de 2013.

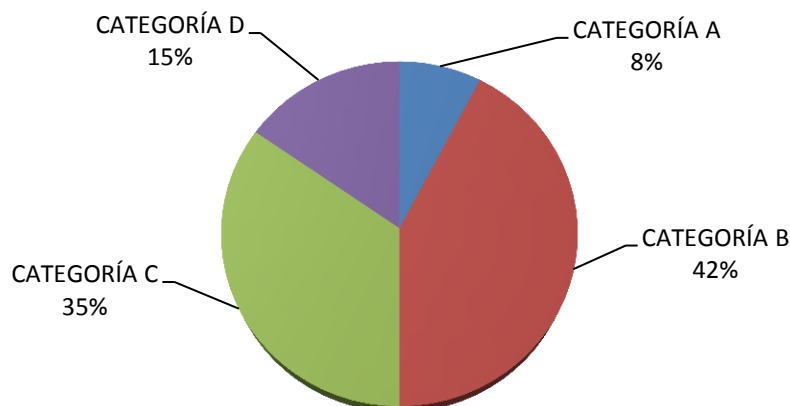
Tabla 4: Clasificación de las IES por oferta académica de pregrado

IES	Total
CATEGORÍA A	4
CATEGORÍA B	22
CATEGORÍA C	18
CATEGORÍA D	8
Total	52

Fuente: CES

Elaborado por: El autor

Gráfico 9: Clasificación de las IES por oferta académica de pregrado



Fuente: CES

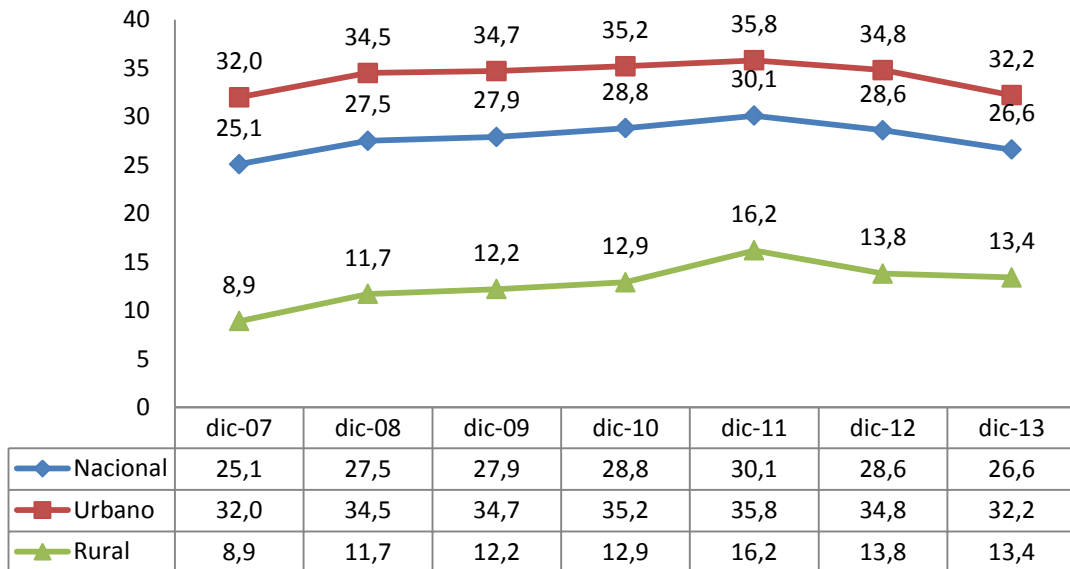
Elaborado por: El autor

3.4 Población estudiantil de las instituciones de educación superior

En el año 2010, la Ley de Educación Superior dispuso que el ingreso a las instituciones de educación superior públicas esté regulado a través del Sistema de Nivelación y Admisión, desde el 2011 estableció como requisito el Examen Nacional para la Educación Superior (ENES). Este examen se aprueba con mínimo 600 sobre 1.000, aunque para Medicina y Ciencias de la Educación se requiere un puntaje mínimo de 800 puntos sobre 1000, solo cuando el bachiller obtuvo el mínimo puntaje requerido, entra a un proceso de postulación de carreras e instituciones.

En el gráfico 10 se puede apreciar la evolución de la tasa neta de matrícula de la educación superior en el Ecuador, la misma, cayó cuatro puntos en dos años, de acuerdo al Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INEC), pasó de un 30,01% en el 2011 año que se estableció la prueba de admisión a un 26,6 % en el 2013.

Gráfico 10: Evolución de tasa neta de matrícula de la educación superior en Ecuador 2007 - 2013 (en porcentajes)



Fuente: Encuesta Nacional de Empleo, Desempleo y Subempleo – ENEMDU

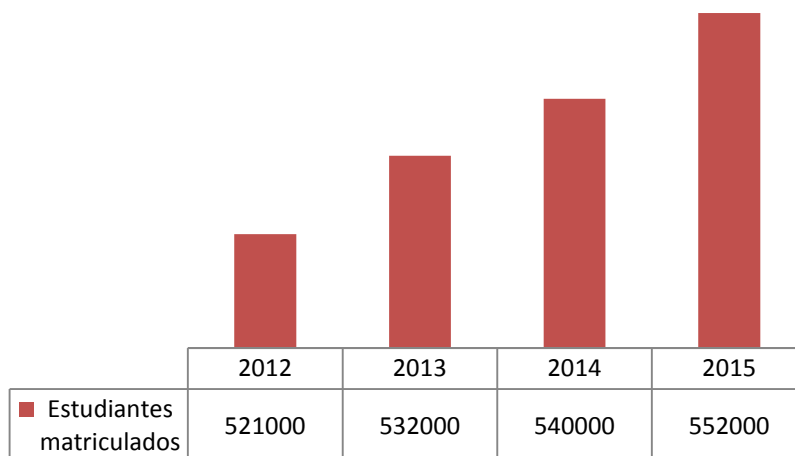
Notas: (1) Población de referencia de 18 a 24 años de edad

(2) 2012 – 2013 No incluye ciclo de nivelación de Senescyt, por lo cual los datos a partir del 2012 no son comparables con años anteriores

Elaborado: El autor

El total de estudiantes matriculados en el periodo 2012 al 2015 que cursan el tercer nivel y que se encuentran registrados actualmente en las 52 universidades públicas y privadas del país se ha incrementado en el periodo mencionado en un porcentaje del 5,95% (ver gráfico 11).

Gráfico 11: Total de estudiantes matriculados



Fuente: Revista EKOS nro. 253, mayo 2015

Elaborado: El autor

3.5 Evaluación y Acreditación de las instituciones de educación superior

La Universidad ecuatoriana en los últimos años está sufriendo un cambio profundo debido principalmente a las disposiciones de la Constitución del 2008 y a la normativa dictada por la nueva Ley Orgánica de Educación Superior (LOES). Estas reformas han conllevado cambios como la implementación del examen de ingreso general a la Universidad, el proceso de evaluación y acreditación a las universidades en 2008 realizado por el Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación (CONEA), cuando el 22 de julio de ese año, la Asamblea Nacional Constituyente emite el Mandato Constituyente Nro. 14 y ordena al CONEA elabore un informe técnico sobre el nivel de desempeño institucional de las instituciones de educación superior (IES), a fin de garantizar su calidad propiciando su depuración y mejoramiento, la ejecución de este mandato culminó con la entrega de un informe. Este proceso de evaluación permitió conocer la situación de la universidad ecuatoriana, como un conjunto fragmentado por múltiples brechas que expresaban diversas situaciones en la parte académica, democrática, investigativa, tecnológica entre otras. De acuerdo al desempeño (2008) estas fueron clasificadas en 5 categorías: A, B, C, D y E, siendo, la A la de mejor desempeño y la E la de más bajo desempeño. Además en este informe el CONEA recomendó el cierre de las 26 universidades que se ubicaron en la categoría E, la evaluación y eventual supresión de 145 extensiones y centros de apoyo, la regulación de la oferta académica, un desarrollo integral de carrera del docente e

investigador, la garantía de igualdad de oportunidades y la promoción de la investigación científica y el aseguramiento de su pertinencia social, entre otras (CONEA, 2009).

Estas recomendaciones fueron recogidas y ejecutadas por la nueva Ley de Educación Superior (LOES), emitida el 12 de octubre de 2010, estarían a cargo de una nueva institucionalidad creada por la misma norma¹³. Así, el 29 de agosto del 2011, empieza a funcionar el Consejo de Evaluación, Acreditación y Aseguramiento de la Calidad (CEAACES), entidad que reemplazaría al CONEA.

El CEAACES (2012), en cumplimiento con la Disposición Transitoria Vigésima de la Constitución (2008) y la Disposición Transitoria de la LOES, da paso a la evaluación y categorización de las universidades y escuelas politécnicas de todo el sistema de educación superior. Este proceso utiliza estándares más rigurosos, poniendo especial énfasis en aspectos como la investigación, procesos académicos y actividades de gestión.

Para ello se crea un modelo que evalúa el Entorno de Aprendizaje de las instituciones de educación superior, dejando de lado la evaluación de los Resultados de Aprendizaje por considerar que es más pertinente su inclusión en el proceso de evaluación y acreditación de las carreras que está en marcha.

El modelo de evaluación institucional aborda a las instituciones de educación superior como una unidad académica estructurada y funcional, alrededor de cinco criterios que sirven de soporte para la articulación de los procesos académicos, la investigación y las actividades de gestión: academia, eficiencia académica, investigación, organización e infraestructura de los cuales se desprenden subcriterios y los indicadores relevantes que permitirán evaluar a la institución (CEAACES, 2013). Este modelo contempla disposiciones de la LOES y de otras normativas jurídicas.

3.5.1 Modelo de Evaluación

El objetivo principal del proceso de evaluación es el aseguramiento de la calidad en educación superior, la consecución de este objetivo depende del logro de los objetivos parciales y de menor jerarquía, que dependen sucesivamente de otros objetivos, la consecuencia de esta interdependencia jerárquica es que, estos objetivos pueden ser vistos a

¹³ Los organismos que rigen el Sistema de educación Superior (SES) son: el Consejo de Educación (que reemplaza al CONESUP); el CEAACES; la SENESCYT (organismo coordinador del SES (organismo coordinador con la Función Ejecutiva); y dos organismos de consulta: La Asamblea del SES y los Comités Regionales Consultivos de Planificación de la Educación Superior (LOES, 2010).

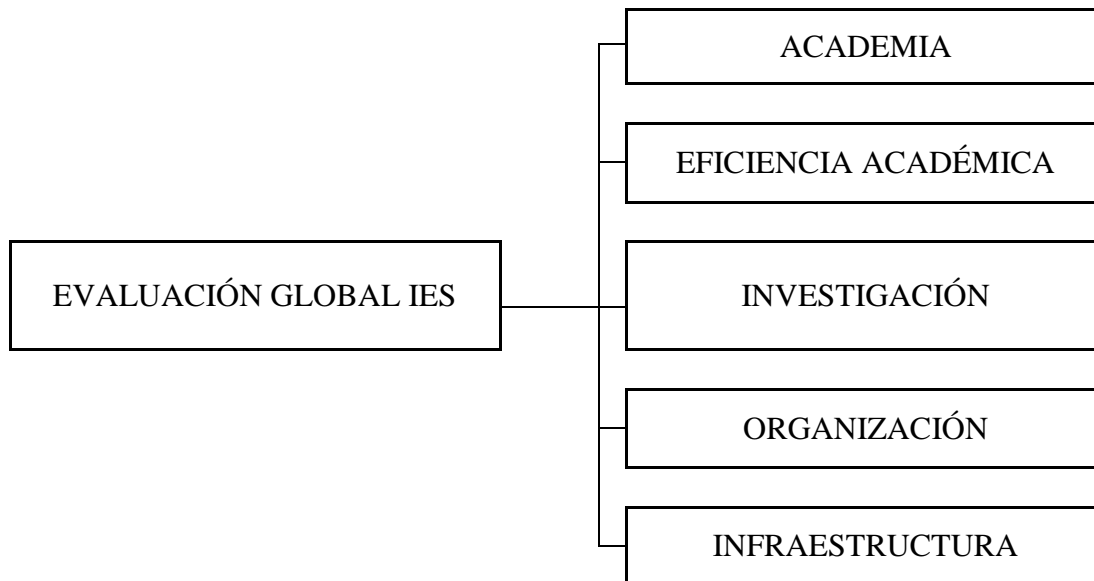
través de una estructura de tipo arborescente en que los elementos de cada nivel jerárquico se interpretan como los medios para alcanzar objetivos definidos por el nivel jerárquico superior. La estructura jerárquica debe poseer un conjunto de propiedades que garantizan la efectividad de la aplicación metodológica, las que se describen a continuación. (Saaty, 1985, Keeney, 1993 y Kirkwood, 1997) en (CONEA, Modelo de evaluación de desempeño institucional de las IES, 2009):

1. **Exhaustividad.** La estructura jerárquica de evaluación debe ser completa en el sentido de que los elementos de cada nivel de jerarquía considerados conjuntamente como un grupo, en principio debe cubrir adecuadamente todos los criterios necesarios para evaluar el grado de cumplimiento del objetivo de la evaluación.
2. **No redundancia.** Esta propiedad implica que no debe haber superposición entre los elementos de la estructura, con el fin de evitar una doble contabilidad de los atributos del objeto de evaluación. Las propiedades de exhaustividad y no redundancia significan que los elementos de una estructura de evaluación deben ser colectivamente exhaustivos y mutuamente exclusivos. Esto supone, por un lado, que los objetivos parciales considerados para la consecución de un objetivo, en conjunto al ser evaluados garantizan una evaluación exhaustiva del objeto en cuestión (exhaustividad colectiva) y por otro que todos los objetivos parciales, en todos los niveles jerárquicos, consideran aspectos que no son considerados por ningún otro objetivo de la estructura.
3. **Operatividad.** Una estructura de evaluación operativa es aquella que tiene significado para todas las partes implicadas en la evaluación. Tres preocupaciones han sido consideradas en la definición de la estructura jerárquica:
 - a) La utilidad de los elementos considerados en la estructura para alcanzar los objetivos de la evaluación;
 - b) Su significado, de tal manera que sean claras las implicaciones de los objetos evaluados respecto a los criterios de la evaluación; y
 - c) Claridad en el contenido y alcance de los criterios con el fin de facilitar el dialogo.
4. **Economía.** Es altamente deseable que el número de elementos que componen la estructura de evaluación sea mínimo con el fin de facilitar el manejo y análisis de la estructura.

El modelo de evaluación institucional aborda a las Instituciones de Educación Superior como una unidad académica estructurada y funcional, alrededor de los cinco criterios que sirven de soporte para la articulación de los procesos de docencia, la investigación y las actividades de vinculación. Estos criterios en la estructura de evaluación son:

- Academia
- Eficiencia académica
- Investigación
- Organización
- Infraestructura

Ilustración 8: Criterios de Evaluación

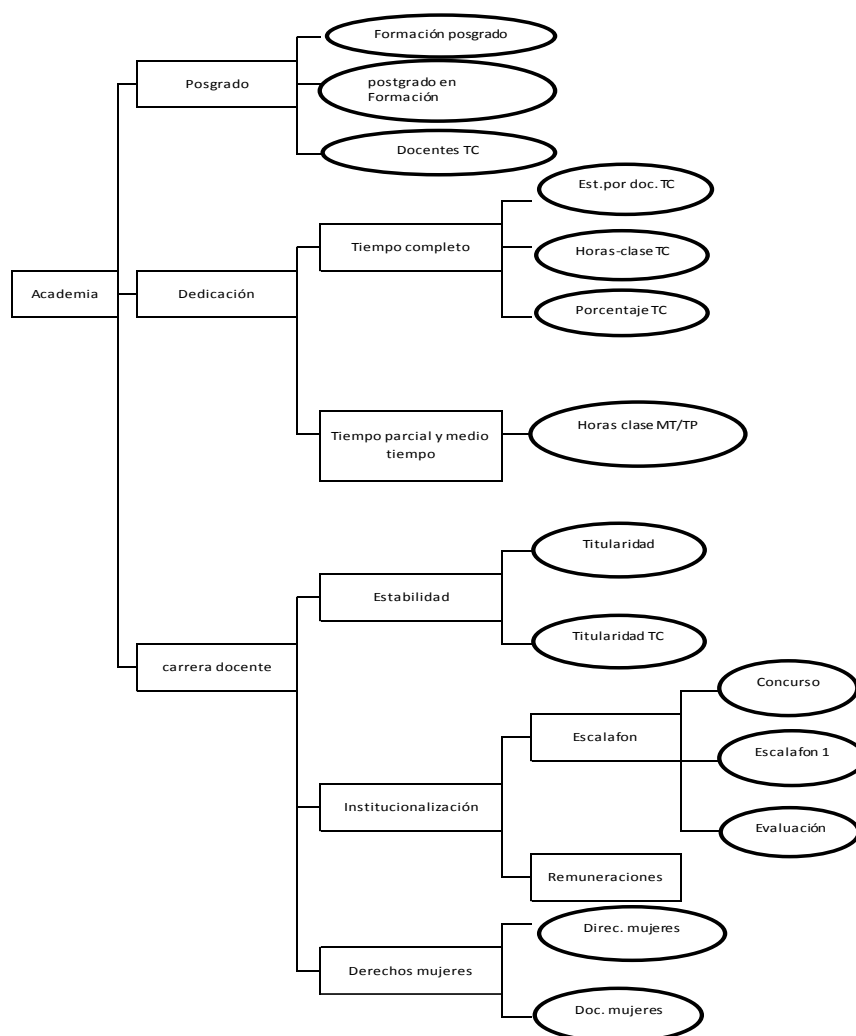


Fuente: CEAACES, 2013

Criterio Academia

El criterio Academia alude a las condiciones fundamentales para el ejercicio de una docencia universitaria de calidad, tomando en cuenta que la comunidad docente universitaria debe constituirse en una verdadera comunidad científica, profesional, artística, con autoridad, reconocimiento, legitimidad, dedicación y debida protección en su medio. El modelo de evaluación parte de la idea, según la cual la calidad de la enseñanza impartida en las Instituciones de Educación Superior está relacionada con la formación académica de los docentes, su tiempo de dedicación, su institucionalización, los derechos de los docentes y condiciones de vinculación con la universidad. Este criterio tiene tres subcriterios: Posgrado, dedicación y Carrera Docente y en total posee 14 indicadores: los que se encuentran jerarquizados como se muestra en la siguiente ilustración.

Ilustración 9: Criterio Academia



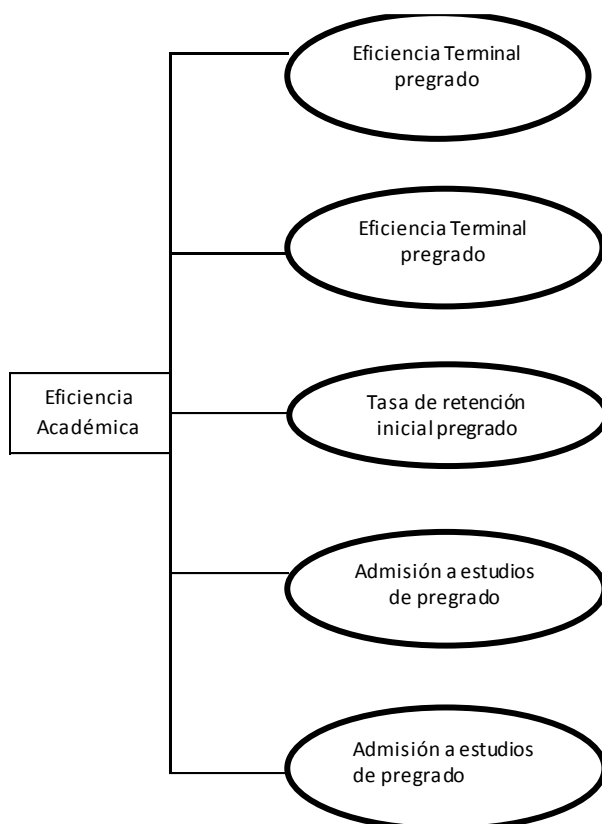
Fuente: CEAACES, 2013

Criterio Eficiencia Académica

El criterio Eficiencia Académica permite determinar las tasas de retención y eficiencia terminal que las Instituciones de Educación Superior obtienen como resultado de las estrategias establecidas para sostener y acompañar a sus estudiantes durante todo el proceso educativo. Este criterio surge de la idea de que las IES son responsables por el acompañamiento de sus estudiantes desde las instancias de nivelación hasta después de haber culminado la totalidad de sus créditos y están listos para iniciar con sus trabajos de

titulación. El criterio, como muestra la ilustración 10 tiene indicadores de Eficiencia terminal posgrado, Admisión a estudios de grado, Admisión a estudios de posgrado y Tasa de retención inicial grado.

Ilustración 10: Criterio Eficiencia Académica

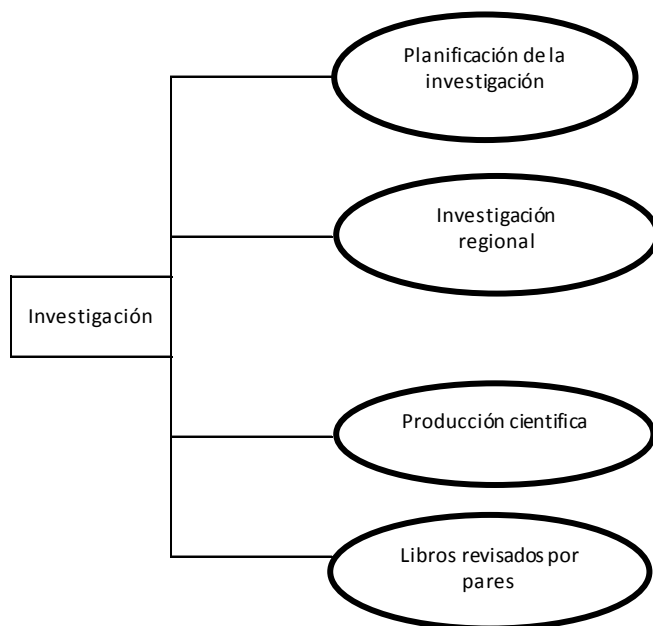


Fuente: CEAACES, 2013

Criterio Investigación

El criterio de investigación, dentro del modelo de evaluación institucional, permite establecer el nivel que las universidades y escuelas politécnicas de Sistema de Educación Superior han alcanzado en la generación de nuevo conocimiento a través de la investigación científica, lo cual constituye una de sus principales actividades. De la misma manera, este criterio permite establecer los niveles de impacto de las publicaciones que en sus investigaciones han logrado. Este criterio tiene cuatro indicadores: Planificación de la investigación, Investigación regional, Producción científica y Libros revisados por pares. La estructura de este criterio se muestra en la siguiente ilustración.

Ilustración 11: Criterio Investigación



Fuente: CEAACES, 2013

Criterio Organización

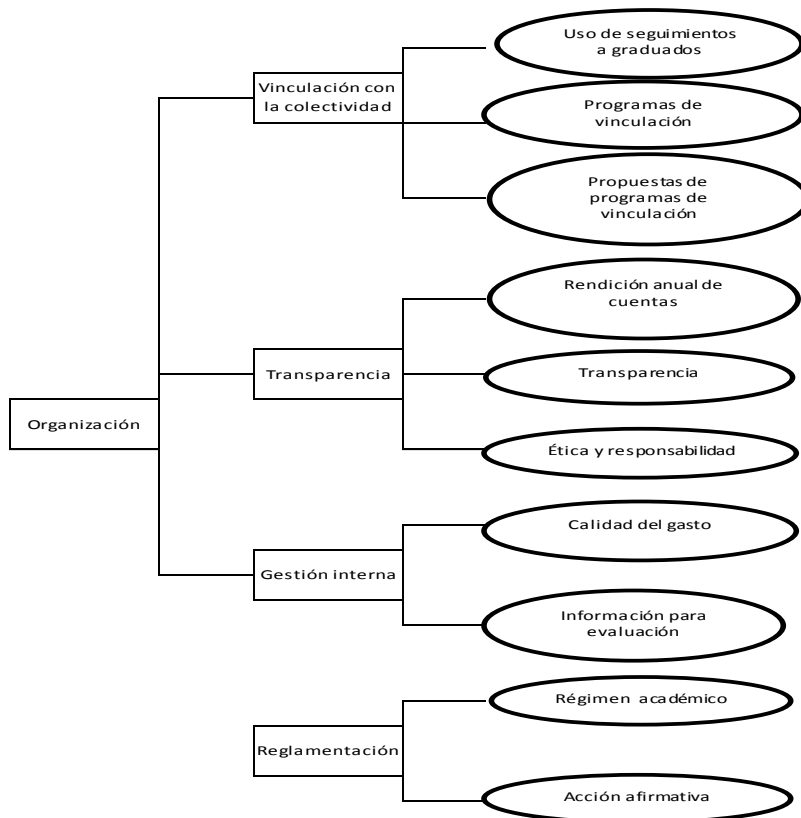
En términos de organización, el marco conceptual del presente modelo mira a la Institución de Educación Superior como un sistema que interactúa con la sociedad en general y dentro del cual se desarrollan las actividades necesarias para el cumplimiento de las funciones del sistema de Educación superior. Respecto a la interacción de las instituciones con la sociedad, los subcriterios considerados evalúan en qué medida cumplen con la función de vinculación y cuán transparente es para la sociedad el desarrollo de las actividades y el cumplimiento de los objetivos de las IES.

En el ámbito interno, se evalúa la institucionalización de políticas de acción afirmativa y su aplicación, así como la existencia de un documento normativo de Régimen Académico debidamente aprobado.

Desde las perspectivas de las disposiciones legales que definen la educación superior como un derecho de las personas y bien público social. (art. 66 de la Constitución y art. 3 de la LOES) y que establecen que las IES son instituciones sin fines de lucro (art. 75 de la Constitución y art. 161 de la LOES) este artículo exige de las IES entre otras cosas: responsabilidad social en la asignación y uso de sus recursos, impacto de los programas de vinculación, manejo transparente de la información, calidad en el gasto y aplicación de las

normativas con la colectividad, Transparencia, gestión interna y Reglamentación, que comprenden un total de 10 indicadores mostrados en la siguiente ilustración.

Ilustración 12: Criterio Organización

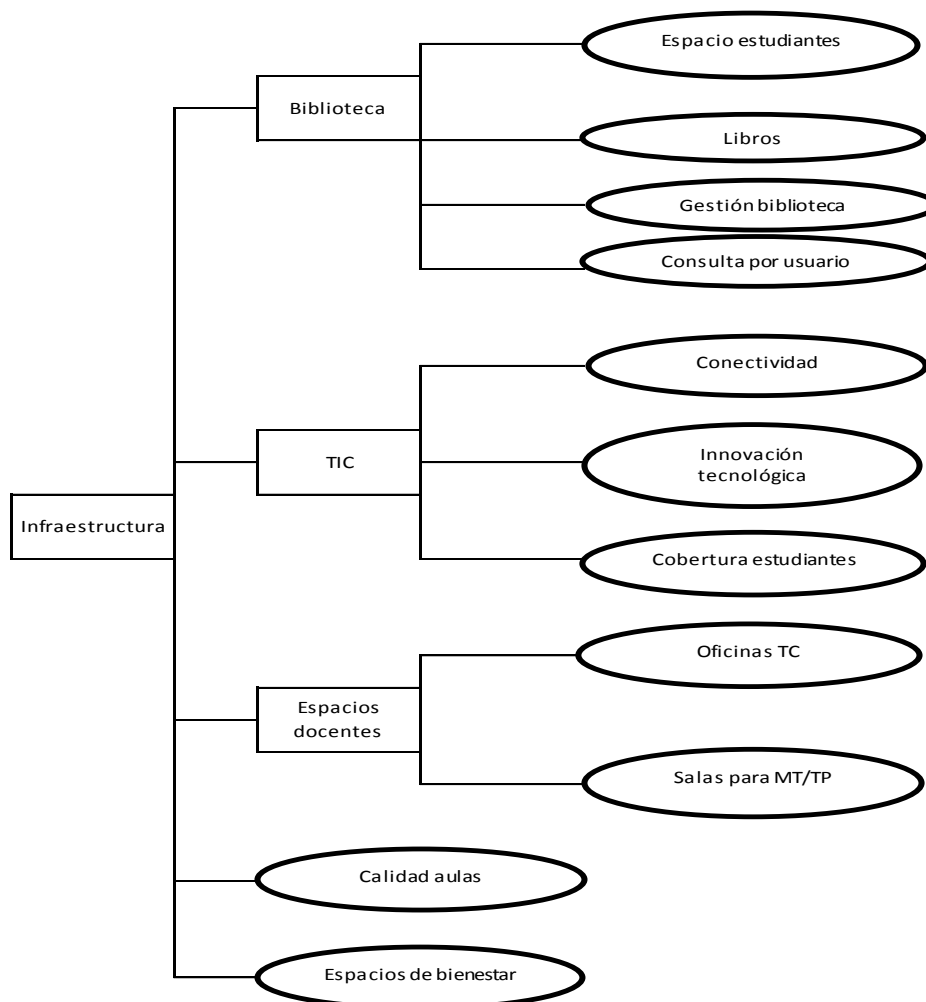


Fuente: CEAACES, 2013

Criterio Infraestructura

El criterio infraestructura permite abordar las condiciones que ofrece las Instituciones de educación Superior para la realización del trabajo académico. Este criterio está focalizado en la funcionalidad y características de las instalaciones y facilidades de los espacios pedagógicos considerados como esenciales para apoyar a los docentes y estudiantes en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los subcriterios: Bibliotecas, TIC y Espacios docentes, los indicadores: Calidad de las aulas y espacios de bienestar, permiten evaluar la adecuación de la Infraestructura a las necesidades académicas. La estructura se muestra en la ilustración siguiente.

Ilustración 13: Criterio Infraestructura



Fuente: CEAACES, 2013

3.5.2 Metodología del proceso de evaluación institucional

La metodología y procedimientos que se utilizó el CEAACES para llevar a cabo la evaluación, se puede describir en los siguientes componentes: el primero que tiene que ver con el cumplimiento de la normativa; y el otro, se enmarca en la evaluación de los criterios generales definidos en el modelo: Academia, Eficiencia Académica, Investigación, Organización e Infraestructura, denominado Evaluación Global.

Para la ejecución de la evaluación se utilizó instrumentos técnicos como: Ficha Técnica, Matriz de Evidencias, Guía de Evaluación y el Formulario de Verificación, así como

también, se incorporó el Sistema de Gestión de la Información de las Instituciones de Educación Superior (GIIES).

Uno de los pilares de la evaluación de las IES desde el mandato 14, ha sido la aplicación conjunta de las metodologías de análisis multicriterio y el análisis de conglomerados a los resultados obtenidos por las instituciones en los respectivos modelos.

Análisis Multicriterio

Uno de los pilares de la evaluación de las IES desde el mandato 14 ha sido el análisis multicriterio; evaluar el sistema de educación superior requiere tomar en cuenta de forma integral todos los aspectos que contemplan a la realidad universitaria ecuatoriana.

Este análisis se basa en la teoría de la decisión, ha sido desarrollado y fundamentado técnicamente a partir de su uso en decisiones en economía, en dinámica social y política, en optimización de recursos y del uso de energías renovables, entre otros. Una de las principales razones para utilizar el análisis multicriterio es que permite calificar opciones de manera objetiva. Para el caso de la evaluación institucional el CEAACES decidió utilizar el análisis multicriterio como la metodología analítica para la toma de decisiones. El método se justifica en las siguientes consideraciones:

1. Permite investigar e integrar criterios y objetivos de múltiples actores dado que la entrada de información cualitativa de cada actor se toma en cuenta en forma de criterios y factores de peso.
2. Trata con la complejidad de la configuración de los múltiples actores proveyendo información resultante que es fácil de compartir con los actores del proceso. Esta facilidad radica en que los resultados son comparables entre sí y consistentes con los datos de entrada, que son los indicadores, a través de las funciones de utilidad; además el formato de salida de los resultados medidos está dado en una escala de 0 a 100.
3. Es bien conocido y aplicado como método de alternativas de valoración que incluye diferentes versiones de los métodos desarrollados e investigados del problema específico y su contexto.
4. Es un método que permite la objetividad y la inclusión de diferentes percepciones e intereses de los actores sin mayor consumo de energía y costo intensivos.

Esta metodología permite tomar en cuenta los pros y los contras de todos los aspectos de la realidad universitaria ecuatoriana, que ahora considera a la educación superior como un bien público transcendental, con los propósitos y exigencias de la sociedad. La inclusión permite definir una estructura de evaluación completa, articulada alrededor del eje

fundamental: la calidad como el cumplimiento de los estándares mínimos y sintetizados bajo el entorno de aprendizaje.

Para el desarrollo del modelo de evaluación se siguió la siguiente metodología:

- Se desarrolló un modelo multicriterio donde se decide cuáles son los principales criterios que van a ser evaluados, luego se decide que indicadores se van a medir y se desarrolla el cálculo de cada indicador. Cuando los criterios abarcan conceptos más complejos, es necesario desarrollar subcriterios que, a través de sus respectivos indicadores, permitan una medición más precisa a través de esta desagregación.
- A partir de los indicadores se diseñan las guías de verificación *in situ* y se escogen las variables que se van a solicitar a las IES.
- Los datos se recolectan a través de una aplicación informática diseñada para cargar la información a través de una plataforma en línea, los datos son cargados al sistema por los funcionarios de las IES o por los pares evaluadores. El sistema (GIIES) cuenta además con módulos que permiten la verificación técnica y evaluación por parte de los pares.
- Se diseñan las funciones de utilidad, que son funciones cuyo dominio se define según los intervalos en los que varían los valores de un indicador y cuyo rango de utilidad es entre 0 y 1. Este proceso permite agrupar los diversos indicadores para poder hacerlos comparables entre ellos.
- Se define que indicadores tienen más relevancia dentro de los subcriterios.
- Se asignan pesos relativos por cada criterio, luego para los subcriterios y finalmente para los indicadores que componen la evaluación.

Tabla 5: Pesos Modelo IES con oferta de Grado

INDICADOR	PORCENTAJE ABSOLUTO (%)	INDICADOR	PORCENTAJE ABSOLUTO (%)
Formación posgrado	8,0	Programas de vinculación	1,6
Remuneración TC	7,2	Posgrado en formación	1,6
Doctores TC	6,4	Libros	1,6
Calidad del gasto	5,6	Rendición anual de cuentas	1,5
Producción científica	5,3	Ética y responsabilidad	1,5
Libros revisados por pares	4,5	Información para la evaluación	1,4
Eficiencia terminal pregrado	3,5	Horas-clase TC	1,4
Tasa de retención inicial pregrado	3,5	Espacio	1,4
Investigación regional	3,0	Titularidad	1,3
Admisión a estudios de pregrado	3,0	Horas-clase MT/TP	1,2
Estudiantes por docente TC	2,7	Conectividad	1,2
Porcentaje TC	2,7	Salas para MT/TP	0,9
Planificación de la investigación	2,3	Innovación Tecnológica	0,9
Calidad aulas	2,3	Cobertura Estudiantes	0,9
Espacios de Bienestar	2,3	Gestión de biblioteca	0,9
Oficinas TC	2,1	Concurso	0,9
Acción afirmativa	2,0	Dirección-Mujeres	0,8
Transparencia I	2,0	Docencia-Mujeres	0,8
Regimen Académico	2,0	Presupuesto programas de vinculación	0,8
Titularidad TC	1,9	Consultas por usuario	0,7
Remuneración MT/TP	1,8	Escalafón I	0,7
Uso del seguimiento a graduados	1,6	Evaluación	0,7

Fuente: CEAACES, 2013

- Una vez que se han recogido los valores de las variables se procede al cálculo de los indicadores y se alimenta el modelo con los datos.
- Uno de los pasos más importantes del modelo es la estabilización del modelo, donde se analiza si las funciones de utilidad están diseñadas correctamente o requieren modificaciones.
- Dado que todas las funciones de utilidad están estandarizadas entre 0 y 1, se puede realizar la suma ponderada entre las utilidades de cada indicador para obtener la valoración de los subcriterios; luego también para cada criterio, y así sucesivamente hasta obtener la calificación final

Método de análisis directo para la clasificación de las IES

Con base en la clasificación final, las IES son categorizadas tomando en cuenta niveles mínimos de desempeño para cada categoría. La elección de estos umbrales de desempeño pueden responder a consideraciones de carácter normativo; la elección puede también ser resultado del uso de la información proveniente de la distribución empírica de la

clasificación final de las IES a través del uso de estadísticos, especialmente de tendencia central y dispersión; o puede responder a ambas consideraciones técnicas.

Método de análisis de conglomerados para la clasificación de las IES

Este método es pertinente para el estudio del sistema de educación superior, donde se requiere clasificar a las IES con características similares según el puntaje global de desempeño. Siguiendo este procedimiento, se ha realizado un agrupamiento de las IES, donde se compara la distancia entre sus puntos globales, y se distinguen los diferentes grupos a través de un diagrama de árbol o dendograma, que constituye una de las principales herramientas utilizadas en el análisis de conglomerados, en el cuál se logra visualizar las diferencias entre los grupos. El método para la comparación de las IES, es el método del vecino más próximo con distancias euclídeas.

Finalmente, a través del dendograma se puede escoger el número de conglomerados o *clusters* que determinarán la clasificación de las IES.

Función de complejidad de la gestión

La evaluación considera la complejidad de la gestión como un parámetro importante a considerarse para la categorización de las universidades y escuelas politécnicas. Se asume el crecimiento lineal de la complejidad de la gestión de las IES en relación con el tamaño de las mismas.

Existen algunas razones que respaldan esta consideración:

- Toda organización ve disminuida su flexibilidad de acción y su capacidad de adaptación conforme aumenta su tamaño, en el caso de las IES, este efecto se manifiesta en la dificultad que presentan las IES con mayor número de estudiantes al momento de adaptarse a la nueva normativa que regula el sistema. Por ejemplo, una institución con una planta docente pequeña le es más fácil captar talento humano disponible y transformar esta mejoran en un incremento porcentual mayor que en el caso de una institución grande. De la misma manera, un incremento en el acervo bibliográfico o en la disponibilidad de infraestructura adecuada es más costosa y difícil de lograr cuando se trata de grandes IES.
- Por otro lado, la gestión académica y administrativa se dificulta a medida que las instituciones demandan una línea de mando más compleja y extensa; esto se manifiesta en la dificultad que encuentran las instituciones grandes para planificar centralizadamente la gestión académica y además mantener un sistema de información único.





- Finalmente, desde el punto de vista de la investigación científica, existen razones para que las instituciones busquen alcanzar tamaños adecuados en su planta docente. En primer lugar la investigación científica requiere que los equipos de investigación alcancen dimensiones apropiadas; es decir, la masa crítica de investigadores. Necesarios para obtener resultados importantes, además la investigación científica requiere de equipos multidisciplinarios.

La función utilizada, asume una variación porcentual de la compensación más débil conforme el número de estudiantes de la IES es menor, mientras que, en los valores cercanos a la medida del sistema, la variación porcentual de la compensación crece de manera más acelerada; al alcanzar al máximo la función reporta un crecimiento más lento.

3.5.3 Categorización de las IES con oferta académica de Grado y postgrado.

Como consecuencia de la aplicación de los métodos de categorización descritos, se obtiene el siguiente cuadro de categorización de las universidades y escuelas politécnicas del Sistema de Educación Superior del Ecuador

Tabla 6: Umbrales de desempeño Método Directo y por conglomerados

color	Categoría	Umbrales
	A	mayor o igual a 0,6
	B	mayor o igual a 0,45 y menor a 0,6
	C	mayor o igual a 0,35 y menor a 0,45
	D	menor o igual a 0,35

Fuente: CAACES,2013

Elaborado por: El autor

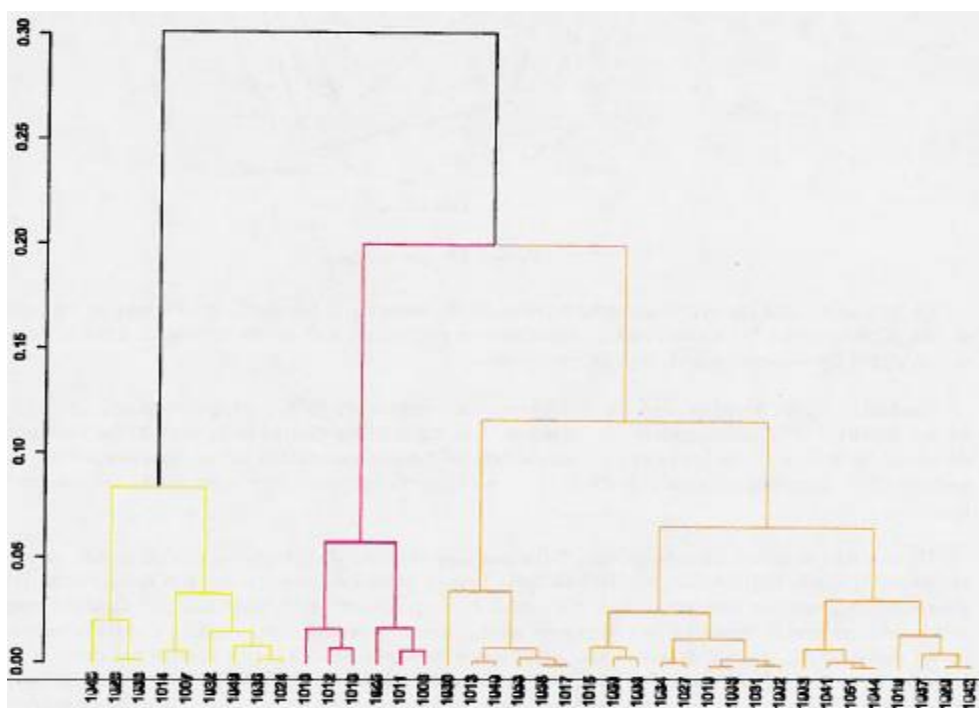
Para realizar un análisis de conglomerados se excluyeron a las tres IES que superaron el 60% en su nivel global de desempeño, luego se agruparon por grupos de desempeño de acuerdo a las categorías a los colores como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 7: Grupos de desempeño Método de Conglomerados

color	GRUPOS DE DESEMPEÑO
● (Amarillo)	PRIMER GRUPO
● (Naranja)	SEGUNDO GRUPO
● (Rojo)	TERCER GRUPO

Fuente: CAACES, 2013

Ilustración 14: Análisis por Conglomerados

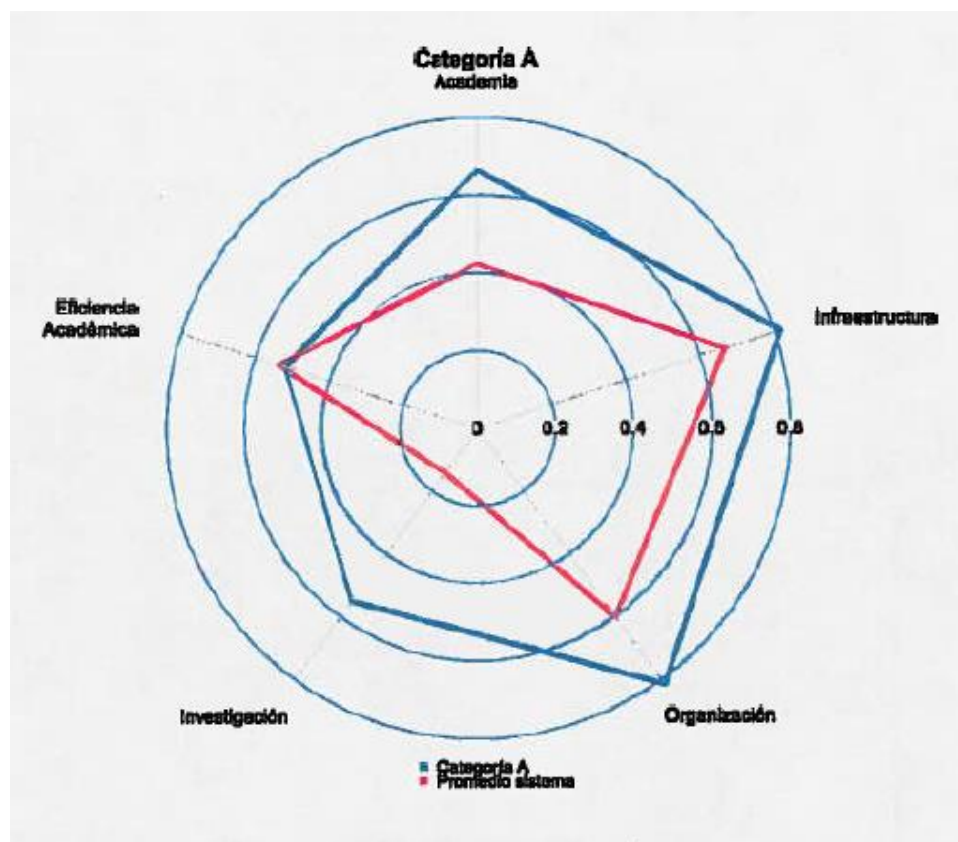


Fuente: CEAACES, 2013

Una vez agrupados, con base en la resolución Nro. 001-071- CEAACES-2013 capítulo III artículo 9, se determinan las 4 categorías para las universidades y escuelas politécnicas del Sistema de Educación Superior.

Categoría A

Ilustración 15: Resultados Categoría “A” según Criterios de Evaluación



Fuente CEAACES, 2013

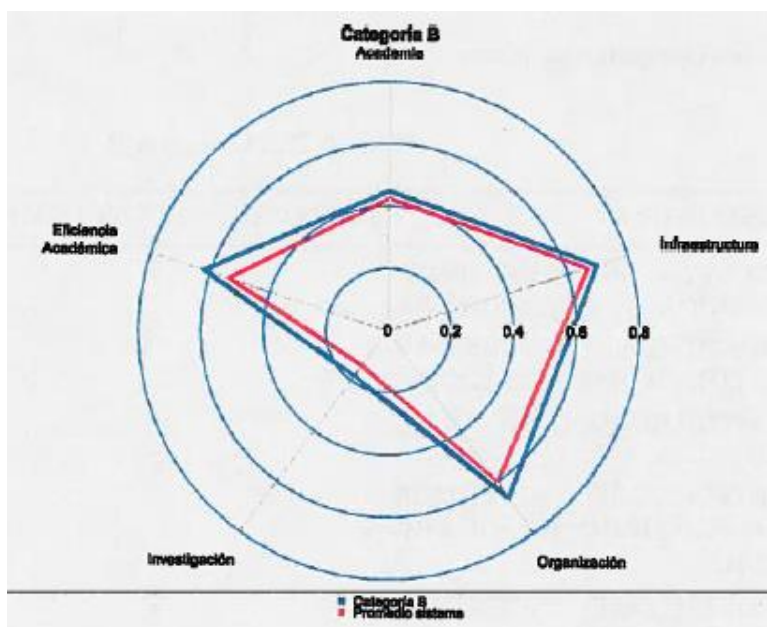
En promedio, esta categoría presenta un desempeño superior al promedio del sistema en los criterios Academia, Investigación, Infraestructura y Organización; respecto al criterio de Eficiencia Académica esta categoría se encuentra ligeramente por debajo del promedio. Las IES que conforman esta categoría son:

Tabla 8: IES Categoría “A” 2008 – 2013

IES	CONEA 2008	CEAACES 2013		Variación
		MÉTODO DIRECTO	CATEGORIZACIÓN FINAL	
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL		●	A	SE MANTIENE
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL	A	●	A	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO	A	●	A	SE MANTIENE
ESCUELA POLITÉCNICA DE EJERCITO	A	●	A	SE MANTIENE

Categoría B

Ilustración 16: Resultados Categoría “B” según Criterios de Evaluación



Fuente: CEAACES, 2013

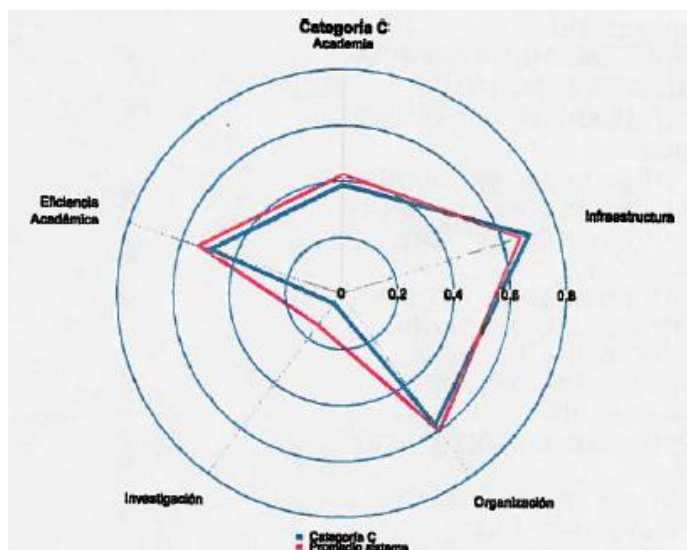
Las IES que se encuentran en esta categoría se encuentran muy cerca y por encima del promedio del sistema de educación superior. Como podemos observar en esta categoría se muestra mejor desempeño en los criterios de Organización e Infraestructura. Las instituciones categorizadas en B son:

Tabla 9: IES Categoría “B” 2008 – 2013

IES	CONEA 2008	CEAACES 2013			Variación
		MÉTODO DIRECTO	CONGLOMERADOS	CATEGORIZACIÓN FINAL	
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL CHIMBORAZO	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE QUITO	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD DE CUENCA	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD DEL AZUAY	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA	A	●	●	B	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOJA	B	●	●	B	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA	B	●	●	B	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD TÉCNICA DEL NORTE	B	●	●	B	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE GUAYAQUIL	C	●	●	B	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD ESTADAL DE MILAGRO	C	●	●	B	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA ESTADAL DE QUEVEDO	C	●	●	B	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EQUINOCCIAL	C	●	●	B	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD CASA GRANDE	D	●	●	B	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD DE LOS HEMISFERIOS	D	●	●	B	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD ESTADAL AMAZÓNICA	D	●	●	B	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD INTERNACIONAL SEK	D	●	●	B	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD IBEROAMERICANA DEL ECUADOR	E	●	●	B	SUBE 3 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA ESTADAL DEL CARCHI	E	●	●	B	SUBE 3 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL	E	●	●	B	SUBE 3 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA INDOAMÉRICA	E	●	●	B	SUBE 3 CATEGORÍAS

Categoría C

Ilustración 17: Resultados Categoría “C” según Criterios de Evaluación



Fuente: CEAACES, 2013

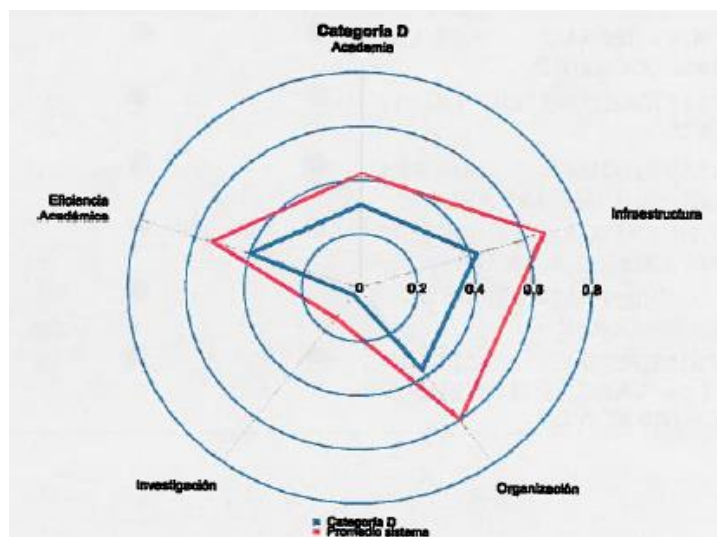
Estas instituciones se encuentran cerca del promedio del sistema de educación superior pero no debajo de él excepto el criterio de Infraestructura donde la categoría muestra un desempeño ligeramente superior al promedio del conjunto de universidades y escuelas politécnicas. Las IES categorizadas “C” son:

Tabla 10: IES Categoría “C” 2008 – 2013

IES	CONEA 2008	CEAACES 2013			Variación
		MÉTODO DIRECTO	CONGLOMERADOS	CATEGORIZACIÓN FINAL	
UNIVERSIDAD DE ESPECIALIDADES ESPÍRITU SANTO	B	●	●	C	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD DE LAS AMÉRICAS	B	●	●	C	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD ESTATAL DE BOLÍVAR	B	●	●	C	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO	B	●	●	C	BAJA 1 CATEGORÍA
ESCUELA POLITÉCNICA AGROPECUARIA	C	●	●	C	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD INTERNACIONAL DE ECUADOR	C	●	●	C	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI	C	●	●	C	SE MANTIENE
UNIVERSIDAD LAICA VICENTE ROCAFUERTE	D	●	●	C	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD REGIONAL DE LOS ANDES	D	●	●	C	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE BABAHYO	D	●	●	C	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ	D	●	●	C	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA ECOTEC	D	●	●	C	SUBE 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD DE ESPECIALIDADES TURÍSTICAS	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD DEL PACÍFICO – E. DE NEGOCIOS	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD ESTATAL DE SANTA ELENA	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD METROPOLITANA	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD SAN GREGORIO DE PORTOVIEJO	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA ISRAEL	E	●	●	C	SUBE 2 CATEGORÍAS

Categoría D

Ilustración 18: Resultados Categoría “D” según Criterios de Evaluación



Fuente: CEAACES, 2013

Esta categoría presenta valores de desempeño por debajo y muy alejados del promedio del sistema en todos los criterios de evaluación. Las IES categorizadas “D” son:

Tabla 11: IES Categoría “D” 2008 – 2013

IES	CONEA 2008	CEAACES 2013			Variación
		MÉTODO DIRECTO	CONGLOMERADOS	CATEGORIZACIÓN FINAL	
UNIVERSIDAD. AGRARIA DELECUADOR	B	●	●	D	BAJA 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL	B	●	●	D	BAJA 2 CATEGORÍAS
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA	C	●	●	D	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD ESTATAL DEL SUR DE MANABÍ	C	●	●	D	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD LAICA ELOY ALFARO DE MANABÍ	C	●	●	D	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA	C	●	●	D	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD TÉCNICA L. VARGAS TORRES	C	●	●	D	BAJA 1 CATEGORÍA
UNIVERSIDAD DE OTAVALO	E	●	●	D	SUBE 1 CATEGORÍA

Las instituciones que se encuentran categorizadas como A, B y C están acreditadas dentro del Sistema de Educación Superior, las instituciones pertenecientes a la categoría D deberán cumplir con un plan de fortalecimiento institucional que les permita ubicarse por lo menos en la categoría C.

3.5.4 Recursos asignados a las instituciones del sistema de educación superior

“La educación debe convertirse en el principal motor de transformación social, económica y productiva por lo que tomar las decisiones y asignar recursos fue la consigna dentro del Gobierno” (Revista EKOS, mayo 2015).

El presupuesto para las universidades 2013 fue de 1.656 millones de dólares, distribuidos en función de los criterios de: calidad (60%), eficiencia académica y pertinencia (32,3%), excelencia (6%) y eficiencia administrativa (1,7%). El total la inversión del Estado desde el 2007 supera los 7 348 millones de dólares. En relación al Producto interno Bruto (PIB) para el 2013 la tasa de inversión alcanza el 1,85 por ciento y en el 2006 era del 0,72%. (SENESCYT, 2013).

En abril de 2013, el CES aprobó la nueva fórmula de distribución de recursos públicos a favor de las universidades y escuelas politécnicas del país, la cual busca que el sistema de reparto dependa e incentive el cumplimiento de las políticas públicas trazadas y el mejoramiento de la calidad. A continuación se presenta la fórmula de distribución de recursos destinados anualmente por parte del estado a favor de las instituciones de educación superior.

$$A_{itF} = \left(\alpha \frac{(C_{it} + (C_{it-1} - C_{it-2}))NE_{it-1}}{\sum_{i=1}^n (C_{it} + (C_{it-1} - C_{it-2}))NE_{it-1}} + \beta E_{it-1} + \gamma_1 EFAD_{it-1} + \gamma_2 EFA_{it-1} \right) AT_{tj}$$

Donde:

A_{itF} : Asignación total que recibe la institución de educación superior i , en el periodo t a partir de la aplicación de la fórmula.

i : Institución de educación superior.

t : año para el cual se distribuyen los recursos.

j : tipo de institución (pública de pregrado, postgrado, particulares, institutos).

α : Parámetro de distribución del criterio de “calidad”.

β : Parámetro de distribución del criterio de “excelencia”.

γ_1 : Parámetro de distribución del criterio de “Eficiencia Administrativa”.

γ_2 : Parámetro de distribución del criterio de “Eficiencia Académica”.

C : Calidad.

NE : Número de estudiantes.

E : Excelencia.

$EFAD$: Eficiencia administrativa.

EFA : Eficiencia académica, ajustado por pertinencia.

AT : Recursos a distribuirse según tipo de institución.

CAPÍTULO 4: MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA ESTÁTICA Y DINÁMICA MEDIANTE DEA. CASO UNIVERSIDADES PÚBLICAS ECUATORIANAS

4.1 Aplicación de la técnica DEA en las universidades.

A partir de los años ochenta, diversos autores efectúan aplicaciones de la metodología DEA a las instituciones de educación superior. La aplicación de la técnica envolvente de datos ha sido continua, aunque no constante. A medida que se tienen avances, se han adoptado nuevas herramientas y el problema se ha abordado de distintas formas. La aplicación de la técnica DEA en el ámbito internacional, ha predominado en el análisis a nivel institucional y un poco menos por departamentos universitarios.

En relación a la aplicación de la técnica DEA en los departamentos universitarios se diferencian entre aquellos que comparan áreas de conocimiento entre diversas universidades, y los que comparan departamentos dentro de la misma universidad. Entre los principales estudios anotamos: Beasley (1990), compara los niveles de eficiencia productiva alcanzados por los 52 y 50 departamentos de Química y Física, respectivamente. Tomkins y Green (1989) evalúan la eficiencia global de 20 departamentos de contabilidad de Gran Bretaña; Johnes G. y Johnes J. (1995), exploran varios modelos para medir la eficiencia técnica en 36 departamentos de Economía del Reino Unido; Madden, Savage y Kemp (1997), evalúan la eficiencia en los departamentos de Economía en 24 universidades australianas; García y Chamorro (2002) realizan el análisis a los 22 departamentos que integran el área de Ciencias Sociales y Jurídicas de la Universidad de Valladolid; Martínez (2003) analiza la eficiencia de una muestra de departamentos de Economía de las universidades públicas españolas. Bertelli (2012) mide la eficiencia de 9 universidades públicas de Andalucía en su labor docente utilizando como unidad de análisis los departamentos.

La aplicación de la técnica DEA donde comparan departamentos pertenecientes a una misma universidad, destaca el artículo de Hadad, (2003), Sinuany-Stern, (1994) que evalúan la eficiencia relativa de 21 departamentos académicos en la Universidad Ben-Gurion en Israel, entre otros.

A continuación se realiza una descripción de los principales estudios que han utilizado la técnica DEA para investigar la eficiencia y la productividad de las universidades, utilizando como metodología base el Análisis Envolvente de Datos:

- Rhodes y Southwick, (1986), usaron la técnica DEA para comparar la eficiencia de 96 universidades públicas y 54 privadas en los Estados Unidos, por medio de cinco

variables de entrada y seis variables de salida, encontrando que la eficiencia de media para las instituciones privadas era mejor que la de las instituciones públicas.

- Ahn, Charnes y Cooper, (1988) examinaron la eficiencia de las universidades estadounidenses, obteniendo como resultado que las universidades públicas eran más eficientes que las privadas. Es necesario mencionar que optaron por agrupar las universidades entre aquellas que tenían o no facultades de medicina, justificándolo por su elevado costo. En 1989, realizan otro estudio en Texas donde comparan las universidades entre sí.
- En 1993, Ahn y Seiford se plantean la interrogante, sobre cómo medir la eficiencia de las universidades, comprueban la robustez de los resultados al emplear diferentes especificaciones de los modelos y variando las variables utilizadas. Los resultados de este trabajo señalaron que las instituciones públicas eran más eficientes que algunas privadas.
- Breu y Raab (1994) miden la eficiencia relativa de las 25 universidades mejor situadas en los rankings de los Estados Unidos (según el ranking US News and World Report). Incluye universidades públicas y privadas e indican que las universidades con alto prestigio y reputación no necesariamente producen una alta satisfacción entre los estudiantes.
- En 1997, Athanassopoulos y Shale examinan la eficiencia comparativa entre costos y resultados, se analizaron 45 de las 52 universidades en el Reino Unido utilizando información de los años 1992 y 1993. Estos autores tomaron como criterio de segmentar en tres grupos: i) orientación científica; ii) orientación equilibrada y iii) orientación no científica.
- Coelli T. (1998) intentó medir el rendimiento de la Universidad de New England relativo a otras 35 universidades australianas. Probó tres modelos de desempeño: i) universidad como un todo, ii) secciones académicas y iii) secciones administrativas.
- También entre 1997 y 1998 se realizaron algunos estudios para evaluar a las instituciones de educación superior como: Marinho, Resende y Façana que estudian a las universidades federales brasileñas; Sarrico evaluó 90 instituciones de educación superior del Reino Unido; Hanke y Leopoldsecker realizan un estudio de eficiencia para el caso de las universidades austriacas; el trabajo de McMillan y Datta está referido a las universidades canadienses.

- En el año 2000, Ng y Li analizan el rendimiento de las instituciones de educación superior a mediados de los 80s debido a la reforma educativa en China, efectuando un estudio sobre la eficiencia de la investigación de 84 instituciones de educación superior para los años 1993/94 y 1995. Exploran los diferenciales de la eficiencia en la educación superior debido a las diferencias regionales (oriental, central y occidental) en el desarrollo económico.
- En 2001, Avrikan investiga la eficiencia técnica y de escala de 36 universidades públicas australianas. Elabora tres modelos con los mismos inputs: i) desempeño global, ii) modelo de desempeño sobre entrega en los servicios educacionales; y , iii) modelo de desempeño sobre los matriculados que pagan matrícula.
- Abbott y Doucouliagos, (2003) efectúan un estudio para medir la eficiencia técnica de las 36 universidades públicas australianas para el año 1995, utilizaron la técnica DEA para el conjunto de universidades con orientación a los inputs con rendimientos variables a escala. Así en una segunda etapa fueron analizadas por separado teniendo en cuenta la agrupación por rankings bajos y altos, por tipo de universidades según fuesen regionales o urbanas, por clusters estadísticos y otra agrupación que se basa en la distinción CAE (Colleges of Advanced Education-University).
- En el mismo año Visbal, realiza un estudio de la eficiencia relativa en el uso de los recursos de las universidades públicas colombianas durante el año académico 2000, aplicó la técnica DEA, mediante el uso de cuatro variables de entrada y tres de salida, trabajo basado en los resultados y en la gestión más que en comportamiento histórico.
- Taylor y Harris (2004) analizan la eficiencia relativa entre las universidades sudafricanas.
- Gómez Sancho, (2005) analiza la eficiencia productiva de 47 universidades públicas de España, utilizando DEA multiactividad que permite diferenciar la eficiencia alcanzada en las funciones de docencia e investigación, para este trabajo utilizó cuatro variables de entrada y 3 de salida. Realizó un análisis cluster empleando medidas de correlación, segmentando por área o rama de conocimiento y agrupando a las universidades por su oferta de titulaciones.
- Johnes, (2005) evalúan la eficiencia relativa para 121 IES británicas y para cuatro subgrupos (Pre-1992 universidades sin escuelas de medicina, Pre-1992 universidades con escuelas de medicina, Post-92 universidades, y Colegios SCOP) entre 2000/01 y 2002/03, mediante la técnica DEA con una orientación input y output e índice de Malmquist.

- Joumady y Ris, (2005) reportan resultados para varios países europeos (Austria, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, los Países Bajos, España y Reino Unido), sobre la base de datos de encuestas. Cabe mencionar también la aplicación de la técnica DEA para evaluar la eficiencia entre sistemas de universidades comparando dos países.
- Agasisti y Dal Bianco en 2006, estudian la eficiencia técnica de 58 universidades públicas del sistema universitario italiano.
- Parrella y Duch (2006), analizan la eficiencia productiva de 47 universidades públicas presenciales mediante el modelo DEA convencional. Sobre los resultados del modelo universitario analizan la gestión de las CC. AA. para determinar si el proceso de descentralización que se ha desarrollado en este ámbito ha tenido algún efecto sobre los resultados del modelo universitario.
- Hernangómez (2007), realiza un análisis comparativo de la eficiencia de las cuatro universidades públicas de Castilla y León, entre sí y comparando con el resto de universidades públicas españolas, analizan 48 universidades públicas, en todo el contexto del Espacio Europeo de Educación Superior, utiliza el modelo DEA con restricciones en las ponderaciones, destacando que el análisis de eficiencia se realizó por grupos estratégicos: i) recursos y capacidades, ii) la diferenciación en su vertiente de calidad, iii) el desarrollo de productos, iv) el desarrollo de mercados; y, v) todas las variables estratégicas en conjunto.
- Afonso y Santos, en 2008, estiman la eficiencia productiva de 52 universidades públicas portuguesas con datos relativos al año de 2003. Emplea una mezcla de sujetos de estudio. Para la selección de las DMU se basaron en el hecho de que la mayoría de las universidades públicas portuguesas agregan varias facultades o institutos, en función de su estructura organizacional.
- Worthington y Lee (2008) estudian la eficiencia, tecnología y el cambio en la productividad de 35 universidades australianas utilizando técnicas de frontera no paramétrica sobre el periodo 1998 – 2003. Este estudio excluye 3 universidades para cumplir el requerimiento de un panel balanceado de datos.
- En 2009, Agasisti y Johnes evalúan la eficiencia técnica relativa de instituciones de educación superior italianas con instituciones de educación superior inglesas durante los periodos 2000/01 y 2004/05 y además analizan las tendencias de eficiencia de los dos países en el periodo de los cuatro años. En el caso de Reino Unido fueron excluidas 6 instituciones y en el caso de Italia se excluyó a una universidad debido a la ausencia de datos para un año.

- Agasisti y Pérez Esparrells (2010) presenta un análisis de eficiencia para 46 universidades públicas presenciales españolas (sistema descentralizado) y para 60 universidades públicas italianas (sistema centralizado), con una perspectiva de comparación entre países, con la finalidad de identificar las similitudes y diferencias en términos de eficiencia técnica, para este análisis emplea el método DEA convencional para cada país y en conjunto, destacando los efectos regionales (para Italia, las regiones norte, centro y sur, y para España las comunidades de vía rápida (comunidades autónomas , art. 151 de la Constitución Española de 1978) y vía lenta (comunidades autónomas , art. 143 de la Constitución Española de 1978), además utiliza el índice de Malmquist.
- En 2011, Thanassoullis y otros evalúan la eficiencia relativa mediante la técnica DEA con orientación input a las Instituciones de Educación Superior en Inglaterra en el periodo 2000/01 y 2002/03, para evaluar su estructura de costos, eficiencia y productividad se utilizó la técnica DEA con orientación input y output; así también, se estimó el Índice de Productividad de Malmquist y sus componentes separados para diferentes grupos de universidades. Utilizan información de todas las instituciones de Inglaterra, incluyendo las universidades más antiguas como Oxford y Cambridge, las universidades tradicionales antes de 1992, las nuevas universidades (antiguas escuelas politécnicas que obtuvieron estatuto en 1992) y escuelas superiores que no tienen estatus de universidad (miembros de la Asociación de Instituciones de Educación Superior GuildHe)
- En 2013 Pérez – Cárceles, M. evalúan la productividad investigadora de 48 universidades públicas españolas aplicando la técnica DEA, esta metodología produce un ranking que no depende de las especificaciones del modelo aplicado, sino más bien establecen criterios objetivos de ponderación en la definición de indicadores globales y obtienen ordenaciones según determinadas orientaciones productivas. Utiliza como fuentes de información la plataforma Web of Science, la Red OTRI, INVENES y el Ministerio de Educación/INE entre otras. Agrupan a las universidades en cuatro clusters, según su orientación productiva: ciencias de la salud, universidades grandes y consolidadas, universidades de reciente creación y universidades politécnicas. Resolvieron 15 modelos DEA- CCR con orientación output a partir de un input (profesores A) y cuatro outputs (1. Publicaciones, 2. Tesis, 3. Proyectos y 4. Patentes).
- Selva, Medina y Marzal, en 2014 evalúan la calidad y eficiencia de 44 universidades públicas españolas, excluyendo 3 universidades por no disponer de datos (Complutense de Madrid, Politécnica de Madrid y Rey Juan Carlos de Madrid) con el objetivo de conocer la importancia de los principales rankings de calidad publicados sobre estas universidades, lo que permitirá determinar si las universidades eficientes son las mejores valoradas por el mercado o por el contrario existe una percepción

distorsionada. La información utilizada fue proporcionada por la Conferencia de rectores de las Universidades Españolas (CRUE) para el año 2008. Además este análisis compara los resultados de eficiencia de las universidades españolas con rankings de universidades a nivel internacional; entre ellos, Ranking del Instituto de Análisis Industrial y Financiero (IAIF), Ranking de Shanghai Expanded y el Ranking de Diario El Mundo.

La evaluación de la eficiencia en el sector público presenta dificultades al momento de medir los resultados de un proceso productivo es decir los outputs, lo que ha motivado a muchas investigaciones en la que se pretende realizar la evaluación de la eficiencia con la que actúan las unidades, debido a ciertas características de este sector resulta ser un proceso muy complejo.

Dixit (2002), define al sector público como una organización con múltiples tareas que ejecutar, así como, los distintos agentes sociales que atiende (políticos, usuarios, público en general, etc.), lo que dificulta la medición de los resultados de las actuaciones públicas y las ponderaciones de esas actuaciones.

Las aplicaciones DEA centradas en las universidades como unidades de referencia, han sido más abundantes en el contexto español, no así en las Instituciones de Educación Superior ecuatorianas ya que no se ha realizado análisis de eficiencia de las universidades públicas aplicando la metodología DEA.

Dichos trabajos de estimación de eficiencia técnica están configurando un primer avance necesario, tanto en términos positivos porque manifiestan un “benchmarking” de eficiencia de las instituciones estudiadas, principalmente universidades públicas, como en términos normativos, al proporcionar información en la definición de políticas públicas en el ámbito de la educación superior (Pérez Esparrells y Gómez Sancho, 2010).

Estos estudios emplean modelos que van desde los tradicionales (CCR, BBC y eficiencia de escala) hasta algunos más complejos (índices de Malmquist, el modelo DEA con restricción en las ponderaciones, o el modelo multiactividad, entre otros).

4.2 Selección de variables

Una vez revisada la literatura sobre la evaluación de la eficiencia técnica en educación superior a nivel internacional, en este apartado se explica el diseño de la aplicación del DEA para evaluar la eficiencia de las universidades públicas ecuatorianas. De entre los

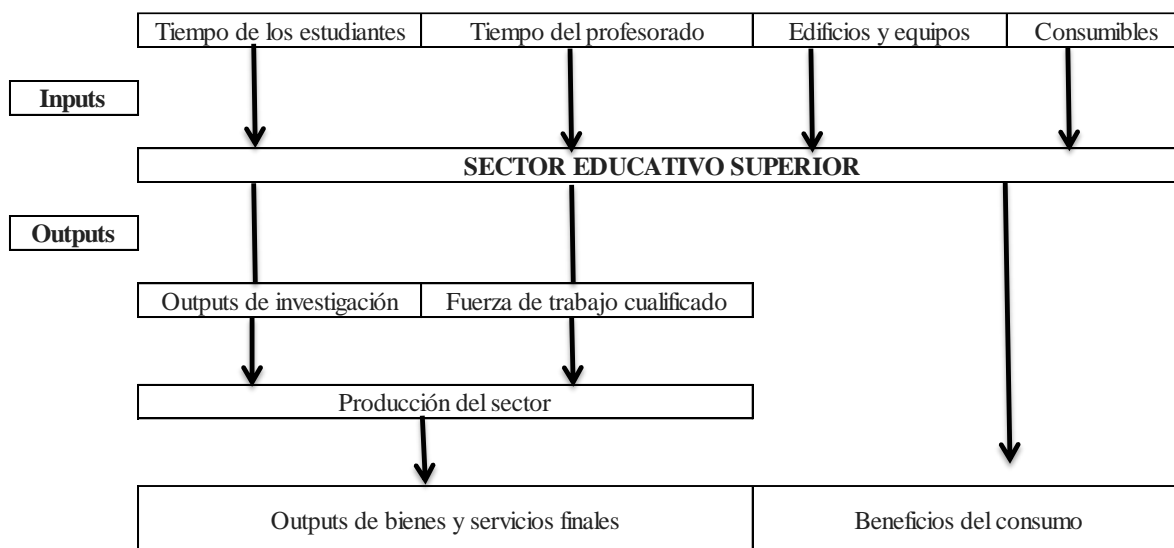
enfoques existentes para medir la eficiencia de unidades productivas hemos elegido el enfoque no paramétrico, el análisis envolvente de datos (DEA), por las mayores ventajas que presenta para el estudio de las instituciones de educación superior (IES). De acuerdo a Johnes y Johnes (1995), es la carencia de disponibilidad de las variables “precio” de este tipo que hace la técnica DEA un método interesante para su uso en este contexto. La evaluación de la eficiencia a través de la técnica DEA puede realizarse mediante la aplicación de diferentes modelos.

Ahora corresponde investigar sobre las variables que actúan como los inputs y outputs en el proceso de producción en educación superior y seleccionar aquellas variables dentro de las disponibles que mejor nos permitan interpretar el proceso productivo de las universidades públicas ecuatorianas. Dentro de este contexto, es preciso abordar la función de producción como punto fundamental en la evaluación de eficiencia porque representa la tecnología utilizada en la transformación de los inputs (recursos) en los productos obtenidos (outputs). Además de la relación directa con el logro de la eficiencia, dado que una unidad evaluada que resulte eficiente se situará sobre dicha frontera, mientras que aquellas unidades que estén ubicadas por debajo de la frontera serán ineficientes.

Al evaluar la eficiencia de una organización, es preciso construir, bien explícita o implícitamente, una función de producción que refleje el proceso productivo a través del cual las unidades de estudio efectúan la transformación de unos inputs en unos outputs. Las instituciones de educación superior (IES) públicas, producen bienes y servicios que no son comparables, donde dichos productos son obtenidos según sea la orientación elegida por dicha institución en relación a sus actividades y recursos, bien hacia la docencia, hacia la investigación o hacia ambas.

En el caso ecuatoriano, referente a las universidades públicas se requiere de un proceso que combina determinados inputs o factores productivos (trabajo y capital) para transformarlos en outputs o productos (docencia, investigación y extensión cultural). En la siguiente ilustración se pueden visualizar estas relaciones.

Ilustración 19: Proceso productivo de la Educación Superior

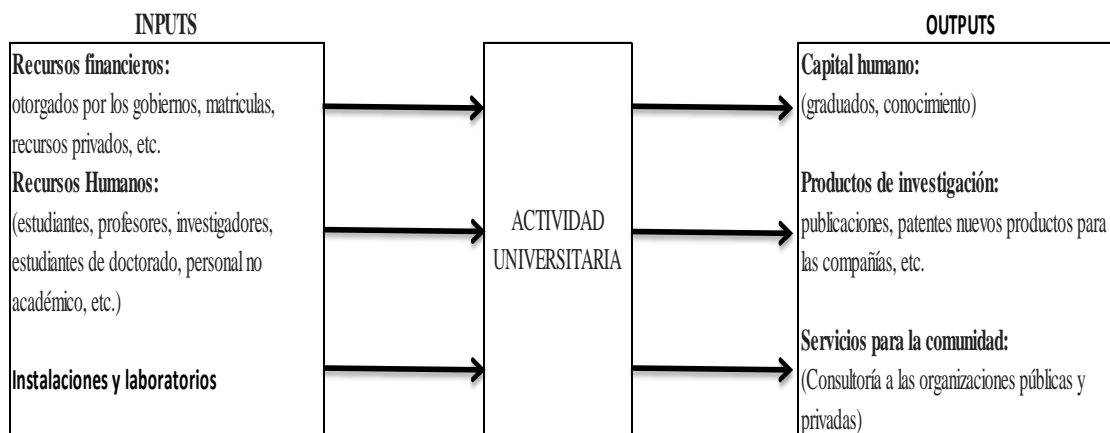


Fuente: Cave (1997, p. 28).

Como podemos observar en la ilustración anterior, las relaciones que se establecen entre los factores productivos (inputs) y la docencia e investigación (outputs) que derivan de ellos.

El modelo simplificado del proceso productivo se muestra a continuación:

Ilustración 20: Modelo simplificado del proceso productivo de la Educación Superior



Fuente: Agasisti y Pérez Esparrells (2010, p. 90).

En la ilustración 20 podemos observar que una característica de las universidades es que éstas producen varios outputs con frecuencia compartiendo el uso de algunos inputs. Además cabe anotar que el sistema universitario en su conjunto se puede considerar como

una “industria”, que tiene como objetivos fundamentales la docencia y la investigación y los denominados servicios para la sociedad, y para lograr estos outputs requiere de diversos inputs.

Antes de proceder a la evaluación de la eficiencia de las universidades mediante la técnica DEA, es preciso tratar de encontrar la función de producción que caracteriza su proceso productivo. Para lo cual es fundamental comenzar con la identificación de las variables implicadas y observar el tipo de relación que pudiese existir entre ellas. Para seleccionar nuestros inputs y outputs, nos hemos apoyado en los principales estudios sobre DEA en el ámbito universitario en países de todo el mundo. Los indicadores de inputs y outputs empleados en estos estudios se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 12: Inputs y Outputs usados en análisis de eficiencia de Instituciones de Educación Superior

AUTOR/ES	OBJETO DE ESTUDIO	INPUTS	OUTPUTS	MODELOS
Ahn, Charnes y Cooper (1988)	Universidades de Estados Unidos	-Salarios -Transferencias del gobierno para la investigación -Gastos administrativos -Inversión total en equipamiento	-Matriculación en programas de grado -Matrícula en programas de postgrado -Horas dedicadas a docencia por semestre -Financiación privada de la investigación	DEA
Ahn, Charnes y Cooper (1989)	Universidades públicas de Texas	-Salarios de facultad -Fondos de investigación del Estado -Gastos generales administrativos -Inversión total en plantas físicas	-Número de matriculados de grado -Número de matriculados graduados -Horas crédito totales por semestre -Fondos de investigación federales y privados	
Ahn y Seiford (1993)	Instituciones públicas y privadas de Estados Unidos	-salarios de facultad -Inversión física -Gastos	- Estudiantes de grado equivalentes a TC -Graduados -Grados y subvenciones (becas) comprenden la mezcla de outputs.	DEA y cuatro modelos de desempeño
Breu y Raab (1994)	25 universidades de Estados Unidos públicas y privadas rankeadas por US News y World Report	-SAT/ACT promedio -Porcentajes de doctores en facultades -Ratio estudiante/facultad -Gasto educacional y general por estudiante	-Tasa de graduación -Tasa de retención de estudiantes en el primer año	
Athanassopoulos y Shale (1997)	45 universidades del Reino Unido. Datos 1992 - 1993	-Número de estudiantes ETC -Número de estudiantes de posgrados ETC -Número de Personal Académico ETC -Puntuación media del nivel de entrada de los estudiantes en los últimos 3 años -Ingresos de investigación -Gastos en los servicios de biblioteca e informática	-Número de alumnos que abandonan con éxito el grado (Número de egresados) -Número de títulos superiores adjudicados para posgrado (Número de titulados) -Valoración ponderada de investigación (índice ponderado de los datos de la RAE)	
Coelli (1998)	Universidad de Nueva Inglaterra y 35 universidades de Australia	Modelo 1: -número de personal total -Gastos de no personal -Otros gastos -Otros gastos administrativos -personal administrativo Modelo 2: -Gastos de no personal -Otros gastos -Otros gastos administrativos -personal administrativo Modelo 3: -Gastos de no personal -Otros gastos	Modelo 1: -Número de estudiantes -Índice de publicaciones (ponderado por tipo) Modelo 2: - Número de estudiantes -Índice de publicaciones (ponderado por tipo) Modelo 3: -Número de estudiantes -Número de personal total	

		-Otros gastos administrativos -personal administrativo		
Ng y Li (2000)	84 universidades de China. Datos 1993 - 1995	- Número de investigadores -Número de personal de apoyo en investigación -Fondos de presupuestos (dentro de los presupuestos y fuera de los presupuestos)	-Número de manuscritos -Número de artículos -Número de resultados de investigación reconocidos (patentes) -Número de contratos -Número de premios	
Avrikan (2001)	36 universidades públicas de Australia año 1995	-Personal académico TC -Personal no académico TC	Modelo 1. Desempeño global -Estudiantes de grado matriculados TC -Estudiantes de postgrado matriculados TC - Investigación Cuántica Modelo 2. Desempeño sobre entrega de los servicios educacionales -Tasa de retención de estudiantes -Tasa de progreso o éxito de estudiantes -Tasa de empleo de graduados de TC (la proporción de graduados de TC empleados como un porcentaje de graduados disponibles para el trabajo de TC Modelo 3. Desempeño sobre los matriculados que pagan matrícula -Matriculados que pagan cuotas en el extranjero -Matriculados de postgrado que pagan cuotas no en el extranjero	
Abbott y Doucouliagos (2003)	36 universidades públicas australianas	-Número total de personal académico TC -Número de personal no académico TC -Gasto en inputs de trabajo (energía, servicios académicos y de administración no salarial, edificios y terrenos, librerías y servicios a estudiantes). Son los gastos corrientes salvo retribuciones de personal.	Docencia: -Número de estudiantes equivalente TC (EFTS) -Número de programas ofertados de doctorado y posgrado -Número de diplomas otorgados a nivel de grado y posgrado (expedidos el último curso) Investigación: -Asignación de investigaciones - Subvenciones en investigaciones -Gastos en investigaciones	
Flegg et al., (2004)	Universidades británicas. Periodos 1980/81 – 1992/93	-Número de personal (académicos y relacionados a lo académico) - Número de estudiantes de pregrado(ETC) - Número de estudiantes de posgrado(ETC) -Gastos públicos agregados	- Ingresos de investigación y consultoría - Número de títulos de grado otorgado, ajustado por calidad; - Número de títulos de posgrado otorgados	DEA convencional (orientación output) Índice de Malmquist

Johnes et al. (2005)	121 universidades británicas para los años 2000/01	-Costo total de operación -Gasto de capital -Gasto de operación	-Estudiantes de pregrado en medicina -Estudiantes de pregrado en ciencias -Estudiantes de pregrado en no ciencias -Estudiantes de posgrado -Componentes de subvención en investigación -Otros servicios a la comunidad -Número total de estudiantes ETC	DEA convencional (Orientación input, output) Índice Malmquist (rendimientos constantes a escala)
Gómez Sancho (2005)	47 universidades públicas en el año 2000	-Número de profesores TC -Gastos corrientes en bienes y servicios	-Número de alumnos graduados -Publicaciones ponderadas por el factor de impacto de la investigación en revistas ISI en el año 2000	DEA-Multiactividad DEA-Convencional con rendimientos variables a escala(BCC-O)
Worthington y Lee (2005)		-Personal académico ETC -Personal no académico ETC - gastos no laborales -estudiantes matriculados ETC -estudiantes graduados ETC	-Terminaciones de pregrado -Terminaciones de posgrado -Terminaciones de Ph. D. -Subvenciones competitivas a nivel nacional -Subvenciones de la industria -Publicaciones(en puntos)	Índice de Malmquist (output) -Análisis de productividad sólo para investigación y sólo enseñanza
Parellada y Duch (2006)	47 universidades públicas presenciales, 2006	Actividad docente y de investigación: -Personal Docente e Investigador (PDI) a TC -Personal de Administración y Serv. (PAS) a TC. -Los recursos presupuestarios no financieros: a) recursos propios (tasas y precios públicos, ingresos patrimoniales y enajenación de inversiones reales); b) recursos ajenos (transferencias corrientes y de capital); y los ingresos en I+D.	Docencia: -Número de alumnos matriculados en centros propios en primer y segundo ciclo. -Número de matriculados en doctorado. Investigación: -Tesis producidas -Publicaciones incluidas en el Sciece Citation Index entre 1996 y 2001 -Patentes solicitadas en las oficinas española, europea y americana entre 1999 y 2002. -Número de sexenios por profesor	DEA Convencional: CCR BCC Eficiencia de escala
Duch (2006)	47 universidades públicas españolas en el año 2006, sin distinguir por rama de conocimiento	Elabora tres modelos: Docencia e investigación: 1. Modelo base (eficiencia técnica) -Personal Docente e Investigador (PDI) a TC -Personal de Administración y Serv. (PAS) a TC 2. Modelo con capital (eficiencia técnica) Incluye los mismos insumos y agrega el Capital (como el número de puestos disponibles en aulas, bibliotecas, laboratorios y aulas de informática). 3. Modelo base (eficiencia asignativa) -Precios asociados al Personal Docente e Investigador (PDI) a TC (gastos de personal de funcionarios y contratados,	Docencia: -Número de alumnos matriculados en centros propios en primer y segundo ciclo. -Número de matriculados en doctorado. Investigación: -Tesis producidas -Publicaciones incluidas en el Sciece Citation Index entre 1996 y 2001 -Número de patentes solicitadas en las oficinas española, europea y americana entre 1999 y 2002 En los tres modelos utiliza los mismos outputs	DEA Convencional: CCR BCC Eficiencia de escala

		<ul style="list-style-type: none"> -RUE/número de personas PDI. -Precios asociados al Personal de Administración y Servicios (PAS), - CRUE/número de personas, PAS) 		
Hernangómez et al. (2007)	<p>48 universidades públicas, 2004</p> <p>Universidades analizadas por grupos:</p> <p>15(1), 16(2), 47(3) y 48(4)</p> <p>21(1), 12(2), 48(3)</p> <p>20(1), 23(2), 48(3)</p> <p>16(1), 27(2), 48(3)</p>	<p>Modelo II:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Gastos presupuestarios -Gastos corrientes en bienes y servicios -Número de doctores -Gastos de Personal <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Inversa de la antigüedad - Porcentaje alumnos por profesor - Número de departamentos <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Gastos de personal/PETC -Gastos de inversión real/PETC <p>Grupo 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Gastos de personal(2004)/PETC -Gastos de Inversión Real (2004)/PETC <p>Grupo 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gastos de personal(2004)/PETC -Gastos de Inversión Real (2004)/PETC 	<p>Modelo II:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Artículos publicados y recogidos por el ISI -Sexenios por profesor <p>Grupo 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Alumnos graduados -Gastos de investigación total <p>Grupo 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> -% de alumnos que terminan/ matriculados -% de profesores con sexenios -n° de artículos publicados ISI, por cada profesor doctor <p>Grupo 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> -porcentaje de dobles titulaciones/n° de titulaciones -n° de titulaciones de segundo ciclo/n° de titulaciones -n° de programas de doctorado/n° de departamentos <p>Grupo 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> -n° de alumnos extranjeros entrantes/n° de alumnos matriculados - n° de alumnos Erasmus salientes/n° de alumnos matriculados -n° de provincias distintas donde hay campus /n° de provincias donde hay campus en España 	<p>DEA Convencional: CCR BCC Eficiencia de escala</p>
Afonso y Santos (2008)	<p>52 universidades públicas portuguesas para el año 2003</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Gasto total promedio por estudiante para los años 2000-01-02 y 2003 (euros) -Número de profesores por 100 estudiantes -Número de profesores ETC por 100 estudiantes <p>Sugieren medidas adicionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> -desglose del gasto total entre el personal académico y no académico relacionado. 	<ul style="list-style-type: none"> -Tasa de éxito en el año 2002/03 de los estudiantes de pregrado matriculados para el primer tiempo, sobre la base de la facultad -Número acumulativo de certificados de doctorado otorgados en los años 2002-2003 por 100 profesores en cada DMU 	
Agasisti y Johnes (2009)	<p>57 universidades italianas y 127 instituciones de educación superior</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Número total de estudiantes -Monto total de recursos/ingresos financieros -Número de estudiantes de doctorado -Número de personal académico 	<ul style="list-style-type: none"> -Número de graduados (Bachelor y Master) -Monto total de subvenciones externas y contratos para investigación 	<p>DEA convencional (BCC y CCR, output) DEA por separado DEA en conjunto Índice de Malmquist</p>

Agasisti y Pérez Esparrells (2010)	46 universidades públicas para España en 2004/05 y 2000/2001 57 universidades públicas para Italia en 2004/2005 y 2000/2001	- Número de estudiantes de 1° y 2° ciclo - Número de estudiantes de 3° ciclo - Número de Profesores ETC - Presupuesto total universitario.	- Número de graduados - Monto de recursos externos (fondos I+D)	DEA-Convencional para cada país y en conjunto: CCR - BCC Eficiencia de escala Índice de Malmquist (2000/01-2004/05)
García-Aracil, et al (2010)	42 Universidades Públicas Españolas, para el período de estudio de los años académicos desde 1995/1996 a 2005/2006.	- Gasto total - Número de personal académico (PDI) - Número de personal no académico (PAS)	- Graduados - Publicaciones - Investigación aplicada	Rendimientos constantes a escala Rendimientos variables a escala orientación output Índice de Malmquist
Duch-Brown y Vilalta (2010)	46 universidades públicas españolas, para el año académico 2004-2005	-Inversa de la ratio de facultad y estudiante (número de facultad equivalente de TC (FTE) en una universidad con respecto al número de estudiantes FTE. -Recursos administrativos aproximado por la inversa de la ratio del personal respecto a la facultad - Es el gasto no laboral por estudiante	Docencia: -El ratio de rendimiento académico (graduados/ abandonos), es ratio de rendimiento académico total por institución ponderando las variables por longitud de cada grado - La tasa de éxito Investigación: -Euros por estudiante de las actividades R&D -Número de publicaciones indexadas JCR por miembro de la facultad	-DEA:CCR - BCC (output) -Análisis DEA modificado para observar la eficiencia robusta o supereficiencia -Análisis de regresión de segunda etapa (modelo tobit) -Análisis de regresión del modelo de valores ajustados en tercera etapa
Thanassoulis et al. (2011)	-96 IES pre-1992 sin escuelas de medicina -54 IES pre-1992 con escuelas de medicina -99 IES post-1992 universidades -114 Guild HE colleges	-Costos totales de operación en precios constantes	- Estudiantes de grado ETC en medicina o dentista - Estudiantes de grado ETC en ciencias -Estudiantes de grado ETC en no ciencias -Estudiantes de posgrado ETC en todas las disciplinas -Ingresos por otros servicios prestados en precios constantes (denominada tercera misión)	DEA convencional Orientación Input Orientación Output Índice de Malmquist
Ramirez P. y Alfaro J. (2013)	25 universidades pertenecientes al Consejo de Rectores de las universidades chilenas	-Gastos operativos	- Número de publicaciones ISI -Número de estudiantes matriculados	DEA CCR
Pérez – Cárceles (2013)	48 universidades españolas	-Número de profesores en 2010	-Número de artículos publicados en 2010 -Número de tesis doctorales en el periodo 2006-2010 -Número de proyectos de investigación europeos y del Plan Nacional obtenidos en convocatorias públicas competitivas en 2010 -Número de patentes concedidas en 2010	DEA- CCR orientación output

Martí, Puertas y Calafa (2014)	44 universidades públicas españolas	<ul style="list-style-type: none"> -Número de matriculados: alumnos de grado y posgrado que van a cursar master o doctorado -Gastos corrientes (material de oficina, suministros, transportes, publicaciones, etc.) -Número de profesores a tiempo completo: funcionarios docentes y contratados 	<ul style="list-style-type: none"> -Número de graduados en las ramas de humanidades, sociales y jurídicas, experimentales, ciencias de la salud y técnicas -Ingresos por investigación tanto de la actividad investigadora como de otros servicios orientados hacia la sociedad -Tesis doctorales leídas en los campos de artes y humanidades, ciencias sociales y jurídicas, ciencias de la salud e ingeniería y arquitectura 	DEA con orientación output
--------------------------------	-------------------------------------	---	---	----------------------------

Elaborado: El autor

Como podemos observar, la selección de variables en el ámbito de la educación superior resulta ser un tema complejo, ya que existen múltiples criterios a la hora de elegir las variables inputs y outputs.

Murias M. P., (2004), en su investigación menciona; que, en la educación superior, se presenta la circunstancia particular de que la mayoría de los casos es imposible acceder al producto final (tasas de inserción, salarios, estabilidad en el empleo, etc.) ya que no existen datos sobre todos los alumnos universitarios una vez que se gradúan. Por esta razón se deben utilizar como variables de productos intermedios (número de graduados, número de aprobados, tesis leídas, etc.) que suponen una aproximación a los resultados finales.

Además hay que tener en cuenta, que las DMU a comparar deben ser homogéneas, como lo menciona Cordero (2006) en su investigación, lo que significa que no pueden existir disparidades significativas en términos de recursos empleados y resultados producidos, todas las DMU deben actuar en circunstancias similares. Se podrá evaluar negativamente a una unidad por factores que se encuentran fuera de su alcance en el caso de que no sean homogéneas. Banker (1989) por su parte, propone que el número de observaciones analizadas sea mayor al número total de variables multiplicado por tres, criterio que ha sido utilizado en una serie de estudios aplicados para garantizar la fiabilidad de los resultados obtenidos. Por otra parte Dyson (2001) recomienda tener un número de DMU de por lo menos dos veces el producto del número de inputs y outputs consideradas, de lo contrario, se corre el riesgo de muchas DMU sean evaluadas como eficientes, no porque lo sean, sino por los pocos grados de libertad que tiene el modelo.

4.3. Fuentes de información y selección de Inputs y Outputs

La selección de inputs y outputs es esencial, debido a que la validez y fiabilidad de los resultados obtenidos dependen en gran medida de la adecuada elección de las mismas, es esencial la selección con mucha cautela de los componentes de la función de producción educativa a nivel superior. En la literatura revisada anteriormente se ha observado una diversidad de indicadores utilizados como variables proxy de inputs y outputs, esto como consecuencia de las diferencias existentes en relación a la disponibilidad de información que en ocasiones condiciona la elección de los indicadores. Hay que tener presente que cuanto más pequeño es el número de variables discretas a tener en cuenta, la técnica DEA será más precisa en el cálculo de índice de eficiencia y obtendrá un número menor de unidades eficientes. Como lo indicamos anteriormente al momento de fundamentar la técnica, cada unidad es autocomparada, si el número de variables introducidas es elevado, la unidad que más pesa es ella misma y, por lo tanto, es muy probable que resulte eficiente. Además hay que considerar que los inputs y outputs deben reflejar igual medida de recursos

y los resultados tanto de la actividad docente como de la actividad de investigación, dejando de lado algunos indicadores sociales ya que son difíciles de medir.

Para realizar la selección, se han clasificado los indicadores de inputs y outputs según el tipo de actividad a la que se vinculan la docencia o la investigación, lo que permitirá hacer un análisis diferenciado de eficiencia en los dos tipos de actividades, con el fin de demostrar si los niveles de eficiencia en una u otra están significativamente correlacionadas o no.

Teniendo en cuenta la literatura hemos asumido que los inputs son homogéneos a través de las universidades, y que las variables de los inputs son establecidas en función de la naturaleza de la utilización de los recursos humanos, financieros y materiales en el proceso productivo para obtener determinados outputs. Mientras que, en relación a las variables de outputs suelen considerarse aquellas que son representativas a la actividad docente e investigadora de las IES.

4.3.1 Variables y fuentes de información

La información obtenida para el año 2008 corresponde al anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de acuerdo al Mandato Constituyente 14

- **PDI: Número de personal docente e investigador a tiempo completo por cada 100 estudiantes**

$$PDI = \frac{\text{Número de profesores a tiempo completo}}{\text{número de estudiantes}} 100$$

- **PAS: Ratio número de personal administrativo y servicio a tiempo completo con relación al personal docente e investigador a tiempo completo**

$$PAS = \frac{\text{número de trabajadores y servicio a tiempo completo}}{\text{Número de profesores a tiempo completo}}$$

Respecto a esta variable se ha tomado en cuenta el apoyo en recursos humanos (personal administrativo) que dispone la universidad para realizar sus misiones, tanto la docente como la investigadora. La información del número de trabajadores y de servicio se obtuvo del criterio de Gestión (apoyo administrativo 2008).

- **GC: Gasto corriente en bienes y servicios para cada estudiante matriculado**

Se trata de medir los medios y recursos que pone cada universidad al servicio de los estudiantes, sin contabilizar los gastos de personal, esta variable se obtuvo de los presupuestos gastos del año 2008, de la cuenta de gastos corrientes menos el pago de por concepto de gasto de personal para cada una de las universidades, la unidad de medida es en dólares americanos. Se obtuvo esta información revisando la Ejecución de Gastos para el año 2008 enviada al ministerio de Finanzas

- **NI: Número de investigadores**

Número de investigadores incorporados a la universidad para complementar la labor de investigación del personal docente e investigador, información obtenida del criterio de Docencia que consta en el anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de acuerdo al Mandato Constituyente 14

- **TU: Tamaño de las universidades**

Otro rasgo diferenciador de las universidades es su tamaño, medido por el número de estudiantes matriculados en la oferta académica de pregrado. Información obtenida del criterio estudiantes que consta en el anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de acuerdo al Mandato Constituyente 14.

- **GRAD: Número total de estudiantes graduados**

Representado por el número de graduados. Información obtenida del criterio estudiantes (titulación 2008) que consta en el anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de acuerdo al Mandato Constituyente 14

- **PINDEX: Número de publicaciones en revistas indexadas**

Corresponde al número de publicaciones realizadas en revistas revisadas por pares, para el año 2008 se ha considerado la información que consta en el criterio de investigación (pertinencia publicaciones 2006-2008) que consta en el anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de

acuerdo al Mandato Constituyente 14, información que es un claro exponente de la actividad investigadora de los docentes.

- **NPROI: Número de proyectos de investigación**

La Ley de Educación Superior en lo referente a los fines de la Educación Superior, artículo 8, literal f, establece que las universidades deben fomentar y ejecutar proyectos de investigación de carácter científico. Por lo que se ha considerado esta variable por el número de proyectos de investigación, ya que uno de los parámetros para medir la calidad de las universidades ecuatorianas es que la universidad a través de sus proyectos de investigación sea parte activa del desarrollo de su entorno. Información que consta en el criterio de investigación (formación docente - investigador) que consta en el anexo estadístico de la Evaluación de Desempeño Institucional de las Universidades y Escuelas Politécnicas del Ecuador de acuerdo al Mandato Constituyente 14.

La información para el año 2013 se la obtuvo de varias fuentes ya que no existe un documento consolidado de donde podamos obtenerla de forma directa, a continuación detallamos los documentos que se revisaron:

- **PDI: Número de personal docente e investigador a tiempo completo por cada 100 estudiantes**

Información obtenida del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador (SNIESE) y elaborada por la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación año, 2013.

- **PAS: Ratio número de personal administrativo y servicio a tiempo completo con relación al personal docente e investigador a tiempo completo**

La información del número de personal administrativo y de servicios se obtuvo de los informes de rendición de cuentas de las universidades para el año 2013 (ver tabla de direcciones electrónicas de las universidades) y el número de profesores a tiempo completo se obtuvo de la Información obtenida del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador (SNIESE) y elaborada por la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación año, 2013.

- **GC: Gasto corriente en bienes y servicios para cada estudiante matriculado**

Esta variable se obtuvo de los presupuestos gastos del año 2013, de la cuenta de gastos corrientes menos el pago por concepto de gasto de personal para cada una de las universidades, la unidad de medida es en dólares americanos. Se obtuvo esta información revisando la Ejecución de Gastos para el año 2013 enviada al ministerio de Finanzas

- **NI: Número de investigadores**

De acuerdo a la Información obtenida del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador (SNIESE) y elaborada por la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación año, 2013, considera al personal docente de acuerdo: al escalafón, al tiempo de dedicación (Titular principal, Titular Agregado, Titular Auxiliar, Honorario, Invitado, Ocasional y no Titular), al tiempo dedicación (Exclusiva o Tiempo completo, Semi exclusiva o Medio Tiempo y Tiempo parcial), nivel de formación (Técnico Superior, Tecnólogo, Tercer Nivel, Diplomado, Especialista, Maestría, Cuarto nivel, Doctorado y PHD) y de acuerdo a la relación de trabajo (Nombramiento, Contrato con relación de dependencia y con contrato sin relación de dependencia), por esta falta de información se ha considerado oportuno estimar esta variable mediante:

$$NI = \frac{\text{Número de profesores a TC 2008}}{\text{Número total de profesores 2008}} \times \text{Nro. de profesores TC 2013}$$

- **TU: Tamaño de las universidades**

El tamaño de las universidades ha sido medido por el número de estudiantes matriculados en la oferta académica de pregrado. Información obtenida del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador (SNIESE) y elaborada por la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación año, 2013.

- **GRAD: Número total de estudiantes graduados**

Representado por el número de titulados que consta en la matriz de información obtenida del Sistema Nacional de Información de la Educación Superior del Ecuador (SNIESE) y elaborada por la Secretaría de Educación, Ciencia, Tecnología e Innovación año, 2013.

- **PINDEX: Número de publicaciones en revistas indexadas**

Corresponde al número de publicaciones realizadas en revistas indexadas, para el año 2013. Se obtuvo la información de la base de datos bibliográfica de resúmenes y citas de artículos de revistas científicas de la literatura revisada por pares, SCOPUS. Cubre aproximadamente 18.000 títulos de más de 5.000 editores internacionales, incluyendo la cobertura de 16.500 revistas revisadas por pares de las áreas de ciencias, tecnología, medicina y ciencias sociales, incluyendo artes y humanidades. Está editada por Elsevier y es accesible en la Web para los subscriptores

- **NPROI: Número de proyectos de investigación**

La información del número de proyectos de investigación se obtuvo de los informes de rendición de cuentas de las universidades para el año 2013. Los informes se obtuvieron visitando la página web de cada universidad.

4.3.2 Selección de Inputs y Outputs

Con estas consideraciones, la selección de inputs y outputs que se utilizará para el análisis de eficiencia de las universidades ecuatorianas, se describe a continuación:

Tabla 13: Selección de Inputs y Outputs

Inputs		Outputs	
PDI	Número de personal docente e investigador a tiempo completo por cada 100 estudiantes	GRAD	Número de graduados
PAS	Proporción de personal administrativo y servicio a tiempo completo con relación al personal docente e investigador a tiempo completo	PINDEX	Número de publicaciones en revistas indexadas
GC	Gasto corriente en bienes y servicios para cada estudiante matriculado	NPROI	Número de proyectos de investigación
NI	Número de investigadores		
TU	Tamaño de las universidades		

Elaborado: El autor

A continuación se muestran los valores de estas variables para el año 2008 y 2013 de cada universidad pública ecuatoriana.

Tabla 14: Inputs y Outputs (años 2008 - 2013)

SIGLAS	Año 2008								Año 2013							
	Inputs					Outputs			Inputs					Outputs		
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	3,5396	1,2126	7.582.574,18	32	9.436	827	155	79	4,8667	1,5573	2.606.447,73	74	6.637	649	13	20
ESPAM	1,8035	4,7241	918.590,02	1	1.608	46	0	2	3,5840	2,3944	2.716.572,00	4	1.981	246	2	7
ESPE	3,9765	1,6434	8.093.625,13	85	9.380	1.115	36	151	3,5887	1,0389	9.978.725,73	153	13.626	153	2	86
ESPOL	1,6506	1,8502	9.273.312,27	58	12.541	1.097	237	84	3,0973	2,2166	11.291.479,98	139	10.138	1.160	34	79
SPOCH	2,9429	2,2630	3.243.896,59	4	10.466	997	0	41	4,5513	0,6451	9.395.744,30	32	19.379	1.532	7	11
UAE	1,6985	2,4107	3.847.825,98	13	3.297	305	0	6	2,7716	2,0345	4.359.880,47	25	3.139	195	1	4
UC	1,8097	1,7300	7.704.112,18	100	13.096	1.152	0	50	3,4164	1,1006	10.356.046,17	265	15.133	1.533	5	91
UCE	1,4065	2,5770	9.044.476,75	19	43.370	3.391	36	67	1,6810	1,8385	13.484.416,80	44	34.623	4.578	18	38
UEA	13,4276	0,5526	278.825,41	0	283	0	0	2	11,2084	1,4063	2.245.694,69	17	571	44	3	19
UEB	3,7815	3,2222	2.420.266,63	22	1.904	707	3	16	4,7910	0,7531	4.869.343,75	78	5.072	1.132	1	11
UG	1,2310	1,3457	34.332.534,64	40	61.091	9.144	10	40	0,9478	3,1029	36.004.180,92	71	71.742	5.021	5	13
ULEAM	3,4397	1,5274	3.875.156,11	12	13.286	1.410	1	7	2,7616	1,5438	8.713.898,00	43	23.972	2.117	0	12
UNACH	2,6660	1,2609	1.300.991,72	17	6.039	347	0	3	2,8351	1,9318	4.635.558,73	31	7.760	948	2	37
UNEMI	1,6103	0,9275	2.775.904,09	4	4.285	544	0	3	2,7244	1,4338	3.360.681,60	18	4.992	1.331	1	2
UNESUM	1,7028	9,1364	1.346.259,53	0	1.292	343	0	1	5,9845	2,3333	2.873.135,45	1	3.860	40	5	1
UNL	4,1643	1,2290	2.922.868,89	56	12.271	1.497	5	39	3,4265	1,4076	3.633.224,80	60	13.746	3.541	6	28
UPEC	4,3988	0,9333	418.217,40	0	682	0	0	0	10,1626	1,0667	1.147.937,83	1	738	173	0	0
UPSE	0,6737	10,2400	1.592.274,57	8	3.711	276	1	6	5,8977	1,1903	2.714.252,23	82	3.832	539	3	6
UTA	1,3155	3,1418	4.072.479,90	23	10.718	727	30	28	2,6604	1,5879	6.793.577,97	77	14.960	1.830	1	20
UTB	2,6280	2,3455	3.823.879,92	0	7.268	395	0	0	2,6339	0,8506	4.941.812,00	1	9.150	1.192	0	4
UTC	2,0105	1,3284	2.230.377,37	7	6.665	957	0	4	4,5728	0,7209	2.882.440,32	15	5.642	835	0	8
UTELVT	2,7273	1,5833	2.190.642,58	30	5.280	1.773	0	3	4,3582	1,2437	2.263.371,58	55	5.461	844	0	5
UTEQ	2,8083	2,8000	2.343.928,51	44	4.273	344	0	9	1,5374	1,9868	3.029.188,75	62	9.822	742	4	3
UTM	1,0080	3,1534	6.871.214,00	3	16.170	956	9	15	3,8103	1,0041	3.407.953,84	21	12.755	2.312	0	6
UTMACH	0,6549	4,8690	3.806.854,60	16	12.827	815	2	12	3,2055	1,5137	7.722.328,00	122	14.756	2.341	2	13
UTN	7,6823	1,4195	3.342.828,72	0	3.072	598	0	22	2,7418	1,5436	4.671.356,38	21	8.790	1.354	2	12

Elaborado: El autor

Como podemos observar en la tabla 14, los valores de GRAD de UEA y la UPEC en el estudio no tienen ningún output en el año 2008, por lo que es necesario imputar los datos para este año.

Las estadísticas descriptivas de los inputs y outputs se muestran a continuación en la siguiente tabla:

Tabla 15: Resumen de estadísticas descriptivas para Inputs y Outputs (2008 - 2013)

	2008							
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
n	26	26	26	26	26	26	26	26
Media	2,952239801	2,670273432	4986689,142	22,84615385	10550,42308	1144,730769	20,19230769	26,53846154
Desv. Tip.	2,612785029	2,334388043	6546068,14	26,83384774	13331,16831	1774,541891	54,15017579	35,62272395
Mediana	2,319230399	1,790099676	3293362,655	14,5	6966,5	771	0	10,5
Media Trim	2,469083628	2,207753536	3879592,18	18,59090909	7676,590909	783,0909091	6,045454545	20,68181818
DesAbsMediana	1,42063819	0,888180763	2078462,989	20,7564	6639,8241	596,7465	0	13,3434
Min	0,654868636	0,552631579	278825,41	0	283	0	0	0
Max	13,42756184	10,24	34332534,64	100	61091	9144	237	151
Rango	12,7726932	9,687368421	34053709,23	100	60808	9144	237	151
Coef. Asim.	2,598683817	2,064439959	3,424184348	1,380661293	2,573740213	3,547076283	3,028696948	1,853498424
Coef. Curtosis	7,445069534	3,655111632	12,59262088	1,118996255	6,423692683	13,01092895	8,374665766	3,341712359
Error Estándar	0,512409302	0,457811161	1283789,584	5,26255051	2614,457205	348,0162974	10,61972319	6,986190944
	2013							
n	26	26	26	26	26	26	26	26
Media	3,992944568	1,517182234	6542278,847	58,26825981	12395,26923	1399,307692	4,5	20,61538462
Desv. Tip.	2,316352153	0,59041442	6855467,553	59,26471943	14324,88045	1304,295236	7,322567856	25,88447708
Mediana	3,421413071	1,473782801	4497719,6	43,75540051	8970	1146	2	11,5
Media Trim.	3,63456113	1,481062534	5328046,354	49,74531722	9754,681818	1213,590909	2,954545455	16,27272727
DesAbsMediana	1,147916803	0,624207313	2724084,199	41,28492499	7328,4918	957,0183	2,9652	11,1195
Min	0,947840874	0,645124717	1147937,83	1	571	40	0	0
Max	11,2084063	3,102941176	36004180,92	265,1434599	71742	5021	34	91
Rango	10,26056543	2,45781646	34856243,09	264,1434599	71171	4981	34	91
Coef. Asim.	1,719597029	0,657428669	3,031682215	1,740364608	2,79614463	1,345214983	2,739177655	1,732845974
Coef. Curtosis	2,824598273	0,003046738	10,22951369	3,326166146	8,645250243	1,167640737	7,689653632	1,759214769
Error Estándar	0,454274032	0,115789794	1344467,801	11,62276773	2809,340191	255,7933407	1,436073707	5,076363606

Elaborado por: El autor

4.4 Análisis de correlación entre las variables utilizadas

Es importante en primer lugar realizar un análisis de correlación entre las variables que se usarán en los análisis que nos proponemos realizar. En la siguiente tabla se especifican estas correlaciones:

Tabla 16: Correlación lineal de Inputs con cada Output

Inputs	Outputs	Correlación lineal 2008	Escala entre -1 y 1	Correlación lineal 2013	Escala entre -1 y 1
PDI	GRAD	-0,2149091	débil	-0,5273009	moderada
PAS		-0,1844972	débil	0,2611476	débil
GC		0,9378590	fuerte	0,7038144	fuerte
NI		0,2457283	débil	0,1213466	débil
TU		0,9304034	fuerte	0,8397835	fuerte
PDI	PINDEX	-0,0898672	débil	-0,1458757	débil
PAS		-0,1424250	débil	0,3259205	moderada
GC		0,2182782	débil	0,2666415	débil
NI		0,3295332	moderada	0,3083256	moderada
TU		0,1098525	débil	0,1716882	débil
PDI	NPROI	-0,0374539	débil	-0,1638648	débil
PAS		-0,2235838	débil	-0,0030624	no hay correlación
GC		0,3873524	débil	0,2782204	débil
NI		0,6994140	fuerte	0,8029012	fuerte
TU		0,3279951	moderada	0,1295953	débil

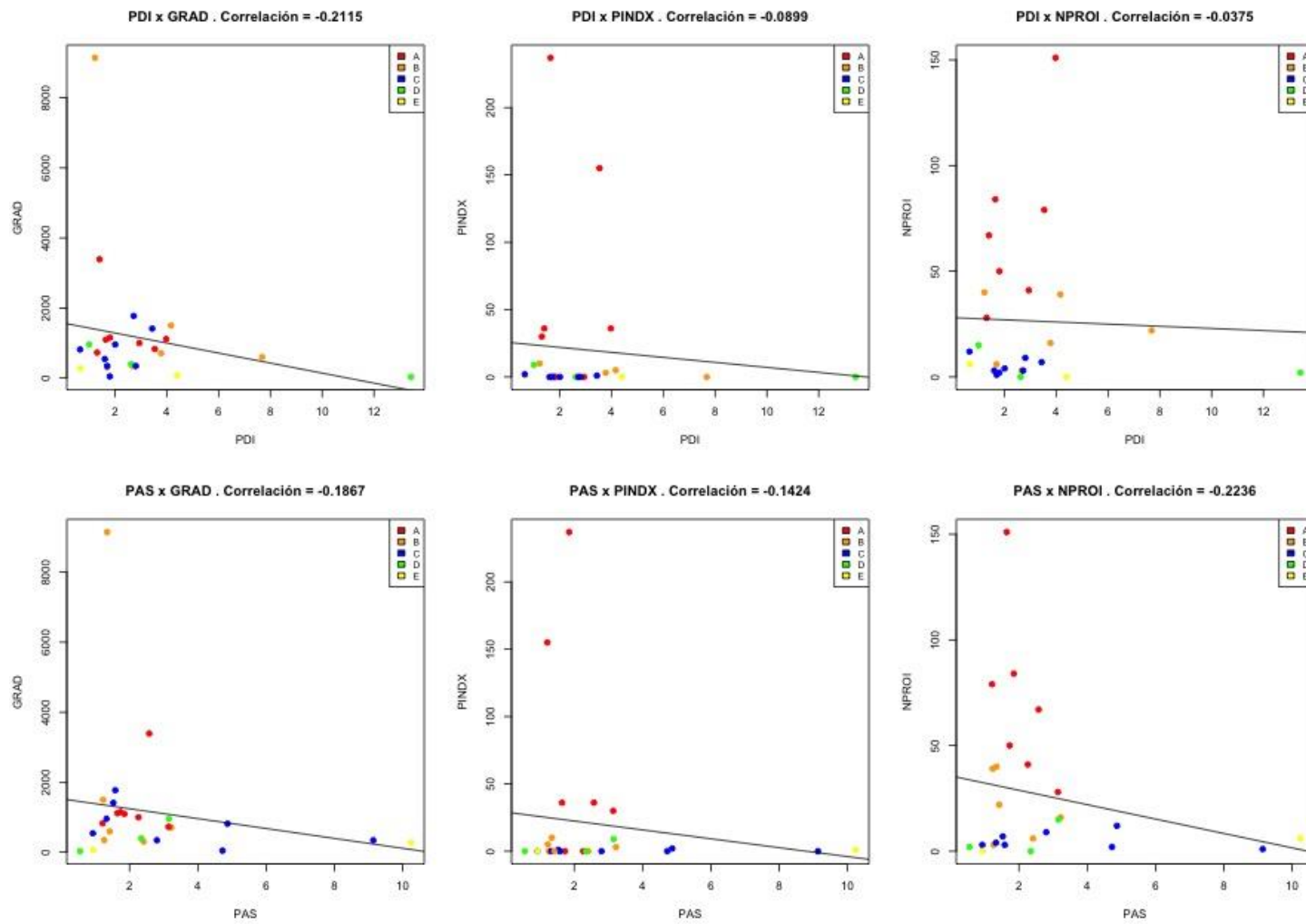
Elaborado por: El autor

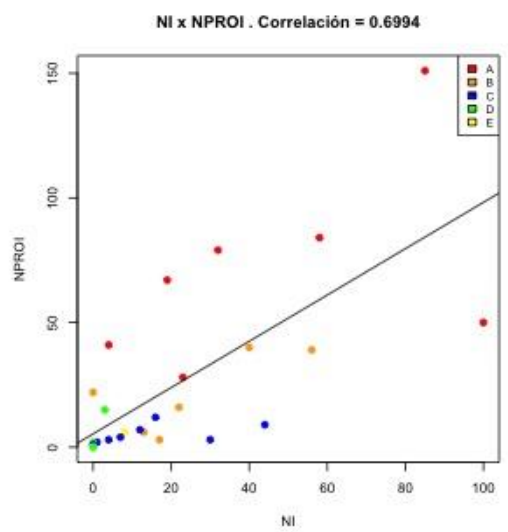
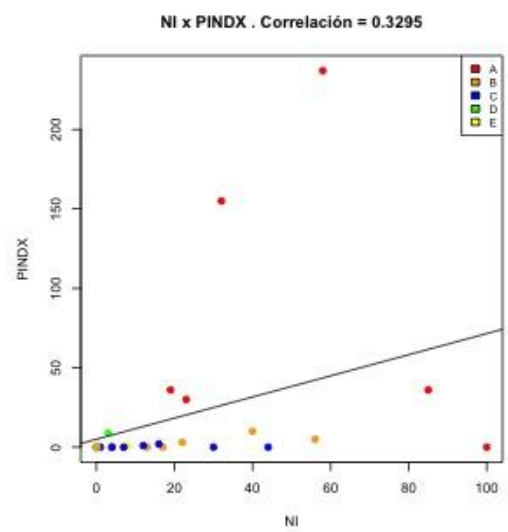
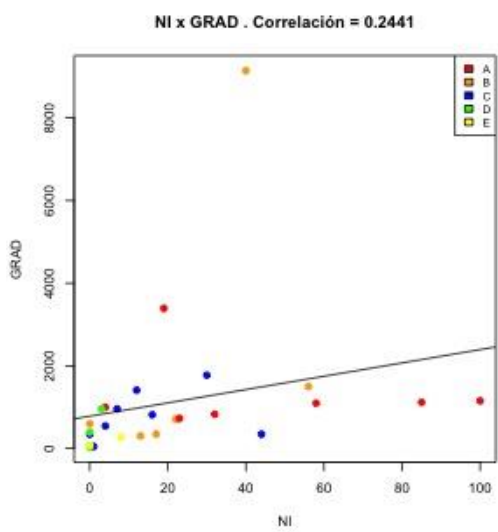
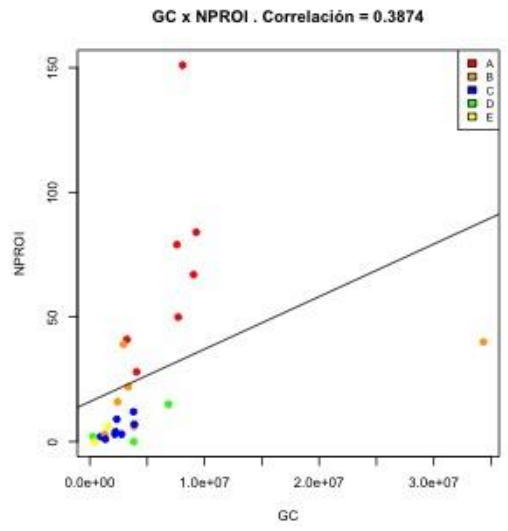
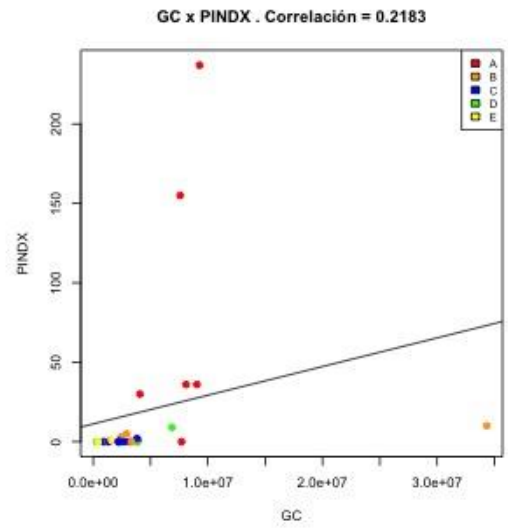
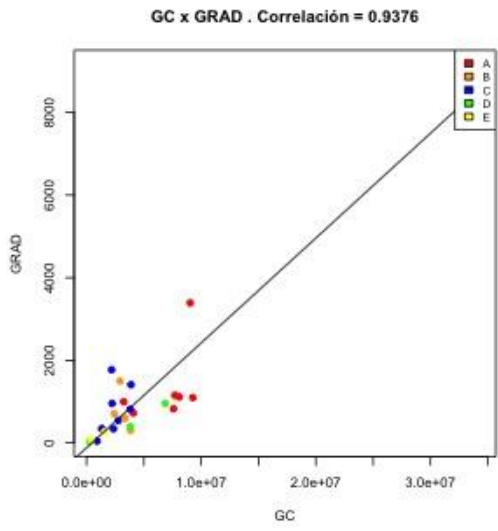
De acuerdo a la tabla anterior si consideramos los valores superiores o iguales a 0.70, se puede concluir que existe una correlación fuerte y positiva entre los siguientes pares de variables:

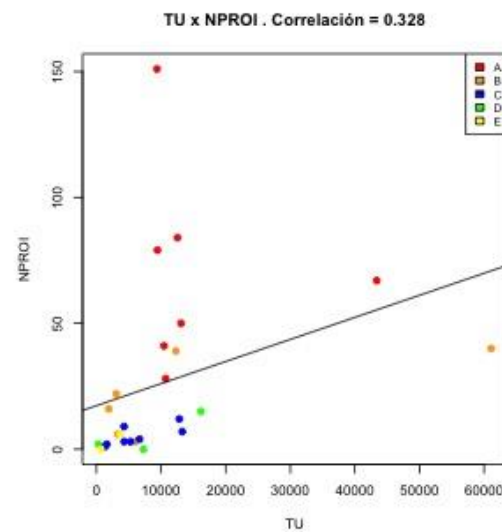
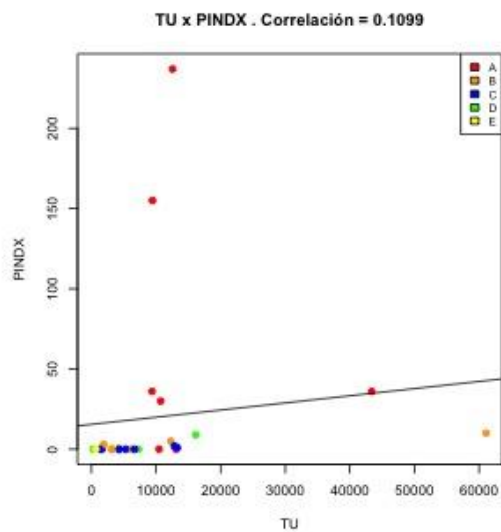
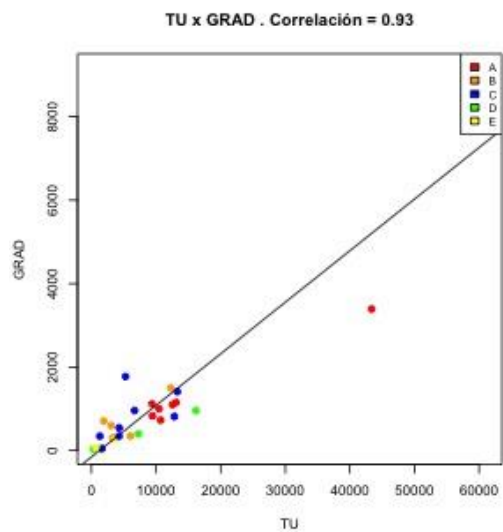
- Gasto corriente en bienes y servicios para cada estudiante matriculado y el número de graduados. Para el 2008 existe una correlación 93,79%, y para el años 2013 de 70,38%. Este resultado permite afirmar que las universidades que realizan mayor gasto en bienes y servicios, se encuentran también, entre las que existe un mayor número de graduados.

- El tamaño de las universidades y el número de graduados. Para el 2008 existe una correlación 93,04%, y para el años 2013 de 83,98%. Esta relación es la esperada ya que establece que a mayor número de estudiantes habrá mayor número de graduados.
- También se puede evidenciar que existe correlación positiva fuerte entre el número de investigadores que tiene cada universidad con relación al número de proyectos de investigación. Para el año 2008 la correlación es de 69,94% y para el 2013 se incrementa a un 80, 29%. Lo que podemos concluir que a ante un mayor número de docentes investigadores mayor será la investigación en las universidades.
- Otras variables aunque no sea con mayor intensidad. Así se puede mencionar la correlación que se da entre el número de investigadores y el número de publicaciones en revistas indexadas (correlación del 32,95% año 2008 y 30,83% año 2013), podemos manifestar que un mayor número de investigadores implica una mayor producción de publicaciones de carácter científico.
- El gasto corriente y el número de proyectos de investigación (correlación de 30,73% año 2008 y 27,82% año 2013). Este resultado hace evidente que entre mayor es el gasto corriente el número de proyectos de investigación va a incrementar.
- El tamaño de las universidades con respecto al número de proyectos de investigación, se puede observar que entre los años analizados existe un descenso en la relación del 32,80% al 12,95% lo que nos permite asegurar que la ejecución de proyectos cada vez está menos relacionada con el número de estudiantes matriculados.
- De la misma manera que se ha hecho con las correlaciones positivas, si se consideran los valores inferiores a - 0,50 (correlación moderada negativa), podemos concluir que existe una correlación moderada entre número de personal docente e investigador a tiempo completo por cada 100 estudiantes y el número de graduados (correlación negativa de un 52,73%). Este resultado permite afirmar que el número de graduados es inversamente proporcional al número de docentes e investigadores a tiempo completo.

Gráfico 12: Correlación entre Inputs con cada Output (2008)

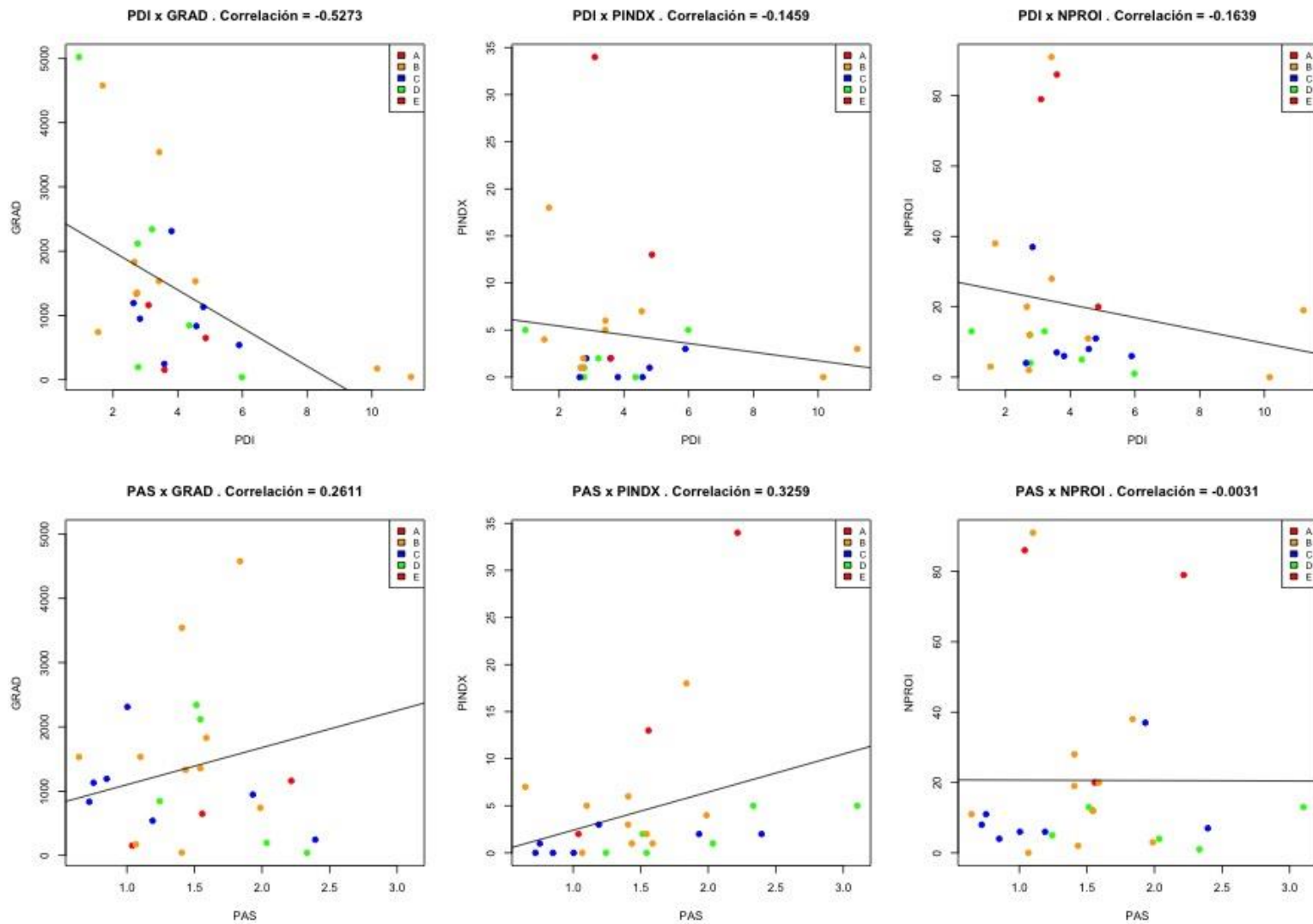


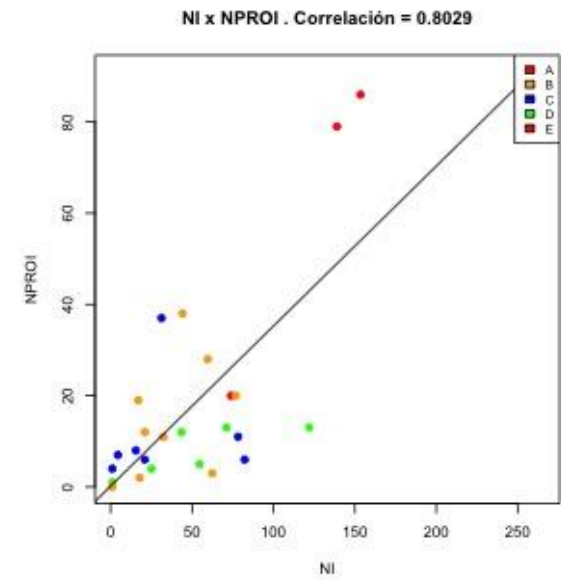
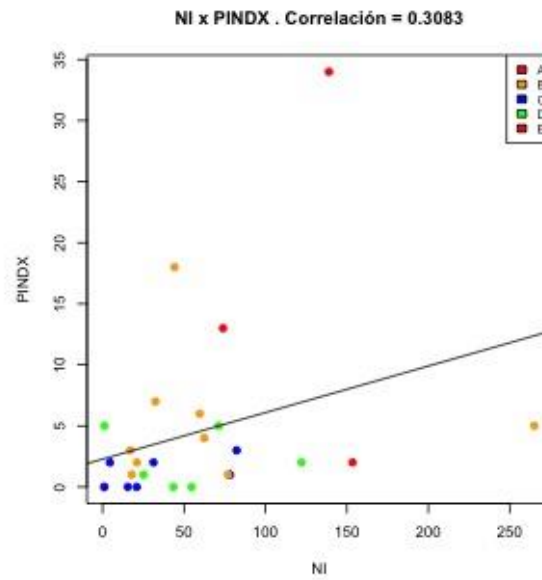
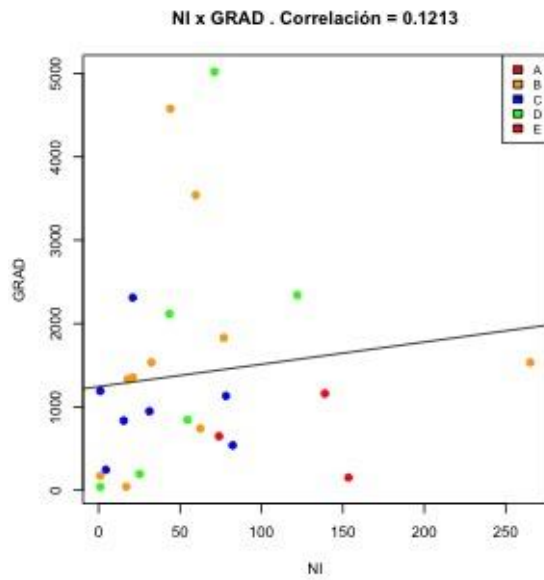
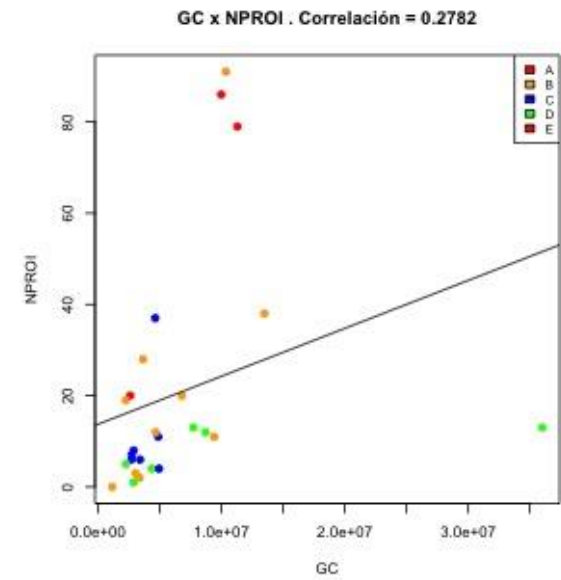
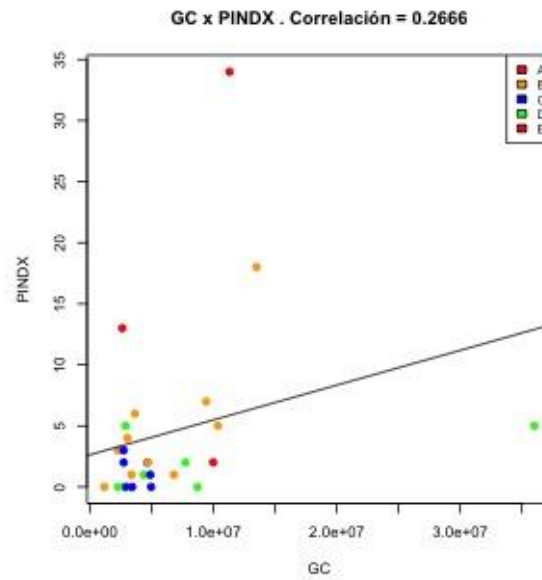
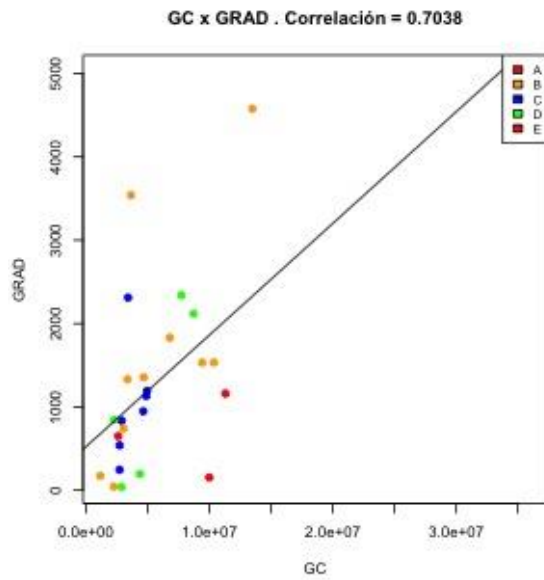


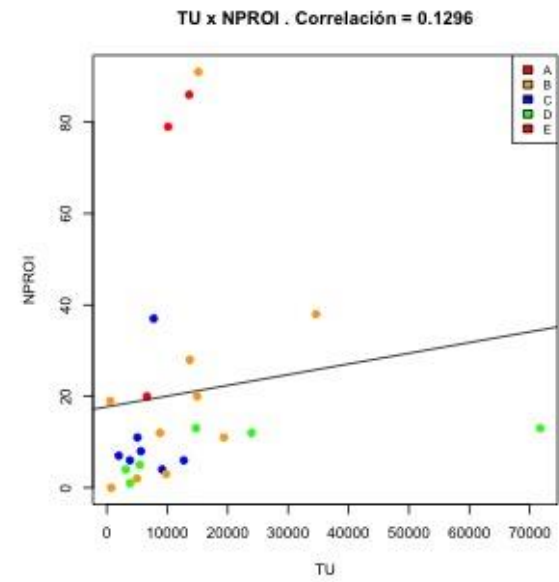
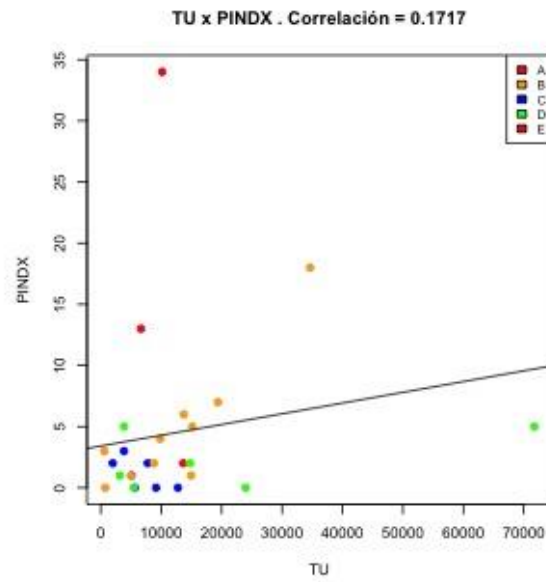
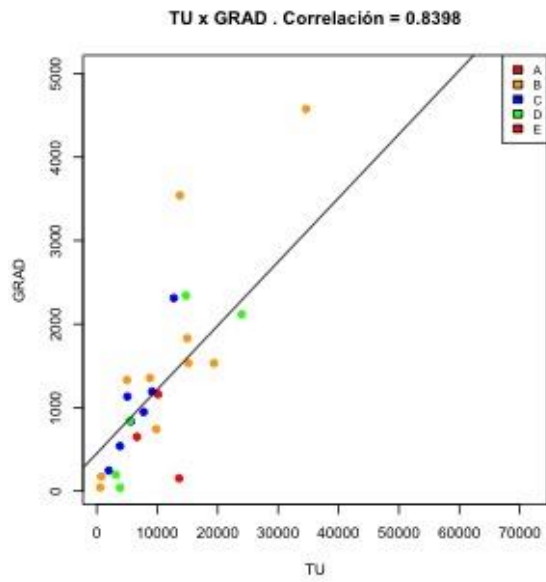


Elaborado: El autor

Gráfico 13: Correlación entre Inputs con cada Output (2013)







Elaborado por: El autor

4.5 Imputación de datos 2008

La ausencia de información y la presencia de datos errados son un problema real, pero no siempre se aprecia en su justa medida. La aplicación de procedimientos inapropiados de sustitución de información introduce sesgos y reduce el poder explicativo de los métodos estadísticos, le resta eficiencia a la fase de inferencia y puede incluso invalidar las conclusiones de la investigación. Así mismo, los procedimientos de imputación que se utilizan con mayor frecuencia limitan o sobredimensionan el poder explicativo de los modelos y generan estimadores sesgados que distorsionan las relaciones de causalidad entre las variables, generan subestimación en la varianza y alteran el valor de los coeficientes de correlación.

Para tratar con datos ausentes, existen múltiples técnicas para imputación de valores, las cuales pueden ser subdivididas en métodos de imputación simple e imputación múltiple. Para el caso de los métodos de imputación simple, un valor faltante es imputado por un solo valor, mientras que en el caso de los métodos de imputación múltiple, se calculan varias opciones, usualmente ordenadas por probabilidades (Rubin, 1977).

Algunas de los modelos de imputación son: Imputación usando la media (IM), Imputación usando la Mediana, Imputación Hot Deck, Imputación por regresión, EM (Expectation Maximization), SRPI (Similar Response Pattern Imputation), FIML (Full Information Maximum Likelihood), RBHDI (Resemblance-Based Hot-Deck Imputation), ISRI (Iterative Stochastic Regression Imputation), kNNSi (k-Nearest Neighbour Single Imputation), entre otros.

Para incluir las universidades UEA y UPEC en el estudio se han imputado los datos correspondientes a GRAD en el año 2008, para lo cual se utilizan las recomendaciones de De Jonge & Van der Loo (2013).

1. Modelos básicos

- El primer método es imputar tomando la media, la mediana de los valores observados: $\hat{x}_i = \bar{x}$
- El segundo método es la imputación razón $\hat{x} = \hat{R}y$

Donde:

y es una covariante, y

\hat{R} es un estimador del cociente medio entre X e Y

- El tercer método se basa en los modelos de regresión lineal (generalizados), en tales métodos los valores missing son imputados como sigue:

$$\hat{x}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_{1,i} + \dots + \hat{\beta}_k y_{k,i}$$

Donde:

$\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_k$ son los coeficientes de regresión estimados para cada variable auxiliar

2. Modelo de imputación en caliente (Hot deck imputation)

Esta metodología puede aplicarse a datos numéricos y a datos categóricos, pero solamente es viable cuando hay suficientes datos. En este método los valores missing son imputados copiando los valores de registros similares en el mismo conjunto de datos.

$$\hat{x}_i = x_j$$

3. Método de imputación kNN

En la imputación del k-ésimo vecino más cercano (k nearest neighbor = kNN) se define la función de distancia $d(i,j)$ que calcula una medida de disimilaridad entre registros (en nuestro caso las universidades públicas ecuatorianas). Un valor perdido se imputa al buscar primero los k registros más cercanos al registro con uno o más valores missing. A continuación, se elige un valor de ellos o se calcula entre ellos. En el caso en el que el valor es seleccionado de los k más cercanos, el método kNN es una forma del método de imputación en caliente, vista anteriormente.

El paquete VIN contiene una función llamada kNN (más información en el libro referenciado página 49, se basa en la distancia de Gower). Calcula la mediana de los valores más cercanos y usa por defecto $k = 5$.

4. Algoritmo EM

El algoritmo EM (Expectation Maximization) empieza adivinando los parámetros de las distribuciones y los usa para calcular las probabilidades de que cada objeto pertenezca a un cluster y usa esas probabilidades para re-estimar los parámetros de las probabilidades, hasta converger. Para estimar los parámetros, tenemos que considerar que tenemos únicamente las probabilidades de pertenecer a cada cluster y no los clusters en si.

El paquete de R. Amelia permite ejecutar el algoritmo EM de imputación múltiple.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de los métodos de imputación en la variable GRAD en el año 2008 para las universidades UEA y UPEC.

Tabla 17: Resumen de los métodos de imputación

DMU	Método Básico Media	Método Básico Mediana	Método Básico Razón	Método Básico Reg. Lineal	Input Caliente	Input kNN	Input Amelia
UEA	1240,13	821	30,81417	1284,7024	997	544	1515,76
UPEC	1240,13	821	74,25887	156,3921	1773	544	439,822

Elaborado por: El autor

De acuerdo a los resultados obtenidos elegimos como imputación la dada por el Método Básico de la Razón (ya que con este método todas las variables tienen valores factibles).

Los datos del 2008 con los que trabajaremos son:

Tabla 18: Inputs y Outputs año 2008

DMUs	Inputs					Outputs		
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	3.5396	1.2126	7582574.2	32	9436	827.0000	155	79
ESPAM	1.8035	4.7241	918590.0	1	1608	46.0000	0	2
ESPE	3.9765	1.6434	8093625.1	85	9380	1115.0000	36	151
ESPOL	1.6506	1.8502	9273312.3	58	12541	1097.0000	237	84
SPOCH	2.9429	2.2630	3243896.6	4	10466	997.0000	0	41
UAE	1.6985	2.4107	3847826.0	13	3297	305.0000	0	6
UC	1.8097	1.7300	7704112.2	100	13096	1152.0000	0	50
UCE	1.4065	2.5770	9044476.8	19	43370	3391.0000	36	67
UEA	13.4276	0.5526	278825.4	0	283	30.8142	0	2
UEB	3.7815	3.2222	2420266.6	22	1904	707.0000	3	16
UG	1.2310	1.3457	34332534.6	40	61091	9144.0000	10	40
ULEAM	3.4397	1.5274	3875156.1	12	13286	1410.0000	1	7
UNACH	2.6660	1.2609	1300991.7	17	6039	347.0000	0	3
UNEMI	1.6103	0.9275	2775904.1	4	4285	544.0000	0	3
UNESUM	1.7028	9.1364	1346259.5	0	1292	343.0000	0	1
UNL	4.1643	1.2290	2922868.9	56	12271	1497.0000	5	39
UPEC	4.3988	0.9333	418217.4	0	682	74.2589	0	0
UPSE	0.6737	10.2400	1592274.6	8	3711	276.0000	1	6
UTA	1.3155	3.1418	4072479.9	23	10718	727.0000	30	28
UTB	2.6280	2.3455	3823879.9	0	7268	395.0000	0	0
UTC	2.0105	1.3284	2230377.4	7	6665	957.0000	0	4
UTELVT	2.7273	1.5833	2190642.6	30	5280	1773.0000	0	3
UTEQ	2.8083	2.8000	2343928.5	44	4273	344.0000	0	9
UTM	1.0080	3.1534	6871214.0	3	16170	956.0000	9	15
UTMACH	0.6549	4.8690	3806854.6	16	12827	815.0000	2	12
UTN	7.6823	1.4195	3342828.7	0	3072	598.0000	0	22

Elaborado por: El autor

4.6 Normalización

La normalización es un proceso de organizar los datos de una base de datos. Según el tipo de normalización se pueden ajustar los datos para unificarlos en una misma unidad de medida, en un mismo rango de variación o ajustarlos de tal forma que sigan distribuciones no tan asimétricas y disminuya la presencia de valores atípicos. Tener una base de datos correctamente relacionada y normalizada nos evitará redundancia de datos y nos ayudará a tener una base de datos más ligera, más correcta y tiempos de ejecución menores. En esta investigación se han aplicado los siguientes métodos de normalización:

1. Método 1 (en escala 0 – 1)

Consideramos el método 1 como:

$$\frac{x - \min}{\max - \min}$$

Este método transforma los indicadores a un mismo rango de variación (0, 1), transformando los indicadores a una misma escala adimensional conservando las distancias relativas.

Los resultados de este método de normalización se presentan a continuación:

Tabla 19: Inputs y Outputs normalizados método 1 (2008-2013)

DMUs	Año 2008								Año 2013							
	Inputs					Outputs			Inputs					Outputs		
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	0,2259	0,0681	0,2145	0,3200	0,1505	0,0874	0,6540	0,5232	0,3819	0,3711	0,0418	0,2762	0,0852	0,1223	0,3824	0,2198
ESPAM	0,0899	0,4306	0,0188	0,0100	0,0218	0,0017	0,0000	0,0132	0,2569	0,7117	0,0450	0,0131	0,0198	0,0414	0,0588	0,0769
ESPE	0,2601	0,1126	0,2295	0,8500	0,1496	0,1190	0,1519	1,0000	0,2574	0,1602	0,2533	0,5771	0,1834	0,0227	0,0588	0,9451
ESPOL	0,0780	0,1339	0,2641	0,5800	0,2016	0,1170	1,0000	0,5563	0,2095	0,6394	0,2910	0,5224	0,1344	0,2249	1,0000	0,8681
SPOCH	0,1791	0,1766	0,0871	0,0400	0,1675	0,1060	0,0000	0,2715	0,3512	0,0000	0,2366	0,1191	0,2643	0,2995	0,2059	0,1209
UAE	0,0817	0,1918	0,1048	0,1300	0,0496	0,0301	0,0000	0,0397	0,1777	0,5653	0,0921	0,0916	0,0361	0,0311	0,0294	0,0440
UC	0,0904	0,1215	0,2180	1,0000	0,2107	0,1230	0,0000	0,3311	0,2406	0,1853	0,2642	1,0000	0,2046	0,2997	0,1471	1,0000
UCE	0,0588	0,2090	0,2574	0,1900	0,7086	0,3687	0,1519	0,4437	0,0715	0,4855	0,3539	0,1633	0,4785	0,9111	0,5294	0,4176
UEA	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0132	1,0000	0,3097	0,0315	0,0606	0,0000	0,0008	0,0882	0,2088
UEB	0,2448	0,2756	0,0629	0,2200	0,0267	0,0742	0,0127	0,1060	0,3746	0,0439	0,1068	0,2925	0,0632	0,2192	0,0294	0,1209
UG	0,0451	0,0819	1,0000	0,4000	1,0000	1,0000	0,0422	0,2649	0,0000	1,0000	1,0000	0,2657	1,0000	1,0000	0,1471	0,1429
ULEAM	0,2180	0,1006	0,1056	0,1200	0,2138	0,1513	0,0042	0,0464	0,1768	0,3656	0,2171	0,1605	0,3288	0,4170	0,0000	0,1319
UNACH	0,1575	0,0731	0,0300	0,1700	0,0947	0,0347	0,0000	0,0199	0,1839	0,5235	0,1001	0,1144	0,1010	0,1823	0,0588	0,4066
UNEMI	0,0748	0,0387	0,0733	0,0400	0,0658	0,0563	0,0000	0,0199	0,1731	0,3209	0,0635	0,0639	0,0621	0,2592	0,0294	0,0220
UNESUM	0,0820	0,8861	0,0313	0,0000	0,0166	0,0343	0,0000	0,0066	0,4909	0,6869	0,0495	0,0000	0,0462	0,0000	0,1471	0,0110
UNL	0,2748	0,0698	0,0776	0,5600	0,1971	0,1609	0,0211	0,2583	0,2416	0,3102	0,0713	0,2219	0,1851	0,7029	0,1765	0,3077
UPEC	0,2931	0,0393	0,0041	0,0000	0,0066	0,0048	0,0000	0,0000	0,8981	0,1715	0,0000	0,0000	0,0023	0,0267	0,0000	0,0000
UPSE	0,0015	1,0000	0,0386	0,0800	0,0564	0,0269	0,0042	0,0397	0,4824	0,2218	0,0449	0,3079	0,0458	0,1002	0,0882	0,0659
UTA	0,0517	0,2673	0,1114	0,2300	0,1716	0,0764	0,1266	0,1854	0,1669	0,3836	0,1620	0,2874	0,2022	0,3594	0,0294	0,2198
UTB	0,1545	0,1851	0,1041	0,0000	0,1149	0,0400	0,0000	0,0000	0,1643	0,0836	0,1088	0,0000	0,1205	0,2313	0,0000	0,0440
UTC	0,1061	0,0801	0,0573	0,0700	0,1050	0,1016	0,0000	0,0265	0,3533	0,0308	0,0498	0,0548	0,0713	0,1596	0,0000	0,0879
UTELVT	0,1623	0,1064	0,0561	0,3000	0,0822	0,1912	0,0000	0,0199	0,3324	0,2435	0,0320	0,2029	0,0687	0,1614	0,0000	0,0549
UTEQ	0,1686	0,2320	0,0606	0,4400	0,0656	0,0344	0,0000	0,0596	0,0575	0,5459	0,0540	0,2323	0,1300	0,1409	0,1176	0,0330
UTM	0,0277	0,2685	0,1936	0,0300	0,2613	0,1015	0,0380	0,0993	0,2790	0,1461	0,0648	0,0755	0,1712	0,4561	0,0000	0,0659
UTMACH	0,0000	0,4456	0,1036	0,1600	0,2063	0,0860	0,0084	0,0795	0,2200	0,3534	0,1886	0,4584	0,1993	0,4620	0,0588	0,1429
UTN	0,5502	0,0895	0,0900	0,0000	0,0459	0,0622	0,0000	0,1457	0,1748	0,3655	0,1011	0,0757	0,1155	0,2638	0,0588	0,1319

Elaborado por: El autor

Tabla 20: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 1

Año 2008													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,1799	0,2046	0,1303	0,142	0,1112	0	1	1	2,5987	7,4451	0,0401
PAS	2	26	0,2186	0,241	0,1277	0,1709	0,0917	0	1	1	2,0644	3,6551	0,0473
GC	3	26	0,1382	0,1922	0,0885	0,1057	0,061	0	1	1	3,4242	12,5926	0,0377
NI	4	26	0,2285	0,2683	0,145	0,1859	0,2076	0	1	1	1,3807	1,119	0,0526
TU	5	26	0,1688	0,2192	0,1099	0,1216	0,1092	0	1	1	2,5737	6,4237	0,043
GRAD	6	26	0,1227	0,1944	0,0812	0,0827	0,0655	0	1	1	3,5591	13,072	0,0381
PINDX	7	26	0,0852	0,2285	0	0,0255	0	0	1	1	3,0287	8,3747	0,0448
NPROI	8	26	0,1758	0,2359	0,0695	0,137	0,0884	0	1	1	1,8535	3,3417	0,0463
Año 2013													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,2968	0,2258	0,2411	0,2618	0,1119	0	1	1	1,7196	2,8246	0,0443
PAS	2	26	0,3548	0,2402	0,3372	0,3401	0,254	0	1	1	0,6574	0,003	0,0471
GC	3	26	0,1548	0,1967	0,0961	0,1199	0,0782	0	1	1	3,0317	10,2295	0,0386
NI	4	26	0,2168	0,2244	0,1619	0,1845	0,1563	0	1	1	1,7404	3,3262	0,044
TU	5	26	0,1661	0,2013	0,118	0,129	0,103	0	1	1	2,7961	8,6453	0,0395
GRAD	6	26	0,2729	0,2619	0,222	0,2356	0,1921	0	1	1	1,3452	1,1676	0,0514
PINDX	7	26	0,1324	0,2154	0,0588	0,0869	0,0872	0	1	1	2,7392	7,6897	0,0422
NPROI	8	26	0,2265	0,2844	0,1264	0,1788	0,1222	0	1	1	1,7328	1,7592	0,0558

Elaborado por: El autor

2. Método 2 (dividir por el máximo)

Consideramos el método 2 como: $\frac{x}{max}$

Tabla 21: Inputs y Outputs normalizados método 2 (2008-2013)

DMUs	Año 2008								Año 2013							
	Inputs					Outputs			Inputs					Outputs		
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	0,264	0,1184	0,221	0,32	0,1545	0,0904	0,6540	0,5232	0,4342	0,5019	0,0724	0,2789	0,0925	0,1293	0,3824	0,2198
ESPAM	0,134	0,4613	0,027	0,01	0,0263	0,0050	0,0000	0,0132	0,3198	0,7716	0,0755	0,0168	0,0276	0,0490	0,0588	0,0769
ESPE	0,296	0,1605	0,236	0,85	0,1535	0,1219	0,1519	1,0000	0,3202	0,3348	0,2772	0,5787	0,1899	0,0305	0,0588	0,9451
ESPOL	0,123	0,1807	0,27	0,58	0,2053	0,1200	1,0000	0,5563	0,2763	0,7143	0,3136	0,5242	0,1413	0,2310	1,0000	0,8681
SPOCH	0,219	0,2210	0,095	0,04	0,1713	0,1090	0,0000	0,2715	0,4061	0,2079	0,2610	0,1224	0,2701	0,3051	0,2059	0,1209
UAE	0,127	0,2354	0,112	0,13	0,0540	0,0334	0,0000	0,0397	0,2473	0,6557	0,1211	0,0950	0,0438	0,0388	0,0294	0,0440
UC	0,135	0,1689	0,224	1,00	0,2144	0,1260	0,0000	0,3311	0,3048	0,3547	0,2876	1,0000	0,2109	0,3053	0,1471	1,0000
UCE	0,105	0,2517	0,263	0,19	0,7099	0,3708	0,1519	0,4437	0,1500	0,5925	0,3745	0,1664	0,4826	0,9118	0,5294	0,4176
UEA	1,0000	0,0540	0,008	0,00	0,0046	0,0034	0,0000	0,0132	1,0000	0,4532	0,0624	0,0641	0,0080	0,0088	0,0882	0,2088
UEB	0,282	0,3147	0,071	0,22	0,0312	0,0773	0,0127	0,1060	0,4274	0,2427	0,1352	0,2951	0,0707	0,2255	0,0294	0,1209
UG	0,092	0,1314	1,0000	0,40	1,0000	1,0000	0,0422	0,2649	0,0846	1,0000	1,0000	0,2684	1,0000	1,0000	0,1471	0,1429
ULEAM	0,256	0,1492	0,113	0,12	0,2175	0,1542	0,0042	0,0464	0,2464	0,4975	0,2420	0,1636	0,3341	0,4216	0,0000	0,1319
UNACH	0,199	0,1231	0,038	0,17	0,0989	0,0379	0,0000	0,0199	0,2529	0,6226	0,1288	0,1178	0,1082	0,1888	0,0588	0,4066
UNEMI	0,12	0,0906	0,081	0,04	0,0701	0,0595	0,0000	0,0199	0,2431	0,4621	0,0933	0,0675	0,0696	0,2651	0,0294	0,0220
UNESUM	0,127	0,8922	0,039	0,00	0,0211	0,0375	0,0000	0,0066	0,5339	0,7520	0,0798	0,0038	0,0538	0,0080	0,1471	0,0110
UNL	0,31	0,1200	0,085	0,56	0,2009	0,1637	0,0211	0,2583	0,3057	0,4536	0,1009	0,2248	0,1916	0,7052	0,1765	0,3077
UPEC	0,328	0,0911	0,012	0,00	0,0112	0,0081	0,0000	0,0000	0,9067	0,3438	0,0319	0,0038	0,0103	0,0345	0,0000	0,0000
UPSE	0,05	1,0000	0,046	0,08	0,0607	0,0302	0,0042	0,0397	0,5262	0,3836	0,0754	0,3105	0,0534	0,1073	0,0882	0,0659
UTA	0,0980	0,3068	0,119	0,23	0,1754	0,0795	0,1266	0,1854	0,2374	0,5118	0,1887	0,2901	0,2085	0,3645	0,0294	0,2198
UTB	0,196	0,2291	0,111	0,00	0,1190	0,0432	0,0000	0,0000	0,2350	0,2741	0,1373	0,0038	0,1275	0,2374	0,0000	0,0440
UTC	0,15	0,1297	0,0650	0,07	0,1091	0,1047	0,0000	0,0265	0,4080	0,2323	0,0801	0,0584	0,0786	0,1663	0,0000	0,0879
UTELVT	0,203	0,1546	0,064	0,30	0,0864	0,1939	0,0000	0,0199	0,3888	0,4008	0,0629	0,2059	0,0761	0,1681	0,0000	0,0549
UTEQ	0,209	0,2734	0,068	0,44	0,0699	0,0376	0,0000	0,0596	0,1372	0,6403	0,0841	0,2352	0,1369	0,1478	0,1176	0,0330
UTM	0,075	0,3079	0,2001	0,03	0,2647	0,1045	0,0380	0,0993	0,3399	0,3236	0,0947	0,0790	0,1778	0,4605	0,0000	0,0659
UTMACH	0,049	0,4755	0,111	0,16	0,2100	0,0891	0,0084	0,0795	0,2860	0,4878	0,2145	0,4605	0,2057	0,4662	0,0588	0,1429
UTN	0,572	0,1386	0,097	0,00	0,0503	0,0654	0,0000	0,1457	0,2446	0,4975	0,1297	0,0792	0,1225	0,2697	0,0588	0,1319

Elaborado por: El autor

Tabla 22: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 2

Año 2008													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,2199	0,1946	0,1727	0,1839	0,1058	0,0488	1	0,9512	2,5987	7,4451	0,0382
PAS	2	26	0,2608	0,2280	0,1748	0,2156	0,0867	0,0540	1	0,9460	2,0644	3,6551	0,0447
GC	3	26	0,1452	0,1907	0,0959	0,1130	0,0605	0,0081	1	0,9919	3,4242	12,5926	0,0374
NI	4	26	0,2285	0,2683	0,1450	0,1859	0,2076	0,0000	1	1,0000	1,3807	1,1190	0,0526
TU	5	26	0,1727	0,2182	0,1140	0,1257	0,1087	0,0046	1	0,9954	2,5737	6,4237	0,0428
GRAD	6	26	0,1256	0,1938	0,0843	0,0858	0,0653	0,0034	1	0,9966	3,5591	13,0720	0,0380
PINDX	7	26	0,0852	0,2285	0,0000	0,0255	0,0000	0,0000	1	1,0000	3,0287	8,3747	0,0448
NPROI	8	26	0,1758	0,2359	0,0695	0,1370	0,0884	0,0000	1	1,0000	1,8535	3,3417	0,0463
Año 2013													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,3562	0,2067	0,3053	0,3243	0,1024	0,0846	1	0,9154	1,7196	2,8246	0,0405
PAS	2	26	0,4889	0,1903	0,4750	0,4773	0,2012	0,2079	1	0,7921	0,6574	0,0030	0,0373
GC	3	26	0,1817	0,1904	0,1249	0,1480	0,0757	0,0319	1	0,9681	3,0317	10,2295	0,0373
NI	4	26	0,2198	0,2235	0,1650	0,1876	0,1557	0,0038	1	0,9962	1,7404	3,3262	0,0438
TU	5	26	0,1728	0,1997	0,1250	0,1360	0,1022	0,0080	1	0,9920	2,7961	8,6453	0,0392
GRAD	6	26	0,2787	0,2598	0,2282	0,2417	0,1906	0,0080	1	0,9920	1,3452	1,1676	0,0509
PINDX	7	26	0,1324	0,2154	0,0588	0,0869	0,0872	0,0000	1	1,0000	2,7392	7,6897	0,0422
NPROI	8	26	0,2265	0,2844	0,1264	0,1788	0,1222	0,0000	1	1,0000	1,7328	1,7592	0,0558

Elaborado por: El autor

3. Método 3 (Rango)

Consideramos el método 3 como:
$$\frac{\text{Rango}}{\text{número de unidades}}$$

Tabla 23: Inputs y Outputs normalizados método 3 (2008-2013)

DMUs	Año 2008									Año 2013						
	Inputs					Outputs				Inputs					Outputs	
	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	0,2692	0,8846	0,2308	0,2692	0,4231	0,4615	0,0769	0,1154	0,1923	0,3846	0,8846	0,3077	0,6154	0,7308	0,1154	0,2885
ESPAM	0,6154	0,1538	0,9231	0,8077	0,8846	0,9615	0,7500	0,8654	0,4615	0,0769	0,8077	0,8846	0,9231	0,8077	0,5385	0,6538
ESPE	0,1923	0,5769	0,1538	0,0769	0,4615	0,2692	0,1346	0,0385	0,4231	0,8077	0,1923	0,0769	0,3462	0,9231	0,5385	0,0769
ESPOL	0,7308	0,5000	0,0769	0,1154	0,2692	0,3077	0,0385	0,0769	0,6154	0,1538	0,1154	0,1154	0,4231	0,5000	0,0385	0,1154
SPOCH	0,3462	0,4615	0,5385	0,7115	0,3846	0,3462	0,7500	0,2308	0,3077	1,0000	0,2308	0,5769	0,1538	0,3462	0,1538	0,5577
UAE	0,6923	0,3846	0,3846	0,5385	0,7692	0,8462	0,7500	0,6346	0,6923	0,1923	0,5385	0,6538	0,8846	0,8462	0,7115	0,8269
UC	0,5769	0,5385	0,1923	0,0385	0,1923	0,2308	0,7500	0,1923	0,5385	0,7308	0,1538	0,0385	0,1923	0,3077	0,2692	0,0385
UCE	0,8077	0,3462	0,1154	0,4231	0,0769	0,0769	0,1346	0,1538	0,9231	0,3077	0,0769	0,5000	0,0769	0,0769	0,1538	0,1538
UEA	0,0385	1,0000	1,0000	0,9231	1,0000	1,0000	0,7500	0,8654	0,0385	0,6154	0,9615	0,8077	1,0000	0,9615	0,4038	0,3462
UEB	0,2308	0,1923	0,6538	0,3846	0,8462	0,5769	0,3462	0,4231	0,2308	0,9231	0,4231	0,2308	0,7308	0,5385	0,7115	0,5577
UG	0,8846	0,7308	0,0385	0,2308	0,0385	0,0385	0,2308	0,2692	1,0000	0,0385	0,0385	0,3462	0,0385	0,0385	0,2692	0,4038
ULEAM	0,3077	0,6538	0,3462	0,5769	0,1538	0,1923	0,4423	0,5769	0,7308	0,4231	0,2692	0,5385	0,1154	0,2308	0,9038	0,4808
UNACH	0,4615	0,8077	0,8846	0,4615	0,5769	0,7308	0,7500	0,7692	0,6538	0,2692	0,5000	0,6154	0,5769	0,5769	0,5385	0,1923
UNEMI	0,7692	0,9615	0,6154	0,7115	0,6538	0,6538	0,7500	0,7692	0,8077	0,5385	0,6538	0,7692	0,7692	0,4231	0,7115	0,9231
UNESUM	0,6538	0,0769	0,8462	0,9231	0,9231	0,8077	0,7500	0,9231	0,1154	0,1154	0,7692	0,9615	0,8077	1,0000	0,2692	0,9615
UNL	0,1538	0,8462	0,5769	0,1538	0,3077	0,1538	0,3077	0,3077	0,5000	0,5769	0,5769	0,4231	0,3077	0,1154	0,1923	0,2308
UPEC	0,1154	0,9231	0,9615	0,9231	0,9615	0,9231	0,7500	0,9808	0,0769	0,7692	1,0000	0,9615	0,9615	0,8846	0,9038	1,0000
UPSE	0,9615	0,0385	0,8077	0,6154	0,7308	0,8846	0,4423	0,6346	0,1538	0,6923	0,8462	0,1923	0,8462	0,7692	0,4038	0,7115
UTA	0,8462	0,2692	0,3077	0,3462	0,3462	0,5385	0,1923	0,3462	0,8462	0,3462	0,3462	0,2692	0,2308	0,2692	0,7115	0,2885
UTB	0,5000	0,4231	0,4231	0,9231	0,5000	0,6923	0,7500	0,9808	0,8846	0,8846	0,3846	0,9615	0,5000	0,4615	0,9038	0,8269
UTC	0,5385	0,7692	0,7308	0,6538	0,5385	0,3846	0,7500	0,6923	0,2692	0,9615	0,7308	0,8462	0,6538	0,6538	0,9038	0,6154
UTELVT	0,4231	0,6154	0,7692	0,3077	0,6154	0,1154	0,7500	0,7692	0,3462	0,6538	0,9231	0,4615	0,6923	0,6154	0,9038	0,7692
UTEQ	0,3846	0,3077	0,6923	0,1923	0,6923	0,7692	0,7500	0,5385	0,9615	0,2308	0,6923	0,3846	0,4615	0,6923	0,3462	0,8846
UTM	0,9231	0,2308	0,2692	0,7692	0,1154	0,4231	0,2692	0,4615	0,3846	0,8462	0,6154	0,7308	0,3846	0,1923	0,9038	0,7115
UTMACH	1,0000	0,1154	0,4615	0,5000	0,2308	0,5000	0,3846	0,5000	0,5769	0,5000	0,3077	0,1538	0,2692	0,1538	0,5385	0,4038
UTN	0,0769	0,6923	0,5000	0,9231	0,8077	0,6154	0,7500	0,3846	0,7692	0,4615	0,4615	0,6923	0,5385	0,3846	0,5385	0,4808

Elaborado por: El autor

Tabla 24: Estadísticas descriptivas de valores normalizados Método 3

Año 2008													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
PAS	2	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
GC	3	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
NI	4	26	0,5192	0,2931	0,5192	0,5245	0,3706	0,0385	0,9231	0,8846	-0,0280	-1,3916	0,0575
TU	5	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
GRAD	6	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
PINDX	7	26	0,5192	0,2702	0,7500	0,5402	0,0000	0,0385	0,7500	0,7115	-0,4522	-1,5520	0,0530
NPROI	8	26	0,5192	0,2938	0,5192	0,5192	0,3707	0,0385	0,9808	0,9423	-0,0065	-1,3448	0,0576
Año 2013													
Variables	vars	n	mean	sd	median	trimmed	mad	min	max	range	skew	kurtosis	se
PDI	1	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
PAS	2	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
GC	3	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
NI	4	26	0,5192	0,2940	0,5192	0,5210	0,3706	0,0385	0,9615	0,9231	-0,0059	-1,3524	0,0577
TU	5	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
GRAD	6	26	0,5192	0,2942	0,5192	0,5192	0,3706	0,0385	1,0000	0,9615	0,0000	-1,3391	0,0577
PINDX	7	26	0,5192	0,2906	0,5385	0,5262	0,3992	0,0385	0,9038	0,8654	-0,0509	-1,3974	0,0570
NPROI	8	26	0,5192	0,2939	0,5192	0,5192	0,3564	0,0385	1,0000	0,9615	-0,0005	-1,3369	0,0576

Elaborado por: El autor

En las tablas 20, 22 y 24 se muestran los estadísticos básicos calculados, una vez que hemos aplicado los tres modelos de normalización. Podemos observar que el valor de la media y la desviación standar se van normalizando en cada una de las fases (modelo 1 y 2) para en el modelo 3 tener una media y una desviación standar igual (0,5192 y 0,29) .

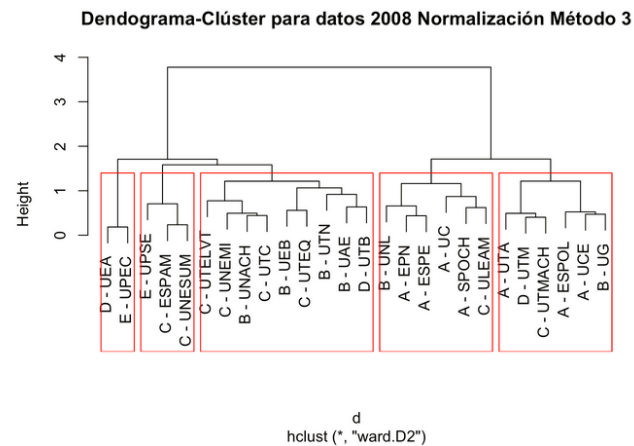
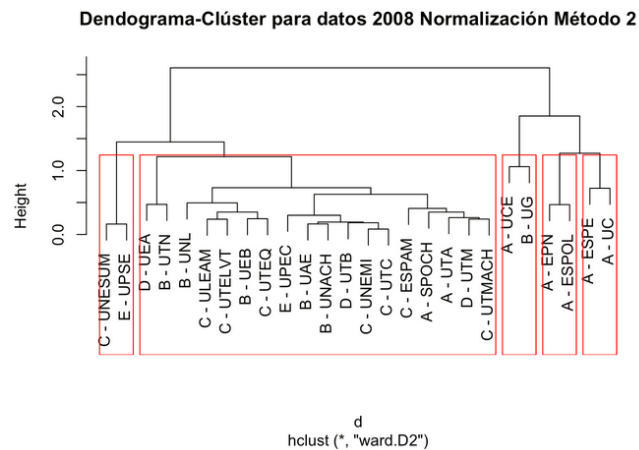
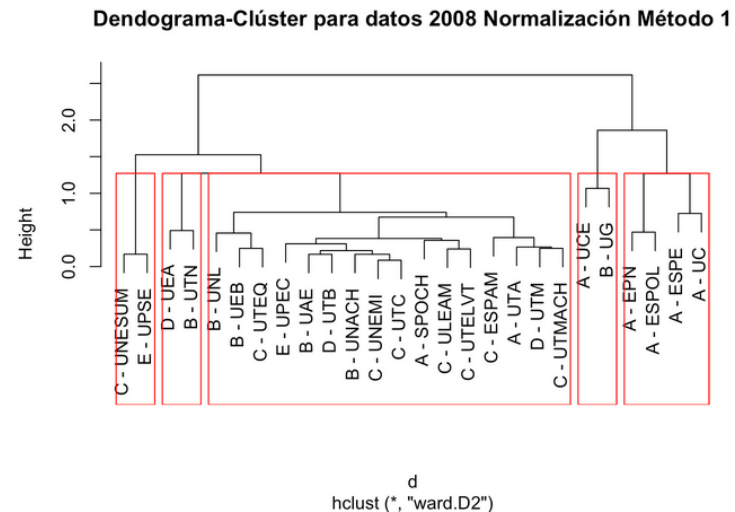
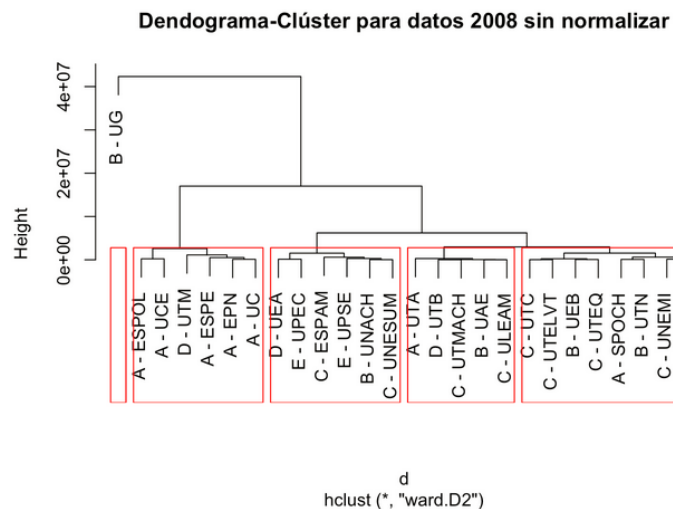
4.7 Análisis Cluster con los distintos métodos de normalización frente a la categorización de las universidades

La gran potencialidad de los análisis clusters se halla en su capacidad de crear tipologías y agrupamientos que faciliten la comparación a través del análisis de los mismos elementos con sus características intrínsecas que se estudian, facilitando el dialogo entre la teoría y la realidad social, generando a su vez nuevas problemáticas y con ello convirtiendo a nuestras categorías en herramientas de análisis. Este análisis puede ser utilizado tanto para variables cualitativas como cuantitativas.

Los análisis de conglomerados jerárquicos o análisis clusters junto con los dendogramas son estrategias metodológicas que trabajan bajo una serie de principios, entre ellos que todo fenómeno es afectado por diversos procesos que obligan al investigador a considerar múltiples variables. En todo caso, es fundamental comprender que el análisis cluster lo único que pretende es agrupar y clasificar datos.

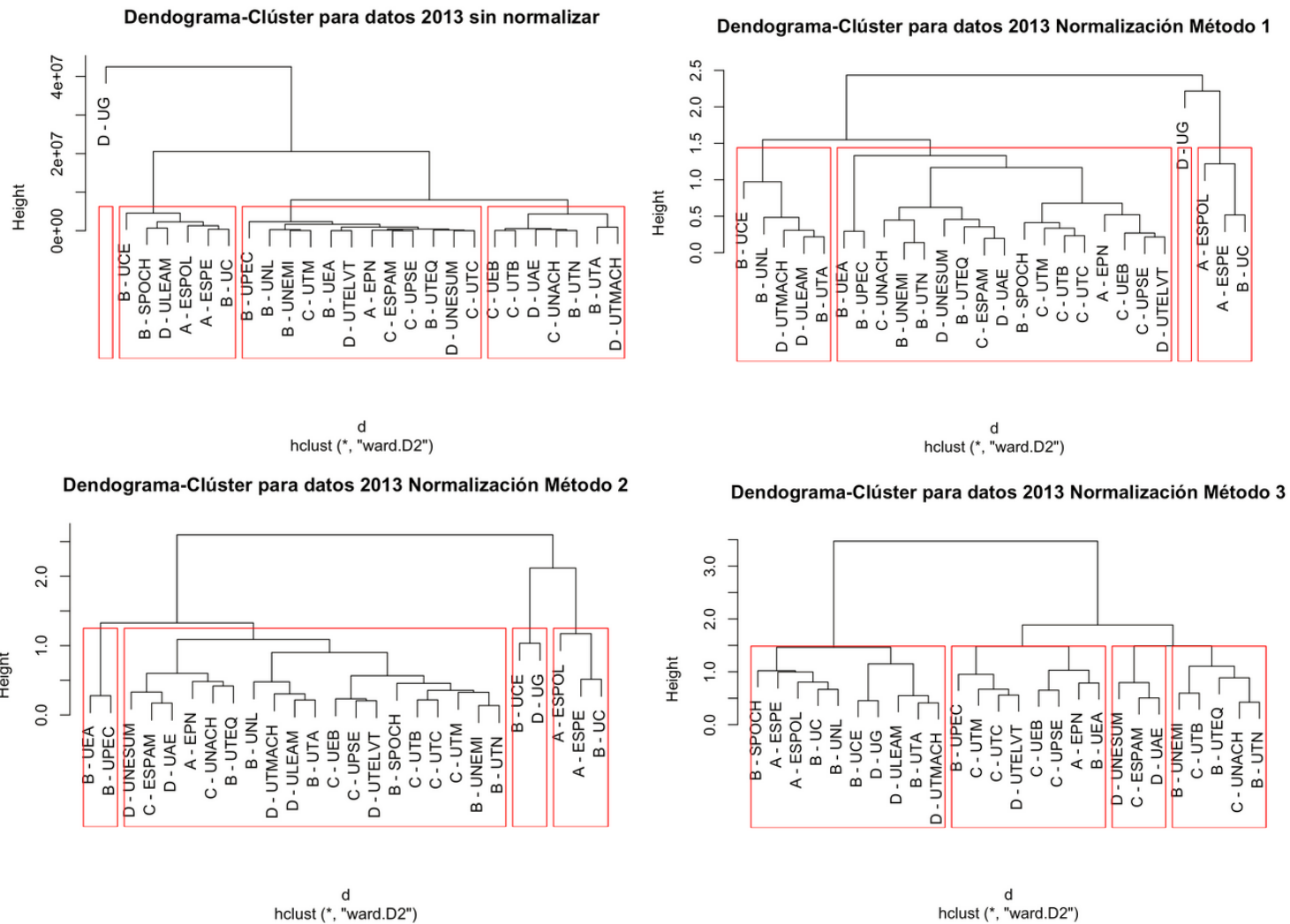
Una vez que hemos realizado la normalización a los datos vamos a realizar un análisis cluster con los datos del año 2008 y 2013. Se ha realizado un agrupamiento de las Instituciones de Educación Superior, donde se compara sus categorías y se distinguen los diferentes grupos a través de un dendograma que constituye una de las herramientas para lograr visualizar el número de conglomerados o clusters que determina la clasificación de las IES.

Gráfico 14: Dendrograma - Cluster para datos 2008



Elaborado por: El autor

Gráfico 15: Dendrograma - Cluster para datos 2013



Elaborado por: El autor

Como se observa en los gráficos 14 y 15, el agrupamiento se basó en la búsqueda de una medida de similaridad lo que posibilita vincular datos y unir elementos. En este caso, con R se realizó varios procedimientos, el primero fue calcular las distancias entre todos los pares de objetos, asumiendo que cada objeto constituye un cluster. El siguiente paso fue buscar los dos clusters más cercanos los cuales se juntan y constituyen uno solo, el proceso se repite hasta que quedan pares de comparación. Y finalmente el resultado gráfico es un árbol de relaciones, observándose en 4 clusters bien definidos. Este procedimiento se realizó tanto para datos sin normalizar como para cada uno de los tres métodos de normalización.

4.8 Análisis de Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales (ACP) es quizás la más antigua técnica de análisis multivariante. Su introducción se debe a Pearson (1901), pero su verdadero desarrollo y aplicabilidad se la debemos a Hotelling (1933). Esta técnica se emplea para identificar un número reducido de factores (las componentes) que recogen la mayor parte de la información proporcionada por un número elevado de variables explicativas. Mediante esta técnica se obtienen unas componentes que están ya incorrelacionadas y que tienen una capacidad explicativa similar al conjunto original de variables explicativas y que reproducen y explican las altas correlaciones que existían entre las variables originales.

Habitualmente, se calculan los componentes sobre variables originales estandarizadas, es decir, variables con media 0 y varianza 1. Esto equivale a tomar los componentes principales, no de la matriz de covarianzas sino de la matriz de correlaciones (en las variables estandarizadas coinciden las covarianzas y las correlaciones).

En la matriz de correlaciones todos los elementos de la diagonal son iguales a 1. Si las variables originales están tipificadas, esto implica que su matriz de covarianzas es igual a la de correlaciones, con lo que la variabilidad total (la traza) es igual al número total de variables que hay en la muestra. La suma total de todos los autovalores es p y la proporción de varianza recogida por el autovector j -ésimo (componente) es:

$$\lambda_j / p$$

En nuestro estudio hemos partido de la diagonalización de la matriz de correlaciones tanto para el año 2008 como para el 2013, la interpretación de las componentes o factores es más fácil cuando usamos variables estandarizadas. Los análisis se realizaron en R¹⁴.

Tabla 25: Correlación de variables (2008-2013)

2008								
Correlación	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
PDI	1,0000	-0,3908	-0,2402	-0,1346	-0,2979	-0,2149	-0,0899	-0,0375
PAS	-0,3908	1,0000	-0,1895	-0,2393	-0,1609	-0,1845	-0,1424	-0,2236
GC	-0,2402	-0,1895	1,0000	0,3541	0,8857	0,9379	0,2183	0,3874
NI	-0,1346	-0,2393	0,3541	1,0000	0,2409	0,2457	0,3295	0,6994
TU	-0,2979	-0,1609	0,8857	0,2409	1,0000	0,9304	0,1099	0,3280
GRAD	-0,2149	-0,1845	0,9379	0,2457	0,9304	1,0000	0,0350	0,2426
PINDX	-0,0899	-0,1424	0,2183	0,3295	0,1099	0,0350	1,0000	0,5749
NPROI	-0,0375	-0,2236	0,3874	0,6994	0,3280	0,2426	0,5749	1,0000
2013								
Correlación	PDI	PAS	GC	NI	TU	GRAD	PINDX	NPROI
PDI	1,0000	-0,3387	-0,4470	-0,2210	-0,4954	-0,5273	-0,1459	-0,1639
PAS	-0,3387	1,0000	0,4870	-0,0617	0,4383	0,2611	0,3259	-0,0031
GC	-0,4470	0,4870	1,0000	0,3106	0,9493	0,7038	0,2666	0,2782
NI	-0,2210	-0,0617	0,3106	1,0000	0,1839	0,1213	0,3083	0,8029
TU	-0,4954	0,4383	0,9493	0,1839	1,0000	0,8398	0,1717	0,1296
GRAD	-0,5273	0,2611	0,7038	0,1213	0,8398	1,0000	0,2127	0,0708
PINDX	-0,1459	0,3259	0,2666	0,3083	0,1717	0,2127	1,0000	0,5111
NPROI	-0,1639	-0,0031	0,2782	0,8029	0,1296	0,0708	0,5111	1,0000

Elaborado por: El autor

4.8.1 Análisis de Componentes Principales año 2008

Se realiza un análisis de componentes principales sobre todas las variables. Los resultados que obtenemos los vemos a continuación:

Tabla 26: Matriz de componentes principales (2008)

¹⁴ R es un conjunto de programas integrados especialmente orientado al análisis estadístico y la representación gráfica de los resultados obtenidos. Es además un lenguaje de programación orientado a objetos. Es un proyecto GNU, por lo tanto, los usuarios son libres de modificarlo y extenderlo. Se trata de un lenguaje basado en comandos o instrucciones que son ejecutados. Existe una amplia variedad de entornos de desarrollo para R que facilitan escribir scripts de R tales como R commander, RKWard y RStudio.

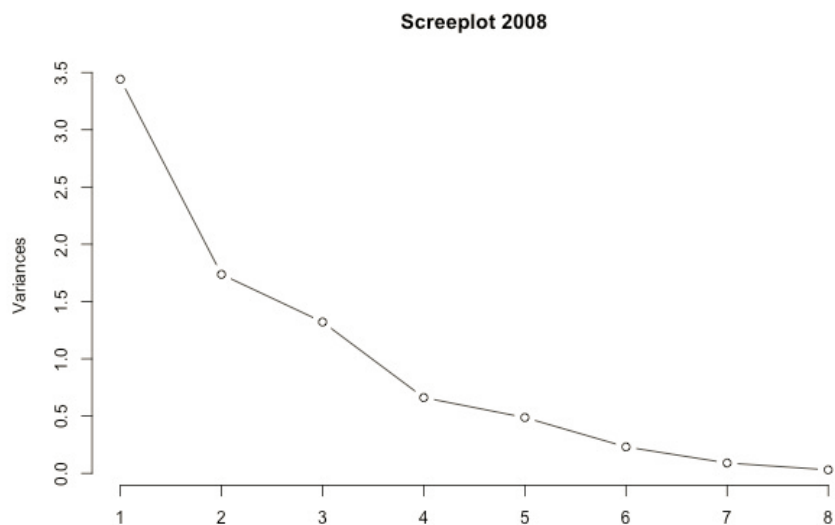
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8
PDI	-0,1526	0,2926	-0,6481	0,1013	0,6419	-0,1775	-0,1201	-0,0536
PAS	-0,1559	-0,3170	0,6214	0,0127	0,6818	-0,1411	-0,0639	-0,0003
GC	0,4973	-0,2022	-0,0921	0,0974	0,1106	-0,2355	0,6157	-0,4971
NI	0,3166	0,3983	0,1718	-0,6513	-0,0083	-0,4916	-0,2107	-0,0346
TU	0,4737	-0,2918	-0,0956	0,0865	0,0429	0,2447	-0,7010	-0,3474
GRAD	0,4653	-0,3223	-0,1860	0,0259	0,1018	-0,1379	0,0473	0,7828
PINDX	0,2111	0,4520	0,2842	0,7340	-0,0923	-0,3130	-0,1429	0,0693
NPROI	0,3455	0,4701	0,1773	-0,0949	0,3001	0,6888	0,2097	0,1031
Standard deviation	1,8551	1,3180	1,1494	0,8133	0,6980	0,4804	0,3004	0,1745
Proportion of Varianc	0,4302	0,2172	0,1652	0,0827	0,0609	0,0288	0,0113	0,0038
Cumulative Proport.	0,4302	0,6473	0,8125	0,8952	0,9561	0,9849	0,9962	1,0000

Elaborado por: El autor

Los datos de varianza explicada son muy importantes para saber cuántos componentes principales vamos a utilizar en nuestro análisis. No hay una regla definida sobre el número que se debe utilizar, con lo cual deberemos decidir en función del número de variables iniciales (debemos recordar que se trata de reducirlas en la medida de lo posible) y de la proporción de la varianza explicada acumulada.

En este caso, los tres primeros componentes tienen varianzas (autovalores) mayores que 1 y parece razonable quedarse con los tres primeros componentes principales, ya que con ellos se explica el 81,25 % de la varianza de las variables originales, y teniendo en cuenta que añadiendo uno más sólo ganamos un 8,27%, y quitando uno perdemos un 16,5%.

Gráfico 16: Varianzas año 2008



Elaborado por: El autor

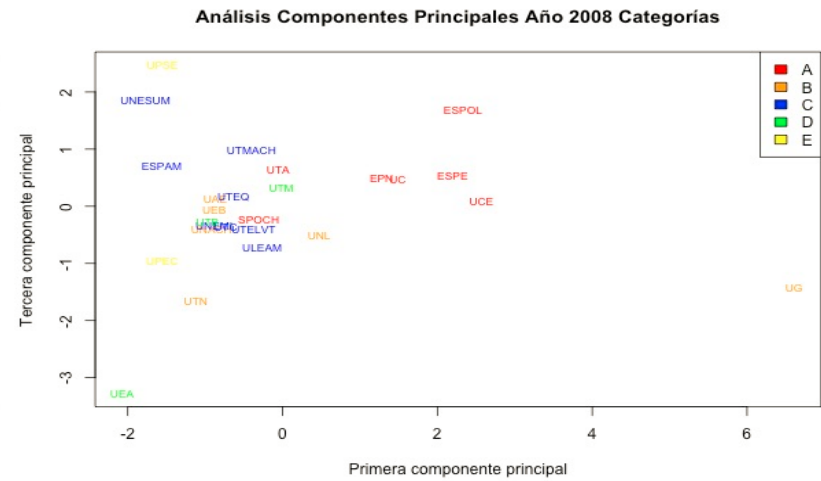
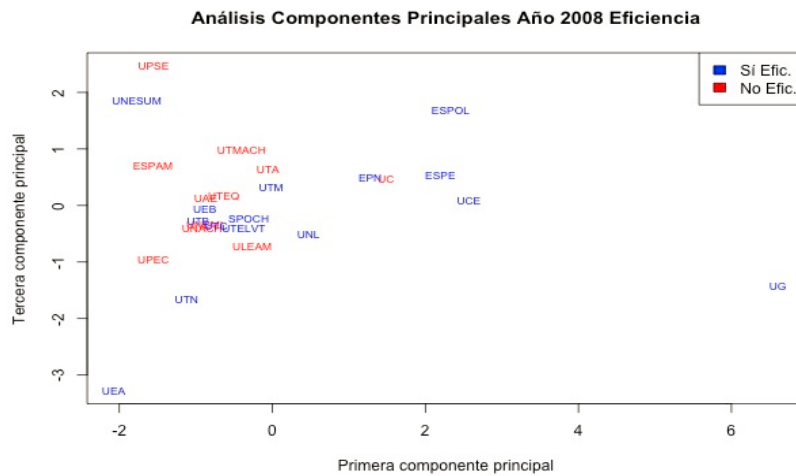
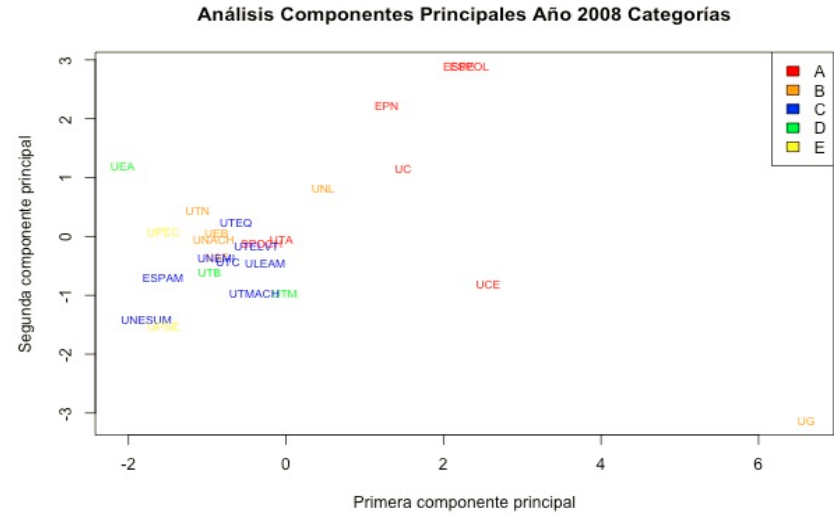
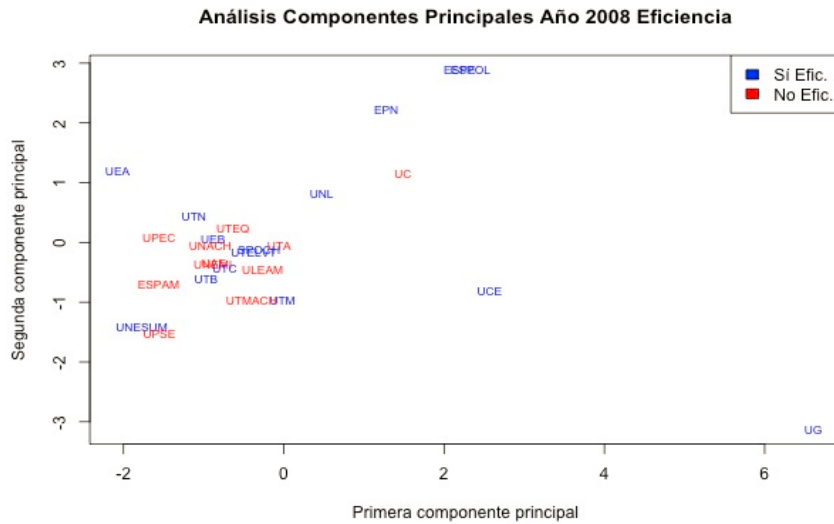
Vemos que la PC1 tiene mayor correlación positiva con las variables GC, TU y GRAD, mientras que tiene correlación negativa con PDI y PAS, y baja con el resto de variables. Por lo tanto, por lo que podemos considerar que corresponde al componente académico.

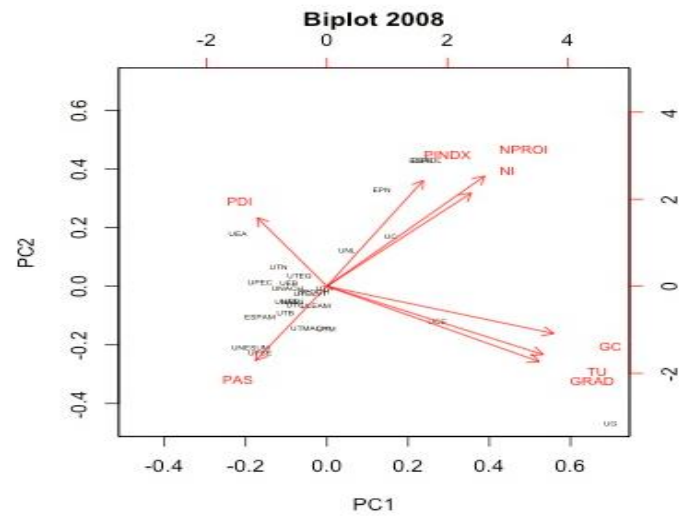
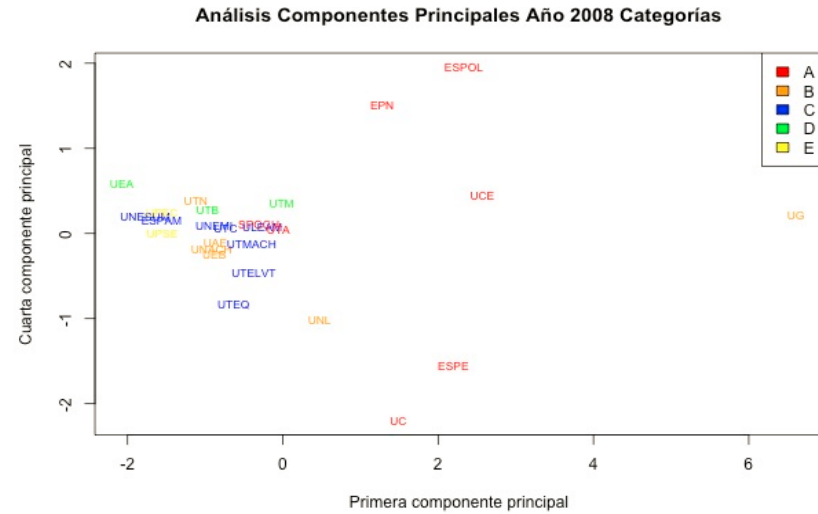
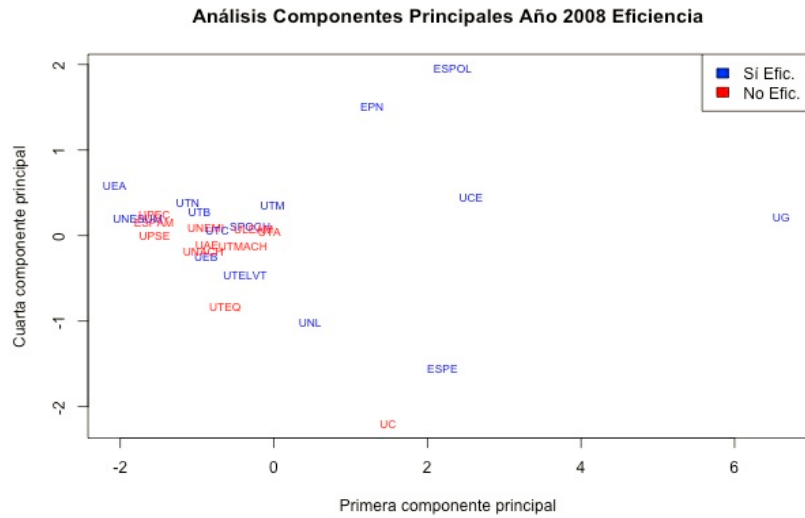
En cuanto a la PC2, observamos que existe una mayor correlación positiva con las variables NPROI, PINDX, media con la variable NI, y una correlación negativa con el resto de variables, por lo que podemos identificarlo como el componente de investigación.

En el PC3 observamos que existe una fuerte correlación positiva con la variable PAS, asimismo se evidencia una fuerte correlación negativa con la variable PDI y con el resto de variables existe una correlación débil tanto positiva como negativa, por ello entendemos que se refiere al componente administrativo

En la salida de resultados de R se observan varias gráficas descriptivas exploratorias donde se presentan varios datos anómalos (outliers), que ofrezca un valor extrañamente alto o debajo en cada eje. Observemos los siguientes gráficos:

Gráfico 17: Componentes Principales año 2008





En cuanto al gráfico en dos dimensiones de PC1 y PC2, observamos que hay una gran dispersión en el primer componente, mientras que en el segundo la mayoría de las DMUs se sitúan en los valores centrales, aunque hay algunas DMUs que se destacan por sus valores distintos (especialmente los negativos), también podemos observar que universidades consideradas eficientes como la UG y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades.

De acuerdo a la categoría, podemos observar un comportamiento similar de las componentes PC1 y PC2, observamos que hay una gran dispersión en el primer componente, mientras que en el segundo la mayoría de las DMUs se sitúan en los valores centrales, aunque hay algunas DMUs que se destacan por sus valores distintos (especialmente los negativos), también podemos observar que universidades que se encuentran en categoría A como la UG y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades.

PC1 y PC4, observamos que hay una gran dispersión para la primera componente, mientras que para la cuarta componente los valores de las DMUs se sitúan en el centro, aunque hay algunas que se encuentran muy alejadas del resto de universidades como la UG, UC ESPE. Este mismo comportamiento se observa con las universidades categorizadas en A (UG, UC y ESPE).

En el gráfico en dos dimensiones de vectores PC1 y PC2, relacionadas con las variables, observamos que las DMUs se sitúan entre las variables PDI y PAS ya que se encuentran en los valores centrales de la CP2, aunque hay algunas DMUs que consideradas eficientes como la UG y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades.

4.8.2 Análisis de Componentes Principales año 2013

En principio se realiza un análisis de componentes principales sobre todas las variables. Los resultados que obtenemos los vemos a continuación:

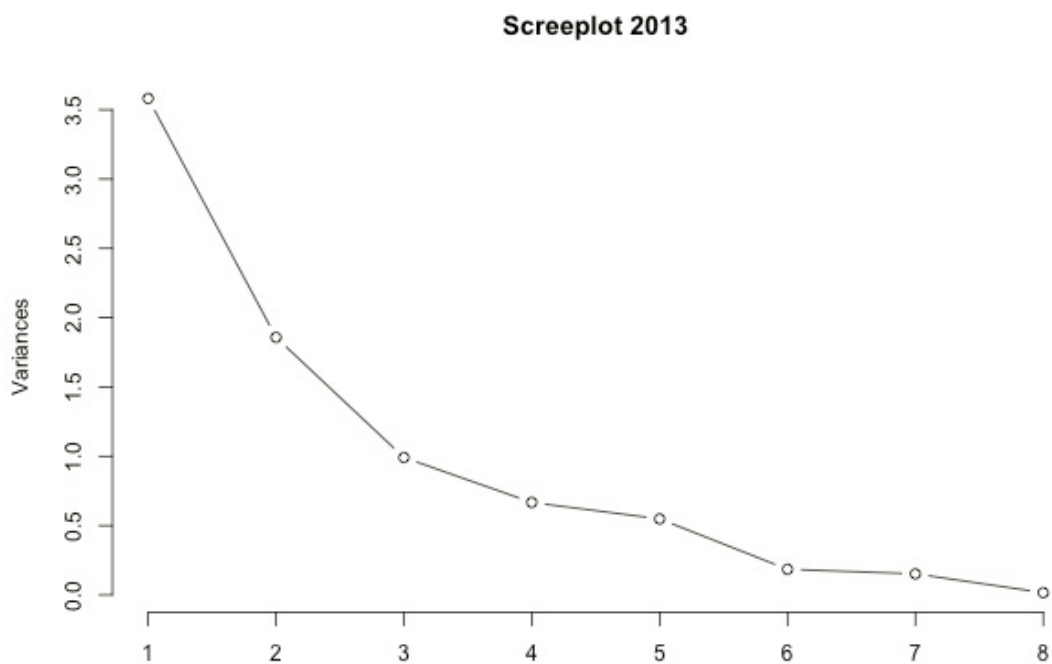
Como podemos observar en la tabla 27, se muestra las componentes principales para el año 2013 y la proporción de la varianza acumulada explicada. Para el año 2013 al igual que en el año 2008, los tres primeros componentes tienen varianzas (autovalores) con valores altos y parece razonable quedarse con los tres primeros componentes principales, ya que con ellos se explica el 80,40 % de la varianza de las variables originales, y teniendo en cuenta que añadiendo uno más sólo ganamos un 8,34%, y quitando uno perdemos un 12,4%.

Tabla 27: Matriz de Componentes Principales año 2013

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8
PDI	-0,3457	0,0999	-0,1286	0,8721	0,1863	-0,2280	-0,0818	0,0082
PAS	0,2838	-0,2104	-0,6710	-0,1738	0,4996	-0,3365	-0,1783	0,0093
GC	0,4804	-0,1130	0,0764	0,2965	0,2638	0,4261	0,2251	-0,6008
NI	0,2349	0,5676	0,2779	-0,0765	0,2920	-0,4844	0,4672	0,0383
TU	0,4728	-0,2362	0,1704	0,2672	0,0812	0,1772	0,0622	0,7605
GRAD	0,4215	-0,2341	0,2427	0,1504	-0,4524	-0,5634	-0,3294	-0,2355
PINDX	0,2447	0,3370	-0,6008	0,1465	-0,5833	0,0920	0,3046	0,0516
NPROI	0,2301	0,6218	0,0355	0,0035	0,0972	0,2476	-0,6982	0,0300
Standard deviation	1,8926	1,3632	0,9957	0,8167	0,7406	0,4299	0,3898	0,1269
Proportion of Varian	0,4478	0,2323	0,1239	0,0834	0,0686	0,0231	0,0190	0,0020
Cumulative Proport	0,4478	0,6800	0,8040	0,8874	0,9559	0,9790	0,9980	1,0000

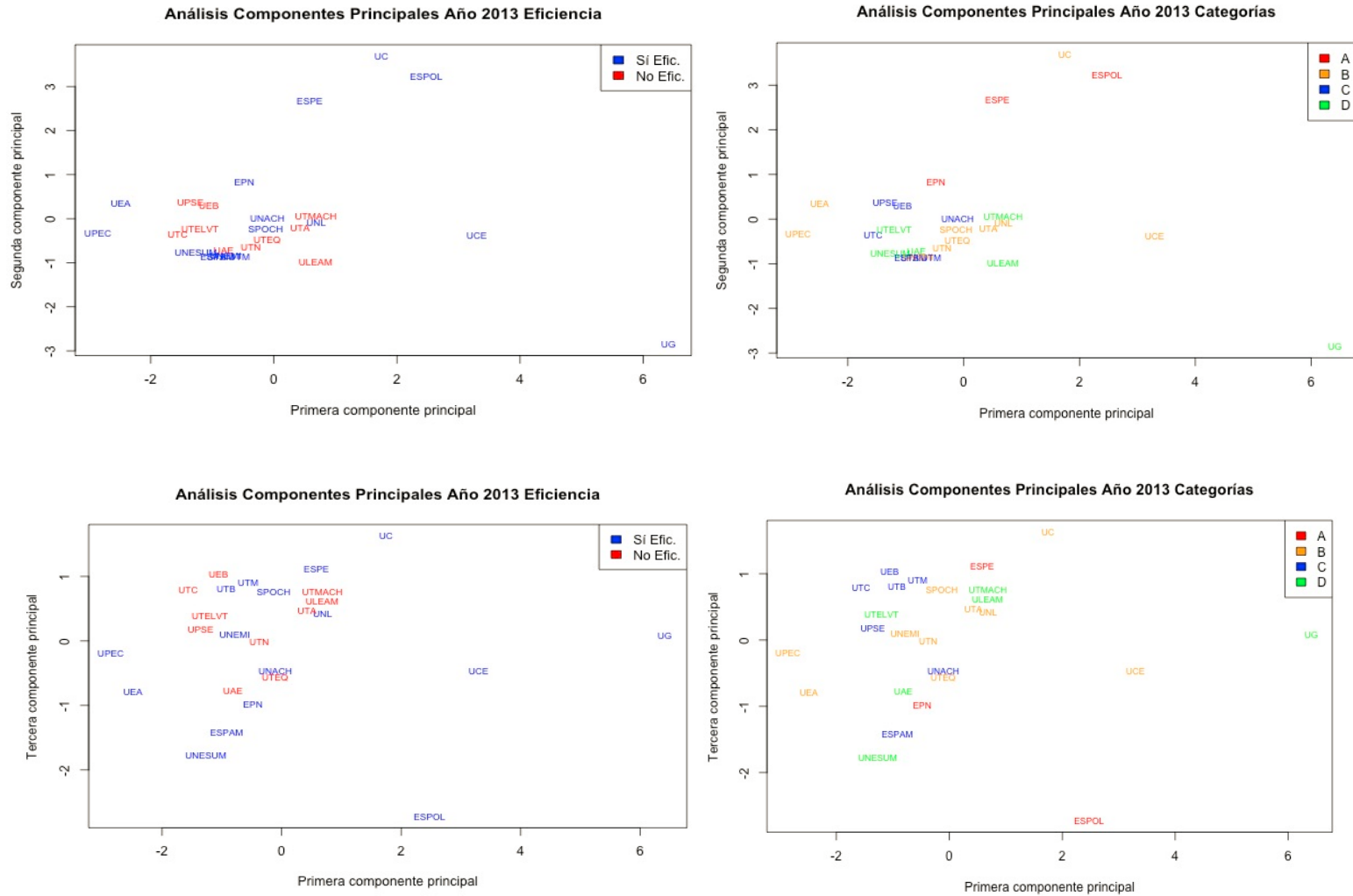
Elaborado por: El autor

Gráfico 18: Varianzas año 2013

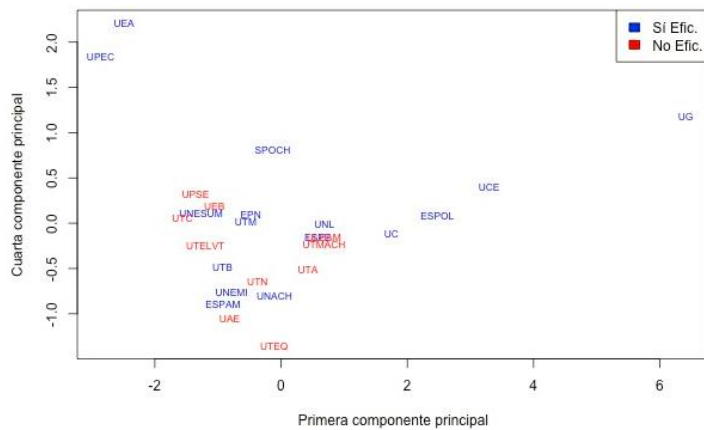


Elaborado por: El autor

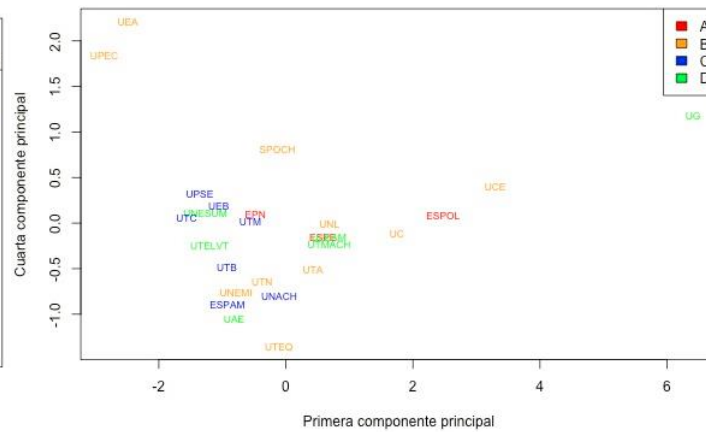
Gráfico 19: Componentes Principales año 2013



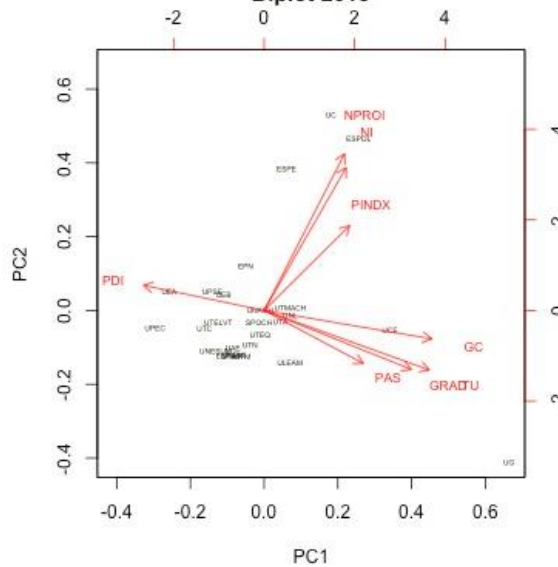
Análisis Componentes Principales Año 2013 Eficiencia



Análisis Componentes Principales Año 2013 Categorías



Biplot 2013



El gráfico en dos dimensiones de PC1 y PC2 el comportamiento es similar al año 2008, observamos que hay una gran dispersión en el primer componente, mientras que en el segundo la mayoría de las DMUs se sitúan en los valores centrales, aunque hay algunas DMUs que se destacan por sus valores distintos (especialmente los negativos), también podemos observar que la UG, UC y ESPOL está muy alejada del resto de universidades.

De acuerdo a la categoría, podemos observar un comportamiento similar de las componentes PC1 y PC2, observamos que hay una gran dispersión en el primer componente, mientras que en el segundo la mayoría de las DMUs se sitúan en los valores centrales, aunque hay algunas DMUs que se destacan por sus valores distintos (especialmente los negativos), también podemos observar que universidades como la UG, UC y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades.

En el PC1 y PC3, observamos que los valores se sitúan en valores centrales en el primer componente, mientras que en el tercer componente la mayoría de las DMUs se sitúan muy dispersas, aunque hay algunas DMUs que se destacan por sus valores distintos, en este gráfico también podemos observar que la UG, UCE y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades. De acuerdo a la categoría el comportamiento de las DMUs es igual, se observa con las universidades categorizadas en A como la ESPOL, las universidades categorizadas en B (UCE, UC) y la UG que tiene categoría D se encuentran alejadas del resto de universidades

En este gráfico se observa que tanto para PC1 y PC4 existe una gran dispersión de los valores distintos, aquí también podemos observar que las DMUS consideradas eficientes como la UG, UEA y la UPEC están muy alejadas del resto de universidades, igual sucede con la el gráfico por categorías.

En el gráfico en dos dimensiones de vectores (Biplot 2013) PC1 y PC2, relacionadas con las variables, observamos que las DMUs se sitúan entre las variables PDI y PAS ya que se encuentran en los valores centrales de la PC2, aunque hay algunas DMUs que consideradas eficientes como la UG, UCE y la ESPOL están muy alejadas del resto de universidades

El análisis de componentes principales nos ha permitido validar la hipótesis de que las variables seleccionadas se pueden agrupar en tres dimensiones que corresponden a la componente académica, de investigación y administrativa.

4.9 Aplicación de técnicas de clasificación con las variables seleccionadas

El proceso de categorización de las universidades ecuatorianas descrito en el apartado 3.5 tiene como punto fuerte el que se haya realizado con el amplio conjunto de variables descritas en la tabla 5, y como punto débil el que no sean de acceso público los valores de muchas de esas variables. De ahí que en la presente tesis se haya trabajado con la información disponible y que sea preciso analizar la capacidad de nuestro conjunto de variables seleccionadas para asignar a cada universidad a las categorías establecidas por los procesos de categorización.

Se han empleado las técnicas de clasificación descritas en el apartado 1.9 obteniéndose los siguientes resultados.

Año 2008

Método JRip

Matriz de confusión

```
a b c d e <-- clasificada como
6 0 1 0 0 | a = A
0 0 6 0 0 | b = B
0 0 8 0 0 | c = C
0 0 3 0 0 | d = D
0 0 2 0 0 | e = E
```

Este método solo lograr clasificar correctamente todas las universidades de la categoría C

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 53.8462 %%

Método OneR

Matriz de confusión

```
a b c d e <-- clasificada como
7 0 0 0 0 | a = A
4 0 2 0 0 | b = B
0 0 8 0 0 | c = C
1 0 2 0 0 | d = D
0 0 2 0 0 | e = E
```

Vemos que clasifica adecuadamente las categorías A y C pero es muy insatisfactorio para las otras tres.

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 57.6923 %

Método PART

Matriz de confusión

```
a b c d e <-- clasificada como
6 1 0 0 0 | a = A
0 6 0 0 0 | b = B
0 0 8 0 0 | c = C
0 0 0 3 0 | d = D
0 0 1 1 0 | e = E
```

Obtiene una clasificación perfecta para las universidades de las categorías B, C y D, del 85,71% para las de la A.

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 88.4615 %

Las reglas de clasificación de este método nos sirven para comprender cuales son los aspectos implícitos que tuvieron más relevancia en el proceso de categorización.

Lista de reglas de decisión

```
REGLA 1
NPROI > 40: A (6.0)
REGLA 2
NPROI > 15: B (5.0/1.0)
REGLA 3
NI > 8 AND
PINDX <= 0 AND
PDI <= 2.666004: B (2.0)
REGLA 4
NI > 3: C (7.0/1.0)
REGLA 5
PAS <= 3.222222: D (4.0/1.0)
REGLA 6
: C (2.0)
```

Vemos como en 2008 la variable número de proyectos de investigación es la única que interviene en la primera categoría, de forma que las universidades con más de 40 proyectos de investigación son las que están en la categoría superior.

Año 2013

Método JRip

Matriz de confusión

```
a b c d  <-- clasificada como
0 3 0 0 | a = A
0 9 1 0 | b = B
0 3 4 0 | c = C
0 6 0 0 | d = D
```

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 50.000 %%

Método OneR

Matriz de confusión

```
a b c d  <-- clasificada como
0 0 3 0 | a = A
0 7 3 0 | b = B
0 1 6 0 | c = C
0 2 3 1 | d = D
```

Vemos que también es muy insatisfactorio.

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 53.8462 %

Matriz de confusión

```
a b c d e  <-- clasificada como
3 0 0 0 | a = A
0 8 2 0 | b = B
0 0 7 0 | c = C
1 0 0 5 | d = D
```

Obtiene una clasificación perfecta para las universidades de las categorías A y C, del 80% para la B y del 83.33% para las de la D

Porcentaje global de universidades clasificadas correctamente 88.4615 %

También para el 2013 las reglas de clasificación de este método son las que ponen de manifiesto cuáles son los aspectos implícitos que más influyeron en el proceso de categorización.

Lista de reglas de decisión

```
REGLA 1
NPROI > 13 AND
TU > 13626: B (4.0)
REGLA 2
NPROI <= 19 AND
PAS <= 1.190265: C (7.0/2.0)
REGLA 3
NPROI <= 19 AND
TU > 1981 AND
PDI > 2.741752: D (5.0)
REGLA 4
NI > 62.366667: A (4.0/1.0)
REGLA 5
PINDX <= 2 AND
PDI <= 2.771583: B (2.0)
REGLA 6
PINDX <= 2: C (2.0)
REGLA 7
: B (2.0)
```


Podemos concluir que las variables seleccionadas constituyen un conjunto válido al haberse identificado un conjunto de reglas explícitas que permiten reproducir la categorización con bajas tasas de error.

4.10 Análisis de eficiencia de las universidades públicas ecuatorianas

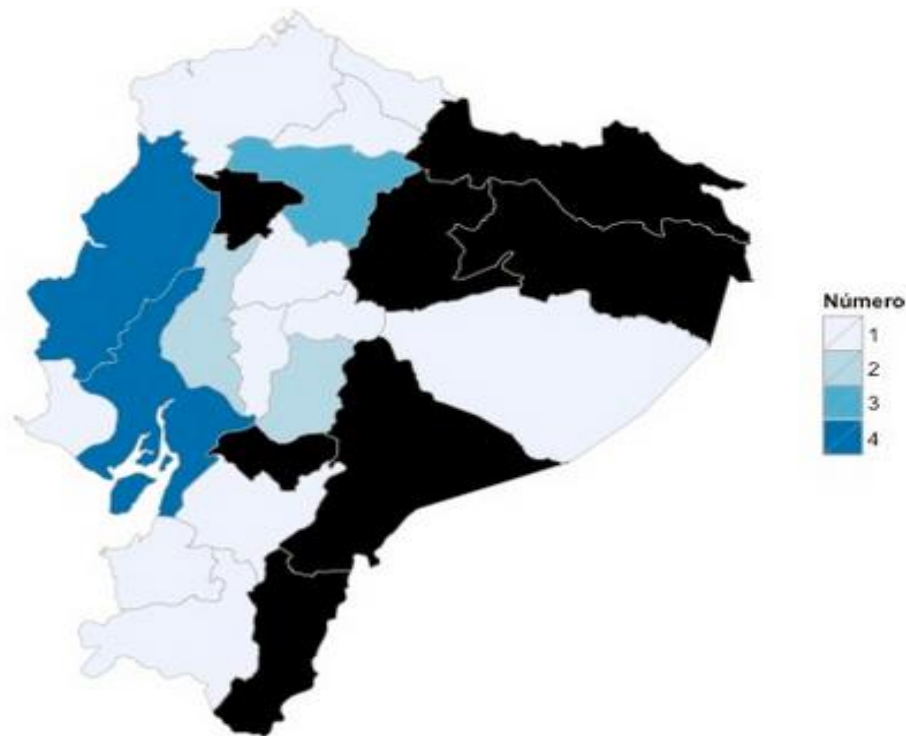
En los últimos años a nivel mundial, se observa un incremento en el estudio sobre la eficiencia y productividad de las Instituciones de Educación Superior. Por ejemplo, se registran una serie de estudios sobre la eficiencia de los centros de educación superior en el Reino Unido, Australia, Brasil, Italia, China, Portugal, España entre otros. En Ecuador no registra estudios sobre análisis de la eficiencia de las instituciones que conforman el Sistema de Educación Superior. Por lo que es conveniente incursionar en este análisis.

Nuestro estudio se propone llevar a cabo el análisis de eficiencia de las universidades públicas ecuatorianas, lo que permitirá analizar la evolución de la eficiencia técnica a través del modelo DEA con orientación Output y el cambio de productividad a través del análisis del Índice de Malmquist, utilizando como base la metodología del análisis envolvente de datos (DEA). Por lo tanto este estudio constituye el primer estudio de análisis de eficiencia y productividad de las universidades ecuatorianas desde un enfoque dinámico para los años 2008 y 2013. Cabe mencionar, que a partir de la última década, el Sistema de Educación Superior se ha encaminado en la búsqueda de la mejora de su rendimiento y desempeño, motivado principalmente por el gobierno. Comenzó en el año 2008 con el primer proceso de Evaluación y Acreditación, realizado por el Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación (CONEA) y luego en cumplimiento al mandato constitucional en aseguramiento de la calidad de la Educación Superior el CEAACES realizó un nuevo proceso de evaluación y acreditación en el año 2013.

Mediante el presente análisis empírico se pretende examinar la variación en eficiencia técnica de 26 universidades públicas ecuatorianas en los años 2008 y 2013, así como observar el cambio de productividad total de factores de dichas instituciones y los posibles cambios de eficiencia técnica y cambio tecnológico que respaldan tal comportamiento. Hemos escogido el enfoque no paramétrico, para cuantificar la eficiencia de unidades productivas. La aplicación de la técnica DEA es un método atractivo para el uso en el ámbito de estudio (la educación superior pública), por las ventajas que ofrece.

La siguiente ilustración muestra el número de universidades públicas ecuatorianas por Regiones (el color negro en el mapa representa las provincias que no tienen universidades en el estudio):

Ilustración 21: Número de universidades en Ecuador por Regiones



Elaborado por: El autor

La revisión de la literatura, nos ha permitido seleccionar el enfoque y además la técnica CCR-DEA orientada a las salidas (output – orientadas). Se considera que esta orientación es la más adecuada por que las unidades evaluadas, tienen un margen mayor de maniobra para orientar la gestión hacia la consecución de mejores resultados. Es decir, de acuerdo a las condiciones los gestores tienen poca actuación sobre los inputs y, más bien, dirigen su máximo esfuerzo para lograr su máximo nivel de output (salidas). En cada análisis DEA vamos a obtener los índices de eficiencia bajo la hipótesis de rendimientos constantes. Es decir, cuando la cantidad utilizada de todos los factores (inputs) y la cantidad obtenida de producto (outputs) varía en la misma proporción. Es importante notar que cuando ningún input es controlable por el gestor, uno solo puede especificar el modelo de maximización de output.

Por lo tanto, de acuerdo a la naturaleza del objeto de estudio nos lleva a seleccionar la opción de un análisis de maximización de output, es decir, un modelo DEA con orientación output, para la evaluación de la eficiencia, lo que nos permitirá analizar en qué porcentaje las universidades públicas ecuatorianas pueden incrementar sus outputs a partir de sus inputs.

4.10.1 Eficiencias

El análisis de resultados permitirá identificar las universidades eficientes y más productivas, conocer sus mejores prácticas y el contexto en el que realizan su función de educación. La tabla 28 muestra los valores de eficiencia para los años 2008 y 2013, con variables de calidad y bajo las hipótesis de rendimiento constantes a escala y orientación output. A continuación en color se presentan las puntuaciones de eficiencia y productividad obtenidas para cada una de las 26 universidades públicas ecuatorianas que forman la frontera de eficiencia para cada año:

Tabla 28: Índice de eficiencia técnica (2008 - 2013)

Universidad	2008	2013
EPN	1,000000	1,000000
ESPAM	0,229729	1,000000
ESPE	1,000000	1,000000
ESPOL	1,000000	1,000000
SPOCH	1,000000	1,000000
UAE	0,429428	0,286605
UC	0,710936	1,000000
UCE	1,000000	1,000000
UEA	1,000000	1,000000
UEB	1,000000	0,875065
UG	1,000000	1,000000
ULEAM	0,896259	0,556240
UNACH	0,399903	1,000000
UNEMI	0,743749	1,000000
UNESUM	1,000000	1,000000
UNL	1,000000	1,000000
UPEC	0,000000	1,000000
UPSE	0,520464	0,633428
UTA	0,691047	0,617797
UTB	1,000000	1,000000
UTC	1,000000	0,771072
UTELVT	1,000000	0,593670
UTEQ	0,339808	0,555109
UTM	1,000000	1,000000
UTMACH	0,621563	0,667734
UTN	1,000000	0,837572
Índice Promedio	0,791649	0,861319

Elaborado por: El autor

Una vez aplicada la técnica DEA a todas las universidades como un único grupo, podemos observar que el índice de eficiencia no refleja una relación con el tamaño de las

universidades (número de estudiantes matriculados) por que tanto universidades grandes como la UC, UG, medianas ESPOL, UC y pequeñas como la EPN resultan eficientes. Asimismo, podemos observar que 11 (42 %) de las 26 universidades analizadas son eficientes en ambos periodos (EPN, ESPE, ESPOL, SPOCH, UCE, UEA, UG, UNESUM, UNL, UTB Y UTM).

Tabla 29: Distribución de unidades eficientes (2008 - 2013)

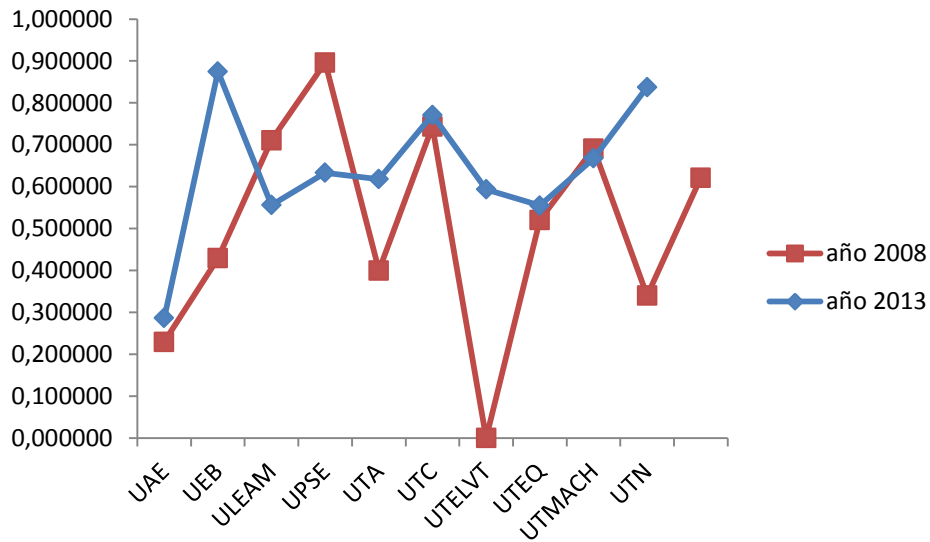
Intervalos	2008				2013			
	Frec. Absolut	Porc.	Abs. Acumul.	Porc. Acumul.	Frec. Absolut.	Porc.	Abs. Acumul.	Porc. Acumul.
1	15	57,69	15	57,69	16	61,54	16	61,54
[0.95,1)	0	0,00	15	57,69	0	0,00	16	61,54
[0.9,0.95)	0	0,00	15	57,69	0	0,00	16	61,54
[0.8,0.9)	1	3,85	16	61,54	2	7,69	18	69,23
<0.8	10	38,46	26	100,00	8	30,77	26	100,00

Elaborado por: El autor

Al analizar los datos, hemos encontrado que las unidades ineficientes están tomando como punto de referencia a aquellas universidades eficientes, donde estas instituciones con las mejores prácticas son muy diferentes en cuanto a una estructura de inputs y outputs se refiere. Considerando los rendimientos constantes a escala para el año 2008 son 15 universidades consideradas eficientes es decir el 57,69% de las 26 universidades públicas analizadas tienen un índice de eficiencia 1 y el 38,46% tienen un índice de eficiencia menor a 0,8(10 universidades). Para el año 2013 el número de universidades con índice de eficiencia 1 se incrementó a 16 que representa un 61,53% del total de universidades analizadas y el 30,77% es decir 8 universidades tienen índice de eficiencia menor a 0,8. La media de eficiencia (Tabla 28) para los años 2008 y 2013 es de 79,16% y 86,13% respectivamente. La puntuación menor de eficiencia en 2008 correspondió a la UPEC con 0% ya es una universidad creada recientemente en 2006 y para la evaluación apenas tenía dos años de creación no así para el 2013 que alcanza un nivel de eficiencia de 1. En otras palabras entre la primera y segunda evaluación ha conseguido alcanzar un nivel óptimo en el manejo de sus recursos.

Para el 2013 la ineficiencia de las 10 de las 26 universidades analizadas está causada exclusivamente por la errónea utilización de los recursos, se observa que la UAE tiene el menor índice de eficiencia con el 28,66%, es decir que si esta universidad hubiera utilizado de forma adecuada los recursos, podría haber conseguido el mismo resultado pero consumiendo un 71,34% menos de recursos.

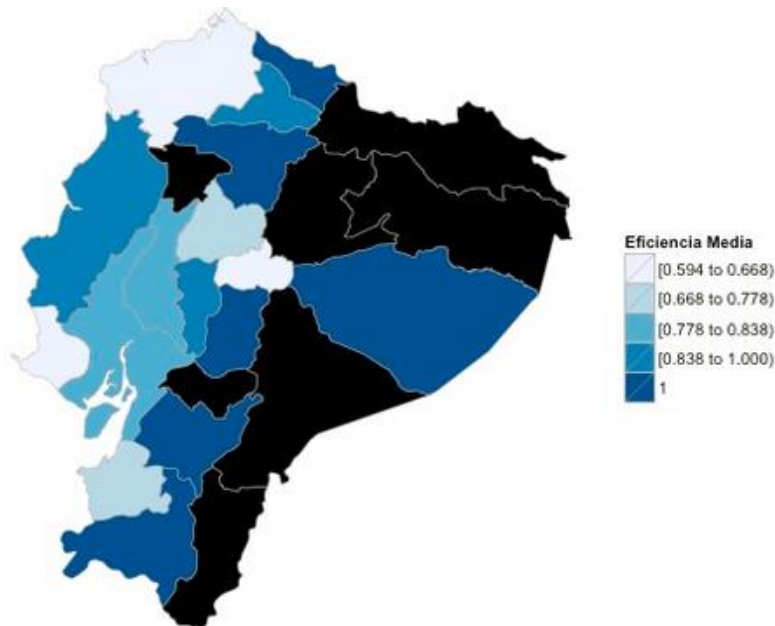
Gráfico 20: Universidades con índice de eficiencia menor a 80%



Elaborado por: El autor

En la ilustración 22 se muestra la Eficiencia Media de universidades públicas de Ecuador por regiones, cabe recalcar que el color negro en el mapa representa las regiones que no tienen universidades públicas en el estudio.

Ilustración 22: Eficiencia Media de Universidades en Ecuador por Regiones



Elaborado por: El autor

Tabla 30: Estadísticas descriptivas de los Índices de Eficiencia (2008 - 2013)

	2008	2013
n	26	26
Media	0,791649429	0,861318936
Desv. Tip*	0,297643279	0,205338601
Mediana	1	1
Media Trim	0,834234392	0,888753572
Des. Abs. Mediana	0	0
Min	0	0,286605081
Max	1	1
Rango	1	0,713394919
Coef. Asim.	-1,113153335	-1,144834242
Coef. Curtosis	-0,012178054	0,143146801
Error Estándar	0,05837265	0,040270213

Elaborado por: El autor

Analizando la información que nos proporciona la estadística descriptiva de los índices de eficiencias observamos que la media de eficiencia para el año 2008 es de 79,16%, mientras que para el año 2013 es de 86,13%. Esto quiere decir que los recursos podrían aumentar en 20,84% y 13,87% respectivamente.

Teniendo en cuenta los índices calculados con la técnica DEA especificados en la tabla 28, para el 2008 hay quince universidades que resultan eficientes, observándose que la UTELVT sirve como referencia para ocho universidades no eficientes (ULEAM, UNEMI, UTA, UTMACH, UPSE, UAE, UNACH y la UTEQ); para el 2013, dieciséis universidades resultan eficientes, la UNL es referenciada por diez universidades entre las cuales tenemos (UEB, UTN, UTC, UTMACH, UPSE, UTA UTELVT, ULEAM, UTEQ Y UAE). También se puede evidenciar que el número de veces que es referente la UNL (2 a 10) se ha incrementado en 2013 con respecto al 2008, igual sucede con la ESPOL (2 a 4). A continuación se expone en la tabla 31 las unidades eficientes y el número de peers que sirve como referencia para otras unidades:

Tabla 31: Número de Peers referenciadas (2008-2013)

2008		2013	
Universidad	Frec. como refer. para otras univ.	Universidad	Frec. como refer. para otras univ.
UTELVT	8	UNL	10
ESPE	7	UCE	5
UG	7	ESPOL	4
UCE	5	UEA	3
SPOCH	4	ESPAM	2
UTN	3	UNACH	2
ESPOL	2	UTB	2
UNESUM	2	UNEMI	1
UNL	2	UTM	1
UEA	1	EPN	0
UTC	1	ESPE	0
EPN	0	SPOCH	0
UEB	0	UC	0
UTB	0	UG	0
UTM	0	UNESUM	0
		UPEC	0

Elaborado por: El autor

4.10.2 Análisis de las unidades no eficientes (2008 2013)

Los índices de eficiencia permiten descubrir que unidades actúan de referentes y cuáles son sus estrategias. En un entorno colaborativo de aprendizaje (benchmarking) de modo que las unidades de decisión se ven a sí mismas como colaboradoras y no como competidoras, estableciendo las bases de comparación así como los objetivos de la evaluación. A partir de ahí se localizan las *peers*. En las tablas 32 y 33 se indican cuáles son los centros que actúan como unidades de referencia para cada una de las universidades y sus correspondientes pesos para los periodos de estudio.

Igualmente como se ha hecho en el caso de la evaluación de la eficiencia, los valores de las unidades ineficientes se pueden ordenar según el índice de eficiencia alcanzado y determinar para cada una, cuáles son las unidades que constituyen sus referentes (las *peers*) y cuál es el peso a la hora de determinar los objetivos de la unidad ineficiente.

En 2008 la UTELVT es referenciada mayoritariamente por ocho universidades (ULEAM, UNEMI, UTA, UTMACH, UPSE, UAE, UNACH y la UTEQ), asimismo la ESPE y UG referenciadas por siete universidades.

Tabla 32: Unidades ineficientes y detalle de sus peers y pesos respectivos (2008)

Universidad	Índice de Eficiencia	peers (peso sobre la unidad ineficiente)					
ULEAM	0,89625917	UCE 16,1022%	UG 1,8837%	UTC 68,3005%	UTELVT 11,3535%		
UNEMI	0,743749008	UG 5,5398%	UNESUM 5,7115%	UTELVT 5,9470%	UTN 16,6959%		
UC	0,710936003	ESPE 37,3730%	ESPOL 7,1604%	UCE 5,6741%	UG 10,2005%		
UTA	0,691046507	ESPE 9,9235%	ESPOL 14,5189%	SPOCH 6,9817%	UCE 14,9765%	UG 0,3866%	UTELVT 9,5487%
UTMACH	0,621563303	ESPE 1,6709%	UCE 22,0828%	UG 4,3522%	UTELVT 8,2227%		
UPSE	0,520463911	ESPE 4,2324%	SPOCH 6,0498%	UCE 2,4529%	UG 1,7887%	UTELVT 9,9298%	
UAE	0,429428404	ESPE 7,3207%	UG 1,7758%	UNESUM 20,3157%	UTELVT 20,2237%	UTN 6,3530%	
UNACH	0,399902728	SPOCH 6,0012%	UNL 10,0758%	UTELVT 37,0583%			
UTEQ	0,339807599	ESPE 15,6415%	UNL 3,9736%	UTELVT 43,9058%			
ESPAM	0,229728526	ESPE 0,7052%	SPOCH 10,0151%	UEA 1,9351%	UTN 15,8920%		
UPEC	0						

Elaborado por: El autor

Para el año 2008 la ESPAM tiene un 22,97% de eficiencia (Tabla 28). Se observa que puede disminuir el número de personal administrativo PAS en 90% (Tabla 34), lo que supone una disminución (movimiento radial) de 4 funcionarios. También debe incrementar en un 341% el número de estudiantes graduados, que pasarían de 46 a 203 graduados.

La ESPAM tiene como unidades de referencia a la ESPE, SPOCH, UEA y la UTN (Tabla 32), siendo una combinación lineal con unos pesos de 0.7052%, 10.01%, 1.93% y 15,89% respectivamente.

Tabla 33: Unidades ineficientes y detalle de sus peers y pesos respectivos (2013)

Universidad	Índice de Eficiencia	peers (peso sobre la unidad ineficiente)				
UEB	0,875065444	UEA 12,5529%	UNL 36,3766%			
UTN	0,837571809	ESPAM 14,0546%	UCE 1,5158%	UNACH 9,7203%	UNL 27,3253%	UTB 37,9928%
UTC	0,771072088	ESPAM 2,2963%	UNACH 9,8644%	UNL 20,2478%	UTB 22,3800%	
UTMACH	0,667734419	UCE 6,8025%	UNL 90,2137%			
UPSE	0,633428105	ESPOL 6,2342%	UEA 44,3424%	UNL 21,4374%		
UTA	0,617796899	ESPOL 12,3952%	UCE 16,3942%	UNL 58,3967%		
UTELVT	0,593669951	UNEMI 33,0738%	UNL 27,7168%			
ULEAM	0,556239877	UCE 48,8393%	UNL 27,6268%	UTM 25,5962%		
UTEQ	0,555108651	ESPOL 14,8499%	UCE 1,7943%	UNL 30,5641%		
UAE	0,286605081	ESPOL 7,5854%	UEA 17,5842%	UNL 16,5109%		

Elaborado por: El autor

Para el año 2013 la universidad que tiene el más bajo índice de eficiencia es la UAE con el 28,66% (Tabla 28). Se observa que puede disminuir el número de personal administrativo PAS en 68% (Tabla 34), lo que supone una disminución (movimiento radial) de 1 funcionarios, el gasto corriente debe disminuir en 2'508.615 dólares que representa una disminución del 58% de los gastos corrientes. Por otro lado si analizamos los outputs (Tabla 35), la UAE debe incrementar el número de graduados, las publicaciones en revistas indexadas y el número de proyectos de investigación (249%, 310% y 249% respectivamente). Es decir el número de graduados debe pasar de 195 a 485, las publicaciones de 1 a por lo menos 3 y el número de proyectos de investigación de 4 a 10 para. La UAE tiene como unidades de referencia a la ESPOL, UEA y la UNL (Tabla 33), siendo una combinación lineal con unos pesos de 7,58%, 17,58% y 16,51% respectivamente.

A continuación, se indican en las tablas 34 y 35, los objetivos input y output para el año 2008 y en las tablas 36 y 37 para el año 2013, los mismos que se comparan con los valores originales y además se realiza el cálculo de la proporción relacionando la diferencia de los valores objetivo y original dividiendo para el valor original, presentado en porcentaje.

Tabla 34: Objetivos para los inputs año 2008

Universidad	Valor Original					Valor Objetivo					V.Objetivo - V. Original					Diferencia / V. Original en %							
	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU			
EPN	3,5396	1,2126	7582574,18	32	9436	3,5396	1,2126	7582574,18	32	9436													
ESPAM	1,8035	4,7241	918590,02	1	1608	1,8035	0,4745	918590,02	1	1608		-4,25									-90%		
ESPE	3,9765	1,6434	8093625,13	85	9380	3,9765	1,6434	8093625,13	85	9380													
ESPOL	1,6506	1,8502	9273312,27	58	12541	1,6506	1,8502	9273312,27	58	12541													
SPOCH	2,9429	2,2630	3243896,59	4	10466	2,9429	2,2630	3243896,59	4	10466													
UAE	1,6985	2,4107	3847825,98	13	3297	1,6985	2,4107	2131092,989	13	3297			-1716732,99								-45%		
UC	1,8097	1,7300	7704112,18	100	13096	1,8097	1,0302	7704112,18	41,0784	13096		-0,70			-58,9						-40%	-59%	
UCE	1,4065	2,5770	9044476,75	19	43370	1,4065	2,5770	9044476,75	19	43370													
UEA	13,4276	0,5526	278825,41	0	283	13,4276	0,5526	278825,41	0	283													
UEB	3,7815	3,2222	2420266,63	22	1904	3,7815	3,2222	2420266,63	22	1904													
UG	1,2310	1,3457	34332534,64	40	61091	1,2310	1,3457	34332534,64	40	61091													
ULEAM	3,4397	1,5274	3875156,11	12	13286	1,9325	1,5274	3875156,11	12	13286		-1,51									-44%		
UNACH	2,6660	1,2609	1300991,72	17	6039	1,6069	0,8464	1300991,72	17	3821,1713		-1,06	-0,41		-2217,83						-40%	-33%	-37%
UNEMI	1,6103	0,9275	2775904,09	4	4285	1,6103	0,9275	2667233,125	4	4285				-108670,97							-4%		
UNESUM	1,7028	9,1364	1346259,53	0	1292	1,7028	9,1364	1346259,53	0	1292													
UNL	4,1643	1,2290	2922868,89	56	12271	4,1643	1,2290	2922868,89	56	12271													
UPEC	4,3988	0,9333	418217,4	0	682	4,3988	0,9333	418217,4	0	682													
UPSE	0,6737	10,2400	1592274,57	8	3711	0,6737	0,4510	1592274,57	8	3711											-96%		
UTA	1,3155	3,1418	4072479,9	23	10718	1,3155	1,1321	4072479,9	23	10718											-64%		
UTB	2,6280	2,3455	3823879,92	0	7268	2,6280	2,3455	3823879,92	0	7268													
UTC	2,0105	1,3284	2230377,37	7	6665	2,0105	1,3284	2230377,37	7	6665													
UTELVT	2,7273	1,5833	2190642,58	30	5280	2,7273	1,5833	2190642,58	30	5280													
UTEQ	2,8083	2,8000	2343928,51	44	4273	1,9849	1,0011	2343928,51	28,6922	4273		-0,82	-1,80		-15,3						-29%	-64%	-35%
UTM	1,0080	3,1534	6871214	3	16170	1,0080	3,1534	6871214	3	16170													
UTMACH	0,6549	4,8690	3806854,6	16	12827	0,6549	0,7853	3806854,6	9,8237	12827											-84%	-39%	
UTN	7,6823	1,4195	3342828,72	0	3072	7,6823	1,4195	3342828,72	0	3072													

Elaborado por: El autor

Tabla 35: Objetivos para los outputs año 2008

Universidad	Valor Original			Valor Objetivo			V. Objetivo - V. Original			Diferencia/ V. Original en %		
	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	827	155	79	827	155	79						
ESPAM	46	0	2	203	0	9	157	0	7	341%		335%
ESPE	1115	36	151	1115	36	151						
ESPOL	1097	237	84	1097	237	84						
SPOCH	997	0	41	997	0	41						
UAE	305	0	6	710	3	14	405	3	8	133%		133%
UC	1152	0	50	1620	33	70	468	33	20	41%		41%
UCE	3391	36	67	3391	36	67						
UEA	0	0	2	0	0	2						
UEB	707	3	16	707	3	16						
UG	9144	10	40	9144	10	40						
ULEAM	1410	1	7	1573	6	15	163	5	8	12%	499%	109%
UNACH	347	0	3	868	1	8	521	1	5	150%		150%
UNEMI	544	0	3	731	1	6	187	1	3	34%		104%
UNESUM	343	0	1	343	0	1						
UNL	1497	5	39	1497	5	39						
UPEC	0	0	0									
UPSE	276	1	6	530	3	12	254	2	6	92%	159%	92%
UTA	727	30	28	1052	43	41	325	13	13	45%	45%	45%
UTB	395	0	0	395	0	0						
UTC	957	0	4	957	0	4						
UTELVT	1773	0	3	1773	0	3						
UTEQ	344	0	9	1012	6	26	668	6	17	194%		194%
UTM	956	9	15	956	9	15						
UTMACH	815	2	12	1311	9	19	496	7	7	61%	349%	61%
UTN	598	0	22	598	0	22						

Elaborado por: El autor

Tabla 36: Objetivos para los inputs año 2013

Universidad	ValorOriginal					ValorObjetivo					V. Objetivo - V. Original					Diferencia / V. Original %				
	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU	PDI	PAS	GC	NI	TU
EPN	4,8667	1,5573	2606447,73	73,9461	6637	4,8667	1,5573	2606447,73	73,9461	6637										
ESPAM	3,5840	2,3944	2716572,00	4,4483	1981	3,5840	2,3944	2716572,00	4,4483	1981										
ESPE	3,5887	1,0389	9978725,73	153,4343	13626	3,5887	1,0389	9978725,73	153,4343	13626										
ESPOL	3,0973	2,2166	11291479,98	138,9807	10138	3,0973	2,2166	11291479,98	138,9807	10138										
SPOCH	4,5513	0,6451	9395744,30	32,4545	19379	4,5513	0,6451	9395744,30	32,4545	19379										
UAE	2,7716	2,0345	4359880,47	25,1964	3139	2,7716	0,6478	1851265,32	23,3747	3139		-1,387	-2508615,149	-1,822			-68%	-58%	-7%	
UC	3,4164	1,1006	10356046,17	265,1435	15133	3,4164	1,1006	10356046,17	265,1435	15133										
UCE	1,6810	1,8385	13484416,80	44,1279	34623	1,6810	1,8385	13484416,80	44,1279	34623										
UEA	11,2084	1,4063	2245694,69	17,0000	571	11,2084	1,4063	2245694,69	17,0000	571										
UEB	4,7910	0,7531	4869343,75	78,2500	5072	2,6534	0,6886	1603542,10	23,8204	5072	-2,138	-0,065	-3265801,649	-54,430		-45%	-9%	-67%	-70%	
UG	0,9478	3,1029	36004180,92	71,1702	71742	0,9478	3,1029	36004180,92	71,1702	71742										
ULEAM	2,7616	1,5438	8713898,00	43,3829	23972	2,7429	1,5438	8461742,59	43,3829	23972	-0,019		-252155,411			-1%		-3%		
UNACH	2,8351	1,9318	4635558,73	31,2298	7760	2,8351	1,9318	4635558,73	31,2298	7760										
UNEMI	2,7244	1,4338	3360681,60	17,8841	4992	2,7244	1,4338	3360681,60	17,8841	4992										
UNESUM	5,9845	2,3333	2873135,45	1,0000	3860	5,9845	2,3333	2873135,45	1,0000	3860										
UNL	3,4265	1,4076	3633224,80	59,6164	13746	3,4265	1,4076	3633224,80	59,6164	13746										
UPEC	10,1626	1,0667	1147937,83	1,0000	738	10,1626	1,0667	1147937,83	1,0000	738										
UPSE	5,8977	1,1903	2714252,23	82,3200	3832	5,8977	1,0635	2478593,39	28,9827	3832		-0,127	-235658,840	-53,337		-11%	-9%	-65%		
UTA	2,6604	1,5879	6793577,97	76,9220	14960	2,6604	1,3982	5731948,26	59,2754	14960		-0,190	-1061629,714	-17,647		-12%	-16%	-23%		
UTB	2,6339	0,8506	4941812,00	1,0000	9150	2,6339	0,8506	4941812,00	1,0000	9150										
UTC	4,5728	0,7209	2882440,32	15,4776	5642	1,6452	0,7209	2361275,88	15,4776	5642	-2,928		-521164,442			-64%		-18%		
UTELVT	4,3582	1,2437	2263371,58	54,5833	5461	1,8508	0,8644	2118520,28	22,4387	5461	-2,507	-0,379	-144851,303	-32,145		-58%	-30%	-6%	-59%	
UTEQ	1,5374	1,9868	3029188,75	62,3667	9822	1,5374	0,7924	3029188,75	39,6515	6328,06		-1,194		-22,715	-3493,941		-60%		-36%	-36%
UTM	3,8103	1,0041	3407953,84	20,9448	12755	3,8103	1,0041	3407953,84	20,9448	12755										
UTMACH	3,2055	1,5137	7722328,00	122,0952	14756	3,2055	1,3949	4194942,17	56,7840	14756		-0,119	-3527385,825	-65,311		-8%	-46%	-53%		
UTN	2,7418	1,5436	4671356,38	21,0000	8790	2,7418	1,2600	3907109,48	21,0000	8790		-0,284	-764246,896			-18%	-16%			

Tabla 37: Objetivos para los outputs año 2013

Universidad	ValorOriginal			ValorObjetivo			V. Objetivo -V.Original			Diferencia/V. Original en %		
	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI	GRAD	PINDX	NPROI
EPN	649	13	20	649	13	20						
ESPAM	246	2	7	246	2	7						
ESPE	153	2	86	153	2	86						
ESPOL	1160	34	79	1160	34	79						
SPOCH	1532	7	11	1532	7	11						
UAE	195	1	4	680	4	14	485	3	10	249%	310%	249%
UC	1533	5	91	1533	5	91						
UCE	4578	18	38	4578	18	38						
UEA	44	3	19	44	3	19						
UEB	1132	1	11	1294	3	13	162	2	2	14%	156%	14%
UG	5021	5	13	5021	5	13						
ULEAM	2117	0	12	3806	10	28	1689	10	16	80%		132%
UNACH	948	2	37	948	2	37						
UNEMI	1331	1	2	1331	1	2						
UNESUM	40	5	1	40	5	1						
UNL	3541	6	28	3541	6	28						
UPEC	173	0	0	173	0	0						
UPSE	539	3	6	851	5	19	312	2	13	58%	58%	223%
UTA	1830	1	20	2962	11	32	1132	10	12	62%	967%	62%
UTB	1192	0	4	1192	0	4						
UTC	835	0	8	1083	1	10	248	1	2	30%		30%
UTELVT	844	0	5	1422	2	8	578	2	3	68%		68%
UTEQ	742	4	3	1337	7	21	595	3	18	80%	80%	599%
UTM	2312	0	6	2312	0	6						
UTMACH	2341	2	13	3506	7	28	1165	5	15	50%	232%	114%
UTN	1354	2	12	1617	2	14	263	0	2	19%	19%	19%

Elaborado por: El autor

A partir de los datos referentes a los valores objetivo y valores originales se obtienen planes de actuación para que las unidades ineficientes mejoren sus índices de eficiencia. Por ejemplo si tomamos como referencia para ilustrar a la UTMACH para el año 2013 tiene un índice de eficiencia menor al 80% (66,77%), lo que indica que las causas de ineficiencia se deben a una inadecuada utilización de los recursos (ineficiencia técnica). Se observa (Tabla 36) que podría reducir el PAS en 8%, reducir el GC en 3.527.385,8 dólares (46%) y reducir el NI a de 122 a 57 es decir en un 53%. Por otro lado debemos tener presente que si nuestro análisis de eficiencia es orientada a los outputs, lo que observamos es que el número de graduados debe incrementarse de 2341 a 3506 es decir incrementar en un 50%, las publicaciones de 2 a 5 (incremento de 232%) y el número de proyectos de investigación de 13 a 28, un crecimiento del 114%.

La UTMACH tiene como universidades de referencia para la gestión de sus inputs y outputs la UCE y a la UNL, siendo una combinación lineal de ellas con unos pesos de 6,80 % y 90,21% respectivamente, específicamente la UNL actúa con mayor frecuencia de referente para las demás universidades.

Lógicamente estos resultados no pueden ser los únicos que se empleen para valorar la eficiencia de las universidades, pero sin duda son útiles para identificar posibles ineficiencias, destacar buenas prácticas y emprender acciones de mejora.

4.10.3 Eficiencia y Categorización de Universidades (2008 – 2013)

En esta sección realizamos el análisis de la eficiencia frente a la categorización de las universidades y podemos observar en el 71,43% de las universidades categorizadas en A son eficientes, el 66,67% de la categoría B también lo son, mientras que todas las universidades en categoría D son eficientes, en la categoría C solo una minoría parte de las universidades son eficientes (37,50%).

Por otro lado, el 33,33% del total de universidades eficientes están en la categoría A, mientras que el 45,45% de las universidades públicas ecuatorianas no eficientes están en la categoría C. Lo podemos observar en la siguiente tabla.

Tabla 38: Tabla de contingencia: Eficiencia y Categorización de Universidades (2008)

	No Eficiente	Sí Eficiente	total	No Eficiente %	Sí Eficiente %
A	2	5	7	28.57	71.43
B	2	4	6	33.33	66.67
C	5	3	8	62.50	37.50
D	0	3	3	0.00	100.00
E	2	0	2	100.00	0.00
TOTAL	11	15	26		
A	18.18	33.33			
B	18.18	26.67			
C	45.45	20.00			
D	0.00	20.00			
E	18.18	0.00			

Elaborado por: El autor

Para el año 2013 el análisis de la eficiencia frente a la categorización de las universidades, podemos observar que se consideran eficientes con las variables utilizadas el 100% de las universidades categorizadas en A, el 70% de la categoría B , el 57,14% de la categoría C y el 33,33% de la categoría D.

Tabla 39: Tabla de contingencia: Eficiencia y Categorización de Universidades (2013)

	No Eficiente	Sí Eficiente	total	No Eficiente %	Sí Eficiente %
A	0	3	3	0,00	100,00
B	3	7	10	30,00	70,00
C	3	4	7	42,86	57,14
D	4	2	6	66,67	33,33
Total	10	16	26		
A	0	18,75			
B	30	43,75			
C	30	25,00			
D	40	12,50			

Elaborado por: El autor

El análisis de las tablas 38 y 39 evidencia que la eficiencia medida por la aplicación de la técnica DEA se corresponde mucho más con los resultados de la categorización de 2013 que con la de 2008.

4.11 Medición del Índice de Productividad de Malmquist

La evaluación del rendimiento de las unidades de decisión a lo largo del tiempo puede ser realizada utilizando el índice de Malmquist con base en el enfoque DEA, midiendo el cambio de la productividad total de factores, cuya descripción se abordó en el capítulo 1, es uno de los métodos más utilizados ya que no requiere de datos referentes a precios de inputs y outputs, ni tampoco requiere un supuesto comportamiento específico de las instituciones y permite descomponer el cambio de productividad entre el cambio tecnológico y el cambio de eficiencia técnica.

En la presente investigación utilizamos el índice de Malmquist con enfoque no paramétrico para analizar el cambio de productividad de las universidades públicas ecuatorianas para los años 2008 y 2013. Para el cálculo hemos asumido rendimientos constantes a escala, con orientación a la maximización del output, donde el objetivo de crecimiento está enfocado a alcanzar mayores outputs posibles por cada universidad dadas las dotaciones de inputs existentes. Worthington y Lee (2005) plantean esta orientación dado que los outputs especificados en su estudio son en gran medida en la medición del rendimiento de la universidad y los inputs son algo sensibles al cambio, al menos en el corto plazo.

En el cálculo del índice de Malmquist de cambio de productividad se abordan tres cuestiones principales durante el periodo muestral:

1. Medir el cambio de productividad total de factores en el periodo.
2. Descomponer el cambio de productividad en lo que generalmente se denomina como el efecto “catching up” (cambio en eficiencia técnica) y el efecto “frontier shift” (cambio tecnológico).
3. El efecto “catching up” que puede ser descompuesto para identificar la principal fuente de mejora, a través de un incremento en la eficiencia técnica pura o un aumento en la eficiencia de escala.

Para nuestro estudio utilizamos el índice de Malmquist para medir la productividad total de factores y sus componentes. Los componentes del índice de Malmquist se indican a continuación:

$$TFPCH = EFFCH * TECHCH = IM \text{ (Índice de Malmquist)}$$

Donde

IM: Índice de Malmquist

EFFCH: Cambio de eficiencia técnica (catch up)

TECHCH: Cambio tecnológico (frontier shift)

A continuación, se describen los resultados del índice de Malmquist de acuerdo al modelo utilizado para las universidades públicas ecuatorianas:

Tabla 40: Índice de Malmquist las universidades públicas ecuatorianas (2008 - 2013)

Universidades	ECoEFFCH	TCoTECHCH	PCoTFPCH
EPN	1,00	0,21	0,21
ESPAM	4,35	0,32	1,39
ESPE	1,00	0,57	0,57
ESPOL	1,00	0,23	0,23
SPOCH	1,00	0,30	0,30
UAE	0,71	0,76	0,54
UC	1,41	0,80	1,13
UCE	1,00	0,49	0,49
UEB	0,90	0,77	0,69
UG	1,00	0,51	0,51
ULEAM	0,62	0,98	0,61
UNACH	2,50	0,95	2,36
UNEMI	1,34	0,77	1,03
UNESUM	1,00	0,00	0,00
UNL	1,00	1,08	1,08
UPSE	1,23	0,75	0,92
UTA	0,89	0,45	0,40
UTC	0,80	0,86	0,69
UTELVT	0,59	0,87	0,52
UTEQ	1,63	0,80	1,31
UTM	1,00	0,52	0,52
UTMACH	1,07	0,91	0,98
UTN	0,87	0,00	0,00
Media	1,21	0,60	0,72

Nota: todas las medias sobre Índice de Malmquist son medias geométricas

Elaborado por: El autor

Los componentes del índice de cambio de productividad de Malmquist descritos en la tabla 40, aparecen en el siguiente orden: cambio de eficiencia (EFFCH), cambio tecnológico (TECHCH) y el cambio en la productividad total de factores (TFPCH).

En relación al modelo aplicado el cálculo del índice de Malmquist refleja un cambio promedio en la Productividad Total de Factores de 0,72% para el periodo 2008 – 2013. Este índice refleja un aumento en la productividad, se descompone, por un lado, en un cambio promedio de eficiencia técnica de 1,21% y, por otro, en una disminución en el cambio tecnológico de 0,60%. Lo que significa que en las universidades públicas ecuatorianas, el aumento de productividad en el periodo analizado es el resultado de un

desplazamiento de algunas universidades de una situación de ineficiencia hacia la eficiencia y de una expansión de la frontera hacia mejores prácticas.

Un análisis individualizado de los resultados permite observar comportamientos muy diferentes entre universidades. Si atendemos a la evolución de la productividad de factores, la universidad que más crece en este indicador es la UNACH, con un crecimiento de productividad de 2,36% el cuál se compone de un 2,50% de mejora en eficiencia técnica (desplazándose hacia la frontera de eficiencia) y un 0,95% de cambio tecnológico (con un movimiento en la frontera). Esto quiere decir que, esta universidad en el periodo analizado se ha colocado en la frontera de eficiencia debido al aprovechamiento de sus recursos técnicos y ha adoptado mejoras en tecnología en el proceso de transformación de sus inputs en outputs.

La ESPAM es la segunda institución que aumenta en mayor medida su productividad durante el periodo analizado, con un crecimiento promedio de 1,39% atribuido a un cambio de 4,35% en la eficiencia técnica y un cambio de 0,32% en mejora tecnológica. Este crecimiento puede corresponder a que la universidad, por un lado mejora la eficiencia técnica y en una menor proporción implementa mejoras tecnológicas.

En la misma línea se encuentra la UTEQ, con un crecimiento promedio de la productividad de 1,31%, compuesto de una mejora de 1,63% en la eficiencia técnica y de 0,80% en las mejoras tecnológicas.

Cabe mencionar que durante el periodo analizado son 21 universidades públicas ecuatorianas las que obtienen en términos relativos un crecimiento de productividad como se puede observar en la tabla 40, este crecimiento puede explicarse por un cambio positivo tanto en la eficiencia técnica como en un cambio tecnológico.

En el otro extremo se encuentra las universidades que reflejan un índice Malmquist con valores muy bajos, lo que significa un descenso en la productividad total de los factores durante el periodo analizado. Concretamente la UNESUM y la UTN, que registran un cambio promedio en la productividad inapreciable a lo largo del periodo de estudio, al descomponer dicho cambio se observa que solo ha existido un cambio en la eficiencia técnica (1% y 0,87% respectivamente) y no ha habido un cambio tecnológico.

En conclusión, los cambios positivos en la productividad detectados para las universidades ecuatorianas en el periodo analizado han sido conducidos favorablemente por el efecto de cambio en la eficiencia técnica (catching up), y en menor proporción por el efecto de cambio tecnológico (frontier shift).

4.12 Construcción de un indicador compuesto de eficiencia. Aplicación a las universidades públicas ecuatorianas

En los últimos años, los sistemas e instituciones de educación superior se han visto inmersos en dinámicas de evaluación que cumplen distintos propósitos. Estos comprenden rendición de cuentas sobre los recursos financieros recibidos y aplicados, la mejora y aseguramiento de la calidad, lo que ha propiciado el desarrollo de diversos métodos e instrumentos para medir, calificar y dar seguimiento a las actividades académicas de gestión y de investigación de las instituciones.

En tal contexto, el interés que despiertan los rankings internacionales de las instituciones de educación superior se traduce en una inquietud en todos los países por elaborar buenas clasificaciones. Dentro de estos trabajos sobresalen dos enfoques: el que se centra en la evaluación de su eficiencia productiva y que trata de establecer una serie de indicadores que permitan realizar esas ordenaciones teniendo en cuenta las peculiaridades del servicio de educación superior. En este estudio vamos a realizar el análisis en base a la eficiencia.

La metodología que mejor se adapta a las particularidades del sector educativo es la no paramétrica a través del Análisis Envolvente de Datos (DEA). Teniendo en cuenta los índices de eficiencia calculados con la técnica DEA bajo la hipótesis de rendimientos constantes, se puede obtener una primera ordenación de estas universidades sacando el promedio de las ubicaciones por ejemplo en el caso del año 2008:

$$Posición = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 15}{15} = 8$$

La segunda ordenación (Rangos de ordenación 2) de acuerdo al criterio empleado por algunos autores de contabilizar el número de veces en que cada unidad eficiente es referente para alguna unidad ineficiente. De acuerdo a estos criterios, la ordenación de las unidades eficientes e ineficientes que se obtiene es la que se muestra en la tabla 41 (en el caso de la ordenación 2, para las universidades con igual resultado se ha adoptado el criterio de sacar el promedio de la suma de las posiciones)

Tabla 41: Rangos de ordenación de acuerdo a la posición y a las unidades de referencia (2008 - 2013)

2008					2013				
Universidades	Rangos Eficiencia	Rangos unidades de referencia	Rangos Ordenación 1	Rangos Ordenación 2	Universidades	Rangos Eficiencia	Rangos unidades de referencia	Rangos Ordenación 1	Rangos Ordenación 2
UTELVT	1	8	8	1	UNL	1	10	8,5	1
ESPE	1	7	8	2,5	UCE	1	5	8,5	2
UG	1	7	8	2,5	ESPOL	1	4	8,5	3
UCE	1	5	8	4	UEA	1	3	8,5	4
SPOCH	1	4	8	5	ESPAM	1	2	8,5	6
UTN	1	3	8	6	UNACH	1	2	8,5	6
ESPOL	1	2	8	8	UTB	1	2	8,5	6
UNESUM	1	2	8	8	UNEMI	1	1	8,5	8,5
UNL	1	2	8	8	UTM	1	1	8,5	8,5
UEA	1	1	8	10,5	EPN	1	0	8,5	13
UTC	1	1	8	10,5	ESPE	1	0	8,5	13
EPN	1	0	8	13,5	SPOCH	1	0	8,5	13
UEB	1	0	8	13,5	UC	1	0	8,5	13
UTB	1	0	8	13,5	UG	1	0	8,5	13
UTM	1	0	8	13,5	UNESUM	1	0	8,5	13
ULEAM	0,89625917	0	16	16	UPEC	1	0	8,5	13
UNEMI	0,743749008	0	17	17	UEB	0,875065444	0	17	17
UC	0,710936003	0	18	18	UTN	0,837571809	0	18	18
UTA	0,691046507	0	19	19	UTC	0,771072088	0	19	19
UTMACH	0,621563303	0	20	20	UTMACH	0,667734419	0	20	20
UPSE	0,520463911	0	21	21	UPSE	0,633428105	0	21	21
UAE	0,429428404	0	22	22	UTA	0,617796899	0	22	22
UNACH	0,399902728	0	23	23	UTELVT	0,593669951	0	23	23
UTEQ	0,339807599	0	24	24	ULEAM	0,556239877	0	24	24
ESPAM	0,229728526	0	25	25	UTEQ	0,555108651	0	25	25
UPEC	0	0	26	26	UAE	0,286605081	0	26	26

Elaborado por: El autor

Resulta interesante un análisis detallado de los niveles de concordancia que se encuentran entre las universidades de mayor eficiencia según los años analizados y entre las diez universidades que resulten con un nivel más elevado de ineficiencia. De la observación de las ordenaciones para para los años 2008 y 2013 de la tabla 41 se constata lo siguiente:

La UNL, UCE, ESPOL y la UEA (15,38%) de las universidades figuran en alguno de los diez primeros lugares de los rankings de eficiencia.

Un análisis similar puede realizarse de las ordenaciones de las diez universidades más ineficientes, es así que la UTMACH, UPSE, UTA, UTEQ y la UAE de las 26 universidades (19,23%) figuran en alguno de los diez últimos lugares de los rankings de eficiencia.

En definitiva, hay más coincidencias entre los diez últimos puestos de las ordenaciones que entre los diez primeros.

Esta aproximación tiene el inconveniente de su lejanía conceptual a la mayoría de los indicadores compuestos empleados para comparar universidades que suelen basarse en el método de agregación ponderada de los indicadores.

Las técnicas DEA permiten obtener los mejores pesos para cada una de las DMUs evaluadas. En el caso de que solo una DMU fuera eficiente podría plantearse que sus pesos se utilizaran para la construcción de un indicador compuesto de eficiencia. La aplicación directa del DEA nos permitiría obtener el indicador para cada universidad que coincidiría con el valor de la eficiencia obtenida cuando se resuelve el problema:

$$Max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i_0}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r_j}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i_j}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Sin embargo no es habitual obtener una única DMU eficiente, por lo que tendremos un conjunto de pesos para cada una de las $E = (\#\{k\}/e_k=1)$ unidades eficientes.

4.12.1 Indicador compuesto de eficiencia universitaria

Para obtener un único conjunto de pesos debemos de construir una “ponderación de consenso” a partir de estos E conjuntos de pesos. Una primera aproximación consistiría en utilizar la media aritmética de los pesos pero dada la posible disparidad entre las ponderaciones es razonable tener en cuenta el grado de proximidad o lejanía de cada vector de pesos al resto de vectores de pesos a la hora de establecer la regla de agregación.

Pinara y otros (2014) plantean, para el caso de pesos dados por expertos, la necesidad de tener en cuenta el nivel de acuerdo entre los mismos, de forma que los que se alejen de los

valores mayoritarios, sin ser descartados, tengan una menor influencia en la agregación. En nuestro caso tenemos dos conjuntos de vectores de pesos, uno correspondiente a las ponderaciones de las variables que miden los inputs y otro para las variables que miden los outputs.

Como medida de distancia entre los pesos de los outputs de una DMU a las demás puede utilizarse:

$$D_k^{out} = \sum_{r=1}^S \sum_{l=1}^E |u_r^k - u_r^l| \quad k \neq l$$

Y para los inputs:

$$D_k^{in} = \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^E |v_i^k - v_i^l| \quad k \neq l$$

La suma de los valores absolutos de las diferencias es:

$$D^{out} = \sum_{k=1}^E D_k^{out}$$

$$D^{in} = \sum_{k=1}^E D_k^{in}$$

Estos dos valores se emplean para obtener los pesos comunes. En el caso de los outputs al estar en el numerador la influencia de la DMU debe aumentar cuanto más próximos sean sus pesos a los de las demás DMUs eficientes, por ello

$$W_k^{out} = \frac{D_k^{out}}{D^{out}}$$

Para los inputs al estar en el denominador para calcular el factor que permitirá construir los pesos comunes se utiliza la siguiente expresión:

$$W_k^{in} = \frac{D_k^{in}}{D^{in}}$$

Estos factores se normalizan para que sumen 1.

$$w_k^{out} = \frac{W_k^{out}}{\sum_{k=1}^E W_k^{out}}$$

$$w_k^{in} = \frac{W_k^{in}}{\sum_{k=1}^E W_k^{in}}$$

Y con ello obtenemos los pesos comunes mediante:

$$u_r^c = \sum_{r=1}^S w_k^{out} u_r^k \quad \forall r = 1, \dots, S$$

$$v_i^c = \sum_{i=1}^m w_k^{in} v_i^k \quad \forall i = 1, \dots, m$$

El procedimiento desarrollado en el apartado anterior nos suministra unas ponderaciones que nos permitan construir un Indicador compuesto de eficiencia universitaria, a partir de los pesos suministrados por el análisis DEA. Denominamos a este indicador compuesto como indicador distancia por estar calculado a partir de la distancia media del vector de pesos de cada unidad al resto de vectores.

$$Ind_Dist^k = \frac{\sum_r u_r^c O_r^k}{\sum_i v_i^c I_i^k}$$

Donde O_r^k y I_i^k son los valores de la variable de salida r –ésima (output) y los de la variable de entrada i –ésima (input).

Para ilustrar la aplicación del indicador propuesto, en primer lugar vamos a considerar todas las unidades con los datos del 2008

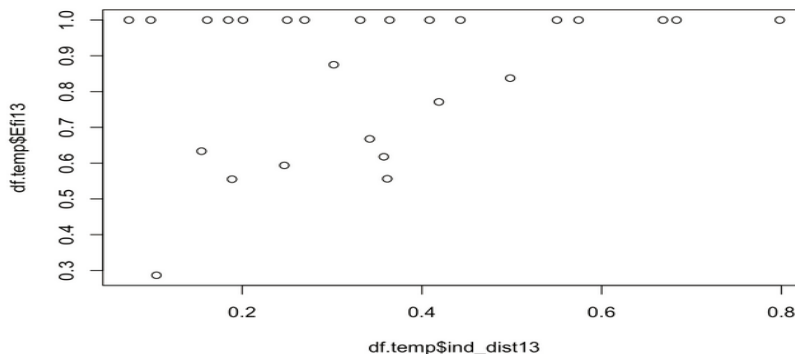
Tabla 42: Ordenación respecto al indicador de distancia 2008

	id	Nombre	Cat08	ind_dist08	Num	Den	Efi08	NumD08	DenD08
SPOCH	SPOCH	E. S. P. DE CHIMBORAZO	A	0,3030	2,1873	7,2189	1,0000	1	1,0000
UTN	UTN	U. T. DEL NORTE	B	0,2840	1,2631	4,4469	1,0000	1	1,0000
UNESUM	UNESUM	U. ESTATAL DEL SUR DE MANABI.	C	0,2645	0,5056	1,9118	1,0000	1	1,0000
UCE	UCE	U. CENTRAL DEL ECUADOR.	A	0,2371	6,1207	25,8138	1,0000	1	1,0000
UG	UG	U. DE GUAYAQUIL	B	0,2066	13,7428	66,5198	1,0000	1	1,0000
UTC	UTC	U. T. DE COTOPAXI	C	0,1875	1,4334	7,6461	1,0000	1	1,0000
ULEAM	ULEAM	U. LAICA ELOY ALFARO DE MANABI	C	0,1602	2,1341	13,3187	0,8963	1	1,1157
UTM	UTM	U. T. DE MANABI	D	0,1554	1,6508	10,6248	1,0000	1	1,0000
UNEMI	UNEMI	U. ESTATAL DE MILAGRO	C	0,1386	0,8285	5,9777	0,7437	1	1,3445
UTELVT	UTELVT	U. T. LUIS VARGAS TORRES DE ESMERALD.	C	0,1149	2,5726	22,3890	1,0000	1	1,0000
UTB	UTB	U. T. DE BABAHOYO	D	0,1148	0,5605	4,8823	1,0000	1	1,0000
UPEC	UPEC	U. P. Est. DEL CARCHI	E	0,1124	0,1054	0,9375	0,8858	1	1,1289
EPN	EPN	E.P. NACIONAL	A	0,0967	2,8609	29,5849	1,0000	1	1,0000
UTMACH	UTMACH	U. T. DE MACHALA	C	0,0887	1,3852	15,6160	0,6216	1	1,6088
UTA	UTA	U. T. DE AMBATO	A	0,0791	1,5977	20,2082	0,6910	1	1,4471
UEB	UEB	U. Est. DE BOLIVAR	B	0,0757	1,3086	17,2777	1,0000	1	1,0000
ESPOL	ESPOL	E. S. P. DEL LITORAL	A	0,0714	3,4435	48,2060	1,0000	1	1,0000
UNL	UNL	U. NACIONAL DE LOJA	B	0,0704	2,8656	40,7140	1,0000	1	1,0000
ESPE	ESPE	E. POLIT. DEL EJERCITO	A	0,0695	4,4734	64,3494	1,0000	1	1,0000
UPSE	UPSE	U. ESTATAL PENINSULA DE SANTA ELENA	E	0,0675	0,5060	7,4912	0,5205	1	1,9214
ESPAM	ESPAM	E. S. P. AGROPECUARIA DE MANABI	C	0,0505	0,1030	2,0383	0,2297	1	4,3530
UEA	UEA	U. ESTATAL AMAZONICA	D	0,0504	0,0814	1,6143	1,0000	1	1,0000
UAE	UAE	U. AGRARIA DEL ECUADOR	B	0,0426	0,5459	12,8206	0,4294	1	2,3287
UNACH	UNACH	U. NACIONAL DE CHIMBORAZO	B	0,0417	0,5490	13,1626	0,3999	1	2,5006
UC	UC	U. DE CUENCA	A	0,0349	2,5768	73,7932	0,7109	1	1,4066
UTEQ	UTEQ	U. TÉCNICA. ESTATAL DE QUEVEDO	C	0,0209	0,6577	31,5225	0,3398	1	2,9428

Elaborado por: El autor

Para el año 2013, los resultados son los siguientes.

Gráfico 21: Diagrama de dispersión: Indicador distancia versus eficiencias 2013



Elaborado por: El autor

Tabla 43: Ordenación respecto al indicador de distancia 2013

Id.	Nombre	Cat13	ind_dist13	Num	Den	Efi13	NumD13	DenD13
UNL	U. NACIONAL DE LOJA	B	0,7982	2,9928	3,7497	1,0000	1,0000	1,0000
UCE	U. CENTRAL DEL ECUADOR	B	0,6833	4,0728	5,9604	1,0000	1,0000	1,0000
UTM	U. TÉCNICA DE MANABI	C	0,6682	1,7449	2,6111	1,0000	1,0000	1,0000
UNEMI	U. ESTATAL DE MILAGRO	B	0,5743	1,0059	1,7515	0,1000	1,0000	1,0000
UTB	U. TÉCNICA DE BABAHYO	C	0,5502	0,9099	1,6536	1,0000	1,0000	1,0000
UTN	U. TÉCNICA DEL NORTE	B	0,4982	1,1538	2,3159	0,8376	1,0000	1,1939
UNACH	U. NACIONAL DE CHIMBOR	C	0,4428	1,1427	2,5804	1,0000	1,0000	1,0000
UTC	U. TÉCNICA DE COTOPAXI	C	0,4189	0,6963	1,6622	0,7711	1,0000	1,2969
ESPOL	E. S. P. DEL LITORAL	A	0,4085	2,3445	5,7399	1,0000	1,0000	1,0000
SPOCH	E. S. P. DE CHIMBORAZO	B	0,3640	1,3609	3,7384	1,0000	1,0000	1,0000
ULEAM	U. LAICA ELOY ALFARO DE MANABI	D	0,3614	1,6714	4,6249	0,5562	1,0000	1,7978
UTA	U. TÉCNICA DE AMBATO	B	0,3576	1,5718	4,3956	0,6178	1,0000	1,6187
UTMACH	U. TÉCNICA DE MACHALA	D	0,3419	1,8810	5,5012	0,6677	1,0000	1,4976
UG	U. DE GUAYAQUIL	D	0,3314	3,8784	11,7029	1,0000	1,0000	1,0000
UEB	U. ESTATAL. DE BOLIVAR	C	0,3019	0,9636	3,1919	0,8751	1,0000	1,1428
EPN	E.POLITECNICA NACIONAL	A	0,2695	0,9298	3,4505	1,0000	1,0000	1,0000
UC	U. DE CUENCA	B	0,2501	2,2327	8,9271	1,0000	1,0000	1,0000
UTELVT	U. T. LUIS VARGAS TORRES DE ESMERALDAS	D	0,2469	0,6688	2,7088	0,5937	1,0000	1,6844
ESPAM	E. S. P. AGROPECUARIA DE MANABI	C	0,2008	0,2935	1,4614	1,0000	1,0000	1,0000
UTEQ	U. T. ESTATAL. DE QUEVEDO	B	0,1887	0,6437	3,4116	0,5551	1,0000	1,8014
ESPE	E. POLITTECNICA DEL EJERCITO	A	0,1845	1,1215	6,0772	1,0000	1,0000	1,0000
UEA	U. Est. AMAZONICA	B	0,1611	0,3009	1,8676	1,0000	1,0000	1,0000
UPSE	U. ESTATAL PENINSULA DE SANTA ELENA	C	0,1547	0,5126	3,3124	0,6334	1,0000	1,5787
UAE	U. AGRARIA DEL ECUADOR	D	0,1046	0,2046	1,9560	0,2866	1,0000	3,4891
UPEC	U. P. ESTATAL DEL CARCHI	B	0,0983	0,1255	1,2767	1,0000	1,0000	1,0000
UNESUM	U. ESTATAL. DEL SUR DE MANABI	D	0,0739	0,1297	1,7544	1,0000	1,0000	1,0000

Elaborado por: El autor

El que los pesos se hayan obtenido por un procedimiento de agregación que incrementa el valor del indicador compuesto para las universidades con vectores de pesos más similares al de las demás universidades supone la aplicación global del principio del beneficio de la duda que busca asignar a cada universidad la mayor puntuación factible y por tanto puede favorecer el consenso para el empleo de este indicador de eficiencia.

4.12.2 Análisis de Sensibilidad Global

El análisis de sensibilidad global puede emplearse para medir la influencia que tiene cada uno de los factores de incertidumbre que intervienen en la construcción del indicador compuesto sobre la ordenación de las unidades estudiadas.

Como se señaló en el apartado 1.8.3.7.2, si tenemos una ordenación de referencia (por ejemplo la generada por el indicador distancia), y otra (por ejemplo la dada por las

eficiencias junto con el número de peers), para medir la similitud entre ambas ordenaciones debemos utilizar algún procedimiento que obtenga un 0 para el caso de que la ordenación no cambie, y que alcance su máximo cuando el orden resultante sea el inverso del original, es decir cuando la primera unidad pasa a la última y la última a la primera. Un ejemplo de este tipo de función es:

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |Ranking_{referencial}(IC_j) - Ranking(IC_j)|$$

Donde $|Ranking_{referencial}(IC_j) - Ranking(IC_j)|$ es el número de posiciones que cambia, hacia arriba o hacia abajo, la unidad j de una ordenación a otra, N el número de unidades, siendo por tanto \bar{R} el número medio de cambios. Con esta notación el análisis de sensibilidad trata de identificar la influencia de factores de incertidumbre X_l con $l=1,2,\dots$ sobre \bar{R} .

Para ilustrar el comportamiento de \bar{R} hemos calculado el indicador distancia considerando únicamente las unidades que resultan eficientes con los datos del año 2013, para comprobar la incidencia del conjunto de unidades que intervienen en la construcción del conjunto de pesos que se agregan en los pesos comunes.

Tabla 44: Ordenación respecto al indicador de distancia 2013 (Unidades Eficientes)

Id.	Nombre	Cat13	ind_dist13	Num	Den	Efi13
UCE	U. CENTRAL DEL ECUADOR	B	0,6879	3,6139	5,2538	1
UNL	U. NACIONAL DE LOJA	B	0,6759	2,6064	3,8564	1
UTM	U. T. DE MANABI	C	0,6539	1,4944	2,2853	1
UTB	U. T. DE BABAHOYO	C	0,6234	0,7794	1,2502	1
UNEMI	U. Est. DE MILAGRO	B	0,505	0,8681	1,7191	1
SPOCH	E. S. P. DE CHIMBORAZO	B	0,3814	1,2141	3,1833	1
UNACH	U. NACIONAL DE CHIMBORAZO	C	0,3799	0,9966	2,6233	1
UG	U. DE GUAYAQUIL	D	0,3362	3,3557	9,9812	1
ESPOL	E. S. P. DEL LITORAL	A	0,3318	2,2487	6,7780	1
EPN	E.P. NACIONAL	A	0,2287	0,8870	3,8783	1
ESPAM	E. S. P. AGROPECUARIA DE MANABI	C	0,1873	0,2658	1,4188	1
UEA	U. Est. AMAZONICA	B	0,1824	0,2805	1,5374	1
UC	U. DE CUENCA	B	0,1768	1,9570	11,0702	1
ESPE	E. POLIT. DEL EJERCITO	A	0,1394	0,9847	7,0629	1
UPEC	U. P. Est. DEL CARCHI	B	0,1322	0,1074	0,8123	1
UNESUM	U. Est. DEL SUR DE MANABI	D	0,0976	0,1452	1,4875	1

Elaborado por: El autor

Tabla 45: Comparación de las ordenaciones al cambiar el conjunto de pesos.

Id.	ind_dist13 ref	ranking_ref	ind_dist13b	ranking	ranking_ref- ranking
UNL	0,7982	1	0,6759	2	1
UCE	0,6833	2	0,6879	1	1
UTM	0,6682	3	0,6539	3	0
UTB	0,5502	4	0,6234	4	0
UNACH	0,4428	5	0,3799	6	1
ESPOL	0,4085	6	0,3318	8	2
SPOCH	0,364	7	0,3814	5	2
UG	0,3314	8	0,3362	7	1
EPN	0,2695	9	0,2287	9	0
UC	0,2501	10	0,1768	12	2
ESPAM	0,2008	11	0,1873	10	1
ESPE	0,1845	12	0,1394	13	1
UEA	0,1611	13	0,1824	11	2
UPEC	0,0983	14	0,1322	14	0
UNESUM	0,0739	15	0,0976	15	0

Elaborado por: El autor.

Resultando que el número medio de cambios de posición de cada una de las universidades analizadas es:

$$\bar{R} = \frac{14}{15} = 0,9333$$

Con carácter general, entre los factores que intervienen en el indicador compuesto están los relativos a:

- Imputación de datos faltantes.
- Normalización.
- Elección de la unidad o unidades de referencia
- Elección de pesos

Para denotar cada uno de los modelos posibles, podemos recurrir para la normalización a la utilización de la variable X_1

$$X_1 = \begin{cases} 1, & \text{si se utilizan los datos sin normalizar} \\ 2, & \text{si se utiliza el primer método de normalización} \\ 3, & \text{si se utiliza el segundo método de normalización} \\ 4, & \text{si se utiliza el tercer método de normalización} \end{cases}$$

Dado que la aplicación de un modelo DEA genera tantos vectores de pesos $\{u_j, v_j\}$ como unidades en estudio, podemos elegir entre N conjuntos de pesos de forma que

$$X_2 = \begin{cases} 1, & \text{si se utilizan los pesos de la unidad 1} \\ 2, & \text{si se utilizan los pesos de la unidad 2} \\ \dots & \\ N, & \text{si se utilizan los pesos de la unidad } N \end{cases}$$

Y emplear para la imputación una variable X_3

$$X_3 = \begin{cases} 1, & \text{si no se ha aplicado la imputación} \\ 2, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Si tenemos s outputs, m inputs y un total de $Q=s+m$ variables en nuestro modelo. Cada variable puede ser ponderada individualmente por hasta N pesos distintos, por lo que podríamos utilizar X_4 para identificar el peso que se asigna a la primera variable, X_5 para identificar el peso que se asigna a la segunda variable y así sucesivamente hasta la variable X_{Q+3} para el peso de la variable Q .

En general el conjunto $X=\{X_1, X_2, X_3, \dots\}$ de factores de incertidumbre es muy amplio, por lo que podemos querer analizar la influencia de un subconjunto de ellos por su relevancia, o porque nos veamos obligados a reducir el tamaño del análisis por las limitaciones computacionales. Denotamos $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ al vector de variables aleatorias que modelizan los factores de incertidumbre elegidos para su estudio, que serán variables discretas que toman sus valores de forma equiprobable.

Podemos suponer que ξ toma valores en un compacto unitario $K^n \equiv [0,1]^n$, sin que esto suponga una pérdida de generalidad.

$\bar{R} \equiv f(\xi) = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ es una función real que se puede descomponer mediante la *High-dimensional model representation* (HDMR) como sigue (Rabitz, H., Aliş, Ö. F., Shorter, J., & Shim, K., 1999):

$$f(\xi) = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = f_0 + \sum_i f_i(\xi_i) + \sum_{i<j} f_{i,j}(\xi_i, \xi_j) + \dots + f_{1,2,\dots,n}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$$

Donde cada término de la descomposición es función de los factores input, es decir, $f_i(\xi_i)$ es función de ξ_i , $f_{i,j}(\xi_i, \xi_j)$ es función de ξ_i y ξ_j , y así sucesivamente.

El factor f_0 es una constante que denota el efecto de orden cero, la función $f_i(\xi_i)$ denota el efecto del factor input de ξ_i sobre f cuando actúa de forma independiente al resto de factores input, la función de $f_{i,j}(\xi_i, \xi_j)$ describe el efecto de interacción de los inputs ξ_i, ξ_j sobre f y el resto de términos de mayor grado describen el efecto conjunto de los factores input que actúan en el término correspondiente sobre \bar{R} . Finalmente, el último término $f_{1,2,\dots,n}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ indica la dependencia residual de todos los factores input fijados de forma que tienen un efecto conjunto sobre el modelo f .

Si las interacciones entre los inputs no tienen efecto sobre el modelo, la descomposición sólo se define mediante el término de orden f_0 y los términos de primer orden $f_i(\xi_i)$ que son funciones de las variables ξ_i . En este caso, el modelo se llama aditivo.

El objetivo, en principio, es buscar descomposiciones que den una buena aproximación a la función $f(\cdot)$ en norma L_2 :

$$I \equiv \int_{K^n} \left[f(\xi) - f_0 - \sum_i f_i(\xi_i) - \sum_{i < j} f_{i,j}(\xi_i, \xi_j) - \dots - \sum_{i_1 < \dots < i_s} f_{i_1, \dots, i_s}(\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_s}) \right]^2 d\xi, \\ \text{con } s \in \{1, \dots, n\}.$$

Sin embargo, la forma de las funciones de la descomposición no es única.

Cuando los factores input del modelo son independientes y se cumple la siguiente condición de partida:

$$\int_0^1 f_{i_1, \dots, i_s}(\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_s}) d\xi_j = 0, \quad j \in \{i_1, i_2, \dots, i_s\}, \quad s \in \{1, \dots, n\}$$

La descomposición es única y se denomina ANOVA-HDMR (Bas, 2014).

Considerando que los factores input son independientes, el esquema de descomposición de la varianza incondicional del output Y , equivalente a la descomposición HDMR, se define como sigue (Sobol, 1993):

$$V(\bar{R}) = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{i,j} + \dots + V_{1,2,\dots,n}$$

Donde:

$$V_i = V_{\xi_i} [E_{\xi_{\sim i}}(\bar{R}|\xi_i)],$$

$$V_{i,j} = V_{\xi_i \xi_j} [E_{\xi_{\sim ij}}(\bar{R}|\xi_i, \xi_j)] - V_i - V_j,$$

$$V_{i,j,l} = V_{\xi_i \xi_j \xi_l} [E_{\xi_{\sim ijl}}(\bar{R}|\xi_i, \xi_j, \xi_l)] - V_{i,j} - V_{i,l} - V_{j,l} - V_i - V_j - V_l$$

.....

El término $V_{\xi_i \xi_j} [E_{\xi_{\sim ij}}(\bar{R}|\xi_i, \xi_j)]$ mide el efecto conjunto del par de factores input (ξ_i, ξ_j) sobre el output \bar{R} . De forma análoga, se puede calcular los términos de interacción de órdenes superiores. La notación $\xi_{\sim i}$ en $V_{\xi_i} [E_{\xi_{\sim i}}(\bar{R}|\xi_i)]$ indica el conjunto de todos los variables exceptuando ξ_i . El operador $E_{\xi_{\sim i}}$ denota la esperanza de \bar{R} sobre todos los posibles valores de $\xi_{\sim i}$ manteniendo fijo ξ_i . La varianza se calcula sobre todos los posibles valores de ξ_i .

Cukier, R. I., Fortuin, C. M., Shuler, K. E., Petschek, A. G., & Schaibly, J. H. , (1973) y Sobol (1993) estiman de forma analítica los términos de esta descomposición para el cálculo de los coeficientes de sensibilidad. Normalizando por $V(\bar{R})$ la ecuación se obtiene la siguiente identidad:

$$1 = \sum_i S_i + \sum_i \sum_{j>i} S_{i,j} + \dots + S_{1,2,\dots,n}$$

Donde cada término de la descomposición corresponde a los índices de sensibilidad de cada combinación de variables.

Para los términos de la descomposición de $V(\bar{R})$ se cumple

$$V(\bar{R}) = V_{\xi_q} \left(E_{\xi_{\sim q}}(V(\bar{R}) \mid \xi_q) \right) + E_{\xi_q} \left(V_{\xi_{\sim q}}(V(\bar{R}) \mid \xi_q) \right)$$

Donde la notación “ $\sim q$ ” significa que el operador esperanza o varianza se calcula sobre todas las variables ξ distintas a ξ_q .

Si el número total de variables es n , la descomposición de la varianza tiene $2^n - 1$ términos, por ello lo habitual es limitarse al cálculo de los efectos de primer orden

$$S_q = \frac{V_{\xi_q} \left(E_{\xi_{\sim q}}(V(\bar{R}) \mid \xi_q) \right)}{V(\bar{R})}$$

Y al del coeficiente de sensibilidad total

$$S_{Tq} = \frac{E_{\xi_{\sim q}} \left(V_{\xi_q}(V(\bar{R}) \mid \xi_{\sim q}) \right)}{V(\bar{R})} = 1 - \frac{V_{\xi_{\sim q}} \left(E_{\xi_q}(V(\bar{R}) \mid \xi_{\sim q}) \right)}{V(\bar{R})}$$

Para cualquier variable ξ_q diferencias significativas entre los valores de S_q y S_{Tq} nos informan de la existencia de interacción entre las variables sin tener que calcular los $2^n - 1$ términos, aunque lógicamente para identificar la influencia de cada interacción es preciso calcularlos.

Para ilustrar la obtención de estos índices, hemos realizado un primer análisis de sensibilidad para los datos de 2013, utilizando como ordenación de referencia la resultante de calcular el indicador distancia y tomando dos factores de incertidumbre $\{\xi_1, \xi_2\}$ con $\xi_1 = X_1$ y $\xi_2 = X_2$, que modelizan la normalización y la selección del conjunto de pesos.

En este caso la interacción entre ambas fuentes de incertidumbre es pequeña y el factor más influyente es la elección de pesos.

Tabla 46: Índices de sensibilidad para la normalización y elección de pesos (2013).

Índices	V _{ijk}	S _{ijk}	ST _{ijk}
1	21.639	0,2948	0,3454
2	48.053	0,6546	0,7052
1,2	0,3716	0,0506	

Elaborado por: El autor.

Para los datos de 2008 hemos considerado, además de los dos factores analizados para 2013, el que modeliza el efecto de la ponderación de forma que tenemos $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ con $\xi_1 = X_1, \xi_2 = X_2$ y $\xi_3 = X_3$.

Tabla 47: Índices de sensibilidad para la normalización, elección de pesos e imputación (2008).

Índices	V _{ijk}	S _{ijk}	ST _{ijk}
1	3,0168	0,4447	0,6325
2	2,4805	0,3657	0,5006
3	0,0066	0,0010	0,0806
1,2	0,7399	0,1091	
1,3	0,3647	0,0538	
2,3	0,0059	0,0009	
1,2,3	0,1692	0,0249	

Elaborado por: El autor.

En este caso la imputación es el factor que menos influye y la mayor interacción se produce entre la selección de la normalización y la selección de pesos.

Por último, para los datos de 2013, hemos analizado la influencia de los pesos, cuando el vector de pesos puede tomar cualquiera de los n^Q posibles valores. En este caso los factores de incertidumbre son $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_8\}$ con $\xi_1 = X_4, \xi_2 = X_5, \dots, \xi_8 = X_{11}$. Inicialmente nos hemos restringido a tomar como pesos los de las 4 universidades eficientes que son referentes de un mayor número de universidades.

El número de variables es el factor que más incide en el tiempo de cálculo, valores relativamente pequeños de este factor hacen intratable el abordar la estimación exacta de los valores de los índices de sensibilidad global.

Ello obliga a recurrir a otras estrategias, en nuestro caso hemos diseñado un procedimiento de muestreo sobre la población de combinaciones con los tamaños muestrales que aparecen en la tabla 48.

Tabla 48: Tamaños muestrales para obtener los índices de sensibilidad por muestreo

		Número de unidades										
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Número de variables	4	174	368	670	1.104	1.694	2.464	3.438	4.640	6.094	7.824	Procedimiento exhaustivo
	5	780	2.100	4.650	9.030	15.960	26.280	40.950	61.050	87.780	122.460	
	6	3.366	11.528	31.030	70.992	144.494	269.296	468.558	771.560	1.214.422	1.840.824	
	7	14.196	61.740	201.810	543.606	1.273.608	2.685.816	5.217.030	9.487.170	16.344.636	26.916.708	
	8	58.974	325.088	1.288.990	4.085.184	11.012.414	26.269.504	56.953.278	114.358.880	215.622.814	385.749.024	
	9	242.460	1.690.980	8.124.570	30.275.910	93.864.120	253.202.760	612.579.510	1.357.947.690	2.801.832.660	5.444.719.020	
10	989.526	8.717.048	50.700.550	222.009.072	791.266.574	2.413.042.576	6.513.215.598	15.937.424.600	35.979.939.622	75.941.127.624		
Número de variables	4	174	368	670	1.104	1.694	2.464	3.438	4.640	1.834	2.296	Procedimiento por muestreo
	5	780	2.100	4.650	3.845	6.355	9.895	14.705	21.050	18.565	24.960	
	6	3.366	6.614	16.030	18.111	35.003	47.533	59.529	75.560	75.121	93.152	
	7	14.196	21.602	61.810	78.078	128.464	159.985	185.199	219.170	226.408	267.218	
	8	44.974	82.612	205.990	262.362	386.452	455.858	503.004	566.880	591.332	671.504	
	9	132.219	286.842	611.445	764.058	1.030.605	1.168.578	1.249.545	1.359.690	1.415.727	1.558.356	
10	385.861	899.090	1.661.175	2.013.850	2.531.207	2.784.390	2.914.735	3.092.600	3.200.355	3.436.120		
Número de variables	4	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	30,10%	29,35%	Muestreo/Exhaustivo
	5	100%	100%	100%	42,58%	39,82%	37,65%	35,91%	34,48%	21,15%	20,38%	
	6	100%	57,37%	51,66%	25,51%	24,22%	17,65%	12,70%	9,79%	6,19%	5,06%	
	7	100%	34,99%	30,63%	14,36%	10,09%	5,96%	3,55%	2,31%	1,39%	0,99%	
	8	76,26%	25,41%	15,98%	6,42%	3,51%	1,74%	0,88%	0,50%	0,27%	0,17%	
	9	54,53%	16,96%	7,53%	2,52%	1,10%	0,46%	0,20%	0,10%	0,05%	0,03%	
10	38,99%	10,31%	3,28%	0,91%	0,32%	0,12%	0,04%	0,02%	0,009%	0,005%		

Para el caso de las 8 variables asociadas a la variabilidad de los pesos, si tomamos el conjunto de pesos formado por todas las unidades eficientes, el problema es intratable, e incluso para la estimación de los 255 índices de sensibilidad mediante muestreo, se han necesitado más de 10 días, tal como puede verse en la siguiente salida,

```
> difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "secs")  
Time difference of 874378 secs  
> difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "hours")  
Time difference of 242.8828 hours  
> difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "days")  
Time difference of 10.12012 days
```

Sin embargo estos resultados, al estar basados en una muestra de las combinaciones de pesos y producirse estimaciones de varianzas negativas para algunas interacciones, no pueden ser validados.

Por ello hemos recurrido a trabajar con el conjunto de los pesos obtenidos para las nueve universidades que siendo eficientes, son referentes de alguna otra universidad.

En este caso se puede ejecutar el procedimiento exhaustivo en menos de hora y media.

```
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "secs")  
# Time difference of 5067 secs  
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "hours")  
# Time difference of 1.4075 hours  
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "days")  
# Time difference of 0.05864583 days
```

Los resultados obtenidos indican que las variables con mayor influencia en la ordenación son las ponderaciones de las variables Tamaño de la universidad (TU), Número de Graduados (GRAD) y Número de profesores a tiempo completo por cada 100 estudiantes (PDI).

Tabla 49: Índices de sensibilidad

Variable pesos de:	V_i	S_i	ST_i	ST_i normalizados
PDI	0,0449	0,1279	0,2498	0,1568
PAS	0,0001	0,0002	0,0079	0,0050
GC	0,0013	0,0038	0,0742	0,0466
NI	0,0007	0,0021	0,0927	0,0582
TU	0,0913	0,2602	0,4708	0,2955
GRAD	0,0553	0,1575	0,3898	0,2447
PINDX	0,0006	0,0018	0,0460	0,0289
NPROI	0,0287	0,0818	0,2618	0,1643

Los valores de los indicadores de Sobol S_i nos dan la influencia individual de cada factor de incertidumbre en la variable \bar{R} , mientras que ST_i incluye el efecto de todas las interacciones en donde interviene el factor, la comparación de ambos indicadores nos muestran la importancia de las interacciones. Esta importancia también puede medirse por la suma de los S_i , que en este caso asciende a 0.6353, por lo que los factores global de los factores sin las interacciones de los mismos representa el 63.53% de la variabilidad y las interacciones un 36.47%.

Es interesante constatar que la variación en los pesos de los proyectos de investigación (NPROI) por si sola tiene poca influencia, pero junto con sus interacciones con los demás efectos, supera a la de la variable PDI.

Para reducir el tiempo de cómputo hemos obtenido las estimaciones por muestreo, logrando los mismos valores para las varianzas y los efectos de primer orden S_i , siendo los errores de estimación de los ST_i normalizados los que aparecen en la última columna de la siguiente tabla:

Tabla 50: Estimaciones por muestreo para obtener los índices de sensibilidad

Variable pesos de:	V_i	S_i	ST_i	ST_i normalizados	Errores de estimación
PDI	0,0449	0,1279	0,2822	0,1744	0,0176
PAS	0,0001	0,0002	-0,0036	-0,0022	-0,0072
GC	0,0013	0,0038	0,0790	0,0488	0,0022
NI	0,0007	0,0021	0,0914	0,0565	-0,0017
TU	0,0913	0,2602	0,4815	0,2976	0,0020
GRAD	0,0553	0,1575	0,3857	0,2384	-0,0063
PINDX	0,0006	0,0018	0,0464	0,0287	-0,0002
NPROI	0,0287	0,0818	0,2556	0,1580	-0,0064

La principal limitación del procedimiento se evidencia en la variable PAS que al tener muy poca influencia provoca una estimación infactible, a cambio el tiempo necesario de computo se ha reducido a los siguientes valores:

```
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "secs")  
# Time difference of 2004 secs  
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "hours")  
# Time difference of 0.5566667 hours  
# > difftime(fecha_fin,fecha_ini,units = "days")  
# Time difference of 0.02319444 days
```

Lo que supone una reducción de más del 60%.

CONCLUSIONES

El objetivo principal del trabajo ha sido introducir la dimensión de la eficiencia en la evaluación comparativa de las universidades y su aplicación a las universidades públicas ecuatorianas, de forma que se puedan superar las principales limitaciones de los sistemas de evaluación y de las ordenaciones que se derivan de los mismos, que según la revisión bibliográfica realizada son:

- La no inclusión de todas las dimensiones del quehacer universitario, centrándose generalmente en la actividad investigadora.
- La no consideración del factor escala, en especial en las variables que miden los recursos económicos con que cuenta cada institución.
- La no incorporación de una perspectiva input – output, focalizando la evaluación en los outputs.
- La falta de robustez estadística del indicador compuesto resultante.

Limitaciones a las que debe unirse, en algunos casos, la falta de una perspectiva temporal ocasionada por los cambios metodológicos que impiden el análisis de la evolución, a causa de la ruptura de las series de datos.

Partiendo de un marco conceptual preestablecido, en nuestro caso por CONEA y CEEACES, y que es similar al de agencias de evaluación de las universidades de todo el mundo, el resultado de nuestro trabajo es el desarrollo de una metodología que consta de las siguientes etapas.

1. Identificar un conjunto variables disponibles medidas sobre cada universidad.
2. Seleccionar un conjunto reducido de variables, inputs y outputs capaz de aportar información relevante sobre las dimensiones de docencia e investigación, empleando técnicas de reducción de la dimensionalidad.
3. Validar la selección realizada mediante la comparación de los resultados obtenidos con el conjunto completo de variables, empleando técnicas de clasificación.
4. Aplicar el Análisis Envoltante de Datos para medir la eficiencia de cada universidad desde la perspectiva del “beneficio de la duda”
5. Analizar la influencia del factor de escala, comparando los modelos CRS y VRS.
6. Analizar la evolución de la eficiencia mediante el cálculo del índice de Malmquist.
7. Obtener el mejor vector de pesos de las variables inputs y de las variables outputs para cada una de las N universidades estudiadas.
8. Agregar los N vectores de pesos de las variables inputs y los N vectores de pesos de las variables outputs por un procedimiento que incrementa la ponderación de los vectores más cercanos al resto de los vectores.
9. Calcular el indicador compuesto que hemos denominado indicador distancia.

10. Realizar un análisis de sensibilidad de los factores de incertidumbre del modelo, basado en la descomposición de la varianza y el cálculo de los índices de sensibilidad global de Sobol.

Las aportaciones computacionales se muestran en el Anexo, y constituyen una herramienta de interés para las universidades y las instituciones encargadas de la evaluación y acreditación de las mismas, ya que al haberse utilizado exclusivamente software de código abierto puede ser utilizado para aplicar directamente la metodología desarrollada, o de forma adaptada a sus criterios específicos.

Hasta donde conocemos, la forma de construir pesos comunes ponderados por las distancias, a partir de un conjunto de pesos generados por la aplicación del Análisis Envolvente de Datos, constituye una aportación en el campo de la agregación de preferencias en general y en particular a la construcción de un indicador compuesto de eficiencia universitaria.

La principal limitación estriba en el carácter no polinomial de varios problemas subyacentes, por ello como línea futura de investigación hemos identificado la paralelización de los algoritmos y el uso de las herramientas de supercomputación para hacer aplicable la metodología a situaciones con más unidades y variables.

BIBLIOGRAFÍA

- Abbott & Doucouliagos, M. C. (2003). The efficiency of Australian universities: a data envelopment analysis. *Economics of Education review*, 22(1), 89-97.
- Afriat, S. N. (1972). Efficiency estimation of production functions. *International Economic Review*, 568-598.
- Agasisti & Dal Bianco, T. (2006). Data envelopment analysis to the Italian university system: theoretical issues and policy implications. . *International Journal of Business Performance Management*, 8(4), 344-367.
- Ahn, Charnes & Cooper. (1988). Some statistical and DEA evaluations of relative efficiencies of public and private institutions of higher learning. *Socio-Economic Planning Sciences*, 22(6), 259-269.
- Aigner, D. J. (1968). On estimating the industry production function. . *The American Economic Review*, 826-839.
- Aigner, D. J., & Chu, S. F. (1968). On estimating the industry production function. *The American Economic Review*, 826-839.
- Altbach, P. G. (2006). {The Dilemmas of Ranking}. Bridges.
- Álvarez Pinilla, A. (2001). Concepto y medición de la eficiencia productiva en – (2001). En *La Medición de la Eficiencia y la Productividad*. Editorial Pirámide.
- Arzubi, A. &. (2002). Determinación de la Eficiencia usando DEA en Explotaciones Lecheras en Argentina. *IV Congreso de la Asociación Española de Economía Agraria*, “. *Economía Agraria y Recursos Naturales: Nuevos Enfoques y Perspectivas*”.
- Athanassopoulos, A. D. (1998). Assessing aggregate cost efficiency and the related policy implications for Greek local municipalities. *Infor36(3)*, 66.
- Banker, R. D., & Datar, S. M. . (1989.). Sensitivity, precision, and linear aggregation of signals for performance evaluation. *Journal of Accounting Research*, 21-39.
- Bas , M. d. (2014). *Estrategias Metodológicas para la construcción de Indicadores Compuestos en la Gestión Universitaria*. Valencia - España: Universitat Politècnica de Valencia.

- Beasley, J. E. (1990). Comparing university departments. *Omega*, 18(2), 171-183.
- Bertelli, P. A. A., Fernández, R. C., Laza, T. G., Núñez, T. G., Sala, J. S. G., García, F. P., ... & González, A. T. (2012). Eficiencia de los departamentos universitarios en la docencia. Una aproximación al caso de las universidades andaluzas. *Cuadernos*.
- Blánquez, A. (1998). *Diccionario Latino-Español, Español-Latino*. Barcelona: Ramón Sopena, Tomo I, p. 567, 2ª acepción.
- Bogetoft P. & Otto L. (2015). Benchmarking with DEA and SFA, R package versión 0.26
- Bonaño, J. M. (2002). Indicadores de desarrollo sostenible urbano. Una aplicación para Andalucía. *Instituto de Estadística de Andalucía*.
- Breu & Raab, T. M. (1994). Efficiency and perceived quality of the nation's "top 25" National Universities and National Liberal Arts Colleges: An application of data envelopment analysis to higher education. . *Socio-Economic Planning Sciences*, 28(1), 13.
- Buela-Casal, G. B.-B. (2010). Ranking de 2009 en investigación de las universidades públicas españolas. *Psicothema*, 22(2) 171-179.
- Caves, D. W. (1982). Multilateral comparisons of output, input, and productivity using superlative index numbers. *The economic journal*, 73-86.
- Cazals, C. F. (2002). Nonparametric frontier estimation: a robust approach. *Journal of econometrics*, 106(1), 1-25.
- CEAACES. (2013). *Informe Final sobre la Evaluación, Acreditación y Categorización de las Universidades y Escuelas Politécnicas*. Quito.
- Chan, K., Tarantola, S., Saltelli, A., & Sobol, I. (2000). Variance based methods. *Sensitivity Analysis*.
- Charnes, A. (1994). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Applications: Theory, Methodology and Applications*. Springer Science & Business Media.
- Charnes, A. C. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Charnes, A. C. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of econometrics*, 30(1), 91-107.
- Cherchye, L. M. (2006). Creating composite indicators with DEA and robustness analysis: the case of the Technology Achievement Index. *Journal of the Operational Resea.*

- Cherchye, L., & Kuosmanen, T. . (2004). Benchmarking sustainable development: A synthetic meta-index approach (No. 2004/28). *Research Paper, UNU-WIDER, United Nations University (UNU).*, 1-33.
- Cherchye, L., Moesen, W., Rogge, N., & Van Puyenbroeck, T. (2007). An introduction to ‘benefit of the doubt’ composite indicators. *Social Indicators Research*, 82(1), 111-145.
- Coelli, T. (1998). A multi-stage methodology for the solution of orientated DEA models. *Operations Research Letters*, 23(3), 143-149.
- Coelli, T. J. (2005). Data Envelopment Analysis. An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. 161-181.
- Coelli, T. J. (2005). Total factor productivity growth in agriculture: a Malmquist index analysis of 93 countries, 1980–2000. *Agricultural Economics* 32(s1), 115-134.
- Cohen, W. W. (1995). Fast effective rule induction. En I. A. (eds.) (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Machine Learning* (págs. 115 - 123). Pennsylvania: Morgan Kaufmann. ISBN 1-55860-377-8. Recuperado de <http://citeseer.ist.psu.edu/cohen95fast.html>.
- Coll, V. &. (2006). *Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos*. Juan Carlos Martínez Coll.
- CONEA. (2009). *Informe de Evaluación*.
- CONEA. (2009). *Modelo de evaluación de desempeño institucional de las IES*. Quito: Consejo Nacional de Evaluación y Acreditación de la Educación Superior del Ecuador.
- Cook, W. D. (2009). Data envelopment analysis (DEA)—Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192(1), 1-17.
- Cooper, W. W. (1998). Chance constrained programming formulations for stochastic characterizations of efficiency and dominance in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 9(1), 53-79.
- Cooper, W. W. (2004). Handbook on Data Envelopment Analysis. *International Series in Operations Research and Management Science, Vol. 71*.
- Cuadras, C. M. (2007). *Nuevos métodos de análisis multivariante*. CMC Editions.

- Cukier, R. I., Fortuin, C. M., Shuler, K. E., Petschek, A. G., & Schaibly, J. H. . (1973). Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. I Theory. *The Journal of Chemical Physics*, 59(8), 3873-3878.
- Daraio C., B. A. (2015). Rankings and university performance: A conditional multidimensional approach. *European Journal of Operatinal Research*, 918-930.
- De Jonge & Van der Loo. (2013). *An introduction to data cleaning with R*. Netherlands: Statistics Netherlands. Recuperado de https://cran.r-project.org/doc/contrib/de_Jonge+van_der_Loo-Introduction_to_data_cleaning_with_R.pdf.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 273-292.
- Delgado M. & Álvarez I. (2004). ¿Qué papel ha desempeñado el capital humano en el crecimiento de la productividad de los estados miembros de la UE-15. *VII Encuentro de Economía Aplicada*, 1-17.
- Deming, W. E., & Medina, J. N. . (1989). *Calidad, productividad y competitividad: la salida de la crisis*. Ediciones Díaz de Santos.
- Despotis, D. K. (2005). A reassessment of the human development index via data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 56(8), 969-980.
- Dunlop, W. C. (1985). Elusive concept-efficiency. *Department of Economics, University of Australia*.
- E. Frank and I. H. Witten. (1998). Generating accurate rule sets without global optimization. En I. J. (ed.) (Ed.), *Machine Learning: Proceedings of the Fifteenth International Conference* (págs. 1-16). San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers. Recuperado de <http://www.cs.waikato.ac.nz/~eibe/pubs/ML98-57.ps.gz>.
- Efron, B. (1979). Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The annals of Statistics*, 1-26.
- Färe, R. G. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. . *The American economic review*, 66-83.
- Fare, R., Grosskopf, S., & Lovell, C. K. (1994). Production frontiers. Cambridge University Press. *Cambridge University Press*.
- Farrell, & F. (1962). Estimating efficient production functions under increasing returns to scale. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 252-267.

- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 253-290.
- Ferrier, G. D., & Hirschberg, J. G. (1999). Can we bootstrap DEA scores. *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 81-92.
- García, M. & Chamorro, C. . (2002). Evaluación de la actividad investigadora universitaria: Una aplicación a la Universidad de Valladolid. *Estudios de economía aplicada*, 20(1)., 29-44.
- García-Aracil, A. &.-M. (2012). Agrupación alternativa para la evaluación de las universidades públicas españolas. *Estudios Económicos Regionales y Sectoriales*, vol. 12, num. 2, 177-192.
- Gómez Sancho, J. M. (2005). *La evaluación de la eficiencia productiva de las Universidades Públicas Españolas* . Zaragoza, España: Doctoral dissertation, tesis doctoral, Universidad de Zaragoza.
- Grabisch M. Kojadinovic I. & Meyer P. (2015). *Kappalab: Non-Additive Measure and Integral Manipulation Functions*. R package versión 0.4-7. <http://CRAN.R-project.org/package=kappalab>
- Gregory R. Warnes, Ben Bolker and Lumley T. (2015). *gtools: Various R Programming Tools*. R package versión 3.5.0. <http://CRAN.R-project.org/package=gtools>
- Guerra, M. Á. (1999). Sentido y finalidad de la evaluación de la Universidad. *Revista Interuniversitaria de formación del profesorado*, (34), 39-59.
- Hadad, Y. S.-S. (2003). Effect of Variations on Efficiency of Decision-Making Units with Respect to Output, Output Estimated by Production Functions, and Output Differences. . *Central European Journal Of Operations Research*, 11(4).
- Hair, J. F., Money, A. H., Samouel, P., & Page, M. (2007). Research methods for business. *Education+ Training*, 49(4), 336-337.
- Harvey, L., & Green, D. . (1993). Defining quality. *Assessment & evaluation in higher education*, 18(1), 9-34.
- Hernangómez, B. J., Borge, L.M., Urueña, B., Martín, N., De Benito, J.J., Ramos, L.O. y Revuelta, M.A. (2007): “*Las Universidades de Castilla y León ante el reto del Espacio Europeo de Educación Superior. Un análisis de su competitividad y eficiencia*”, *Revista de Investigación Económica y Social de Castilla y León*, nº 10, pp.15-154.

- Holte, R. C. (1993). Very simple classification rules perform well on most commonly used datasets. *Machine learning*, 11(1), 63-90.
- Hunter, G. J. (1999). Managing uncertainty. *Geographical Information System*, 633 - 641.
- Jamison, D. T. (2001). WHO ranking of health system performance. *Science*, 293(5535), 1595-1596.
- Johnes, J. T. (2005). An exploratory analysis of the cost structure of higher education in England. *DfES publications*, 118.
- Johnes, J., & Johnes, G. (1995). Research funding and performance in UK university departments of economics: a frontier analysis. *Economics of Education Review*, 14(3), 301-314.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (1992). *Applied multivariate statistical analysis (Vol. 4)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall.
- Jondrow, J. (1982). On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model. *Journal of econometrics*, 19(2), 233-238.
- Joumady & Ris. (2005). Determining the relative efficiency of European Higher Education institutions using DEA. *University of New Caledonia, ROA Maastricht University*, 35.
- Juran, J. M., Medina, J. N., & Ballester, M. G. (1990). *Juran y el liderazgo para la calidad: manual para ejecutivos*. Ediciones Díaz de Santos.
- Koopmans, T. C. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. *Activity analysis of production and allocation*, 13, 33-37.
- LOES. (2010). *Ley Organica de Educación Superior, capitulo II*. Quito.
- López Matín, E. (2011). Evaluación de la Eficiencia Técnica a partir del Valor añadido en Educación. *Tesis*. Madrid, Madrid, España.
- Lovell, C. A. (1992). Production frontiers and productive efficiency. *FRIED, HO et.*
- Madden, G., Savage, S., & Kemp, S. . (1997). Measuring public sector efficiency: A study of economics departments at Australian universities. *Education Economics*, 5(2), 153-168.
- Mahlberg, B., & Obersteiner, M. . (2001). Remeasuring the HDI by data envelopement analysis. *Available at SSRN 1999372*.

- Martín R, R. (2006). La evaluación de la eficiencia. Una aplicación del DEA a la Universidad de la Laguna. *XV Jornadas de la Asociación de la Economía de la Educación*, 217-228.
- Martínez Cabrera, M. (2003). *La medición de la eficiencia en las instituciones de educación superior*. Fundacion BBVA/BBVA Foundation.
- Mora, J. A. (1998). *Acción tutorial y orientación educativa (Vol. 84)*. Narcea Ediciones.
- Mora, J. G. (1998). La evaluación institucional de la Universidad. *Revista de Educación. Revista de Educación*, (315), 29-44.
- Murias P., Martínez F. & Novello S. . (2009). Bienestar económico regional: un enfoque comparativo entre regiones españolas e italianas. *Investigaciones Regionales*. 18, 5-36.
- Murias, M. (2004). Metodología de aplicación del Análisis Envolvente de Datos: Evaluación de la eficiencia técnica en la Universidad de Santiago de Compostela.
- Murias, M. P. (2004). Metodología de aplicación del Análisis Envolvente de Datos: Evaluación de la eficiencia técnica en la Universidad de Santiago de Compostela. Dirección Xeral de Universidades. Santiago de Compostela, España: Universidad Santiago de Compostela.
- Murias, M. P. (2004). Metodología de aplicación del Análisis Envolvente de Datos: Evaluación de la eficiencia técnica en la Universidad de Santiago de Compostela. . *Dirección Xeral de Universidades*.
- Nardo, M. S. (2005). Handbook on constructing composite indicators. *OECD Statistics Working Paper* , 106.
- Norman, M. &. (1991). *Data envelopment analysis: the assessment of performance*. John Wiley & Sons, Inc..
- Nunamaker, T. R. (1985). Using data envelopment analysis to measure the efficiency of non-profit organizations: A critical evaluation. *Managerial and decision Economics*, 6(1), 50-58.
- Oh Dong-hyun & Suh, D. (2013). *Nonparaeff: Nonparametric Methods for Measuring Efficiency and Productivity*. R package versión 0.5-8. <http://CRAN.R-project.org/package=nonparaeff>
- Ordorika, I. y. (2010). El ranking Times en el mercado del prestigio universitario. *El Perfiles educativos [online] vol.32 nro. 129*, pp. 8-29.

- Pérez-Cárceles, M. C., Gómez-Gallego, J. C., Gómez-Gallego, M., & Gómez-García, J. (2013). RANKING DE PRODUCTIVIDAD EN INVESTIGACIÓN DE LAS UNIVERSIDADES PÚBLICAS ESPAÑOLAS. *Rect@*, (4), 83.
- RCore Team (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org/>
- RStudio Team (2015). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, Inc., Boston, <http://www.rstudio.com/>.
- Rabitz, H., Aliş, Ö. F., Shorter, J., & Shim, K. (1999). Efficient input—output model representations. *Computer Physics Communications*, 117(1), 11-20.
- Ramírez, P. E., & Alfaro, J. L. . (2013). Evaluación de la Eficiencia de las Universidades pertenecientes al Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas: Resultados de un Análisis Envolvente de Datos. *Formación universitaria*, 6(3), 31-38.
- Ray, S. C. (2004). Data envelopment analysis: theory and techniques for economics and operations research. .
- Rhodes & Southwick, E. L. (1986). Determinants of efficiency in public and private universities. *Department of Economics, University of South Carolina*.
- Rodríguez G., D. (2013). *La calidad en la educación superior a través de indicadores sintéticos. Una aplicación al sistema universitario español utilizando análisis envolvente de datos*. Santiago de Compostela: Universidad Santiago de Compostela.
- Royero, J. A. (2002). Contexto mundial sobre la evaluación en las instituciones de educación superior. *Revista Iberoamericana Educación.[Internet]*.
- Rubin, D. B. (1977). Formalizing subjective notions about the effect of nonrespondents in sample surveys. *Journal of the American Statistical Association*, 72(359), 538-543.
- Rubin, D. B., & Little, R. J. (2002.). Statistical analysis with missing data. *Hoboken, NJ: J Wiley & Sons*.
- Saisana, M. S. (2005). Uncertainty and sensitivity analysis techniques as tools for the quality assessment of composite indicators. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 168(2), 307-323.
- Sancho, J. M. (2008). Una propuesta de clasificación de las universidades públicas españolas en grupos comparables en los estudios de evaluación institucional. *RAE: Revista Asturiana de Economía*, (41), 85-108.

- Sanhuesa H., R. E. (2003). *Fronteras de Eficiencia, metodología para la determinación del Valor Agregado de Distribución. TESIS*. Santiago de Chile, Santiago de Chile, Chile: Pontificia Universidad de Católica de Chile.
- Sarrico, C. S. (1998). *Performance measurement in UK universities: bringing in the stakeholders' perspectives using data envelopment analysis*. University of Warwick: Doctoral dissertation.
- Sarrico, C. S., & Dyson, R. G. . (1998). Performance Measurement in UK Universities: The Institutional Perspective. *Warwick Business School Research Bureau, University of Warwick*.
- Seiford, L. M. (1996). Data envelopment analysis: the evolution of the state of the art (1978–1995). *Journal of Productivity Analysis*, 7(2-3), 99-137.
- Selva, M. L. M., Medina, R. P., & Marzal, M. C. C. . (2014). Calidad y eficiencia de las Universidades Públicas Españolas. *Revista de estudios regionales*, (99), 135-154.
- Simar, L. (2003). Detecting Outliers in Frontiers Models: a Simple.
- Sinuany-Stern, Z. M. (1994). Academic departments efficiency via DEA. . *Computers & Operations Research*, 21(5), 543-556.
- Smith, C. E. (1997). Efficiency of families managing home health care. . *Annals of Operations Research*, 73, 157-175.
- Sobol, I. M. (1993). Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiment*, 1(4), 407-414.
- Soto, H., & Schuschny, A. R. (2009.). Guía metodológica: diseño de indicadores compuestos de desarrollo sostenible. *Documentos de proyectos Nro. 255*, 1-102.
- Spath, H. (1980). *Cluster analysis algorithms for data reduction and classification of objects* . Chichester, England: Ellis Horwood, Ltd..
- Stella, A. &. (2007). Benchmarking in Australian higher education: A thematic analysis of AUQA audit reports. Melbourne, VIC: Australian Universities Quality Agency.
- Sudit, E. F. (1995). Productivity measurement in industrial operations. *European Journal of Operational Research*, 85(3), 435-453.
- Taylor & Harris. (2004). Relative efficiency among South African universities: A data envelopment analysis. *Higher Education*, 47(1), 73-89.
- Thanassoulis, E. (2001). Introduction to the theory and application of data envelopment analysis . *Massachusetts: Kluwer Academic Publishers*.

- Thursby, J. G. (2002). Growth and productive efficiency of university intellectual property licensing. *Research policy*, 31(1), 109-124.
- Tomkins, C., & Green, R. (1988). An experiment in the use of data envelopment analysis for evaluating the efficiency of UK university departments of accounting. *Financial Accountability & Management*, 4(2), 147-164.
- Tulkens, H. (2006). On FDH efficiency analysis: some methodological issues and applications to retail banking, courts and urban transit. In *Public goods, environmental externalities and fiscal competition.*, 311-342.
- Uriel, E. (1995). *Análisis de datos. Series temporales y análisis multivariante.* . Ed AC.
- Vázquez Rojas, M. A. (2011). Eficiencia técnica y cambio de productividad en la educación superior pública: un estudio aplicado al caso español (200 - 2009). *Tesis.* Madrid, Madrid, España.
- Villardón, J. L. (2002). Análisis de componentes principales. *Departamento de Estadística*, 32.
- Villarroel, L. A. (2011). Villarroel, L., Alvarez, J., & Maldonado, D. (2011). Aplicación del análisis de componentes principales en el desarrollo de productos. . *Revista Acta Nova*, 2(3).
- Westerheijden, D. F. (1990). Peers, performance, and power: Quality assessment in the Netherlands. Peer review and performance indicators. *Quality assessment in British and Dutch higher education*, 183-207.
- Wilson, P. W. (1995). Detecting influential observations in data envelopment analysis. *Journal of productivity analysis*, 6(1), 27-45.
- Worthington & Lee, A. (2008). Efficiency, technology and productivity change in Australian universities, 1998–2003. *Economics of education review*, 27(3), 285-298.
- Zahedi, F. (1986). The analytic hierarchy process-a survey of the method and its applications. *interfaces*, 16(4), 96-108., 96-108.

Funciones R

```
# Datos de entrada
# VG_m = m es el número de universidades: i=1,...,m
# VG_N = N indicadores I_j
# Matriz_Pesos: m * N (m universidades * N indicadores), filas con pesos normalizados
# v_Pesos_Ref: vector de pesos referencia (N indicadores) normalizados
# Matriz_Valores: m * N (m universidades * N indicadores), valores para cada
universidad x indicador # asociado
# func_IndicadorCompuesto(vector_pesos,Matriz_Valores) ->
# vector.Valores.IndicadorCompuesto (m universidades)
# func_RangosFirma(vector_Valores_IndicadorCompuesto) -> vector.Rangos (m
universidades)
# v_Rangos_Ref: (m universidades) rangos de referencia
# func_MediaDiferencia_Rangos(vector_Rangos,vector_Rangos_Referencia) ->
# Valor.MediaDiferencia (escalar) "coef. Spearman"
#
func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos(Matriz_Pesos,v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,
v_Pesos_fijos,n_muestras=1000) -> Calcula valor varianza:
# V_{X1,...,Xk} (X1,...,Xk) fijadas
# func_Calculo_Varianzas =
# function(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref)
# para generar combinaciones
# library(gtools)
# combinations(m,n)
```

```
# FUNCIÓN PARA CALCULAR LOS PESOS ASOCIADOS A LOS MODELOS CRS (CCR)
O VRS (BBC)
```

func_calculo_pesos_DEA

```
= function(datos.inputs,datos.outputs,
           orientacion="input",modelo="crs") {

  library(Benchmarking)

  ed = Benchmarking::dea.dual(datos.inputs,datos.outputs,
    RTS=ifelse(modelo=="crs","crs","vrs"),
    ORIENTATION = ifelse(orientacion=="input","inp","out"))
  #print(cbind("e"=e$eff,"ed"=ed$eff, peers(e), lambda(e),
  #      e$sx, e$sy, ed$u, ed$v), digits=3)
  res = list()
  res$pesos.inputs = ed$u # u son valores duales, precios, para las entradas
  res$pesos.outputs = ed$v # v son valores duales, precios, para las salidas
  res$constantes = ed$gamma # en modelo vrs:
  return( res )
}
```

func_calculo_pesos_DEA_nonparaeff

```
= function(datos.inputs,datos.outputs,
           orientacion="input",modelo="crs") {

  library(nonparaeff)
  nvar.out = dim(datos.outputs)[2]
  nvar.inp = dim(datos.inputs)[2]
  ed = nonparaeff::dual.dea(data.frame(datos.outputs,datos.inputs),
    noutput= nvar.out,
    rts=ifelse(modelo=="crs",1,2),
    orientation = ifelse(orientacion=="input",1,2))

  res = list()
  res$pesos.inputs = ed[,2:(2+nvar.inp-1)]
```

```

res$pesos.outputs = ed[(2+nvar.inp):(2+nvar.inp+nvar.out-1)]
##res$constantes = ed$gamma  ## en modelo vrs:
return( res )
}

```

```
##datos.outputs,orientacion="input",modelo="crs"
```

func_pesos_DEAlineal_solo_output

```

= function(datos.outputs) {

library(nonparaeff)
nvar = dim(datos.outputs)[2]
nuds = dim(datos.outputs)[1]
#m_rest_pesos=diag(1,ncol=nvar,nrow=nvar)
#colnames(m_rest_pesos) = colnames(datos.outputs)
f.dir = rep("<=",nuds)
#f.dir = c(f.dir,rep(">=",nvar),rep("<=",nvar))
f.rhs = rep(1,nuds)
#f.rhs = c(f.rhs,rep(0.1,nvar),rep(1,nvar))
f.con = datos.outputs
#f.con = rbind(datos.outputs,m_rest_pesos,m_rest_pesos)
eficiencias = c()
pesos = c()
#i = 3
for (i in 1:nuds) {
  f.obj = as.numeric(datos.outputs[i,])
  sol.lp = lp2("max",f.obj,f.con,f.dir,f.rhs)

  eficiencias = c(eficiencias,sol.lp$objval)
  if (i==1) {
    pesos = sol.lp$solution
  } else {
    pesos = rbind(pesos,sol.lp$solution)
  }
}
res = list()
res$eficiencias = eficiencias
res$m_pesos = pesos

```

```
return(res)
}
```

```
func_pesos_DEAlineal_solo_output_PesosRestringidos =
```

```
function(datos.outputs) {
```

```
library(nonparaeff)
```

```
nvar = dim(datos.outputs)[2]
```

```
nuds = dim(datos.outputs)[1]
```

```
m_rest_pesos=diag(1,ncol=nvar,nrow=nvar)
```

```
colnames(m_rest_pesos) = colnames(datos.outputs)
```

```
f.dir = rep("<=",nuds)
```

```
f.dir = c(f.dir,rep(">=",nvar),rep("<=",nvar))
```

```
f.rhs = rep(1,nuds)
```

```
f.rhs = c(f.rhs,rep(0.1,nvar),rep(1,nvar))
```

```
f.con = rbind(datos.outputs,m_rest_pesos,m_rest_pesos)
```

```
eficiencias = c()
```

```
pesos = c()
```

```
#i = 3
```

```
for (i in 1:nuds) {
```

```
  f.obj = as.numeric(datos.outputs[i,])
```

```
  sol.lp = lp2("max",f.obj,f.con,f.dir,f.rhs)
```

```
  eficiencias = c(eficiencias,sol.lp$objval)
```

```
  if (i==1) {
```

```
    pesos = sol.lp$solution
```

```
  } else {
```

```
    pesos = rbind(pesos,sol.lp$solution)
```

```
  }
```

```
}
```

```
res = list()
```

```
res$eficiencias = eficiencias
```

```
res$m_pesos = pesos
```

```
return(res)
```

```
}
```

func_Normaliza_MatrizPesos

```
= function(Matriz_Pesos_NoNormalizada) {  
  
  # VG_N = 5  
  # VG_m = 23  
  # temp = matrix(runif(n = VG_N*VG_m),nrow=VG_m,ncol=VG_N)  
  # sumfilas = colSums(t(temp))  
  # Matriz_Pesos = temp/sumfilas  
  # colnames(Matriz_Pesos) = paste("I",1:VG_N,sep="")  
  # rownames(Matriz_Pesos) = paste("Ud",1:VG_m,sep="")  
  # head(Matriz_Pesos)  
  ## comprobación suma por filas es 1: TRUE  
  # prod(colSums(t(Matriz_Pesos)) == 1) == 1  
  VG_N = dim(Matriz_Pesos_NoNormalizada)[2]  
  VG_m = dim(Matriz_Pesos_NoNormalizada)[1]  
  sumfilas = colSums(t(Matriz_Pesos_NoNormalizada))  
  Matriz_Pesos = Matriz_Pesos_NoNormalizada/sumfilas  
  #colnames(Matriz_Pesos) = paste("I",1:VG_N,sep="")  
  rownames(Matriz_Pesos) = paste("Ud",1:VG_m,sep="")  
  # head(Matriz_Pesos)  
  ## comprobación suma por filas es 1: TRUE  
  # prod(colSums(t(Matriz_Pesos)) == 1) == 1  
  return(Matriz_Pesos)  
  
}
```

func_IndicadorCompuesto_DEA

```
= function(vector_pesos,Matriz_Valores,  
          nvar_input=1,orientacion="input") {  
  ind_inp = 1:nvar_input  
  ind_out = (1:length(vector_pesos))[-ind_inp]  
  v_pesos_inp = vector_pesos[ind_inp]  
  v_pesos_out = vector_pesos[ind_out]  
  if (orientacion=="input") {  
    num = as.matrix(Matriz_Valores[,ind_inp]) %*% v_pesos_inp
```

```

    den = as.matrix(Matriz_Valores[,ind_out]) %*% v_pesos_out
    res_IC = num/den
  } else {
    den = as.matrix(Matriz_Valores[,ind_inp]) %*% v_pesos_inp
    num = as.matrix(Matriz_Valores[,ind_out]) %*% v_pesos_out
    res_IC = num/den
  }

  return(res_IC)
}

```

func_IndicadorCompuesto =

```

(vector_pesos,Matriz_Valores) {
  res_IC = Matriz_Valores %*% vector_pesos
  res_IC
}

```

#(IC_Ref = func_IndicadorCompuesto(v_Pesos_Ref,Matriz_Valores))

func_RangosFirma

```

= function(vector_Valores_IndicadorCompuesto) {
  res_rangos = rank(vector_Valores_IndicadorCompuesto)
  res_rangos
}

```

#(v_Rangos_Ref = func_RangosFirma(IC_Ref))

func_spearman2

```

= function(rangos_X,rangos_Y) {
  dif = rangos_X - rangos_Y
  sumdif2 = sum(dif^2)
  NN = length(rangos_X)
}

```

```

res_Spearman = 1 - ((6*sumdif2)/(NN*(NN^2-1)))
res_Spearman
}

```

func_spearman_valores

```

= function(valores_X,valores_Y) {
rangos_X = rank(valores_X)
rangos_Y = rank(valores_Y)
dif = rangos_X - rangos_Y
sumdif2 = sum(dif^2)
NN = length(rangos_X)
res_Spearman = 1 - ((6*sumdif2)/(NN*(NN^2-1)))
res_Spearman
}

```

```

##func_spearman_valores(datos[,1],datos[,2])

```

```

func_spearman = function(rangos_X,rangos_Y) {
dif = rangos_X - rangos_Y

```

```

mean(abs(dif))
}

```

```

func_MediaDiferencia_Rangos = function(vector_Rangos,vector_Rangos_Referencia) {
res_Spearman = func_spearman(vector_Rangos,vector_Rangos_Referencia)
res_Spearman
}

```

func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos

```

= function(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,
v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,
v_ind_Pesos_fijos,n_muestras=NA) {
## -> Calcula valor varianza:  $V_{\{X1,\dots,Xk\}}$  ( $X1,\dots,Xk$ ) fijadas

```

```

VG_m = dim(Matriz_Valores)[1]
VG_N = dim(Matriz_Valores)[2]
if (is.na(n_muestras)) {
  n_muestras_genera = 2 * VG_m * (VG_N + 1)
} else {
  n_muestras_genera = n_muestras
}

VG_k = length(v_ind_Pesos_fijos)
v_ind_Pesos_nofijos = (1:VG_N)[-v_ind_Pesos_fijos]

suma_pesos_fijos_Ref = sum(v_Pesos_Ref[v_ind_Pesos_fijos])
suma_pesos_nofijos_Ref = 1 - suma_pesos_fijos_Ref
v_muestra_Rs = c()
for (i in 1:n_muestras_genera) {
  indices_aleatorios = sample(1:VG_m, VG_N - VG_k, replace=FALSE)
  pesos_nofijos_aleatorios_ini = c()
  for (j in 1:(VG_N - VG_k)) {
    pesos_nofijos_aleatorios_ini = c(pesos_nofijos_aleatorios_ini,
                                     Matriz_Pesos[indices_aleatorios[j],
                                     v_ind_Pesos_nofijos[j]])
  }
  pesos_nofijos_aleatorios_fin = (pesos_nofijos_aleatorios_ini * suma_pesos_nofijos_Ref) /
  sum(pesos_nofijos_aleatorios_ini)
  v_pesos_todos = rep(NA, VG_N)
  v_pesos_todos[v_ind_Pesos_nofijos] = pesos_nofijos_aleatorios_fin
  v_pesos_todos[v_ind_Pesos_fijos] = v_Pesos_Ref[v_ind_Pesos_fijos]
  v_IC_pesos_todos = func_IndicadorCompuesto(v_pesos_todos, Matriz_Valores)
  v_rangos_todos = func_RangosFirma(v_IC_pesos_todos)
  coef.Spearman = func_spearman(v_rangos_todos, v_Rangos_Ref)
  v_muestra_Rs = c(v_muestra_Rs, coef.Spearman)
}

media_Rs = mean(v_muestra_Rs)
varianza_Rs = var(v_muestra_Rs) * ((n_muestras_genera - 1) / n_muestras_genera)
res = list()
res$media_Rs = media_Rs
res$varianza_Rs = varianza_Rs
res$muestra_Rs = v_muestra_Rs
return(res)

```



```
}
```

```
## Cálculo de todas las varianzas de primer y segundo orden, que se guardarán  
## en una matriz simétrica, en la diagonal las de primer orden y fuera las de  
## segundo orden
```

func_Calculo_Varianzas

```
= function(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,  
           v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref) {
```

```
  VG_m = dim(Matriz_Valores)[1]
```

```
  VG_N = dim(Matriz_Valores)[2]
```

```
  VG_k = length(v_ind_Pesos_fijos)
```

```
  matriz_Varianzas = matrix(rep(NA, VG_N^2), nrow=VG_N, ncol=VG_N)
```

```
  for (i in 1:VG_N) {
```

```
    v_ind_Pesos_fijos = c(i)
```

```
    res_vxi =
```

```
func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,  
                                             v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,  
                                             v_ind_Pesos_fijos,n_muestras=NA)
```

```
  matriz_Varianzas[i,i] = res_vxi$varianza_Rs
```

```
  if ((i+1)<=VG_N) {
```

```
    for (j in (i+1):VG_N) {
```

```
      v_ind_Pesos_fijos = c(i,j)
```

```
      res_vxixj =
```

```
func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,  
                                             v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,  
                                             v_ind_Pesos_fijos,n_muestras=NA)
```

```
  matriz_Varianzas[i,j] = res_vxixj$varianza_Rs
```

```
  matriz_Varianzas[j,i] = res_vxixj$varianza_Rs
```

```
  }
```

```
  }
```

```
}
```

```
return(matriz_Varianzas)
```

```
}
```

func_lista_todascombinaciones

```
= function(n_elementos) {  
  library(gtools)  
  lista_res = list()  
  cuantos = c()  
  for (i in 1:n_elementos) {  
    temp = combinations(n_elementos,i)  
    lista_res[[i]] = temp  
    cuantos = c(cuantos,dim(temp)[1])  
  }  
  lista_res$cuantos = cuantos  
  lista_res$indices = cumsum(cuantos)  
  return(lista_res)  
}
```

func_lista_todascombinaciones_i

```
= (lista_todascombinaciones,i) {  
  v_indices = lista_todascombinaciones$indices  
  if (i>v_indices[length(v_indices)]) {  
    stop(paste("Número demasiado grande, el mayor es:",v_indices[length(v_indices)]))  
  }  
  for (j in 1:length(v_indices)) {  
    if (v_indices[j]>=i) {  
      res = lista_todascombinaciones[[j]][ifelse(j==1,i,i-v_indices[j-1]),]  
      break  
    }  
  }  
  return(res)  
}
```

```
# func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,5)  
# func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,6)  
# func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,31)  
# func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,30)  
# #func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,32)
```

```

func_lista_todascombinaciones_que_i =
function(lista_todascombinaciones,v_combinacion) {
  v_indices = lista_todascombinaciones$indices
  n_comb = length(v_combinacion)
  v_combinacion_ordenada = sort(v_combinacion)
  ini = ifelse(n_comb==1,1,v_indices[n_comb-1]+1)
  cuantos = lista_todascombinaciones$cuantos[n_comb]
  #browser()
  res = NA
  for (j in ini:(ini+cuantos-1)) {
    if ( all(v_combinacion_ordenada==
      ( func_lista_todascombinaciones_i(lista_todascombinaciones,j) ) ) ) {
      res = j
      break
    }
  }
  return(res)
}

```

*# Cálculo de todas las varianzas de todos los órdenes, que se guardarán
en un vector*

```

func_Calculo_Varianzas_TodosOrdenes = function(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,
  v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,n_muestras=NA) {

```

```

  VG_m = dim(Matriz_Valores)[1]
  VG_N = dim(Matriz_Valores)[2]
  ltemp = func_lista_todascombinaciones(VG_N)
  cuantas = ltemp$indices[VG_N]
  v_Varianzas = rep(NA,cuantas)
  v_combinacion = rep(NA,cuantas)
  for (i in 1:cuantas) {
    v_ind_Pesos_fijos = func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,i)
    res_Varianza_i =

```

```

func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,
  v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,
  v_ind_Pesos_fijos,n_muestras=NA)
  v_Varianzas[i] = res_Varianza_i$varianza_Rs

```

```

    v_combinacion[i] =
paste(func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,i),sep="," ,collapse="," )
}

```

```

res = list()
res$v_Varianzas = v_Varianzas
res$v_Combinacion = v_combinacion
res$lista_todascombinaciones = ltemp
return(res)

```

```

}

```

*# Cálculo de todas las varianzas de primer y segundo orden, que se guardarán
en una matriz simétrica, en la diagonal las de primer orden y fuera las de
segundo orden*

func_Calculo_Varianzas_Vi_sobreDMU

```

= function(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,
           v_Rangos_Ref) {

```

```

    VG_m = dim(Matriz_Valores)[1]
    VG_N = dim(Matriz_Valores)[2]
    ltemp = func_lista_todascombinaciones(VG_N)
    cuantas = ltemp$indices[VG_N]
    v_Varianzas = rep(NA,cuantas)
    v_Esperanzas = rep(NA,cuantas)
    v_combinacion = rep(NA,cuantas)
    for (j in 1:cuantas) {
        v_ind_Pesos_fijos = func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,j)

```

```

        v_esperanzas=c()
        v_varianzas=c()
        for (i in 1:VG_m)
        {
            (v_Pesos_Ref = Matriz_Pesos[i,])
            (IC_Ref = func_IndicadorCompuesto(v_Pesos_Ref,Matriz_Valores))
            (v_Rangos_Ref = func_RangosFirma(IC_Ref))

```

```

res_vx2 =
func_Genera_CalculoVarianza_Fijados_Pesos(Matriz_Valores,Matriz_Pesos,
v_Pesos_Ref,v_Rangos_Ref,
v_ind_Pesos_fijos,n_muestras=NA)

v_esperanzas = c(v_esperanzas,res_vx2$media_Rs)
v_varianzas = c(v_varianzas,res_vx2$varianza_Rs)

}

var_j<- var(v_esperanzas)*((VG_m-1)/VG_m)
esp_j<-mean(v_varianzas)

v_Varianzas[j] = var_j
v_Esperanzas[j] = esp_j
v_combinacion[j] =
paste(func_lista_todascombinaciones_i(ltemp,j),sep=",",collapse=",")

}

v_Vartotal_estimaciones=v_Esperanzas + v_Varianzas
S_i=v_Varianzas/v_Vartotal_estimaciones
ST_i=v_Esperanzas/v_Vartotal_estimaciones

res = list()
res$v_Combinacion = v_combinacion
res$v_Varianzas = v_Varianzas
res$v_Esperanzas = v_Esperanzas
res$v_Vartotal = v_Vartotal_estimaciones
res$S_i = S_i
res$ST_i = ST_i
res$listas_todascombinaciones = ltemp
return(res)

}

```

func_indices_estan_vectorind

```
= function(v_combinaciones,vectorind,hastaquenivel=NA) {  
  kk = length(vectorind)  
  for (i in 1:kk) {  
    indtemp = grep(vectorind[i],v_combinaciones)  
    if (i==1) {  
      indicesfinal = indtemp  
    } else {  
      indicesfinal = union(indicesfinal,indtemp)  
    }  
  }  
  ltemp = strsplit(v_combinaciones[indicesfinal],",")  
  niveles = as.numeric(lapply(ltemp,length))  
  tt_ind = c()  
  for (i in 1:length(ltemp)) {  
    tt = setdiff(as.numeric(ltemp[[i]]),vectorind)  
    if (length(tt)>0) {  
      tt_ind = c(tt_ind,i)  
    }  
  }  
  if (length(tt_ind)>0) {  
    indicesfinal = indicesfinal[-tt_ind]  
    niveles = niveles[-tt_ind]  
  }  
  if (!(is.na(hastaquenivel))) {  
    ind2 = which(niveles<=hastaquenivel)  
    niveles = niveles[ind2]  
    indicesfinal = indicesfinal[ind2]  
  }  
  
  res = list()  
  res$indices = indicesfinal  
  res$niveles = niveles  
  res$cuales = v_combinaciones[indicesfinal]  
  
  return(res)  
}
```

```

# (itemp = func_indices_estan_vectorind(v_var$v_Combinacion,c(1,2)))
# vecn = c(1,2)
# (itemp = func_indices_estan_vectorind(v_var$v_Combinacion,vecn,length(vecn)-1))
# vecn = c(1,2,3)
# (itemp = func_indices_estan_vectorind(v_var$v_Combinacion,vecn,length(vecn)-1))

```

func_varianza

```

= function(v_datos) {
  nn = length(v_datos)
  return( var(v_datos) * ((nn-1)/nn) )
}

```

func_Calcula_Sijk_STi

```

= function(v_valores_Rmedias,m_lista_VarRepeticion) {

  VG_K = dim(m_lista_VarRepeticion)[2]

  # num. indicadores = num. firmas

  l_combinaciones = func_lista_todascombinaciones(VG_K)
  cuantas = l_combinaciones$indices[VG_K]
  v_vcs_vxixj = rep(NA,cuantas)
  v_ecs_vxixj = rep(NA,cuantas)
  v_combinacion = rep(NA,cuantas)
  #i = 7
  for (i in 1:(cuantas-1)) {
    comb_fija = func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i)
    v_medias = c()
    v_varianzas = c()
    v_combinacion[i] = paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i),
      sep=";",collapse=";")

    varrep = permutations(VG_K, length(comb_fija), v=1:VG_K, set=TRUE,
repeats.allowed=T)
    nn = dim(varrep)[1]
    #j=10

```

```

for (j in 1:nn) {
  varrep_fija = varrep[j,]
  m_temp = (m_lista_VarRepeticion[,comb_fija]==varrep_fija)
  if (class(m_temp)=="matrix") {
    cuales = which(rowMeans(m_temp)==1)
  } else {
    cuales = which(m_temp)
  }
  v_datos = v_valores_Rmedias[cuales]
  media = mean(v_datos)
  varianza = func_varianza(v_datos)
  v_medias = c(v_medias,media)
  v_varianzas = c(v_varianzas,varianza)
}
v_vcs_vxixj[i] = func_varianza(v_medias)
v_ecs_vxixj[i] = mean(v_varianzas)
}
v_vcs_vxixj[cuantas] = func_varianza(v_valores_Rmedias)
v_ecs_vxixj[cuantas] = 0
v_combinacion[cuantas] =
paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,cuantas),
      sep="",collapse="")

```

```
v_de_Y = func_varianza(v_valores_Rmedias)
```

```
# Cálculo de  $V_{\{ijk\}}$ 
```

```

indices = l_combinaciones$indices
v_Vijk = rep(NA,cuantas)
j=1
for (i in 1:length(indices)) {
  # orden i
  while (j<=indices[i]) {
    if (i==1) {
      v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j]
    } else {
      ltemp2 = strsplit(v_combinacion[j],",")
      vecn = as.numeric(ltemp2[[1]])
      itemp = func_indices_estan_vectorind(v_combinacion,vecn,length(vecn)-1)
      temp_ind = itemp$indices
    }
  }
}

```



```

# indices en los que aparecen de menor nivel
  v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j] - sum(v_vcs_vxixj[temp_ind])
}
j = j+1
}
}
v_Vijk[cuantas] = v_de_Y - sum(v_Vijk[1:(cuantas-1)])
#S_i = res_Vijk/VdeY

v_Sijk = v_Vijk/v_de_Y
v_STijk = v_ecs_vxixj/v_de_Y

res = list()
res$vcs_vxixj = v_vcs_vxixj
res$ecs_vxixj = v_ecs_vxixj
res$combinaciones = v_combinacion
res$l_todascombinaciones = l_combinaciones
res$Vijk = v_Vijk
res$V_de_Y = v_de_Y
res$Sijk = v_Sijk
res$STijk = v_STijk

return(res)

}

```

func_Calculo_IndSintetico_Todos

```

= function(m_pesos,m_valores) {
  library(gtools)
  VG_K = dim(m_pesos)[2]
  m_lista_VarRepeticion = permutations(VG_K, VG_K, v=1:VG_K, set=TRUE,
repeats.allowed=T)
  nn = dim(m_lista_VarRepeticion)[1]
  IndSintetico = matrix(NA,nrow=nn,ncol=VG_K)
  RangosSinteticos = matrix(NA,nrow=nn,ncol=VG_K)
  v_pesos = rep(NA,VG_K)
  for (i in 1:nn) {
    for (j in 1:VG_K) {

```

```

    ii = m_lista_VarRepeticion[i,j]
    v_pesos[j] = m_pesos[ii,j]
  }
  IndSintetico[i,] = m_valores %*% v_pesos
  RangosSinteticos[i,] = rank(-IndSintetico[i,])
}

```

```

res = list()
res$l_VarRepeticion = m_lista_VarRepeticion
res$IndSintetico = IndSintetico
res$RangosSinteticos = RangosSinteticos
return(res)
}

```

func_Calculo_RangosMedios

```

= function(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1) {
  nn = dim(m_RangosSinteticos)[1]
  k = length(v_Rangos_Ref)
  v_valores_Rmedias = rep(NA,nn)
  for (i in 1:nn) {
    v_rg1 = m_RangosSinteticos[i,]
    if (cual==1) {
      v_valores_Rmedias[i] = func_spearman(v_rg1,v_Rangos_Ref)
    } else {
      v_valores_Rmedias[i] = func_spearman2(v_rg1,v_Rangos_Ref)
    }
  }
}

return(v_valores_Rmedias)
}

```

func_Calculo_IndSintetico_Todos_General

```

= function(m_pesos,m_valores,usoDEA=FALSE,
          nvar_input=1,orientacion="input") {
  library(gtools)
  VG_K = dim(m_pesos)[2]
  VG_m = dim(m_pesos)[1]

```

```

m_lista_VarRepeticion = permutations(VG_m, VG_K, set=TRUE, repeats.allowed=T)
nn = dim(m_lista_VarRepeticion)[1]
IndSintetico = matrix(NA,nrow=nn,ncol=VG_m)
RangosSinteticos = matrix(NA,nrow=nn,ncol=VG_m)
v_pesos = rep(NA,VG_K)
for (i in 1:nn) {
  for (j in 1:VG_K) {
    ii = m_lista_VarRepeticion[i,j]
    v_pesos[j] = m_pesos[ii,j]
  }
  if (usoDEA) {
    IndSintetico[i,] =
func_IndicadorCompuesto_DEA(v_pesos,m_valores,nvar_input,orientacion)
  } else {
    IndSintetico[i,] = m_valores %*% v_pesos
  }
  RangosSinteticos[i,] = rank(-IndSintetico[i,])
}

res = list()
res$l_VarRepeticion = m_lista_VarRepeticion
res$IndSintetico = IndSintetico
res$RangosSinteticos = RangosSinteticos
return(res)
}

```

func_Calcula_Sijk_STi_General

```

= function(v_valores_Rmedias,m_lista_VarRepeticion) {

  VG_K = dim(m_lista_VarRepeticion)[2] # num. indicadores = num. firmas
  VG_m = length(v_valores_Rmedias)^(1/VG_K)
  VG_m = as.integer(round(VG_m))

  l_combinaciones = func_lista_todascombinaciones(VG_K)
  cuantas = l_combinaciones$indices[VG_K]
  v_vcs_vxixj = rep(NA,cuantas)
  v_ecs_vxixj = rep(NA,cuantas)
  v_combinacion = rep(NA,cuantas)

```

```

for (i in 1:(cuantas-1)) {
  comb_fija = func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i)
  v_medias = c()
  v_varianzas = c()
  v_combinacion[i] = paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i),
    sep=",",collapse=",")

  varrep = permutations(VG_m, length(comb_fija), set=TRUE, repeats.allowed=T)
  nn = dim(varrep)[1]
  #j=10
  dim1 = ifelse(length(comb_fija)==1,TRUE,FALSE)
  if (!dim1) {
    m_temp2 = t(m_lista_VarRepeticion[,comb_fija])

  } else {
    m_temp2 = m_lista_VarRepeticion[,comb_fija]
  }

  for (j in 1:nn) {
    varrep_fija = varrep[j,]

    if (!dim1) {
      m_temp = (m_temp2==varrep_fija)
      cuales = which(colMeans(m_temp)==1)
    } else {
      m_temp = (m_temp2==varrep_fija)
      cuales = which(m_temp)
    }

    v_datos = v_valores_Rmedias[cuales]
    media = mean(v_datos)
    varianza = func_varianza(v_datos)
    v_medias = c(v_medias,media)
    v_varianzas = c(v_varianzas,varianza)
  }
  v_vcs_vxixj[i] = func_varianza(v_medias)
  v_ecs_vxixj[i] = mean(v_varianzas)
  cat(paste(i," de ",cuantas,"\n"))
  cat(paste(Sys.time(),"\n"))
  #browser()
}

```

```

v_vcs_vxixj[cuantas] = func_varianza(v_valores_Rmedias)
v_ecs_vxixj[cuantas] = 0
v_combinacion[cuantas] =
paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,cuantas),
      sep="," ,collapse="," )

```

```
v_de_Y = func_varianza(v_valores_Rmedias)
```

```
# Cálculo de  $V_{ijk}$ 
```

```

indices = l_combinaciones$indices
v_Vijk = rep(NA,cuantas)
j=1
for (i in 1:length(indices)) {
  # orden i
  while (j<=indices[i]) {
    if (i==1) {
      v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j]
    } else {
      ltemp2 = strsplit(v_combinacion[j],",")
      vecn = as.numeric(ltemp2[[1]])
      itemp = func_indices_estan_vectorind(v_combinacion,vecn,length(vecn)-1)
      temp_ind = itemp$indices # indices en los que aparecen de menor nivel
      v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j] - sum(v_Vijk[temp_ind])
    }
    j = j+1
  }
}
v_Vijk[cuantas] = v_de_Y - sum(v_Vijk[1:(cuantas-1)])
#S_i = res_Vijk/VdeY
cat(paste(Sys.time(),"\n"))

```

```

v_Sijk = v_Vijk/v_de_Y
v_STijk = v_ecs_vxixj/v_de_Y

```

```

res = list()
res$vcs_vxixj = v_vcs_vxixj
res$ecs_vxixj = v_ecs_vxixj
res$combinaciones = v_combinacion
res$l_todascombinaciones = l_combinaciones
res$Vijk = v_Vijk

```

```
res$V_de_Y = v_de_Y
res$Sijk = v_Sijk
res$STijk = v_STijk
```

```
return(res)
```

```
}
```

Vale para el procedimiento completo y el de muestreo

func_Calcula_Sijk_STi_General_recalculo_con_v_vcs

```
= function(v_valores_Rmedias,
           m_lista_VarRepeticion,resx) {
```

```
VG_K = dim(m_lista_VarRepeticion)[2] # num. indicadores = num. firmas
```

```
VG_m = length(v_valores_Rmedias)^(1/VG_K)
```

```
VG_m = as.integer(round(VG_m))
```

```
l_combinaciones = func_lista_todascombinaciones(VG_K)
```

```
cuantas = l_combinaciones$indices[VG_K]
```

```
l_combinaciones = resx$l_todascombinaciones
```

```
cuantas = l_combinaciones$indices[VG_K]
```

```
v_vcs_vxixj = resx$vcs_vxixj
```

```
v_ecs_vxixj = resx$ecs_vxixj
```

```
v_combinacion = resx$combinaciones
```

```
v_de_Y = resx$V_de_Y
```

Cálculo de V_{ijk}

```
indices = l_combinaciones$indices
```

```
v_Vijk = rep(NA,cuantas)
```

```
j=1
```

```
for (i in 1:length(indices)) {
```

```
  # orden i
```

```
  while (j<=indices[i]) {
```

```
    if (i==1) {
```

```

    v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j]
  } else {
    ltemp2 = strsplit(v_combinacion[j], ",")
    vecn = as.numeric(ltemp2[[1]])
    itemp = func_indices_estan_vectorind(v_combinacion,vecn,length(vecn)-1)
    temp_ind = itemp$indices # indices en los que aparecen de menor nivel
    v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j] - sum(v_Vijk[temp_ind])
  }
  j = j+1
}
}
v_Vijk[cuantas] = v_de_Y - sum(v_Vijk[1:(cuantas-1)])
#S_i = res_Vijk/VdeY
cat(paste(Sys.time(), "\n"))

```

```

v_Sijk = v_Vijk/v_de_Y
v_STijk = v_ecs_vxixj/v_de_Y

```

```

res = list()
res$vcs_vxixj = v_vcs_vxixj
res$ecs_vxixj = v_ecs_vxixj
res$combinaciones = v_combinacion
res$l_todascombinaciones = l_combinaciones
res$Vijk = v_Vijk
res$V_de_Y = v_de_Y
res$Sijk = v_Sijk
res$STijk = v_STijk

```

```

return(res)

```

```

}

```

func_Calcula_Sijk_STi_General_muestreo

```

= function(v_valores_Rmedias,m_lista_VarRepeticion) {

```

```

  VG_K = dim(m_lista_VarRepeticion)[2] # num. indicadores = num. firmas
  VG_m = length(v_valores_Rmedias)^(1/VG_K)
  VG_m = as.integer(round(VG_m))

```

```

l_combinaciones = func_lista_todascombinaciones(VG_K)
cuantas = l_combinaciones$indices[VG_K]
v_vcs_vxixj = rep(NA,cuantas)
v_ecs_vxixj = rep(NA,cuantas)
v_combinacion = rep(NA,cuantas)
for (i in 1:(cuantas-1)) {
  comb_fija = func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i)
  v_medias = c()
  v_varianzas = c()
  v_combinacion[i] = paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,i),
    sep=";",collapse=";")

  varrep = permutations(VG_m, length(comb_fija), set=TRUE, repeats.allowed=T)
  nn = dim(varrep)[1]
  if (nn>1000) {
    elegimos = round(0.20 * nn,0)
    if (elegimos > 4000) {
      elegimos = 4000
    }
    varrep = varrep[sample(1:nn,size = elegimos,replace = F),]
    nn = dim(varrep)[1]
  }
  #j=10
  dim1 = ifelse(length(comb_fija)==1,TRUE,FALSE)
  if (!dim1) {
    m_temp2 = t(m_lista_VarRepeticion[,comb_fija])

  } else {
    m_temp2 = m_lista_VarRepeticion[,comb_fija]
  }

  for (j in 1:nn) {
    varrep_fija = varrep[j,]

    if (!dim1) {
      m_temp = (m_temp2==varrep_fija)
      cuales = which(colMeans(m_temp)==1)
    } else {
      m_temp = (m_temp2==varrep_fija)
      cuales = which(m_temp)
    }
  }
}

```



```

}

v_datos = v_valores_Rmedias[cuales]
media = mean(v_datos)
varianza = func_varianza(v_datos)
v_medias = c(v_medias,media)
v_varianzas = c(v_varianzas,varianza)
}
v_vcs_vxixj[i] = func_varianza(v_medias)
v_ecs_vxixj[i] = mean(v_varianzas)
cat(paste(i," de ",cuantas,"\n"))
cat(paste(Sys.time(),"\n"))
}
v_vcs_vxixj[cuantas] = func_varianza(v_valores_Rmedias)
v_ecs_vxixj[cuantas] = 0
v_combinacion[cuantas] =
paste(func_lista_todascombinaciones_i(l_combinaciones,cuantas),
      sep="," ,collapse=",")

```

```
v_de_Y = func_varianza(v_valores_Rmedias)
```

```
# Cálculo de  $V_{ijk}$ 
```

```

indices = l_combinaciones$indices
v_Vijk = rep(NA,cuantas)
j=1
for (i in 1:length(indices)) {
  # orden i
  while (j<=indices[i]) {
    if (i==1) {
      v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j]
    } else {
      ltemp2 = strsplit(v_combinacion[j],",")
      vecn = as.numeric(ltemp2[[1]])
      itemp = func_indices_estan_vectorind(v_combinacion,vecn,length(vecn)-1)
      temp_ind = itemp$indices # indices en los que aparecen de menor nivel
      v_Vijk[j] = v_vcs_vxixj[j] - sum(v_Vijk[temp_ind])
    }
    j = j+1
  }
}
}

```

```
v_Vijk[cuantas] = v_de_Y - sum(v_Vijk[1:(cuantas-1)])
```

```
#S_i = res_Vijk/VdeY
```

```
cat(paste(Sys.time(), "\n"))
```

```
v_Sijk = v_Vijk/v_de_Y
```

```
v_STijk = v_ecs_vxixj/v_de_Y
```

```
res = list()
```

```
res$vcs_vxixj = v_vcs_vxixj
```

```
res$ecs_vxixj = v_ecs_vxixj
```

```
res$combinaciones = v_combinacion
```

```
res$l_todascombinaciones = l_combinaciones
```

```
res$Vijk = v_Vijk
```

```
res$V_de_Y = v_de_Y
```

```
res$Sijk = v_Sijk
```

```
res$STijk = v_STijk
```

```
return(res)
```

```
}
```

func_Distancias_con_pesos_Ind

```
= function(m_pesos) {
```

```
  N_filas = dim(m_pesos)[1]
```

```
  N_Ind = dim(m_pesos)[2]
```

```
  D_k=rep(0,N_filas)
```

```
  D_total = 0
```

```
  for (k in 1:N_filas) {
```

```
    for (i in 1:N_Ind) {
```

```
      for (l in 1:N_filas) {
```

```
        D_k[k]=D_k[k]+abs(m_pesos[k,i]-m_pesos[l,i])
```

```
      }
```

```
    }
```

```
    D_total = D_total + D_k[k]
```

```
  }
```

```
W_k = 1/(D_k/D_total)
Suma_Wk = sum(W_k)
w_k = W_k/Suma_Wk
```

```
m_ic=rep(0,N_Ind)
```

```
for (i in 1:N_Ind) {
  for (k in 1:N_filas) {
    m_ic[i]=m_ic[i]+w_k[k]*m_pesos[k,i]
  }
}
```

```
res = list()
res$m_ic = m_ic
res$w_k = w_k
res$W_k = W_k
res$D_k = D_k
return(res)
```

```
}
```

func_Distancias_con_pesos_Ind_output

```
= function(m_pesos) {
```

```
  N_filas = dim(m_pesos)[1]
  N_Ind = dim(m_pesos)[2]
```

```
  D_k=rep(0,N_filas)
  D_total = 0
```

```
  for (k in 1:N_filas) {
    for (i in 1:N_Ind) {
      for (l in 1:N_filas) {
        D_k[k]=D_k[k]+abs(m_pesos[k,i]-m_pesos[l,i])
      }
    }
    D_total = D_total + D_k[k]
  }
}
```

```

W_k = 1/(D_k/D_total)
Suma_Wk = sum(W_k)
w_k = W_k/Suma_Wk

m_ic=rep(0,N_Ind)

for (i in 1:N_Ind) {
  for (k in 1:N_filas) {
    m_ic[i]=m_ic[i]+w_k[k]*m_pesos[k,i]
  }
}

res = list()
res$m_ic = m_ic
res$w_k = w_k
res$W_k = W_k
res$D_k = D_k
return(res)
}

```

func_Distancias_con_pesos_Ind_input

```

= function(m_pesos) {

  N_filas = dim(m_pesos)[1]
  N_Ind = dim(m_pesos)[2]

  D_k=rep(0,N_filas)
  D_total = 0

  for (k in 1:N_filas) {
    for (i in 1:N_Ind) {
      for (l in 1:N_filas) {
        D_k[k]=D_k[k]+abs(m_pesos[k,i]-m_pesos[l,i])
      }
    }
    D_total = D_total + D_k[k]
  }
}

```

```

}

W_k = (D_k/D_total)
Suma_Wk = sum(W_k)
w_k = W_k/Suma_Wk

m_ic=rep(0,N_Ind)

for (i in 1:N_Ind) {
  for (k in 1:N_filas) {
    m_ic[i]=m_ic[i]+w_k[k]*m_pesos[k,i]
  }
}

res = list()
res$m_ic = m_ic
res$w_k = w_k
res$W_k = W_k
res$D_k = D_k
return(res)

}

func_Distancias_con_pesos_Ind_dea = function(m_pesos_input,m_pesos_output) {
  sinput = func_Distancias_con_pesos_Ind_input(m_pesos_input)
  soutput = func_Distancias_con_pesos_Ind_output(m_pesos_output)
  res = list()
  res$input = sinput
  res$output = soutput
  return(res)
}

```

Fichero: informeexcelDEA.R

```
# Informe Excel sobre DEA con Benchmarking  
# Esperamos los datos de la siguiente forma  
# datos.inputs  
# datos.outputs  
# orientacion (1 = input, 2 = output)  
# modelo (1 = VRS, 3 = CRS )
```

```
library(Benchmarking)
```

```
#datos.inputs = var.inputs  
#datos.outputs = var.outputs
```

```
calculos.dea.BM = function(datos.inputs,datos.outputs,orientacion,modelo) {  
  # comprobaciones:  
  # (1.) dim(datos.inputs)[1]==dim(datos.outputs)[1]  
  # (2.) datos.inputs y datos.outputs de tipo: matrix  
  # (3.) si orientacion y modelo son textos convertirlos a números
```

```
  resultados.dea.BM = Benchmarking::dea(X=datos.inputs,Y=datos.outputs,  
    ORIENTATION = orientacion,RTS=modelo,  
    SLACK = T,DUAL = T,LP=F)
```

```
  eficiencias = resultados.dea.BM$eff  
  holguras.logicas = resultados.dea.BM$slack  
  lambdas = resultados.dea.BM$lambda  
  holguras.inputs = resultados.dea.BM$sx  
  holguras.outputs = resultados.dea.BM$sy
```

```
  movimiento.radial = excess(resultados.dea.BM,datos.inputs,datos.outputs)
```

```
  res = list()  
  res$num.unidades = dim(datos.inputs)[1]  
  res$numvars.inputs = dim(datos.inputs)[2]  
  res$numvars.outputs = dim(datos.outputs)[2]  
  res$datos.inputs = datos.inputs  
  res$datos.outputs = datos.outputs  
  res$modelo = modelo
```

```

res$modelo.texto = ifelse(modelo==1,"VRS","CRS")
res$orientacion = orientacion
res$orientacion.texto = ifelse(orientacion==1,"INPUT","OUTPUT")
if (orientacion==1) {
  res$eficiencias = eficiencias
} else {
  res$eficiencias = 1/eficiencias
}

```

```

res$eficiencias.BM = eficiencias
res$holguras.inputs = holguras.inputs
res$holguras.outputs = holguras.outputs
res$lambdas = lambdas
res$movimiento.radial = movimiento.radial # si es orientacion input es mov.radial input
# si es orientacion output es mov.radial output
if (orientacion==1) {
  res$movimiento.radial.input = movimiento.radial
  res$movimiento.radial.output =
matrix(0,ncol=res$numvars.outputs,nrow=res$num.unidades)
} else {
  res$movimiento.radial.input =
matrix(0,ncol=res$numvars.inputs,nrow=res$num.unidades)
  res$movimiento.radial.output = movimiento.radial
}

```

```

res$valor.objetivo.input = res$datos.inputs -
  (res$holguras.inputs + res$movimiento.radial.input)
res$valor.objetivo.output = res$datos.outputs +
  (res$holguras.outputs + res$movimiento.radial.output)
colnames(res$valor.objetivo.input) = paste("vobjx",1:res$numvars.inputs,sep="")
colnames(res$valor.objetivo.output) = paste("vobjy",1:res$numvars.outputs,sep="")

```

```

# peers
nivel.peers = 0.00001
m.peers.tf = lambdas > nivel.peers
diag(m.peers.tf) = FALSE
m.peers.tf[is.na(m.peers.tf)]=F
sumcol.m.peers.tf = colSums(m.peers.tf)
sumrow.m.peers.tf = colSums(t(m.peers.tf))

```

```

res$cuantos.peers = sumrow.m.peers.tf

```

```
res$cuantos.mereferencian.como.peers = sumcol.m.peers.tf
```

```
res$unidades.eficientes = which(res$eficiencias==1)  
res$unidades.eficientes.como.peers =  
  res$cuantos.mereferencian.como.peers[res$unidades.eficientes]
```

```
# más eficiente menor orden, empates con media de orden.
```

```
res$uds.rangos = rank(-res$eficiencias)  
res$uds.rangos2 = rank(-res$eficiencias)  
res$uds.rangos2[res$unidades.eficientes] =  
  rank(-res$cuantos.mereferencian.como.peers[res$unidades.eficientes])
```

```
m.cuales.peers = peers(resultados.dea.BM)
```

```
avisos = "Avisos"  
if (sum(is.na(resultados.dea.BM$sum))>0) {  
  aviso = paste("Problemas de cálculo en ",  
which(is.na(resultados.dea.BM$sum)),collapse=" ")  
  avisos = paste(avisos,aviso,sep=". ")  
  cat(avisos)
```

```
ttemp = which(is.na(resultados.dea.BM$sum))  
ttemp2 = (resultados.dea.BM$eff==1)  
ttemp3 = ttemp2[ttemp]  
nn = length(ttemp3)  
ttemp4 = as.numeric(names(ttemp3))  
for (i in 1:nn) {  
  ii = ttemp4[i]  
  m.cuales.peers[ii,1] = ii  
}  
}
```

```
v.cuales.peers = as.numeric(m.cuales.peers)  
v.cuales.peers = v.cuales.peers[!is.na(v.cuales.peers)]  
t.cuales.peers = table(v.cuales.peers)  
v.cuantos.mereferencian.como.peers.yono = rep(0,dim(m.cuales.peers)[1])  
v.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi = v.cuantos.mereferencian.como.peers.yono  
v.cuantos.mereferencian.como.peers.yono[as.numeric(names(t.cuales.peers))] =  
t.cuales.peers-1  
v.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi[as.numeric(names(t.cuales.peers))] =  
t.cuales.peers
```



```
v.efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yono =  
  v.cuantos.mereferencian.como.peers.yono[which(resultados.dea.BM$eff==1)]  
v.efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi =  
  v.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi[which(resultados.dea.BM$eff==1)]
```

```
v.cuantos.peers.tengo.yosi = rowSums(!is.na(m.cuales.peers))
```

```
v.cuantos.peers.tengo.yono = v.cuantos.peers.tengo.yosi  
n.uds = dim(m.cuales.peers)[1]  
for (i in 1:n.uds) {  
  if (i %in% m.cuales.peers[i,]) {  
    v.cuantos.peers.tengo.yono[i] = v.cuantos.peers.tengo.yono[i] -1  
  }  
}
```

```
res$cuantos.mereferencian.como.peers.yono = v.cuantos.mereferencian.como.peers.yono  
res$cuantos.mereferencian.como.peers.yosi = v.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi
```

```
res$efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yono =  
v.efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yono  
res$efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi =  
v.efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi
```

```
res$cuantos.peers.tengo.yono = v.cuantos.peers.tengo.yono  
res$cuantos.peers.tengo.yosi = v.cuantos.peers.tengo.yosi
```

```
res$peers = m.cuales.peers
```

```
res$uds.rangos3 = rank(-res$eficiencias)  
res$uds.rangos3[res$unidades.eficientes] =  
  rank(-res$cuantos.mereferencian.como.peers.yosi[res$unidades.eficientes])
```

```
axy = data.frame(Eff=res$eficiencias,MeRef=res$cuantos.mereferencian.como.peers,  
  Ord=res$uds.rangos,Ord2=res$uds.rangos2)  
res$uds.ordenadas.df = axy[order(axy$Ord2),]
```

```

res$pesos.inputs = resultados.dea.BM$u
res$pesos.outputs = resultados.dea.BM$v
res$pesos.constantes = resultados.dea.BM$gamma # en modelo vrs:

# tabla de frecuencias de eficiencias
efic.agrupadas = cut(res$eficiencias,breaks=c(0,0.8,0.9,0.95,1,1.1),right=F)
tf.abs = table(efic.agrupadas)
names(tf.abs)[1] = "<0.8"
names(tf.abs)[5] = "1"
tf.abs = tf.abs[5:1]
tf.porc = prop.table(tf.abs)*100
tf.absacu = cumsum(tf.abs)
tf.porcacu = cumsum(tf.porc)
tablafrec.efi = cbind(tf.abs,round(tf.porc,2),tf.absacu,round(tf.porcacu,2))

colnames(tablafrec.efi)=c("Frec.Absolutas","Porc. ","Abs.Acumuladas","Porc.Acumuladas"
)
res$tablafrec.eficiencias = tablafrec.efi
library(psych)
df.eficiencias.resumen = psych::describe(res$eficiencias)
df.eficiencias.resumen = as.data.frame(df.eficiencias.resumen)
res$resumen.eficiencias = df.eficiencias.resumen[,-1]
df.res.inputs = psych::describe(datos.inputs)
df.res.outputs = psych::describe(datos.outputs)
df.res.inputs = as.data.frame(df.res.inputs)
df.res.outputs = as.data.frame(df.res.outputs)
res$resumen.datos.inputs = df.res.inputs[,-1]
res$resumen.datos.outputs = df.res.outputs[,-1]
nombresCar = c("n","Media","CuaDesvTip","Mediana","MediaTrim","DesAbsMediana",
"Min","Max","Rango","CoefAsim","CoefCurtosis","ErrorEstandar")
colnames(res$resumen.eficiencias) = nombresCar
colnames(res$resumen.datos.inputs) = nombresCar
colnames(res$resumen.datos.outputs) = nombresCar

res$Correlacion =
cor(cbind(datos.inputs,datos.outputs),cbind(datos.inputs,datos.outputs))
res$Correlacion.conEficiencia = cor(cbind(datos.inputs,datos.outputs),res$eficiencias)

return( res )

}

```

```

dea.unidad = function(que.unidad,res.dea.BM,var.inputs,var.outputs) {

  movimiento.radial = res.dea.BM$movimiento.radial

  res = list()
  res$firma = que.unidad
  res$eficiencia = res.dea.BM$eficiencias[que.unidad]
  res$valor.original.out = var.outputs[que.unidad,]
  res$valor.original.inp = var.inputs[que.unidad,]
  res$holgura.out = res.dea.BM$holguras.outputs[que.unidad,]
  res$holgura.inp = res.dea.BM$holguras.inputs[que.unidad,]
  res$movimientoradial.inp = res.dea.BM$movimiento.radial.input[que.unidad,]
  res$movimientoradial.out = res.dea.BM$movimiento.radial.output[que.unidad,]
  res$valorproyectado.inp = res.dea.BM$valor.objetivo.input[que.unidad,]
  res$valorproyectado.out = res.dea.BM$valor.objetivo.output[que.unidad,]
  res$diferencia.inp = res$movimientoradial.inp + res$holgura.inp
  res$diferencia.out = res$movimientoradial.out + res$holgura.out
  nivel.peers = 0.00001

  if (res$eficiencia>=1) {
    unidades.peers = integer(0)
    res$pesos.lambda = numeric(0)
  } else {
    unidades.peers = which(res.dea.BM$lambda[que.unidad,]>nivel.peers &
      res.dea.BM$lambda[que.unidad,]<1)
    res$pesos.lambda = res.dea.BM$lambda[que.unidad,unidades.peers]
  }
  res$unidades.peers = unidades.peers

  res$cuantos.peers = length(res$unidades.peers)

  res$tabla.out = cbind(t(res$valor.original.out),
    t(res$valorproyectado.out),
    t(res$diferencia.out),
    res$holgura.out,
    t(res$movimientoradial.out))

  colnames(res$tabla.out) = c("ValorOriginal","ValorObjetivo",

```

```

        "Diferencia", "Holgura", "MovimientoRadial")

res$tabla.inp = cbind(t(res$valor.original.inp),
                    t(res$valor.proyectado.inp),
                    res$diferencia.inp,
                    res$holgura.inp,
                    res$movimientoradial.inp)

colnames(res$tabla.inp) = c("ValorOriginal", "ValorObjetivo",
                            "Diferencia", "Holgura", "MovimientoRadial")

return(res)
}

```

Cálculo DEA exigiendo que los pesos cumplan determinadas condiciones

```

# cp.cotinf = 0.5
# cp.cotsup = 2.5
# num.var.inp = 2
# num.var.out = 3
# m.condiciones.coc.pesos <- matrix(c(cp.cotinf, cp.cotsup),
#   nrow=(num.var.inp+num.var.out-2), ncol=2, byrow=TRUE)

# res33 = resultados.DEA.BM.condicionesPesos(datos.inputs,datos.outputs,
#   orientacion,modelo,m.condiciones.coc.pesos)

resultados.DEA.BM.condicionesPesos = function(datos.inputs,datos.outputs,
        orientacion,modelo,m.condiciones.coc.pesos) {

# condiciones.coc.pesos es una matrix de 2 columnas y el número de filas es:
# num.input+num.output-2
# contiene cota inferior (columna 1) y cota superior (columna 2) de los cocientes de
# pesos respecto al peso de la variable 1
# (tanto para las entradas como para las salidas):
# u[,2]/u[,1], u[,3]/u[,1],...
# v[,2]/v[,1], v[,3]/v[,1],...
# Nota: no se ponen cotas para la primera variable input y para la primera variable
# output

resultados.dea.BM.conPesos = Benchmarking::dea.dual(X=datos.inputs,Y=datos.outputs,

```

```
ORIENTATION = orientacion,RTS=modelo,  
DUAL=m.condiciones.coc.pesos)
```

```
# dual <- matrix(c(.5, 2.5), nrow=dim(x)[2]+dim(y)[2]-2, ncol=2, byrow=TRUE)  
# er <- dea.dual(x,y,RTS="crs", DUAL=dual)  
# print(cbind("e"=e$eff,"ar"=er$eff, lambda(e), e$sx, e$sy, er$u,  
#           "ratio"=er$u[,2]/er$u[,1],er$v),digits=3)
```

```
eficiencias = resultados.dea.BM.conPesos$eff
```

```
holguras = slack(datos.inputs,datos.outputs,resultados.dea.BM.conPesos)  
lambdas = holguras$lambda  
holguras.inputs = holguras$sx  
holguras.outputs = holguras$sy
```

```
# movimiento radial
```

```
movimiento.radial = excess(resultados.dea.BM.conPesos,datos.inputs,datos.outputs)
```

```
res = list()
```

```
res$num.unidades = dim(datos.inputs)[1]
```

```
res$numvars.inputs = dim(datos.inputs)[2]
```

```
res$numvars.outputs = dim(datos.outputs)[2]
```

```
res$datos.inputs = datos.inputs
```

```
res$datos.outputs = datos.outputs
```

```
res$modelo = modelo
```

```
res$modelo.texto = ifelse(modelo==1,"VRS","CRS")
```

```
res$orientacion = orientacion
```

```
res$orientacion.texto = ifelse(orientacion==1,"INPUT","OUTPUT")
```

```
if (orientacion==1) {
```

```
  res$eficiencias = eficiencias
```

```
} else {
```

```
  res$eficiencias = 1/eficiencias
```

```
}
```

```
res$eficiencias.BM = eficiencias
```

```
res$holguras.inputs = holguras.inputs
```

```
res$holguras.outputs = holguras.outputs
```

```
res$lambdas = lambdas
```

```
res$movimiento.radial = movimiento.radial # si es orientacion input es mov.radial input  
# si es orientacion output es mov.radial output
```

```

if (orientacion==1) {
  res$movimiento.radial.input = movimiento.radial
  res$movimiento.radial.output =
matrix(0,ncol=res$numvars.outputs,nrow=res$num.unidades)
} else {
  res$movimiento.radial.input =
matrix(0,ncol=res$numvars.inputs,nrow=res$num.unidades)
  res$movimiento.radial.output = movimiento.radial
}

res$valor.objetivo.input = res$datos.inputs -
  (res$holguras.inputs + res$movimiento.radial.input)
res$valor.objetivo.output = res$datos.outputs +
  (res$holguras.outputs + res$movimiento.radial.output)
colnames(res$valor.objetivo.input) = paste("vobjx",1:res$numvars.inputs,sep="")
colnames(res$valor.objetivo.output) = paste("vobjy",1:res$numvars.outputs,sep="")

# peers
nivel.peers = 0.00001
m.peers.tf = lambdas > nivel.peers
diag(m.peers.tf) = FALSE
sumcol.m.peers.tf = colSums(m.peers.tf)
sumrow.m.peers.tf = colSums(t(m.peers.tf))

res$cuantos.peers = sumrow.m.peers.tf
res$cuantos.mereferencian.como.peers = sumcol.m.peers.tf

res$unidades.eficientes = which(res$eficiencias==1)
res$unidades.eficientes.como.peers =
  res$cuantos.mereferencian.como.peers[res$unidades.eficientes]

# más eficiente menor orden, empates con media de orden.
res$uds.rangos = rank(-res$eficiencias)
res$uds.rangos2 = rank(-res$eficiencias)
res$uds.rangos2[res$unidades.eficientes] =
  rank(-res$cuantos.mereferencian.como.peers[res$unidades.eficientes])

axy = data.frame(Eff=res$eficiencias,MeRef=res$cuantos.mereferencian.como.peers,
  Ord=res$uds.rangos,Ord2=res$uds.rangos2)
res$uds.ordenadas.df = axy[order(axy$Ord2),]

```

```

res$pesos.inputs = resultados.dea.BM.conPesos$u
res$pesos.outputs = resultados.dea.BM.conPesos$v
res$pesos.constantes = resultados.dea.BM.conPesos$gamma # en modelo vrs:

# tabla de frecuencias de eficiencias
efic.agrupadas = cut(res$eficiencias,breaks=c(0,0.8,0.9,0.95,1,1.1),right=F)
tf.abs = table(efic.agrupadas)
names(tf.abs)[1] = "<0.8"
names(tf.abs)[5] = "1"
tf.abs = tf.abs[5:1]
tf.porc = prop.table(tf.abs)*100
tf.absacu = cumsum(tf.abs)
tf.porcacu = cumsum(tf.porc)
tablafrec.efi = cbind(tf.abs,round(tf.porc,2),tf.absacu,round(tf.porcacu,2))
colnames(tablafrec.efi)=c("Frec.Absolutas","Porc.," "Abs.Acumuladas","Porc.Acumuladas"
)
res$tablafrec.eficiencias = tablafrec.efi
library(psych)
df.eficiencias.resumen = psych::describe(res$eficiencias)
res$resumen.eficiencias = df.eficiencias.resumen[,-1]

df.res.inputs = psych::describe(datos.inputs)
df.res.outputs = psych::describe(datos.outputs)
res$resumen.datos.inputs = df.res.inputs[,-1]
res$resumen.datos.outputs = df.res.outputs[,-1]
nombresCar = c("n","Media","CuaDesvTip","Mediana","MediaTrim",
"DesAbsMediana","Min","Max","Rango","CoefAsim","CoefCurtosis","ErrorEstandar")
colnames(res$resumen.eficiencias) = nombresCar
colnames(res$resumen.datos.inputs) = nombresCar
colnames(res$resumen.datos.outputs) = nombresCar

res$Correlacion = cor(cbind(datos.inputs,datos.outputs),cbind(datos.inputs,datos.outputs))
res$Correlacion.conEficiencia = cor(cbind(datos.inputs,datos.outputs),res$eficiencias)

return( res )

}

```

```
informe.dea.BM.en.Excel = function(ficheroexcel,idsUds,datos.inputs,datos.outputs,
                                orientacion,modelo) {
```

```
  require(XLConnect)
```

```
  num.Uds = length(idsUds)
```

```
  num.vars.out = ncol(datos.outputs)
```

```
  num.vars.inp = ncol(datos.inputs)
```

```
  resDEA = calculos.dea.BM(datos.inputs,datos.outputs,orientacion,modelo)
```

```
  wb = loadWorkbook(ficheroexcel,create = T)
```

```
  temp.excel = data.frame(Uds=idsUds,
                          datos.inputs = resDEA$datos.inputs,
                          datos.outputs = resDEA$datos.outputs)
```

```
  hojaExcel = "Datos Originales"
```

```
  if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
```

```
    removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
```

```
  }
```

```
  createSheet(wb,name="Datos Originales")
```

```
  writeWorksheet(wb,
```

```
    temp.excel,
```

```
    sheet = "Datos Originales",
```

```
    startRow=4)
```

```
  temp.excel = data.frame(Num.V.Inputs = ncol(datos.inputs),
```

```
                          Num.V.Outputs = ncol(datos.outputs),
```

```
                          Modelo = ifelse(modelo==1,"VRS","CRS"),
```

```
                          Orientacion = ifelse(orientacion==1,"INPUT","OUTPUT"))
```

```
  writeWorksheet(wb,
```

```
    temp.excel,
```

```
    sheet = "Datos Originales",
```

```
    startRow=1)
```

```
  hojaExcel7 = "Resumen Datos Originales"
```

```
  hojaExcel = hojaExcel7
```

```
  if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
```

```
    removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
```

```
  }
```



```
createSheet(wb,name=hojaExcel)
```

```
temp.excel = data.frame(rbind(resDEA$resumen.datos.inputs,  
resDEA$resumen.datos.outputs))
```

```
writeWorksheet(wb,  
temp.excel,  
sheet = hojaExcel,  
startRow=1,rownames = rownames(temp.excel))
```

```
writeWorksheet(wb,  
t(c("RESUMEN")),  
sheet = hojaExcel,  
startRow=1,header=F)
```

```
temp.excel = data.frame(resDEA$Correlacion)
```

```
writeWorksheet(wb,  
temp.excel,  
sheet = hojaExcel,  
startRow=3+resDEA$numvars.inputs+resDEA$numvars.outputs,  
rownames = rownames(temp.excel))
```

```
writeWorksheet(wb,  
t(c("CORRELACIONES")),  
sheet = hojaExcel,  
startRow=3+resDEA$numvars.inputs+resDEA$numvars.outputs,header=F)
```

```
temp.list = vector('list',num.vars.out)  
for (j in 1:num.vars.out) {  
  dd = NULL  
  for (i in 1:num.Uds) {  
    res = dea.unidad(i,resDEA,datos.inputs,datos.outputs)  
    dd = rbind(dd,res$tabla.out[j,])  
  }  
  temp.list[[j]] = dd  
}
```

```
temp.list2 = vector('list',num.vars.out)
```

```

for (j in 1:num.vars.inp) {
  dd = NULL
  for (i in 1:num.Uds) {
    res = dea.unidad(i,resDEA,datos.inputs,datos.outputs)
    #print(res$tabla.out)
    dd = rbind(dd,res$tabla.inp[j,])
  }
  temp.list2[[j]] = dd
}

```

```
#temp.list[[1]]
```

```

hojaExcel = "Resultados Variables"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name="Resultados Variables")
temp.excel = data.frame(Uds=idsUds,
  Eficiencias = resDEA$eficiencias
)

```

```

writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = "Resultados Variables",
  startRow=3)

```

```

inicol = 3
numcol = 5

```

```

temp.excel = c(rep(colnames(datos.inputs),each=numcol),
  rep(colnames(datos.outputs),each=numcol))
writeWorksheet(wb,
  t(temp.excel),
  sheet = "Resultados Variables",
  startRow=2,startCol=inicol,header=F)

```

```

temp.excel = c(rep("INPUT",each=numcol*num.vars.inp),
  rep("OUTPUT",each=numcol*num.vars.out))
writeWorksheet(wb,
  t(temp.excel),
  sheet = "Resultados Variables",

```

```

        startRow=1,startCol=inicol,header=F)

for (j in 1:num.vars.inp) {
  writeWorksheet(wb,
    temp.list2[[j]],
    sheet = "Resultados Variables",
    startRow=3,startCol=inicol+(j-1)*numcol)
}

```

```

inicol = incol+(j)*numcol
for (j in 1:num.vars.out) {
  writeWorksheet(wb,
    temp.list[[j]],
    sheet = "Resultados Variables",
    startRow=3,startCol=inicol+(j-1)*numcol)
}

```

```

hojaExcel = "Resultados por Uds"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}

```

```

createSheet(wb,name="Resultados por Uds")

```

```

writeWorksheet(wb,
  data.frame("Unidades"),
  sheet = "Resultados por Uds",
  startRow=1)

```

```

nivel.peers = 0.00001
salto = 6
v.cuantos.peers = c()
v.que.peers = c()
for (i in 1:num.Uds) {
  res = dea.unidad(i,resDEA,datos.inputs,datos.outputs)
  if (length(res$unidades.peers)>0) {
    v.que.peers = c(v.que.peers,res$unidades.peers)
  } else {
    v.que.peers = c(v.que.peers,i)
  }
}

```

```

v.cuantos.peers = c(v.cuantos.peers,res$cuantos.peers)
writeWorksheet(wb,
  res$tabla.out,
  sheet = "Resultados por Uds",
  startRow=2+(i-1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp),
  startCol=3,rownames = rownames(res$tabla.out))
writeWorksheet(wb,
  res$tabla.inp,
  sheet = "Resultados por Uds",
  header=F,
  startRow=2+(i-1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp)+num.vars.out+1,
  startCol=3,rownames = rownames(res$tabla.inp))

writeWorksheet(wb,
  data.frame(Uds = paste("Unidad",idsUds[i])),
  sheet = "Resultados por Uds",
  startRow=2+(i-1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp),startCol=1,header=F)
writeWorksheet(wb,
  data.frame(Eficiencia = res$eficiencia),
  sheet = "Resultados por Uds",
  startRow=2+(i-1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp)+1,startCol=1,header=T)

if (length(res$pesos.lambda)>0) {
  temp.excel = res$pesos.lambda
  names(temp.excel) = paste("Lambda",idsUds[res$unidades.peers])
  writeWorksheet(wb,
    t(data.frame(temp.excel)),
    sheet = "Resultados por Uds",
    startRow=2+(i-
1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp)+num.vars.out+num.vars.inp+2,
    startCol=3,header=T)
  writeWorksheet(wb,
    data.frame("Peers"),
    sheet = "Resultados por Uds",
    startRow=2+(i-
1)*(num.vars.out+salto+num.vars.inp)+num.vars.out+num.vars.inp+2,
    startCol=2,header=F)
  }
}

hojaExcel = "Resultados sobre Peers"

```

```

if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}

```

```

createSheet(wb,name="Resultados sobre Peers")
writeWorksheet(wb,
  data.frame("Peers"),
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=1,header=F)
writeWorksheet(wb,
  data.frame(Uds = idsUds,
    NumPeersYoNo = resDEA$cuantos.peers),
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=2)

```

```

temp.excel = data.frame("Uds"=idsUds[resDEA$unidades.eficientes],
  "Freq.Elegidos.PeersYoNo"=resDEA$unidades.eficientes.como.peers)
rownames(temp.excel)=NULL

```

```

writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=2,startCol = 5)

```

```

#colnames(temp.excel) = c("Uds","Freq.Elegidos.Peers")
fini = 2+num.Uds+3
cini = 11+(dim(resDEA$peers)[2]) +3
writeWorksheet(wb,
  c("Lambdas"),
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=fini,startCol = cini,header=F)

```

```

writeWorksheet(wb,
  resDEA$lambdas,
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=fini+1,startCol = cini+1,header=F)

```

```

writeWorksheet(wb,
  t(idsUds),
  sheet = "Resultados sobre Peers",
  startRow=fini,startCol = cini+1,header=F)

```

```
writeWorksheet(wb,  
  idsUds,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini+1,startCol = cini,header=F)
```

```
fini = 2+num.Uds+3
```

```
cini = 11
```

```
writeWorksheet(wb,  
  c("Índices Mis Peers"),  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini,startCol = cini,header=F)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  resDEA$peers,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini,startCol = cini+1,header=T)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  idsUds,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini+1,startCol = cini,header=F)
```

```
fini = 2+num.Uds+3
```

```
cini = 1
```

```
writeWorksheet(wb,  
  c("Uds"),  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini,startCol = cini,header=F)
```

```
temp = data.frame(NumPeersTengoYoNo=resDEA$cuantos.peers.tengo.yono,  
  NumPeersTengoYoSi=resDEA$cuantos.peers.tengo.yosi,  
  NumPeersMeRefYoNo=resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers.yono,  
  NumPeersMeRefYoSi=resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers.yosi  
  )
```

```
writeWorksheet(wb,  
  temp,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini,startCol = cini+1,header=T)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  idsUds,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=fini+1,startCol = cini,header=F)
```

```
temp.excel = data.frame("Uds"=idsUds[resDEA$unidades.eficientes],
```

```
"Freq.MeRefPeerYoNO"=resDEA$efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yono,  
  "Freq.MeRefPeerYoSi"=resDEA$efic.cuantos.mereferencian.como.peers.yosi)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  temp.excel,  
  sheet = "Resultados sobre Peers",  
  startRow=2+num.Uds+3,startCol = 7)
```

```
hojaExcel = "Resumen sobre Eficiencias"  
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {  
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)  
}
```

```
createSheet(wb,name="Resumen sobre Eficiencias")
```

```
writeWorksheet(wb,  
  data.frame("EFICIENCIAS"),  
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",  
  startRow=1,header=F)  
writeWorksheet(wb,  
  data.frame(Uds = idsUds,  
    Rangos = resDEA$uds.rangos,  
    Rangos2 = resDEA$uds.rangos2),  
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",  
  startRow=2)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  data.frame(Uds = idsUds[order(resDEA$uds.rangos3)],  
    Rangos = resDEA$uds.ordenadas.df),  
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",  
  startRow=2,startCol = 6)
```

```
writeWorksheet(wb,  
  data.frame(resDEA$tablafrec.eficiencias),
```

```

    sheet = "Resumen sobre Eficiencias",
    startRow=2,startCol = 13,
    rownames = rownames(resDEA$tablafrec.eficiencias))
writeWorksheet(wb,
  t(c("Intervalos")),
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",
  startRow=2,startCol=13,header=F)

```

```

writeWorksheet(wb,
  resDEA$resumen.eficiencias,
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",
  startRow=10,startCol = 13)

```

```

writeWorksheet(wb,
  resDEA$Correlacion.conEficiencia,
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",
  startRow=13,startCol = 13,
  rownames = rownames(resDEA$Correlacion.conEficiencia))

```

```

writeWorksheet(wb,
  t(c("VARS","CORR. con EFICIENCIA")),
  sheet = "Resumen sobre Eficiencias",
  startRow=13,startCol=13,header=F)

```

Hoja de Pesos

```

hojaExcel6 = "Pesos de las Variables"
hojaExcel = hojaExcel6
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name=hojaExcel)

temp.excel = data.frame(Uds=idsUds,
  Eficiencias = resDEA$eficiencias
)
inicol = 3

writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = hojaExcel,

```



```
startRow=3)
```

```
temp.excel = c(rep("INPUT",each=num.vars.inp),rep("OUTPUT",each=num.vars.out))
```

```
writeWorksheet(wb,
```

```
  t(temp.excel),
```

```
  sheet = hojaExcel,
```

```
  startRow=1,startCol=inicol,header=F)
```

```
temp.excel = c(colnames(datos.inputs),colnames(datos.outputs))
```

```
writeWorksheet(wb,
```

```
  t(temp.excel),
```

```
  sheet = hojaExcel,
```

```
  startRow=2,startCol=inicol,header=F)
```

```
writeWorksheet(wb,
```

```
  resDEA$pesos.inputs,
```

```
  sheet = hojaExcel,
```

```
  startRow=3,startCol=inicol)
```

```
writeWorksheet(wb,
```

```
  resDEA$pesos.outputs,
```

```
  sheet = hojaExcel,
```

```
  startRow=3,startCol=inicol+num.vars.inp)
```

```
# Fin de Hoja de Pesos
```

```
createFreezePane(wb, "Resultados Variables", colSplit=3, rowSplit=4, 3, 4)
```

```
createFreezePane(wb, "Datos Originales", colSplit=2, rowSplit=5, 2, 5)
```

```
createFreezePane(wb, hojaExcel6, colSplit=3, rowSplit=4, 3, 4)
```

```
saveWorkbook(wb,file = ficheroexcel)
```

```
}
```

```
func_calculo_dea_escenario = function(var.inputs,var.outputs,  
  orientacion,modelo,ficheroexcel,idsUds) {
```

```
# CÁLCULOS DEL DEA:
```

```
resDEA2 = calculos.dea.BM(var.inputs,var.outputs,orientacion,modelo)
```

```
resDEA2$idsUds = idsUds
```

```
resDEA2$eficiencias
```

```
resDEA2$holguras.outputs
```

```
resDEA2$movimiento.radial
```

```
resDEA2$cuantos.mereferencian.como.peers
```

```
resDEA2$resumen.eficiencias
```

```
resDEA2$tablafrec.eficiencias
```

```
resDEA2$uds.rangos2
```

```
# CREACIÓN DEL INFORME EXCEL SOBRE CÁLCULOS DEL DEA
```

```
suppressWarnings(
```

```
  informe.dea.BM.en.Excel(ficheroexcel,idsUds,var.inputs,var.outputs,  
                           orientacion,modelo)
```

```
)
```

```
return(resDEA2)
```

```
}
```

Fichero: informemalmquist.R

funciones para calcular malmquist con nonparaeff

```
calculos.malmquist.nonparaeff = function(v.idsfirmas,v.years,  
                                          m.datos.out,m.datos.inp) {
```

```
  library(nonparaeff)
```

```
  num.periodos = length(v.years)
```

```
  num.firmas = length(v.idsfirmas)
```

```
  ids.firmas = rep(v.idsfirmas,num.periodos)
```

```
  t.years = rep(v.years,each=num.firmas)
```

```
  datos.deap = data.frame(id = ids.firmas,
```

```
                        year = t.years,
```

```
                        m.datos.out,
```

```
                        m.datos.inp)
```

```
  numv.out = dim(m.datos.out)[2]
```

```
  sal.malmquist = faremalm2(dat = datos.deap,noutput = numv.out,
```

```
                          id="id",year="year")
```

```
  #orientacion = 1 # input
```

```
  #orientacion = 2 # output
```

```
  v.ef.vrs.input = c()
```

```
  v.ef.vrs.output = c()
```

```
  for (i in v.years) {
```

```
    ef.vrs.out = nonparaeff::dea(datos.deap[t.years==v.years[i],-c(1,2)],
```

```
                               noutput=numv.out,orientation = 2,rts=2,
```

```
                               onlytheta = T)
```

```
    v.ef.vrs.output = c(v.ef.vrs.output,1/ef.vrs.out$eff)
```

```
    ef.vrs.inp = nonparaeff::dea(datos.deap[t.years==v.years[i],-c(1,2)],
```

```
                               noutput=numv.out,orientation = 1,rts=2,
```

```
                               onlytheta = T)
```

```
    v.ef.vrs.input = c(v.ef.vrs.input,ef.vrs.inp$eff)
```

```
  }
```

```
  res = list()
```

```
res$numv.out = numv.out
res$numv.inp = dim(m.datos.inp)[2]
```

```
res$orig.outs = m.datos.out
res$orig.inps = m.datos.inp
```

```
res$idsfirmas = sal.malmquist[,1]
res$years = sal.malmquist[,2]
res$out = sal.malmquist[,3:(2+numv.out)]
res$inp = sal.malmquist[(3+numv.out):(2+numv.out+res$numv.inp)]
res$Dt2t2 = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp)]
res$Dt2t = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+1)]
res$Dt2t = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+2)]
res$Dtt = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+3)]
```

```
# ES DECIR:
```

```
# Dt2t2 = t (year 2)
```

```
# Dtt2 = t-1 (year 2)
```

```
# Dt2t = t+1 (year 1)
```

```
# Dtt = t (year 1)
```

```
# CRS en t-1, t, t+1 desde el año 1 hasta el final
```

```
Dtmenos1 = c(rep(0,num.firmas),res$Dtt2)
```

```
Dt = c(res$Dtt[1:num.firmas],res$Dt2t2)
```

```
Dtmas1 = c(res$Dt2t,rep(0,num.firmas))
```

```
res$distancias.deap = cbind(Dtmenos1,Dt,Dtmas1)
```

```
# VRS desde el año 1 hasta el final
```

```
res$eficiencias.vrs.output = v.ef.vrs.output
```

```
res$eficiencias.vrs.input = v.ef.vrs.input
```

```
res$cambioeficiencia.ec = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+3+1)]
```

```
res$cambiotecnico.tc = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+3+2)]
```

```
res$cambioproductividad.pc = sal.malmquist[(3+numv.out+res$numv.inp+3+3)]
```

```
# effch = ec = efficiency change = cambio de eficiencia
```

```
# tfpch = pc = productivity change = cambio de productividad
```

```
# techch = tc = technical change = cambio técnico
```

```
# ec para cada firma
```

```
res$ec.por.firma <- apply(res$cambioeficiencia.ec,ids.firmas[-(1:num.firmas)],
```

```

        malmq.geometric.mean)
# pc para cada year
res$ec.por.year <- tapply(res$cambioeficiencia.ec, t.years[-(1:num.firmas)],
        malmq.geometric.mean)
# ec media global
res$ec.mediageo = malmq.geometric.mean(res$cambioeficiencia.ec)

# pc para cada firma
res$pc.por.firma <- tapply(res$cambioproductividad.pc,ids.firmas[-(1:num.firmas)],
        malmq.geometric.mean)
# pc para cada year
res$pc.por.year <- tapply(res$cambioproductividad.pc, t.years[-(1:num.firmas)],
        malmq.geometric.mean)
# ec media global
res$pc.mediageo = malmq.geometric.mean(res$cambioproductividad.pc)

# tc para cada firma
res$tc.por.firma <- tapply(res$cambiotecnico.tc, ids.firmas[-(1:num.firmas)],
        malmq.geometric.mean)
# tc para cada year
res$tc.por.year <- tapply(res$cambiotecnico.tc, t.years[-(1:num.firmas)],
        malmq.geometric.mean)
# tc media global
res$tc.mediageo = malmq.geometric.mean(res$cambiotecnico.tc)

# Dt.. para cada year
res$Dtmenos1.media.por.year <- tapply(Dtmenos1, t.years, mean)
res$Dt.media.por.year <- tapply(Dt, t.years, mean)
res$Dtmas1.media.por.year <- tapply(Dtmas1, t.years, mean)
res$eficiencias.vrs.output.media.por.year <- tapply(v.ef.vrs.output,
        t.years, mean)
res$eficiencias.vrs.input.media.por.year <- tapply(v.ef.vrs.input,
        t.years, mean)

return(res)

}

malmq.geometric.mean = function (x, na.rm = TRUE)
{
  if (is.null(nrow(x))) {

```

```

    exp(mean(log(x), na.rm = TRUE))
  }
  else {
    exp(apply(log(x), 2, mean, na.rm = na.rm))
  }
}

```

función para grabar en Excel salida malmquist

```

calculos.malmquist.nonparaeff.en.Excel = function(ficheroexcel,v.idsfirmas,
          v.years,m.datos.out,m.datos.inp) {

```

```

  RESMalq = calculos.malmquist.nonparaeff(v.idsfirmas,v.years,
          m.datos.out,m.datos.inp)

```

```

require(XLConnect)
num.Uds = length(v.idsfirmas)
# Crea Fichero-Excel
if (file.exists(ficheroexcel)) {
  unlink(ficheroexcel)
}
wb = loadWorkbook(ficheroexcel,create = T)

```

```

# Crea Hoja-Excel
hojaExcel = "Distancias para Malmquist"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name=hojaExcel)

```

```

# Escribe datos en Hoja-Excel
temp.excel = data.frame(Uds=rep(v.idsfirmas,length(v.years)),
          IndiceAnual=rep(v.years,each=num.Uds),
          distancias = RESMalq$distancias.deap)
writeWorksheet(wb,
          temp.excel,
          sheet = hojaExcel,
          startRow=3)

```

```
temp.excel = data.frame(EfiVRSOUT = RESMalq$eficiencias.vrs.output)
writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = hojaExcel,
  startRow=3,startCol = 7)
```

```
writeWorksheet(wb,
  "Nota: t-1 en año 1 y t+1 en año final no están definidos",
  sheet=hojaExcel,startRow = 1,header=F)
```

Escribe datos en Hoja-Excel

```
temp.excel = data.frame(IndiceAnual=v.years,
  Dtmenos1 = RESMalq$Dtmenos1.media.por.year,
  Dt = RESMalq$Dt.media.por.year,
  Dtmas1 = RESMalq$Dtmas1.media.por.year,
  EfiVRSOUT = RESMalq$eficiencias.vrs.output.media.por.year)
```

```
writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = hojaExcel,
  startRow=3,startCol = 9)
```

Crea Hoja-Excel

```
hojaExcel = "Índices de Malmquist"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name=hojaExcel)
```

Escribe datos en Hoja-Excel

```
temp.excel = data.frame(Uds=rep(v.idsfirmas,length(v.years)-1),
  IndiceAnual=rep(v.years[-1],each=num.Uds),
  ECoEFFCH = RESMalq$cambioeficiencia.ec,
  TCoTECHCH = RESMalq$cambiotecnico.tc,
  PCoTFPCH = RESMalq$cambioproductividad.pc)
writeWorksheet(wb,
  temp.excel,
  sheet = hojaExcel,
  startRow=3)
```

```

# Crea Hoja-Excel
hojaExcel = "Resumen Por Años Malmquist"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name=hojaExcel)

```

```

# Escribe datos en Hoja-Excel
temp.excel = data.frame(IndiceAnual=v.years[-1],
                        ECoEFFCH = RESMalq$ec.por.year,
                        TCoTECHCH = RESMalq$tc.por.year,
                        PCoTFPCH = RESMalq$pc.por.year)
writeWorksheet(wb,
               temp.excel,
               sheet = hojaExcel,
               startRow=3)

```

```

writeWorksheet(wb,
               "Nota: todas las medias sobre Ind.Malmquist son medias geométricas",
               sheet=hojaExcel,startRow = 1,header=F)

```

```

# Crea Hoja-Excel
hojaExcel = "Resumen Por Firmas Malmquist"
if (existsSheet(wb,name=hojaExcel)) {
  removeSheet(wb,sheet=hojaExcel)
}
createSheet(wb,name=hojaExcel)

```

```

# Escribe datos en Hoja-Excel
temp.excel = data.frame(Firmas=v.idsfirmas,
                        ECoEFFCH = RESMalq$ec.por.firma,
                        TCoTECHCH = RESMalq$tc.por.firma,
                        PCoTFPCH = RESMalq$pc.por.firma)
writeWorksheet(wb,
               temp.excel,
               sheet = hojaExcel,
               startRow=3)

```



```
writeWorksheet(wb,  
    "Nota: todas las medias sobre Ind.Malmquist son medias geométricas",  
    sheet=hojaExcel,startRow = 1,header=F)  
  
saveWorkbook(wb,file = ficheroexcel)  
  
}
```

Cálculos en el Servicio de Supercomputación del CICA

El CICA (<https://info-hpc.cica.es>) pone a disposición de los usuarios de las Universidades y centros públicos de investigación en Andalucía un cluster para HPC (High Performance Computing) con las siguientes características:

550 cores de cálculo

1,2 TB de memoria

10 TB de almacenamiento en un sistema de ficheros LustreFS

32 nodos (256 cores) de cálculo conectados por Infiniband DDR a 20Gbit/seg.

SGE (Sun Grid Engine) como sistema de colas

Sistema operativo CentOS Linux 6.4

Fichero: Diego_Totalrapido.sge

Fichero con las órdenes de ejecución del trabajo en la cola de computación:

```
#$ -S /bin/bash
#$ -N Diego_Totalrapido
#$ -wd /home/calvo
#$ -o Diego_Totalrapido.salida
#$ -e Diego_Totalrapido.err
#$ -q larga_multicore
#$ -pe smp 2-8
#$ -l virtual_free=16G
#
# Programas multihilo o que necesiten mucha memoria (a partir de 4GB):
# diaria_multicore, corta_multicore, media_multicore, larga_multicore.
# Copio el fichero de entrada a un subdirectorio mio en /scratch
mkdir -p /scratch/calvo/Diego_Totalrapido
cp Diego_07_Totalsupercomrapido.R /scratch/calvo/Diego_Totalrapido
cp influenciaTODO_solofunciones.R /scratch/calvo/Diego_Totalrapido
cp Diego_07_2013crs.RData /scratch/calvo/Diego_Totalrapido
# Ahora que he preparado el entorno de trabajo
# en el nodo en el que se va a ejecutar mi programa, lo lanzo
#
export OMP_NUM_THREADS=$NSLOTS
module load R
```

```

R --slave --no-save < /scratch/calvo/Diego_Totalrapido/Diego_07_Totalsupercomrapido.R
#
# Limpio el scratch
# Si el proceso hubiese dejado ficheros de salida que me interesan
# los copio antes a mi /home:
cp
/scratch/calvo/Diego_Totalrapido/Diego_07_influencia_salidas_Totalscomrapido.RData
/home/calvo/Diego_07_influencia_salidas_Totalscomrapido.RData
rm -rf /scratch/calvo/Diego_Totalrapido

```

Ejecución e Información sobre la ejecución en la cola de cálculo

Orden para enviar un trabajo a la cola de cálculo:

```
[calvo@pool ~]$ qsub Diego_Totalrapido.sge
```

Consulta para ver información del trabajo en cola:

```
[calvo@pool ~]$ qstat -u calvo
```

job-ID	prior	name	user	state	submit/start at	queue	slots	ja-task-ID

286041	0,51167	Diego_Tota	calvo	r	09/17/2015 18:50:30			
larga_multicore@yavin.hpc.cica 5								

Fichero: Diego_07_Totalsupercomrapido.R

```
source("influenciaTODO_solofunciones.R")

ficheroRData = "Diego_07_2013crs.RData"
load(ficheroRData)
resDEA = resDEA2013crs
orientacion = 2 ## output=2

#filas_efi = which(resDEA$eficiencias==1)
filas_efi = which(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers>2)

(idsUds = names(filas_efi))
pesos.inputs = resDEA$pesos.inputs[filas_efi,]
pesos.outputs = resDEA$pesos.outputs[filas_efi,]
datos.inputs = resDEA$datos.inputs[filas_efi,]
datos.outputs = resDEA$datos.outputs[filas_efi,]
nvar_input = dim(datos.inputs)[2]
orientacion = ifelse(orientacion==2,"output","input")

(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi])
v_Rangos_Ref = rank(-resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi,])
# OBJETOS NECESARIOS PARA REALIZAR EL PROCESO:
# m_pesos
# m_valores
# nvar_input
# orientacion = "output" (input o output)
# v_Rangos_Ref
m_pesos = cbind(pesos.inputs,pesos.outputs)
m_valores = cbind(as.matrix(datos.inputs),as.matrix(datos.outputs))

# print("Inicio res2")
# Sys.time()
res2 =
func_Calculo_IndSintetico_Todos_General(m_pesos,m_valores,usoDEA=TRUE,nvar_i
nput,orientacion)
# print("Fin res2")
# Sys.time()

# Cálculo de los Rangos Medios respecto a los Rangos de Referencia
```

```

# (orden con las eficientes, ordenadas por número de peers)
# puede probarse con otros órdenes: el uds.rangos que no desempata en
# las eficientes

m_RangosSinteticos = res2$RangosSinteticos

# print("Inicio res3")
# Sys.time()
res3 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1) #
1=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
# print("Fin res3")
# Sys.time()

# en load: res3 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,
# cual=1) # 1=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
# res3
summary(res3)
# hist(res3)

# Cálculo de Influencia (rangos medios media.dif.valoresabsoluto)

print("Inicio resx")
Sys.time()
resx = func_Calcula_Sijk_STi_General(res3,res2$l_VarRepeticion)
Sys.time()
print("Final resx")

ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas_Totalscomprapido.RData"
save(res2,res3,resx,file=ficheroRData)

resx

# Comprobación
resx$vcs_vxixj + resx$secs_vxixj

(mus = func_calculo_capacidad(resx$mu_ijk_corregidos))

```

Salida obtenida

La salida que devuelve el sistema de ejecución del CICA en respuesta al trabajo enviado podemos verla parcialmente a continuación:

[1] "Inicio resx"

1 de 255

2015-09-17 18:50:56

2 de 255

2015-09-17 18:50:56

3 de 255

2015-09-17 18:50:56

4 de 255

2015-09-17 18:50:56

5 de 255

2015-09-17 18:50:56

6 de 255

2015-09-17 18:50:56

7 de 255

2015-09-17 18:50:56

8 de 255

2015-09-17 18:50:56

9 de 255

2015-09-17 18:50:57

10 de 255

2015-09-17 18:50:57

11 de 255

2015-09-17 18:50:57

12 de 255

2015-09-17 18:50:57

13 de 255

2015-09-17 18:50:57

14 de 255

2015-09-17 18:50:57

15 de 255

2015-09-17 18:50:57

....

2015-09-17 19:33:54

243 de 255

2015-09-17 19:34:54

244 de 255

2015-09-17 19:36:00

245 de 255

2015-09-17 19:36:58

246 de 255

2015-09-17 19:37:57

247 de 255

2015-09-17 19:42:17

248 de 255

2015-09-17 19:46:34

249 de 255

2015-09-17 19:51:25

Además se obtienen ficheros en formato R (.RData).

Influencia "Sobol" de cada variable trabajando con todas las unidades eficientes

```
source("influenciaTODO_solofunciones.R")
```

```
## Loading required package: lpSolve  
## Loading required package: quadprog  
## Loading required package: kernlab
```

```
recalcula_influencia=FALSE
```

```
if (recalcula_influencia) {
```

```
  ficheroRData = "Diego_07_2013crs.RData"
```

```
  load(ficheroRData)
```

```
  resDEA = resDEA2013crs
```

```
  orientacion = 2 ## output=2
```

```
  filas_efi = which(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers>0)
```

```
  (idsUds = names(filas_efi))
```

```
  pesos.inputs = resDEA$pesos.inputs[filas_efi,]
```

```
  pesos.outputs = resDEA$pesos.outputs[filas_efi,]
```

```
  datos.inputs = resDEA$datos.inputs[filas_efi,]
```

```
  datos.outputs = resDEA$datos.outputs[filas_efi,]
```

```
  nvar_input = dim(datos.inputs)[2]
```

```
  orientacion = ifelse(orientacion==2,"output","input")
```

```
(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi])
```

```
v_Rangos_Ref = rank(-resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi,])
```

```
### OBJETOS NECESARIOS PARA REALIZAR EL PROCESO:
```

```
# m_pesos
```

```
# m_valores
```

```
# nvar_input
```

```
# orientacion = "output" (input o output)
```

```
# v_Rangos_Ref
```

```

m_pesos = cbind(pesos.inputs,pesos.outputs)
m_valores = cbind(as.matrix(datos.inputs),as.matrix(datos.outputs))

res2 =
func_Calculo_IndSintetico_Todos_General(m_pesos,m_valores,usoDEA=TRUE,nvar_i
nput,orientacion)
# print("Fin res2")
# Sys.time()

#####
### Cálculo de los Rangos Medios respecto a los Rangos de Referencia
#####
##(orden con las eficientes, ordenadas por número de peers)
## puede probarse con otros órdenes: el uds.rangos que no desempata en las eficientes

m_RangosSinteticos = res2$RangosSinteticos

# print("Inicio res3")
# Sys.time()
res3 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1) #
l=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
# print("Fin res3")
# Sys.time()

# en load: res3 =
func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1) #
l=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
#res3
# summary(res3)
# hist(res3)

# print("Inicio res4")
# Sys.time()
res4 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=2) #
l=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
# print("Fin res4")
# Sys.time()

```



```

# en load: res4 =
func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=2) #
l=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
#res4
# summary(res4)
# hist(res4)

}

```

```

ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas.RData"
ficheroRData = "Diego_07_influencia2_salidas_macmini.RData"
load(ficheroRData)

```

Procedimiento de Muestreo

Cálculo de Influencia (rangos medios media.dif.valoresabsoluto)

```

#print("Inicio Muestreo")
Sys.time()
(resx_m = func_Calcula_Sijk_STi_General_muestreo(res3,res2$l_VarRepeticion))
Sys.time()
#print("Final Muestreo")

```

Tiempo de cálculo

```

> Sys.time()
[1] "2015-09-11 21:02:02 CEST"
> (resx_m = func_Calcula_Sijk_STi_General_muestreo(res3,res2$l_VarRepeticion))
1 de 255
2015-09-11 21:02:06
2 de 255
2015-09-11 21:02:09
...
...
253 de 255
2015-09-21 21:27:00
254 de 255
2015-09-21 23:54:59
> Sys.time()
[1] "2015-09-21 23:55:00 CEST"

```

```
# EMPEZÓ EL: "2015-09-11 21:02:02 CEST"  
# ACABA EL: "2015-09-21 23:55:00 CEST"
```

```
fecha_ini = strptime("2015-09-11 21:02:02", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")  
fecha_fin = strptime("2015-09-21 23:55:00", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")  
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")  
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")  
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")  
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")  
# Time difference of 874378 secs  
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")  
# Time difference of 242.8828 hours  
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")  
# Time difference of 10.12012 days
```

Resultados obtenidos con procedimiento muestreo

```
resx_m
```

```
## $vcs_vxixj  
## [1] 0.0063118798 0.0107381729 0.0128643172 0.0301744397 0.0001176105  
## [6] 0.1987886092 0.0366681561 0.0034682467 0.0174489795 0.0195981232  
## [11] 0.0373966337 0.0069301454 0.2051126764 0.0431527528 0.0103613340  
## [16] 0.0248303408 0.0423176553 0.0117909288 0.2095837497 0.0475095155  
## [21] 0.0153280337 0.0450916732 0.0143992915 0.2135279540 0.0496208639  
## [26] 0.0166768299 0.0347063229 0.2356800650 0.0673225242 0.0346453063  
## [31] 0.2049317104 0.0372741551 0.0040129134 0.2422932945 0.2566428781  
## [36] 0.0488302420 0.0320265365 0.0502173697 0.0190809902 0.2163366225  
## [41] 0.0544043803 0.0226678971 0.0530290712 0.0216846216 0.2203086918  
## [46] 0.0565367762 0.0240277540 0.0427723562 0.2430476469 0.0747570654  
## [51] 0.0426565233 0.2117909877 0.0443456294 0.0115854203 0.2489257853  
## [56] 0.2643812261 0.0560539207 0.0591822228 0.0274871899 0.2255828839  
## [61] 0.0617258723 0.0299242525 0.0482438633 0.2481686116 0.0796137721  
## [66] 0.0481082203 0.2168392577 0.0490720722 0.0170926957 0.2532428681  
## [71] 0.2688441478 0.0609096549 0.0520344629 0.2546067435 0.0825099161  
## [76] 0.0505216381 0.2212206442 0.0516857305 0.0191008643 0.2577254294  
## [81] 0.2721375675 0.0622740268 0.2480938935 0.0725559565 0.0411258299  
## [86] 0.2810773006 0.2967806622 0.0811649049 0.2524767925 0.2655617848  
## [91] 0.0505143540 0.3151316218 0.0674838761 0.0345821503 0.2378317024  
## [96] 0.0662726859 0.0379968614 0.0593304316 0.2471032867 0.0890680963  
## [101] 0.0616658911 0.2231571704 0.0587594978 0.0249381106 0.2562271831  
## [106] 0.2799998401 0.0670865426 0.0615943067 0.2607938252 0.0899606298  
## [111] 0.0605587858 0.2323905253 0.0590569025 0.0263222244 0.2569097914
```

[116] 0.2813180160 0.0695887864 0.2596900807 0.0784541713 0.0517977991
[121] 0.2878982481 0.2991381374 0.0888862180 0.2595641530 0.2715461560
[126] 0.0592392806 0.3227895239 0.0678030902 0.2700868023 0.1002250438
[131] 0.0683446246 0.2365885548 0.0615626575 0.0325138272 0.2696256184
[136] 0.2841954573 0.0755856479 0.2703937425 0.0836503707 0.0595259369
[141] 0.2981104063 0.3178984274 0.0931396564 0.2700681160 0.2857526342
[146] 0.0642697704 0.3326630459 0.2644287381 0.0947893788 0.0628368334
[151] 0.3013806446 0.3372356047 0.0936673396 0.2528737069 0.2763364993
[156] 0.0636220001 0.3391803647 0.3020671421 0.3077819660 0.0863075195
[161] 0.3772536462 0.3275629995 0.0795543761 0.2772619375 0.1035521274
[166] 0.0766539311 0.2409503984 0.0760221593 0.0429460943 0.2814093646
[171] 0.2989742890 0.0838850714 0.2729871279 0.0954397547 0.0656440929
[176] 0.3005511415 0.3202324129 0.1048608440 0.2626834358 0.2881203597
[181] 0.0748239343 0.3285708593 0.2766595864 0.1004529339 0.0716976287
[186] 0.3145675756 0.3316074747 0.1067874201 0.2795670807 0.2927112987
[191] 0.0736125986 0.3298158572 0.3078908249 0.3280378863 0.0997105268
[196] 0.3659073317 0.3517232429 0.2830604226 0.1070321001 0.0787532327
[201] 0.3118952119 0.3362042699 0.1131833622 0.2859857006 0.2960467398
[206] 0.0809043794 0.3494042119 0.3120978950 0.3308627522 0.1092139851
[211] 0.3742567706 0.3420912597 0.3222873138 0.3435067975 0.1107250205
[216] 0.3876104494 0.3500932153 0.3846957295 0.2981458170 0.1160454918
[221] 0.0924272441 0.3271627418 0.3431261551 0.1242790801 0.2954942802
[226] 0.3066023409 0.0851915602 0.3536317267 0.3335736023 0.3433663106
[231] 0.1191883198 0.3847689094 0.3547610673 0.3393650916 0.3519639923
[236] 0.1217979454 0.3885306797 0.3578743632 0.4063890485 0.3323217181
[241] 0.3663766908 0.1316247715 0.4105343577 0.3829772193 0.4131204899
[246] 0.4026580538 0.3523525375 0.3716244187 0.1426307734 0.4134152938
[251] 0.3895475415 0.4245560360 0.4326420736 0.4499151013 0.4644005728
##

\$secs_vxixj

[1] 0.45808869 0.45366240 0.45153626 0.43422613 0.46428296 0.26561196
[7] 0.42773242 0.46093233 0.44695159 0.44480245 0.42700394 0.45747043
[13] 0.25928790 0.42124782 0.45403924 0.43957023 0.42208292 0.45260964
[19] 0.25481682 0.41689106 0.44907254 0.41930890 0.45000128 0.25087262
[25] 0.41477971 0.44772374 0.42969425 0.22872051 0.39707805 0.42975527
[31] 0.25946886 0.42712642 0.46038766 0.22210728 0.20775769 0.41557033
[37] 0.43237404 0.41418320 0.44531958 0.24806395 0.40999619 0.44173268
[43] 0.41137150 0.44271595 0.24409188 0.40786380 0.44037282 0.42162822
[49] 0.22135293 0.38964351 0.42174405 0.25260959 0.42005494 0.45281515
[55] 0.21547479 0.20001935 0.40834665 0.40521835 0.43691338 0.23881769
[61] 0.40267470 0.43447632 0.41615671 0.21623196 0.38478680 0.41629235
[67] 0.24756132 0.41532850 0.44730788 0.21115770 0.19555642 0.40349092
[73] 0.41236611 0.20979383 0.38189066 0.41387893 0.24317993 0.41271484
[79] 0.44529971 0.20667514 0.19226301 0.40212655 0.21630668 0.39184462

```

## [85] 0.42327474 0.18332327 0.16761991 0.38323567 0.21192378 0.19883879
## [91] 0.41388622 0.14926895 0.39793193 0.42760947 0.23118355 0.39847802
## [97] 0.42738934 0.40736803 0.20882473 0.37796157 0.39931314 0.24238189
## [103] 0.40840687 0.43319645 0.20288782 0.18760710 0.40392178 0.40622282
## [109] 0.20290652 0.37164177 0.41079692 0.23675868 0.40929365 0.42827456
## [115] 0.20142659 0.18324144 0.38818741 0.20764018 0.38507953 0.41701952
## [121] 0.17449134 0.15671932 0.37036429 0.20253599 0.18879303 0.40655186
## [127] 0.14157745 0.38896052 0.19346273 0.36845621 0.38810031 0.22739442
## [133] 0.39997318 0.42391322 0.19331177 0.17661593 0.39972652 0.19934253
## [139] 0.37187038 0.40602638 0.16828078 0.15692754 0.37283740 0.19766679
## [145] 0.18333370 0.40070162 0.13562295 0.18843684 0.37443322 0.40234306
## [151] 0.15997926 0.14636230 0.36152229 0.19131862 0.18253835 0.40040844
## [157] 0.13311191 0.16887869 0.15799771 0.38708141 0.10381010 0.13564949
## [163] 0.39017323 0.18580303 0.36042814 0.38208675 0.22150182 0.39319560
## [169] 0.42852344 0.18682360 0.16915477 0.37436043 0.19424195 0.36951865
## [175] 0.39912785 0.16193450 0.14449630 0.36717946 0.19093611 0.17452176
## [181] 0.39170786 0.12902111 0.18463171 0.36586072 0.39660749 0.15516062
## [187] 0.13435598 0.35157832 0.18623475 0.17365078 0.39546780 0.12475894
## [193] 0.15382275 0.13872940 0.35775260 0.09514521 0.12264125 0.17681657
## [199] 0.35666445 0.38793520 0.14850941 0.12925638 0.34779537 0.18109871
## [205] 0.16545132 0.38142999 0.11693509 0.15032633 0.13417141 0.35954703
## [211] 0.09003434 0.11973694 0.13937418 0.12275181 0.34605477 0.08146993
## [217] 0.11592698 0.07768280 0.16890940 0.35085229 0.37606694 0.13651337
## [223] 0.11738719 0.34254635 0.17166621 0.15588260 0.37860213 0.11075842
## [229] 0.13865092 0.11890070 0.34207090 0.07896511 0.10844521 0.12750774
## [235] 0.11168176 0.34106592 0.07115235 0.10442333 0.06159625 0.12240387
## [241] 0.10130470 0.33772933 0.06232798 0.09709087 0.05542658 0.04762439
## [247] 0.10915706 0.08816507 0.31376170 0.04884865 0.08610684 0.03955838
## [253] 0.03028189 0.01992029 0.00000000
##

```

\$combinaciones

```

## [1] "1"      "2"      "3"
## [4] "4"      "5"      "6"
## [7] "7"      "8"      "1,2"
## [10] "1,3"    "1,4"    "1,5"
## [13] "1,6"    "1,7"    "1,8"
## [16] "2,3"    "2,4"    "2,5"
## [19] "2,6"    "2,7"    "2,8"
## [22] "3,4"    "3,5"    "3,6"
## [25] "3,7"    "3,8"    "4,5"
## [28] "4,6"    "4,7"    "4,8"
## [31] "5,6"    "5,7"    "5,8"
## [34] "6,7"    "6,8"    "7,8"
## [37] "1,2,3"  "1,2,4"  "1,2,5"

```

## [40]	"1,2,6"	"1,2,7"	"1,2,8"
## [43]	"1,3,4"	"1,3,5"	"1,3,6"
## [46]	"1,3,7"	"1,3,8"	"1,4,5"
## [49]	"1,4,6"	"1,4,7"	"1,4,8"
## [52]	"1,5,6"	"1,5,7"	"1,5,8"
## [55]	"1,6,7"	"1,6,8"	"1,7,8"
## [58]	"2,3,4"	"2,3,5"	"2,3,6"
## [61]	"2,3,7"	"2,3,8"	"2,4,5"
## [64]	"2,4,6"	"2,4,7"	"2,4,8"
## [67]	"2,5,6"	"2,5,7"	"2,5,8"
## [70]	"2,6,7"	"2,6,8"	"2,7,8"
## [73]	"3,4,5"	"3,4,6"	"3,4,7"
## [76]	"3,4,8"	"3,5,6"	"3,5,7"
## [79]	"3,5,8"	"3,6,7"	"3,6,8"
## [82]	"3,7,8"	"4,5,6"	"4,5,7"
## [85]	"4,5,8"	"4,6,7"	"4,6,8"
## [88]	"4,7,8"	"5,6,7"	"5,6,8"
## [91]	"5,7,8"	"6,7,8"	"1,2,3,4"
## [94]	"1,2,3,5"	"1,2,3,6"	"1,2,3,7"
## [97]	"1,2,3,8"	"1,2,4,5"	"1,2,4,6"
## [100]	"1,2,4,7"	"1,2,4,8"	"1,2,5,6"
## [103]	"1,2,5,7"	"1,2,5,8"	"1,2,6,7"
## [106]	"1,2,6,8"	"1,2,7,8"	"1,3,4,5"
## [109]	"1,3,4,6"	"1,3,4,7"	"1,3,4,8"
## [112]	"1,3,5,6"	"1,3,5,7"	"1,3,5,8"
## [115]	"1,3,6,7"	"1,3,6,8"	"1,3,7,8"
## [118]	"1,4,5,6"	"1,4,5,7"	"1,4,5,8"
## [121]	"1,4,6,7"	"1,4,6,8"	"1,4,7,8"
## [124]	"1,5,6,7"	"1,5,6,8"	"1,5,7,8"
## [127]	"1,6,7,8"	"2,3,4,5"	"2,3,4,6"
## [130]	"2,3,4,7"	"2,3,4,8"	"2,3,5,6"
## [133]	"2,3,5,7"	"2,3,5,8"	"2,3,6,7"
## [136]	"2,3,6,8"	"2,3,7,8"	"2,4,5,6"
## [139]	"2,4,5,7"	"2,4,5,8"	"2,4,6,7"
## [142]	"2,4,6,8"	"2,4,7,8"	"2,5,6,7"
## [145]	"2,5,6,8"	"2,5,7,8"	"2,6,7,8"
## [148]	"3,4,5,6"	"3,4,5,7"	"3,4,5,8"
## [151]	"3,4,6,7"	"3,4,6,8"	"3,4,7,8"
## [154]	"3,5,6,7"	"3,5,6,8"	"3,5,7,8"
## [157]	"3,6,7,8"	"4,5,6,7"	"4,5,6,8"
## [160]	"4,5,7,8"	"4,6,7,8"	"5,6,7,8"
## [163]	"1,2,3,4,5"	"1,2,3,4,6"	"1,2,3,4,7"
## [166]	"1,2,3,4,8"	"1,2,3,5,6"	"1,2,3,5,7"
## [169]	"1,2,3,5,8"	"1,2,3,6,7"	"1,2,3,6,8"

```

## [172] "1,2,3,7,8"  "1,2,4,5,6"  "1,2,4,5,7"
## [175] "1,2,4,5,8"  "1,2,4,6,7"  "1,2,4,6,8"
## [178] "1,2,4,7,8"  "1,2,5,6,7"  "1,2,5,6,8"
## [181] "1,2,5,7,8"  "1,2,6,7,8"  "1,3,4,5,6"
## [184] "1,3,4,5,7"  "1,3,4,5,8"  "1,3,4,6,7"
## [187] "1,3,4,6,8"  "1,3,4,7,8"  "1,3,5,6,7"
## [190] "1,3,5,6,8"  "1,3,5,7,8"  "1,3,6,7,8"
## [193] "1,4,5,6,7"  "1,4,5,6,8"  "1,4,5,7,8"
## [196] "1,4,6,7,8"  "1,5,6,7,8"  "2,3,4,5,6"
## [199] "2,3,4,5,7"  "2,3,4,5,8"  "2,3,4,6,7"
## [202] "2,3,4,6,8"  "2,3,4,7,8"  "2,3,5,6,7"
## [205] "2,3,5,6,8"  "2,3,5,7,8"  "2,3,6,7,8"
## [208] "2,4,5,6,7"  "2,4,5,6,8"  "2,4,5,7,8"
## [211] "2,4,6,7,8"  "2,5,6,7,8"  "3,4,5,6,7"
## [214] "3,4,5,6,8"  "3,4,5,7,8"  "3,4,6,7,8"
## [217] "3,5,6,7,8"  "4,5,6,7,8"  "1,2,3,4,5,6"
## [220] "1,2,3,4,5,7"  "1,2,3,4,5,8"  "1,2,3,4,6,7"
## [223] "1,2,3,4,6,8"  "1,2,3,4,7,8"  "1,2,3,5,6,7"
## [226] "1,2,3,5,6,8"  "1,2,3,5,7,8"  "1,2,3,6,7,8"
## [229] "1,2,4,5,6,7"  "1,2,4,5,6,8"  "1,2,4,5,7,8"
## [232] "1,2,4,6,7,8"  "1,2,5,6,7,8"  "1,3,4,5,6,7"
## [235] "1,3,4,5,6,8"  "1,3,4,5,7,8"  "1,3,4,6,7,8"
## [238] "1,3,5,6,7,8"  "1,4,5,6,7,8"  "2,3,4,5,6,7"
## [241] "2,3,4,5,6,8"  "2,3,4,5,7,8"  "2,3,4,6,7,8"
## [244] "2,3,5,6,7,8"  "2,4,5,6,7,8"  "3,4,5,6,7,8"
## [247] "1,2,3,4,5,6,7"  "1,2,3,4,5,6,8"  "1,2,3,4,5,7,8"
## [250] "1,2,3,4,6,7,8"  "1,2,3,5,6,7,8"  "1,2,4,5,6,7,8"
## [253] "1,3,4,5,6,7,8"  "2,3,4,5,6,7,8"  "1,2,3,4,5,6,7,8"

```

```
##
```

```
## $l_todascombinaciones
```

```
## $l_todascombinaciones[[1]]
```

```
## [1]
```

```
## [1,] 1
```

```
## [2,] 2
```

```
## [3,] 3
```

```
## [4,] 4
```

```
## [5,] 5
```

```
## [6,] 6
```

```
## [7,] 7
```

```
## [8,] 8
```

```
##
```

```
## $l_todascombinaciones[[2]]
```

```
## [1,] [1,2]
```

```
## [1,] 1 2
```

```

## [2,] 1 3
## [3,] 1 4
## [4,] 1 5
## [5,] 1 6
## [6,] 1 7
## [7,] 1 8
## [8,] 2 3
## [9,] 2 4
## [10,] 2 5
## [11,] 2 6
## [12,] 2 7
## [13,] 2 8
## [14,] 3 4
## [15,] 3 5
## [16,] 3 6
## [17,] 3 7
## [18,] 3 8
## [19,] 4 5
## [20,] 4 6
## [21,] 4 7
## [22,] 4 8
## [23,] 5 6
## [24,] 5 7
## [25,] 5 8
## [26,] 6 7
## [27,] 6 8
## [28,] 7 8
##
## $_todascombinaciones[[3]]
##   [,1][,2][,3]
## [1,] 1 2 3
## [2,] 1 2 4
## [3,] 1 2 5
## [4,] 1 2 6
## [5,] 1 2 7
## [6,] 1 2 8
## [7,] 1 3 4
## [8,] 1 3 5
## [9,] 1 3 6
## [10,] 1 3 7
## [11,] 1 3 8
## [12,] 1 4 5
## [13,] 1 4 6
## [14,] 1 4 7

```

```
## [15,] 1 4 8
## [16,] 1 5 6
## [17,] 1 5 7
## [18,] 1 5 8
## [19,] 1 6 7
## [20,] 1 6 8
## [21,] 1 7 8
## [22,] 2 3 4
## [23,] 2 3 5
## [24,] 2 3 6
## [25,] 2 3 7
## [26,] 2 3 8
## [27,] 2 4 5
## [28,] 2 4 6
## [29,] 2 4 7
## [30,] 2 4 8
## [31,] 2 5 6
## [32,] 2 5 7
## [33,] 2 5 8
## [34,] 2 6 7
## [35,] 2 6 8
## [36,] 2 7 8
## [37,] 3 4 5
## [38,] 3 4 6
## [39,] 3 4 7
## [40,] 3 4 8
## [41,] 3 5 6
## [42,] 3 5 7
## [43,] 3 5 8
## [44,] 3 6 7
## [45,] 3 6 8
## [46,] 3 7 8
## [47,] 4 5 6
## [48,] 4 5 7
## [49,] 4 5 8
## [50,] 4 6 7
## [51,] 4 6 8
## [52,] 4 7 8
## [53,] 5 6 7
## [54,] 5 6 8
## [55,] 5 7 8
## [56,] 6 7 8
##
## $l_todascombinaciones[[4]]
```



```
##  [,1][,2][,3][,4]
## [1,] 1 2 3 4
## [2,] 1 2 3 5
## [3,] 1 2 3 6
## [4,] 1 2 3 7
## [5,] 1 2 3 8
## [6,] 1 2 4 5
## [7,] 1 2 4 6
## [8,] 1 2 4 7
## [9,] 1 2 4 8
## [10,] 1 2 5 6
## [11,] 1 2 5 7
## [12,] 1 2 5 8
## [13,] 1 2 6 7
## [14,] 1 2 6 8
## [15,] 1 2 7 8
## [16,] 1 3 4 5
## [17,] 1 3 4 6
## [18,] 1 3 4 7
## [19,] 1 3 4 8
## [20,] 1 3 5 6
## [21,] 1 3 5 7
## [22,] 1 3 5 8
## [23,] 1 3 6 7
## [24,] 1 3 6 8
## [25,] 1 3 7 8
## [26,] 1 4 5 6
## [27,] 1 4 5 7
## [28,] 1 4 5 8
## [29,] 1 4 6 7
## [30,] 1 4 6 8
## [31,] 1 4 7 8
## [32,] 1 5 6 7
## [33,] 1 5 6 8
## [34,] 1 5 7 8
## [35,] 1 6 7 8
## [36,] 2 3 4 5
## [37,] 2 3 4 6
## [38,] 2 3 4 7
## [39,] 2 3 4 8
## [40,] 2 3 5 6
## [41,] 2 3 5 7
## [42,] 2 3 5 8
## [43,] 2 3 6 7
```

```

## [44,] 2 3 6 8
## [45,] 2 3 7 8
## [46,] 2 4 5 6
## [47,] 2 4 5 7
## [48,] 2 4 5 8
## [49,] 2 4 6 7
## [50,] 2 4 6 8
## [51,] 2 4 7 8
## [52,] 2 5 6 7
## [53,] 2 5 6 8
## [54,] 2 5 7 8
## [55,] 2 6 7 8
## [56,] 3 4 5 6
## [57,] 3 4 5 7
## [58,] 3 4 5 8
## [59,] 3 4 6 7
## [60,] 3 4 6 8
## [61,] 3 4 7 8
## [62,] 3 5 6 7
## [63,] 3 5 6 8
## [64,] 3 5 7 8
## [65,] 3 6 7 8
## [66,] 4 5 6 7
## [67,] 4 5 6 8
## [68,] 4 5 7 8
## [69,] 4 6 7 8
## [70,] 5 6 7 8
##
## $_todascombinaciones[[5]]
##   [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,] 1 2 3 4 5
## [2,] 1 2 3 4 6
## [3,] 1 2 3 4 7
## [4,] 1 2 3 4 8
## [5,] 1 2 3 5 6
## [6,] 1 2 3 5 7
## [7,] 1 2 3 5 8
## [8,] 1 2 3 6 7
## [9,] 1 2 3 6 8
## [10,] 1 2 3 7 8
## [11,] 1 2 4 5 6
## [12,] 1 2 4 5 7
## [13,] 1 2 4 5 8
## [14,] 1 2 4 6 7

```

```
## [15,] 1 2 4 6 8
## [16,] 1 2 4 7 8
## [17,] 1 2 5 6 7
## [18,] 1 2 5 6 8
## [19,] 1 2 5 7 8
## [20,] 1 2 6 7 8
## [21,] 1 3 4 5 6
## [22,] 1 3 4 5 7
## [23,] 1 3 4 5 8
## [24,] 1 3 4 6 7
## [25,] 1 3 4 6 8
## [26,] 1 3 4 7 8
## [27,] 1 3 5 6 7
## [28,] 1 3 5 6 8
## [29,] 1 3 5 7 8
## [30,] 1 3 6 7 8
## [31,] 1 4 5 6 7
## [32,] 1 4 5 6 8
## [33,] 1 4 5 7 8
## [34,] 1 4 6 7 8
## [35,] 1 5 6 7 8
## [36,] 2 3 4 5 6
## [37,] 2 3 4 5 7
## [38,] 2 3 4 5 8
## [39,] 2 3 4 6 7
## [40,] 2 3 4 6 8
## [41,] 2 3 4 7 8
## [42,] 2 3 5 6 7
## [43,] 2 3 5 6 8
## [44,] 2 3 5 7 8
## [45,] 2 3 6 7 8
## [46,] 2 4 5 6 7
## [47,] 2 4 5 6 8
## [48,] 2 4 5 7 8
## [49,] 2 4 6 7 8
## [50,] 2 5 6 7 8
## [51,] 3 4 5 6 7
## [52,] 3 4 5 6 8
## [53,] 3 4 5 7 8
## [54,] 3 4 6 7 8
## [55,] 3 5 6 7 8
## [56,] 4 5 6 7 8
##
## $l_todascombinaciones[[6]]
```

```

##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
## [1,]  1  2  3  4  5  6
## [2,]  1  2  3  4  5  7
## [3,]  1  2  3  4  5  8
## [4,]  1  2  3  4  6  7
## [5,]  1  2  3  4  6  8
## [6,]  1  2  3  4  7  8
## [7,]  1  2  3  5  6  7
## [8,]  1  2  3  5  6  8
## [9,]  1  2  3  5  7  8
## [10,] 1  2  3  6  7  8
## [11,] 1  2  4  5  6  7
## [12,] 1  2  4  5  6  8
## [13,] 1  2  4  5  7  8
## [14,] 1  2  4  6  7  8
## [15,] 1  2  5  6  7  8
## [16,] 1  3  4  5  6  7
## [17,] 1  3  4  5  6  8
## [18,] 1  3  4  5  7  8
## [19,] 1  3  4  6  7  8
## [20,] 1  3  5  6  7  8
## [21,] 1  4  5  6  7  8
## [22,] 2  3  4  5  6  7
## [23,] 2  3  4  5  6  8
## [24,] 2  3  4  5  7  8
## [25,] 2  3  4  6  7  8
## [26,] 2  3  5  6  7  8
## [27,] 2  4  5  6  7  8
## [28,] 3  4  5  6  7  8
##
## $l_todascombinaciones[[7]]
##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7]
## [1,]  1  2  3  4  5  6  7
## [2,]  1  2  3  4  5  6  8
## [3,]  1  2  3  4  5  7  8
## [4,]  1  2  3  4  6  7  8
## [5,]  1  2  3  5  6  7  8
## [6,]  1  2  4  5  6  7  8
## [7,]  1  3  4  5  6  7  8
## [8,]  2  3  4  5  6  7  8
##
## $l_todascombinaciones[[8]]
##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
## [1,]  1  2  3  4  5  6  7  8

```

```

##
## $l_todascombinaciones$cuantos
## [1] 8 28 56 70 56 28 8 1
##
## $l_todascombinaciones$indices
## [1] 8 36 92 162 218 246 254 255
##
##
## $Vijk
## [1] 6.311880e-03 1.073817e-02 1.286432e-02 3.017444e-02 1.176105e-04
## [6] 1.987886e-01 3.666816e-02 3.468247e-03 3.989268e-04 4.219263e-04
## [11] 9.103142e-04 5.006552e-04 1.218741e-05 1.727169e-04 5.812075e-04
## [16] 1.227851e-03 1.405043e-03 9.351454e-04 5.696762e-05 1.031866e-04
## [21] 1.121614e-03 2.052916e-03 1.417364e-03 1.875028e-03 8.839064e-05
## [26] 3.442660e-04 4.414273e-03 6.717016e-03 4.799284e-04 1.002620e-03
## [31] 6.025491e-03 4.883885e-04 4.270562e-04 6.836529e-03 5.438602e-02
## [36] 8.693839e-03 6.346278e-05 2.785936e-04 7.859966e-05 2.987878e-05
## [41] 1.134128e-05 4.784938e-05 2.932777e-04 5.086886e-05 3.474425e-05
## [46] 9.389358e-06 3.591056e-05 3.431841e-04 1.332005e-04 3.963024e-05
## [51] 2.078156e-04 3.455487e-05 8.622247e-05 1.787645e-04 1.357067e-04
## [56] 8.330734e-04 1.578745e-04 7.194833e-04 1.867294e-04 3.193859e-05
## [61] 3.579824e-05 1.597849e-04 4.591794e-04 2.883635e-04 4.484584e-05
## [66] 1.980843e-04 1.772614e-04 2.141232e-05 2.848500e-04 5.124657e-05
## [71] 2.845152e-04 1.164394e-04 9.935426e-04 2.134417e-03 1.817678e-04
## [76] 6.148323e-04 1.322251e-04 4.150376e-05 4.620038e-04 6.043995e-04
## [81] 4.110786e-04 1.468109e-04 1.856455e-03 2.131606e-04 1.521584e-03
## [86] 1.412622e-03 2.243709e-03 6.776750e-04 3.552008e-03 2.348749e-03
## [91] 6.510568e-04 6.290219e-03 -3.767279e-04 -7.313590e-04 4.975812e-03
## [96] -2.842830e-03 2.114458e-04 2.264415e-03 -9.140306e-03 1.330921e-03
## [101] 4.821084e-03 -1.048770e-03 2.127083e-03 -2.524678e-04 -4.088323e-03
## [106] 2.940689e-03 -1.504908e-03 7.277377e-04 -1.930448e-03 -7.084207e-04
## [111] 1.274816e-03 3.803065e-03 -1.824869e-04 -8.598525e-04 -7.914189e-03
## [116] 9.495193e-04 -3.761453e-04 3.350211e-03 -2.466388e-03 1.638148e-03
## [121] -8.946883e-04 -6.632203e-03 -6.601257e-04 -1.665628e-04 -2.467951e-03
## [126] 7.356058e-04 -5.467442e-04 9.702349e-05 1.012239e-03 3.440747e-03
## [131] 2.252954e-03 2.013845e-03 -3.371369e-03 -1.241184e-03 -3.449722e-04
## [136] -1.562954e-03 -1.912256e-04 8.239716e-03 -2.612571e-03 3.258018e-03
## [141] 4.345280e-03 7.025005e-03 -1.752634e-03 5.507931e-03 6.592323e-03
## [146] 4.345958e-04 5.059282e-03 -5.134966e-03 4.593620e-03 2.961761e-03
## [151] 5.021075e-04 2.015809e-02 -3.790866e-03 -1.662631e-02 -6.731568e-03
## [156] -2.257010e-03 7.714452e-03 4.322455e-03 -5.709914e-03 -2.690515e-03
## [161] 1.941401e-02 -1.178983e-03 2.155311e-04 4.758413e-03 -2.987318e-03
## [166] -7.172476e-03 -1.057459e-02 7.983105e-03 3.394449e-03 1.405111e-02
## [171] -3.069682e-03 4.599376e-03 -1.864140e-03 -5.987119e-04 -1.219081e-02

```

```

## [176] 6.798755e-03 5.997945e-04 -1.383933e-03 -1.198078e-02 -5.811352e-03
## [181] 9.228129e-04 -9.585543e-03 -2.766510e-03 -8.469520e-04 -3.755859e-03
## [186] 1.615970e-02 -9.065351e-03 4.448013e-03 2.338270e-02 5.954247e-03
## [191] 2.166061e-03 -1.018357e-02 -2.679141e-03 1.432088e-02 4.665502e-03
## [196] -1.210816e-02 1.760105e-02 -8.957274e-03 -1.187957e-03 -5.886349e-03
## [201] -1.264162e-02 -2.599040e-02 -1.041216e-04 1.574085e-02 -1.296619e-03
## [206] 6.720578e-03 -6.663797e-03 -1.973043e-02 -1.798347e-02 8.151084e-03
## [211] -3.208229e-02 -1.695668e-02 1.449985e-02 1.169525e-03 3.702281e-03
## [216] -3.554520e-02 2.204327e-02 -8.916793e-03 1.352680e-02 -3.865196e-03
## [221] 1.376270e-02 -1.118112e-02 1.318326e-02 2.480830e-03 -1.563747e-02
## [226] 3.527907e-03 -2.021030e-02 7.353411e-03 3.105454e-02 1.109566e-02
## [231] 2.205353e-04 3.030363e-02 1.622452e-02 -1.928031e-02 -6.966817e-03
## [236] -5.028368e-03 1.881736e-02 -3.367128e-02 -2.635102e-03 2.000343e-03
## [241] 3.702204e-02 -4.865458e-03 6.453908e-02 6.910491e-03 5.464327e-02
## [246] -1.366157e-02 -1.007662e-02 -3.115206e-02 8.837059e-03 -4.394472e-02
## [251] 1.718576e-02 -6.235736e-02 3.329792e-02 -5.097418e-02 3.847125e-02
##
## $V_de_Y
## [1] 0.4644006
##
## $Sijk
## [1] 1.359146e-02 2.312265e-02 2.770091e-02 6.497503e-02 2.532522e-04
## [6] 4.280542e-01 7.895803e-02 7.468222e-03 8.590145e-04 9.085395e-04
## [11] 1.960192e-03 1.078068e-03 2.624331e-05 3.719137e-04 1.251522e-03
## [16] 2.643948e-03 3.025497e-03 2.013661e-03 1.226691e-04 2.221930e-04
## [21] 2.415187e-03 4.420572e-03 3.052029e-03 4.037522e-03 1.903327e-04
## [26] 7.413127e-04 9.505313e-03 1.446384e-02 1.033436e-03 2.158955e-03
## [31] 1.297477e-02 1.051654e-03 9.195858e-04 1.472119e-02 1.171102e-01
## [36] 1.872056e-02 1.366553e-04 5.998993e-04 1.692497e-04 6.433838e-05
## [41] 2.442134e-05 1.030347e-04 6.315188e-04 1.095366e-04 7.481527e-05
## [46] 2.021823e-05 7.732669e-05 7.389830e-04 2.868224e-04 8.533632e-05
## [51] 4.474921e-04 7.440747e-05 1.856640e-04 3.849360e-04 2.922190e-04
## [56] 1.793868e-03 3.399533e-04 1.549273e-03 4.020868e-04 6.877380e-05
## [61] 7.708484e-05 3.440669e-04 9.887573e-04 6.209369e-04 9.656715e-05
## [66] 4.265376e-04 3.816993e-04 4.610744e-05 6.133713e-04 1.103499e-04
## [71] 6.126504e-04 2.507305e-04 2.139409e-03 4.596070e-03 3.914030e-04
## [76] 1.323927e-03 2.847221e-04 8.937060e-05 9.948390e-04 1.301462e-03
## [81] 8.851810e-04 3.161300e-04 3.997529e-03 4.590017e-04 3.276448e-03
## [86] 3.041818e-03 4.831408e-03 1.459247e-03 7.648587e-03 5.057594e-03
## [91] 1.401929e-03 1.354481e-02 -8.112133e-04 -1.574845e-03 1.071448e-02
## [96] -6.121503e-03 4.553091e-04 4.875995e-03 -1.968194e-02 2.865891e-03
## [101] 1.038131e-02 -2.258330e-03 4.580277e-03 -5.436424e-04 -8.803440e-03
## [106] 6.332226e-03 -3.240540e-03 1.567047e-03 -4.156861e-03 -1.525452e-03
## [111] 2.745079e-03 8.189190e-03 -3.929515e-04 -1.851532e-03 -1.704173e-02

```

[116] 2.044613e-03 -8.099587e-04 7.214055e-03 -5.310907e-03 3.527447e-03
[121] -1.926544e-03 -1.428121e-02 -1.421457e-03 -3.586620e-04 -5.314273e-03
[126] 1.583990e-03 -1.177312e-03 2.089220e-04 2.179669e-03 7.409008e-03
[131] 4.851315e-03 4.336439e-03 -7.259613e-03 -2.672659e-03 -7.428333e-04
[136] -3.365530e-03 -4.117688e-04 1.774269e-02 -5.625684e-03 7.015534e-03
[141] 9.356750e-03 1.512704e-02 -3.773971e-03 1.186030e-02 1.419534e-02
[146] 9.358210e-04 1.089422e-02 -1.105719e-02 9.891504e-03 6.377601e-03
[151] 1.081195e-03 4.340668e-02 -8.162924e-03 -3.580166e-02 -1.449518e-02
[156] -4.860050e-03 1.661163e-02 9.307601e-03 -1.229524e-02 -5.793522e-03
[161] 4.180446e-02 -2.538719e-03 4.641060e-04 1.024635e-02 -6.432633e-03
[166] -1.544459e-02 -2.277041e-02 1.719013e-02 7.309313e-03 3.025645e-02
[171] -6.609988e-03 9.903898e-03 -4.014077e-03 -1.289214e-03 -2.625064e-02
[176] 1.463985e-02 1.291546e-03 -2.980042e-03 -2.579837e-02 -1.251366e-02
[181] 1.987106e-03 -2.064068e-02 -5.957163e-03 -1.823753e-03 -8.087541e-03
[186] 3.479691e-02 -1.952054e-02 9.577967e-03 5.035027e-02 1.282136e-02
[191] 4.664209e-03 -2.192841e-02 -5.769031e-03 3.083734e-02 1.004629e-02
[196] -2.607266e-02 3.790058e-02 -1.928782e-02 -2.558044e-03 -1.267515e-02
[201] -2.722138e-02 -5.596547e-02 -2.242064e-04 3.389498e-02 -2.792026e-03
[206] 1.447151e-02 -1.434924e-02 -4.248579e-02 -3.872405e-02 1.755184e-02
[211] -6.908322e-02 -3.651305e-02 3.122272e-02 2.518354e-03 7.972171e-03
[216] -7.653996e-02 4.746606e-02 -1.920065e-02 2.912745e-02 -8.322979e-03
[221] 2.963541e-02 -2.407645e-02 2.838768e-02 5.342005e-03 -3.367237e-02
[226] 7.596691e-03 -4.351912e-02 1.583420e-02 6.687016e-02 2.389243e-02
[231] 4.748816e-04 6.525322e-02 3.493649e-02 -4.151654e-02 -1.500174e-02
[236] -1.082765e-02 4.051968e-02 -7.250483e-02 -5.674201e-03 4.307365e-03
[241] 7.972005e-02 -1.047686e-02 1.389729e-01 1.488045e-02 1.176641e-01
[246] -2.941764e-02 -2.169812e-02 -6.708014e-02 1.902896e-02 -9.462676e-02
[251] 3.700633e-02 -1.342749e-01 7.170085e-02 -1.097634e-01 8.284066e-02
##

\$STijk

[1] 0.98640854 0.97687735 0.97229909 0.93502497 0.99974675 0.57194581
[7] 0.92104197 0.99253178 0.96242688 0.95779910 0.91947333 0.98507722
[13] 0.55832811 0.90707860 0.97768880 0.94653249 0.90887682 0.97461043
[19] 0.54870049 0.89769712 0.96699394 0.90290349 0.96899381 0.54020738
[25] 0.89315073 0.96408956 0.92526641 0.49250695 0.85503350 0.92539780
[31] 0.55871779 0.91973706 0.99135894 0.47826659 0.44736744 0.89485318
[37] 0.93103683 0.89186626 0.95891265 0.53415944 0.88285032 0.95118891
[43] 0.88581179 0.95330621 0.52560633 0.87825860 0.94826071 0.90789771
[49] 0.47664223 0.83902461 0.90814713 0.54394762 0.90450996 0.97505296
[55] 0.46398476 0.43070435 0.87929834 0.87256212 0.94081146 0.51424934
[61] 0.86708485 0.93556370 0.89611584 0.46561519 0.82856659 0.89640792
[67] 0.53307711 0.89433245 0.96319407 0.45468873 0.42109428 0.86884242
[73] 0.88795349 0.45175187 0.82233029 0.89121108 0.52364261 0.88870442
[79] 0.95886985 0.44503637 0.41400252 0.86590450 0.46577608 0.84376428

```
## [85] 0.91144320 0.39475247 0.36093821 0.82522652 0.45633833 0.42816224
## [91] 0.89122676 0.32142284 0.85687218 0.92077723 0.49781066 0.85804808
## [97] 0.92030320 0.87719107 0.44966510 0.81386972 0.85984636 0.52192417
## [103] 0.87942800 0.93280774 0.43688108 0.40397688 0.86977020 0.87472507
## [109] 0.43692134 0.80026122 0.88457454 0.50981566 0.88133753 0.92220937
## [115] 0.43373459 0.39457627 0.83588918 0.44711438 0.82919693 0.89797375
## [121] 0.37573456 0.33746582 0.79751040 0.43612346 0.40653058 0.87543359
## [127] 0.30486064 0.83755392 0.41658589 0.79340172 0.83570162 0.48965147
## [133] 0.86126762 0.91281803 0.41626084 0.38030947 0.86073649 0.42924696
## [139] 0.80075350 0.87430206 0.36236127 0.33791419 0.80283579 0.42563856
## [145] 0.39477492 0.86283619 0.29203872 0.40576358 0.80627209 0.86637072
## [151] 0.34448550 0.31516391 0.77847081 0.41196896 0.39306228 0.86220488
## [157] 0.28663167 0.36364875 0.34021860 0.83350761 0.22353567 0.29209586
## [163] 0.84016525 0.40009216 0.77611477 0.82275255 0.47696284 0.84667337
## [169] 0.92274528 0.40228977 0.36424324 0.80611536 0.41826381 0.79568947
## [175] 0.85944737 0.34869574 0.31114584 0.79065247 0.41114529 0.37580005
## [181] 0.84346980 0.27782289 0.39756993 0.78781281 0.85402024 0.33410945
## [187] 0.28931053 0.75705832 0.40102179 0.37392455 0.85156614 0.26864509
## [193] 0.33122859 0.29872789 0.77035348 0.20487745 0.26408505 0.38074149
## [199] 0.76801035 0.83534608 0.31978732 0.27832950 0.74891244 0.38996229
## [205] 0.35626856 0.82133833 0.25179791 0.32369972 0.28891311 0.77421745
## [211] 0.19387217 0.25783117 0.30011630 0.26432312 0.74516439 0.17543029
## [217] 0.24962712 0.16727541 0.36371488 0.75549495 0.80979000 0.29395607
## [223] 0.25277141 0.73760967 0.36965116 0.33566409 0.81524905 0.23849761
## [229] 0.29855889 0.25603047 0.73658587 0.17003663 0.23351653 0.27456414
## [235] 0.24048583 0.73442184 0.15321332 0.22485616 0.13263604 0.26357390
## [241] 0.21814077 0.72723710 0.13421167 0.20906708 0.11935079 0.10255024
## [247] 0.23504938 0.18984702 0.67562728 0.10518646 0.18541502 0.08518158
## [253] 0.06520641 0.04289462 0.00000000
```

```
##
```

```
## $mu_ijk
```

```
## [1] 0.000000e+00 -1.097634e-01 7.170085e-02 -1.342749e-01 3.700633e-02
## [6] -9.462676e-02 1.902896e-02 -6.708014e-02 -2.169812e-02 -2.941764e-02
## [11] 1.176641e-01 1.488045e-02 1.389729e-01 -1.047686e-02 7.972005e-02
## [16] 4.307365e-03 -5.674201e-03 -7.250483e-02 4.051968e-02 -1.082765e-02
## [21] -1.500174e-02 -4.151654e-02 3.493649e-02 6.525322e-02 4.748816e-04
## [26] 2.389243e-02 6.687016e-02 1.583420e-02 -4.351912e-02 7.596691e-03
## [31] -3.367237e-02 5.342005e-03 2.838768e-02 -2.407645e-02 2.963541e-02
## [36] -8.322979e-03 2.912745e-02 -1.920065e-02 4.746606e-02 -7.653996e-02
## [41] 7.972171e-03 2.518354e-03 3.122272e-02 -3.651305e-02 -6.908322e-02
## [46] 1.755184e-02 -3.872405e-02 -4.248579e-02 -1.434924e-02 1.447151e-02
## [51] -2.792026e-03 3.389498e-02 -2.242064e-04 -5.596547e-02 -2.722138e-02
## [56] -1.267515e-02 -2.558044e-03 -1.928782e-02 3.790058e-02 -2.607266e-02
## [61] 1.004629e-02 3.083734e-02 -5.769031e-03 -2.192841e-02 4.664209e-03
```



```

## [66] 1.282136e-02 5.035027e-02 9.577967e-03 -1.952054e-02 3.479691e-02
## [71] -8.087541e-03 -1.823753e-03 -5.957163e-03 -2.064068e-02 1.987106e-03
## [76] -1.251366e-02 -2.579837e-02 -2.980042e-03 1.291546e-03 1.463985e-02
## [81] -2.625064e-02 -1.289214e-03 -4.014077e-03 9.903898e-03 -6.609988e-03
## [86] 3.025645e-02 7.309313e-03 1.719013e-02 -2.277041e-02 -1.544459e-02
## [91] -6.432633e-03 1.024635e-02 4.641060e-04 -2.538719e-03 4.180446e-02
## [96] -5.793522e-03 -1.229524e-02 9.307601e-03 1.661163e-02 -4.860050e-03
## [101] -1.449518e-02 -3.580166e-02 -8.162924e-03 4.340668e-02 1.081195e-03
## [106] 6.377601e-03 9.891504e-03 -1.105719e-02 1.089422e-02 9.358210e-04
## [111] 1.419534e-02 1.186030e-02 -3.773971e-03 1.512704e-02 9.356750e-03
## [116] 7.015534e-03 -5.625684e-03 1.774269e-02 -4.117688e-04 -3.365530e-03
## [121] -7.428333e-04 -2.672659e-03 -7.259613e-03 4.336439e-03 4.851315e-03
## [126] 7.409008e-03 2.179669e-03 2.089220e-04 -1.177312e-03 1.583990e-03
## [131] -5.314273e-03 -3.586620e-04 -1.421457e-03 -1.428121e-02 -1.926544e-03
## [136] 3.527447e-03 -5.310907e-03 7.214055e-03 -8.099587e-04 2.044613e-03
## [141] -1.704173e-02 -1.851532e-03 -3.929515e-04 8.189190e-03 2.745079e-03
## [146] -1.525452e-03 -4.156861e-03 1.567047e-03 -3.240540e-03 6.332226e-03
## [151] -8.803440e-03 -5.436424e-04 4.580277e-03 -2.258330e-03 1.038131e-02
## [156] 2.865891e-03 -1.968194e-02 4.875995e-03 4.553091e-04 -6.121503e-03
## [161] 1.071448e-02 -1.574845e-03 -8.112133e-04 1.354481e-02 1.401929e-03
## [166] 5.057594e-03 7.648587e-03 1.459247e-03 4.831408e-03 3.041818e-03
## [171] 3.276448e-03 4.590017e-04 3.997529e-03 3.161300e-04 8.851810e-04
## [176] 1.301462e-03 9.948390e-04 8.937060e-05 2.847221e-04 1.323927e-03
## [181] 3.914030e-04 4.596070e-03 2.139409e-03 2.507305e-04 6.126504e-04
## [186] 1.103499e-04 6.133713e-04 4.610744e-05 3.816993e-04 4.265376e-04
## [191] 9.656715e-05 6.209369e-04 9.887573e-04 3.440669e-04 7.708484e-05
## [196] 6.877380e-05 4.020868e-04 1.549273e-03 3.399533e-04 1.793868e-03
## [201] 2.922190e-04 3.849360e-04 1.856640e-04 7.440747e-05 4.474921e-04
## [206] 8.533632e-05 2.868224e-04 7.389830e-04 7.732669e-05 2.021823e-05
## [211] 7.481527e-05 1.095366e-04 6.315188e-04 1.030347e-04 2.442134e-05
## [216] 6.433838e-05 1.692497e-04 5.998993e-04 1.366553e-04 1.872056e-02
## [221] 1.171102e-01 1.472119e-02 9.195858e-04 1.051654e-03 1.297477e-02
## [226] 2.158955e-03 1.033436e-03 1.446384e-02 9.505313e-03 7.413127e-04
## [231] 1.903327e-04 4.037522e-03 3.052029e-03 4.420572e-03 2.415187e-03
## [236] 2.221930e-04 1.226691e-04 2.013661e-03 3.025497e-03 2.643948e-03
## [241] 1.251522e-03 3.719137e-04 2.624331e-05 1.078068e-03 1.960192e-03
## [246] 9.085395e-04 8.590145e-04 7.468222e-03 7.895803e-02 4.280542e-01
## [251] 2.532522e-04 6.497503e-02 2.770091e-02 2.312265e-02 1.359146e-02

```

Presentación

```

df_temp = data.frame(Indices = resx_m$combinaciones,
                     Vijk = resx_m$Vijk,
                     Sijk = resx_m$Sijk,

```

```
STijk = resx_m$STijk,
```

```
print(knitr::kable(df_temp,digits=4))
```

Indices	Vijk	Sijk	STijk
1	0.0063	0.0136	0.9864
2	0.0107	0.0231	0.9769
3	0.0129	0.0277	0.9723
4	0.0302	0.0650	0.9350
5	0.0001	0.0003	0.9997
6	0.1988	0.4281	0.5719
7	0.0367	0.0790	0.9210
8	0.0035	0.0075	0.9925
1,2	0.0004	0.0009	0.9624
1,3	0.0004	0.0009	0.9578
1,4	0.0009	0.0020	0.9195
1,5	0.0005	0.0011	0.9851
1,6	0.0000	0.0000	0.5583
1,7	0.0002	0.0004	0.9071
1,8	0.0006	0.0013	0.9777
2,3	0.0012	0.0026	0.9465
2,4	0.0014	0.0030	0.9089
2,5	0.0009	0.0020	0.9746
2,6	0.0001	0.0001	0.5487
2,7	0.0001	0.0002	0.8977
2,8	0.0011	0.0024	0.9670
3,4	0.0021	0.0044	0.9029
3,5	0.0014	0.0031	0.9690

3,6	0.0019	0.0040	0.5402
3,7	0.0001	0.0002	0.8932
3,8	0.0003	0.0007	0.9641
4,5	0.0044	0.0095	0.9253
4,6	0.0067	0.0145	0.4925
4,7	0.0005	0.0010	0.8550
4,8	0.0010	0.0022	0.9254
5,6	0.0060	0.0130	0.5587
5,7	0.0005	0.0011	0.9197
5,8	0.0004	0.0009	0.9914
6,7	0.0068	0.0147	0.4783
6,8	0.0544	0.1171	0.4474
7,8	0.0087	0.0187	0.8949
1,2,3	0.0001	0.0001	0.9310
1,2,4	0.0003	0.0006	0.8919
1,2,5	0.0001	0.0002	0.9589
1,2,6	0.0000	0.0001	0.5342
1,2,7	0.0000	0.0000	0.8829
1,2,8	0.0000	0.0001	0.9512
1,3,4	0.0003	0.0006	0.8858
1,3,5	0.0001	0.0001	0.9533
1,3,6	0.0000	0.0001	0.5256
1,3,7	0.0000	0.0000	0.8783
1,3,8	0.0000	0.0001	0.9483
1,4,5	0.0003	0.0007	0.9079
1,4,6	0.0001	0.0003	0.4766

1,4,7	0.0000	0.0001	0.8390
1,4,8	0.0002	0.0004	0.9081
1,5,6	0.0000	0.0001	0.5439
1,5,7	0.0001	0.0002	0.9045
1,5,8	0.0002	0.0004	0.9751
1,6,7	0.0001	0.0003	0.4640
1,6,8	0.0008	0.0018	0.4307
1,7,8	0.0002	0.0003	0.8793
2,3,4	0.0007	0.0015	0.8726
2,3,5	0.0002	0.0004	0.9408
2,3,6	0.0000	0.0001	0.5142
2,3,7	0.0000	0.0001	0.8671
2,3,8	0.0002	0.0003	0.9356
2,4,5	0.0005	0.0010	0.8961
2,4,6	0.0003	0.0006	0.4656
2,4,7	0.0000	0.0001	0.8286
2,4,8	0.0002	0.0004	0.8964
2,5,6	0.0002	0.0004	0.5331
2,5,7	0.0000	0.0000	0.8943
2,5,8	0.0003	0.0006	0.9632
2,6,7	0.0001	0.0001	0.4547
2,6,8	0.0003	0.0006	0.4211
2,7,8	0.0001	0.0003	0.8688
3,4,5	0.0010	0.0021	0.8880
3,4,6	0.0021	0.0046	0.4518
3,4,7	0.0002	0.0004	0.8223

3,4,8	0.0006	0.0013	0.8912
3,5,6	0.0001	0.0003	0.5236
3,5,7	0.0000	0.0001	0.8887
3,5,8	0.0005	0.0010	0.9589
3,6,7	0.0006	0.0013	0.4450
3,6,8	0.0004	0.0009	0.4140
3,7,8	0.0001	0.0003	0.8659
4,5,6	0.0019	0.0040	0.4658
4,5,7	0.0002	0.0005	0.8438
4,5,8	0.0015	0.0033	0.9114
4,6,7	0.0014	0.0030	0.3948
4,6,8	0.0022	0.0048	0.3609
4,7,8	0.0007	0.0015	0.8252
5,6,7	0.0036	0.0076	0.4563
5,6,8	0.0023	0.0051	0.4282
5,7,8	0.0007	0.0014	0.8912
6,7,8	0.0063	0.0135	0.3214
1,2,3,4	-0.0004	-0.0008	0.8569
1,2,3,5	-0.0007	-0.0016	0.9208
1,2,3,6	0.0050	0.0107	0.4978
1,2,3,7	-0.0028	-0.0061	0.8580
1,2,3,8	0.0002	0.0005	0.9203
1,2,4,5	0.0023	0.0049	0.8772
1,2,4,6	-0.0091	-0.0197	0.4497
1,2,4,7	0.0013	0.0029	0.8139
1,2,4,8	0.0048	0.0104	0.8598

1,2,5,6	-0.0010	-0.0023	0.5219
1,2,5,7	0.0021	0.0046	0.8794
1,2,5,8	-0.0003	-0.0005	0.9328
1,2,6,7	-0.0041	-0.0088	0.4369
1,2,6,8	0.0029	0.0063	0.4040
1,2,7,8	-0.0015	-0.0032	0.8698
1,3,4,5	0.0007	0.0016	0.8747
1,3,4,6	-0.0019	-0.0042	0.4369
1,3,4,7	-0.0007	-0.0015	0.8003
1,3,4,8	0.0013	0.0027	0.8846
1,3,5,6	0.0038	0.0082	0.5098
1,3,5,7	-0.0002	-0.0004	0.8813
1,3,5,8	-0.0009	-0.0019	0.9222
1,3,6,7	-0.0079	-0.0170	0.4337
1,3,6,8	0.0009	0.0020	0.3946
1,3,7,8	-0.0004	-0.0008	0.8359
1,4,5,6	0.0034	0.0072	0.4471
1,4,5,7	-0.0025	-0.0053	0.8292
1,4,5,8	0.0016	0.0035	0.8980
1,4,6,7	-0.0009	-0.0019	0.3757
1,4,6,8	-0.0066	-0.0143	0.3375
1,4,7,8	-0.0007	-0.0014	0.7975
1,5,6,7	-0.0002	-0.0004	0.4361
1,5,6,8	-0.0025	-0.0053	0.4065
1,5,7,8	0.0007	0.0016	0.8754
1,6,7,8	-0.0005	-0.0012	0.3049

2,3,4,5	0.0001	0.0002	0.8376
2,3,4,6	0.0010	0.0022	0.4166
2,3,4,7	0.0034	0.0074	0.7934
2,3,4,8	0.0023	0.0049	0.8357
2,3,5,6	0.0020	0.0043	0.4897
2,3,5,7	-0.0034	-0.0073	0.8613
2,3,5,8	-0.0012	-0.0027	0.9128
2,3,6,7	-0.0003	-0.0007	0.4163
2,3,6,8	-0.0016	-0.0034	0.3803
2,3,7,8	-0.0002	-0.0004	0.8607
2,4,5,6	0.0082	0.0177	0.4292
2,4,5,7	-0.0026	-0.0056	0.8008
2,4,5,8	0.0033	0.0070	0.8743
2,4,6,7	0.0043	0.0094	0.3624
2,4,6,8	0.0070	0.0151	0.3379
2,4,7,8	-0.0018	-0.0038	0.8028
2,5,6,7	0.0055	0.0119	0.4256
2,5,6,8	0.0066	0.0142	0.3948
2,5,7,8	0.0004	0.0009	0.8628
2,6,7,8	0.0051	0.0109	0.2920
3,4,5,6	-0.0051	-0.0111	0.4058
3,4,5,7	0.0046	0.0099	0.8063
3,4,5,8	0.0030	0.0064	0.8664
3,4,6,7	0.0005	0.0011	0.3445
3,4,6,8	0.0202	0.0434	0.3152
3,4,7,8	-0.0038	-0.0082	0.7785

3,5,6,7	-0.0166	-0.0358	0.4120
3,5,6,8	-0.0067	-0.0145	0.3931
3,5,7,8	-0.0023	-0.0049	0.8622
3,6,7,8	0.0077	0.0166	0.2866
4,5,6,7	0.0043	0.0093	0.3636
4,5,6,8	-0.0057	-0.0123	0.3402
4,5,7,8	-0.0027	-0.0058	0.8335
4,6,7,8	0.0194	0.0418	0.2235
5,6,7,8	-0.0012	-0.0025	0.2921
1,2,3,4,5	0.0002	0.0005	0.8402
1,2,3,4,6	0.0048	0.0102	0.4001
1,2,3,4,7	-0.0030	-0.0064	0.7761
1,2,3,4,8	-0.0072	-0.0154	0.8228
1,2,3,5,6	-0.0106	-0.0228	0.4770
1,2,3,5,7	0.0080	0.0172	0.8467
1,2,3,5,8	0.0034	0.0073	0.9227
1,2,3,6,7	0.0141	0.0303	0.4023
1,2,3,6,8	-0.0031	-0.0066	0.3642
1,2,3,7,8	0.0046	0.0099	0.8061
1,2,4,5,6	-0.0019	-0.0040	0.4183
1,2,4,5,7	-0.0006	-0.0013	0.7957
1,2,4,5,8	-0.0122	-0.0263	0.8594
1,2,4,6,7	0.0068	0.0146	0.3487
1,2,4,6,8	0.0006	0.0013	0.3111
1,2,4,7,8	-0.0014	-0.0030	0.7907
1,2,5,6,7	-0.0120	-0.0258	0.4111

1,2,5,6,8	-0.0058	-0.0125	0.3758
1,2,5,7,8	0.0009	0.0020	0.8435
1,2,6,7,8	-0.0096	-0.0206	0.2778
1,3,4,5,6	-0.0028	-0.0060	0.3976
1,3,4,5,7	-0.0008	-0.0018	0.7878
1,3,4,5,8	-0.0038	-0.0081	0.8540
1,3,4,6,7	0.0162	0.0348	0.3341
1,3,4,6,8	-0.0091	-0.0195	0.2893
1,3,4,7,8	0.0044	0.0096	0.7571
1,3,5,6,7	0.0234	0.0504	0.4010
1,3,5,6,8	0.0060	0.0128	0.3739
1,3,5,7,8	0.0022	0.0047	0.8516
1,3,6,7,8	-0.0102	-0.0219	0.2686
1,4,5,6,7	-0.0027	-0.0058	0.3312
1,4,5,6,8	0.0143	0.0308	0.2987
1,4,5,7,8	0.0047	0.0100	0.7704
1,4,6,7,8	-0.0121	-0.0261	0.2049
1,5,6,7,8	0.0176	0.0379	0.2641
2,3,4,5,6	-0.0090	-0.0193	0.3807
2,3,4,5,7	-0.0012	-0.0026	0.7680
2,3,4,5,8	-0.0059	-0.0127	0.8353
2,3,4,6,7	-0.0126	-0.0272	0.3198
2,3,4,6,8	-0.0260	-0.0560	0.2783
2,3,4,7,8	-0.0001	-0.0002	0.7489
2,3,5,6,7	0.0157	0.0339	0.3900
2,3,5,6,8	-0.0013	-0.0028	0.3563

2,3,5,7,8	0.0067	0.0145	0.8213
2,3,6,7,8	-0.0067	-0.0143	0.2518
2,4,5,6,7	-0.0197	-0.0425	0.3237
2,4,5,6,8	-0.0180	-0.0387	0.2889
2,4,5,7,8	0.0082	0.0176	0.7742
2,4,6,7,8	-0.0321	-0.0691	0.1939
2,5,6,7,8	-0.0170	-0.0365	0.2578
3,4,5,6,7	0.0145	0.0312	0.3001
3,4,5,6,8	0.0012	0.0025	0.2643
3,4,5,7,8	0.0037	0.0080	0.7452
3,4,6,7,8	-0.0355	-0.0765	0.1754
3,5,6,7,8	0.0220	0.0475	0.2496
4,5,6,7,8	-0.0089	-0.0192	0.1673
1,2,3,4,5,6	0.0135	0.0291	0.3637
1,2,3,4,5,7	-0.0039	-0.0083	0.7555
1,2,3,4,5,8	0.0138	0.0296	0.8098
1,2,3,4,6,7	-0.0112	-0.0241	0.2940
1,2,3,4,6,8	0.0132	0.0284	0.2528
1,2,3,4,7,8	0.0025	0.0053	0.7376
1,2,3,5,6,7	-0.0156	-0.0337	0.3697
1,2,3,5,6,8	0.0035	0.0076	0.3357
1,2,3,5,7,8	-0.0202	-0.0435	0.8152
1,2,3,6,7,8	0.0074	0.0158	0.2385
1,2,4,5,6,7	0.0311	0.0669	0.2986
1,2,4,5,6,8	0.0111	0.0239	0.2560
1,2,4,5,7,8	0.0002	0.0005	0.7366

1,2,4,6,7,8	0.0303	0.0653	0.1700
1,2,5,6,7,8	0.0162	0.0349	0.2335
1,3,4,5,6,7	-0.0193	-0.0415	0.2746
1,3,4,5,6,8	-0.0070	-0.0150	0.2405
1,3,4,5,7,8	-0.0050	-0.0108	0.7344
1,3,4,6,7,8	0.0188	0.0405	0.1532
1,3,5,6,7,8	-0.0337	-0.0725	0.2249
1,4,5,6,7,8	-0.0026	-0.0057	0.1326
2,3,4,5,6,7	0.0020	0.0043	0.2636
2,3,4,5,6,8	0.0370	0.0797	0.2181
2,3,4,5,7,8	-0.0049	-0.0105	0.7272
2,3,4,6,7,8	0.0645	0.1390	0.1342
2,3,5,6,7,8	0.0069	0.0149	0.2091
2,4,5,6,7,8	0.0546	0.1177	0.1194
3,4,5,6,7,8	-0.0137	-0.0294	0.1026
1,2,3,4,5,6,7	-0.0101	-0.0217	0.2350
1,2,3,4,5,6,8	-0.0312	-0.0671	0.1898
1,2,3,4,5,7,8	0.0088	0.0190	0.6756
1,2,3,4,6,7,8	-0.0439	-0.0946	0.1052
1,2,3,5,6,7,8	0.0172	0.0370	0.1854
1,2,4,5,6,7,8	-0.0624	-0.1343	0.0852
1,3,4,5,6,7,8	0.0333	0.0717	0.0652
2,3,4,5,6,7,8	-0.0510	-0.1098	0.0429
1,2,3,4,5,6,7,8	0.0385	0.0828	0.0000

Comprobación

Comprobación

resx_m\$vcx_vxixj + resx_m\$secs_vxixj

[1] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[8] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[15] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[22] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[29] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[36] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[43] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[50] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[57] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[64] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[71] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[78] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[85] 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006 0.4644006
[92] 0.4644006 0.4654158 0.4621916 0.4690153 0.4647507 0.4653862 0.4666985
[99] 0.4559280 0.4670297 0.4609790 0.4655391 0.4671664 0.4581346 0.4591150
[106] 0.4676069 0.4710083 0.4678171 0.4637003 0.4616024 0.4713557 0.4691492
[113] 0.4683506 0.4545968 0.4583364 0.4645595 0.4577762 0.4673303 0.4635337
[120] 0.4688173 0.4623896 0.4558575 0.4592505 0.4621001 0.4603392 0.4657911
[127] 0.4643670 0.4567636 0.4635495 0.4686813 0.4564449 0.4639830 0.4615358
[134] 0.4564270 0.4629374 0.4608114 0.4753122 0.4697363 0.4555208 0.4655523
[141] 0.4663912 0.4748260 0.4659771 0.4677349 0.4690863 0.4649714 0.4682860
[148] 0.4528656 0.4692226 0.4651799 0.4613599 0.4835979 0.4551896 0.4441923
[155] 0.4588748 0.4640304 0.4722923 0.4709458 0.4657797 0.4733889 0.4810637
[162] 0.4632125 0.4697276 0.4630650 0.4639803 0.4587407 0.4624522 0.4692178
[169] 0.4714695 0.4682330 0.4681291 0.4582455 0.4672291 0.4649584 0.4647719
[176] 0.4624856 0.4647287 0.4720403 0.4536195 0.4626421 0.4665318 0.4575920
[183] 0.4612913 0.4663137 0.4683051 0.4697282 0.4659635 0.4583657 0.4658018
[190] 0.4663621 0.4690804 0.4545748 0.4617136 0.4667673 0.4574631 0.4610525
[197] 0.4743645 0.4598770 0.4636965 0.4666884 0.4604046 0.4654606 0.4609787
[204] 0.4670844 0.4614981 0.4623344 0.4663393 0.4624242 0.4650342 0.4687610
[211] 0.4642911 0.4618282 0.4616615 0.4662586 0.4567798 0.4690804 0.4660202
[218] 0.4623785 0.4670552 0.4668978 0.4684942 0.4636761 0.4605133 0.4668254
[225] 0.4671605 0.4624849 0.4637937 0.4643902 0.4722245 0.4622670 0.4612592
[232] 0.4637340 0.4632063 0.4668728 0.4636457 0.4628639 0.4596830 0.4622977
[239] 0.4679853 0.4547256 0.4676814 0.4693541 0.4728623 0.4800681 0.4685471
[246] 0.4502824 0.4615096 0.4597895 0.4563925 0.4622639 0.4756544 0.4641144
[253] 0.4629240 0.4698354 0.4644006

Influencia "Sobol" de cada variable trabajando con las unidades eficientes que han sido referenciadas como peers en más de ocasiones

Procedimiento Completo

```
## -----  
source("influenciaTODO_solofunciones.R")  
## -----  
recalcula_influencia=TRUE  
if (recalcula_influencia) {  
  ficheroRData = "Diego_07_2013crs.RData"  
  load(ficheroRData)  
  resDEA = resDEA2013crs  
  orientacion = 2 ## output=2  
  
  #filas_efi = which(resDEA$eficiencias==1)  
  filas_efi = which(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers>2)  
  
  (idsUds = names(filas_efi))  
  pesos.inputs = resDEA$pesos.inputs[filas_efi,]  
  pesos.outputs = resDEA$pesos.outputs[filas_efi,]  
  datos.inputs = resDEA$datos.inputs[filas_efi,]  
  datos.outputs = resDEA$datos.outputs[filas_efi,]  
  nvar_input = dim(datos.inputs)[2]  
  orientacion = ifelse(orientacion==2,"output","input")  
  
  (resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi])  
  v_Rangos_Ref = rank(-resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi,])  
  #### OBJETOS NECESARIOS PARA REALIZAR EL PROCESO:  
  # m_pesos  
  # m_valores  
  # nvar_input  
  # orientacion = "output" (input o output)  
  # v_Rangos_Ref  
  m_pesos = cbind(pesos.inputs,pesos.outputs)  
  m_valores = cbind(as.matrix(datos.inputs),as.matrix(datos.outputs))  
  
  # print("Inicio res2")  
  # Sys.time()  
  res2 =  
  func_Calculo_IndSintetico_Todos_General(m_pesos,m_valores,usoDEA=TRUE,nvar_i
```

```

nput,orientacion)
# print("Fin res2")
# Sys.time()

#####
### Cálculo de los Rangos Medios respecto a los Rangos de Referencia
#####
##(orden con las eficientes, ordenadas por número de peers)
## puede probarse con otros órdenes: el uds.rangos que no desempata en las eficientes

m_RangosSinteticos = res2$RangosSinteticos

# print("Inicio res3")
# Sys.time()
res3 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1)

## Cálculo de Influencia (rangos medios media.dif.valoresabsoluto)

print("Inicio resx")
Sys.time()
resx = func_Calcula_Sijk_STi_General(res3,res2$l_VarRepeticion)
Sys.time()
print("Final resx")

ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas_Totalscomrapido.RData"
save(res2,res3,resx,file=ficheroRData)
}

```

Tiempo de cálculo

```

[1] "Inicio resx"
1 de 255
2015-09-17 18:50:56
2 de 255
2015-09-17 18:50:56
...
...

```

```
253 de 255
2015-09-17 20:10:20
254 de 255
2015-09-17 20:15:12
2015-09-17 20:15:18
```

```
fecha_ini = strptime("2015-09-17 18:50:56", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")
fecha_fin = strptime("2015-09-17 20:15:23", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")
# Time difference of 5067 secs
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")
# Time difference of 1.4075 hours
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")
# Time difference of 0.05864583 days
```

Resultados

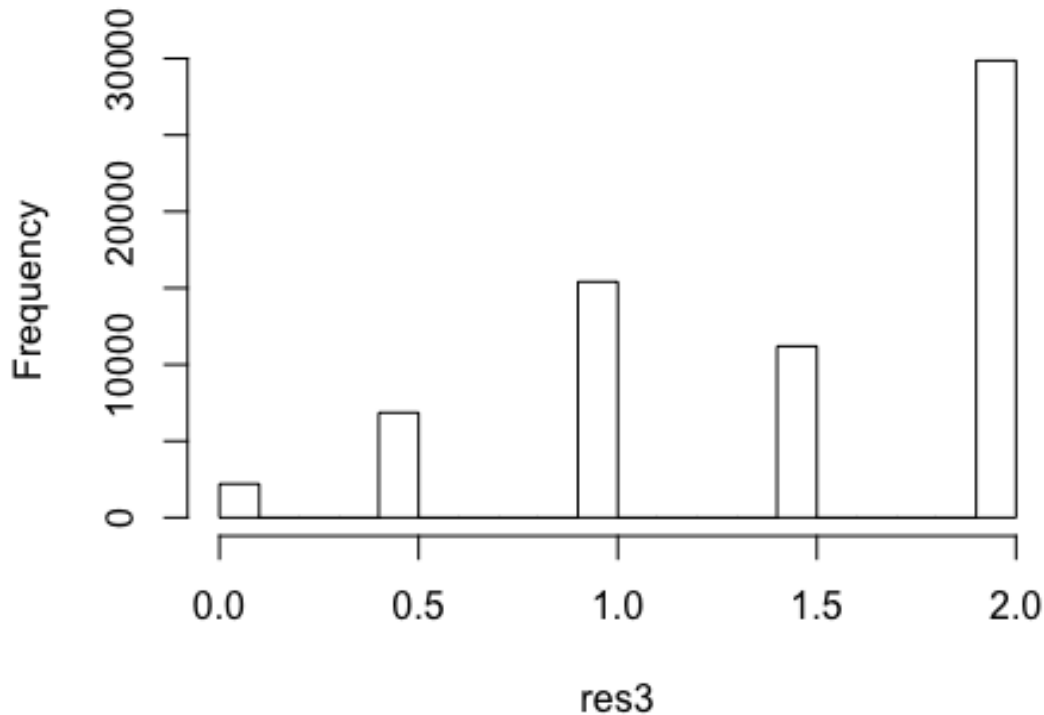
```
ficheroRData = "Pasos/Diego_07_influencia_salidas_Totalscomprapido.RData"
load(ficheroRData)
```

```
summary(res3)
```

```
##   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.   Max.
## 0.000  1.000  1.500  1.455  2.000  2.000
```

```
hist(res3)
```

Histogram of res3



resx

```
## $vcs_vxixj
```

```
## [1] 4.490644e-02 7.410691e-05 1.331172e-03 7.201263e-04 9.134116e-02  
## [6] 5.528339e-02 6.243099e-04 2.872534e-02 4.500540e-02 4.626724e-02  
## [11] 4.581531e-02 1.501970e-01 1.026496e-01 4.572732e-02 7.458469e-02  
## [16] 1.412397e-03 8.402280e-04 9.144277e-02 5.543996e-02 7.005538e-04  
## [21] 2.883339e-02 2.566589e-03 9.391320e-02 6.423766e-02 1.974363e-03  
## [26] 3.125190e-02 9.823703e-02 5.866376e-02 1.481915e-03 3.065290e-02  
## [31] 1.557364e-01 9.257489e-02 1.234066e-01 5.714732e-02 1.086573e-01  
## [36] 2.977783e-02 4.637532e-02 4.597981e-02 1.503377e-01 1.028635e-01  
## [41] 4.583594e-02 7.474945e-02 4.771643e-02 1.531919e-01 1.123186e-01  
## [46] 4.711898e-02 7.721770e-02 1.597423e-01 1.064608e-01 4.684522e-02  
## [51] 7.709140e-02 2.204923e-01 1.517099e-01 1.867657e-01 1.047983e-01  
## [56] 1.576222e-01 7.599029e-02 2.709345e-03 9.402754e-02 6.441295e-02  
## [61] 2.059721e-03 3.137615e-02 9.843483e-02 5.889949e-02 1.612858e-03  
## [66] 3.085380e-02 1.559568e-01 9.268478e-02 1.235665e-01 5.730821e-02  
## [71] 1.088734e-01 2.989286e-02 1.020492e-01 6.829100e-02 3.381022e-03  
## [76] 3.386930e-02 1.687659e-01 9.520727e-02 1.275552e-01 6.613859e-02  
## [81] 1.200823e-01 3.233687e-02 1.669383e-01 9.992057e-02 1.323999e-01
```


[86] 6.072734e-02 1.141772e-01 3.218673e-02 1.585505e-01 2.162509e-01
[91] 1.264535e-01 1.119739e-01 4.791124e-02 1.533502e-01 1.125577e-01
[96] 4.724358e-02 7.741113e-02 1.600307e-01 1.068002e-01 4.703431e-02
[101] 7.739581e-02 2.208027e-01 1.518757e-01 1.870323e-01 1.050311e-01
[106] 1.579702e-01 7.618044e-02 1.644451e-01 1.169071e-01 4.883219e-02
[111] 8.051775e-02 2.350570e-01 1.548295e-01 1.915179e-01 1.145291e-01
[116] 1.699412e-01 7.872374e-02 2.352800e-01 1.619460e-01 1.991569e-01
[121] 1.089414e-01 1.642747e-01 7.914553e-02 2.237575e-01 2.896728e-01
[126] 1.903916e-01 1.616125e-01 1.022918e-01 6.857036e-02 3.542674e-03
[131] 3.411554e-02 1.690241e-01 9.533418e-02 1.277504e-01 6.632136e-02
[136] 1.203399e-01 3.247316e-02 1.673257e-01 1.001525e-01 1.327659e-01
[141] 6.099440e-02 1.145683e-01 3.241704e-02 1.587950e-01 2.165806e-01
[146] 1.266497e-01 1.122255e-01 1.815707e-01 1.038884e-01 1.381770e-01
[151] 7.053865e-02 1.266940e-01 3.559427e-02 1.716825e-01 2.326658e-01
[156] 1.307491e-01 1.235582e-01 1.704771e-01 2.315005e-01 1.367786e-01
[161] 1.184000e-01 2.229918e-01 1.647999e-01 1.173103e-01 4.906854e-02
[166] 8.089623e-02 2.354275e-01 1.550259e-01 1.918468e-01 1.147990e-01
[171] 1.703639e-01 7.895693e-02 2.358972e-01 1.623076e-01 1.997541e-01
[176] 1.093485e-01 1.649167e-01 7.953116e-02 2.241438e-01 2.902585e-01
[181] 1.907487e-01 1.620395e-01 2.523148e-01 1.669662e-01 2.063350e-01
[186] 1.196893e-01 1.779424e-01 8.289477e-02 2.385463e-01 3.080387e-01
[191] 1.954777e-01 1.742854e-01 2.397307e-01 3.101298e-01 2.046754e-01
[196] 1.695426e-01 2.977502e-01 1.820540e-01 1.041846e-01 1.386488e-01
[201] 7.086453e-02 1.271877e-01 3.589377e-02 1.719772e-01 2.330911e-01
[206] 1.310032e-01 1.238664e-01 1.709646e-01 2.322277e-01 1.372633e-01
[211] 1.189038e-01 2.234538e-01 1.856047e-01 2.505098e-01 1.430287e-01
[216] 1.315549e-01 2.398618e-01 2.409911e-01 2.530949e-01 1.674354e-01
[221] 2.071135e-01 1.201937e-01 1.787660e-01 8.340481e-02 2.390278e-01
[226] 3.088067e-01 1.959455e-01 1.748245e-01 2.405789e-01 3.114798e-01
[231] 2.055533e-01 1.704319e-01 2.986338e-01 2.576988e-01 3.327010e-01
[236] 2.127841e-01 1.842592e-01 3.170469e-01 3.222959e-01 1.862347e-01
[241] 2.514875e-01 1.437075e-01 1.322181e-01 2.404764e-01 2.421053e-01
[246] 2.615817e-01 2.588158e-01 3.345375e-01 2.140198e-01 1.854573e-01
[251] 3.182469e-01 3.245392e-01 3.478356e-01 2.631531e-01 3.510409e-01
##

\$secs_vxixj

[1] 0.306134432 0.350966760 0.349709695 0.350320741 0.259699705
[6] 0.295757473 0.350416557 0.322315531 0.306035466 0.304773622
[11] 0.305225554 0.200843903 0.248391236 0.305313551 0.276456173
[16] 0.349628470 0.350200639 0.259598101 0.295600907 0.350340313
[21] 0.322207472 0.348474278 0.257127670 0.286803209 0.349066504
[26] 0.319788967 0.252803835 0.292377110 0.349558952 0.320387966
[31] 0.195304451 0.258465978 0.227634306 0.293893543 0.242383526
[36] 0.321263035 0.304665547 0.305061053 0.200703155 0.248177383

[41] 0.305204924 0.276291419 0.303324435 0.197848957 0.238722261
[46] 0.303921890 0.273823168 0.191298585 0.244580109 0.304195646
[51] 0.273949470 0.130548615 0.199330989 0.164275195 0.246242587
[56] 0.193418700 0.275050577 0.348331522 0.257013332 0.286627915
[61] 0.348981146 0.319664713 0.252606038 0.292141382 0.349428009
[66] 0.320187066 0.195084091 0.258356091 0.227474388 0.293732662
[71] 0.242167491 0.321148004 0.248991664 0.282749865 0.347659845
[76] 0.317171570 0.182274986 0.255833600 0.223485630 0.284902278
[81] 0.230958547 0.318703998 0.184102584 0.251120295 0.218640987
[86] 0.290313523 0.236863691 0.318854135 0.192490388 0.134789992
[91] 0.224587325 0.239066940 0.303129628 0.197690710 0.238483176
[96] 0.303797290 0.273629740 0.191010162 0.244240627 0.304006562
[101] 0.273645058 0.130238190 0.199165151 0.164008573 0.246009812
[106] 0.193070635 0.274860427 0.186595723 0.234133765 0.302208677
[111] 0.270523116 0.115983829 0.196211323 0.159522936 0.236511722
[116] 0.181099638 0.272317126 0.115760848 0.189094856 0.151884004
[121] 0.242099479 0.186766192 0.271895334 0.127283379 0.061368033
[126] 0.160649225 0.189428344 0.248749033 0.282470509 0.347498193
[131] 0.316925332 0.182016805 0.255706683 0.223290488 0.284719512
[136] 0.230700925 0.318567708 0.183715180 0.250888392 0.218274966
[141] 0.290046468 0.236472562 0.318623826 0.192245826 0.134460256
[146] 0.224391177 0.238815382 0.169470206 0.247152492 0.212863877
[151] 0.280502215 0.224346861 0.315446600 0.179358348 0.118375018
[156] 0.220291778 0.227482691 0.180563733 0.119540349 0.214262292
[161] 0.232640877 0.128049031 0.186240971 0.233730614 0.301972330
[166] 0.270144641 0.115613401 0.196014941 0.159194052 0.236241877
[171] 0.180676997 0.272083938 0.115143716 0.188733280 0.151286781
[176] 0.241692364 0.186124146 0.271509707 0.126897037 0.060782373
[181] 0.160292208 0.189001381 0.098726094 0.184074700 0.144705832
[186] 0.231351554 0.173098505 0.268146098 0.112494528 0.043002188
[191] 0.155563176 0.176755488 0.111310184 0.040911019 0.146365464
[196] 0.181498230 0.053290665 0.168986857 0.246856272 0.212392032
[201] 0.280176342 0.223853171 0.315147102 0.179063618 0.117949784
[206] 0.220037639 0.227174461 0.180076301 0.118813217 0.213777602
[211] 0.232137024 0.127587020 0.165436208 0.100531042 0.208012164
[216] 0.219485939 0.111179054 0.110049784 0.097945929 0.183605433
[221] 0.143927336 0.230847120 0.172274828 0.267636061 0.112013102
[226] 0.042234182 0.155095339 0.176216364 0.110461950 0.039561033
[231] 0.145487547 0.180608988 0.052407026 0.093342066 0.018339872
[236] 0.138256788 0.166781664 0.033993959 0.028744936 0.164806128
[241] 0.099553347 0.207333326 0.218822718 0.110564470 0.108935595
[246] 0.089459181 0.092225075 0.016503334 0.137021065 0.165583611
[251] 0.032793999 0.026501656 0.003205299 0.087887764 0.000000000
##

```

## $_todascombinaciones[[8]]
## [1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
## [1,] 1 2 3 4 5 6 7 8
##
## $_todascombinaciones$cuantos
## [1] 8 28 56 70 56 28 8 1
##
## $_todascombinaciones$indices
## [1] 8 36 92 162 218 246 254 255
##
##
## $Vijk
## [1] 4.490644e-02 7.410691e-05 1.331172e-03 7.201263e-04 9.134116e-02
## [6] 5.528339e-02 6.243099e-04 2.872534e-02 2.485939e-05 2.963754e-05
## [11] 1.887517e-04 1.394937e-02 2.459801e-03 1.965711e-04 9.529228e-04
## [16] 7.118157e-06 4.599482e-05 2.749643e-05 8.245889e-05 2.136978e-06
## [21] 3.395142e-05 5.152906e-04 1.240863e-03 7.623091e-03 1.888076e-05
## [26] 1.195391e-03 6.175743e-03 2.660237e-03 1.374786e-04 1.207438e-03
## [31] 9.111860e-03 6.094166e-04 3.340062e-03 1.239620e-03 2.464861e-02
## [36] 4.281859e-04 1.990877e-06 1.953932e-05 1.428527e-05 3.242790e-05
## [41] 7.523398e-06 3.183604e-05 2.501876e-05 3.932735e-04 6.850741e-04
## [46] 1.197093e-05 7.680355e-05 2.460696e-03 2.420127e-04 7.154810e-05
## [51] 3.903859e-04 3.440233e-03 8.261640e-05 3.550386e-03 8.814892e-05
## [56] 6.456661e-04 1.565290e-04 1.553603e-05 5.616050e-06 1.161051e-05
## [61] 1.996465e-06 9.077776e-06 5.019893e-05 3.316737e-05 8.704315e-06
## [66] 4.684710e-05 3.629707e-05 6.147369e-06 2.436357e-05 2.178538e-06
## [71] 2.551702e-05 4.835136e-06 7.248448e-04 1.576903e-04 3.376388e-05
## [76] 1.745421e-04 2.834338e-03 4.146266e-05 3.812496e-04 1.812045e-05
## [81] 1.275324e-03 1.359283e-05 1.645760e-03 3.123346e-04 8.900111e-04
## [86] 6.217806e-05 9.320329e-04 3.438570e-04 3.407166e-04 3.800449e-03
## [91] 1.385069e-03 1.024470e-03 5.661102e-06 2.773537e-06 4.512782e-06
## [96] 4.867616e-06 1.048768e-05 3.194209e-05 2.692739e-05 6.219430e-06
## [101] 2.727710e-05 1.849286e-05 9.283016e-06 3.572373e-05 7.082766e-06
## [106] 4.290749e-05 1.090072e-05 4.427620e-04 7.936877e-05 2.123468e-05
## [111] 7.849844e-05 4.273365e-04 5.240558e-05 1.038691e-04 1.291704e-05
## [116] 1.025685e-04 5.600142e-05 6.944393e-04 1.694537e-04 3.580377e-04
## [121] 6.077538e-05 3.115233e-04 9.565667e-05 8.383632e-05 3.517148e-03
## [126] 1.432729e-04 2.325210e-04 1.656456e-05 9.363110e-06 6.057846e-06
## [131] 1.360575e-05 1.347723e-05 2.298562e-06 1.341157e-05 1.160020e-06
## [136] 1.378177e-05 3.066903e-06 3.768370e-05 1.711730e-05 6.306177e-05
## [141] 1.830707e-05 4.908588e-05 1.373194e-05 1.373939e-05 2.554531e-05
## [146] 2.310990e-05 2.637279e-05 2.050875e-04 6.152509e-05 2.137558e-04
## [151] 1.132987e-04 2.443288e-04 1.249007e-04 2.411107e-05 5.335450e-04
## [156] 7.293426e-05 1.086761e-04 2.127966e-04 1.018294e-03 5.380437e-04

```

[161] 3.627143e-04 1.089173e-03 1.106848e-05 7.876370e-06 4.034664e-06
[166] 1.058512e-05 1.290411e-05 3.882393e-06 1.178513e-05 3.813941e-06
[171] 1.599704e-05 4.432804e-06 6.125326e-05 1.602172e-05 4.573975e-05
[176] 1.548015e-05 4.514231e-05 2.716313e-05 2.782623e-05 5.539105e-05
[181] 2.645765e-05 1.786760e-05 3.199053e-04 7.605058e-05 2.512002e-04
[186] 7.139443e-05 7.388805e-05 4.253694e-05 4.419655e-05 1.323085e-04
[191] 6.654131e-05 1.136350e-04 1.588633e-04 5.615239e-04 2.241979e-04
[196] 1.433987e-04 3.529114e-04 1.665921e-05 9.129464e-06 2.489443e-05
[201] 5.976472e-06 2.246787e-05 1.273089e-05 6.891496e-06 2.140476e-05
[206] 1.540611e-05 8.861243e-06 3.169681e-05 7.135578e-05 4.288618e-05
[211] 3.645680e-05 5.375379e-05 1.839843e-04 3.587931e-04 1.059586e-04
[216] 2.068753e-04 1.572251e-04 7.802003e-04 2.030149e-05 9.094889e-06
[221] 2.109638e-05 5.743525e-06 2.195832e-05 1.316011e-05 1.017057e-05
[226] 2.639653e-05 1.260830e-05 9.385461e-06 4.163763e-05 1.091087e-04
[231] 5.845499e-05 4.223461e-05 5.876325e-05 1.480473e-04 3.403267e-04
[236] 1.307428e-04 8.107867e-05 1.181895e-04 4.152177e-04 1.319364e-05
[241] 3.597426e-05 3.763667e-05 1.695711e-05 1.739437e-05 8.588337e-05
[246] 2.959865e-04 1.741218e-05 5.059474e-05 3.613037e-05 2.493634e-05
[251] 2.774008e-05 1.333209e-04 3.402510e-04 4.790694e-05 8.138880e-05

\$V_de_Y
[1] 0.3510409

\$\$ijk
[1] 1.279237e-01 2.111062e-04 3.792072e-03 2.051403e-03 2.602009e-01
[6] 1.574842e-01 1.778454e-03 8.182904e-02 7.081622e-05 8.442760e-05
[11] 5.376914e-04 3.973716e-02 7.007165e-03 5.599663e-04 2.714564e-03
[16] 2.027729e-05 1.310241e-04 7.832828e-05 2.348983e-04 6.087547e-06
[21] 9.671644e-05 1.467893e-03 3.534811e-03 2.171568e-02 5.378508e-05
[26] 3.405277e-03 1.759266e-02 7.578140e-03 3.916314e-04 3.439595e-03
[31] 2.595669e-02 1.736027e-03 9.514739e-03 3.531269e-03 7.021579e-02
[36] 1.219761e-03 5.671353e-06 5.566110e-05 4.069403e-05 9.237641e-05
[41] 2.143169e-05 9.069041e-05 7.127022e-05 1.120307e-03 1.951551e-03
[46] 3.410124e-05 2.187881e-04 7.009715e-03 6.894147e-04 2.038170e-04
[51] 1.112081e-03 9.800092e-03 2.353470e-04 1.011388e-02 2.511073e-04
[56] 1.839290e-03 4.458995e-04 4.425705e-05 1.599828e-05 3.307452e-05
[61] 5.687271e-06 2.585960e-05 1.430002e-04 9.448292e-05 2.479573e-05
[66] 1.334520e-04 1.033984e-04 1.751183e-05 6.940381e-05 6.205939e-06
[71] 7.268959e-05 1.377371e-05 2.064845e-03 4.492079e-04 9.618218e-05
[76] 4.972131e-04 8.074097e-03 1.181135e-04 1.086055e-03 5.161921e-05
[81] 3.632977e-03 3.872150e-05 4.688230e-03 8.897385e-04 2.535349e-03
[86] 1.771249e-04 2.655055e-03 9.795356e-04 9.705896e-04 1.082623e-02
[91] 3.945605e-03 2.918379e-03 1.612662e-05 7.900894e-06 1.285543e-05
[96] 1.386624e-05 2.987596e-05 9.099252e-05 7.670727e-05 1.771711e-05

[101] 7.770349e-05 5.268009e-05 2.644426e-05 1.017652e-04 2.017647e-05
[106] 1.222293e-04 3.105258e-05 1.261283e-03 2.260955e-04 6.049062e-05
[111] 2.236163e-04 1.217341e-03 1.492863e-04 2.958888e-04 3.679639e-05
[116] 2.921839e-04 1.595296e-04 1.978229e-03 4.827180e-04 1.019932e-03
[121] 1.731291e-04 8.874274e-04 2.724944e-04 2.388221e-04 1.001920e-02
[126] 4.081373e-04 6.623760e-04 4.718699e-05 2.667242e-05 1.725681e-05
[131] 3.875831e-05 3.839219e-05 6.547848e-06 3.820515e-05 3.304517e-06
[136] 3.925973e-05 8.736599e-06 1.073485e-04 4.876156e-05 1.796423e-04
[141] 5.215081e-05 1.398295e-04 3.911779e-05 3.913902e-05 7.277017e-05
[146] 6.583250e-05 7.512739e-05 5.842269e-04 1.752648e-04 6.089200e-04
[151] 3.227508e-04 6.960124e-04 3.558009e-04 6.868451e-05 1.519894e-03
[156] 2.077657e-04 3.095824e-04 6.061874e-04 2.900785e-03 1.532710e-03
[161] 1.033254e-03 3.102697e-03 3.153045e-05 2.243719e-05 1.149343e-05
[166] 3.015353e-05 3.675958e-05 1.105966e-05 3.357196e-05 1.086466e-05
[171] 4.557030e-05 1.262760e-05 1.744904e-04 4.564060e-05 1.302975e-04
[176] 4.409787e-05 1.285956e-04 7.737882e-05 7.926778e-05 1.577909e-04
[181] 7.536915e-05 5.089891e-05 9.113050e-04 2.166431e-04 7.155868e-04
[186] 2.033793e-04 2.104828e-04 1.211737e-04 1.259014e-04 3.769035e-04
[191] 1.895543e-04 3.237088e-04 4.525494e-04 1.599597e-03 6.386662e-04
[196] 4.084958e-04 1.005328e-03 4.745660e-05 2.600684e-05 7.091604e-05
[201] 1.702500e-05 6.400356e-05 3.626612e-05 1.963161e-05 6.097513e-05
[206] 4.388695e-05 2.524277e-05 9.029378e-05 2.032692e-04 1.221686e-04
[211] 1.038534e-04 1.531269e-04 5.241109e-04 1.022084e-03 3.018412e-04
[216] 5.893198e-04 4.478827e-04 2.222534e-03 5.783228e-05 2.590835e-05
[221] 6.009664e-05 1.636141e-05 6.255202e-05 3.748883e-05 2.897260e-05
[226] 7.519505e-05 3.591691e-05 2.673609e-05 1.186119e-04 3.108148e-04
[231] 1.665190e-04 1.203125e-04 1.673972e-04 4.217380e-04 9.694790e-04
[236] 3.724434e-04 2.309665e-04 3.366832e-04 1.182819e-03 3.758434e-05
[241] 1.024788e-04 1.072145e-04 4.830524e-05 4.955084e-05 2.446535e-04
[246] 8.431682e-04 4.960158e-05 1.441278e-04 1.029235e-04 7.103542e-05
[251] 7.902238e-05 3.797873e-04 9.692631e-04 1.364711e-04 2.318499e-04
##

\$STijk

[1] 0.872076332 0.999788894 0.996207928 0.997948597 0.739799064
[6] 0.842515788 0.998221546 0.918170962 0.871794410 0.868199833
[11] 0.869487238 0.572138238 0.707584955 0.869737912 0.787532730
[16] 0.995976545 0.997606467 0.739509629 0.842069783 0.998004353
[21] 0.917863139 0.992688632 0.732472181 0.817008036 0.994375690
[26] 0.910973614 0.720154998 0.832886245 0.995778512 0.912679964
[31] 0.556358159 0.736284583 0.648455287 0.837206065 0.690470963
[36] 0.915172748 0.867891962 0.869018630 0.571737293 0.706975758
[41] 0.869428471 0.787063401 0.864071575 0.563606621 0.680041224
[46] 0.865773527 0.780032167 0.544946766 0.696728306 0.866553369
[51] 0.780391960 0.371890077 0.567828444 0.467966014 0.701464159

[56] 0.550986276 0.783528650 0.992281967 0.732146471 0.816508679
[61] 0.994132531 0.910619654 0.719591540 0.832214733 0.995405498
[66] 0.912107665 0.555730428 0.735971549 0.647999732 0.836747767
[71] 0.689855553 0.914845064 0.709295378 0.805461391 0.990368580
[76] 0.903517509 0.519241499 0.728785802 0.636637073 0.811592909
[81] 0.657924957 0.907882893 0.524447724 0.715359147 0.622836277
[86] 0.827007766 0.674746770 0.908310583 0.548341819 0.383972365
[91] 0.639775439 0.681023101 0.863516635 0.563155829 0.679360149
[96] 0.865418583 0.779481153 0.544125144 0.695761233 0.866014730
[101] 0.779524790 0.371005779 0.567356024 0.467206494 0.700801060
[106] 0.549994754 0.782986975 0.531549858 0.666970108 0.860893147
[111] 0.770631403 0.330399790 0.558941541 0.454428389 0.673744126
[116] 0.515893320 0.775741949 0.329764591 0.538669067 0.432667586
[121] 0.689661807 0.532035469 0.774540401 0.362588494 0.174817348
[126] 0.457636817 0.539619065 0.708604199 0.804665598 0.989908087
[131] 0.902816058 0.518506026 0.728424257 0.636081178 0.811072267
[136] 0.657191075 0.907494648 0.523344137 0.714698532 0.621793604
[141] 0.826247014 0.673632571 0.907654509 0.547645144 0.383033054
[146] 0.639216679 0.680306496 0.482764891 0.704056181 0.606379192
[151] 0.799058575 0.639090437 0.898603638 0.510932957 0.337211503
[156] 0.627538840 0.648023386 0.514366702 0.340531146 0.610362815
[161] 0.662717362 0.364769584 0.530539286 0.665821664 0.860219872
[166] 0.769553254 0.329344563 0.558382112 0.453491508 0.672975426
[171] 0.514689353 0.775077672 0.328006586 0.537639054 0.430966292
[176] 0.688502072 0.530206490 0.773441876 0.361487932 0.173148994
[181] 0.456619793 0.538402788 0.281238178 0.524368292 0.412219333
[186] 0.659044505 0.493100721 0.763860060 0.320459920 0.122499094
[191] 0.443148335 0.503518264 0.317086113 0.116542040 0.416947078
[196] 0.517028775 0.151807582 0.481387989 0.703212347 0.605035060
[201] 0.798130269 0.637684076 0.897750466 0.510093368 0.336000149
[206] 0.626814880 0.647145339 0.512978169 0.338459786 0.608982092
[211] 0.661282050 0.363453468 0.471273358 0.286379881 0.592558255
[216] 0.625243267 0.316712566 0.313495648 0.279015744 0.523031504
[221] 0.410001653 0.657607538 0.490754337 0.762407132 0.319088494
[226] 0.120311298 0.441815621 0.501982477 0.314669774 0.112696375
[231] 0.414446182 0.514495618 0.149290385 0.265900852 0.052244266
[236] 0.393848128 0.475106119 0.096837612 0.081884871 0.469478465
[241] 0.283594749 0.590624471 0.623353969 0.314961820 0.310321688
[246] 0.254839790 0.262718912 0.047012572 0.390327958 0.471693259
[251] 0.093419319 0.075494502 0.009130844 0.250363340 0.000000000
##

Comprobación

resx\$vecs_vxixj + resx\$secs_vxixj

```
## [1] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [8] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [15] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [22] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [29] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [36] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [43] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [50] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [57] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [64] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [71] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [78] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [85] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [92] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [99] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [106] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [113] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [120] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [127] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [134] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [141] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [148] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [155] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [162] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [169] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [176] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [183] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [190] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [197] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [204] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [211] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [218] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [225] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [232] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [239] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [246] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409
## [253] 0.3510409 0.3510409 0.3510409
```

Presentación

```
df_temp = data.frame(Indices = resx$combinaciones,  
                      Vijk = resx$Vijk,
```

```

Sijk = resx$Sijk,
STijk = resx$STijk,
print(knitr::kable(df_temp,digits=4))

```

Indices	Vijk	Sijk	STijk
1	0.0449	0.1279	0.8721
2	0.0001	0.0002	0.9998
3	0.0013	0.0038	0.9962
4	0.0007	0.0021	0.9979
5	0.0913	0.2602	0.7398
6	0.0553	0.1575	0.8425
7	0.0006	0.0018	0.9982
8	0.0287	0.0818	0.9182
1,2	0.0000	0.0001	0.8718
1,3	0.0000	0.0001	0.8682
1,4	0.0002	0.0005	0.8695
1,5	0.0139	0.0397	0.5721
1,6	0.0025	0.0070	0.7076
1,7	0.0002	0.0006	0.8697
1,8	0.0010	0.0027	0.7875
2,3	0.0000	0.0000	0.9960
2,4	0.0000	0.0001	0.9976
2,5	0.0000	0.0001	0.7395
2,6	0.0001	0.0002	0.8421
2,7	0.0000	0.0000	0.9980
2,8	0.0000	0.0001	0.9179
3,4	0.0005	0.0015	0.9927
3,5	0.0012	0.0035	0.7325

3,6	0.0076	0.0217	0.8170
3,7	0.0000	0.0001	0.9944
3,8	0.0012	0.0034	0.9110
4,5	0.0062	0.0176	0.7202
4,6	0.0027	0.0076	0.8329
4,7	0.0001	0.0004	0.9958
4,8	0.0012	0.0034	0.9127
5,6	0.0091	0.0260	0.5564
5,7	0.0006	0.0017	0.7363
5,8	0.0033	0.0095	0.6485
6,7	0.0012	0.0035	0.8372
6,8	0.0246	0.0702	0.6905
7,8	0.0004	0.0012	0.9152
1,2,3	0.0000	0.0000	0.8679
1,2,4	0.0000	0.0001	0.8690
1,2,5	0.0000	0.0000	0.5717
1,2,6	0.0000	0.0001	0.7070
1,2,7	0.0000	0.0000	0.8694
1,2,8	0.0000	0.0001	0.7871
1,3,4	0.0000	0.0001	0.8641
1,3,5	0.0004	0.0011	0.5636
1,3,6	0.0007	0.0020	0.6800
1,3,7	0.0000	0.0000	0.8658
1,3,8	0.0001	0.0002	0.7800
1,4,5	0.0025	0.0070	0.5449
1,4,6	0.0002	0.0007	0.6967

1,4,7	0.0001	0.0002	0.8666
1,4,8	0.0004	0.0011	0.7804
1,5,6	0.0034	0.0098	0.3719
1,5,7	0.0001	0.0002	0.5678
1,5,8	0.0036	0.0101	0.4680
1,6,7	0.0001	0.0003	0.7015
1,6,8	0.0006	0.0018	0.5510
1,7,8	0.0002	0.0004	0.7835
2,3,4	0.0000	0.0000	0.9923
2,3,5	0.0000	0.0000	0.7321
2,3,6	0.0000	0.0000	0.8165
2,3,7	0.0000	0.0000	0.9941
2,3,8	0.0000	0.0000	0.9106
2,4,5	0.0001	0.0001	0.7196
2,4,6	0.0000	0.0001	0.8322
2,4,7	0.0000	0.0000	0.9954
2,4,8	0.0000	0.0001	0.9121
2,5,6	0.0000	0.0001	0.5557
2,5,7	0.0000	0.0000	0.7360
2,5,8	0.0000	0.0001	0.6480
2,6,7	0.0000	0.0000	0.8367
2,6,8	0.0000	0.0001	0.6899
2,7,8	0.0000	0.0000	0.9148
3,4,5	0.0007	0.0021	0.7093
3,4,6	0.0002	0.0004	0.8055
3,4,7	0.0000	0.0001	0.9904

3,4,8	0.0002	0.0005	0.9035
3,5,6	0.0028	0.0081	0.5192
3,5,7	0.0000	0.0001	0.7288
3,5,8	0.0004	0.0011	0.6366
3,6,7	0.0000	0.0001	0.8116
3,6,8	0.0013	0.0036	0.6579
3,7,8	0.0000	0.0000	0.9079
4,5,6	0.0016	0.0047	0.5244
4,5,7	0.0003	0.0009	0.7154
4,5,8	0.0009	0.0025	0.6228
4,6,7	0.0001	0.0002	0.8270
4,6,8	0.0009	0.0027	0.6747
4,7,8	0.0003	0.0010	0.9083
5,6,7	0.0003	0.0010	0.5483
5,6,8	0.0038	0.0108	0.3840
5,7,8	0.0014	0.0039	0.6398
6,7,8	0.0010	0.0029	0.6810
1,2,3,4	0.0000	0.0000	0.8635
1,2,3,5	0.0000	0.0000	0.5632
1,2,3,6	0.0000	0.0000	0.6794
1,2,3,7	0.0000	0.0000	0.8654
1,2,3,8	0.0000	0.0000	0.7795
1,2,4,5	0.0000	0.0001	0.5441
1,2,4,6	0.0000	0.0001	0.6958
1,2,4,7	0.0000	0.0000	0.8660
1,2,4,8	0.0000	0.0001	0.7795

1,2,5,6	0.0000	0.0001	0.3710
1,2,5,7	0.0000	0.0000	0.5674
1,2,5,8	0.0000	0.0001	0.4672
1,2,6,7	0.0000	0.0000	0.7008
1,2,6,8	0.0000	0.0001	0.5500
1,2,7,8	0.0000	0.0000	0.7830
1,3,4,5	0.0004	0.0013	0.5315
1,3,4,6	0.0001	0.0002	0.6670
1,3,4,7	0.0000	0.0001	0.8609
1,3,4,8	0.0001	0.0002	0.7706
1,3,5,6	0.0004	0.0012	0.3304
1,3,5,7	0.0001	0.0001	0.5589
1,3,5,8	0.0001	0.0003	0.4544
1,3,6,7	0.0000	0.0000	0.6737
1,3,6,8	0.0001	0.0003	0.5159
1,3,7,8	0.0001	0.0002	0.7757
1,4,5,6	0.0007	0.0020	0.3298
1,4,5,7	0.0002	0.0005	0.5387
1,4,5,8	0.0004	0.0010	0.4327
1,4,6,7	0.0001	0.0002	0.6897
1,4,6,8	0.0003	0.0009	0.5320
1,4,7,8	0.0001	0.0003	0.7745
1,5,6,7	0.0001	0.0002	0.3626
1,5,6,8	0.0035	0.0100	0.1748
1,5,7,8	0.0001	0.0004	0.4576
1,6,7,8	0.0002	0.0007	0.5396

2,3,4,5	0.0000	0.0000	0.7086
2,3,4,6	0.0000	0.0000	0.8047
2,3,4,7	0.0000	0.0000	0.9899
2,3,4,8	0.0000	0.0000	0.9028
2,3,5,6	0.0000	0.0000	0.5185
2,3,5,7	0.0000	0.0000	0.7284
2,3,5,8	0.0000	0.0000	0.6361
2,3,6,7	0.0000	0.0000	0.8111
2,3,6,8	0.0000	0.0000	0.6572
2,3,7,8	0.0000	0.0000	0.9075
2,4,5,6	0.0000	0.0001	0.5233
2,4,5,7	0.0000	0.0000	0.7147
2,4,5,8	0.0001	0.0002	0.6218
2,4,6,7	0.0000	0.0001	0.8262
2,4,6,8	0.0000	0.0001	0.6736
2,4,7,8	0.0000	0.0000	0.9077
2,5,6,7	0.0000	0.0000	0.5476
2,5,6,8	0.0000	0.0001	0.3830
2,5,7,8	0.0000	0.0001	0.6392
2,6,7,8	0.0000	0.0001	0.6803
3,4,5,6	0.0002	0.0006	0.4828
3,4,5,7	0.0001	0.0002	0.7041
3,4,5,8	0.0002	0.0006	0.6064
3,4,6,7	0.0001	0.0003	0.7991
3,4,6,8	0.0002	0.0007	0.6391
3,4,7,8	0.0001	0.0004	0.8986

3,5,6,7	0.0000	0.0001	0.5109
3,5,6,8	0.0005	0.0015	0.3372
3,5,7,8	0.0001	0.0002	0.6275
3,6,7,8	0.0001	0.0003	0.6480
4,5,6,7	0.0002	0.0006	0.5144
4,5,6,8	0.0010	0.0029	0.3405
4,5,7,8	0.0005	0.0015	0.6104
4,6,7,8	0.0004	0.0010	0.6627
5,6,7,8	0.0011	0.0031	0.3648
1,2,3,4,5	0.0000	0.0000	0.5305
1,2,3,4,6	0.0000	0.0000	0.6658
1,2,3,4,7	0.0000	0.0000	0.8602
1,2,3,4,8	0.0000	0.0000	0.7696
1,2,3,5,6	0.0000	0.0000	0.3293
1,2,3,5,7	0.0000	0.0000	0.5584
1,2,3,5,8	0.0000	0.0000	0.4535
1,2,3,6,7	0.0000	0.0000	0.6730
1,2,3,6,8	0.0000	0.0000	0.5147
1,2,3,7,8	0.0000	0.0000	0.7751
1,2,4,5,6	0.0001	0.0002	0.3280
1,2,4,5,7	0.0000	0.0000	0.5376
1,2,4,5,8	0.0000	0.0001	0.4310
1,2,4,6,7	0.0000	0.0000	0.6885
1,2,4,6,8	0.0000	0.0001	0.5302
1,2,4,7,8	0.0000	0.0001	0.7734
1,2,5,6,7	0.0000	0.0001	0.3615

1,2,5,6,8	0.0001	0.0002	0.1731
1,2,5,7,8	0.0000	0.0001	0.4566
1,2,6,7,8	0.0000	0.0001	0.5384
1,3,4,5,6	0.0003	0.0009	0.2812
1,3,4,5,7	0.0001	0.0002	0.5244
1,3,4,5,8	0.0003	0.0007	0.4122
1,3,4,6,7	0.0001	0.0002	0.6590
1,3,4,6,8	0.0001	0.0002	0.4931
1,3,4,7,8	0.0000	0.0001	0.7639
1,3,5,6,7	0.0000	0.0001	0.3205
1,3,5,6,8	0.0001	0.0004	0.1225
1,3,5,7,8	0.0001	0.0002	0.4431
1,3,6,7,8	0.0001	0.0003	0.5035
1,4,5,6,7	0.0002	0.0005	0.3171
1,4,5,6,8	0.0006	0.0016	0.1165
1,4,5,7,8	0.0002	0.0006	0.4169
1,4,6,7,8	0.0001	0.0004	0.5170
1,5,6,7,8	0.0004	0.0010	0.1518
2,3,4,5,6	0.0000	0.0000	0.4814
2,3,4,5,7	0.0000	0.0000	0.7032
2,3,4,5,8	0.0000	0.0001	0.6050
2,3,4,6,7	0.0000	0.0000	0.7981
2,3,4,6,8	0.0000	0.0001	0.6377
2,3,4,7,8	0.0000	0.0000	0.8978
2,3,5,6,7	0.0000	0.0000	0.5101
2,3,5,6,8	0.0000	0.0001	0.3360

2,3,5,7,8	0.0000	0.0000	0.6268
2,3,6,7,8	0.0000	0.0000	0.6471
2,4,5,6,7	0.0000	0.0001	0.5130
2,4,5,6,8	0.0001	0.0002	0.3385
2,4,5,7,8	0.0000	0.0001	0.6090
2,4,6,7,8	0.0000	0.0001	0.6613
2,5,6,7,8	0.0001	0.0002	0.3635
3,4,5,6,7	0.0002	0.0005	0.4713
3,4,5,6,8	0.0004	0.0010	0.2864
3,4,5,7,8	0.0001	0.0003	0.5926
3,4,6,7,8	0.0002	0.0006	0.6252
3,5,6,7,8	0.0002	0.0004	0.3167
4,5,6,7,8	0.0008	0.0022	0.3135
1,2,3,4,5,6	0.0000	0.0001	0.2790
1,2,3,4,5,7	0.0000	0.0000	0.5230
1,2,3,4,5,8	0.0000	0.0001	0.4100
1,2,3,4,6,7	0.0000	0.0000	0.6576
1,2,3,4,6,8	0.0000	0.0001	0.4908
1,2,3,4,7,8	0.0000	0.0000	0.7624
1,2,3,5,6,7	0.0000	0.0000	0.3191
1,2,3,5,6,8	0.0000	0.0001	0.1203
1,2,3,5,7,8	0.0000	0.0000	0.4418
1,2,3,6,7,8	0.0000	0.0000	0.5020
1,2,4,5,6,7	0.0000	0.0001	0.3147
1,2,4,5,6,8	0.0001	0.0003	0.1127
1,2,4,5,7,8	0.0001	0.0002	0.4144

1,2,4,6,7,8	0.0000	0.0001	0.5145
1,2,5,6,7,8	0.0001	0.0002	0.1493
1,3,4,5,6,7	0.0001	0.0004	0.2659
1,3,4,5,6,8	0.0003	0.0010	0.0522
1,3,4,5,7,8	0.0001	0.0004	0.3938
1,3,4,6,7,8	0.0001	0.0002	0.4751
1,3,5,6,7,8	0.0001	0.0003	0.0968
1,4,5,6,7,8	0.0004	0.0012	0.0819
2,3,4,5,6,7	0.0000	0.0000	0.4695
2,3,4,5,6,8	0.0000	0.0001	0.2836
2,3,4,5,7,8	0.0000	0.0001	0.5906
2,3,4,6,7,8	0.0000	0.0000	0.6234
2,3,5,6,7,8	0.0000	0.0000	0.3150
2,4,5,6,7,8	0.0001	0.0002	0.3103
3,4,5,6,7,8	0.0003	0.0008	0.2548
1,2,3,4,5,6,7	0.0000	0.0000	0.2627
1,2,3,4,5,6,8	0.0001	0.0001	0.0470
1,2,3,4,5,7,8	0.0000	0.0001	0.3903
1,2,3,4,6,7,8	0.0000	0.0001	0.4717
1,2,3,5,6,7,8	0.0000	0.0001	0.0934
1,2,4,5,6,7,8	0.0001	0.0004	0.0755
1,3,4,5,6,7,8	0.0003	0.0010	0.0091
2,3,4,5,6,7,8	0.0000	0.0001	0.2504
1,2,3,4,5,6,7,8	0.0001	0.0002	0.0000

Procedimiento de Muestreo

```
source("influenciaTODO_solofunciones.R")

recalcula_influencia=FALSE
if (recalcula_influencia) {
  ficheroRData = "Diego_07_2013crs.RData"
  load(ficheroRData)
  resDEA = resDEA2013crs
  orientacion = 2 ## output=2

  #filas_efi = which(resDEA$eficiencias==1)
  filas_efi = which(resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers>2)

  (idsUds = names(filas_efi))
  pesos.inputs = resDEA$pesos.inputs[filas_efi,]
  pesos.outputs = resDEA$pesos.outputs[filas_efi,]
  datos.inputs = resDEA$datos.inputs[filas_efi,]
  datos.outputs = resDEA$datos.outputs[filas_efi,]
  nvar_input = dim(datos.inputs)[2]
  orientacion = ifelse(orientacion==2,"output","input")

  (resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi])
  v_Rangos_Ref = rank(-resDEA$cuantos.mereferencian.como.peers[filas_efi,])
  ### OBJETOS NECESARIOS PARA REALIZAR EL PROCESO:
  # m_pesos
  # m_valores
  # nvar_input
  # orientacion = "output" (input o output)
  # v_Rangos_Ref
  m_pesos = cbind(pesos.inputs,pesos.outputs)
  m_valores = cbind(as.matrix(datos.inputs),as.matrix(datos.outputs))

  # print("Inicio res2")
  # Sys.time()
  res2 =
  func_Calculo_IndSintetico_Todos_General(m_pesos,m_valores,usoDEA=TRUE,nvar_i
  nput,orientacion)
  # print("Fin res2")
  # Sys.time()
}
```

```

#####
### Cálculo de los Rangos Medios respecto a los Rangos de Referencia
#####
##(orden con las eficientes, ordenadas por número de peers)
## puede probarse con otros órdenes: el uds.rangos que no desempata en las eficientes

m_RangosSinteticos = res2$RangosSinteticos

# print("Inicio res3")
# Sys.time()
res3 = func_Calculo_RangosMedios(m_RangosSinteticos,v_Rangos_Ref,cual=1) #
1=med.dif.valorabsoluto, 2=spearman
# print("Fin res3")
# Sys.time()

## Cálculo de Influencia (rangos medios media.dif.valoresabsoluto)

ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas_scomprapido.RData"
save(res2,res3,file=ficheroRData)

}

#ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas.RData"
ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas_scomprapido.RData"
load(ficheroRData)

#print("Inicio Muestreo")
Sys.time()
(resx_m = func_Calcula_Sijk_STi_General_muestreo(res3,res2$l_VarRepeticion))
Sys.time()
#print("Final Muestreo")

## Comprobación
resx_m$vcv_vxixj + resx_m$scv_vxixj

ficheroRData = "Diego_07_influencia2_salidas_scomprapido.RData"
save(resx_m,file=ficheroRData)

```

Tiempo de cálculo

```
[1] "2015-09-17 09:11:55 CEST"
```

```
1 de 255
```

```
2015-09-17 09:11:56
```

```
2 de 255
```

```
2015-09-17 09:11:56
```

```
...
```

```
...
```

```
252 de 255
```

```
2015-09-17 09:41:43
```

```
253 de 255
```

```
2015-09-17 09:43:30
```

```
254 de 255
```

```
2015-09-17 09:45:00
```

```
2015-09-17 09:45:10
```

```
2015-09-17 09:45:19
```

```
fecha_ini = strptime("2015-09-17 09:11:55", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")
```

```
fecha_fin = strptime("2015-09-17 09:45:19", "%Y-%m-%d %H:%M:%S")
```

```
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")
```

```
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")
```

```
difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")
```

```
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "secs")
```

```
# Time difference of 2004 secs
```

```
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "hours")
```

```
# Time difference of 0.5566667 hours
```

```
# > difftime(fecha_fin, fecha_ini, units = "days")
```

```
# Time difference of 0.02319444 days
```

Resultados

```
#ficheroRData = "Diego_07_influencia_salidas.RData"
```

```
ficheroRData = "Pasos/Diego_07_influencia_salidas_scomrapido.RData"
```

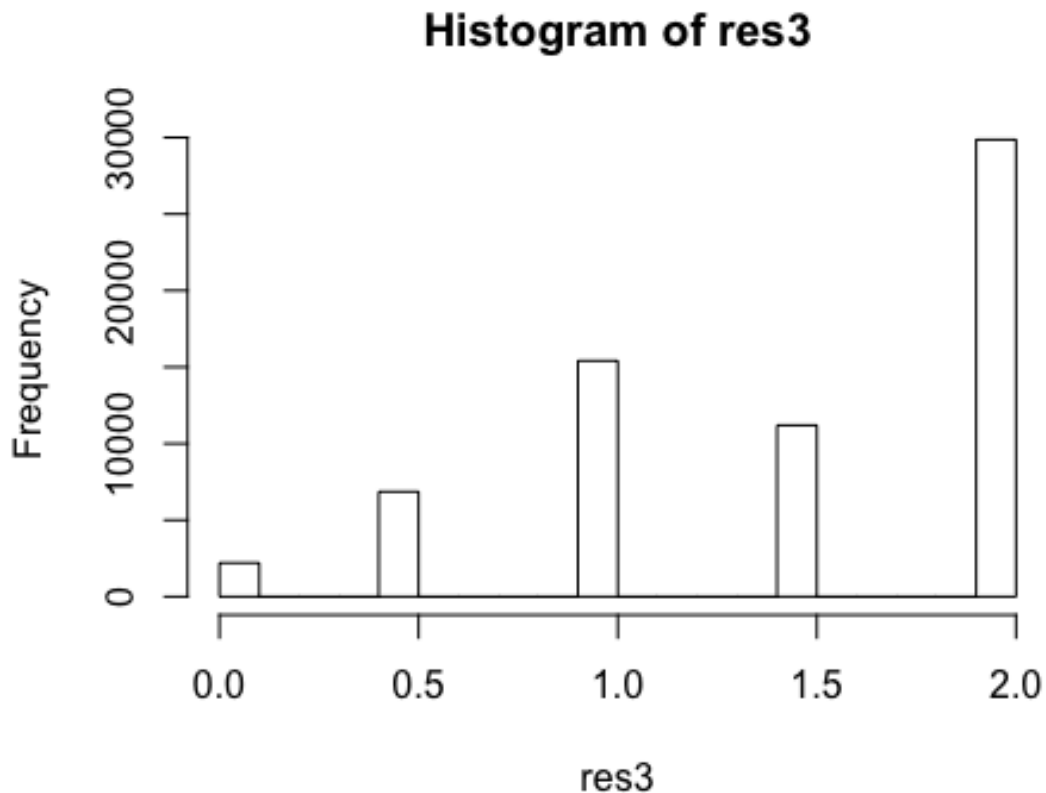
```
load(ficheroRData)
```

```
summary(res3)
```

```
##   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.   Max.
```

```
## 0.000 1.000 1.500 1.455 2.000 2.000
```

hist(res3)



```
ficheroRData = "Pasos/Diego_07_influencia2_salidas_scomprapido.RData"
```

```
load(file=ficheroRData)
```

```
resx_m
```

```
## $vcs_vxixj
```

```
## [1] 4.490644e-02 7.410691e-05 1.331172e-03 7.201263e-04 9.134116e-02
```

```
## [6] 5.528339e-02 6.243099e-04 2.872534e-02 4.500540e-02 4.626724e-02
```

```
## [11] 4.581531e-02 1.501970e-01 1.026496e-01 4.572732e-02 7.458469e-02
```

```
## [16] 1.412397e-03 8.402280e-04 9.144277e-02 5.543996e-02 7.005538e-04
```

```
## [21] 2.883339e-02 2.566589e-03 9.391320e-02 6.423766e-02 1.974363e-03
```

```
## [26] 3.125190e-02 9.823703e-02 5.866376e-02 1.481915e-03 3.065290e-02
```

```
## [31] 1.557364e-01 9.257489e-02 1.234066e-01 5.714732e-02 1.086573e-01
```

```
## [36] 2.977783e-02 4.637532e-02 4.597981e-02 1.503377e-01 1.028635e-01
```

```
## [41] 4.583594e-02 7.474945e-02 4.771643e-02 1.531919e-01 1.123186e-01
```

```
## [46] 4.711898e-02 7.721770e-02 1.597423e-01 1.064608e-01 4.684522e-02
```

```
## [51] 7.709140e-02 2.204923e-01 1.517099e-01 1.867657e-01 1.047983e-01
```

```
## [56] 1.576222e-01 7.599029e-02 2.709345e-03 9.402754e-02 6.441295e-02
```

```
## [61] 2.059721e-03 3.137615e-02 9.843483e-02 5.889949e-02 1.612858e-03
## [66] 3.085380e-02 1.559568e-01 9.268478e-02 1.235665e-01 5.730821e-02
## [71] 1.088734e-01 2.989286e-02 1.020492e-01 6.829100e-02 3.381022e-03
## [76] 3.386930e-02 1.687659e-01 9.520727e-02 1.275552e-01 6.613859e-02
## [81] 1.200823e-01 3.233687e-02 1.669383e-01 9.992057e-02 1.323999e-01
## [86] 6.072734e-02 1.141772e-01 3.218673e-02 1.585505e-01 2.162509e-01
## [91] 1.264535e-01 1.119739e-01 4.791124e-02 1.533502e-01 1.125577e-01
## [96] 4.724358e-02 7.741113e-02 1.600307e-01 1.068002e-01 4.703431e-02
## [101] 7.739581e-02 2.208027e-01 1.518757e-01 1.870323e-01 1.050311e-01
## [106] 1.579702e-01 7.618044e-02 1.644451e-01 1.169071e-01 4.883219e-02
## [111] 8.051775e-02 2.350570e-01 1.548295e-01 1.915179e-01 1.145291e-01
## [116] 1.699412e-01 7.872374e-02 2.352800e-01 1.619460e-01 1.991569e-01
## [121] 1.089414e-01 1.642747e-01 7.914553e-02 2.237575e-01 2.896728e-01
## [126] 1.903916e-01 1.616125e-01 1.022918e-01 6.857036e-02 3.542674e-03
## [131] 3.411554e-02 1.690241e-01 9.533418e-02 1.277504e-01 6.632136e-02
## [136] 1.203399e-01 3.247316e-02 1.673257e-01 1.001525e-01 1.327659e-01
## [141] 6.099440e-02 1.145683e-01 3.241704e-02 1.587950e-01 2.165806e-01
## [146] 1.266497e-01 1.122255e-01 1.815707e-01 1.038884e-01 1.381770e-01
## [151] 7.053865e-02 1.266940e-01 3.559427e-02 1.716825e-01 2.326658e-01
## [156] 1.307491e-01 1.235582e-01 1.704771e-01 2.315005e-01 1.367786e-01
## [161] 1.184000e-01 2.229918e-01 1.676762e-01 1.103560e-01 5.493496e-02
## [166] 7.269786e-02 2.386596e-01 1.508426e-01 2.028336e-01 1.106447e-01
## [171] 1.608414e-01 7.195101e-02 2.413047e-01 1.632222e-01 2.029050e-01
## [176] 1.050000e-01 1.725654e-01 8.335742e-02 2.200790e-01 3.215222e-01
## [181] 1.895642e-01 1.383250e-01 2.621067e-01 1.737566e-01 2.048534e-01
## [186] 1.078770e-01 1.953114e-01 8.415718e-02 2.447753e-01 2.865658e-01
## [191] 2.029430e-01 1.766369e-01 2.379159e-01 3.017915e-01 2.036480e-01
## [196] 1.588772e-01 3.064174e-01 1.863900e-01 1.045028e-01 1.462567e-01
## [201] 6.834379e-02 1.447093e-01 3.568468e-02 1.680751e-01 2.202008e-01
## [206] 1.333010e-01 1.196326e-01 1.767414e-01 2.333498e-01 1.361487e-01
## [211] 1.276045e-01 1.990438e-01 2.162747e-01 2.385907e-01 1.346179e-01
## [216] 1.222468e-01 2.662509e-01 2.548123e-01 2.464489e-01 1.702198e-01
## [221] 2.110816e-01 1.126367e-01 1.856805e-01 8.460623e-02 2.274872e-01
## [226] 3.055820e-01 1.968279e-01 1.621855e-01 2.456850e-01 3.291339e-01
## [231] 2.046020e-01 1.791082e-01 3.027881e-01 2.725444e-01 3.425442e-01
## [236] 2.092481e-01 1.902830e-01 3.063880e-01 3.301949e-01 1.844248e-01
## [241] 2.414208e-01 1.394576e-01 1.401794e-01 2.392907e-01 2.302908e-01
## [246] 2.343313e-01 2.611360e-01 3.347451e-01 2.156173e-01 1.817724e-01
## [251] 3.189201e-01 3.231460e-01 3.520311e-01 2.519518e-01 3.510409e-01
##
## $secs_vxixj
## [1] 0.306134432 0.350966760 0.349709695 0.350320741 0.259699705
## [6] 0.295757473 0.350416557 0.322315531 0.306035466 0.304773622
## [11] 0.305225554 0.200843903 0.248391236 0.305313551 0.276456173
```

[16] 0.349628470 0.350200639 0.259598101 0.295600907 0.350340313
[21] 0.322207472 0.348474278 0.257127670 0.286803209 0.349066504
[26] 0.319788967 0.252803835 0.292377110 0.349558952 0.320387966
[31] 0.195304451 0.258465978 0.227634306 0.293893543 0.242383526
[36] 0.321263035 0.304665547 0.305061053 0.200703155 0.248177383
[41] 0.305204924 0.276291419 0.303324435 0.197848957 0.238722261
[46] 0.303921890 0.273823168 0.191298585 0.244580109 0.304195646
[51] 0.273949470 0.130548615 0.199330989 0.164275195 0.246242587
[56] 0.193418700 0.275050577 0.348331522 0.257013332 0.286627915
[61] 0.348981146 0.319664713 0.252606038 0.292141382 0.349428009
[66] 0.320187066 0.195084091 0.258356091 0.227474388 0.293732662
[71] 0.242167491 0.321148004 0.248991664 0.282749865 0.347659845
[76] 0.317171570 0.182274986 0.255833600 0.223485630 0.284902278
[81] 0.230958547 0.318703998 0.184102584 0.251120295 0.218640987
[86] 0.290313523 0.236863691 0.318854135 0.192490388 0.134789992
[91] 0.224587325 0.239066940 0.303129628 0.197690710 0.238483176
[96] 0.303797290 0.273629740 0.191010162 0.244240627 0.304006562
[101] 0.273645058 0.130238190 0.199165151 0.164008573 0.246009812
[106] 0.193070635 0.274860427 0.186595723 0.234133765 0.302208677
[111] 0.270523116 0.115983829 0.196211323 0.159522936 0.236511722
[116] 0.181099638 0.272317126 0.115760848 0.189094856 0.151884004
[121] 0.242099479 0.186766192 0.271895334 0.127283379 0.061368033
[126] 0.160649225 0.189428344 0.248749033 0.282470509 0.347498193
[131] 0.316925332 0.182016805 0.255706683 0.223290488 0.284719512
[136] 0.230700925 0.318567708 0.183715180 0.250888392 0.218274966
[141] 0.290046468 0.236472562 0.318623826 0.192245826 0.134460256
[146] 0.224391177 0.238815382 0.169470206 0.247152492 0.212863877
[151] 0.280502215 0.224346861 0.315446600 0.179358348 0.118375018
[156] 0.220291778 0.227482691 0.180563733 0.119540349 0.214262292
[161] 0.232640877 0.128049031 0.171966106 0.233965320 0.299576327
[166] 0.295350907 0.117494164 0.191259170 0.137967142 0.240564263
[171] 0.171569824 0.271155678 0.101390113 0.197685428 0.156890125
[176] 0.239618367 0.179472239 0.265184058 0.126650033 0.058560702
[181] 0.150471608 0.183322516 0.093464772 0.181883575 0.133867366
[186] 0.243681224 0.174893114 0.274306879 0.109980290 0.040649116
[191] 0.153335795 0.175688655 0.109473847 0.039482898 0.156251191
[196] 0.182875322 0.060286061 0.162357982 0.251668790 0.229571087
[201] 0.278232481 0.235672518 0.321739234 0.162373166 0.116811166
[206] 0.209132050 0.229426686 0.185162800 0.114092869 0.217130335
[211] 0.235037455 0.124929735 0.162720024 0.115021199 0.205511326
[216] 0.215378180 0.112536026 0.113613817 0.094393887 0.177497091
[221] 0.136006897 0.227431748 0.182922438 0.271089696 0.118840144
[226] 0.040318080 0.155786163 0.175083705 0.111026452 0.039517991
[231] 0.135402358 0.181312719 0.052108373 0.089065123 0.020710518

```

## [236] 0.150776957 0.166641627 0.034064026 0.031054449 0.161249666
## [241] 0.099141960 0.210387811 0.218664148 0.109732715 0.109795912
## [246] 0.093990862 0.091146628 0.016721659 0.135852151 0.163735886
## [251] 0.032856843 0.026891974 0.003199382 0.087928174 0.000000000
##
## $_todascombinaciones[[8]]
##   [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
## [1,]  1  2  3  4  5  6  7  8
##
## $_todascombinaciones$cuantos
## [1]  8 28 56 70 56 28  8  1
##
## $_todascombinaciones$indices
## [1]  8 36 92 162 218 246 254 255
##
##
## $Vijk
## [1] 4.490644e-02 7.410691e-05 1.331172e-03 7.201263e-04 9.134116e-02
## [6] 5.528339e-02 6.243099e-04 2.872534e-02 2.485939e-05 2.963754e-05
## [11] 1.887517e-04 1.394937e-02 2.459801e-03 1.965711e-04 9.529228e-04
## [16] 7.118157e-06 4.599482e-05 2.749643e-05 8.245889e-05 2.136978e-06
## [21] 3.395142e-05 5.152906e-04 1.240863e-03 7.623091e-03 1.888076e-05
## [26] 1.195391e-03 6.175743e-03 2.660237e-03 1.374786e-04 1.207438e-03
## [31] 9.111860e-03 6.094166e-04 3.340062e-03 1.239620e-03 2.464861e-02
## [36] 4.281859e-04 1.990877e-06 1.953932e-05 1.428527e-05 3.242790e-05
## [41] 7.523398e-06 3.183604e-05 2.501876e-05 3.932735e-04 6.850741e-04
## [46] 1.197093e-05 7.680355e-05 2.460696e-03 2.420127e-04 7.154810e-05
## [51] 3.903859e-04 3.440233e-03 8.261640e-05 3.550386e-03 8.814892e-05
## [56] 6.456661e-04 1.565290e-04 1.553603e-05 5.616050e-06 1.161051e-05
## [61] 1.996465e-06 9.077776e-06 5.019893e-05 3.316737e-05 8.704315e-06
## [66] 4.684710e-05 3.629707e-05 6.147369e-06 2.436357e-05 2.178538e-06
## [71] 2.551702e-05 4.835136e-06 7.248448e-04 1.576903e-04 3.376388e-05
## [76] 1.745421e-04 2.834338e-03 4.146266e-05 3.812496e-04 1.812045e-05
## [81] 1.275324e-03 1.359283e-05 1.645760e-03 3.123346e-04 8.900111e-04
## [86] 6.217806e-05 9.320329e-04 3.438570e-04 3.407166e-04 3.800449e-03
## [91] 1.385069e-03 1.024470e-03 5.661102e-06 2.773537e-06 4.512782e-06
## [96] 4.867616e-06 1.048768e-05 3.194209e-05 2.692739e-05 6.219430e-06
## [101] 2.727710e-05 1.849286e-05 9.283016e-06 3.572373e-05 7.082766e-06
## [106] 4.290749e-05 1.090072e-05 4.427620e-04 7.936877e-05 2.123468e-05
## [111] 7.849844e-05 4.273365e-04 5.240558e-05 1.038691e-04 1.291704e-05
## [116] 1.025685e-04 5.600142e-05 6.944393e-04 1.694537e-04 3.580377e-04
## [121] 6.077538e-05 3.115233e-04 9.565667e-05 8.383632e-05 3.517148e-03
## [126] 1.432729e-04 2.325210e-04 1.656456e-05 9.363110e-06 6.057846e-06
## [131] 1.360575e-05 1.347723e-05 2.298562e-06 1.341157e-05 1.160020e-06

```



```

## [136] 1.378177e-05 3.066903e-06 3.768370e-05 1.711730e-05 6.306177e-05
## [141] 1.830707e-05 4.908588e-05 1.373194e-05 1.373939e-05 2.554531e-05
## [146] 2.310990e-05 2.637279e-05 2.050875e-04 6.152509e-05 2.137558e-04
## [151] 1.132987e-04 2.443288e-04 1.249007e-04 2.411107e-05 5.335450e-04
## [156] 7.293426e-05 1.086761e-04 2.127966e-04 1.018294e-03 5.380437e-04
## [161] 3.627143e-04 1.089173e-03 2.887340e-03 -6.946422e-03 5.870458e-03
## [166] -8.187781e-03 3.245070e-03 -4.179438e-03 1.099856e-02 -4.150436e-03
## [171] -9.506455e-03 -7.001486e-03 5.468755e-03 9.306171e-04 3.196642e-03
## [176] -4.333011e-03 7.693797e-03 3.853420e-03 -4.036993e-03 3.131907e-02
## [181] -1.158029e-03 -2.369663e-02 1.011181e-02 6.866460e-03 -1.230412e-03
## [186] -1.174090e-02 1.744290e-02 1.304949e-03 6.273153e-03 -2.134053e-02
## [191] 7.531847e-03 2.465189e-03 -1.655959e-03 -7.776870e-03 -8.031781e-04
## [196] -1.052207e-02 9.020102e-03 4.352609e-03 3.273156e-04 7.632755e-03
## [201] -2.514764e-03 1.754407e-02 -1.963542e-04 -3.895228e-03 -1.286884e-02
## [206] 2.313198e-03 -4.224944e-03 5.808511e-03 1.193480e-03 -1.071655e-03
## [211] 8.737070e-03 -2.435629e-02 3.085399e-02 -1.156038e-02 -8.304801e-03
## [216] -9.101274e-03 2.654630e-02 1.460141e-02 -2.531524e-02 -9.789117e-03
## [221] -1.095267e-02 1.637230e-02 -1.092772e-02 5.672856e-03 -4.686968e-03
## [226] -4.795399e-03 -7.481162e-03 3.364973e-02 3.276956e-03 -2.249134e-02
## [231] -5.458233e-03 2.727144e-02 1.765597e-02 -2.486049e-02 2.623462e-02
## [236] -8.003600e-03 1.690778e-02 -4.016998e-02 7.671830e-03 -3.647487e-02
## [241] -1.580887e-02 -4.701714e-03 -1.972241e-03 1.558102e-02 -1.562480e-02
## [246] -6.819664e-02 4.560920e-02 2.335286e-02 2.208232e-02 -5.234223e-02
## [251] 1.305702e-02 -2.236707e-02 5.192567e-02 7.690516e-02 -5.264882e-02
##
## $V_de_Y
## [1] 0.3510409
##
## $Sijk
## [1] 1.279237e-01 2.111062e-04 3.792072e-03 2.051403e-03 2.602009e-01
## [6] 1.574842e-01 1.778454e-03 8.182904e-02 7.081622e-05 8.442760e-05
## [11] 5.376914e-04 3.973716e-02 7.007165e-03 5.599663e-04 2.714564e-03
## [16] 2.027729e-05 1.310241e-04 7.832828e-05 2.348983e-04 6.087547e-06
## [21] 9.671644e-05 1.467893e-03 3.534811e-03 2.171568e-02 5.378508e-05
## [26] 3.405277e-03 1.759266e-02 7.578140e-03 3.916314e-04 3.439595e-03
## [31] 2.595669e-02 1.736027e-03 9.514739e-03 3.531269e-03 7.021579e-02
## [36] 1.219761e-03 5.671353e-06 5.566110e-05 4.069403e-05 9.237641e-05
## [41] 2.143169e-05 9.069041e-05 7.127022e-05 1.120307e-03 1.951551e-03
## [46] 3.410124e-05 2.187881e-04 7.009715e-03 6.894147e-04 2.038170e-04
## [51] 1.112081e-03 9.800092e-03 2.353470e-04 1.011388e-02 2.511073e-04
## [56] 1.839290e-03 4.458995e-04 4.425705e-05 1.599828e-05 3.307452e-05
## [61] 5.687271e-06 2.585960e-05 1.430002e-04 9.448292e-05 2.479573e-05
## [66] 1.334520e-04 1.033984e-04 1.751183e-05 6.940381e-05 6.205939e-06
## [71] 7.268959e-05 1.377371e-05 2.064845e-03 4.492079e-04 9.618218e-05

```

```

## [76] 4.972131e-04 8.074097e-03 1.181135e-04 1.086055e-03 5.161921e-05
## [81] 3.632977e-03 3.872150e-05 4.688230e-03 8.897385e-04 2.535349e-03
## [86] 1.771249e-04 2.655055e-03 9.795356e-04 9.705896e-04 1.082623e-02
## [91] 3.945605e-03 2.918379e-03 1.612662e-05 7.900894e-06 1.285543e-05
## [96] 1.386624e-05 2.987596e-05 9.099252e-05 7.670727e-05 1.771711e-05
## [101] 7.770349e-05 5.268009e-05 2.644426e-05 1.017652e-04 2.017647e-05
## [106] 1.222293e-04 3.105258e-05 1.261283e-03 2.260955e-04 6.049062e-05
## [111] 2.236163e-04 1.217341e-03 1.492863e-04 2.958888e-04 3.679639e-05
## [116] 2.921839e-04 1.595296e-04 1.978229e-03 4.827180e-04 1.019932e-03
## [121] 1.731291e-04 8.874274e-04 2.724944e-04 2.388221e-04 1.001920e-02
## [126] 4.081373e-04 6.623760e-04 4.718699e-05 2.667242e-05 1.725681e-05
## [131] 3.875831e-05 3.839219e-05 6.547848e-06 3.820515e-05 3.304517e-06
## [136] 3.925973e-05 8.736599e-06 1.073485e-04 4.876156e-05 1.796423e-04
## [141] 5.215081e-05 1.398295e-04 3.911779e-05 3.913902e-05 7.277017e-05
## [146] 6.583250e-05 7.512739e-05 5.842269e-04 1.752648e-04 6.089200e-04
## [151] 3.227508e-04 6.960124e-04 3.558009e-04 6.868451e-05 1.519894e-03
## [156] 2.077657e-04 3.095824e-04 6.061874e-04 2.900785e-03 1.532710e-03
## [161] 1.033254e-03 3.102697e-03 8.225082e-03 -1.978807e-02 1.672300e-02
## [166] -2.332429e-02 9.244136e-03 -1.190584e-02 3.133128e-02 -1.182323e-02
## [171] -2.708077e-02 -1.994493e-02 1.557868e-02 2.651022e-03 9.106183e-03
## [176] -1.234332e-02 2.191710e-02 1.097713e-02 -1.150007e-02 8.921773e-02
## [181] -3.298845e-03 -6.750391e-02 2.880523e-02 1.956029e-02 -3.505040e-03
## [186] -3.344595e-02 4.968909e-02 3.717372e-03 1.787015e-02 -6.079216e-02
## [191] 2.145575e-02 7.022513e-03 -4.717282e-03 -2.215374e-02 -2.287990e-03
## [196] -2.997392e-02 2.569530e-02 1.239915e-02 9.324144e-04 2.174321e-02
## [201] -7.163735e-03 4.997729e-02 -5.593486e-04 -1.109622e-02 -3.665910e-02
## [206] 6.589539e-03 -1.203548e-02 1.654654e-02 3.399833e-03 -3.052792e-03
## [211] 2.488904e-02 -6.938305e-02 8.789288e-02 -3.293172e-02 -2.365765e-02
## [216] -2.592654e-02 7.562167e-02 4.159462e-02 -7.211479e-02 -2.788598e-02
## [221] -3.120054e-02 4.663930e-02 -3.112949e-02 1.616010e-02 -1.335163e-02
## [226] -1.366051e-02 -2.131137e-02 9.585702e-02 9.334970e-03 -6.407043e-02
## [231] -1.554871e-02 7.768737e-02 5.029605e-02 -7.081937e-02 7.473381e-02
## [236] -2.279963e-02 4.816470e-02 -1.144311e-01 2.185452e-02 -1.039049e-01
## [241] -4.503428e-02 -1.339364e-02 -5.618265e-03 4.438520e-02 -4.450992e-02
## [246] -1.942698e-01 1.299256e-01 6.652463e-02 6.290527e-02 -1.491058e-01
## [251] 3.719515e-02 -6.371643e-02 1.479192e-01 2.190775e-01 -1.499792e-01
##
## $$Tijk
## [1] 0.872076332 0.999788894 0.996207928 0.997948597 0.739799064
## [6] 0.842515788 0.998221546 0.918170962 0.871794410 0.868199833
## [11] 0.869487238 0.572138238 0.707584955 0.869737912 0.787532730
## [16] 0.995976545 0.997606467 0.739509629 0.842069783 0.998004353
## [21] 0.917863139 0.992688632 0.732472181 0.817008036 0.994375690
## [26] 0.910973614 0.720154998 0.832886245 0.995778512 0.912679964

```

[31] 0.556358159 0.736284583 0.648455287 0.837206065 0.690470963
[36] 0.915172748 0.867891962 0.869018630 0.571737293 0.706975758
[41] 0.869428471 0.787063401 0.864071575 0.563606621 0.680041224
[46] 0.865773527 0.780032167 0.544946766 0.696728306 0.866553369
[51] 0.780391960 0.371890077 0.567828444 0.467966014 0.701464159
[56] 0.550986276 0.783528650 0.992281967 0.732146471 0.816508679
[61] 0.994132531 0.910619654 0.719591540 0.832214733 0.995405498
[66] 0.912107665 0.555730428 0.735971549 0.647999732 0.836747767
[71] 0.689855553 0.914845064 0.709295378 0.805461391 0.990368580
[76] 0.903517509 0.519241499 0.728785802 0.636637073 0.811592909
[81] 0.657924957 0.907882893 0.524447724 0.715359147 0.622836277
[86] 0.827007766 0.674746770 0.908310583 0.548341819 0.383972365
[91] 0.639775439 0.681023101 0.863516635 0.563155829 0.679360149
[96] 0.865418583 0.779481153 0.544125144 0.695761233 0.866014730
[101] 0.779524790 0.371005779 0.567356024 0.467206494 0.700801060
[106] 0.549994754 0.782986975 0.531549858 0.666970108 0.860893147
[111] 0.770631403 0.330399790 0.558941541 0.454428389 0.673744126
[116] 0.515893320 0.775741949 0.329764591 0.538669067 0.432667586
[121] 0.689661807 0.532035469 0.774540401 0.362588494 0.174817348
[126] 0.457636817 0.539619065 0.708604199 0.804665598 0.989908087
[131] 0.902816058 0.518506026 0.728424257 0.636081178 0.811072267
[136] 0.657191075 0.907494648 0.523344137 0.714698532 0.621793604
[141] 0.826247014 0.673632571 0.907654509 0.547645144 0.383033054
[146] 0.639216679 0.680306496 0.482764891 0.704056181 0.606379192
[151] 0.799058575 0.639090437 0.898603638 0.510932957 0.337211503
[156] 0.627538840 0.648023386 0.514366702 0.340531146 0.610362815
[161] 0.662717362 0.364769584 0.489874890 0.666490264 0.853394447
[166] 0.841357617 0.334702240 0.544834485 0.393023021 0.685288481
[171] 0.488746013 0.772433365 0.288827092 0.563140780 0.446928376
[176] 0.682593934 0.511257395 0.755422183 0.360784300 0.166820183
[181] 0.428644133 0.522225567 0.266250403 0.518126497 0.381344107
[186] 0.694167679 0.498212973 0.781410099 0.313297682 0.115795966
[191] 0.436803258 0.500479208 0.311854993 0.112473794 0.445108264
[196] 0.520951657 0.171735165 0.462504503 0.716921630 0.653972537
[201] 0.792592850 0.671353509 0.916529282 0.462547758 0.332756602
[206] 0.595748444 0.653561189 0.527467932 0.325013067 0.618532928
[211] 0.669544423 0.355883736 0.463535843 0.327657573 0.585434190
[216] 0.613541613 0.320578133 0.323648406 0.268897146 0.505630846
[221] 0.387438927 0.647878265 0.521085876 0.772245403 0.338536494
[226] 0.114852953 0.443783551 0.498755905 0.316277853 0.112573761
[231] 0.385716795 0.516500318 0.148439621 0.253717249 0.058997455
[236] 0.429513973 0.474707199 0.097037210 0.088463914 0.459347276
[241] 0.282422845 0.599325693 0.622902257 0.312592423 0.312772449
[246] 0.267749058 0.259646772 0.047634507 0.386998108 0.466429700

[251] 0.093598342 0.076606392 0.009113987 0.250478454 0.000000000

##

Comprobación

resx_m\$vcx_vxixj + resx_m\$secs_vxixj

[1] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[8] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[15] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[22] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[29] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[36] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[43] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[50] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[57] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[64] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[71] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[78] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[85] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[92] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[99] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[106] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[113] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[120] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[127] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[134] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[141] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[148] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[155] 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409 0.3510409

[162] 0.3510409 0.3396423 0.3443213 0.3545113 0.3680488 0.3561538 0.3421018

[169] 0.3408007 0.3512090 0.3324112 0.3431067 0.3426948 0.3609076 0.3597951

[176] 0.3446184 0.3520376 0.3485415 0.3467290 0.3800829 0.3400358 0.3216475

[183] 0.3555715 0.3556402 0.3387208 0.3515582 0.3702045 0.3584641 0.3547556

[190] 0.3272150 0.3562788 0.3523256 0.3473897 0.3412744 0.3598992 0.3417525

[197] 0.3667035 0.3487479 0.3561716 0.3758278 0.3465763 0.3803818 0.3574239

[204] 0.3304483 0.3370120 0.3424331 0.3490593 0.3619042 0.3474426 0.3532791

[211] 0.3626419 0.3239735 0.3789947 0.3536119 0.3401293 0.3376250 0.3787869

[218] 0.3684261 0.3408428 0.3477169 0.3470885 0.3400684 0.3686030 0.3556959

[225] 0.3463274 0.3459001 0.3526141 0.3372692 0.3567115 0.3686518 0.3400043

[232] 0.3604209 0.3548964 0.3616096 0.3632547 0.3600251 0.3569246 0.3404520

[239] 0.3612493 0.3456744 0.3405628 0.3498455 0.3588435 0.3490234 0.3400867

[246] 0.3283221 0.3522826 0.3514667 0.3514694 0.3455083 0.3517770 0.3500379

[253] 0.3552305 0.3398800 0.3510409

Presentación

```
df_temp = data.frame(Indices = resx_m$combinaciones,
  Vijk = resx_m$Vijk,
  Sijk = resx_m$Sijk,
  STijk = resx_m$STijk,
print(knitr::kable(df_temp,digits=4))
```

Indices	Vijk	Sijk	STijk
1	0.0449	0.1279	0.8721
2	0.0001	0.0002	0.9998
3	0.0013	0.0038	0.9962
4	0.0007	0.0021	0.9979
5	0.0913	0.2602	0.7398
6	0.0553	0.1575	0.8425
7	0.0006	0.0018	0.9982
8	0.0287	0.0818	0.9182
1,2	0.0000	0.0001	0.8718
1,3	0.0000	0.0001	0.8682
1,4	0.0002	0.0005	0.8695
1,5	0.0139	0.0397	0.5721
1,6	0.0025	0.0070	0.7076
1,7	0.0002	0.0006	0.8697
1,8	0.0010	0.0027	0.7875
2,3	0.0000	0.0000	0.9960
2,4	0.0000	0.0001	0.9976
2,5	0.0000	0.0001	0.7395
2,6	0.0001	0.0002	0.8421
2,7	0.0000	0.0000	0.9980
2,8	0.0000	0.0001	0.9179

3,4	0.0005	0.0015	0.9927
3,5	0.0012	0.0035	0.7325
3,6	0.0076	0.0217	0.8170
3,7	0.0000	0.0001	0.9944
3,8	0.0012	0.0034	0.9110
4,5	0.0062	0.0176	0.7202
4,6	0.0027	0.0076	0.8329
4,7	0.0001	0.0004	0.9958
4,8	0.0012	0.0034	0.9127
5,6	0.0091	0.0260	0.5564
5,7	0.0006	0.0017	0.7363
5,8	0.0033	0.0095	0.6485
6,7	0.0012	0.0035	0.8372
6,8	0.0246	0.0702	0.6905
7,8	0.0004	0.0012	0.9152
1,2,3	0.0000	0.0000	0.8679
1,2,4	0.0000	0.0001	0.8690
1,2,5	0.0000	0.0000	0.5717
1,2,6	0.0000	0.0001	0.7070
1,2,7	0.0000	0.0000	0.8694
1,2,8	0.0000	0.0001	0.7871
1,3,4	0.0000	0.0001	0.8641
1,3,5	0.0004	0.0011	0.5636
1,3,6	0.0007	0.0020	0.6800
1,3,7	0.0000	0.0000	0.8658
1,3,8	0.0001	0.0002	0.7800

1,4,5	0.0025	0.0070	0.5449
1,4,6	0.0002	0.0007	0.6967
1,4,7	0.0001	0.0002	0.8666
1,4,8	0.0004	0.0011	0.7804
1,5,6	0.0034	0.0098	0.3719
1,5,7	0.0001	0.0002	0.5678
1,5,8	0.0036	0.0101	0.4680
1,6,7	0.0001	0.0003	0.7015
1,6,8	0.0006	0.0018	0.5510
1,7,8	0.0002	0.0004	0.7835
2,3,4	0.0000	0.0000	0.9923
2,3,5	0.0000	0.0000	0.7321
2,3,6	0.0000	0.0000	0.8165
2,3,7	0.0000	0.0000	0.9941
2,3,8	0.0000	0.0000	0.9106
2,4,5	0.0001	0.0001	0.7196
2,4,6	0.0000	0.0001	0.8322
2,4,7	0.0000	0.0000	0.9954
2,4,8	0.0000	0.0001	0.9121
2,5,6	0.0000	0.0001	0.5557
2,5,7	0.0000	0.0000	0.7360
2,5,8	0.0000	0.0001	0.6480
2,6,7	0.0000	0.0000	0.8367
2,6,8	0.0000	0.0001	0.6899
2,7,8	0.0000	0.0000	0.9148
3,4,5	0.0007	0.0021	0.7093

3,4,6	0.0002	0.0004	0.8055
3,4,7	0.0000	0.0001	0.9904
3,4,8	0.0002	0.0005	0.9035
3,5,6	0.0028	0.0081	0.5192
3,5,7	0.0000	0.0001	0.7288
3,5,8	0.0004	0.0011	0.6366
3,6,7	0.0000	0.0001	0.8116
3,6,8	0.0013	0.0036	0.6579
3,7,8	0.0000	0.0000	0.9079
4,5,6	0.0016	0.0047	0.5244
4,5,7	0.0003	0.0009	0.7154
4,5,8	0.0009	0.0025	0.6228
4,6,7	0.0001	0.0002	0.8270
4,6,8	0.0009	0.0027	0.6747
4,7,8	0.0003	0.0010	0.9083
5,6,7	0.0003	0.0010	0.5483
5,6,8	0.0038	0.0108	0.3840
5,7,8	0.0014	0.0039	0.6398
6,7,8	0.0010	0.0029	0.6810
1,2,3,4	0.0000	0.0000	0.8635
1,2,3,5	0.0000	0.0000	0.5632
1,2,3,6	0.0000	0.0000	0.6794
1,2,3,7	0.0000	0.0000	0.8654
1,2,3,8	0.0000	0.0000	0.7795
1,2,4,5	0.0000	0.0001	0.5441
1,2,4,6	0.0000	0.0001	0.6958

1,2,4,7	0.0000	0.0000	0.8660
1,2,4,8	0.0000	0.0001	0.7795
1,2,5,6	0.0000	0.0001	0.3710
1,2,5,7	0.0000	0.0000	0.5674
1,2,5,8	0.0000	0.0001	0.4672
1,2,6,7	0.0000	0.0000	0.7008
1,2,6,8	0.0000	0.0001	0.5500
1,2,7,8	0.0000	0.0000	0.7830
1,3,4,5	0.0004	0.0013	0.5315
1,3,4,6	0.0001	0.0002	0.6670
1,3,4,7	0.0000	0.0001	0.8609
1,3,4,8	0.0001	0.0002	0.7706
1,3,5,6	0.0004	0.0012	0.3304
1,3,5,7	0.0001	0.0001	0.5589
1,3,5,8	0.0001	0.0003	0.4544
1,3,6,7	0.0000	0.0000	0.6737
1,3,6,8	0.0001	0.0003	0.5159
1,3,7,8	0.0001	0.0002	0.7757
1,4,5,6	0.0007	0.0020	0.3298
1,4,5,7	0.0002	0.0005	0.5387
1,4,5,8	0.0004	0.0010	0.4327
1,4,6,7	0.0001	0.0002	0.6897
1,4,6,8	0.0003	0.0009	0.5320
1,4,7,8	0.0001	0.0003	0.7745
1,5,6,7	0.0001	0.0002	0.3626
1,5,6,8	0.0035	0.0100	0.1748

1,5,7,8	0.0001	0.0004	0.4576
1,6,7,8	0.0002	0.0007	0.5396
2,3,4,5	0.0000	0.0000	0.7086
2,3,4,6	0.0000	0.0000	0.8047
2,3,4,7	0.0000	0.0000	0.9899
2,3,4,8	0.0000	0.0000	0.9028
2,3,5,6	0.0000	0.0000	0.5185
2,3,5,7	0.0000	0.0000	0.7284
2,3,5,8	0.0000	0.0000	0.6361
2,3,6,7	0.0000	0.0000	0.8111
2,3,6,8	0.0000	0.0000	0.6572
2,3,7,8	0.0000	0.0000	0.9075
2,4,5,6	0.0000	0.0001	0.5233
2,4,5,7	0.0000	0.0000	0.7147
2,4,5,8	0.0001	0.0002	0.6218
2,4,6,7	0.0000	0.0001	0.8262
2,4,6,8	0.0000	0.0001	0.6736
2,4,7,8	0.0000	0.0000	0.9077
2,5,6,7	0.0000	0.0000	0.5476
2,5,6,8	0.0000	0.0001	0.3830
2,5,7,8	0.0000	0.0001	0.6392
2,6,7,8	0.0000	0.0001	0.6803
3,4,5,6	0.0002	0.0006	0.4828
3,4,5,7	0.0001	0.0002	0.7041
3,4,5,8	0.0002	0.0006	0.6064
3,4,6,7	0.0001	0.0003	0.7991

3,4,6,8	0.0002	0.0007	0.6391
3,4,7,8	0.0001	0.0004	0.8986
3,5,6,7	0.0000	0.0001	0.5109
3,5,6,8	0.0005	0.0015	0.3372
3,5,7,8	0.0001	0.0002	0.6275
3,6,7,8	0.0001	0.0003	0.6480
4,5,6,7	0.0002	0.0006	0.5144
4,5,6,8	0.0010	0.0029	0.3405
4,5,7,8	0.0005	0.0015	0.6104
4,6,7,8	0.0004	0.0010	0.6627
5,6,7,8	0.0011	0.0031	0.3648
1,2,3,4,5	0.0029	0.0082	0.4899
1,2,3,4,6	-0.0069	-0.0198	0.6665
1,2,3,4,7	0.0059	0.0167	0.8534
1,2,3,4,8	-0.0082	-0.0233	0.8414
1,2,3,5,6	0.0032	0.0092	0.3347
1,2,3,5,7	-0.0042	-0.0119	0.5448
1,2,3,5,8	0.0110	0.0313	0.3930
1,2,3,6,7	-0.0042	-0.0118	0.6853
1,2,3,6,8	-0.0095	-0.0271	0.4887
1,2,3,7,8	-0.0070	-0.0199	0.7724
1,2,4,5,6	0.0055	0.0156	0.2888
1,2,4,5,7	0.0009	0.0027	0.5631
1,2,4,5,8	0.0032	0.0091	0.4469
1,2,4,6,7	-0.0043	-0.0123	0.6826
1,2,4,6,8	0.0077	0.0219	0.5113

1,2,4,7,8	0.0039	0.0110	0.7554
1,2,5,6,7	-0.0040	-0.0115	0.3608
1,2,5,6,8	0.0313	0.0892	0.1668
1,2,5,7,8	-0.0012	-0.0033	0.4286
1,2,6,7,8	-0.0237	-0.0675	0.5222
1,3,4,5,6	0.0101	0.0288	0.2663
1,3,4,5,7	0.0069	0.0196	0.5181
1,3,4,5,8	-0.0012	-0.0035	0.3813
1,3,4,6,7	-0.0117	-0.0334	0.6942
1,3,4,6,8	0.0174	0.0497	0.4982
1,3,4,7,8	0.0013	0.0037	0.7814
1,3,5,6,7	0.0063	0.0179	0.3133
1,3,5,6,8	-0.0213	-0.0608	0.1158
1,3,5,7,8	0.0075	0.0215	0.4368
1,3,6,7,8	0.0025	0.0070	0.5005
1,4,5,6,7	-0.0017	-0.0047	0.3119
1,4,5,6,8	-0.0078	-0.0222	0.1125
1,4,5,7,8	-0.0008	-0.0023	0.4451
1,4,6,7,8	-0.0105	-0.0300	0.5210
1,5,6,7,8	0.0090	0.0257	0.1717
2,3,4,5,6	0.0044	0.0124	0.4625
2,3,4,5,7	0.0003	0.0009	0.7169
2,3,4,5,8	0.0076	0.0217	0.6540
2,3,4,6,7	-0.0025	-0.0072	0.7926
2,3,4,6,8	0.0175	0.0500	0.6714
2,3,4,7,8	-0.0002	-0.0006	0.9165

2,3,5,6,7	-0.0039	-0.0111	0.4625
2,3,5,6,8	-0.0129	-0.0367	0.3328
2,3,5,7,8	0.0023	0.0066	0.5957
2,3,6,7,8	-0.0042	-0.0120	0.6536
2,4,5,6,7	0.0058	0.0165	0.5275
2,4,5,6,8	0.0012	0.0034	0.3250
2,4,5,7,8	-0.0011	-0.0031	0.6185
2,4,6,7,8	0.0087	0.0249	0.6695
2,5,6,7,8	-0.0244	-0.0694	0.3559
3,4,5,6,7	0.0309	0.0879	0.4635
3,4,5,6,8	-0.0116	-0.0329	0.3277
3,4,5,7,8	-0.0083	-0.0237	0.5854
3,4,6,7,8	-0.0091	-0.0259	0.6135
3,5,6,7,8	0.0265	0.0756	0.3206
4,5,6,7,8	0.0146	0.0416	0.3236
1,2,3,4,5,6	-0.0253	-0.0721	0.2689
1,2,3,4,5,7	-0.0098	-0.0279	0.5056
1,2,3,4,5,8	-0.0110	-0.0312	0.3874
1,2,3,4,6,7	0.0164	0.0466	0.6479
1,2,3,4,6,8	-0.0109	-0.0311	0.5211
1,2,3,4,7,8	0.0057	0.0162	0.7722
1,2,3,5,6,7	-0.0047	-0.0134	0.3385
1,2,3,5,6,8	-0.0048	-0.0137	0.1149
1,2,3,5,7,8	-0.0075	-0.0213	0.4438
1,2,3,6,7,8	0.0336	0.0959	0.4988
1,2,4,5,6,7	0.0033	0.0093	0.3163

1,2,4,5,6,8	-0.0225	-0.0641	0.1126
1,2,4,5,7,8	-0.0055	-0.0155	0.3857
1,2,4,6,7,8	0.0273	0.0777	0.5165
1,2,5,6,7,8	0.0177	0.0503	0.1484
1,3,4,5,6,7	-0.0249	-0.0708	0.2537
1,3,4,5,6,8	0.0262	0.0747	0.0590
1,3,4,5,7,8	-0.0080	-0.0228	0.4295
1,3,4,6,7,8	0.0169	0.0482	0.4747
1,3,5,6,7,8	-0.0402	-0.1144	0.0970
1,4,5,6,7,8	0.0077	0.0219	0.0885
2,3,4,5,6,7	-0.0365	-0.1039	0.4593
2,3,4,5,6,8	-0.0158	-0.0450	0.2824
2,3,4,5,7,8	-0.0047	-0.0134	0.5993
2,3,4,6,7,8	-0.0020	-0.0056	0.6229
2,3,5,6,7,8	0.0156	0.0444	0.3126
2,4,5,6,7,8	-0.0156	-0.0445	0.3128
3,4,5,6,7,8	-0.0682	-0.1943	0.2677
1,2,3,4,5,6,7	0.0456	0.1299	0.2596
1,2,3,4,5,6,8	0.0234	0.0665	0.0476
1,2,3,4,5,7,8	0.0221	0.0629	0.3870
1,2,3,4,6,7,8	-0.0523	-0.1491	0.4664
1,2,3,5,6,7,8	0.0131	0.0372	0.0936
1,2,4,5,6,7,8	-0.0224	-0.0637	0.0766
1,3,4,5,6,7,8	0.0519	0.1479	0.0091
2,3,4,5,6,7,8	0.0769	0.2191	0.2505
1,2,3,4,5,6,7,8	-0.0526	-0.1500	0.0000

