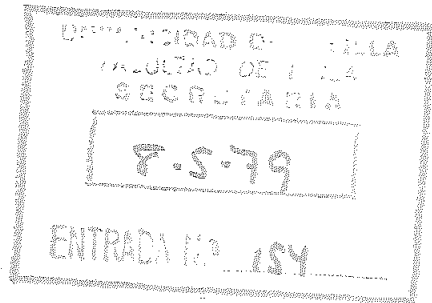


T. S. - 5

R. 319

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE FISICA



EL POTENCIAL NUCLEO-NUCLEO Y EL RADIO DE ABSORCION FUERTE
EN LA DISPERSION ELASTICA DE NUCLEOS PESADOS

Memoria presentada por
Manuel Lozano Leyva
para optar al grado de
Doctor en Ciencias Físicas

A handwritten signature in dark ink, appearing to be "M. Lozano Leyva".

DEPARTAMENTO DE FISICA ATOMICA Y NUCLEAR

Facultad de Ciencias; Universidad de Sevilla, Sevilla

Teléfono 954 - 21 85 77

GONZALO MADURGA LACALLE, Catedrático Director del
Departamento de Física Atómica y Nuclear de la
Facultad de Físicas de la Universidad de Sevilla

CERTIFICO que la presente Memoria sobre
"El Potencial Núcleo-Núcleo y el
Radio de Absorción Fuerte en la
Dispersión Elástica de Núcleos Pe
sados" ha sido realizada por Manuel
LOZANO LEYVA para optar al grado de
Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que conste, en cumplimien
to de la legislación vigente, presen
to ante la Facultad de Físicas de es
ta Universidad la referida tesis doc
toral firmando el presente certifica
do a siete de Mayo de 1979.

G. Madurga M.

Director de la Tesis

Agradecimientos

Agradezco, en primer lugar, al Profesor G. Madurga su constante estímulo y colaboración durante la realización de este trabajo sin los cuales no hubiera podido llevarse a cabo.

Agradezco también especialmente al Dr. P.E. Hodgson el gran número de ideas que me ha dado en este campo de la Física Nuclear, su constante interés y crítica de los resultados de este trabajo, así como su amable acogida durante mi estancia en el Nuclear Physics Department de Oxford.

A los profesores D. Brink de la Universidad de Oxford y G.R. Satchler del Oak Ridge National Laboratory, USA, les agradezco sus comentarios constructivos de ciertas partes de este trabajo.

En fin, agradezco a la Sta. L. Casado y al personal del Centro de Cálculo de la Universidad de Sevilla su ayuda en el procesado de los programas y a la Sta M.T. Vivanco por su cuidada mecanografía.

A Marilú

INDICE

INTRODUCCION.....	1
I. LA DISPERSION ELASTICA DE NUCLEOS PESADOS. EL MODELO OPTICO.	
I.1. Teoría clásica de la dispersión elástica.....	4
I.2. Teoría semiclassical de la dispersión elástica...	11
I.3. Modelos difractivos.....	15
I.4. La distribución angular.....	19
I.5. El radio de absorción fuerte.....	21
I.6. Los potenciales ópticos núcleo-núcleo.	
I.6.1. El formalismo general.....	23
I.6.2. El potencial de convolución.....	27
I.6.3. La densidad de energía.....	34
I.6.4. El potencial de proximidad.....	36
II. EL POTENCIAL FENOMENOLOGICO NUCLEO-NUCLEO.	
II.1. La elección del potencial.....	39
II.2. Estudio cuantitativo de la ambigüedad.....	42
II.3. El potencial global empírico.....	57
III. LA DISTRIBUCION DE DENSIDAD DE MATERIA NUCLEAR Y EL POTENCIAL NUCLEO-NUCLEO.	
III.1. El radio crítico para la dispersión elástica de partículas alfa.....	81
III.2. Cálculo de la sección eficaz del núcleo compuesto a partir de las distribuciones de densidad.....	87
III.3. El potencial global dependiente de la estructura nuclear de los núcleos colisionantes.....	94
IV. CONCLUSIONES.....	117
AFENDICE: EL METODO DE CALCULO.....	119
REFERENCIAS.....	122

Introducción

Dentro del campo de las reacciones nucleares, el estudio de las reacciones entre núcleos más pesados que las partículas alfa (por razones experimentales llamados también iones pesados), no se ha podido afrontar con realismo hasta hace pocos años en que las dificultades técnicas de su aceleración y detección se están superando con gran rapidez. El nuevo campo de la física nuclear que así se abre promete una gran variedad de fenómenos nuevos e interesantes como pueden ser la posible existencia de núcleos superpesados y exóticos, estados de alto spin, nuevas regiones de núcleos deformados, ondas de choque en los núcleos, etc.

El problema de la colisión entre dos núcleos de masas A_1 y A_2 es un problema de $A_1 + A_2$ cuerpos, que si bien conceptualmente, dentro del marco de la mecánica cuántica, está resuelto, prácticamente son necesarias aproximaciones debido a la enorme complejidad de cálculo que supone la solución exacta de dicho problema. En la práctica, esos $A_1 + A_2$ cuerpos están físicamente agrupados en dos núcleos de A_1 y A_2 nucleones y esta agrupación casi siempre es la misma (dispersión elástica e inelástica) o muy parecida antes y después de la reacción. En estas circunstancias, la aproximación obvia es reducir el problema de $A_1 + A_2$ cuerpos al problema de dos cuerpos (y consiguientemente a un problema de un cuerpo) y describir su interacción mediante un potencial óptico.

Entre las dificultades que presenta el análisis de la

reacción núcleo-núcleo, dentro de la aproximación anterior, posiblemente la mayor sea el tipo de potencial que entra en juego. Una de las mejores vías para conocer dicho potencial es el estudio de la dispersión elástica. Las características generales de la dispersión elástica de núcleos pesados y un análisis crítico de los distintos potenciales propuestos dentro del modelo óptico, se desarrolla en el Capítulo I.

La determinación del potencial de interacción entre dos núcleos ajustando los datos experimentales, presenta el grave problema de la enorme ambigüedad asociada con los potenciales para la dispersión de partículas fuertemente absorbidas, que son sensibles solamente al extremo de la cola del potencial. Esta cola puede ser muy parecida para potenciales de muy diversa profundidad y geometría por lo que los datos experimentales pueden ser igualmente bien ajustados por potenciales muy diferentes. En el caso de núcleos pesados este efecto es manifiesto debido a que las distancias que entran en juego son de unos 3 fm mayores que la suma de los radios nucleares a los cuales la densidad es la mitad de su valor central, y aunque a estas distancias el potencial nuclear no es más que el 2 ó 3% de la energía de repulsión electrostática, la probabilidad de absorción (todos los canales distintos del elástico) es del 50%. Incluso cuando la absorción es casi completa, solamente solapan el 10% de las densidades nucleares.

Un estudio cuantitativo de dicha ambigüedad, así como una propuesta de potencial global válido para una extensa gama de masas y energías, forman el Capítulo II.

El hecho de que en una estrecha zona de la distancia entre los centros de los núcleos la probabilidad de que el núcleo incidente sea dispersado elásticamente pase de ser máxima a ser cero (totalmente absorbido) le confiere a esta distancia la categoría de crítica, presentando características especiales, como por ejemplo que todos los potenciales que ajustan bien unos datos experimentales toman muy aproximadamente el mismo valor a dicha distancia. El estudio de dicho Radio Crítico o Radio de Absorción Fuerte relacionado con la estructura nuclear de los núcleos blanco en la dispersión elástica de partículas alfa por una extensa gama de isótopos y la aplicación del método de calcular las distribuciones de densidad de materia a cálculos de la sección eficaz de fusión de núcleos pesados, así como la introducción de dicha información sobre la estructura nuclear en el potencial núcleo-núcleo, son desarrollados en el Capítulo III.

Por último, en el Capítulo IV resumimos a modo de conclusiones las aportaciones personales más importantes que ofrece este trabajo.

Capítulo I

LA DISPERSION ELASTICA DE NUCLEOS PESADOS. EL MODELO OPTICO.

I.1. Teoría clásica de la dispersión elástica.

En la colisión de dos núcleos de números másicos A_1 y A_2 , el problema de dos cuerpos se reduce, como de costumbre, a problema de un cuerpo con masa igual a la masa reducida de la pareja y sometido a un potencial que describa la interacción núcleo-núcleo en función de su distancia. La longitud de onda reducida del movimiento relativo en el borde de la barrera de Coulomb V_{BC} viene dada por

$$\chi_{BC} = k_{BC}^{-1} \cong \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{A_1 \cdot A_2}} \frac{20.7}{E - V_{BC}} \text{ fm} \quad (\text{I}, 1)$$

donde E es la energía incidente en el sistema del centro de masas y V_{BC} también medida en MeV. Esta longitud de onda para las colisiones entre núcleos pesados y dentro del rango de energías en que se va a desarrollar este trabajo (~ 10 MeV/A) es muy pequeña comparada con los radios nucleares, por ejemplo de 0.1 fm para $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ a 150 MeV (E_{Lab}) y de 0.019 fm para $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ a 1130 MeV cuando están muy separados. Y estas longitudes de onda permanecen cortas incluso si se tiene en cuenta la repulsión de Coulomb, aumentando sus valores a 0.15 fm y 0.031 fm en los casos anteriores. Por esta razón es de esperar que un tratamiento clásico de la colisión entre núcleos pesados dé resultados bastante razonables. En esta

primera sección de este capítulo desarrollaremos los conceptos básicos y resultados de la teoría clásica de la dispersión elástica. Esta teoría la presentaremos con algún detalle ya que algunos conceptos clásicos son importantes no sólo en otras descripciones de la dispersión elástica, sino también porque la teoría se puede generalizar con cierta facilidad para aplicarla a otro tipo de procesos entre núcleos pesados, por ejemplo las colisiones profundamente inelásticas⁴).

Consideremos la dispersión de una partícula de masa m por un potencial real $V(r)$ esféricamente simétrico, en el límite no relativista. Para describir la trayectoria de la partícula, se obtiene fácilmente⁴) la función de deflexión Θ a partir de la conservación de la energía E y del momento angular ℓ . En coordenadas esféricas:

$$\Theta = \pi - 2 \int_0^{b/r_{\min}} \frac{dw}{\sqrt{1 - V(b/w)/E - w^2}} \quad (I,2)$$

con r_{\min} la distancia de máxima aproximación, $b = \ell(2mE)^{-\frac{1}{2}}$ el parámetro de impacto correspondiente y $w = b/r$. Puesto que el integrando es siempre positivo, la función Θ puede variar desde $-\infty$ a π . El ángulo de dispersión que sólo puede variar de 0 a π , está relacionado con Θ por $\Theta + 2n\pi = \pm \theta$ con n entero.

La sección eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ está determinada por el número de partículas deflectadas por unidad de tiempo a través de un ángulo sólido $d\Omega$ dividido por el flujo

incidente N:

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi = \frac{N \, b \, |db/d\phi| \, d\phi}{N} \quad (\text{I,3})$$

por tanto, la sección eficaz clásica es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\operatorname{sen}\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \frac{b}{\operatorname{sen}\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (\text{I,4})$$

siguiendo el trabajo de Ford y Wheeler²⁾, cuando la función clásica de deflexión no es monótona, dos o más parámetros de impacto llevan al mismo ángulo de dispersión θ y la sección eficaz clásica viene dada por la suma de las diferentes contribuciones:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_n \frac{b_n}{\operatorname{sen}\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|_{b=b_n} \quad (\text{I,5})$$

En este caso θ puede poseer singularidades o máximos o mínimos. El potencial más simple que da lugar a este comportamiento es un potencial atractivo, monótono y finito en el origen. La función de deflexión (I,2) para $b = 0$ y $b = \infty$ es cero, y negativa entre ambos valores, con uno o más mínimos.

Puesto que la sección eficaz clásica (I,4) contiene un factor $(d\theta/db)^{-1}$, tendrá una singularidad cuando $(d\theta/db)$ sea cero. Este fenómeno en óptica es el responsable del arco iris y se suele hablar de la dispersión en la vecindad de dicho ángulo como dispersión de arco iris.

Cerca de este ángulo, la función de deflexión puede

desarrollarse en la forma:

$$\Theta = \Theta_r + q (b - b_r)^2 \quad (\text{I,6})$$

donde b_r es el parámetro de impacto correspondiente a la trayectoria de arco iris y $q = \frac{1}{2} d^2\Theta/db^2 \Big|_{b_r}$, y por tanto:

$$\frac{d\Theta}{db} = 2q (b - b_r) \quad (\text{I,7})$$

El análisis del problema correspondiente en óptica fué llevado a cabo por Airy en 1839¹⁾ y la extensión y aplicación de sus resultados al estudio general de la dispersión en un marco clásico y semiclásico se desarrolla en el trabajo que, en parte, estamos comentando²⁾.

Introduciendo la ecuación (I,7) en (I,5), la ecuación (I,6) nos permite obtener la sección eficaz clásica en la forma:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_r = \frac{b_r}{\text{sen}\theta} \frac{1}{\sqrt{q (\theta - \theta_r)}} \quad (\text{I,8})$$

cerca del ángulo de arco iris y en el lado brillante de él. Lógicamente estos resultados son exactamente los mismos que se obtienen a partir de la óptica geométrica para la dispersión de luz por pequeñas gotas de agua cerca del ángulo de arco iris.

Si la función de deflexión pasa suavemente por 0 o por $\pm \pi$ etc., surge un nuevo efecto. Clásicamente, la anulación de $\text{sen}\theta$ cuando b y $d\Theta/db$ son finitos, lleva a una singularidad en la sección eficaz, provocando la llamada dispersión gloria siguiendo la terminología óptica-meteorológica.

Cerca de cero, la función de deflexión puede aproximarse por la expresión:

$$\Theta(b) = p (b - b_g) \quad (\text{I,9})$$

donde b_g es el parámetro de impacto correspondiente a una trayectoria que lleva a una gloria y $p = d\Theta/db|_{b_g}$. La sección eficaz clásica es entonces la suma de las dos contribuciones iguales para $\Theta > 0$ y $\Theta < 0$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_g = \frac{2 b_g}{|p|} \frac{1}{\sin\theta} \quad (\text{I,10})$$

Veamos ahora el efecto que producen singularidades en la función de deflexión. El potencial efectivo para el movimiento radial está dado por:

$$V_{ef} = V + \frac{\ell^2}{2mr^2}$$

Para un potencial repulsivo monótono V , V_{ef} es también monótono, pero si V es atractivo, la forma de V_{ef} depende muy marcadamente de ℓ . Si ℓ es suficientemente grande, V_{ef} será monótono pero para ℓ más pequeño, tendrá una forma más complicada, incluyendo un máximo y un mínimo⁸). Cerca de un máximo la velocidad radial clásica será muy pequeña, de forma que debido al momento angular, la partícula hará varias revoluciones alrededor del centro antes de retornar al infinito siguiendo, en definitiva, órbitas espirales. En el límite, cuando la energía E es exactamente igual al valor máximo de V_{ef} la partícula hará un número infinito de revoluciones a una distancia r_1 del centro. En estas condiciones la magnitud de la función de deflexión clásica tenderá

a infinito, es decir:

$$|\Theta| \longrightarrow \infty, \quad \ell \longrightarrow \ell_1$$

si

$$\ell = \ell_1, \quad V_{ef}(r_1, \ell_1) = E, \quad \left. \frac{dV_{ef}}{dr} \right|_{r=r_1} = 0 \quad (\text{I,11})$$

En estas circunstancias, la función de deflexión variará logarítmicamente cerca de ℓ_1^2):

$$\Theta(\ell) = \Theta_1 + h \ln\left(\frac{\ell - \ell_1}{\ell_1}\right) \quad \ell > \ell_1 \quad (\text{I,12})$$

$$\Theta(\ell) = \Theta_2 + 2h \ln\left(\frac{\ell_1 - \ell}{\ell_1}\right) \quad \ell < \ell_1$$

donde

$$h = \left[\frac{2 \ell_1^2}{mr^4} \left/ \left| \frac{d^2 V_{ef}}{dr^2} \right| \right]_{r=r_1}^{\frac{1}{2}}$$

La sección eficaz clásica surgirá de la suma de estas dos partes, cada una de las cuales será una superposición de un número infinito de términos de los sucesivos intervalos $\Theta = 0$ a $-\pi$, de $-\pi$ a -2π etc. Cada término en la serie será mucho menor que el término precedente. La mayor contribución para $0 > \Theta = -\Theta$ será:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{esp}} = \chi^2 (\ell_1 + \frac{1}{2})^2 \frac{1}{h \operatorname{sen}\Theta} \left(e^{-(\Theta+\Theta_1)/h} + \frac{1}{2} e^{-(\Theta+\Theta_2)/2h} \right) \quad (\text{I,13})$$

que muestra una exponencial decreciente conforme aumenta el ángulo. Los términos sucesivos pueden obtenerse de (I,13)

reemplazando θ por $2\pi - \theta$, $2\pi + \theta$, $4\pi - \theta$, $4\pi + \theta$,
 Para h pequeño, sin embargo, un término simple puede ser dominante.

La constante h , que mide el ritmo de caída de la sección eficaz, está relacionada con los parámetros físicos del problema. Escribiéndola así:

$$h = \left[2 V_{\ell} / r_1^2 \quad |V_{\text{ef}}''| \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I,14})$$

V_{ef}'' es la curvatura del potencial efectivo y V_{ℓ} es el potencial centrífugo, ambos evaluados en r_1 y ℓ_1 .

Mientras que en un potencial puramente repulsivo sólo puede tener lugar la dispersión de arco iris, los tres fenómenos pueden observarse tanto en un potencial puramente atractivo como en uno compuesto de parte atractiva y repulsiva. Así, Broglia et al³⁾ los estudiaron para la dispersión de ^{16}O por ^{58}Ni a 60 MeV de energía en laboratorio suponiendo tres potenciales nucleares diferentes de la forma Woods-Saxon además del potencial de Coulomb. Más recientemente, Luis Vaz et al⁵⁾ hacen un estudio comparativo de la colisión de ^{16}O sobre ^{208}Pb desde un punto de vista clásico, semiclásico y cuántico. La principal limitación del tratamiento clásico es debida a los efectos de interferencia de las diferentes trayectorias. En lugar de sumar las secciones eficaces como prevé la ecuación (I,5) se deben sumar las amplitudes de las trayectorias que contribuyen. Por esto el arco iris clásico y la dispersión gloria son modificados significativamente^{3,5)}, pero el comportamiento de la sección eficaz puede aún así ser explicado

con la ayuda de la función de deflexión clásica⁵).

Además de la limitación que supone estos fenómenos cuánticos para la descripción clásica de la dispersión elástica de núcleos pesados, ésta se ve también limitada por los efectos de absorción.

Si consideramos una trayectoria clásica que pasa a través de la zona de interacción, a lo largo de este camino, tanto el proyectil como el blanco pueden excitarse, lo que da lugar a una disminución de la sección eficaz elástica a lo cual se le llama generalmente absorción. Si en el caso de la colisión entre núcleos pesados la absorción fuera débil, ésta se podría tener en cuenta en un tratamiento perturbativo. Sin embargo, como indicamos en la introducción, este tipo de dispersiones se caracteriza por una absorción fuerte que introduce efectos esencialmente cuánticos. Una respuesta a este problema ha sido introducir trayectorias complejas con momentos angulares complejos^{6,7}). El uso de un momento angular complejo, por ejemplo, puede imaginarse como una forma de reemplazar un momento angular real simple L asociado con una órbita dada, por un paquete con momento angular centrado en L pero con una anchura dada por la parte imaginaria del momento angular.

I.2. Teoría semiclásica de la dispersión elástica.

Para tener en cuenta en un cuadro clásico los efectos cuánticos de la superposición e interferencia de contribuciones desde diferentes trayectorias clásicas apuntados anteriormente, se ha desarrollado la teoría semiclásica de

la dispersión de núcleos pesados^{2,3,6}). La idea básica es que al ser la longitud de onda pequeña frente al tamaño de los núcleos y a las distancias a las cuales el potencial cambia significativamente, en una posición x donde el potencial vale $U(x)$, podemos aproximar la función de onda del movimiento relativo por una onda plana con una longitud de onda determinada por la energía cinética local:

$$\Psi(x) \approx e^{i k(x) x} \quad (\text{I,15})$$

con

$$k(x) = \sqrt{2m[E - U(x)]} / \hbar$$

Esto nos lleva a la aproximación BKW que es la base de la teoría que reduce un tratamiento cuántico completo (ondas) a uno de óptica geométrica (rayos). La suma de ondas parciales se convierte así en una integral y la aproximación de fase estacionaria se usa para evaluar la amplitud de dispersión⁶). Esta amplitud aparece entonces como una composición coherente de las contribuciones de todas las órbitas clásicas que conducen al mismo ángulo de dispersión. De esta forma se tienen en cuenta los efectos de interferencia que son las correcciones esencialmente cuánticas.

Hasta ahora sólo nos hemos referido al movimiento relativo de los dos núcleos pues éste es suficiente para determinar la dispersión elástica. Pero esto implica que el problema completo de muchos cuerpos de dos núcleos compuestos en interacción ha sido reemplazado por un problema de dos cuerpos por la introducción de un potencial efectivo o potencial "óptico". Este potencial depende sólo de la separación de los dos núcleos, sin referirse

explícitamente a los muchos grados internos de libertad, cuya presencia significa que los núcleos pueden excitarse internamente. De hecho esto es lo más probable cuando los dos núcleos se aproximan. Puesto que esto elimina parte del flujo del canal elástico, se puede considerar, como ya vimos, que equivale a una absorción en este canal. En términos del potencial este fenómeno se representa por un potencial imaginario. Las partículas alfa y los núcleos pesados se caracterizan por una absorción fuerte, es decir, los elementos de la matriz de dispersión S_L son aproximadamente cero para momentos angulares menores que un cierto L_c y contribuyen fundamentalmente para momentos angulares mayores. De ahí que el modelo óptico sea un marco apropiado para el tratamiento de estas colisiones.

Una forma adecuada de la onda difundida emergente, que es así mismo una superposición de ondas parciales ⁹⁾, es

$$\Psi_{\text{dis}} = \frac{f(\theta) e^{ikr}}{r}$$

ecuación que define una amplitud de difusión elástica $f(\theta)$, la cual viene dada por:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell}^{\infty} (2\ell + 1) (e^{2i\delta_{\ell}} - 1) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (\text{I,16})$$

donde δ_{ℓ} representa el desplazamiento de fase de la onda parcial ℓ .

La aproximación semiclassical se debe considerar como un conjunto de aproximaciones matemáticas introducidas en (I,16). El conjunto mínimo de tales aproximaciones suele estar formado por las tres siguientes ²⁾:

1. El desplazamiento de fase es reemplazado por su valor aproximado WKB :

$$\delta_l = \frac{1}{4} \pi + \frac{1}{2} l \pi - Kr_0 + \int_{r_0}^{\infty} (K_r - K) dr$$

donde $K = \chi^{-1}$, $K_r = \left[2Mk^{-2}(E - V) - \left(l + \frac{1}{2} \right)^2 r^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}$ y

r_0 es el punto de retorno del movimiento clásico definido por $K_r = 0$. Esta aproximación requiere para su validez la condición física de una variación suave del potencial:

$$\left| \frac{\chi}{V} \frac{dV}{dr} \right| \ll 1$$

2. Los polinomios de Legendre se reemplazan por la expresión asintótica válida para grandes l :

a) $\text{sen } \theta \gtrsim 1/l$

$$P_l(\cos \theta) \simeq \left[\frac{1}{2} \left(l + \frac{1}{2} \right) \pi \text{sen } \theta \right]^{-\frac{1}{2}} \text{sen} \left[\left(l + \frac{1}{2} \right) \theta + \pi/4 \right]$$

b) $\text{sen } \theta \lesssim 1/l$

$$P_l(\cos \theta) \simeq (\cos \theta)^l J_0 \left[\left(l + \frac{1}{2} \right) \theta \right]$$

Estas fórmulas solapan ligeramente de forma que se cubre el rango completo de θ .

3. La suma de las amplitudes de dispersión de la fórmula (I,16) se reemplaza por una integral: $\sum_l \rightarrow \int d\ell$. Esta aproximación requiere para su validez que contribuyan muchas ondas parciales a la dispersión y que el desplazamiento de fase varíe suave y lentamente con l .

Si no consideramos ángulos demasiado próximos a 0 ó π ,

las aproximaciones 1, 2a y 3 convierten la amplitud de dispersión (I,16) en la forma semiclásica:

$$f(\theta) = -\chi(2\pi \operatorname{sen} \theta)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \left[\exp(i\varphi_+) - \exp(i\varphi_-) \right] d\ell$$

donde las fases φ_+ y φ_- vienen definidas por las fórmulas

$$\varphi_{\pm} = 2\eta_{\ell} \pm (\ell + \frac{1}{2})\theta \pm \pi/4$$

Las aproximaciones 1, 2b y 3 dan lugar en cambio a:

$$f(\theta) = \frac{1}{iK} \int_0^{\infty} (\ell + \frac{1}{2}) J_0(\ell \operatorname{sen} \theta) \left(e^{2iS(\ell)} - 1 \right) d\ell \quad (\text{I,17})$$

donde se ha utilizado la función de Bessel J_0 como forma asintótica de $P_{\ell}(\cos \theta)$.

Estas tres aproximaciones (usar desplazamientos de fase WKB, usar forma asintótica para los polinomios de Legendre y reemplazar el sumatorio por una integral) juntas definen el tratamiento semiclásico de la dispersión.

1.3. Modelos difractivos.

Dentro de este marco óptico semiclásico y puesto que la dispersión de núcleos pesados se caracteriza por fuertes absorción y repulsión coulombiana y pequeña atracción nuclear, si despreciamos esta última (parte real del potencial), las características de la difusión pueden ser explicadas por modelos difractivos si suponemos que el potencial imaginario absorbente tiene una superficie brusca, es decir, despreciamos la difusividad. Se puede demostrar¹⁰⁾ que bajo estas suposiciones, las soluciones de la ecuación de Schrödinger se comportan de una forma cono-

cida en óptica y pueden ser descritas en términos de dichos modelos.

Si suponemos la situación:

$$\begin{aligned} e^{2i\delta_l} &= 1 & \text{si } l > L_c \\ e^{2i\delta_l} &= 0 & \text{si } l < L_c \end{aligned} \quad (\text{I,18})$$

esto es, no hay dispersión si $l > L_c$ y la absorción es completa si $l < L_c$, estamos en una difusión Fraunhofer, y la integral (I,17) puede ser evaluada para dar la sección eficaz diferencial difractiva, resultando:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{k^2} \left[\int_{\frac{1}{2}}^{L_c} L J_0(L \text{ sen}\theta) dL \right]^2 d\Omega = \\ &= \frac{L_c^2}{k^2} \left[\frac{J_1(L_c \text{ sen}\theta)}{\text{sen}\theta} \right]^2 d\Omega \end{aligned} \quad (\text{I,19})$$

donde se ha utilizado la relación $\int x J_0(x) dx = x J_1(x)$. Esta sección eficaz de difracción tiene un comportamiento característico oscilatorio con un espaciado $\Delta\theta_D = \pi/kR$. Este comportamiento es observable normalmente en reacciones en las que la barrera de Coulomb queda muy por debajo de la energía incidente en centro de masas. Así, por ejemplo, $\Delta\theta_D$ para $\alpha + {}^{94}\text{Zn}$ a 104 MeV vale 4.24° y para ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ a 168 MeV, 4.74° . Sin embargo, en reacciones más típicas de núcleos pesados, dominadas por el potencial de Coulomb, el espaciado de las oscilaciones es bastante más pequeño: 0.92° para ${}^{16}\text{O} + {}^{208}\text{Pb}$ a 312 MeV y 0.30° pa-

ra $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ a 2380 MeV por ejemplo, por lo cual es más difícil de observar experimentalmente. En estos casos se hace la aproximación de grandes ángulos en $f(\theta)$, esto es:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik} \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} L \, dL \left(\frac{2}{\pi L \sin\theta} \right)^{\frac{1}{2}} \cos(L\theta - \pi/4) \left(e^{2i\mathcal{S}(L)} - 1 \right) \quad (\text{I}, 20)$$

A un ángulo de dispersión θ , la principal contribución a la integral viene de los valores de L cercanos a L_θ dado por:

$$2 \left(\frac{d\mathcal{S}(L)}{dL} \right)_{L_\theta} = \theta \quad (\text{I}, 21)$$

(para desplazamientos de fase de Coulomb, esta ecuación da $L_\theta = \eta \cot(\theta/2)$ siendo η el parámetro de Sommerfeld $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$).

Desarrollando en torno a L_θ :

$$\mathcal{S}(L) = \mathcal{S}(L_\theta) + \left(\frac{d\mathcal{S}}{dL} \right) (L - L_\theta) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\mathcal{S}}{dL^2} \right) (L - L_\theta)^2 + \dots \quad (\text{I}, 22)$$

o bien:

$$2 \mathcal{S}(L) = 2 \mathcal{S}(L_\theta) + \theta(L - L_\theta) + \frac{1}{2} \left(\frac{d\theta}{dL} \right) (L - L_\theta)^2 + \dots \quad (\text{I}, 23)$$

Sacando las funciones que varían lentamente y reemplazando el límite inferior de integración por L_c (esto es, volviendo a la situación (I,18)), queda:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_\theta}{2 \pi \sin\theta}} e^{i\alpha(\theta)} \int_{L_c}^{\infty} dL \exp \left[\frac{i}{2} \left(\frac{d\theta}{dL} \right)_{L_\theta} (L - L_\theta)^2 \right] \quad (\text{I}, 24)$$

que es justo la integral de Fresnel, por lo que a la dispersión así descrita se le llama dispersión de Fresnel.

Introduciendo una nueva variable x de la forma:

$$\pi x^2 = \left(\frac{d\theta}{dL} \right)_\theta (L - L_c)^2 \quad (I,25)$$

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_\theta (dL/d\theta)_\theta}{2 \operatorname{sen} \theta}} e^{i\alpha(\theta)} \int_{x_c}^{\infty} dx \exp\left(\frac{i\pi}{2} x^2\right) \quad (I,26)$$

La integral puede evaluarse sustituyendo $x_c \longrightarrow -\infty$, esto es, $L_c \ll L_\theta$, resultando $\sqrt{2} e^{i\pi/4}$; entonces:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_\theta (dL/d\theta)_\theta}{\operatorname{sen} \theta}} e^{i\bar{\alpha}(\theta)} \quad \text{donde } \bar{\alpha} = \alpha + \frac{\pi}{4} \left(\frac{d\theta}{dL} \right)_\theta \quad (I,27)$$

$$y \quad \sigma(\theta) = |f(\theta)|^2 = \frac{b}{\operatorname{sen} \theta} \left(\frac{db}{d\theta} \right) \quad (I,28)$$

donde $L_\theta = kb_\theta$, que es justo la fórmula (I,4) de la sección eficaz clásica de la dispersión elástica. Un desarrollo más extenso y detallado de estas ideas puede verse en el artículo de Frahn de 1972¹⁰⁾

Nótese que si x_c es cero, esto es, $L = L_c$, obtenemos el resultado simple de que en el ángulo crítico θ_c correspondiente a la trayectoria definida por L_c :

$$\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_R(\theta)} = \frac{1}{4} \quad (I,29)$$

$$\text{con} \quad \sigma_R(\theta) = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\left(\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)^4} \quad (I,30)$$

la sección eficaz de Rutherford para la dispersión puramente coulombiana. El resultado (I,29) es el origen del famoso "punto un cuarto" de Blair¹¹).

Un tratamiento alternativo de estas ideas^{12,13}) hace uso de la estructura simple de los elementos $S(L)$ de la matriz de dispersión para sistemas fuertemente absorbentes y los parametriza directamente. La más cruda versión de esto es el modelo de la caída brusca definido por la situación (I,18). Esto se generaliza a formas funcionales de $S(L)$ con caídas suaves. Estas formas pueden ser fenomenológicas o, como se ha hecho más recientemente¹⁴), relacionadas a suposiciones particulares sobre el potencial nuclear. Formas muy aproximadas se obtienen para la suma de ondas parciales y también en estos trabajos se examina en detalle la óptica de ondas implicada. En ciertos límites los resultados pueden reducirse a los obtenidos por los modelos de difracción de Fraunhofer y Fresnel.

I.4. La distribución angular.

Las secciones eficaces diferenciales típicas de la dispersión núcleo-núcleo, que están dominadas por la barrera de Coulomb, muestran, como veremos en los siguientes capítulos, primero algunas oscilaciones en torno al valor de Rutherford, seguidas por una sombra, es decir, un rápido decrecimiento en la sección eficaz. Una cuestión que no parece estar completamente resuelta es si una situación como ésta es debida a efectos refractivos del potencial nuclear (esto es, si puede hablarse de dispersión de arco iris, por analogía intuitiva con el arco iris clásico descrito en (I,1)), o si es debida a efectos difrac-

tivos (esto es, si debería hablarse de dispersión de Fresnel) debidos al salto repentino de la absorción fuerte en la superficie nuclear. La interpretación refractiva⁶⁾ dice que las órbitas de Coulomb que deberían haber sido dispersadas en la zona de sombras encuentran el potencial real nuclear atractivo y son impulsadas hacia delante. Una concentración de estos rayos provoca un pico de arco iris que es identificado con la mayor y más alta subida sobre el valor de Rutherford, y ha sido llamado "arco iris de Coulomb". La interpretación difractiva^{12,13)} implica que al encontrar absorción fuerte las supuestas órbitas de arco iris, el efecto de arco iris es fuertemente amortiguado o incluso eliminado. Dicho de otra forma, la sombra es debida a la absorción de las partículas de las órbitas de Coulomb que deberían haberse dispersado en esta región y el pico que aparece en la sección eficaz es debido a la difracción de Fresnel en el borde de la esfera negra absorbente.

Es muy improbable que estos dos procesos puedan distinguirse experimentalmente⁸⁾. En realidad es posible que ninguna interpretación extrema sea apropiada. Ciertamente, es verdad que en los casos prácticos la sección eficaz en la vecindad del pico Fresnel es sensible al potencial real nuclear y por tanto a efectos refractivos, incluso pensando que dicho potencial es del orden de -1MeV y mucho menor que el potencial de Coulomb en la misma región. Las distribuciones angulares observadas no pueden ser reproducidas por un potencial nuclear puramente imaginario. Realmente la magnitud de las oscilaciones en torno al valor de Rutherford de la sección eficaz es un sensible indicador de la intensidad relativa de los po-

tenciales real e imaginario en la superficie, indicando que ambos procesos, la absorción y la refracción, juegan importantes papeles. (Típicamente la relación del potencial imaginario al real cambia desde $\approx 1/3$ a bajas energías hasta la unidad cuando la energía aumenta).

I.5. El radio de absorción fuerte.

Los dos aspectos más interesantes sobre los cuales se puede obtener información a partir de la dispersión elástica de núcleos pesados es sobre el "tamaño" de los núcleos interactuantes y sobre el potencial que actúa entre ellos. Por eso el objetivo de este trabajo se centra en estos dos aspectos fundamentales.

El tamaño de los núcleos aparece en la forma de algún tipo de radio de absorción fuerte, R_{sa} , que caracteriza la separación de los dos centros nucleares cuando empiezan a interactuar intensamente. No existe una definición única de esta distancia, aunque las distintas prescripciones en uso dan valores que difieren normalmente en sólo unas décimas de fermi, como veremos en el siguiente capítulo. La más simple y empírica es la prescripción del punto un cuarto vista anteriormente. En este caso R_{sa} se toma como la distancia de máxima aproximación, $D_{1/4}$, de la órbita de Rutherford cuyo ángulo de dispersión es igual a $\theta_{1/4}$ en el sentido definido por (I,29). El momento angular L correspondiente a una distancia de máxima aproximación D y un ángulo de dispersión θ están relacionados entre sí semiclassicalmente por:

$$(L + \frac{1}{2}) = \eta \cot(\theta/2)$$

o bien:

$$(L + \frac{1}{2})^2 = kD (kD - 2\eta) \quad (I, 31)$$

donde k es el número de ondas y η el parámetro de Sommerfeld definido más arriba. En estas relaciones se ha despreciado el efecto del potencial nuclear en la función de deflexión por suponerlo muy débil frente al coulombiano a la distancia D del radio de absorción fuerte.

La sección eficaz puede convertirse en este caso, en una sección eficaz de reacción o de absorción suponiendo absorción completa para todas las órbitas de menor parámetro de impacto que $D_{1/4}$ y no absorción para todas las demás¹⁵⁾. Así, la sección eficaz de absorción está dada por:

$$\sigma_A = \pi k^{-2} \sum_{L=0}^{L_{1/4}} (2L + 1) = \pi k^{-2} (L_{1/4} + 1)^2 \quad (I, 32)$$

Este procedimiento ha sido útil para deducir cuantitativamente valores aproximados ($\lesssim 20\%$) de σ_A a partir de medidas de dispersión elástica.

La prescripción más popular y que será la que seguiremos a lo largo de este trabajo, es tomar para R_{sa} la distancia de máxima aproximación $D_{\frac{1}{2}}$ de la órbita de Rutherford de momento angular $L_{\frac{1}{2}}$ para el cual el análisis por ondas parciales indica un 50% de probabilidad de absorción, o un coeficiente de transmisión (o penetración) igual a $\frac{1}{2}$:

$$T_{L_{\frac{1}{2}}} = 1 - \left| S_{L_{\frac{1}{2}}} \right|^2 = \frac{1}{2} \quad (I, 33)$$

o bien:



$$\left| S_{L_{\frac{1}{2}}} \right| = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

El valor $D_{\frac{1}{2}}$ se obtiene de $L_{\frac{1}{2}}$ a partir de la expresión semiclásica (I, 31).

Otra elección muy reciente¹³⁾ es tomar el valor L para el cual $|S_L| = \frac{1}{2}$, incluso también se elige el momento angular para el cual $d|S_L|/dL$ tiene un máximo¹⁴⁾. Esta última prescripción generalmente ofrece valores ligeramente menores. Los valores del radio de absorción fuerte los estudiaremos en detalle en los dos próximos capítulos.

Por último diremos que el radio de absorción fuerte no tiene ningún significado absoluto excepto dentro de un determinado modelo teórico.

I.6. Los potenciales ópticos núcleo-núcleo.

I.6.1. El formalismo general.

Como ya hemos dicho, una de las magnitudes de más interés, además del radio de absorción fuerte, sobre las que se puede extraer información de las medidas experimentales de la dispersión elástica de núcleos pesados, es el potencial que actúa entre ellos. Dentro del marco óptico apuntado en I.3, este potencial usualmente se expresa en términos de un potencial efectivo complejo o potencial óptico $U(\vec{r})$ que depende solamente de la separación \vec{r} de los centros de masas.

Esta información que ofrece la dispersión elástica sobre el potencial es fundamental ya que es necesaria como conocimiento previo al estudio de otros aspectos de

las colisiones entre núcleos pesados como por ejemplo, en descripciones (tales como DWBA y canales acoplados) de reacciones periféricas y directas. Incluso una correcta descripción del canal elástico es necesaria para el estudio de la dispersión profundamente inelástica. Además, este potencial es una cantidad que tiene interés por sí misma ya que puede ofrecernos un conocimiento más profundo de aspectos nucleares más básicos.

Un potencial convencional en el modelo óptico $U(\vec{r})$ para la colisión de dos núcleos A_1 y A_2 aparece en la ecuación de Schrödinger de un cuerpo en la forma:

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right] \chi(\vec{r}) = E \chi(\vec{r}) \quad (\text{I, 34})$$

donde μ es la masa reducida, \vec{r} la separación de los centros y E la energía en centro de masas del movimiento relativo. La solución $\chi(\vec{r})$ con las condiciones de contorno apropiadas, describe la dispersión elástica $A_1 + A_2$. Normalmente $U(\vec{r})$ se supone local aunque los valores de sus parámetros pueden variar con la energía del proyectil. Este potencial engloba el gran número de grados de libertad internos de cada núcleo y el resto de los canales de reacción, sólo en la medida que repercuten en el canal elástico. Una justificación de este modelo se expresa en términos del formalismo de Feshbach¹⁶).

Supongamos que el hamiltoniano del sistema es:

$$H = H_1 + H_2 + T + \mathcal{V} \quad \mathcal{V} = \sum_{i,j} v_{ij} \quad (\text{I, 35})$$

donde H_1 y H_2 son los hamiltonianos internos de cada nú-

cleo aislado, T la energía cinética del movimiento relativo en el sistema centro de masas y V la interacción de acoplamiento entre los dos núcleos en la que i y j son subíndices que se refieren a nucleones de distinto núcleo y v_{ij} la interacción nucleón-nucleón. Aunque no hagamos ninguna referencia explícita a la antisimetrización entre los nucleones de los núcleos, suponemos que las funciones de onda para los estados internos de los núcleos individuales son antisimétricas. Llamemos $\{\psi_i\}$ y $\{\phi_j\}$ a dos conjuntos completos de estados para los hamiltonianos de A_1 y A_2 , donde:

$$(H_1 - \epsilon_{1i}) \psi_i = 0 \quad (H_2 - \epsilon_{2j}) \phi_j = 0 \quad (\text{I}, 36)$$

Llamemos a la función de onda completa $\psi^{(+)}$. Las medidas de la colisión elástica o inelástica nos proporcionan información sobre la proyección de la función de onda completa sobre el subespacio del canal definido por la medida particular. Denotamos estas proyecciones (amplitudes) dependientes de \vec{r} por:

$$\chi_{ij}(\vec{r}) = \langle \psi_i \phi_j | \psi^{(+)} \rangle \quad (\text{I}, 37)$$

lo cual significa que podemos expresar la función de onda total como:

$$\psi^{(+)} = \sum_{i,j} \chi_{ij}(\vec{r}) \psi_i \phi_j \quad (\text{I}, 38)$$

Un conjunto de ecuaciones acopladas que gobiernan las $\chi_{ij}(\vec{r})$ se puede encontrar insertando la expresión anterior en una ecuación de Schrödinger completa:

$$(H - E) \psi^{(+)} = 0 \quad (\text{I}, 39)$$

que conduce a:

$$\begin{aligned} & \left[T + \langle \Psi_i \phi_j | \mathcal{V} | \Psi_i \phi_j \rangle - E_{ij} \right] \chi_{ij}(\vec{r}) = \\ & = - \sum_{[k, \ell \neq i, j]} \langle \Psi_i \phi_j | \mathcal{V} | \Psi_k \phi_\ell \rangle \chi_{k\ell}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (\text{I,40})$$

donde $E_{ij} = E - \epsilon_{1j} - \epsilon_{2j}$ siendo $i, j = 0, 1, \dots, \infty$. Los elementos entre bras y kets denotan integración sobre las coordenadas internas de los dos núcleos.

Las ecuaciones (I,40) aunque completas, no son muy útiles. Cálculos prácticos requieren severas truncaciones de éstas, reduciéndolas a un pequeño conjunto de ecuaciones acopladas a varios estados de interés particular. El uso de una ecuación como la (I,34) implica de hecho la truncación de las (I,40) a una asociada con los estados fundamentales $i = j = 0$. El precio a pagar por esta necesidad impuesta por la posibilidad de cálculo es que las interacciones v_{ij} se ven sustituidas por una interacción efectiva. Esto queda claro en el formalismo de Feshbach que estamos tratando aquí¹⁶), en el cual todos los acoplamientos explícitos a los canales distintos del que nos interesa son eliminados. Para el canal en el cual ambos núcleos permanecen en su estado fundamental este procedimiento conduce a una ecuación de Schrödinger de un cuerpo para $\chi_{00}(\vec{r})$:

$$\left[T + U_{op} - E \right] \chi_{00} = 0 \quad (\text{I,41})$$

con el operador potencial optico U_{op} dado por:

$$U_{op} = \langle \Psi_0 \phi_0 | \mathcal{V} | \Psi_0 \phi_0 \rangle + \langle \Psi_0 \phi_0 | \mathcal{V} Q \frac{1}{E - H_{QQ} + i\epsilon} Q \mathcal{V} | \Psi_0 \phi_0 \rangle \quad (\text{I,42})$$

donde Q es el operador que proyecta fuera del canal elástico. Por su construcción la amplitud exacta de la dispersión elástica puede obtenerse de χ_{00} cuando $r \rightarrow \infty$.

Mientras que el primer término de (I,42) es real, el segundo al que podemos referirnos como un potencial de polarización dinámica, y que surge del acoplamiento de todos los demás estados, es mucho más difícil de calcular y es en general complejo, no local y dependiente de la energía y del momento angular. En la práctica, a causa de la repulsión intensa de corto alcance de la interacción pura nucleón-nucleón, la \mathcal{V} será ella misma una interacción efectiva que incluye algunas correcciones de "polarización", asociadas primariamente con las correlaciones de corto alcance entre los nucleones interactuantes.

Aunque este formalismo nos proporciona la forma cualitativa del potencial óptico, no garantiza que exista alguna representación simple de U_{op} adecuada. Esta cuestión puede ser explorada bien empíricamente o bien estudiando la estructura del segundo término de (I,42).

I.6.2. El potencial de convolución.

La idea de un potencial de convolución tiene una larga historia. El potencial electrostático $U_c(\vec{r})$ debido a una distribución de carga $\rho_c(\vec{r}')$ está dado por una convolución simple:

$$U_c(\vec{r}) = \int \frac{\rho_c(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' \quad (\text{I,43})$$

mientras que la interacción electrostática entre dos

distribuciones de carga está dada por una doble convolución:

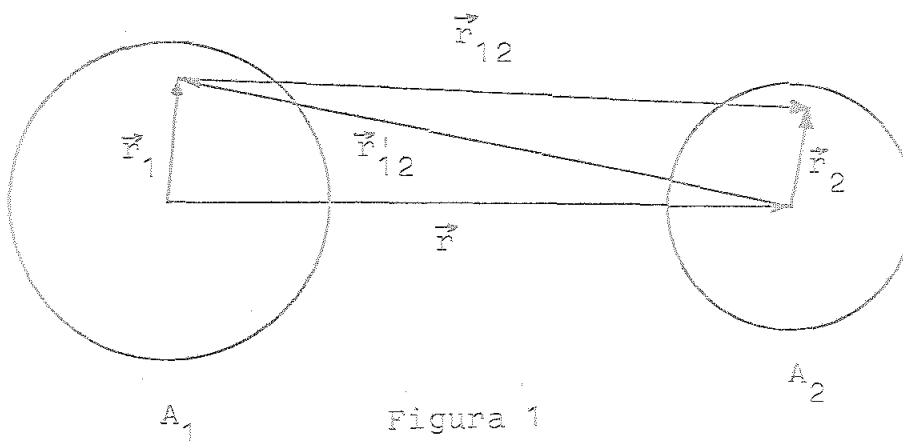
$$U_c(\vec{r}) = \iint \frac{\rho_c^{(1)}(\vec{r}_1) \rho_c^{(2)}(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_{12}|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (\text{I,44})$$

donde $\vec{r}_{12} = \vec{r} + \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, siendo \vec{r}_1 y \vec{r}_2 los vectores que conectan dos cargas de cada distribución con el centro de éstas y \vec{r} el vector que conecta dichos centros entre sí.

En el caso nuclear, la interacción de Coulomb $1/r_{12}$ es sustituida por una interacción efectiva nucleón-nucleón V_{12} . Como hemos visto, el primer término de la ecuación (I,42) lo podemos expresar como un potencial del tipo:

$$U(r) = \iint \Psi_0^*(\xi_1) \Phi_0^*(\xi_2) \sum_{ij} V_{ij} \Psi_0(\xi_1) \Phi_0(\xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (\text{I,45})$$

donde el nucleón i está en el núcleo 1, el nucleón j en el núcleo 2 y ξ_1 , ξ_2 son las coordenadas internas de estos dos núcleos respectivamente.



Si V_{ij} es una interacción local, $V_{ij} = V(\vec{r}_{ij})$, el potencial (I,45) puede reducirse al análogo de la ecuación

(I,44) :

$$U(\vec{r}) = \iint \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2) V(\vec{r}_{12}) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (\text{I,46})$$

donde $\rho_i(\vec{r}_i)$ es la densidad de partícula simple del núcleo i . Esta es la llamada doble de convolución.

Podemos separar la doble convolución en dos pasos y reescribir la ecuación (I,46):

$$U(\vec{r}) = \int \rho_1(\vec{r}_1) V_2(\vec{r}'_{12}) d\vec{r}_1 \quad (\text{I,47})$$

donde

$$V_2(\vec{r}'_{12}) = \int \rho_2(\vec{r}_2) V(\vec{r}_{12}) d\vec{r}_2 \quad (\text{I,48})$$

y $\vec{r}'_{12} = -\vec{r}_{12} + \vec{r}_2 = -\vec{r} + \vec{r}_1$. Así, $V_2(\vec{r}'_{12})$ es un potencial de convolución para la interacción del nucleón 1 con el núcleo 2.

Este procedimiento de generar la parte de largo alcance de la interacción núcleo-núcleo por convolución de la distribución de densidad de un núcleo con la parte real del potencial óptico de nucleón simple del otro fué utilizado por Brink and Rowley en 1974¹⁷).

El segundo miembro de la ecuación (I,46) representa sólo el término directo, por lo que habría que sumarle el de intercambio. Dicho término directo engloba solamente el canal elástico y produce un potencial real local. Sin embargo el término de intercambio da origen a un término no local.

Investigaciones del potencial óptico de nucleón simple^{18,19,20}) han demostrado que en general la contribución del término de intercambio es pequeña comparada con los términos directos y que en una buena primera aproximación el término directo es simplemente dado por convolución del potencial nucleón-nucleón con la distribución de materia nuclear. El término de intercambio surge esencialmente de la antisimetrización de la función de onda de los dos núcleos y por tanto será pequeño para grandes separaciones de éstos. Cálculos en este sentido se han hecho, aunque para dispersión de iones ligeros, por ejemplo Clement et al²¹) a energías subcoulombianas, situación que permite drásticas reducciones por una selección sistemática de las integrales de intercambio. Pero en general, como hemos dicho, los núcleos pesados dispersados elásticamente, se solapan muy poco incluso a la distancia de máxima aproximación. Por esto, sólo es necesaria la parte de largo alcance de la interacción núcle-núcleo y basta tomar ésta simplemente como expresa la ecuación (I,48).

Cuando ρ_2 y V tienen simetría esférica, la integral (I,48) se puede reducir a una integral bidimensional sobre r_1 y r_2 por un cambio de variables:

$$V_2(r) = \frac{2\pi}{r} \iint \rho_2(r_2) V(r_1) r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (I,49)$$

En el caso de que ρ_2 y V tienen formas Woods-Saxon con la misma difusividad pero diferentes radios, esta integral puede ser evaluada analíticamente obteniendo, en general, resultados aceptables, hasta cierto punto.

Estudios posteriores en este sentido ^{22,23)} muestran que estos resultados no son tan aceptables ya que las distribuciones de densidad utilizadas tienen un radio algo pequeño por lo que el potencial nucleón-nucleón que se dedujo es muy corto. Si se utilizaran radios correctos, el potencial obtenido por convolución sería demasiado grande en el radio de absorción fuerte; aproximadamente un factor 2. Una crítica similar ²²⁾ se le hace al potencial propuesto por Broglia y Winther ²⁴⁾ como forma asintótica de potenciales de convolución:

$$\text{Re } U(r) = -S r^2 \exp\left(\frac{R_V - r}{a_V}\right) \quad (\text{I}, 50)$$

Ellos proponen $S \simeq 3 \text{ MeV}$, $R_V = 1.14 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ y $a_V = 0.59 \text{ fm}$ (aunque por los valores de la densidad y de los parámetros del potencial nucleón-nucleón se deduzca un valor de $S = 5.25 \text{ MeV}$). Este potencial resulta tres veces mayor que los potenciales empíricos obtenidos por los datos.

El método de doble convolución que describe la ecuación (I,46) requiere, como hemos visto, una interacción efectiva nucleón-nucleón $V(\vec{r}_{12})$. Sólo tiene interés físico trabajar en casos donde se pueda conocer una V realista a priori, no de forma que V sea tratada como ajustable (así el éxito queda garantizado de antemano). Unos eligen ²⁵⁾ un potencial simple de estado S que ajusta la dispersión nucleón-nucleón como una gaussiana. Otros ²⁶⁾ eligen la parte de largo alcance del potencial Hamada-Johnston de estado S complementado por la aproximación de cierre a los términos tensoriales de segundo orden, visto como una aproximación a la matriz G más apropiada. Cuando se aplican estos potenciales a la

dispersión núcleo-núcleo sobreestiman el potencial en factores mayores que dos. Similares resultados se obtienen cuando se usa un potencial de Yukawa que ajusta la dispersión nucleón-nucleón a baja energía²⁷⁾ o una forma de Yukawa deducida de la dispersión α - α ²⁸⁾.

Sobre estas discrepancias se ha especulado²⁹⁾ que puedan ser debidas a que estas formas tienen una cola que decrece demasiado lentamente, pues si bien la dispersión de nucleones no es muy sensible al extremo de la cola, ésta es bastante importante en la integral de convolución a las grandes separaciones que son de interés en núcleos pesados. Cálculos en este sentido se han hecho³⁰⁾ utilizando potenciales de la forma del cuadrado de Woods-Saxon (para convolución simple) que reducen el valor anómalo anterior alrededor de la mitad en algunas reacciones. Otras dos posibles contribuciones al fallo de la convolución con potenciales empíricos pueden ser, por una parte, que éstos incluyen los efectos de acoplamiento de otros canales de reacción, efectos que en general son diferentes para la difusión de nucleones que de núcleos, y por otra que cualquier dependencia con la densidad de la interacción efectiva nucleón-nucleón no se tiene en cuenta en el model de convolución, es decir, el potencial empírico $V(\vec{r}_{12})$ incluye presumiblemente de forma fenomenológica algunos efectos de la dependencia de la densidad en el potencial nucleón-nucleón, pero los efectos adicionales debidos a la densidad del núcleo 2 son despreciados.

Debido a que la convolución en el espacio ordinario es esencialmente un procedimiento estático que no tiene en cuenta el movimiento relativo de los núcleos, Saloner,

Toepffer y Fink³¹⁾ han desarrollado un modelo de convolución en el espacio de momentos con resultados comparables a los anteriores, pero explicando mejor otras características de la dispersión como las funciones de excitación en la región de alta energía para el $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ y $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, aunque con una barrera de Coulomb demasiado alta y densidades de solapamiento demasiado pequeñas. El potencial óptico usado en este trabajo es:

$$U = (2\pi)^{-6} \int d^3r_2 \rho_1 \rho_2 e_{cs}^{-2} \int_0^{k_F} d^3k_1 \int_0^{k_F} d^3k_2 (\langle \vec{k}_1 | G | \vec{k}_2 \rangle - \langle \vec{k}_1 | G | -\vec{k}_2 \rangle) \quad (I, 51)$$

donde:

e_{cs} = densidad del núcleo compuesto

k_F = momento de Fermi

G = interacción efectiva

$$\langle \vec{k} | G | \pm \vec{k} \rangle = \int d^3r \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) G \exp(\pm i\vec{k} \cdot \vec{r})$$

$\vec{k} = k_{m,n}$, momento local del movimiento relativo por nucleón.

Una forma más reciente de llevar a cabo la convolución para la dispersión elástica de núcleos pesados es usando interacciones efectivas de Bertsch et al³²⁾. G. R. Satchler y el grupo de Oak Ridge³³⁾ están estudiando una gama de unas cincuenta reacciones utilizando dichas interacciones con resultados, si bien diversos, mostrando en promedio una mejora apreciable sobre otros tipos de interacciones utilizadas en el procedimiento de convolución.

Una interacción de Bertsch se expresa como suma de tres términos de Yukawa. El primero es un OPEP (one-pion-exchange-potential) de muy largo alcance $\hbar/m_\pi c = 1.4 \text{ fm}$.

El segundo lo toman de un rango de 0.4 fm que aproximadamente simula el intercambio múltiple de piones y el tercero, de rango 0.25 fm, lo toman por conveniencias de cálculo. Un extenso comentario sobre el papel del OPEP, de la dependencia del spin e isospin, del término de intercambio y algunas aplicaciones a los datos de la dispersión elástica puede verse en las recientes contribuciones de Satchler presentadas en Dogashima³⁴).

I.6.3 La densidad de energía.

A partir de las conclusiones del trabajo de Brueckner, Buchler y Kelly³⁵), el formalismo de la densidad de energía ha proporcionado una forma de calcular la energía de interacción entre dos núcleos colisionantes. El modelo consiste en escribir la energía total de un sistema de fermiones bajo la forma de una funcional de las densidades de un cuerpo, que puede ser construida a partir de las propiedades de materia nuclear usando una interacción realista nucleón-nucleón. Esto hace que este sistema de trabajo esté prácticamente libre de parámetros ajustables, aunque los cálculos se hacen usualmente en la llamada aproximación repentina, que en el caso de núcleos pesados significa que las densidades ρ_1 y ρ_2 de cada uno de ellos solapan durante la colisión sin reagrupamiento.

En este modelo, la energía de interacción calculada como una función de la distancia relativa R entre los centros de masas puede ser interpretada como la parte real del potencial de interacción, que se toma:

$$V(R) = \int \epsilon(\rho_1 + \rho_2) d^3r - \int \epsilon(\rho_1) d^3r - \int \epsilon(\rho_2) d^3r \quad (I, 54)$$

donde $\rho_1(\vec{r} - \vec{R}_1)$ y $\rho_2(\vec{r} - \vec{R}_2)$ son las densidades de los dos núcleos y los vectores \vec{R}_1 y \vec{R}_2 denotan la distancia entre el centro de masas total y el centro de cada núcleo. La densidad de energía viene dada por:

$$E = \tau_{TF} + \rho V(\rho, \alpha) + \eta (\nabla \rho)^2 + \frac{1}{2} e V_c \rho_c - 0.7386 e^2 \rho_c^{4/3} \quad (I, 55)$$

donde el primer sumando es la densidad de energía cinética calculada en la aproximación de Thomas-Fermi. En el segundo término $V(\rho, \alpha)$ es la energía potencial por partícula en materia nuclear y viene dada por:

$$V(\rho, \alpha) = b_1(1 + a_1 \alpha^2) \rho + b_2(1 + a_2 \alpha^2) \rho^{4/3} + b_3(1 + a_3 \alpha^2) \rho^{5/3} \quad (I, 56)$$

con

$$\alpha = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p} \quad (I, 56)$$

El término gradiente tiene en cuenta las correcciones de inhomogeneidad para las energías cinéticas y potencial, cuyos coeficientes son de la forma:

$$\eta = \eta_0 \left[1 - k^2 \alpha^2 \right] = \eta_0 \left[1 - k^2 \left(\frac{N - Z}{A} \right)^2 \right] \quad (I, 57)$$

Las dos últimas contribuciones de (I, 55) son las energías de Coulomb directa y de intercambio.

Cálculos con este formalismo han sido hechos por Ngô et al³⁶) construyendo $V(R)$ desde el formalismo de Hartree-Fock BCS a través de los cálculos de Beiner y Lombard³⁷) escribiéndolo como un producto de una función "universal" por un factor geométrico, lo cual, con una simple parame-

trización, permite obtener resultados comparables a los obtenidos por otros potenciales entre núcleos pesados.

I.6.4. El potencial de proximidad.

Como ejemplo de funciones para el potencial entre dos núcleos, consideraremos ahora y en un marco parecido al anterior, un potencial muy popular y bastante general basado en la idea de las fuerzas de proximidad desarrollado por el grupo de Berkeley³⁸⁾.

Este formalismo del potencial de proximidad, representa un intento de formular una interacción universal núcleo-núcleo. Físicamente se basa en el hecho de que el alcance de la fuerza nuclear es corto, incluso en comparación con las dimensiones nucleares. Varias comparaciones se han hecho recientemente^{38,39,40)} entre un potencial de proximidad calculado teóricamente y el que se deduce de los datos de la dispersión elástica y de la fusión de núcleos pesados. Estas comparaciones están limitadas por el hecho de que la dispersión de núcleos pesados, como ya hemos dicho, explora sólo la superficie nuclear y existen incertidumbres en la interpretación de los datos de la fusión, como el papel de las fuerzas disipativas por ejemplo. Debido a que los núcleos ligeros son menos intensamente absorbidos y exploran distancias más cortas, no es de esperar que el potencial de proximidad ofrezca buenos resultados en este tipo de dispersiones, sin embargo muy recientemente Tabor et al⁴¹⁾ han estudiado la relevancia de este potencial en la dispersión de núcleos tan ligeros como p, d, ³He, ⁴He.

El potencial de proximidad, para distribuciones leptodermas de materia nuclear, ofrece³⁸⁾ para la parte real

V_N del potencial núcleo-núcleo la siguiente expresión:

$$V_N(\zeta) = 4\pi\gamma \frac{C_T C_P}{C_T + C_P} \Phi(\zeta) \quad (\text{I, 58})$$

donde:

$$\gamma = 0.9571 - 1.7826 \left[\frac{(N_T + N_P - Z_T - Z_P)}{(A_T + A_P)} \right]^2 \quad (\text{I, 59})$$

$$\Phi(\zeta) = \begin{cases} 0.5(\zeta - 2.54)^2 + 0.0852(\zeta - 2.54)^3, & \zeta < 1.2511 \\ 3.437 \exp(-\zeta/0.75), & \zeta > 1.2511 \end{cases} \quad (\text{I, 60})$$

C_i ($i = P, T$) son los radios nucleares de densidad mitad del valor central, que son calculados a partir del radio equivalente de acuerdo con:

$$R_i = 1.28 A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8 A_i^{-1/3} \quad (\text{I, 61})$$

$$C_i = R_i \left[1 - (b/R_i)^2 + \dots \right]$$

donde b es una constante relacionada con la difusividad de la superficie nuclear con un valor de aproximadamente 1 fm^{42}). A causa de que el formalismo de proximidad está basado en la naturaleza de corto alcance de la fuerza nuclear, Φ está convenientemente expresada como una función de la distancia de separación ζ entre las superficies de densidad mitad dada por:

$$\zeta = (r - C_T - C_P)/b \quad (\text{I, 62})$$

En la ecuación (I,58) Φ es el potencial universal de interacción por unidad de área entre dos planos paralelos semiinfinitos de materia nuclear, mientras que los otros factores representan una corrección geométrica para núcleos de curvatura finita. Φ ha sido calculada teóricamente usando las aproximaciones de Thomas-Fermi³⁸) y Kirzhnitz⁴³).

Capítulo II

EL POTENCIAL FENOMENOLOGICO NUCLEO-NUCLEO

II.1. La elección del potencial.

Con el potencial U_{op} definido por la ecuación (I,42), la solución $\chi(r)$ de la ecuación (I,34) representa sólo a $\chi_{oo}(r)$ de las ecuaciones (I,40) y (I,41) y describe el movimiento relativo de los dos núcleos mientras ambos permanecen en sus respectivos estados fundamentales. Esta puede ser una componente muy pequeña de la función de onda total en aquella región del espacio donde los dos núcleos solapan apreciablemente; en tal caso, la absorción fuerte se manifiesta haciendo $\chi_{oo}(r)$ muy pequeña para $R \leq R_1 + R_2$.

Esto está en contraste con la mayoría de los potenciales calculados por vía más o menos fundamental o microscópica como los descritos en el capítulo anterior, pues todos intentan seguir en mayor o menor grado los reajustes que los dos núcleos deben hacer cuando empiezan a interactuar y solapar: distorsión de las formas nucleares, reacción al principio de Pauli, efectos de la naturaleza saturante de las fuerzas nucleares, etc. Estas funciones de energía potencial no son relevantes para la componente χ_{oo} de la función de onda total sino que describen el movimiento de un paquete de ondas que incluye un rango más o menos amplio de estados excitados de los sistemas separados. El gran número de estos efectos, la necesidad de plantear el

problema de forma matemáticamente tratable, e incluso computacionalmente accesible, hace que en todos estos potenciales quede algún parámetro libre ajustable a los datos experimentales. Por otra parte, en orden a ajustar dichos datos, también se hacen suposiciones sobre la parte imaginaria del potencial. Lo más simple es tomar la misma forma que el real y ajustar su profundidad a los datos. A menudo esta prescripción funciona; sin embargo, no hay razón, a priori, para que esto sea correcto.

Por otra parte, en casi todos los casos de dispersión de núcleos pesados, los ajustes a los datos experimentales son muy (o completamente) insensibles al potencial a separaciones más pequeñas que el radio de absorción fuerte. Esto es verdad incluso para dispersión de partículas alfa a baja energía y cuando el rango de ángulos está limitado a dispersión "hacia delante". Excepciones parciales tienen lugar para energías más altas en relación con la barrera de Coulomb, cuando en algunos casos por lo menos aparece que la dispersión es sensible al potencial sobre un rango de distancias que puede extenderse hacia dentro del radio de absorción fuerte.

Por todas estas razones apuntadas, la elección más popular del potencial óptico es la aproximación fenomenológica del objeto U_{op} definido por (I,42) por un potencial local complejo $U(r)$ de la forma Woods-Saxon, cuyos parámetros son ajustados a los datos experimentales.

Como es natural, este tipo de parametrización del potencial núcleo-núcleo no es única. Dentro de esta aproximación fenomenológica, para ciertos casos particulares, se

toman distintas formas paramétricas como el Woods-Saxon cuadrado^{44,45,46,47}) el Woods-Saxon derivado^{47,48}) etc.

El potencial pues entre dos núcleos pesados queda definido por la suma del potencial nuclear tipo Woods-Saxon, el potencial de Coulomb y la energía centrífuga para cada valor de ℓ ; esto es:

$$U_{\ell}(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \quad (\text{II},1)$$

donde:

$$V_N(r) = \frac{-V_0}{1+\exp\left(\frac{r-R_R}{a_R}\right)} - i \frac{W_0}{1+\exp\left(\frac{r-R_I}{a_I}\right)} \quad (\text{II},2)$$

y

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r \geq R_C \\ \left[3 - \left(\frac{r}{R_C}\right)^2\right] \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C}, & r < R_C \end{cases}$$

y los radios expresados como:

$$R_i = r_{oi} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (\text{II},3)$$

Para el potencial de Coulomb se ha elegido el correspondiente a una distribución esférica de carga, debido a que la consideración de una forma más realista y exacta de dicho potencial⁴⁹) aportaba muy pequeña variación al resultado del potencial, siendo además en todos los casos la

dispersión núcleo-núcleo muy insensible al radio del potencial de Coulomb.

II.2. Estudio cuantitativo de la ambigüedad.

El hecho de que la forma Woods-Saxon sea la más usada para el potencial óptico núcleo-núcleo puede ser debida a su parecido con las distribuciones de densidad de Fermi., de larga tradición en Física Nuclear, pues en realidad no obedece a ninguna razón física de fondo. La característica de la absorción fuerte de la dispersión de núcleos pesados a grandes distancias de los centros de los núcleos, que hace que sólo intervenga la cola del potencial nuclear, es la causa de que formas muy distintas puedan explicar aceptablemente los datos experimentales: Woods-Saxon (desde ahora escribiremos WS), WS derivado, WS cuadrado, WS dependiente del momento angular en la parte imaginaria, gaussianas, exponenciales y todos los explicados en el capítulo anterior, forman la amplia gama de elecciones utilizadas hasta ahora. Parece por esto claro que cualquier potencial con una cola apropiada puede ser válido para ajustar los datos, excepto en ciertas regiones bastante excepcionales que parecen ser sensibles al potencial a distancias muy pequeñas⁵⁰). Todo esto hace indicar que incluso dentro de una misma parametrización, esta ambigüedad existe, esto es, muchos conjuntos de parámetros muy distintos entre sí, ajustan bien los datos. O lo que es lo mismo, los datos experimentales no determinan el potencial núcleo-núcleo de forma única, a diferencia de lo que ocurre en las reacciones nucleón-núcleo.

Una bien conocida formulación analítica de esta redundancia de los parámetros es la llamada ambigüedad de Igo⁵¹⁾ que se expresa en términos del potencial WS de la ecuación (II,2) el cual se convierte a larga distancia como es $r - R_R \gg a$ en:

$$V_N(r) \simeq - \left[V_0 \exp\left(\frac{R_R}{a_R}\right) \right] e^{-r/a_R} - i \left[W_0 \exp\left(\frac{R_I}{a_I}\right) \right] e^{-r/a_I} \quad (\text{II},4)$$

que claramente nos muestra que si a_R y a_I son fijas, cualquier combinación de V_0 y R_R , y W_0 y R_I , que deje constantes las combinaciones:

$$I_R = V_0 \exp \frac{R_R}{a_R}, \quad I_I = W_0 \exp \frac{R_I}{a_I} \quad (\text{II},5)$$

explicarán de la misma forma la dispersión. Por esto a I_R e I_I se les llama constantes de Igo.

Esta ambigüedad a primera vista lineal y continua, existe. Pero, ¿existen magnitudes fundamentales relacionadas directamente con el potencial que escapan de dicha ambigüedad? En otras palabras, hemos de averiguar primero, si la ambigüedad de los parámetros se presenta de la forma prevista por Igo y en cualquier caso, segundo, estudiar si dicha ambigüedad se manifiesta por la propia relación entre los parámetros de la forma del potencial elegida o bien magnitudes como el valor de dicho potencial, su derivada, la relación entre la parte imaginaria y la real a las distancias relevantes en la dispersión núcleo-núcleo, como es el radio de absorción fuerte, quedan definidas de forma inambigua.

Puesto que la ambigüedad existe y su origen es bien conocido, al ajustar los datos puede ser desorientador variar más parámetros de los que dichos datos pueden determinar. Así, de los seis parámetros de un potencial óptico con formas WS para la parte real e imaginaria, salvo excepciones como las que se pueden observar en la tabla 2, en muchos casos sólo son necesarios cinco (caso de $a_R = a_I$) o incluso cuatro (si además $R_R = R_I$), es decir V_0 , W_0 , R y a .

Para estudiar la ambigüedad, ajustamos un potencial WS de cuatro parámetros:

$$U(r) = V(r) + iW(r) = -(V_0 + iW_0)/(1 + e^x) \quad (\text{II},6)$$

$$x = \frac{r - R}{a} \quad \text{y} \quad R = r_0(16^{1/3} + 208^{1/3})$$

a los datos experimentales de la dispersión de ^{16}O por ^{208}Pb a dos energías de laboratorio distintas: 129.5 y 192 MeV, buscando los valores óptimos de V_0 y W_0 en un entramado de puntos en el plano (r_0, a) , comenzando por puntos en torno al valor de χ^2/N mínimo mejorado, obtenido por Ball et. al.⁵²). Las regiones exploradas han sido:

$$\begin{aligned} 1.10 \leq r_0 \leq 1.40 \text{ fm} \\ 0.55 \leq a \leq 0.68 \text{ fm} \\ 24.53^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 71.89^\circ \end{aligned} \quad \text{para } ^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \quad 129.5 \text{ MeV} \quad (\text{II},7)$$

y

$$\begin{aligned} 0.90 \leq r_0 \leq 1.40 \text{ fm} \\ 0.50 \leq a \leq 0.75 \text{ fm} \\ 11.32^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 41.38^\circ \end{aligned} \quad \text{para } ^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \quad 192 \text{ MeV}$$

con 34 valores experimentales de la sección eficaz diferencial a los rangos de ángulos Θ_{cm} en el sistema centro de masas indicados, para el primer caso, y con 30 para el segundo.

El procedimiento fue variar, para cada valor fijo de r_0 y a , los parámetros V_0 y W_0 hasta obtener un χ^2/N mínimo con un criterio de convergencia del 1%. La definición de χ^2 es la usual, es decir:

$$\chi^2/N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\sigma_{exp}^{(i)} - \sigma_{teor}^{(i)}}{\Delta\sigma^{(i)}} \right]^2 \quad (II, 8)$$

donde la suma está extendida a los N ángulos para los cuales se conoce una sección eficaz medida σ_{exp} con un error estimado de $\Delta\sigma$, y σ_{teor} es el valor calculado en el ajuste.

El resultado de esta exploración se muestra en las figuras 2,3,4 y 5. La exactitud de las líneas de iso- χ^2 , iso- V_0 e iso- W_0 es muy alta. Tomando cualquier punto de los mapas así establecidos, el valor obtenido por interpolación directa lo confirma el cálculo con una exactitud del 1% como máximo.

La ambigüedad aparece dramáticamente clara: a lo largo del valle óptimo, por ejemplo de la figura 4, el χ^2/N varía sólo desde 1.21 hasta 1.23, mientras que los parámetros varían extensa y continuamente

desde $(V_0, W_0, r_0, a) = (9.39, 10.34, 1.366, 0.518)$

hasta $(V_0, W_0, r_0, a) = (1725, 1341, 0.916, 0.665)$.

En las figuras 2 y 4 las líneas iso- χ^2/N son verti-

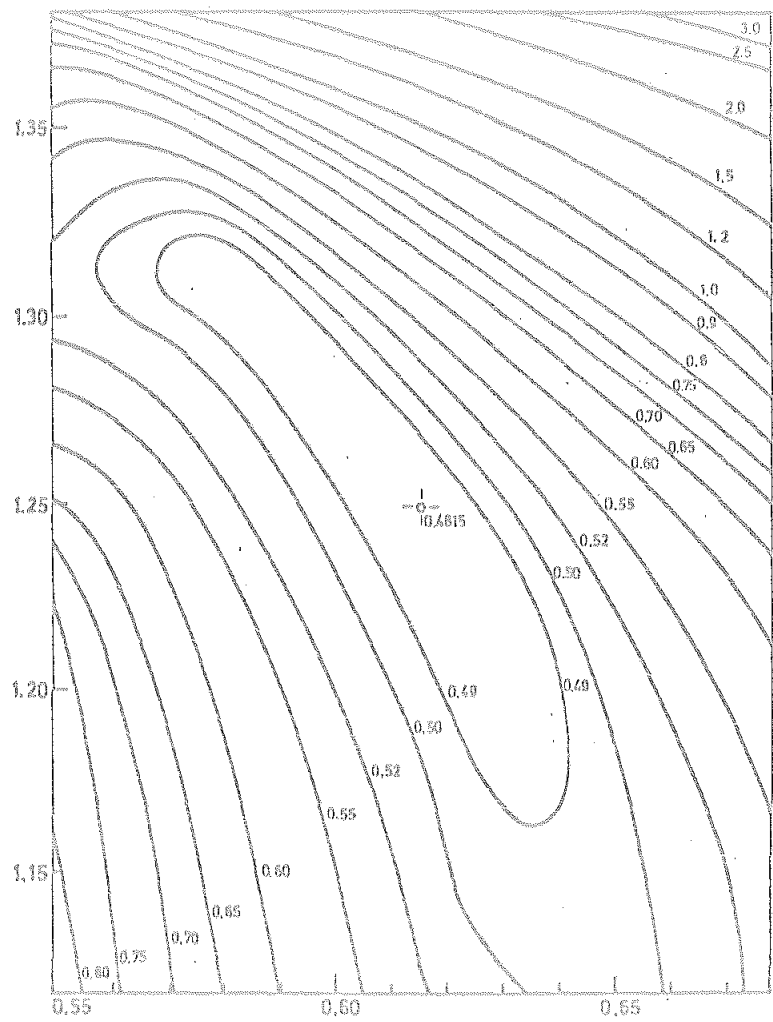


Figura 2

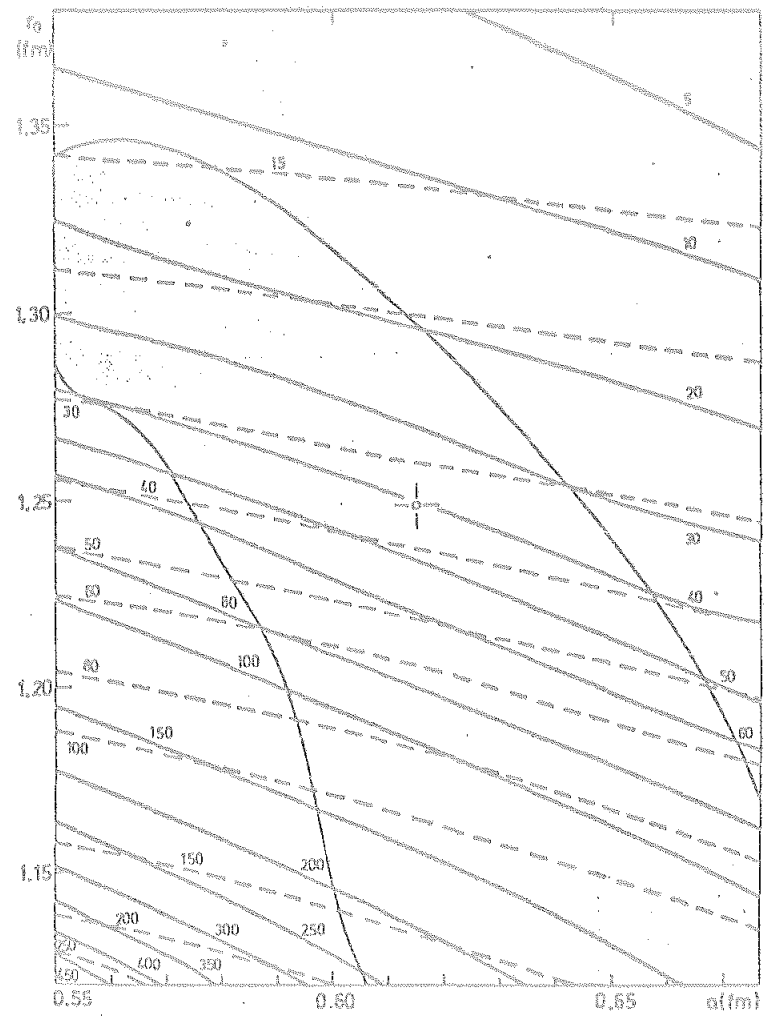


Figura 3

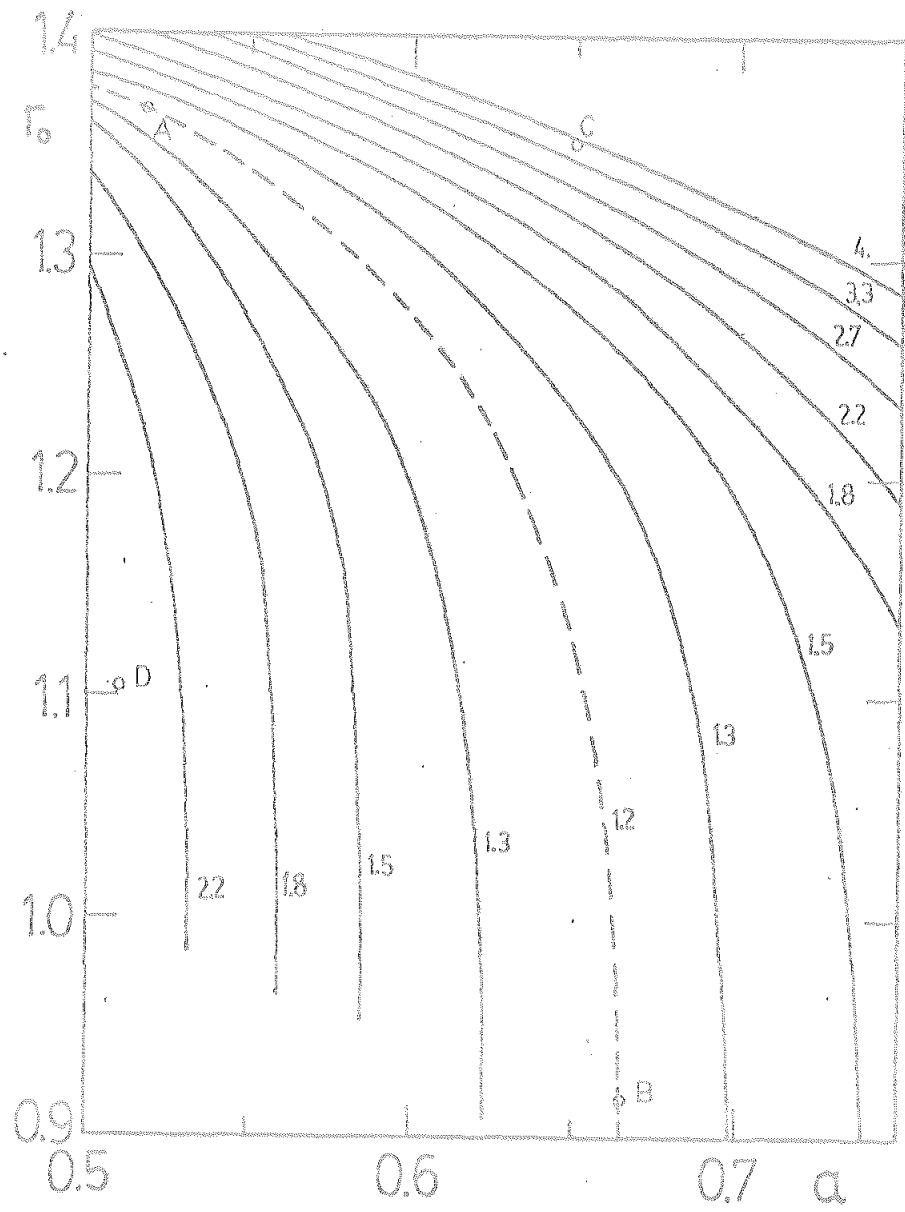


Figura 4

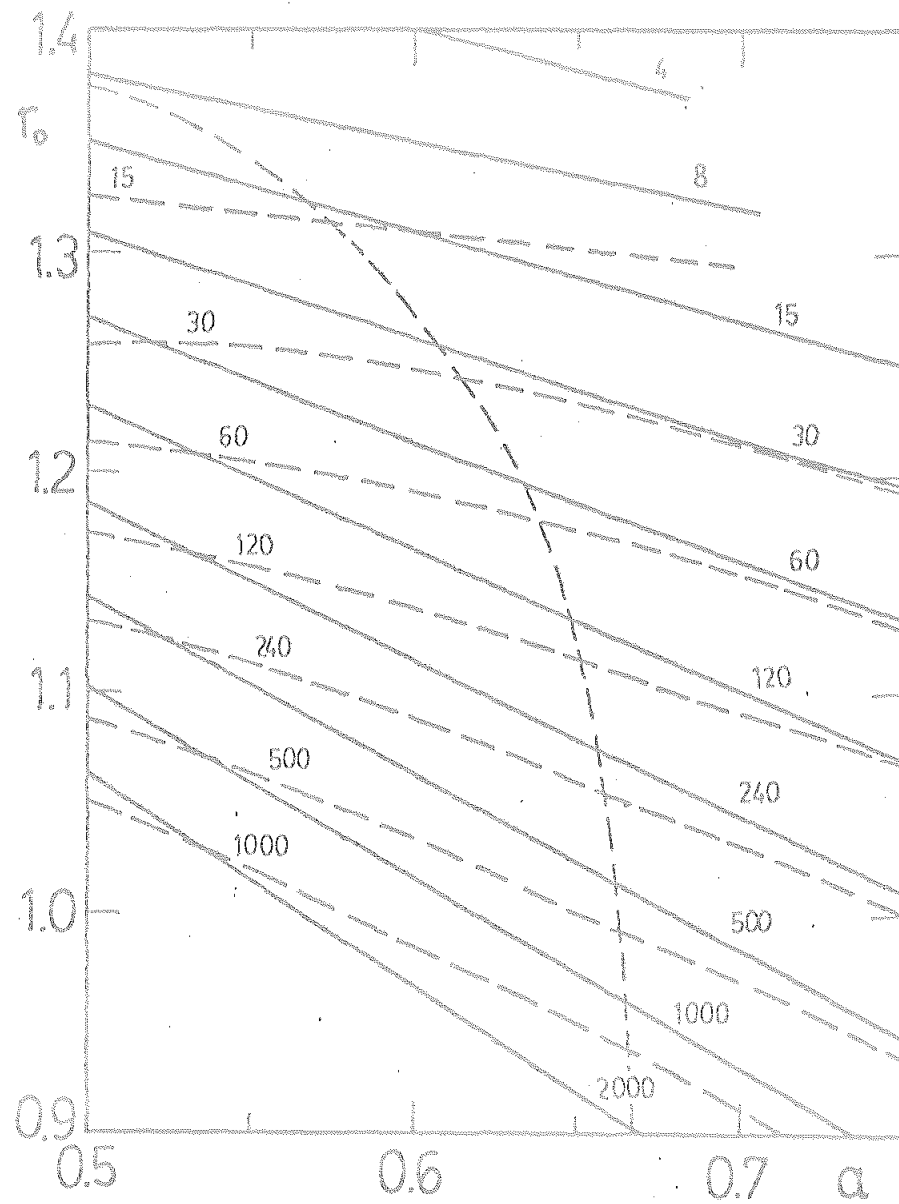


Figura 5

cales para pequeños valores de r_0 de acuerdo con la ambigüedad de Igo. Pero no es este el caso en la parte superior de la figura donde los radios del WS son próximos al radio de absorción fuerte y la condición $r - R \gg a$ deja de cumplirse. Vemos pues, que la formulación de Igo de la ambigüedad del potencial óptico en la dispersión de núcleos pesados no es suficientemente general (se refiere sólo a cambios de V_0 y R_0 con a fijo) y tiene una validez restringida a los ajustes de potencial en el origen profundo con radios pequeños.

Como vemos, formulada de una u otra forma, la ambigüedad existe y es tremenda, pero como dijimos al principio, es necesario ver si hay magnitudes que escapan de ella y en qué medida.

Como vimos en I.5 son varias las prescripciones que se toman para la definición de radio de absorción fuerte. Refiriéndonos a ellas, llamaremos $R_{1/4}$ a la distancia de máxima aproximación de la órbita de ángulo de dispersión $\theta_{1/4}$ correspondiente al "punto un cuarto" en el que la sección eficaz experimental es el 25% de la sección eficaz de Rutherford. A la distancia de máxima aproximación de la órbita de Rutherford de momento angular $L_{\frac{1}{2}}$ correspondiente a una onda parcial con 50% de probabilidad de absorción, deducida de la relación semiclassical (I,31) la llamaremos R_{sa} . A la distancia cuya onda parcial correspondiente satisface la condición $|S_L| = \frac{1}{2}$ la denotaremos R'_{sa} y aquella para la cual $d|S_L|/dL$ tiene un máximo, R''_{sa} .

Cada una de estas tres últimas definiciones depende

del potencial ajustado, pero es de esperar que los valores coincidan en todos los ajustes igualmente buenos. La figura 6 muestra que para todos los conjuntos de parámetros a lo largo de los valles óptimos de las figuras 2 y 4, el valor de R_{sa} de la segunda definición es prácticamente constante. De forma más general, la tabla 1 muestra el rango de valores que se obtienen para el caso de $^{16}_0 + ^{208}_{82}\text{Pb}$ en los mejores ajustes para las distintas prescripciones del radio de absorción fuerte.

Tabla 1

E (MeV)	$R_{1/4}$	R_{sa}	R'_{sa}	R''_{sa}
192	12.43 ± 0.05	12.5 ± 0.1	12.12 ± 0.06	11.96 ± 0.12
129.5	12.75 ± 0.02	12.82 ± 0.06	12.46 ± 0.02	12.32 ± 0.02

La dependencia de la energía de dicha distancia, 0.34 ± 0.02 fm mayor a 129.5 MeV que a 192 MeV, es prácticamente la misma en las cuatro definiciones.

Otras magnitudes físicamente significativas son los valores del potencial real nuclear y su derivada en el radio de absorción fuerte. Nuestro estudio confirma este punto más de lo que aparentan las figuras 7 y 8. Por ejemplo, en la figura 8 aparecen diferencias de hasta el 35% en los valores de $V(R_{sa})$ entre los ajustes óptimos, pero estas di-

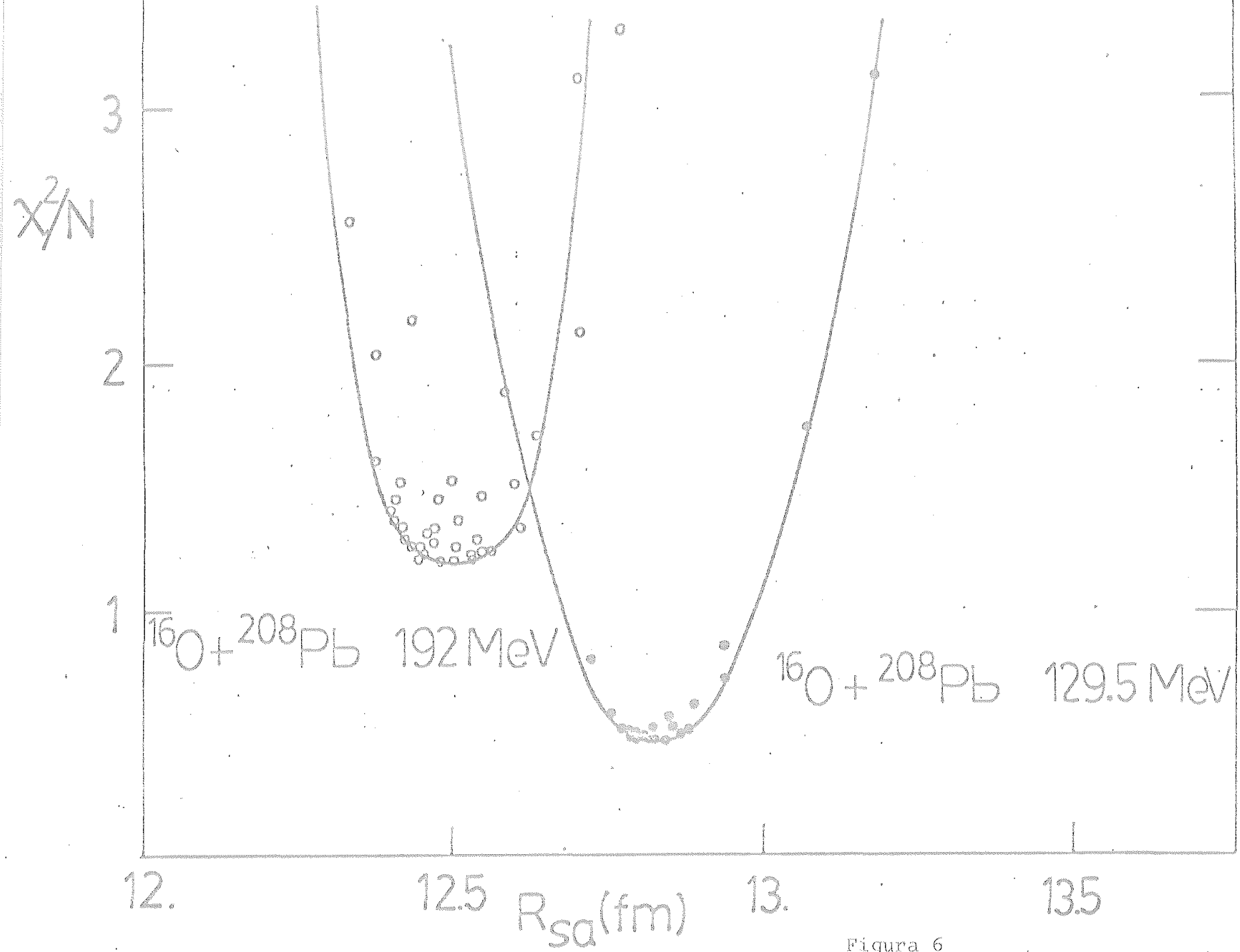


Figura 6

ferencias vienen principalmente de diferencias en R_{sa} más que de $V(r)$: nótese que el WS en esta zona es prácticamente una exponencial y la relación del potencial para dos puntos separados solamente 0.2 fm es $\exp(0.2/0.66) = 1.35$.

La figura 9 muestra que los potenciales reales nucleares para cualquier par de ajustes del valle óptimo de la figura 4 difiere uno de otro menos del 6% en la región $12.0 < r < 12.6$ fm (esto es, entre R_{sa}'' y R_{sa}), pero diferencias del 12% aparecen en $r = 11.7$ y $r = 12.8$ fm. Como muestra dicha figura, los potenciales de diferentes ajustes buenos no se cruzan necesariamente en la región significativa, como a menudo se establece^{23,53,54}) pero son muy próximos en una amplia zona. Nótese que el ajuste identificado como A en las figuras 2 y 9 no están sujetos a la condición de Igo en esta región. En la misma región, la inversa de la derivada logarítmica $-V/V'$ (que debería ser muy próxima a la difusividad a si la ambigüedad de Igo valiera) permanece igual a 0.67 fm para los ajustes de V_0 profundo al final más bajo del valle, como en B, y cambia desde 0.72 (en $r = 12.0$) hasta 0.59 fm (en $r = 12.6$) para los ajustes del final superior izquierdo del valle óptimo, como en A.

Otra importante cantidad que parece estar definida dentro de la ambigüedad es la relación entre el potencial imaginario y el real en R_{sa} . En nuestro valle óptimo de la figura 5, W/V evoluciona desde 1.10 para los ajustes poco profundos de la parte superior izquierda hasta 0.78 para los ajustes profundos a lo largo de la zona vertical donde es válida la formulación de Igo de la ambigüedad.

Un mal ajuste típico al nordeste del valle (identifi-

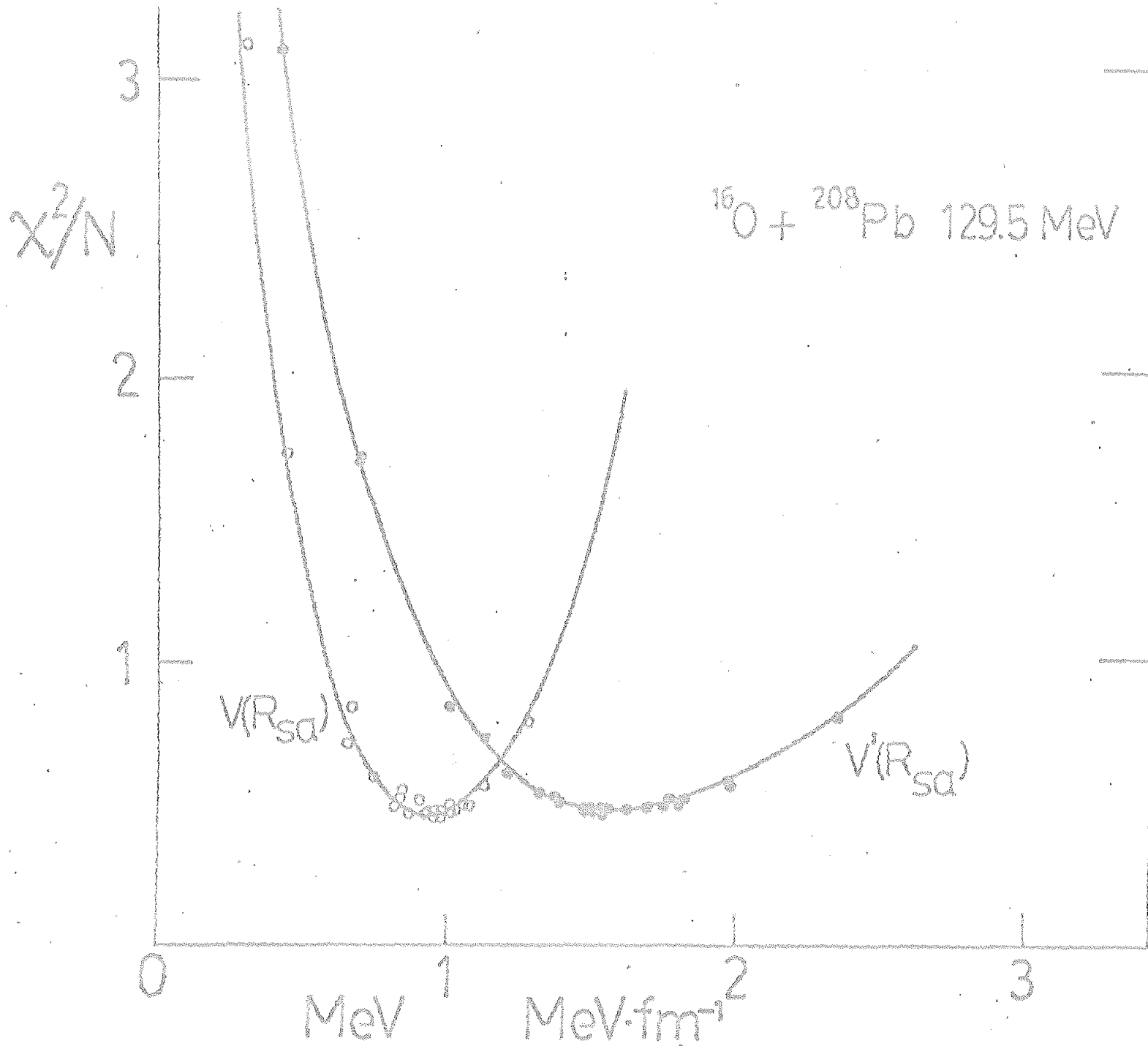


Figura 7

χ^2/N

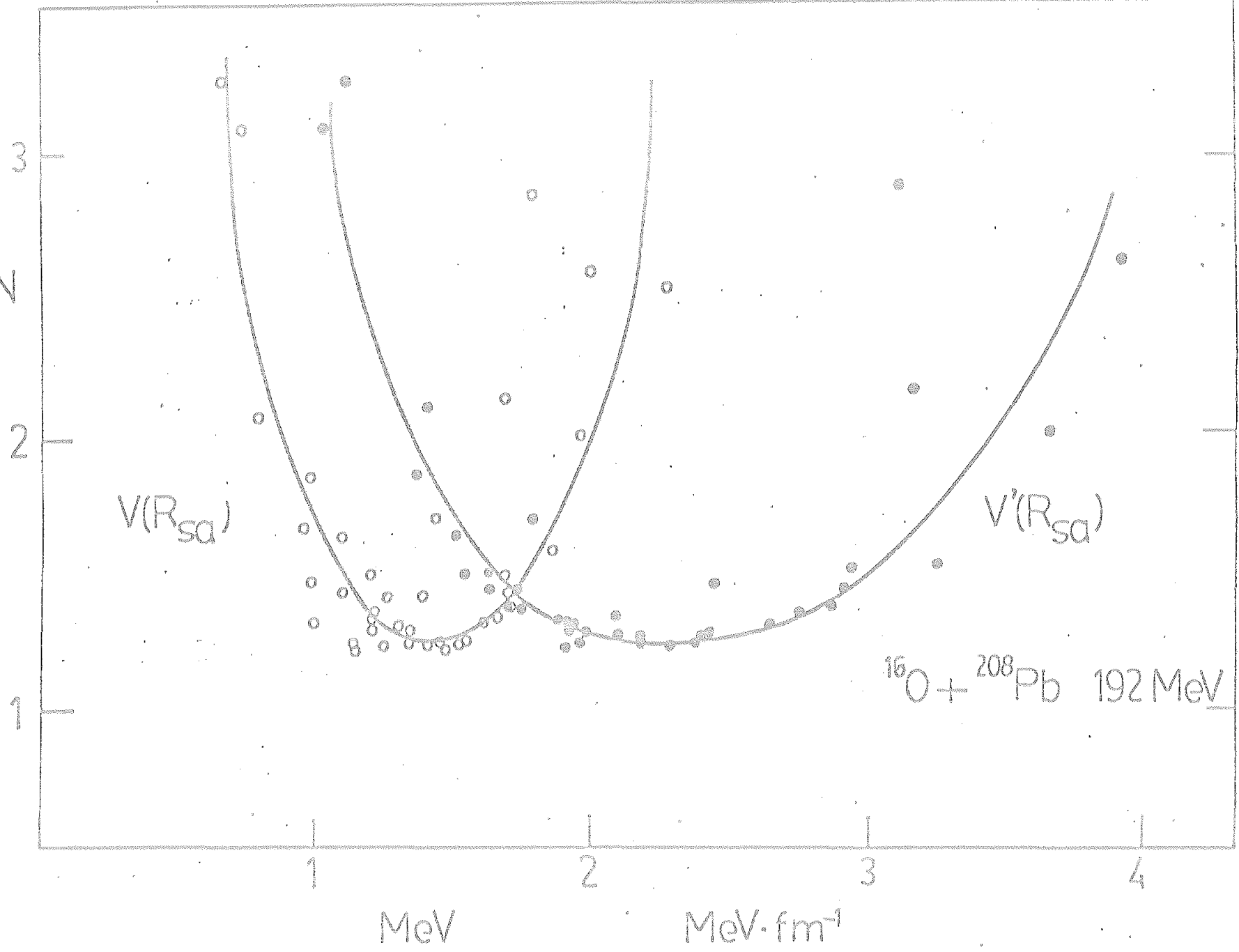


Figura 8

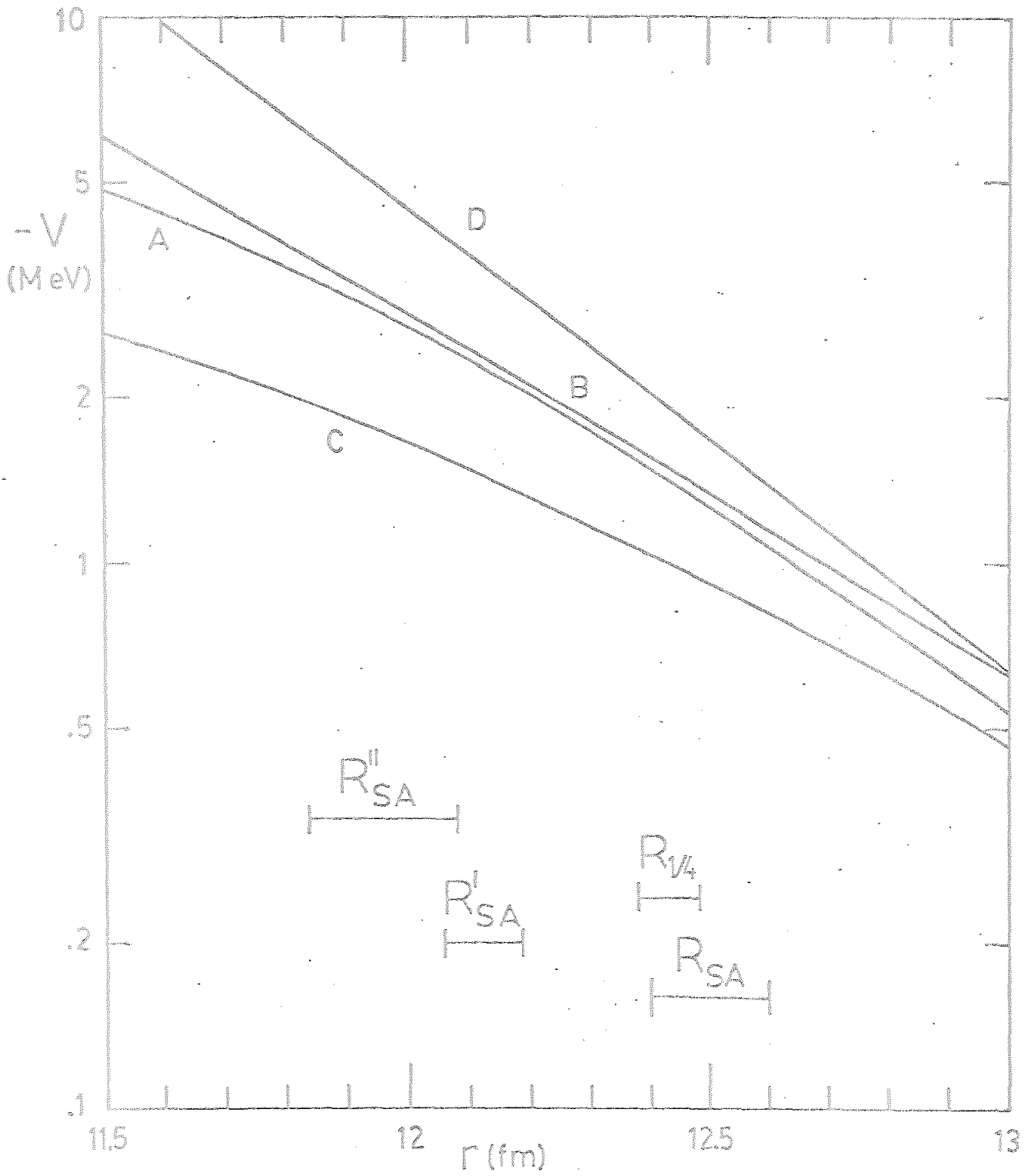


Figura 9

cado por C en las figuras 4 y 9) ofrece mayores valores de R_{sa} y W/V y menores valores de $V(r)$ y su pendiente a las distancias críticas entre 12.0 y 12.6 fm. Lo opuesto es verdad para puntos del suroeste del valle óptimo (por ejemplo el identificado por D).

Este estudio de la ambigüedad del modelo óptico para la dispersión elástica de iones pesados, tiene varias limitaciones. Sin embargo, ayuda a clarificar algunos aspectos del potencial óptico de una forma más cuantitativa y explícita de lo que hasta ahora se ha hecho.

En primer lugar uno puede cuestionarse hasta qué punto el χ^2 es un criterio válido para la calidad de un ajuste. La suave y autocohérente forma de las figuras 2, 3, 4 y 5 sugiere que para un conjunto dado de datos experimentales, pequeños cambios del χ^2 son significativos. Por el contrario, se puede esperar a priori que un ajuste diferente podría obtenerse posiblemente desde otro conjunto de datos para la misma dispersión estudiada. En particular, los datos experimentales hasta el presente, a grandes ángulos son en la mayoría de los casos escasos y de pobre resolución, y parecen ser particularmente difíciles de ajustar. Es posible que en el futuro, mejores datos experimentales se muestren rebeldes a un buen ajuste por cualquier potencial en el modelo óptico.

Uno también podría pensar cuál es el significado de un χ^2/N mucho menor que la unidad (0.5 en uno de los ejemplos estudiados en este caso y muchos más en el resto del trabajo como se verán en la tabla 2). No creemos que la redundan-

cia de parámetros en el modelo permita seguir a los puntos calculados las fluctuaciones casuales de los 34 puntos experimentales; más bien creemos que el hecho es debido a una estimación pesimista de los errores experimentales asociados a cada dato.

A la vista de estos resultados uno puede preguntarse qué ventajas e inconvenientes tiene la parametrización WS. Como una herencia del modelo óptico para la dispersión nucleón-núcleo, el potencial WS ha sido ampliamente usado en el ajuste de los datos de la dispersión elástica núcleo-núcleo desde que empezaron a obtenerse experimentalmente, y esta práctica ha seguido en uso incluso después de establecerse claramente que, debido a la absorción fuerte, solamente la cola del potencial era efectiva. Huizenga et al. y Satchler en la Conferencia de Argonne⁵⁵⁾ han descrito muchas diferentes parametrizaciones hoy día en uso, de las que algunas hemos hecho referencia anteriormente. El propio Satchler una vez critica los potenciales de convolución²²⁾ en el sentido de que pierden su "razonabilidad" física por la necesidad de una constante N de renormalización introducida "ad hoc", pero poco después en colaboración con W. G. Love⁵⁶⁾, aplican el modelo de doble convolución a una nueva interacción efectiva nucleón-nucleón que no necesita una renormalización muy sustancial. Una aplicación extensiva de este procedimiento a unos 50 casos ya comentada en I.6.2 ofrece resultados razonables con valores N entre 0.76 y 1.45. Todavía los mejores ajustes se obtienen generalmente con la parametrización WS, y bastante frecuentemente un WS de 4 parámetros da tan buen χ^2 como uno de seis⁵⁷⁾. Esta es la razón por la que hemos querido conocer cómo se manifiesta la ambigüedad en esta parametrización particular. Sin embargo,

el potencial WS, útil como es para ajustes individuales, es inadecuado para cualquier estudio sistemático de parámetros físicamente significativos. Por ejemplo, cuando se ajusta la dispersión elástica de ^{12}C por isótopos del Nd^{58}) con un potencial WS diferente para cada isótopo y los parámetros reales (V_0 , γ_0 , a) varían tanto como (15.07, 1.354, 0.481), (17.15, 1.292, 0.691)...(25.04, 1.323, 0.474), es mucho más razonable pensar en una ambigüedad del tipo de las mostradas en las figuras 2 y 4 que pensar en diferencias físicas en los isótopos para dar cuenta, por ejemplo, de una variación del 45% en el parámetro a de difusividad.

Por otra parte, hemos visto en nuestros casos que el radio de absorción fuerte y otras magnitudes escapan de la ambigüedad de los ajustes en gran medida. Pero la generalización de esta propiedad puede implicar alguna complejidad como veremos en el capítulo III para el R_{sa} . Por ejemplo hemos visto que a esta distancia la relación W/V es una magnitud bien definida, sin embargo en el reciente estudio del grupo de Oak Ridge ya comentado, sobre más de 50 parejas con el método de convolución para la parte real y un WS para la imaginaria, encuentran que dicha relación W/V varía desde 0.05 hasta 3.22 con una media de 0.65 y una desviación cuadrática media de 0.63. Ninguna sistemática clara aparece en esta amplia variedad, al menos a primera vista.

II.3: El potencial global empírico.

A partir de la teoría clásica de perturbaciones se concluye⁵⁹⁾ que la dispersión elástica determina principalmente la parte real del potencial óptico en un punto ligeramente

más interior que la distancia de máxima aproximación para una trayectoria que lleve al ángulo de arco iris. Con esta regla, a finales de 1976, Christensen y Winther⁶⁰⁾ obtienen una evidencia empírica para el potencial núcleo-núcleo que en muchos aspectos se muestra superior al potencial de convolución de Brink y Rowley¹⁷⁾, al potencial de proximidad³⁸⁾ y al obtenido por los Wilczyński⁶¹⁾ a partir del modelo de la gota líquida con condiciones de contorno apropiadas.

A las grandes distancias que son significativas en la dispersión de núcleos pesados y a energías no demasiado próximas a la barrera de Coulomb (ni por supuesto demasiado altas), se puede usar la teoría de perturbaciones clásica para determinar la trayectoria clásica en el campo combinado $U(r)$ de una repulsión de Coulomb $U_C(r) = Z_1 Z_2 e^2 / r$ y una débil atracción nuclear $U_N(r)$ ^{62, 63)}

Puesto que sólo interviene la cola extrema del potencial nuclear, éste puede parametrizarse en la forma de una exponencial:

$$U_N(r) = V_0 \exp\left(\frac{-r}{\alpha}\right) \quad (\text{II}, 10)$$

donde V_0 y α son constantes. La trayectoria no perturbada, puede caracterizarse por su excentricidad ϵ_s , la cual está relacionada con el parámetro de impacto b y el momento angular $L = (\ell + \frac{1}{2})\hbar$ por:

$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{1 + L^2}{(\eta \hbar)^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a_0}\right)^2} \quad (\text{II}, 11)$$

donde $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$ es el parámetro de Sommerfeld o de Coulomb ya definido en el capítulo I y $a_0 = Z_1 Z_2 e^2 / 2E$. Las cantidades E y v son la energía en centro de masas y la velocidad relativa a grandes distancias. En el primer orden de la teoría de perturbaciones, se encuentra que la distancia de máxima aproximación está dada por:

$$r_a = r_0 + \Delta \quad (\text{II}, 12)$$

con

$$\Delta = r_0 \frac{1 + \xi}{\xi} \frac{U_N(r_0)}{2E} < 0 \quad (\text{II}, 13)$$

donde $r_0 = a_0 (1 + \xi)$ es la distancia no perturbada de máxima aproximación.

El ángulo de deflexión $\theta(\xi)$ está dado por una integral sobre la trayectoria. En segundo orden, haciendo la aproximación:

$$-q(\xi) \frac{r_0}{\alpha} \frac{U_N(r_0)}{2E} \simeq q(\xi) \frac{U(r_B)}{E} \quad (\text{II}, 14)$$

donde $U(r_B)$ es la barrera de Coulomb y $q(\xi)$ tiene una magnitud entre 0.1 y 0.5, se encuentra:

$$\theta = 2 \arcsen \frac{1}{\xi} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\xi-1}{\xi}} \frac{\xi+1}{\xi} \sqrt{\frac{r_0}{\alpha}} \frac{U_N(r_0 + \Delta \sqrt{2})}{E} \quad (\text{II}, 15)$$

donde el primer sumando es la función de deflexión de Coulomb.

A partir de esta expresión, se puede calcular el ángulo de arco iris por la condición $\partial \theta / \partial \xi = 0$ que nos lleva

a la ecuación:

$$\left(\frac{r_0}{\alpha}\right)^{3/2} \frac{U_N(r_0 + \Delta\sqrt{2})}{2E} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0+1}} \frac{1}{\epsilon_0-1} \quad (\text{II},16)$$

que para $\epsilon_0 = \epsilon_R$ expresa la situación de arco iris.

Se puede obtener el mismo ángulo de arco iris θ_R por diferentes potenciales U_N si se cambia a la vez la profundidad U_0 y la difusividad α en (II,10). La distancia x en la cual estos potenciales se cruzan o aproximan como dijimos en el párrafo anterior, para pequeñas variaciones de α , se puede encontrar escribiendo:

$$U_N(r) = U_N(x) \exp\left(-\frac{r-x}{\alpha}\right) \quad (\text{II},17)$$

y suponiendo que x es constante bajo variaciones de α .

Puesto que $(\partial\theta/\partial\epsilon_0)_\alpha = 0$, la ecuación para x es:

$$d\theta = \left(\frac{\partial\theta}{\partial\alpha}\right)_{\epsilon_0} d\alpha = 0 \quad (\text{II},18)$$

o bien

$$x = r_R - \frac{\alpha}{2} - 0.65 \Delta \quad (\text{II},19)$$

donde r_R es la distancia de máxima aproximación para la trayectoria de arco iris. El último término puede despreciarse en una primera aproximación. La conexión entre ϵ_R y α para un ángulo de arco iris θ_R dado, puede escribirse en esta aproximación (θ_R no demasiado cerca de 180°) de la siguiente forma:

$$k_R + \frac{1}{2} = \eta \cot \left(\frac{\theta_R}{2} + \frac{\sin^2 \frac{\theta_R}{2}}{\cos^2 \frac{\theta_R}{2}} \frac{2 \alpha E}{Z_1 Z_2 e^2} \right) \quad (\text{II}, 20)$$

Relación que muestra que para un ángulo dado θ_R el momento angular implicado en la dispersión de arco iris es bastante insensible al potencial nuclear.

El hecho de que diferentes potenciales que describen igualmente bien una misma dispersión elástica crucen en un punto bien definido ya lo hemos comentado²³), así como la proximidad de dicho punto al radio de absorción fuerte. La fórmula (II,19) reproduce los cruces empíricos con una exactitud mejor que 0.2 fm.

En el trabajo que estamos comentando⁶⁰) los autores coleccionan un amplio número de potenciales ópticos reales WS de la literatura reciente y suponiendo que el valor de dichos potenciales en la vecindad del punto x de la ecuación (II,19) es la parte mejor determinada del potencial, calculan el momento angular de arco iris k_R , la distancia x y el potencial $U_N(x) = U_{WS}(x)$ en este punto, usando un simple cálculo numérico para determinar la distancia de arco iris de los potenciales coleccionados. Puesto que, como hemos dicho, el WS es la forma de potencial que por ahora mejor ajusta los datos experimentales, el valor de dicho potencial a la distancia x lo toman como "experimental" y sustituyendo dicho valor x en las expresiones de otros modelos de potencial (convolución, proximidad y gota líquida) los comparan entre sí y proponen un potencial empírico basados en las ideas anteriores que muestra en dichas comparaciones una

superioridad neta. El potencial real exponencial propuesto es:

$$U_N(r) = 50 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \exp\left(-\frac{r - R_1 - R_2}{\alpha}\right) \text{ MeV} \quad (\text{II},21)$$

con

$$R_i = 1.233 A_i^{1/3} - 0.978 A_i^{-1/3} \quad (\text{II},22)$$

y $\alpha = 0.63$ fm. El resultado es tan bueno a este nivel de comparación, que los autores achacan las desviaciones del resultado óptimo a las fluctuaciones en los radios nucleares.

Además, por un procedimiento similar, deducen una fórmula empírica para determinar el radio de la barrera de Coulomb:

$$r_B = 1.07 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 2.72 \text{ fm} \quad (\text{II},23)$$

Estos resultados son muy esperanzadores en la búsqueda de un potencial global libre de parámetros ajustables y de constantes de renormalización, que ajuste los datos experimentales con resultados análogos a los conseguidos con las formas WS.

Muchos, sin embargo son los problemas que plantea un intento en este sentido. Planteemos algunos de ellos.

19) El tomar los parámetros de los potenciales WS de la literatura y elegir como base el valor de dicha forma potencial en el punto x para obtener por comparación los parámetros óptimos y globales de dicho potencial (II,21) es

sin duda un buen procedimiento, posiblemente el mejor. Sin embargo los datos experimentales, en un campo tan reciente como este, mejoran constantemente así como las técnicas de computación para la búsqueda de parámetros óptimos. Por estas razones la solidez de la comparación puede ser no muy buena en ciertos casos estudiados por los autores. Por otra parte, la mayoría de los artículos de los que se obtienen dichos parámetros, no citan el χ^2 del ajuste y también en la mayoría de los que lo expresan, aún en muchos casos siendo muy aceptables, varían bastante de unos ajustes a otros. En el párrafo anterior vimos la influencia que puede tener el χ^2 de un ajuste.

2º) Es muy comentado y conocido el hecho de que distintos potenciales que ajustan bien unos datos experimentales se cruzan aproximadamente en un punto, sin embargo la figura 9 muestra que el grado de definición de dicho punto en muchos casos no es demasiado alto. Por esto, aunque tomar el punto x como el decisivo es el método posiblemente más apropiado, la exactitud no está garantizada.

3º) Al igual que otras prescripciones para el potencial nuclear núcleo-núcleo como las comentadas en el capítulo I, el trabajo de Christensen y Winther sugiere una forma para el potencial real pero nada dice acerca de la parte imaginaria. Se puede hacer como con la convolución ⁵²), suponer una forma WS para dicha parte imaginaria y ajustar sus parámetros. Pero de nuevo así, el éxito queda garantizado prácticamente a priori.

4º) El criterio de radios del potencial de la fórmula (II,22) no tiene en cuenta la diferente estructura

nuclear de los núcleos que entran en colisión, que si bien a las grandes distancias que entran en juego, en este tipo de dispersiones, puede ser una buena aproximación, como veremos en el capítulo III, la influencia de dicha estructura puede ser notable al entrar en detalle.

A pesar de estos problemas del potencial real de Christensen y Winther (desde ahora CW), creemos que se sustenta en unas bases tan sólidas o más que los otros descritos en el capítulo precedente, apoyandolo el hecho de la superioridad manifestada en la referencia⁶⁰), en los aspectos ya comentados, sobre los otros tipos de potenciales reales.

El procedimiento para analizar este potencial fue ajustar un amplio conjunto de parejas cuyos datos experimentales son recientes y bien determinados con un potencial óptico cuya parte real es un CW de parámetros fijos como los de las ecuaciones (II,21) y (II,22) y una parte imaginaria de la misma forma exponencial pero de parámetros ajustables. Los conjuntos de datos constan de 30 a 100 secciones experimentales para cada uno de ellos y las energías por nucleón del proyectil en el sistema de laboratorio varía desde 3.5 a 12 MeV/nucleón.

Como referencia, la tabla 2 muestra los ajustes WS de todas las reacciones estudiadas, encontrados en la literatura o obtenidos por nosotros mismos. En todos los casos, se comprobó que el χ^2/N era el más bajo posible dentro de esa parametrización.

En un primer paso, ajustamos todas las reacciones con un potencial CW cuya parte imaginaria era proporcio-

nal a la parte real:

$$U(r) = -(V_0 + iW_0) \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \exp\left(\frac{R_1 + R_2 - r}{a}\right) \quad (\text{II},24)$$

con $V_0 = 50 \text{ MeV fm}^{-1}$, $a = 0.63 \text{ fm}$ y el criterio de radios igual que en (II,22). El único parámetro libre en este caso fué W_0 . Los resultados, mostrados en la columna I de la tabla 3, son sorprendentemente razonables, con algunas excepciones, si consideramos que sólo la profundidad imaginaria era ajustable. Los χ^2 's mejoran considerablemente en un segundo paso en el cual permitimos variar V_0 simultáneamente con W_0 (columna II de la tabla 3): la mayoría de ellos difieren de los ajustes WS óptimos en menos de un factor 2.

Estos resultados, realmente buenos, nos animaron en un tercer paso a buscar un potencial general del tipo exponencial con una parte real fija del mismo tipo que la de CW⁶⁰) y los parámetros imaginarios W_0 y a' , comunes a todas las reacciones:

$$U(r) = - \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \left[V_0 \exp\left(\frac{R_1 + R_2 - r}{a}\right) + iW_0 \exp\left(\frac{R_1 + R_2 - r}{a'}\right) \right] \quad (\text{II},25)$$

con R_i , V_0 y a como en (II,24). El mejor ajuste lo encontramos con:

$$W_0 = 21.38 \text{ MeV fm}^{-1} \quad a' = 0.686 \text{ fm} \quad (\text{II},26)$$

y los χ^2/N obtenidos estan listados en la columna III de la tabla 3.

Con el nuevo valor de la difusividad imaginaria $a' = 0.686$ fm, elegimos, en un cuarto paso, diferentes profundidades V_0 y W_0 para cada reacción (columna IV de la tabla 3) y encontramos valores del χ^2/N que pueden competir en casi todos los casos con los mejores obtenidos con potenciales WS contenidos en la tabla 2. Las figuras 10, 11, 12, 13, 14, y 15 muestran que las predicciones de ambos potenciales WS y CW son generalmente indistinguibles.

En la tabla 3 las reacciones de ^{16}O con ^{59}Co y ^{60}Ni son una excepción sistemática del éxito general. Tampoco fueron muy buenos los resultados con la pareja $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ a 141.5 y 215 MeV los cuales no están incluidos en la tabla. Las dos reacciones con el proyectil más pesado ^{40}Ar no fueron sometidas a todos los ajustes debido al largo tiempo de computación que exigen, pues el número de ondas parciales que es necesario sumar en cada caso es de aproximadamente 400. Cada una de estas seis reacciones fueron ajustadas con un potencial exponencial del tipo (II,25) con $a = 0.63$ fm y V_0 , W_0 y a' sometidos a variación. La tabla 4 muestra que las cuatro reacciones de más alta energía del ^{16}O como proyectil, requieren valores de a' considerablemente mayores que las demás, mientras que las reacciones de ^{40}Ar como proyectil, exigen un valor de a' menor que el 0.686 óptimo para las demás. Para todas ellas, los valores del χ^2/N y las distribuciones angulares predichas (mostradas en las figuras 16, 17, 18, y 19) fueron similares a los de los mejores ajustes WS, lo cual confirma nuestra hipótesis de partida de que un potencial exponencial podría dar tan buenos resultados como un WS.

Seis parámetros libres, como en general exige un WS es demasiada libertad de parametrización, lo que obliga en la mayoría de los casos a utilizar sofisticadas estrategias de ajuste de parámetros para obtener resultados aceptables, con el inconveniente adicional de que a veces los valores óptimos de algunos de los parámetros obtenidos carecen prácticamente de significado físico. Por esto, el interés de un potencial global como el (II,24), libre de parámetros ajustables y que en general ofrece buenos resultados (dentro del rango de energías estudiado aquí), es indudable. Por ejemplo, P.R. Christensen⁶⁴⁾ sugiere las ventajas de la utilización de un potencial de este estilo como una buena primera aproximación para el estudio de dispersiones de alta resolución de núcleos muy pesados (Kr sobre Zr, Sm y Pb), cuyos resultados experimentales se piensan obtener en un futuro inmediato. También puede ser útil este potencial como base para cálculos de dispersión inelástica profunda, como planean hacer el grupo de Aage Winther⁶⁴⁾.

Data				Woods - Saxon Potential Fit						χ^2/N	ref.
Reaction	E_{Lab}	angular range	ref.	V_0	r_{0r}	a_r	W_0	r_{0i}	a_i		
$^{11}\text{B} + ^{209}\text{Bi}$	74.6	19 - 80	33)	19.22	1.360	0.421	7.734	1.341	0.421	1.55	a
$^{12}\text{C} + ^{62}\text{Ni}$	48	15 - 91	111)	23.14	1.308	0.509	39.60	1.23	0.385	0.952	a
$^{12}\text{C} + ^{74}\text{Ge}$	42	17 - 89	111)	54.75	1.317	0.426	3.547	1.244	0.473	0.590	a
$^{12}\text{C} + ^{100}\text{Mo}$	48	14-112	121)	67.89	1.307	0.443	107.8	1.271	0.297	0.943	a
$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	96	21 - 81	33)	40.	1.256	0.560	25.	1.256	0.560	0.64	52)
$^{13}\text{C} + ^{207}\text{Pb}$	86.1	14 - 71	33)	36.32	1.298	0.474	20.68	1.298	0.474	1.213	a
$^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$	141.5	11 - 42	33)	10.	1.35	0.717	24.6	1.23	0.579	4.7	57)
$^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$	215	5.5-37	112)	10.	1.35	0.618	23.4	1.23	0.552	4.9	112)
$^{16}\text{O} + ^{59}\text{Co}$	141.7	9 - 45	33)	15.	1.297	0.62	12.3	1.297	0.62	0.57	57)
$^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	141.7	9 - 42	33)	15.	1.293	0.632	12.7	1.293	0.632	0.74	57)
$^{16}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$	56	19-128	111)	42.11	1.306	0.500	79.54	1.253	0.374	0.216	a
$^{16}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	18-113	111)	12.82	1.356	0.594	8.26	1.356	0.496	1.884	a
$^{16}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	16-122	111)	34.71	1.359	0.426	199.9	1.258	0.266	0.580	a
$^{16}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	15 - 81	111)	18.86	1.359	0.490	37.07	1.283	0.420	0.458	a
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	129.5	25 - 77	33)	40.	1.249	0.615	35.	1.249	0.615	0.482	52)
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	192	11 - 47	33)	40.	1.226	0.634	35.	1.226	0.634	1.18	52)
$^{18}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	16-104	111)	14.32	1.360	0.531	14.05	1.298	0.635	0.234	a
$^{18}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	16-104	111)	56.4	1.20	0.63	27.13	1.20	0.686	0.321	a
$^{18}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	15 - 83	111)	18.85	1.36	0.553	21.37	1.336	0.448	1.01	a
$^{40}\text{Ar} + ^{209}\text{Bi}$	340	21 - 58	55)	68.	1.167	0.540	83.9	1.167	0.540	7.496	113)
$^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$	340	20 - 60	55)	73.0	1.131	0.624	80.3	1.131	0.624	5.99	113)

Table 2. Best Woods-Saxon fits to the elastic scattering data studied in this work. Energies in MeV, distances in fm, angular range in degrees. WS radii are $R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$.

a Fits obtained by the authors.

Reaction	E_{Lab}	I		II			III		IV	
		Eqs. (24)	χ^2/N	Eqs. (24)	V_0	V_0 free	Eqs. (26)	Eq. 5	$a=.63$	$a'=.686$
		V_0	χ^2/N	V_0	V_0	χ^2/N	χ^2/N	V_0	V_0	χ^2/N
$^{11}\text{B} + ^{209}\text{Bi}$	74.6	32.06	2.109	51.09	29.06	1.922	2.875	47.78	20.79	2.364
$^{12}\text{C} + ^{62}\text{Ni}$	48	13.10	7.160	38.31	3.79	1.255	5.978	38.72	8.34	2.016
$^{12}\text{C} + ^{74}\text{Ge}$	42	18.97	1.256	56.10	21.01	0.313	0.556	52.65	16.28	0.301
$^{12}\text{C} + ^{100}\text{Mo}$	48	24.73	5.623	58.09	25.70	0.396	1.042	53.19	20.42	0.214
$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	96	27.88	1.773	50.36	28.03	1.751	3.776	46.30	21.32	1.615
$^{13}\text{C} + ^{207}\text{Pb}$	86.1	23.63	2.632	44.66	28.08	1.745	5.363	42.62	19.45	2.045
$^{16}\text{O} + ^{59}\text{Co}$	141.7	30.22	33.34	81.71	55.30	15.47	12.52	56.42	30.16	7.023
$^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	141.7	28.31	31.04	63.10	30.03	15.46	9.755	57.01	28.34	5.447
$^{16}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$	56	22.26	0.476	51.52	24.86	0.382	1.968	46.52	23.66	0.449
$^{16}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	9.274	8.900	58.55	15.39	2.989	6.958	53.69	13.79	2.013
$^{16}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	6.886	2.492	59.99	12.88	0.696	2.521	54.68	9.16	0.810
$^{16}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	18.39	0.819	47.16	20.82	0.677	2.393	44.72	14.85	0.845
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	129.5	36.32	3.439	57.16	41.90	0.551	1.964	51.49	31.21	0.527
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	192	34.65	1.532	47.43	32.73	1.221	3.841	43.20	24.75	1.185
$^{18}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	20.34	5.951	58.81	29.77	0.446	1.250	53.79	22.54	0.286
$^{18}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	14.20	6.00	64.61	29.14	0.753	5.461	58.97	23.07	0.402
$^{18}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	63.78	3.456	62.08	30.30	0.632	2.831	58.17	21.19	0.533
$^{40}\text{Ar} + ^{209}\text{Bi}$	340			15.29	12.23	6.821				
$^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$	340	29.24	8.928							

Table 3. Exponential fits of type (24) or (25) as described in the text.

Table 4. Optimum exponential fit of type (5) to some reactions with $a = 0.63$ fm and V_o, W_o, a' free.

Reaction	E_{Lab}	V_o	W_o	a'	χ^2/N
$^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$	141.5	34.01	13.37	1.149	8.52
$^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$	215	27.67	15.11	1.138	9.52
$^{16}\text{O} + ^{59}\text{Co}$	141.7	29.00	12.14	0.943	1.70
$^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	141.7	23.63	8.83	1.040	1.65
$^{40}\text{Ar} + ^{209}\text{Bi}$	340	14.46	23.69	0.537	5.33
$^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$	340	39.00	75.31	0.516	7.01

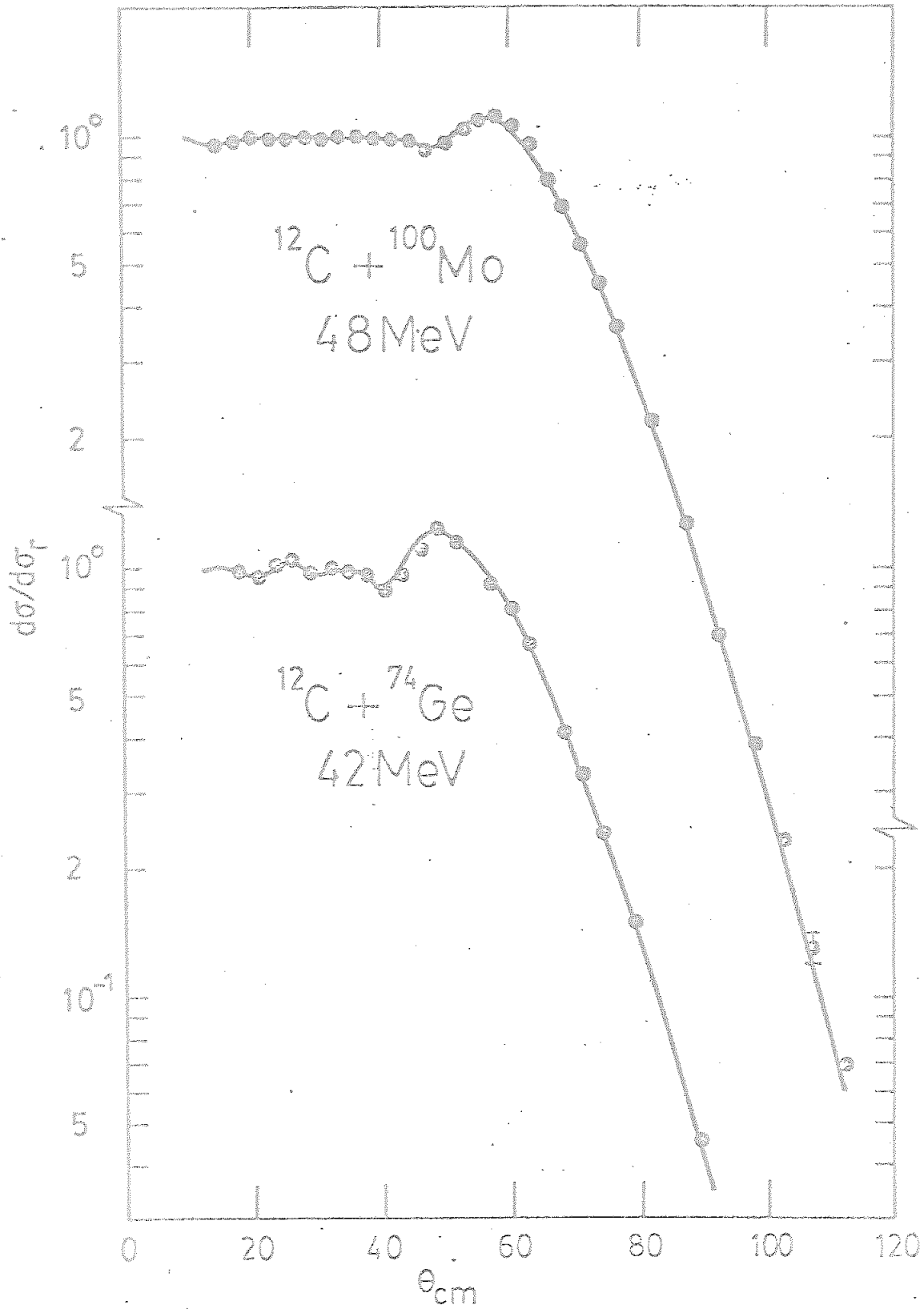


Figura 10

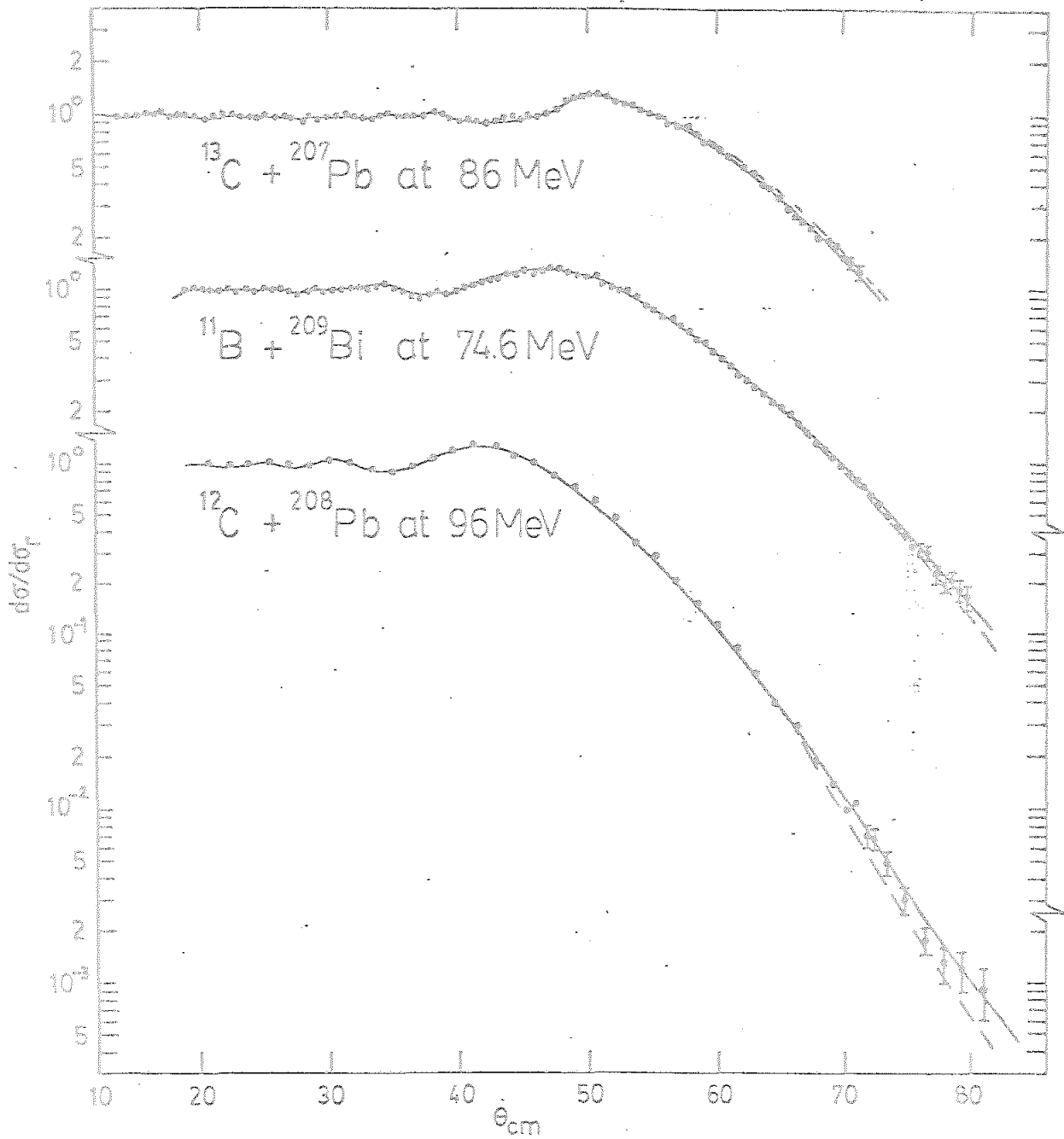


Figura 11

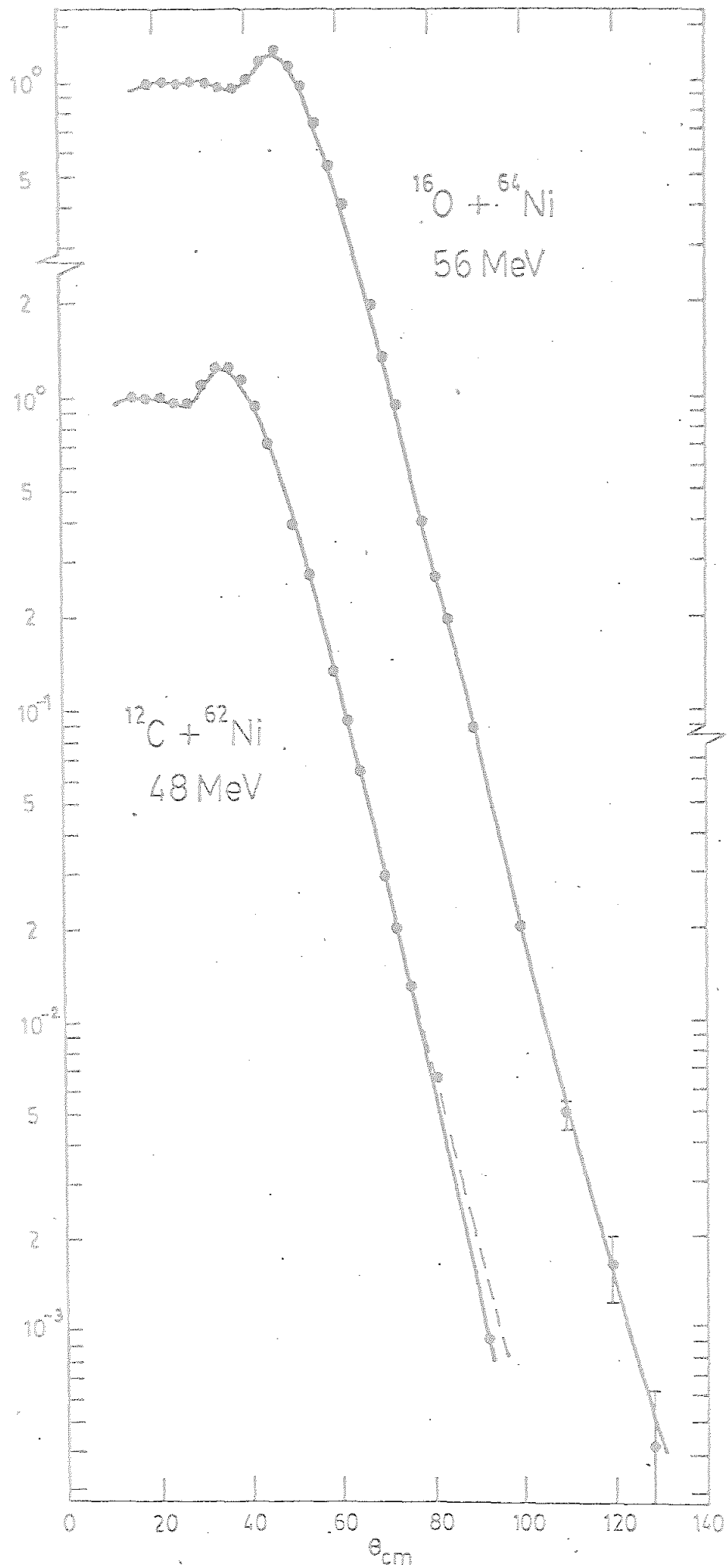


Figura 12

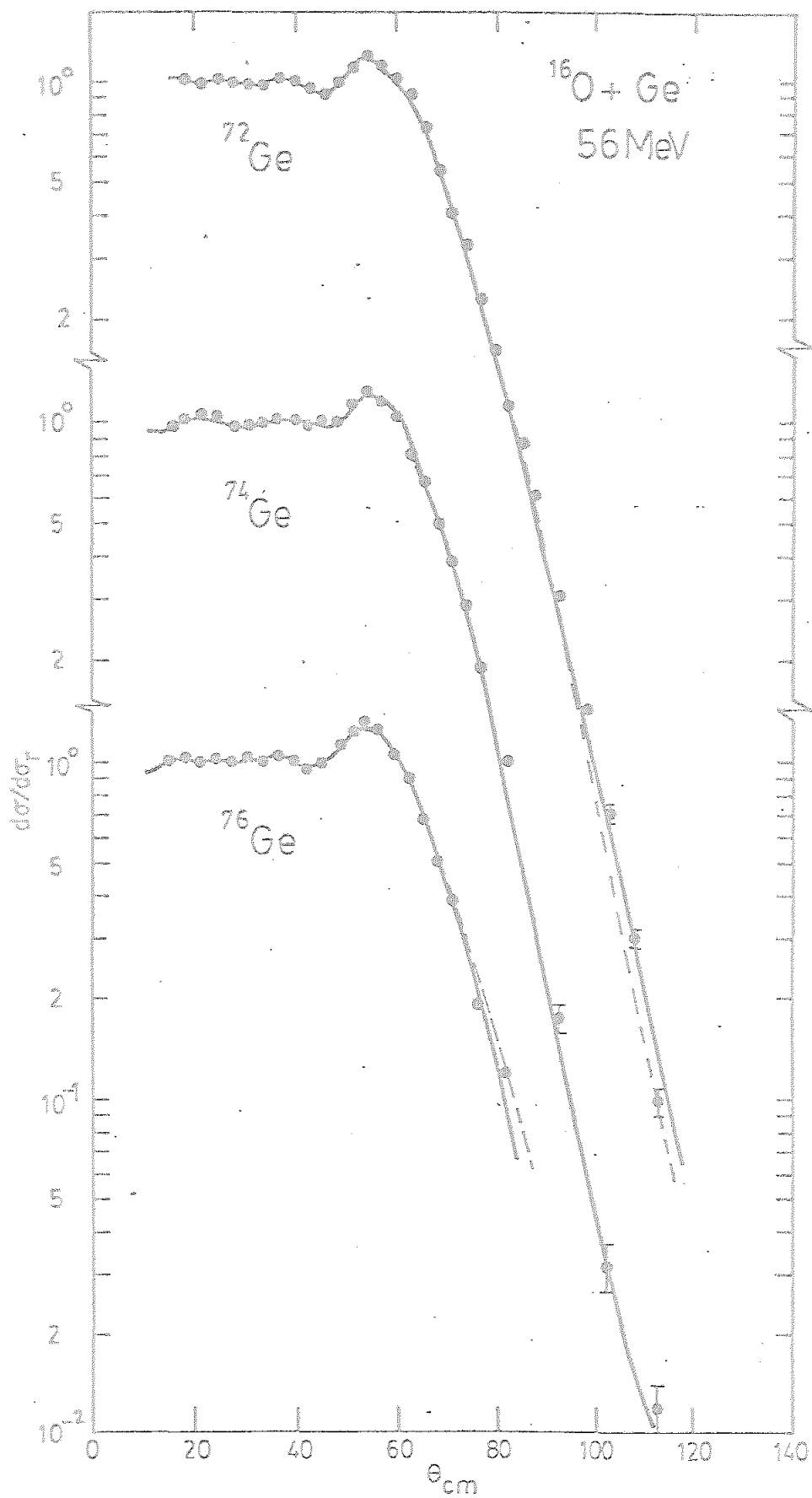


Figura 13

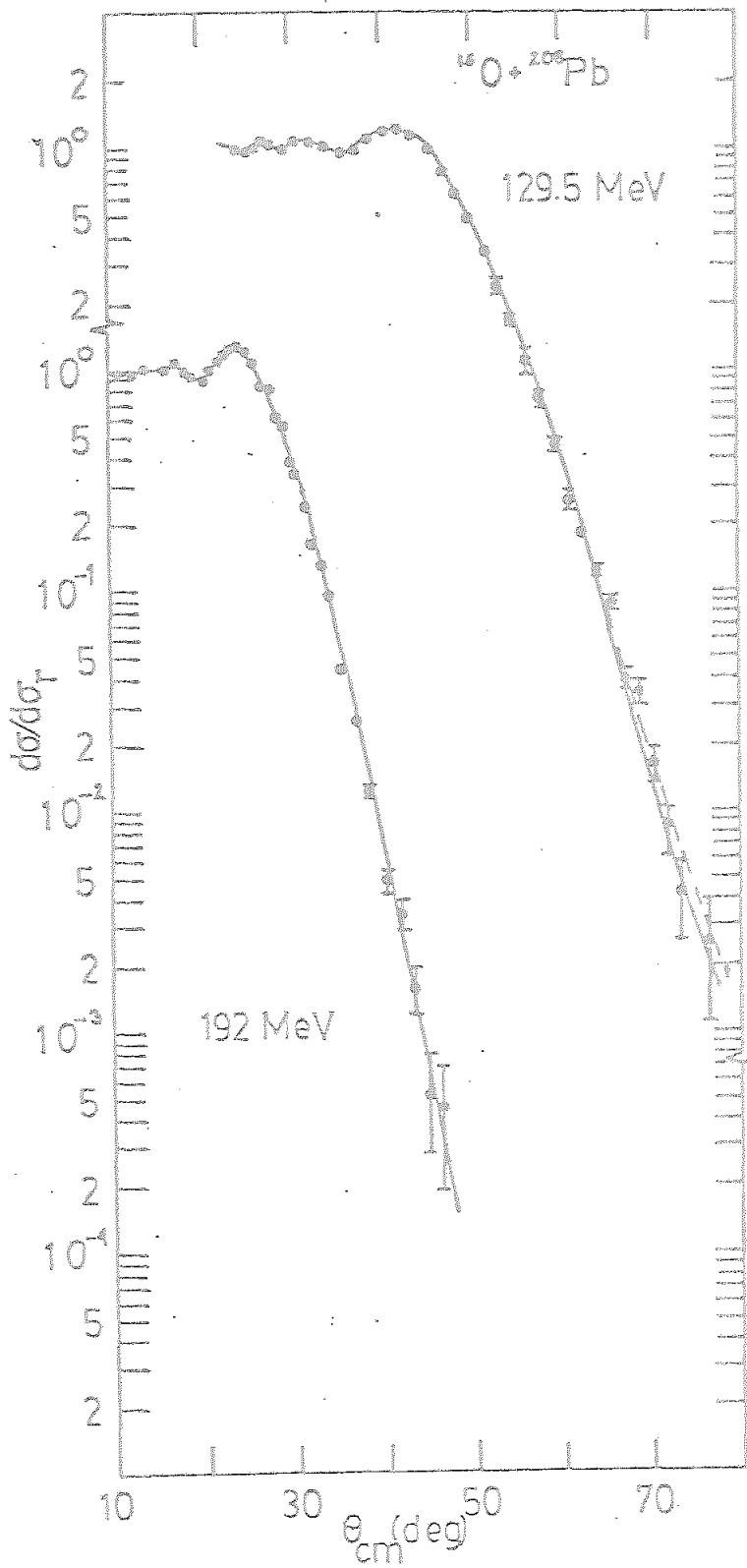


Figura 14

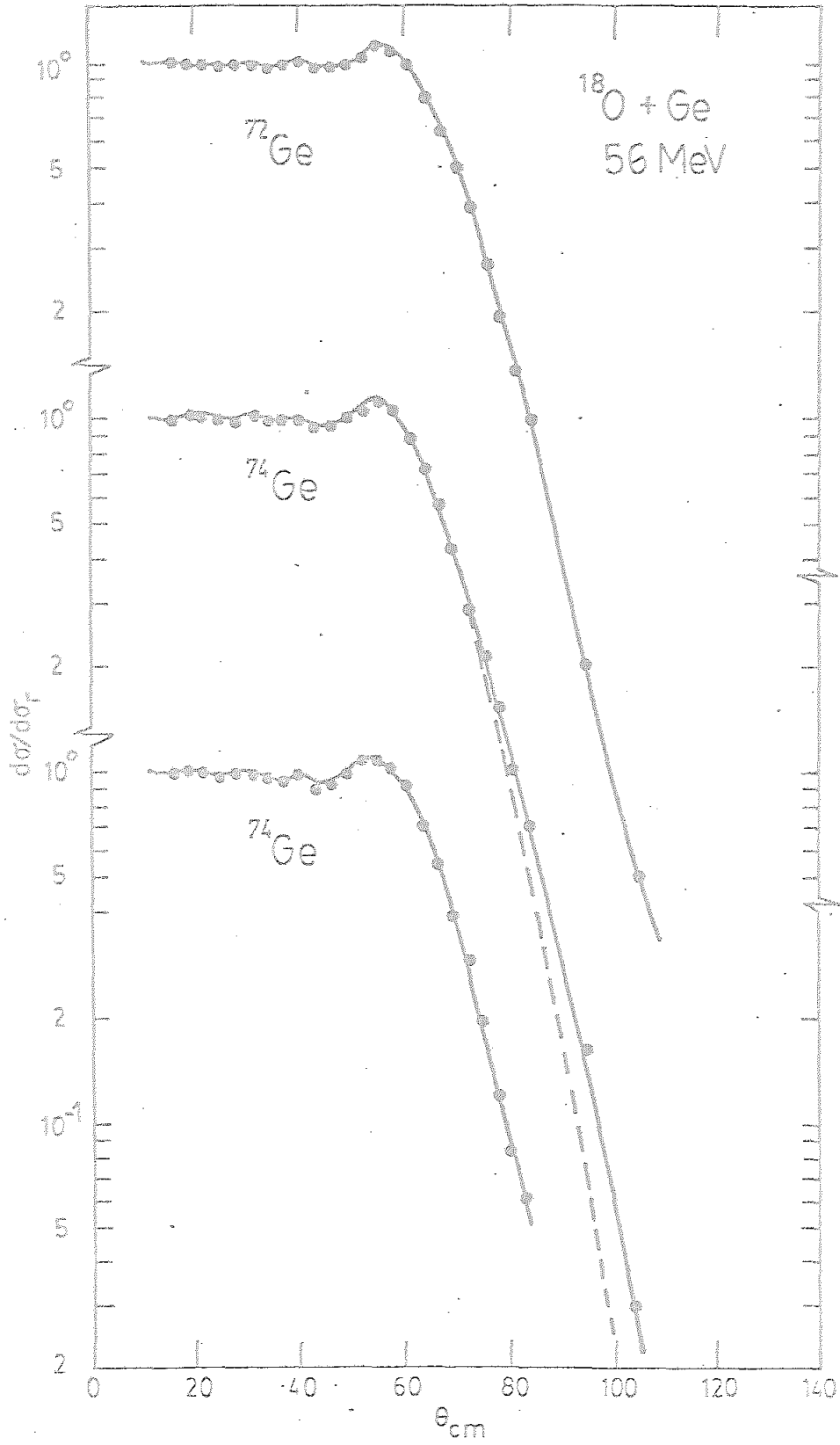


Figura 15

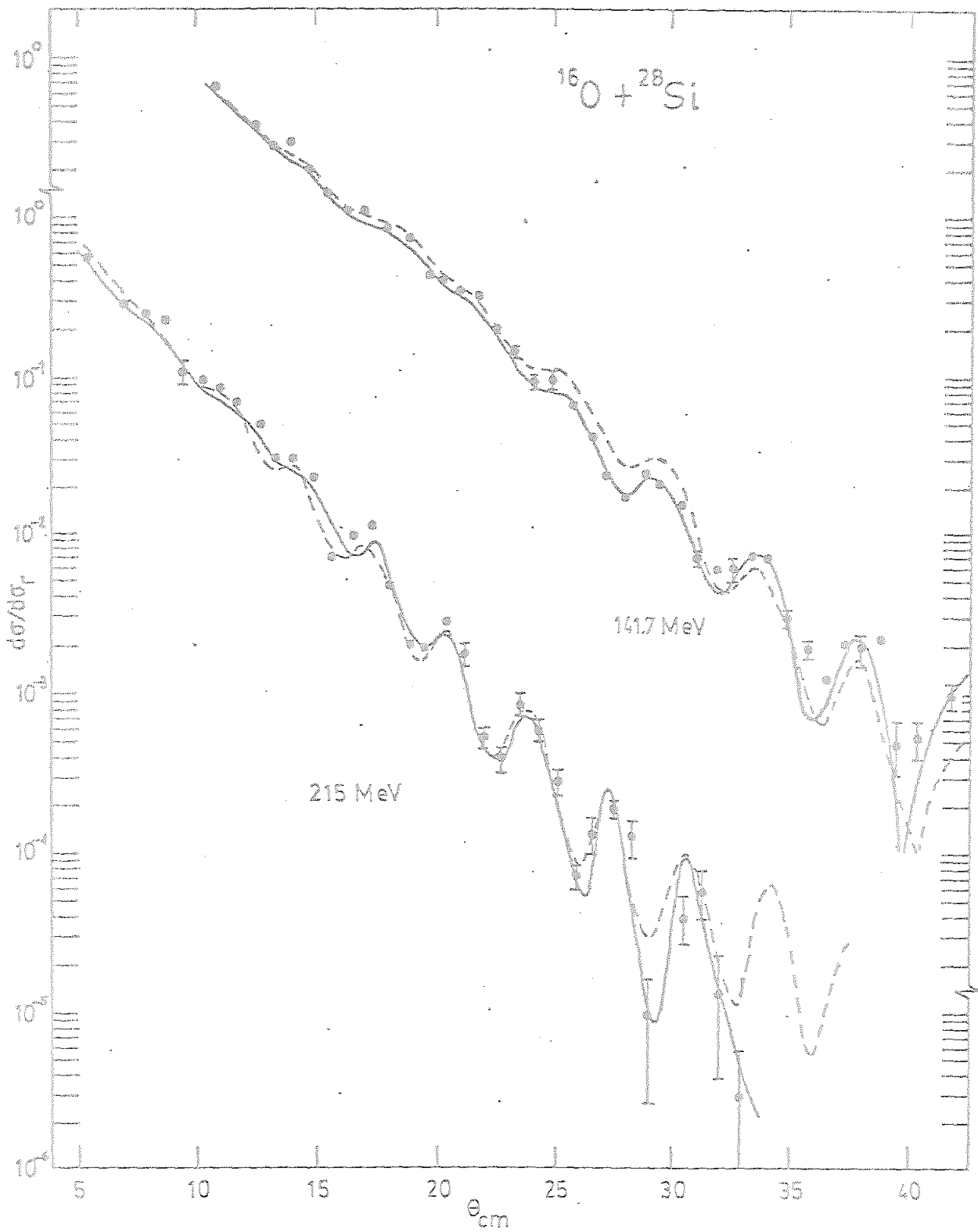


Figura 16

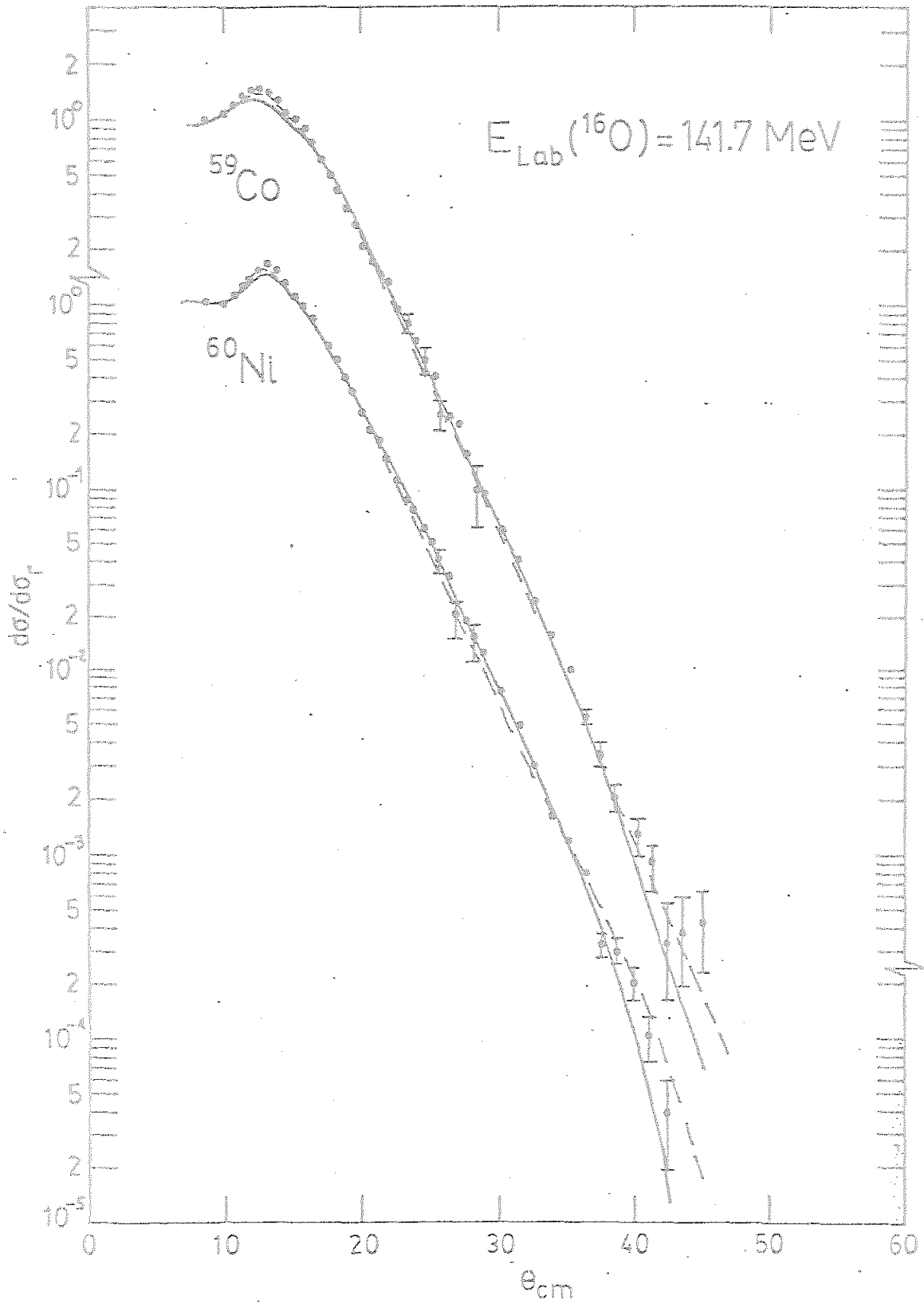


Figura 17

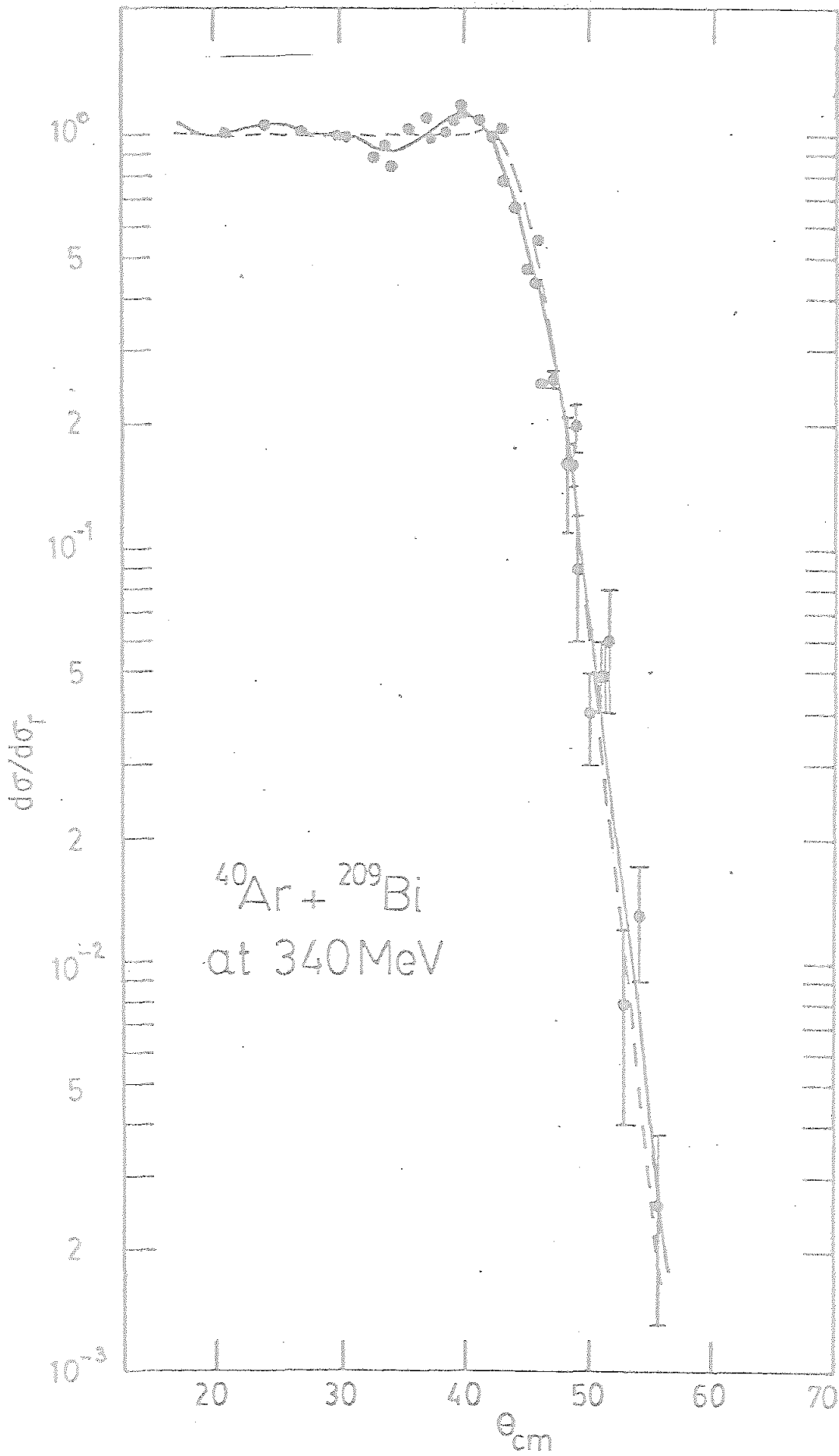


Figura 18

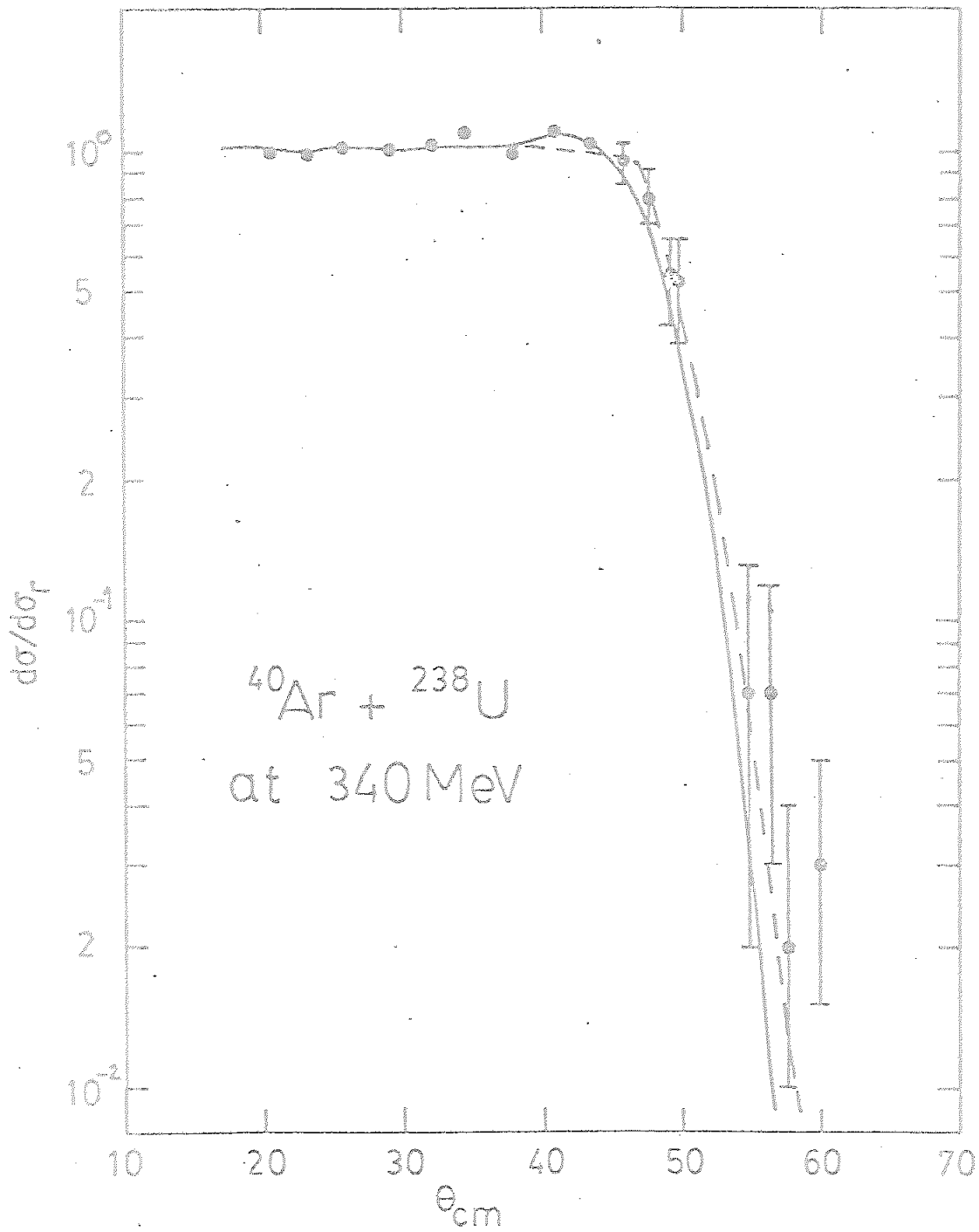


Figura 19

Capítulo III

LA DISTRIBUCION DE DENSIDAD DE MATERIA NUCLEAR

Y EL POTENCIAL NUCLEO-NUCLEO

III.1. El radio crítico para la dispersión elástica de partículas alfa.

Un análisis reciente de Badawy et al.⁶⁴⁾ de la dispersión elástica de partículas alfa por varias secuencias isotópicas a energías alrededor de la barrera de Coulomb, ha mostrado que la sección eficaz diferencial determina esencialmente el radio R al cual la densidad nuclear es 2×10^{-3} nucleones. fm^{-3} . Estos radios son aproximadamente proporcionales a $A^{1/3}$, pero presentan pequeñas diferencias sistemáticas debidas a la estructura particular de cada núcleo. Concretamente, la cantidad $RA^{-1/3}$ resulta que aumenta lentamente a través de unas secuencias isotópicas y que decrece a lo largo de otras. Esto se puede entender cualitativamente en términos de la estructura de capas de los núcleos, ya que se espera que el radio nuclear aumente más rápidamente cuando una capa principal está comenzando a llenarse que cuando está casi completamente ocupada.

Un estudio cuantitativo de este efecto puede hacerse calculando las distribuciones de densidad nuclear de los núcleos con un modelo apropiado. Es necesario que las distribuciones calculadas sean particularmente buenas en la región superficial, y éste es el caso de las obtenidas sumando los cuadrados de las funciones de onda apropiadas de partícula simple puesto que para cada estado el potencial se ajusta

para dar la energía de separación de los nucleones de forma correcta.

Las distribuciones de densidad nuclear $\rho(r)$ fueron calculadas a partir de las funciones de onda ψ_i de partícula simple en un potencial WS usando la expresión:

$$\rho(r) = \sum_i a_i |\psi_i|^2 \quad (\text{III},1)$$

donde a_i es el número de ocupación del estado i y la suma está extendida a todos los estados ocupados.

El potencial $V(r)$ tuvo la forma usual:

$$V(r) = V_c(r) + U f_1(r) + \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 U_s \frac{1}{r} \frac{df_2}{dr} \vec{L} \cdot \vec{\sigma} \quad (\text{III},2)$$

donde $V_c(r)$ es el potencial electrostático de Coulomb (sólo para protones) y el factor de forma es:

$$f_1(r) = \left[1 + \exp \left\{ (r - R_i)/a_i \right\} \right]^{-1} \quad (\text{III},3)$$

con $R_i = r_i A^{1/3}$.

La expresión (III,1) está corregida para tener en cuenta el tamaño finito de los nucleones, por convolución de sus propias distribuciones de densidad, teniendo en cuenta el término de Darwin-Foldy y el movimiento del centro de masas. El factor de corrección de no localidad de Perey fué aplicado a las funciones de onda y el conjunto final fué ortogonali-

zado por el procedimiento de Gram-Schmidt. Un detallado estudio de este método está dado en la referencia⁶⁵).

Idealmente, los números de ocupación a_i se determinan por análisis de reacciones de transferencia de nucleones y los parámetros del potencial se ajustan para optimizar la concordancia con las distribuciones de carga independientes de modelo, que van siendo conocidas con una exactitud considerable, y a las energías medidas del centroide de partícula simple. Estos potenciales son los que se usan después para calcular la distribución de materia nuclear. En la práctica muchos de estos datos no son accesibles, de forma que la información ha de ser estimada a partir del conocimiento general de la sistemática nuclear.

La distribución de densidad obtenida de esta forma se ajusta luego en la región de la superficie por la expresión:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp \left\{ (r - R)/a_e \right\} \right]^{-1} \cong \rho_0 \exp \left\{ (R - r)/a_e \right\} \quad (\text{III}, 4)$$

para dar los mejores valores del parámetro a_e de difusividad. Los radios R a los cuales la densidad nuclear es 0.002 nucleones fm^{-3} vienen dados entonces por:

$$0.002 = \rho_0 \exp \left\{ (R_e - R)/a_e \right\} \quad (\text{III}, 5)$$

Tomando como valor promedio de la densidad central $\rho_0 = 0.14$ se obtiene:

$$R = R_e + 4.25 a_e \quad (\text{III}, 6)$$

Por otra parte, Badawy et al.⁶⁴⁾ han demostrado que la parte real del potencial óptico para la dispersión de partículas alfa puede obtenerse a partir de la distribución de densidad usando la relación:

$$R(0.2) = R_e + 5.54 a_e + 2.37 \quad (\text{III},7)$$

donde $R(0.2)$ es el radio al cual el potencial vale -0.2 MeV.

De (III,6) y (III,7) se obtiene:

$$R(0.2) = R + 1.29 a_e + 2.37 \quad (\text{III},8)$$

Esta expresión nos permite comparar directamente nuestras distribuciones de densidad con los valores de $R(0.2)$ obtenidos por Badawy et al.⁶⁴⁾.

Un cálculo preliminar se hizo usando parámetros promediados, y consecuentemente los resultados mejoraron al incluir la máxima información posible sobre los núcleos de interés.

El primer cálculo⁶⁶⁾ se hizo usando los números de ocupación enteros del modelo de capas simple y el potencial U se obtuvo a partir de un potencial no local $U_{NL} = 83$ MeV de profundidad y un parámetro de no localidad de $\beta = 0.87$:

$$U_{NL} = U \exp \left(\frac{2 m \beta^2 (E - V_c - U)}{\hbar^2} \right) \quad (\text{III},9)$$

Los parámetros del factor de forma fueron $r_1 = 1.236$ fm y $a_1 = 0.52$ fm. Para tener en cuenta la variación del potencial

a lo largo de las secuencias isotópicas se expresaron los valores del potencial para neutrones y protones en términos de un potencial nuclear de asimetría $V_1 = 30$ MeV de la siguiente forma⁶⁷⁾:

$$U_p = U + \frac{N - Z}{A} V_1$$

(III,10)

$$U_n = U - \frac{N - Z}{A} V_1$$

No se incluye el término usual $0.4 Z/A^{1/3}$ de Perey⁶⁸⁾ en la expresión de U_p porque U no depende de la energía para los estados de superficie; además, en muchos casos parece haber incertidumbre teórica en lo que concierne a este término⁶⁹⁾. La dependencia con la energía de los estados profundos, daría lugar a un término $Z/A^{1/3}$, pero no se incluyó debido a que las energías de estos estados no se conocen con la suficiente exactitud como para justificarlo.

El potencial spin-órbita fué tomado en su forma usual (III,2) con parámetros $r_2 = 1.1$ fm, $a_2 = 0.65$ fm y $U_s = 7$ MeV. Los resultados de este cálculo, como puede verse en la figura 20 muestran ya las mismas tendencias en promedio que los radios obtenidos a partir de la dispersión de partículas alfa.

El segundo cálculo se hizo usando los números de ocupación de Beiner y Lombard³⁷⁾ y las profundidades del potencial fueron alteradas para ajustar las energías de ligadura. El tercer cálculo se llevó a cabo utilizando también los resultados de Lombard pero haciendo uso además de las energías de ligadura experimentales para los isótopos $^{122,124,126,128}\text{Te}$ ⁷⁰⁾.

El cuarto cálculo combinó los números de ocupación enteros y las energías de ligadura experimentales, y el quinto se realizó utilizando el potencial de Bear y Hodgson⁷¹⁾. En los cálculos 2, 3 y 4 el parámetro de radios fue 1.273 fm. Un resumen de las características de cada uno de estos cálculos se recoge en la tabla 5, y los resultados correspondientes comparados con los valores obtenidos a partir de la dispersión de partículas alfa de Badawy et al.⁶⁴⁾ y de Tabor et al.⁷²⁾ (para los isótopos de Neodimio) se muestran en la figura 20.

Tabla 5

Cálculos de densidad nuclear

<u>Nº.</u>	<u>Números de ocupación</u>	<u>Energía de ligadura</u>	<u>Potencial</u>
1	Enteros	—	No local
2	Beiner-Lombard	Beiner-Lombard	No local
3	Beiner-Lombard	(Experimental)	No local
4	Enteros	(Experimental)	No local
5	Enteros	—	Bear

La comparación en dicha figura entre los radios experimentales y calculados muestra que las desviaciones desde la variación promedio $A^{1/3}$ se reproducen cuantitativamente. El uso de los números de ocupación de Beiner y Lombard no mejoró el ajuste, obteniéndose el mejor resultado con el potencial de Bear y Hodgson el cual fué ajustado a un amplio rango de datos experimentales.

Este trabajo establece una conexión directa entre la distribución de materia nuclear y el potencial óptico de la dis-

persión de partículas alfa, y proporciona una forma de calcular los efectos de estructura nuclear en el potencial para energías alrededor de la barrera de Coulomb.

La dispersión elástica de partículas por núcleos se vuelve tanto más sensible a la superficie nuclear cuanto más aumenta la masa de la partícula. Los efectos de estructura nuclear del tipo de los estudiados aquí no se encuentran para la dispersión de nucleones; son apreciables, como hemos visto aquí, para la dispersión de partículas alfa y, como veremos al final de este capítulo, son incluso más pronunciados para núcleos pesados, por lo que incluir información sobre las densidades nucleares calculadas de la forma descrita, debería mejorar los potenciales ópticos de la dispersión de núcleos pesados.

III.2. Cálculo de la sección eficaz del núcleo compuesto a partir de las distribuciones de densidad.

Con objeto de mostrar la validez del método de cálculo de las distribuciones de densidad de materia de Malaguti et al.⁶⁵⁾ lo hemos utilizado para calcular las funciones de excitación del núcleo compuesto y comparar estos resultados con los valores experimentales de la sección eficaz de fusión de núcleos pesados.

En la colisión de dos núcleos pesados, la formación del núcleo compuesto se puede delimitar estableciendo un momento angular crítico por encima del cual la fusión no puede tener lugar. Este corresponde a la máxima deformación posible sin ruptura, es decir, el momento angular para el cual la barrera de fisión es nula⁷³⁾. Este concepto de momento angular crítico que limita las reacciones de fusión se ha vuelto importan-

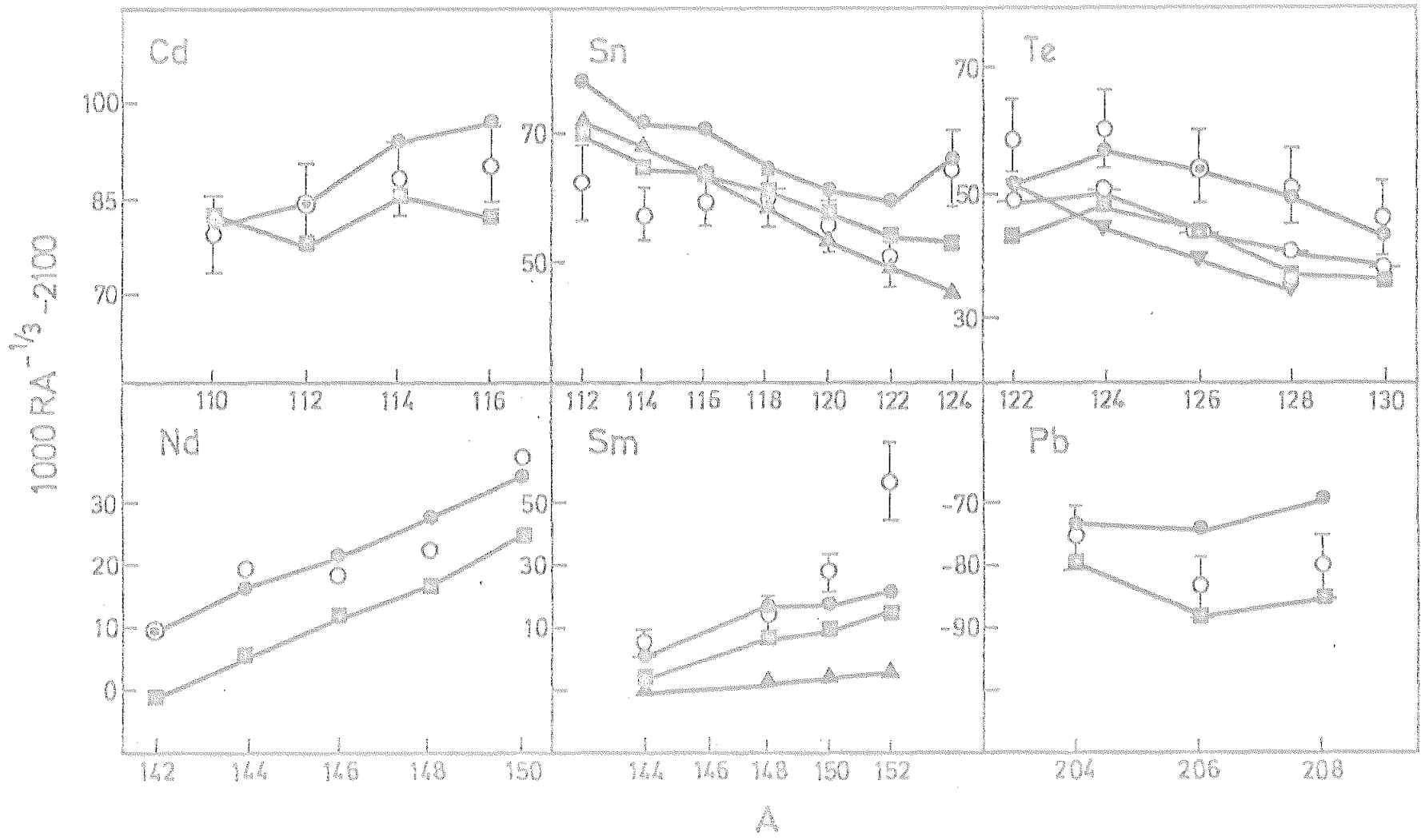


Figura 20

te debido a que los resultados experimentales han demostrado que a altas energías de bombardeo la sección eficaz para la fusión es muy pequeña frente a la sección eficaz de reacción (74,75). Varias explicaciones se han dado para la existencia de este momento angular crítico (75-79). Experimentalmente se ha demostrado (80) que éste depende de las propiedades del canal de entrada y de la energía (81). Esta dependencia con la energía es tal que, según mostraron Galin et al. (82), lo que resulta independiente de ella es la distancia de máxima aproximación de la trayectoria correspondiente. Este radio crítico lo definieron (82) como:

$$R_c = r_c (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}), \quad r_c = 1.0 \pm 0.007 \text{ fm}$$

Otra posible forma de establecer una distancia crítica fué dada por Glas y Mosel (83), los cuales definen un "punto de no retorno" a partir del cual se rompe la estructura de capas y la pérdida de energía cinética, convertida en calor, es suficiente para establecer una estructura nuclear común que conduce a la fusión. Estos autores calcularon por esta vía valores del punto de no retorno para un amplio rango de parejas y el resultado concordaba bastante bien con el de Galin et al. (82). Sin embargo, Gutbrod et al. (84) mostraron experimentalmente que la sección eficaz total de reacción a energías próximas a la barrera era igual a la sección eficaz de fusión, lo que implicaba que el radio de la barrera de interacción R_B jugaba el papel de una distancia crítica: si los dos núcleos alcanzaban este punto tenían un 100% de probabilidad de fundir. Esta distancia crítica era significativamente mayor que la encontrada por los procedimientos anteriores:

$$R_B \cong 1.4 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ fm}$$

La diferencia entre R_B y R_C creó bastante discusión hasta la descripción del proceso por el modelo de Glas y Mosel⁸⁵⁾ y Bass⁸⁶⁾ que concilian ambos resultados, de forma que para la sección eficaz de fusión obtienen:

$$\sigma_{fus} = \pi R_B^2 (1 - V(R_B)/E) \quad (\text{III}, 11)$$

para bajas energías, y:

$$\sigma_{fus} = \pi R_C^2 (1 - V(R_C)/E) \quad (\text{III}, 12)$$

para altas energías.

Un inconveniente del modelo de Glas y Mosel es el número de parámetros libres ajustables a los datos experimentales (cinco) para cada sistema proyectil-blanco. Bass ofrece un conjunto de parámetros universales, pero para obtener buenos ajustes en un rango amplio de sistemas a energías tanto por encima como por debajo del cambio brusco de la pendiente de la sección eficaz del núcleo compuesto, σ_{cn} frente a $1/E$, es necesario ajustar varios parámetros para cada caso. En total, en el modelo de Bass son necesarios seis parámetros.

Muy recientemente, Horn y Ferguson⁸⁷⁾ sugieren una formulación empírica más simple que da buenos acuerdos con las medidas experimentales. El rango de energías para el cual es válido el procedimiento va desde justo por encima de la barrera de Coulomb hasta la energía para la cual Bass⁸⁶⁾ predice la caída de la fricción tangencial. Este rango incluye la zo-

na de energías en la que el modelo de Glas y Mosel predice la necesidad de cambio de criterio del radio crítico y radio de la barrera comentados anteriormente:

A partir de argumentos semiclásicos, la sección eficaz de formación del núcleo compuesto puede escribirse en general⁹¹⁾:

$$\sigma_{cn} = \pi R^2 (1 - V(R)/E) \quad (\text{III},13)$$

donde R es la distancia crítica definida antes y E la energía incidente en el sistema del centro de masas. Si el potencial fuera sólo coulombiano, la fórmula anterior podría expresarse:

$$\sigma_{cn} = \pi R \left(R - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E} \right)$$

En lugar de la distancia fija R , Horn y Ferguson⁸⁷⁾ introducen el parámetro variable ρ para compensar los efectos de la interacción nuclear. Definiendo la distancia de colisión $D = Z_1 Z_2 e^2 / E$ como el producto de las cargas nucleares del proyectil y del blanco dividido por la energía, se tiene:

$$\sigma_{cn} = \pi \rho (\rho - D) \quad (\text{III},14)$$

Para que las secciones eficaces experimentales vengán dadas por esta expresión, ρ debe variar de forma lineal con la energía:

$$\rho = m E + b \quad (\text{III},15)$$

donde $m = d\rho/dE$ y b son dos parámetros ajustables a los datos experimentales. El parámetro b puede obtenerse a partir de las distribuciones de densidad de carga, como hacen Horn y Ferguson, como la distancia a la cual solapan un 1.35% de las densidades centrales de carga de cada núcleo, o bien a partir de las distribuciones de densidad de materia, como hemos hecho nosotros. Este procedimiento, como los propios Horn y Ferguson comentan, tienen mayor significado físico.

En orden a determinar el valor de la densidad relativa al valor central de ésta, calculadas las distribuciones por el método utilizado en la primera sección de este capítulo, estudiamos trece sistemas desde $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ hasta $^{35}\text{Cl} + ^{124}\text{Sn}$ con datos experimentales de Ferguson⁸⁹⁾ y W. Scobel et al⁸⁸⁾. El valor óptimo de b que encontramos es el definido como la suma de las distancias desde el centro de los núcleos hasta aquella para la cual la densidad de materia nuclear es el 0.90% de su valor central. La tabla 6 muestra los valores de la densidad de materia central ρ_{m_0} y la distancia de "contacto" definida anteriormente $R(0.90\% \rho_{m_0})$ para los núcleos que componen los sistemas estudiados.

Con b así establecido, $m = n^{-1} \sum_i (\rho_i - b)/E_i$ se obtiene fácilmente de la funciones de excitación experimentales con n puntos de energía. En la figura 21 representamos m^{-1} (MeV/fm) frente a un radio simple de núcleo compuesto $A_{cn}^{1/3}$ y comparamos el resultado con el obtenido en la referencia⁹⁰⁾. La tabla 7 muestra los valores de ambos parámetros b y m así obtenidos para el conjunto de sistemas estudiados.

Como muestra la figura 22, calculando b a partir de las distribuciones de densidad de materia y m dado por:

$$m^{-1} = 19.4 (2.42 - A_{cn}^{1/3}) \quad (\text{III}, 16)$$

obtenido a partir de los datos experimentales (fig. 21) se obtienen muy buenos resultados frente a los valores experimentales de las funciones de excitación. Puesto que el conjunto de sistemas estudiados es amplio y representativo, la validez del método se espera que se extienda a un amplio rango de reacciones.

Aunque es difícil mostrar la superioridad del método de cálculo a partir de las distribuciones de densidad de materia frente a las distribuciones de carga, ya que ambos dan muy buenos resultados, el hecho de que el coeficiente de correlación de la recta $m^{-1} = 19.4 (2.42 - A_{cn}^{1/3})$ obtenida por nosotros sea ligeramente mejor que la de Horn y Ferguson (0.95 frente a 0.87) junto con el mayor significado físico de las distribuciones de densidad de materia en cuanto a solapamiento de regiones nucleares, dota de una mayor bondad al método para predecir secciones eficaces de fusión de núcleos pesados.

En cualquier caso, este trabajo de nuevo nos confirma la validez del cálculo de distribuciones de densidad de materia empleado en este capítulo⁶⁵⁾ para una gama mucho más amplia de núcleos que los empleados en el párrafo anterior, en particular para los núcleos ligeros. Esto es importante ya que en la búsqueda de un potencial general núcleo-núcleo con información sobre la estructu-

Tabla 6

<u>Núcleo</u>	<u>m_o</u>	<u>$R_{0.90\%} p_{m_o}$</u>
$^{12}_C$	0.18408	4.6077
$^{14}_N$	0.18334	4.7088
$^{16}_O$	0.18167	4.7901
$^{19}_F$	0.17029	5.0565
$^{23}_{Na}$	0.15492	5.3067
$^{24}_{Mg}$	0.15151	5.3692
$^{26}_{Mg}$	0.14481	5.4622
$^{27}_{Al}$	0.14115	5.5083
$^{32}_S$	0.22595	5.5834
$^{35}_{Cl}$	0.21884	5.6707
$^{48}_{Ti}$	0.19063	6.1125
$^{54}_{Fe}$	0.17871	6.3004
$^{56}_{Fe}$	0.18251	6.4001
$^{62}_{Ni}$	0.18529	6.6156
$^{116}_{Sn}$	0.13387	7.8404
$^{124}_{Sn}$	0.16510	7.9409

Tabla 7

<u>Reacción</u>	<u>b</u>	<u>m</u>
$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$	9.32	-0.0769
$^{19}\text{F} + ^{12}\text{C}$	9.66	-0.0801
$^{32}\text{S} + ^{24}\text{Mg}$	10.95	-0.0412
$^{32}\text{S} + ^{27}\text{Al}$	11.09	-0.0398
$^{35}\text{Cl} + ^{27}\text{Al}$	11.18	-0.0352
$^{35}\text{Cl} + ^{48}\text{Ti}$	11.78	-0.0251
$^{35}\text{Cl} + ^{54}\text{Fe}$	11.97	-0.0244
$^{35}\text{Cl} + ^{56}\text{Fe}$	12.07	-0.0231
$^{35}\text{Cl} + ^{62}\text{Ni}$	12.29	-0.0200
$^{35}\text{Cl} + ^{116}\text{Sn}$	13.51	-0.0174
$^{35}\text{Cl} + ^{124}\text{Sn}$	13.61	-0.0187

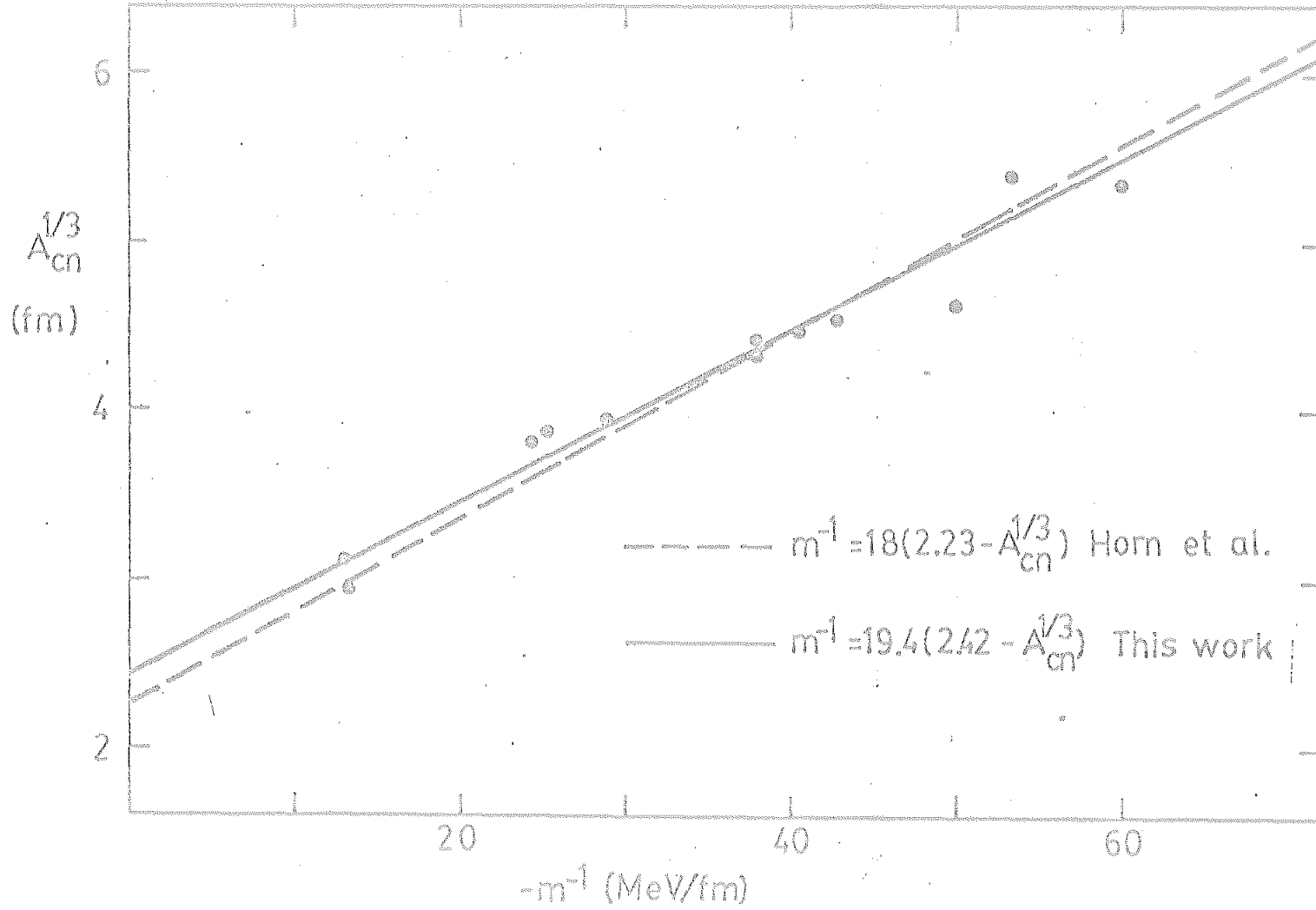


Figura 21

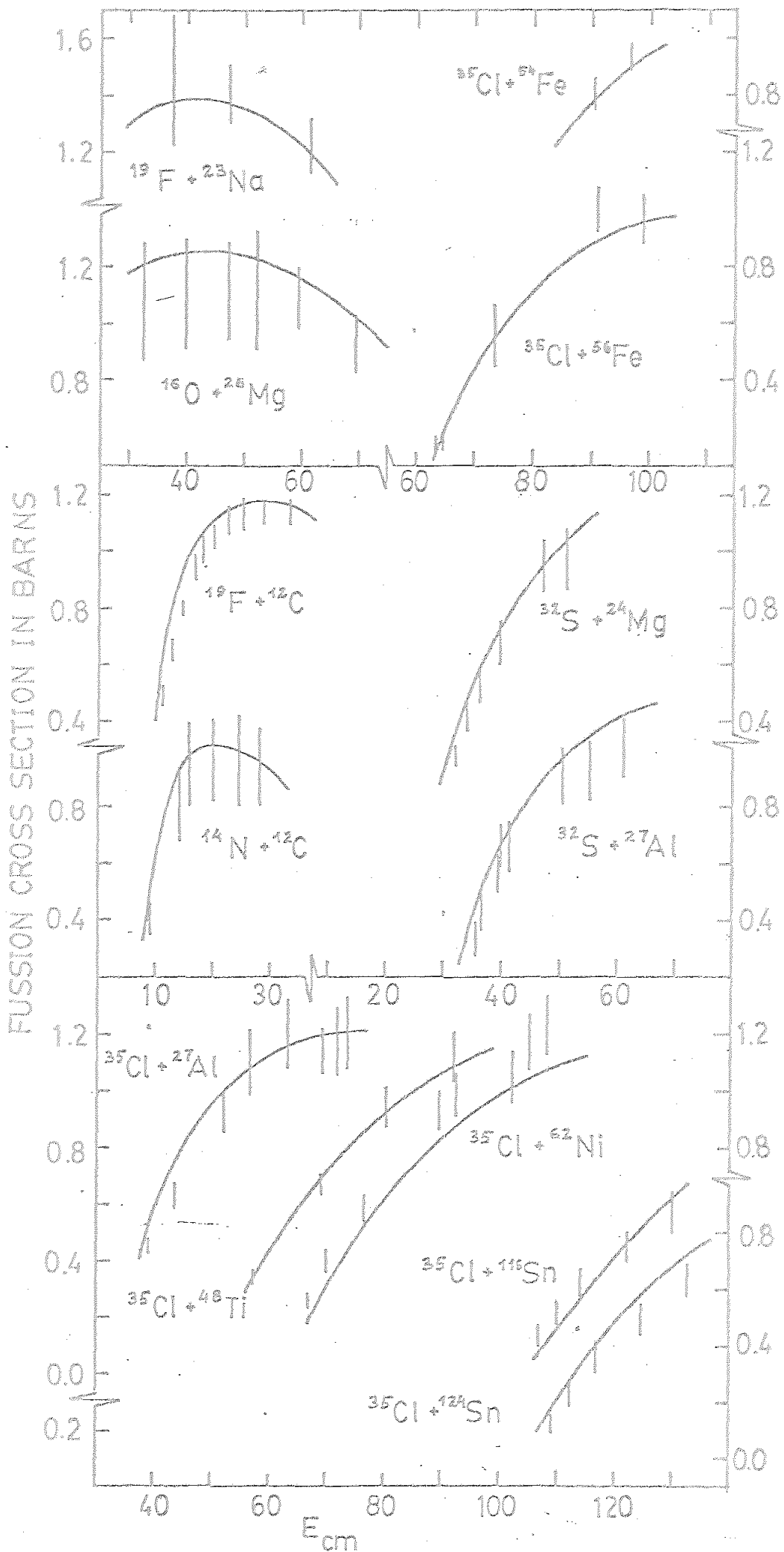


Figura 22

ra nuclear de los núcleos colisionantes, que es el objetivo de la próxima sección, es vital el obtener buenas distribuciones de densidad para los núcleos ligeros como ^{12}C , ^{14}N , ^{16}O etc., ya que éstos son frecuentemente los proyectiles de muchos sistemas.

III.3. El potencial global dependiente de la estructura nuclear de los núcleos colisionantes.

Los resultados comentados en las dos secciones anteriores, muestran la validez del método de cálculo de las distribuciones de densidades, principalmente en la región de superficie nuclear. Al ser esta zona la de interés en la dispersión elástica de núcleos pesados, la introducción de información sobre la estructura nuclear de los núcleos colisionantes en el potencial global núcleo-núcleo, dará cuenta en buena parte de las desviaciones de los resultados que ofrece dicho potencial sobre un potencial óptimo. El potencial global elegido fué el CW con la misma forma exponencial para la parte imaginaria (II,25) con la prescripción (II,26) para la profundidad y difusividad imaginarias. En dicho potencial, los radios nucleares vienen dados en la forma paramétrica (II,22), esto es:

$$R_i = 1.233A_i^{1/3} - 0.978A_i^{-1/3}$$

por lo que nuestro interés se centró en sustituir estos ra di os por los obtenidos a partir del cálculo de las d is t r i b u c i o n e s de de n s i d a d e n la z o na de su pe r f i c i e, introduciendo así en el potencial unos radios determinados por el número de ocupación de los niveles, en lugar de una forma paramétrica sin estructura.

Para averiguar la mejor forma de modificar con este objetivo el potencial global (II,25) estudiamos las reacciones $^{12}\text{C} + ^{62}\text{Ni}$, ^{74}Ge , ^{100}Mo , ^{208}Pb ; $^{16}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$, $^{72,74,76}\text{Ge}$, ^{208}Pb y $^{18}\text{O} + ^{72,74,76}\text{Ge}$ a las mismas energías que en el capítulo II.

Puesto que en un potencial CW puede escribirse resumidamente en la forma de una constante por una exponencial simple:

$$U_0 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} e^{-\frac{R_1 + R_2}{\alpha}} e^{-r/\alpha} = K e^{-r/\alpha} \quad (\text{III},17)$$

pequeñas variaciones en los radios nucleares pueden hacerse recaer en la profundidad U_0 a través de la constante K, ya que la derivada logarítmica de K es igual a

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial R_i} = \frac{1}{\alpha} + \frac{R_j}{R_i (R_i + R_j)} \quad i, j = 1, 2; i \neq j \quad (\text{III},18)$$

y por tanto la nueva profundidad que engloba la variación del radio puede calcularse mediante la expresión:

$$U'_0 = U_0 \left(1 + \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial R_i} \Delta R_i \right) \quad (\text{III},19)$$

De esta forma, el primer paso fué observar en qué dirección y de qué manera debían variar los radios respecto al valor paramétrico dado por la referencia ⁶⁰). Fijando el valor del radio del blanco, variamos el del proyectil a través de la profundidad según (III,19) y obtuvimos la distribución angular teórica correspondiente cuya comparación con los datos experimentales la establecemos, como en el capítulo II, a través del χ^2/N . De esta forma obtuvimos 7 puntos ($R_p, \chi^2/N$)

para cada reacción estudiada. La variación del χ^2/N respecto de R_p resultó tener un comportamiento parabólico y ajustamos por mínimos cuadrados mediante una parábola cada una de las reacciones. El resultado puede verse en la figura 23. En dicha figura se observa la influencia de otros factores además del radio en el ajuste de las distribuciones angulares de las reacciones entre núcleos pesados, ya que si no los ejes de las parábolas correspondientes a un mismo proyectil coincidirían. Este es aproximadamente el caso del ^{18}O y del ^{16}O frente a $^{72,74}\text{Ge}$ y ^{208}Pb y también, aunque menos aproximado, del ^{12}C ; no así en el caso del ^{16}O dispersado por ^{64}Ni y ^{76}Ge . Estos factores pueden ser la energía de bombardeo, la deformación de los núcleos, las características del conjunto de datos experimentales, etc. En cualquier caso, este cálculo nos permite obtener unos radios óptimos de los tres proyectiles y con dichos radios fijos repetimos el procedimiento para obtener los mejores radios de los blancos. Con 7 puntos también para cada reacción establecimos el conjunto de parábolas correspondientes a las variaciones del radio del blanco mostradas en la figura 24.

El segundo paso en este trabajo fué obtener las distribuciones de densidades para todos los núcleos que entran en juego en las distintas reacciones según el procedimiento explicado en la sección (III,1) y a partir de ellas, principalmente en la zona superficial, obtener los radios nucleares que mejor se aproximen a los radios óptimos obtenidos de las parábolas, según la prescripción:

$$R_i = R_e - \eta A_i^{-1/3} \quad (\text{III,20})$$

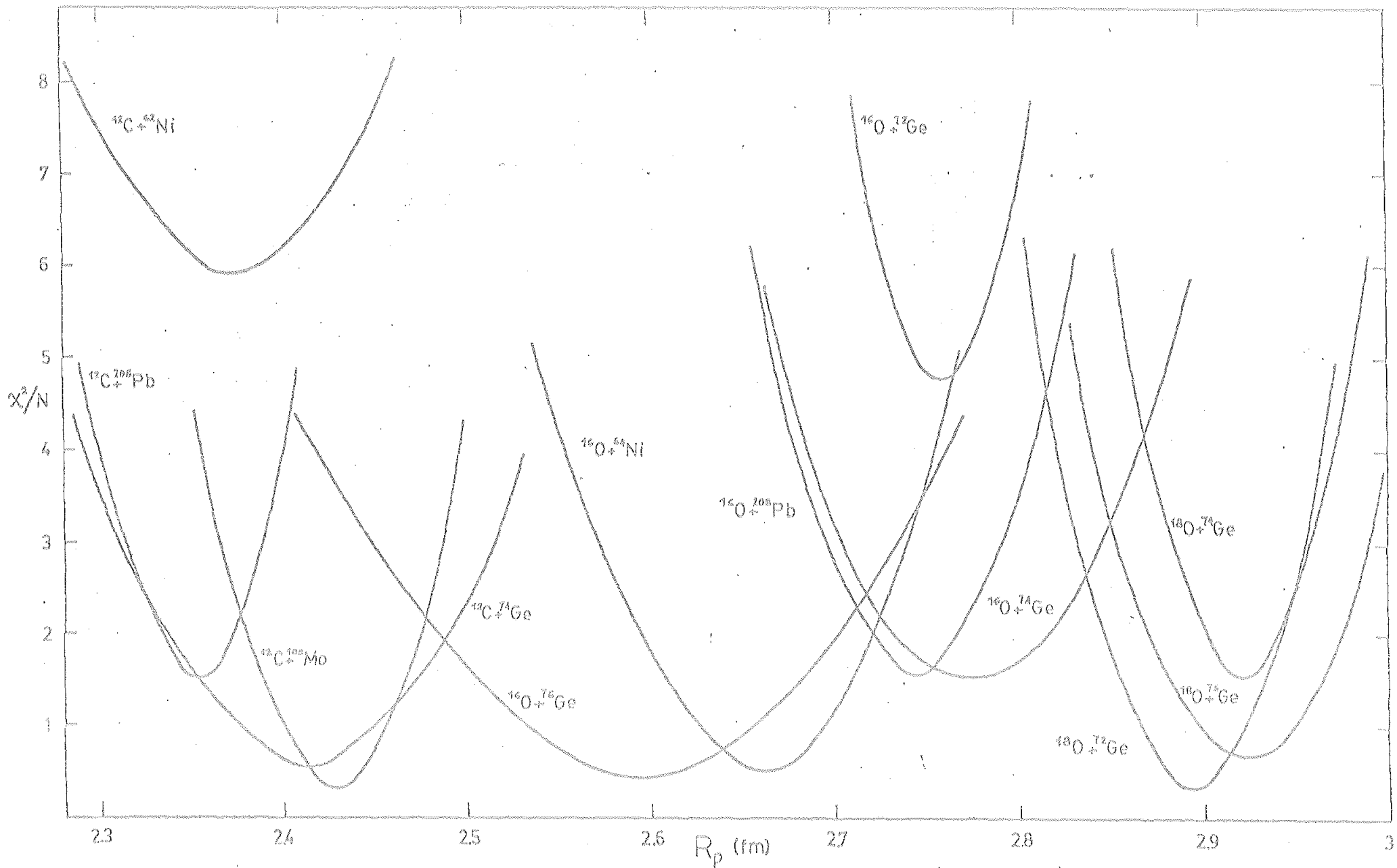


Figura 23

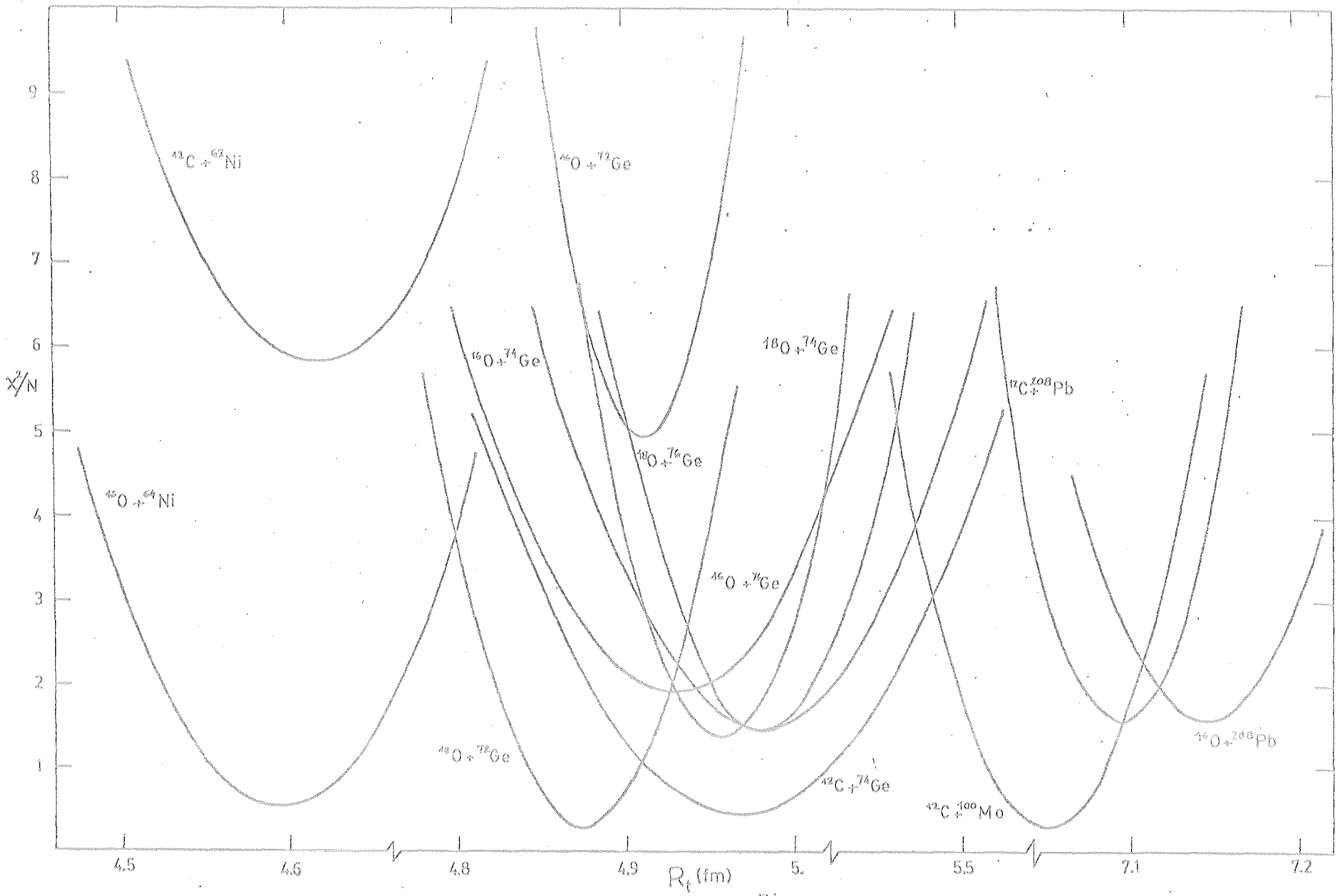


Figura 21

donde R_ρ es la distancia desde el centro del núcleo al punto en que la densidad nuclear vale ρ y el término $\eta A_i^{-1/3}$ permite una mayor flexibilidad en el ajuste, siendo η un nuevo parámetro. El análisis de los resultados obtenidos en los cálculos anteriores nos llevaron a establecer los valores óptimos de la prescripción (III,20) siguientes: $\rho = 0.04$ nucleones fm^{-3} y $\eta = 0.903$ fm.

A la vista de este resultado el nuevo potencial núcleo-núcleo con información sobre la estructura nuclear de los núcleos colisionantes es:

$$U(r) = - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left[V_0 \exp\left(\frac{R_1 + R_2 - r}{a}\right) + i W_0 \exp\left(\frac{R_1 + R_2 - r}{a'}\right) \right] \quad (\text{III}, 21)$$

con

$$\begin{aligned} V_0 &= 50 \text{ MeV fm}^{-1} & W_0 &= 21.38 \text{ MeV fm}^{-1} \\ a &= 0.630 \text{ fm} & a' &= 0.686 \text{ fm} \\ R_i &= R_{0.04}^{(i)} - 0.903 A_i^{-1/3} \end{aligned}$$

Las distribuciones angulares obtenidas con este potencial para las dispersiones elásticas de los núcleos citados anteriormente se muestran en las figuras 25 a 30 cuyos χ^2/N en promedio son mejores que los de las distribuciones obtenidas en el capítulo II, mostrados en la tabla 2.

Con el fin de generalizar este resultado, calculamos la distribución de densidades de una amplia gama de núcleos (unos 40). A partir de ellas calculamos los radios según la prescripción (III,20), los cuales presentamos en la tabla 8.

Debido a que la gama de datos experimentales numéricos

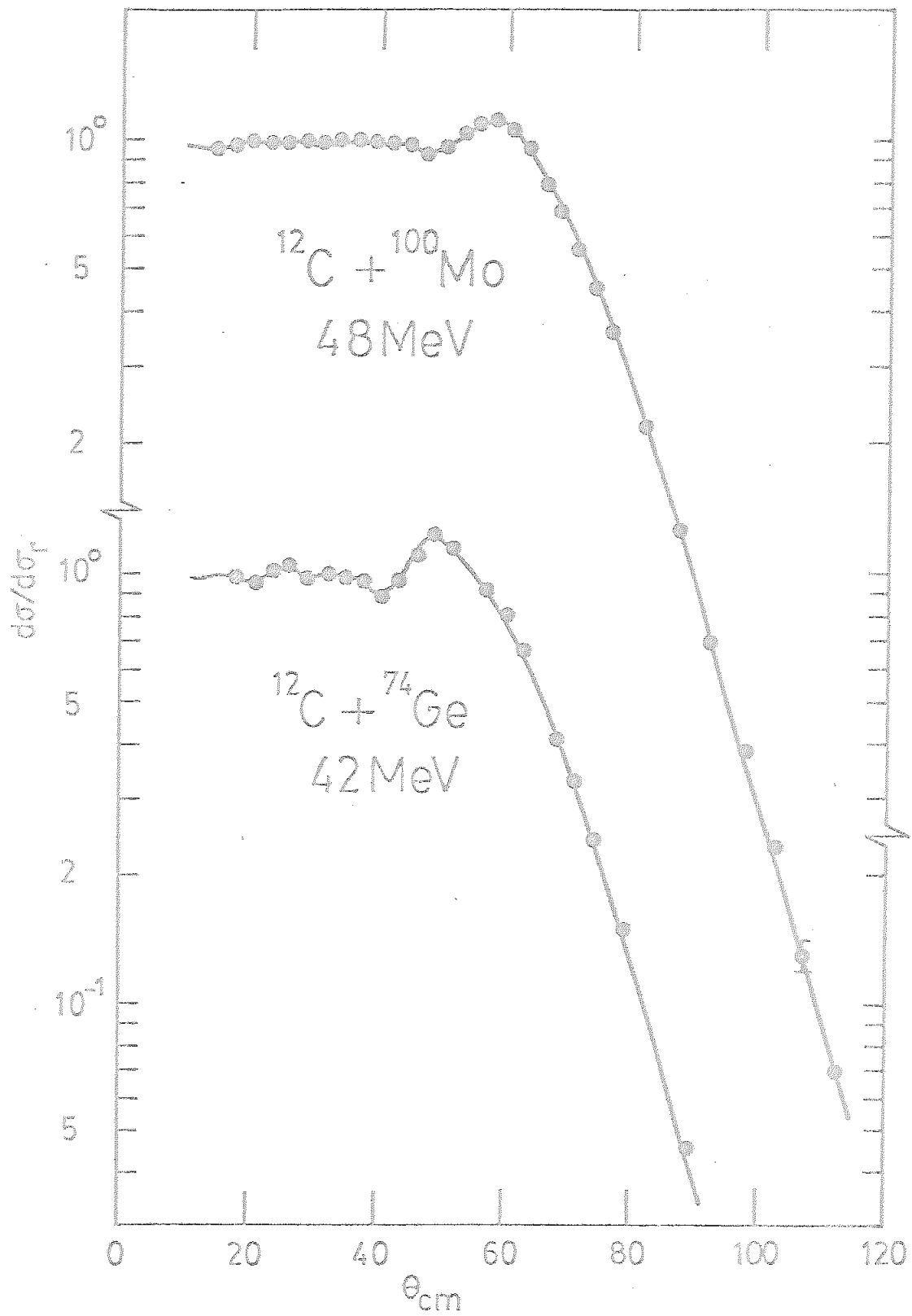


Figura 25

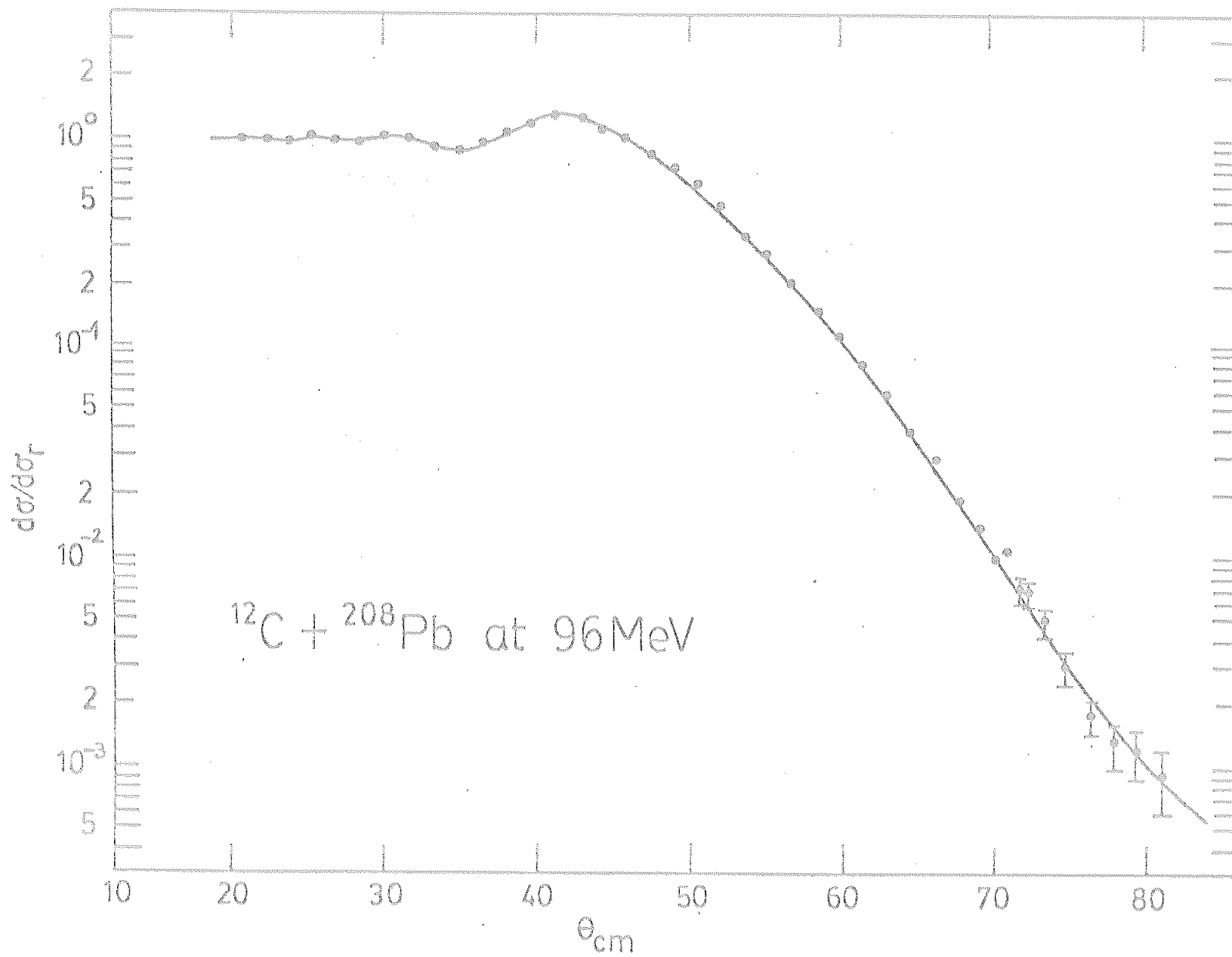


Figura 26

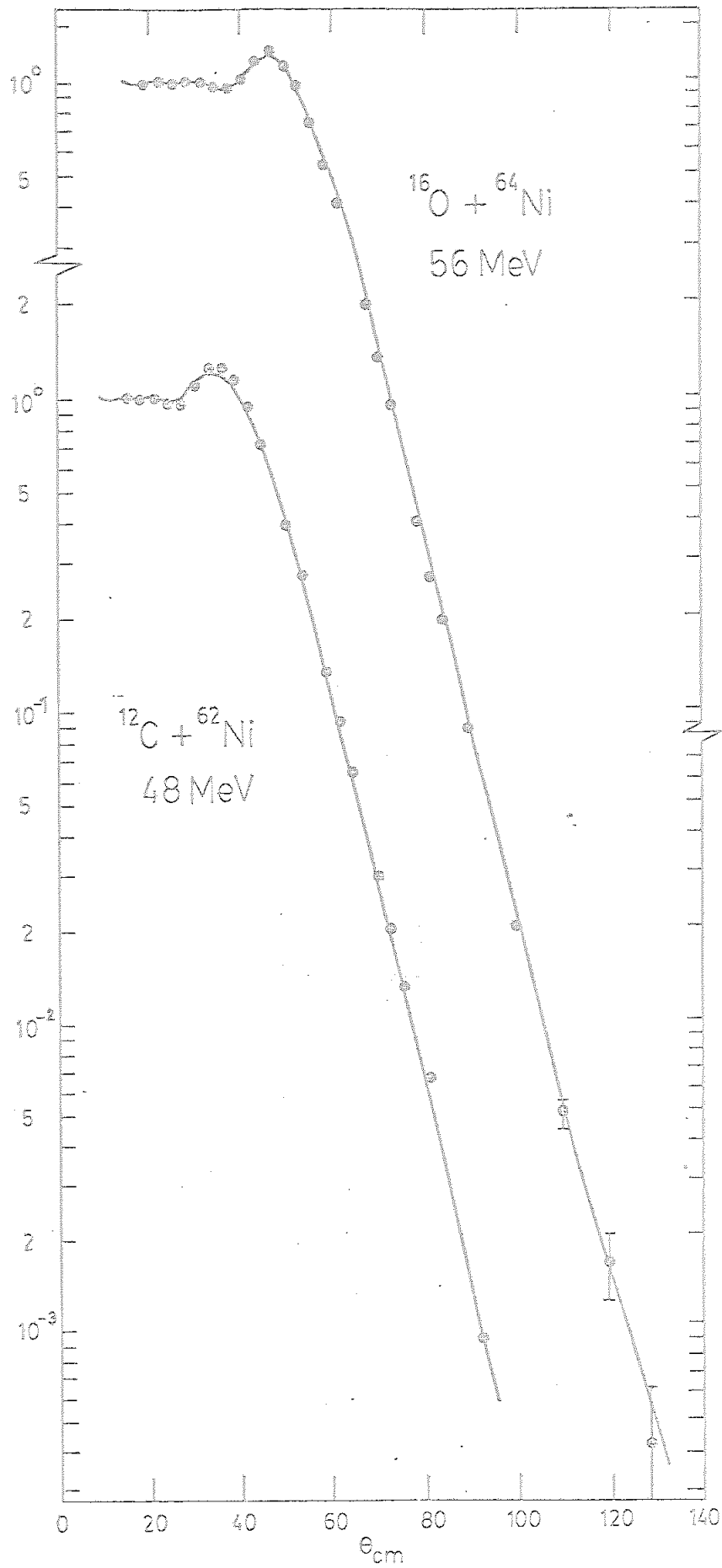


Figura 27

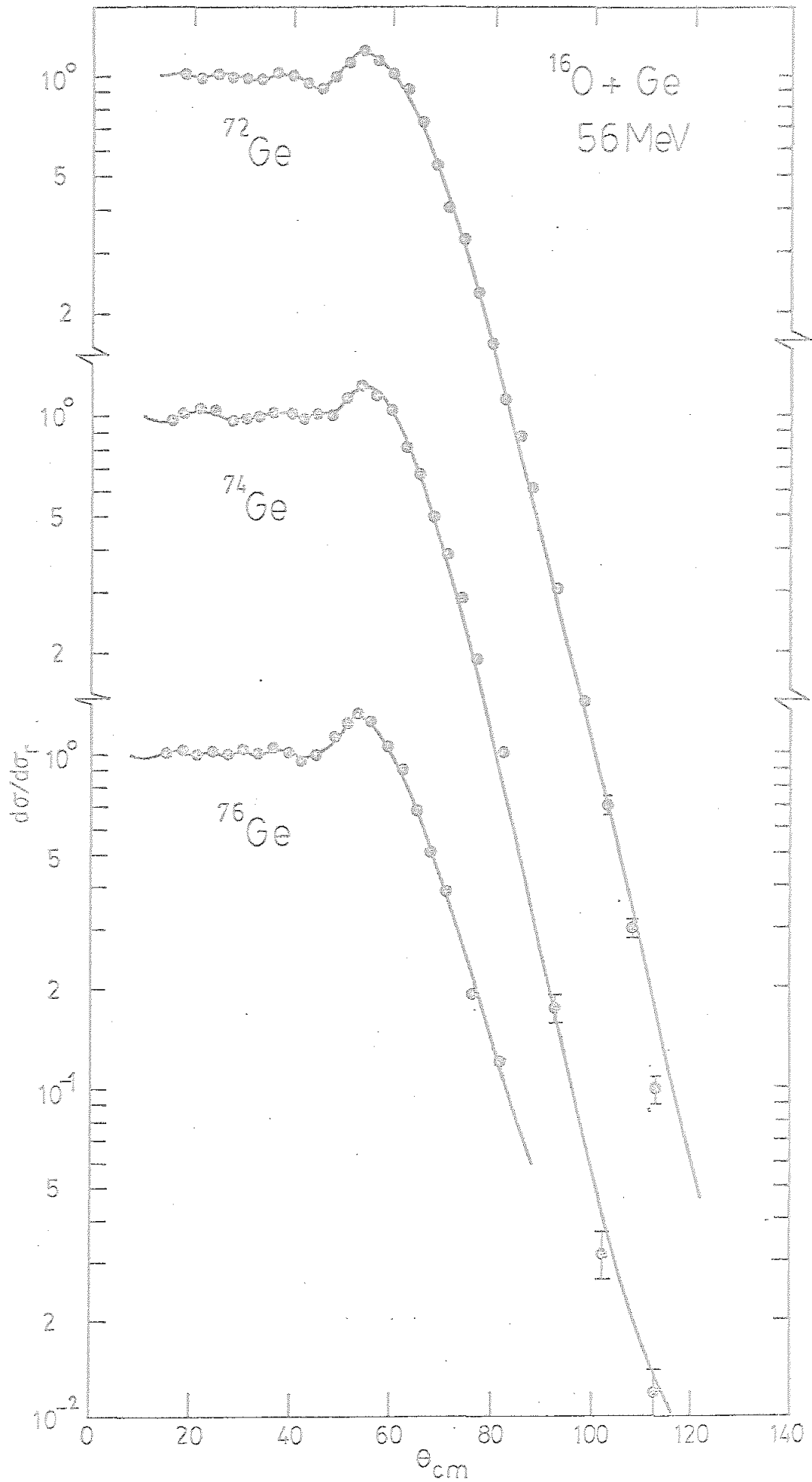


Figura 28

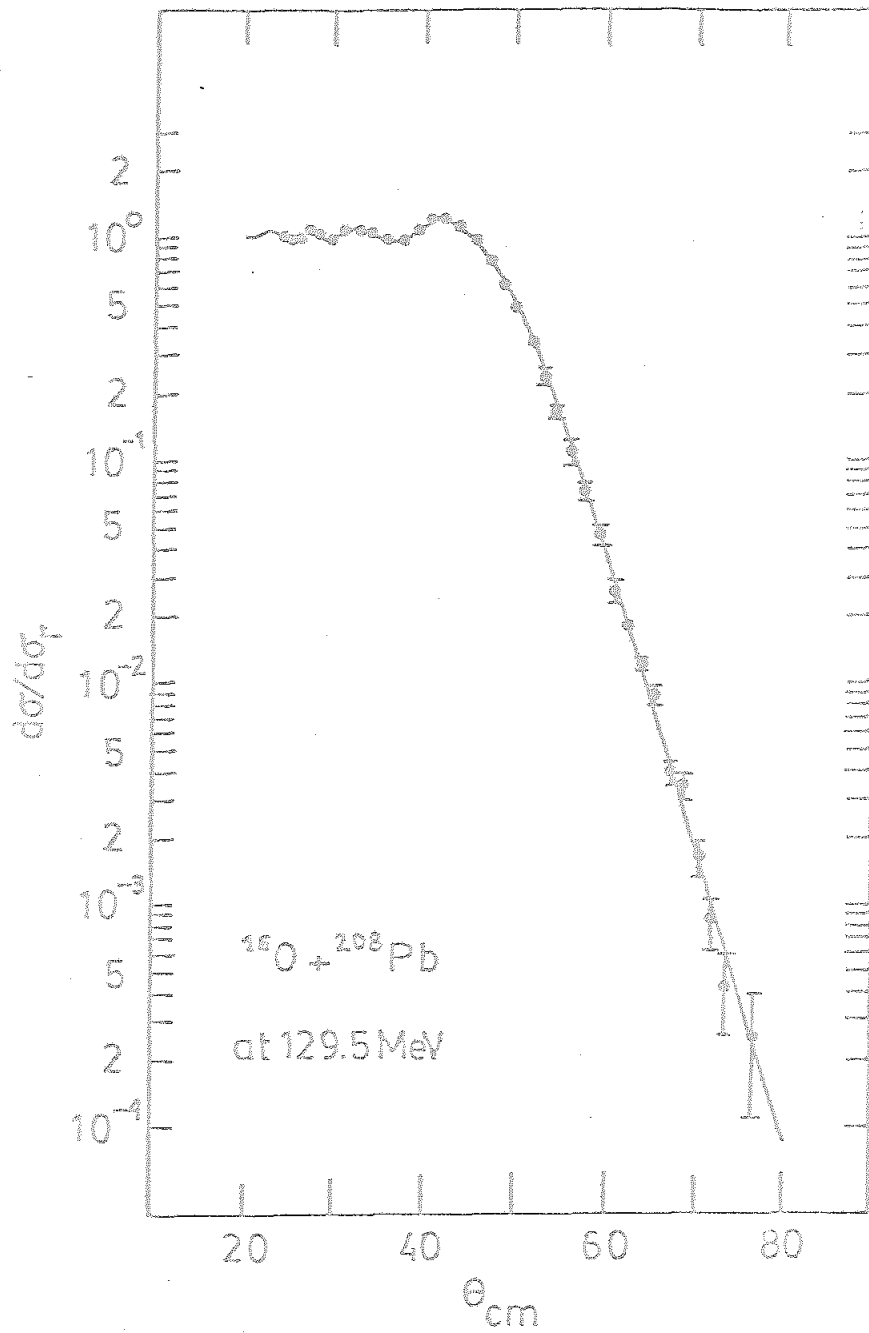


Figura 29

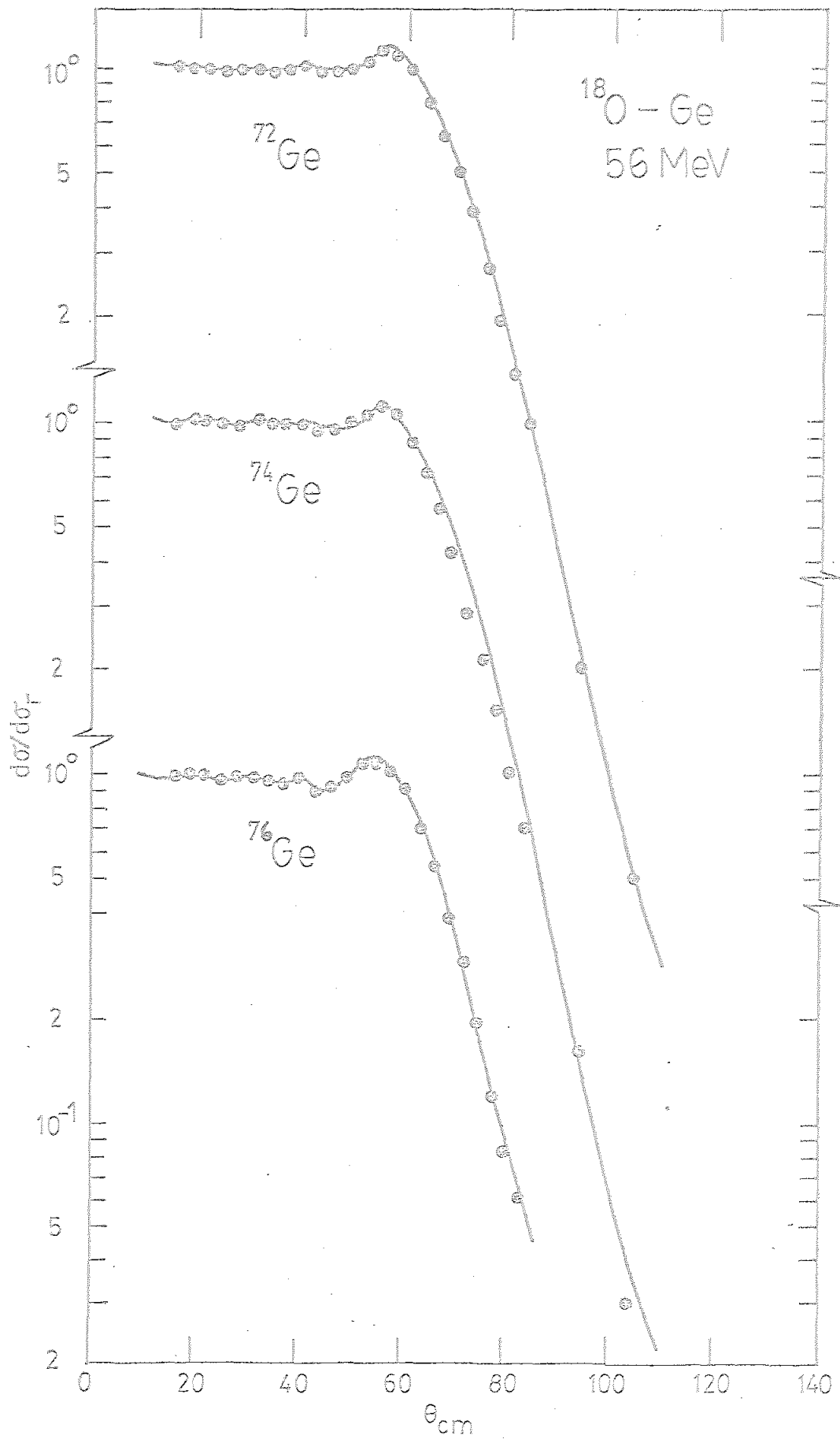


Figura 30

Tabla 8

$$R = R_{0.04} - 0.903 A^{-1/3}$$

<u>Isótopo</u>	<u>Radio</u>	<u>Isótopo</u>	<u>Radio</u>	<u>Isótopo</u>	<u>Radio</u>
¹¹ B	2.265	⁵⁴ Fe	4.391	⁹⁴ Mo	5.361
¹² C	2.431	⁵⁶ Fe	4.448	⁹⁶ Zr	5.404
¹³ C	2.516	⁵⁸ Ni	4.508	¹⁰⁰ Mo	5.483
¹⁴ N	2.549	⁶⁰ Ni	4.562	¹¹⁶ Sn	5.780
¹⁶ O	2.736	⁶² Ni	4.618	¹¹⁸ Sn	5.816
¹⁸ O	2.873	⁶⁴ Ni	4.664	¹²⁰ Sn	5.855
²⁰ Ne	3.005	⁷⁰ Ge	4.819	¹²² Sn	5.892
²⁶ Mg	3.341	⁷² Ge	4.868	¹⁴² Nd	6.214
²⁷ Al	3.391	⁷⁴ Ge	4.922	¹⁴⁴ Nd	6.246
³⁰ Si	3.527	⁷⁶ Ge	4.973	¹⁴⁴ Sm	6.244
³² S	3.615	⁸⁸ Sr	5.236	¹⁴⁶ Nd	6.278
⁴⁰ C	3.913	⁸⁹ Y	5.256	¹⁵⁰ Nd	6.341
⁴⁸ Ca	4.207	⁹⁰ Zr	5.275	²⁰⁸ Pb	7.137

de que disponemos para calcular el χ^2/N de los nuevos ajustes no es muy amplia, demostramos la superioridad de nuestro potencial utilizando el mismo argumento en que Christensen y Winther se apoyan para mostrar la superioridad del suyo respecto a los otros potenciales núcleo-núcleo ⁶⁰). Esto es, calculamos el valor del potencial WS en el radio crítico y tomando este como "experimental" lo comparamos con el nuestro y mostramos la diferencia con la misma relación obtenida a partir del potencial CW con radios en forma paramétrica. Los potenciales WS fueron obtenidos de la literatura o bien, en muchos casos (aquellos en los que poseemos datos experimentales), los ajustamos nosotros. En todos los casos el número de parámetros ajustados de dicho potencial WS fué de 4 a 6. La tabla 9 recoge nuestros resultados. R es el radio crítico obtenido a partir de la matriz de dispersión calculada con el potencial nuclear WS, según la definición de coeficiente de transmisión 0.5 explicada en el capítulo II. En los casos en que dicho valor se presenta con un asterisco, esa distancia crítica corresponde al valor x de la ecuación (II,19) de la sección (II,3), tomados de la referencia ⁶⁰). $|U_{cw}/U_{ws}|_R$ y $|U_m/U_{ws}|_R$ son las relaciones del potencial real de CW y del potencial (III,21) con respecto al potencial WS en la distancia crítica R. Como puede verse, en la mayoría de los casos el segundo valor es más próximo a 1 que en el potencial de la referencia ⁶⁰). El valor medio de $|U_m/U_{ws}|_R$ en los 77 casos es de 0.998 con una desviación cuadrática media de 0.180 frente a 1.012 y 0.216 para el potencial real CW.

Christensen y Winther ⁶⁰) achacan las desviaciones de los valores anteriores respecto de la unidad a fluctuaciones en los radios nucleares de los núcleos colisionantes. A la vista de nuestros resultados de la tabla 9 cre-

Tabla 9

Nº	Reacción	E_{lab} (MeV)	R	$U_{WS}(R)$	$\left \frac{U_{CW}}{U_{WS}} \right _R$	$\left \frac{U_m}{U_{WS}} \right _R$	Ref.
1	$^{11}\text{B} + ^{12}\text{C}$	28	8.695	0.098	1.052	1.047	90)
2	$^{11}\text{B} + ^{208}\text{Pb}$	72.2	12.407	0.608	1.294	1.199	101)
3	$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$	14	7.965	0.513	0.759	0.860	91)
4	$^{12}\text{C} + ^{64}\text{Ni}$	48	10.292	0.512	0.950	0.976	95)
5	$^{12}\text{C} + ^{74}\text{Ge}$	42	10.420*	0.662	0.918	0.945	104)
6	$^{12}\text{C} + ^{96}\text{Zr}$	38	10.833	0.867	0.813	0.829	106)
7	$^{12}\text{C} + ^{96}\text{Zr}$	38	11.084	0.530	0.893	0.911	106)
8	$^{12}\text{C} + ^{100}\text{Mo}$	48	10.975*	0.886	0.724	0.739	104)
9	$^{12}\text{C} + ^{144}\text{Nd}$	70.4	11.418*	1.371	0.809	0.823	58)
10	$^{12}\text{C} + ^{146}\text{Nd}$	70.4	11.500*	1.329	0.771	0.785	58)
11	$^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$	70.4	11.868*	0.539	1.169	1.197	58)
12	$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	96	12.293*	1.142	0.988	1.050	104)
13	$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	116.4	12.176*	1.445	0.940	0.999	52)
14	$^{13}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$	40	9.733	0.420	0.933	0.962	93)
15	$^{13}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$	48	9.344*	0.840	0.865	0.892	93)
16	$^{13}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$	60	9.202*	1.081	0.842	0.868	93)
17	$^{13}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$	68	9.911	0.305	0.969	0.999	93)
18	$^{13}\text{C} + ^{94}\text{Mo}$	51	10.825	0.802	0.979	0.991	103)
19	$^{13}\text{C} + ^{94}\text{Mo}$	51	10.846	0.769	0.988	1.000	110)
20	$^{13}\text{C} + ^{144}\text{Sm}$	66	11.832	0.689	0.983	0.996	100)

Nº	Reacción	E_{lab} (MeV)	R	$U_{WS}(R)$	$ U_{CW}/U_{WS} _R$	$ U_m/U_{WS} _R$	Ref.
21	$^{14}_N + ^{14}_N$	26	8.640	0.189	1.296	1.219	92)
22	$^{14}_N + ^{40}_{Ca}$	36	9.320	0.838	1.049	0.986	94)
23	$^{14}_N + ^{48}_{Ca}$	50	10.113	0.354	1.131	1.088	102)
24	$^{14}_N + ^{56}_{Fe}$	36	9.485	1.267	1.299	1.232	94)
25	$^{14}_N + ^{56}_{Fe}$	40	9.610	0.972	1.391	1.317	94)
26	$^{14}_N + ^{56}_{Fe}$	40	10.030*	0.495	1.402	1.328	94)
27	$^{14}_N + ^{62}_{Ni}$	36	9.518	1.570	1.325	1.253	94)
28	$^{14}_N + ^{62}_{Ni}$	40	10.238*	0.592	1.121	1.060	94)
29	$^{14}_N + ^{70}_{Ge}$	38	10.695	0.422	1.081	1.005	94)
30	$^{14}_N + ^{70}_{Ge}$	42	10.207	0.919	1.077	1.001	94)
31	$^{14}_N + ^{70}_{Ge}$	45	10.527	0.559	1.065	0.991	94)
32	$^{14}_N + ^{74}_{Ge}$	38	9.710	1.724	1.491	1.393	94)
33	$^{14}_N + ^{74}_{Ge}$	40	10.554*	0.433	1.555	1.453	94)
34	$^{14}_N + ^{74}_{Ge}$	42	10.653*	0.355	1.621	1.515	94)
35	$^{14}_N + ^{74}_{Ge}$	45	10.255	0.983	1.101	1.029	94)
36	$^{14}_N + ^{90}_{Zr}$	43	10.847*	0.655	1.176	1.081	94)
37	$^{14}_N + ^{90}_{Zr}$	45	10.155	2.023	1.142	1.050	94)
38	$^{14}_N + ^{90}_{Zr}$	50	10.473	1.288	1.083	0.996	94)
39	$^{14}_N + ^{118}_{Sn}$	50	11.376*	0.575	1.408	1.295	94)
40	$^{14}_N + ^{118}_{Sn}$	54	10.290	2.926	1.551	1.426	94)

Nº	Reacción	E_{lab} (MeV)	R	U_{WS} (R)	$ U_{\text{CW}}/U_{\text{WS}} _R$	$ U_m/U_{\text{WS}} _R$	Ref.
41	$^{16}\text{O} + ^{30}\text{Si}$	45	9.239	0.798	0.816	0.857	105)
42	$^{16}\text{O} + ^{26}\text{Mg}$	45	9.051*	0.798	0.790	0.840	105)
43	$^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$	60	9.568*	0.972	0.805	0.805	106)
44	$^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$	60	9.827	1.010	0.825	0.844	106)
45	$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$	43	10.083	0.931	0.906	0.913	96)
46	$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$	44	9.617	1.480	1.195	1.203	97)
47	$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$	60	10.045	0.861	1.041	1.049	97)
48	$^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$	50	9.959*	1.126	1.005	1.016	98)
49	$^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$	60	10.195	0.712	1.093	1.105	98)
50	$^{16}\text{O} + ^{62}\text{Ni}$	60	10.294*	0.923	0.870	0.875	106)
51	$^{16}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$	56	10.545	0.581	1.015	1.008	95)
52	$^{16}\text{O} + ^{70}\text{Ge}$	50	10.349	1.339	0.781	0.773	94)
53	$^{16}\text{O} + ^{70}\text{Ge}$	58	10.607	0.860	0.807	0.799	94)
54	$^{16}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	10.639*	0.792	0.871	0.894	104)
55	$^{16}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	10.625*	1.007	0.791	0.787	104)
56	$^{16}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	10.663*	0.874	0.929	0.929	104)
57	$^{16}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	77.6	10.404*	1.371	0.893	0.893	107)
58	$^{16}\text{O} + ^{88}\text{Sr}$	52	10.628	1.420	0.948	0.934	98)
59	$^{16}\text{O} + ^{88}\text{Sr}$	52	10.860	0.963	0.967	0.953	98)
60	$^{16}\text{O} + ^{88}\text{Sr}$	60	10.853	1.007	0.936	0.921	98)

Nº	Reacción	E_{lab} (MeV)	R	$U_{\text{WS}}(R)$	$ U_{\text{CW}}/U_{\text{WS}} _R$	$ U_{\text{m}}/U_{\text{WS}} _R$	Ref.
61	$^{16}\text{O} + ^{116}\text{Sn}$	66	11.297	1.195	0.725	0.940	99)
62	$^{16}\text{O} + ^{122}\text{Sn}$	73.9	11.441*	1.114	0.976	0.965	108)
63	$^{16}\text{O} + ^{142}\text{Nd}$	70	11.934*	1.025	0.830	0.813	98)
64	$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	80	12.870*	0.953	0.868	0.891	109)
65	$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	83	12.869*	0.878	0.944	0.969	109)
66	$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	129.5	12.520	1.557	0.926	0.951	104)
67	$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	192	12.550	1.164	1.181	1.104	104)
68	$^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$	63	10.257*	0.917	0.989	0.996	108)
69	$^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	63	10.392	0.801	1.005	1.007	108)
70	$^{18}\text{O} + ^{62}\text{Ni}$	63	10.408*	1.008	0.855	0.857	108)
71	$^{18}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$	63	10.539*	0.988	0.775	0.767	108)
72	$^{18}\text{O} + ^{72}\text{Ge}$	56	10.967*	0.516	1.063	1.046	104)
73	$^{18}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	56	10.939*	0.906	0.687	0.681	104)
74	$^{18}\text{O} + ^{74}\text{Ge}$	75	10.461*	1.304	1.020	1.010	107)
75	$^{18}\text{O} + ^{76}\text{Ge}$	56	11.017*	0.844	0.706	0.703	104)
76	$^{18}\text{O} + ^{120}\text{Sn}$	72	11.770*	0.603	1.302	1.278	108)
77	$^{32}\text{S} + ^{40}\text{Ca}$	100	10.469*	1.230	0.728	0.717	108)

emos que el potencial (III,21) elimina en gran parte esta fluctuación y que las diferencias de 1 que aún se observan dependen de otros factores ya comentados (dependencia de la energía, deformación de las formas nucleares, etc.) así como debidos a la relativa exactitud de la comparación con los potenciales "experimentales" WS obtenidos de la literatura cuya problemática expusimos en el capítulo II. Sin embargo las desviaciones individuales respecto a la unidad se deben en gran parte a la diferencia entre ajustes exponenciales y ajustes WS como lo muestra el hecho de que la relación $\left| \frac{U_{cw}}{U_m} \right|_R$ tiene un valor medio 1.008 con una desviación cuadrática media de sólo 0.051. Creemos que este estudio confirma que la dispersión elástica de núcleos pesados es sensible al valor de la densidad nuclear en una zona que tiene menos relevancia en otros fenómenos nucleares. Por otra parte un potencial global de este tipo (III,21) permite buscar un potencial óptico para estados excitados utilizable en cálculos DWBA (y que no se puede obtener por ajuste a datos experimentales de dispersión elástica) siempre que podamos conocer la distribución de densidad del núcleo excitado.

Capítulo IVCONCLUSIONES

- 1) Elegimos una aproximación fenomenológica del potencial núcleo-núcleo pues mostramos que nos ofrece más información sobre la dispersión elástica de núcleos pesados que aproximaciones más fundamentales, las cuales además, debido a la complejidad del problema, parten a su vez de supuestos fenomenológicos en todos los casos.
- 2) Estudiamos la ambigüedad de la parametrización Woods-Saxon en el potencial del modelo óptico de forma cuantitativa, demostrando las limitaciones de la expresión analítica de Igo de dicha ambigüedad.
- 3) Analizamos cuantitativamente el grado de indefinición de aquellas magnitudes que usualmente se suponen bien determinadas por los datos experimentales como son el radio de absorción fuerte (sus cuatro definiciones más corrientes en la literatura), el valor del potencial nuclear real y su derivada logarítmica en esa zona, y la relación entre la parte imaginaria y la real del potencial nuclear.
- 4) Demostramos en unas veinte reacciones que una parametrización exponencial del potencial núcleo-núcleo, tanto para la parte real como para la imaginaria, da tan buenos ajustes como la parametrización Woods-Saxon, pero con menos parámetros redundantes.
- 5) Encontramos un potencial global exponencial sin parámetros libres que ofrece resultados buenos en un amplio rango de energías incidentes.

6) Establecemos una conexión directa entre la distribución de materia nuclear y el potencial óptico para la dispersión de partículas alfa por una amplia gama de núcleos que proporciona una vía de calcular los efectos de estructura nuclear en el potencial núcleo-núcleo.

7) Aportamos una forma de calcular la sección eficaz de fusión de núcleos pesados a partir de la distribución de densidad nuclear, que a la vista del excelente acuerdo con los datos experimentales, confirma la bondad del método de cálculo de densidades empleado en el último capítulo del trabajo, para una muy extensa gama de núcleos.

8) Introducimos en el potencial global exponencial (a que alude la conclusión 5), información sobre la estructura nuclear de los núcleos colisionantes, obteniendo así un potencial general que ofrece resultados superiores a todos los tipos de potenciales núcleo-núcleo corrientes en la literatura.

ApéndiceEL METODO DE CALCULO

Para la ejecución de la mayor parte de los cálculos de este trabajo se han utilizado dos programas: la versión SPI-GENOA del Niels Bohr Institute del programa GENOA de F. Perey y la versión DENS-7 del Nuclear Physics Laboratory del programa DENS de F. Malaguti que utiliza a su vez un programa, también original de F. Perey, para el cálculo de distribuciones de densidades. Además se han utilizado varios programas originales nuestros más pequeños de interpolación, resolución de ecuaciones trascendentes por convergencia, ajuste de curvas, optimizaciones, etc.

El código SPI-GENOA es un complicado programa de unas 3600 instrucciones y 40 subprogramas para cálculo de dispersión elástica con el modelo óptico. Una utilización más simple del mismo ("one shot") calcula la sección eficaz diferencial a los ángulos deseados (y eventualmente la polarización con spin $\frac{1}{2}$ y/o la sección eficaz total de reacción) a partir de una parametrización del potencial óptico, elegible entre varias opciones, y unos valores concretos de los parámetros.

El programa, según los valores del parámetro de Sommerfeld, η , y del número de onda, k , usa la aproximación más conveniente para las funciones de Coulomb entre seis opciones. El programa puede usar hasta 500 ondas parciales.

En otro modo de utilización ("search") se introducen además datos experimentales (secciones eficaces diferencia-

les y eventualmente polarización y/o sección eficaz de reacción) que el programa utiliza para calcular el χ^2 del ajuste ensayado, luego repite el cálculo previamente modificados uno o varios parámetros (que se le han prefijado como datos) para disminuir el χ^2 , y esto lo repite hasta el número máximo de intentos que se le han señalado o hasta obtener una convergencia en los valores sucesivos del χ^2 . Aunque el programa tiene previstos hasta 19 posibles parámetros que puede variar, ello es con vistas a ofrecer diferentes tipos de parametrizaciones, pero nunca se utilizan a la vez más de 5 ó 7, y no suele ser práctico variar más de dos o tres simultáneamente. Este proceso de ajuste se puede hacer para una colección de datos (una pareja de núcleos a una determinada energía) o conjuntamente para varias colecciones de datos, no más de diez.

A este programa le hemos añadido la subrutina RCRIT que extrae de la matriz de dispersión el valor del momento angular crítico (por interpolación entre cuatro puntos, usando en sentido inverso la fórmula de Lagrange citada en Abramowitz 25.2.13) y a partir de él un amplio número de magnitudes significativas de la dispersión elástica: radio crítico, valor del potencial real e imaginario, relación de ambos, comparación con otros valores del radio crítico, etc.

El programa DENS-7 es un código de cálculo de los estados ligados que calcula la distribución de densidad sumando los cuadrados de las funciones de onda monoparticulares pesados con los números de ocupación según el método explicado en la sección (III,1). Hemos realizado varias versiones de este programa al añadirle distintas subrutinas

para el cálculo en cada caso del problema particular. Algunas de estas fueron: NONLOC que ajustaba por iteraciones automáticas en cada nivel la energía de ligadura y el potencial local a un potencial no local determinado; TAIL que hallaba por interpolación entre cuatro puntos a qué distancia la densidad de materia nuclear tiene un determinado valor y lo relacionaba con los valores obtenidos por la dispersión de partículas alfa; OSO que relacionaba la profundidad y la ligadura según la prescripción de Bear-Hodgson⁷¹), etc.

Referencias

- 1) G.B. Airy, Proc. Cambridge Phil. Soc. 6(1839)379.
- 2) K.W. Ford, J.A. Wheeler, Ann. of Phys. 7(1959)259.
- 3) R.A. Broglia, S. Landowne, A. Winther, Phys. Lett. 40B(1972)293.
- 4) W. Nöremberg, H.A. Weidenmüller, "Introduction to the Theory of Heavy Ion Collisions", Springer Verlag (1976) p.16.
- 5) L.C. Vaz, J.M. Alexander, E.H. Auerbach, Phys. Rev. C18 (1978)820.
- 6) T. Koeling, R.A. Malfliet, Phys. Rep. 22C(1975)181.
J. Knoll, R. Schaeffer, Ann. of Phys. 97(1976)307.
- 7) S. Landowne, C.H. Dasso, B.S. Nilsson, R.A. Broglia, A. Winther, Nucl. Phys. A259(1976)99.
- 8) N.F. Mott, H.S.W. Massey, "The Theory of Atomic Collisions", Oxford at the Clarendon Press (1965) p.106.
- 9) D.K. Scott in "Nuclear Structure Physics", Proceedings of the Eighteenth Scottish Universities Summer School in Physics, St. Andrews, Agosto 1977, p.557;
D.H. Brink, Lectures on Heavy Ion Reactions, Orsay, Marzo 1972. No publicado.
- 10) W.E. Frahn, Ann. of Phys. 72(1972)524.
- 11) J.S. Blair, Phys. Rev. 95(1954)1218.
- 12) W.E. Frahn, D.H.E. Gross, Ann of Phys. 101(1976)520.
- 13) W.E. Frahn, K.E. Rehm, Phys. Rep. 37C(1978)1.
- 14) S.K. Kauffmann, Z. Physik A282(1977)163;
W.E. Frahn, no publicado.
- 15) W.U. Schroder, J.R. Huizenga, Ann. Revs. Nucl. Sci. 27(1977)465.
- 16) H. Feshbach, Ann. of Phys. 19(1962)287.
- 17) D.M. Brink, N. Rowley, Nucl. Phys. A219(1974)79.
- 18) G.W. Greenless, G.J. Pyle, Y.C. Tang, Phys. Rev. 171(1968)1115.
- 19) H. Kidway, J.R. Rook, Nucl. Phys. A219(1971)417.



- 20) F. Brieva, J.R. Rook, Nucl. Phys. A291 (1977)317.
- 21) D. Clement, E.J. Kanellopoulos, K. Wildermuth, Phys. Lett. 55B (1975)19.
- 22) G.R. Satchler, Phys. Lett. 593 (1975)121.
- 23) G.R. Satchler in "Proc. Intern. Conf. on Reaction between complex nuclei", Nashville, Tenn., 1974, vol. II, p. 171.
- 24) R.A. Broglia, A. Winther, Phys. Rep. 4C (1972)153.
- 25) I. Reichstein, Y.C. Tang, Nucl. Phys. A139 (1969)144.
- 26) E.C. Halbert, G.R. Satchler, Nucl. Phys. A233 (1974)265.
- 27) J.F. Dawson, I. Talmi, J.D. Walecka, Ann. of Phys. 18 (1962)339.
- 28) W.S. Chien, R.E. Brown, Phys. Rev. C10 (1974)1767.
- 29) G.R. Satchler in "Proc. of Symposium on Macroscopic Features of HI Collisions", Argonne, p.33, April 1976.
- 30) L.D. Rickertsen, G.R. Satchler, Phys. Lett. 66B (1976)9.
- 31) D.A. Saloner, C. Toepffer, Nucl. Phys. A283 (1977)108.
D.A. Saloner, C. Toepffer, B. Fink, Nucl. Phys. A283 (1977)131.
- 32) G. Bertsch, J. Borysowicz, H. McManus, W.G. Love, Nucl. Phys. A284 (1977)399.
- 33) G.R. Satchler, comunicación privada.
- 34) G.R. Satchler, Lectures presented to the Sixth INS Summer School on Nuclear Physics, Dogashima, Japan, Oct.30, Nov.2, 1978. Unpublished.
- 35) K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly, Phys. Rev. 173 (1968)944.
- 36) C. Ngô, B. Tamain, M. Beiner, R.J. Lombard, D. Mas, H.H. Deubler, Nucl. Phys. A252 (1975)237.

- 37) M. Beiner, P.J. Lombard, Ann of Phys. 86 (1974)262.
- 38) J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang, Ann of Phys. 105 (1977)427.
- 39) J.R. Birkelund, J.R. Huizenga, Phys. Rev. C17 (1978)126.
- 40) J.R. Birkelund, J.R. Huizenga, J.N. De, D. Sperber, Phys. Rev. Lett. 40 (1978)1123.
- 41) S.L. Tabor, D.A. Goldberg, J.R. Huizenga. No publicado
- 42) W.D. Myers, Nucl. Phys. A204 (1973)465.
- 43) D.M. Brink, F. Stancu, Nucl. Phys. A299 (1978)321.
- 44) H. Rebel, aparecerá en Nucl. Phys.
- 45) D.A. Goldberg, S.M. Smith, Phys. Rev. Lett. 33 (1974)715.
- 46) D.A. Goldberg, Phys. Lett. 55B (1975)59.
- 47) A. Budzanowski, H. Dabrowski, L. Freindl, K. Grotowski, S. Micek, R. Planeta, A. Strzalkowski, M. Bosman, P. Leleux, P. Macg, J.P. Meulders, C. Pirart, Phys. Rev. C17 (1978)951.
- 48) J.E. Poling, E. Norbeck, R.R. Carlson, Phys. Rev. C13 (1976)648.
- 49) C.Y. Wong, Phys. Rev. Lett. 31 (1973)766.
- 50) G.R. Satchler, Nucl. Phys. A279 (1977)493.
- 51) G. Igo, Phys. Rev. 117 (1959)1665.
- 52) J.B. Ball, C.B. Fulmer, E.E. Gross, M.L. Halbert, D.C. Hensley, C.A. Ludemann, M.J. Saltmarsh, G.R. Satchler, Nucl. Phys. A252 (1975)208.
- 53) W. Henning, Y. Eisen, J.R. Erskine, D.G. Kovar, B. Zeidman, Phys. Rev. C15 (1977)292.
- 54) H. Wojciechowski, N.B.J. Tannous, R.H. Davis, D. Stanley, M. Golin, F. Petrovich, Phys. Rev. C17 (1978)2126.
- 55) J.R. Huizenga, J.R. Birkelund, W. Johnson, Proc. Symp. Macroscopic Features of Heavy Ion Collision, Vol.I, Argonne National Laboratory Report ANL-PHY-76-2 (1976), p.1
G.R. Satchler, en el mismo Proc. p. 33

- 56) G.R. Satchler, W.G. Love, Phys. Lett. 65B (1976)415.
- 57) G.R. Satchler, M.L. Halbert, N.M. Clarke, E.E. Gross, C.E. Fulmer, A.D. Martin, M.D. Cohler, D.C. Hensley, C.A. Ludemann, J.G. Cramer, M.S. Zisman, R.M. Devries, Nucl. Phys. A298 (1978)313.
- 58) D.L. Hillis, E.E. Gross, D.C. Hensley, C.R. Bingham, F.T. Baker, A. Scott, Phys. Rev. C16 (1977)1467.
- 59) R.A. Malfliet, S. Landowne, Rostokin, Phys. Lett. 44B (1973)238.
R. Da Silveira, Phys. Lett. 45B (1973)211.
B. Nilsson, R.A. Broglia, S. Landowne, R. Liotta, A. Winther, Phys. Lett. 47B (1973)189.
- 60) P.R. Christensen, A. Winther, Phys. Lett. 65B (1976)19.
- 61) J. Wilczyński, K. Siwek-Wilczyńska, Phys. Lett. 55B(1975)270.
- 62) R.A. Broglia, A. Winther, Phys. Rep. 40 (1972)153, p. 185.
- 63) R. Da Silveira, Phys. Lett. 50B (1974)237.
- 64) P.R. Christensen, comunicación privada.
- 64) I. Badawy, B. Berthier, P. Charles, M. Dost, B. Fernandez, J. Gastebois and S.M. Lee, Phys. Rev. C17 (1978).978.
- 65) F. Malaguti, E. Verodini, A. Uguzzoni and P.E. Hodgson, Nucl. Phys. A297 (1978)287.
- 66) M. Lozano, G. Madurga and P.E. Hodgson, Proceeding of the International Conference on Nuclear Interactions, Canberra (1978).
- 67) P.E. Hodgson, Nucl. Phys. A150 (1970)1.
- 68) F.G. Perey, Phys. Rev. 131 (1963)745.
- 69) J.P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Hahaux, comunicación privada.
- 70) M. Comèaud, S. Harar, M. Caballero and N. Cindro, Nucl. Phys. A215 (1973)383.

- 71) R. Bear and P.E. Hodgson, J. Phys. 64 (1978)1287.
- 72) S.L. Tabor, B.A. Watson and S.S. Hanna, Phys. Rev. C14 (1976)514.
- 73) P.E. Hodgson, "Nuclear Heavy-Ion Reactions", Clarendon Press. Oxford (1978), p. 229.
- 74) L. Kowalski, J.C. Jodoque and J.M. Miller, Phys. Rev. 169 (1968)894.
- 75) J.B. Natowitz, Phys. Rev. C1 (1970)623.
J.B. Natowitz, Phys. Rev. C1 (1970)2157.
- 76) J.R. Grover, Phys. Rev. 157 (1967)832.
- 77) J. Wilczyński, Nucl. Phys. A216 (1973)386.
- 78) R. Bass, Phys. Lett. 47B (1973)139.
- 79) D.E. Gross and H. Kalinowski, Phys. Lett. 48B (1974)302.
- 80) J. Galin, B. Gatty, D. Guerreau, C. Rousset, U. Schlotthaver-Voos and X. Tarrago, Phys. Rev. C9 (1974)1126.
- 81) J.B. Natowitz, E.T. Chulick and M.N. Namboodiri, Phys. Rev. C6 (1972)2133.
- 82) I. Galin, D. Guerreau, M. Lefort and X. Tarrago, Phys. Rev. C9 (1974)1018.
- 83) D. Glas and U. Mosel, Phys. Lett. 49B (1974)301.
- 84) H.H. Gutbrod, W.G. Winn and M. Blann, Nucl. Phys. A213 (1973)267.
- 85) D. Glas and U. Mosel, Nucl. Phys. A237 (1975)429.
- 86) R. Bass, Phys. Lett. 47B (1973)139.
R. Bass, Nucl. Phys. A231 (1974)45.
- 87) D. Horn and A.I. Ferguson, Phys. Rev. Lett. 41 (1978)1529.
- 88) W. Scobel, H.H. Gutbrod, M. Blann and A. Mignerey, Phys. Rev. C14 (1976)1808.
- 89) A.J. Ferguson, comunicación privada.
- 90) U.C. Voos, Nucl. Phys. 135 (1969)207.

- 91) P.R. Christensen, Z.E. Switkowski, Nucl. Phys. A280 (1977)205.
- 92) W. Reilly, R. Wieland, A. Gobbi, M.W. Sachs and D.A. Bromley, Il Nuovo Cimento 13 (1973)897.
- 93) P.D. Bond, J.D. Garrett, O. Hansen, S. Kahana, M.J. Levine and A.Z. Schwarzschild, Phys. Lett. 47B (1973)231.
- 94) H.E. Williams, R.H. Davis, C.I. Delaune, G.M. Hudson and K.W. Kemper, Phys. Rev. C11 (1975)906.
- 95) A. Cunsolo, M.C. Lemaire, M.C. Mermaz and H. Sztark, Phys. Rev. C10 (1974)180.
- 96) F. Videbaeck, Thesis, Copenhagen University (1974).
- 97) A. M. Obst, D.L. McShan and R.H. Davis, Phys. Rev. C6 (1972)1814.
- 98) P.R. Christensen, J. Chennov, E.E. Gross, R. Stokstad and F. Videbaek, Nucl. Phys. A207 (1973)433.
- 99) R.C. Robertson, J.T. Sample, D.R. Goosman, K. Nagatami, Phys. Rev. C4 (1971)2176.
- 100) S.T. Thornton, J.L.C. Ford, E. Friedlans, C.A. Wiedner and M. Goldschmidt, Phys. Rev. C12 (1975)877.
- 101) J.L.C. Ford, K.S. Toth, D.C. Horsley, R.M. Gaedke, P.J. Riley and S.T. Thornton, Phys. Rev. C8 (1973)1912.
- 102) M.J. Schnelder, Phys. Rev. Lett. 31 (1973)320.
- 103) P.D. Bond, in "Proc. of Symposium on Macroscopic Features of HI Collisions", Argonne, p. 475, April 1976.
- 104) Este trabajo.
- 105) J.B. Ball, O. Hansen, J.S. Larsen, D. Sinclair and F. Videbaek, Phys. Lett. 49B (1974)348.
- 106) F.D. Becchetti, P.R. Christensen, V.I. Manko and R.J. Nickles, Nucl. Phys. A203 (1973)1.

- 107) P.D. Bond, H.J. Körner, M.C. Lemaire, D.J. Pisano and C.E. Thorn, Phys. Rev. C16 (1977)177.
- 108) K.E. Rehn, H.J. Körner, M. Richter, H.P. Rother, J.P. Schiffer and H. Spieler, Phys. Rev. C12 (1975)1945.
- 109) F. Videbaek, R.B. Goldstein, L. Grodzins, S.G. Steadman, T.A. Belote, J.D. Garrett, Phys. Rev. C15 (1977)954.
- 110) J.M. Alexander, H. Delagrange and A. Fleury, Phys. Rev. C12 (1975)149.

Referencias: 66) añadir: M. Lozano, G. Madurga and P.E. Hodgson Phys. Lett. 82B(1979)170. 100) Friedland en lugar de Frielans. 111) M.C. Mermaz, comunicación privada; M.E. Cobern, N. Lisbona and M.C. Mermaz, Phys. Rev. C13(1976)674. 112) J.G. Cramer, R.M. DeVries, D.A. Goldberg, M.S. Zisman and C.F. Maguire, Phys. Rev. C14(1976)2158. 113) J.R. Birkelund, J.R. Huizenga, H. Freiesleben, K.L. Wolf, J.P. Unik and V.E. Viola Jr., Phys. Rev C13(1976)133.

UNIVERSIDAD DE SEVILLA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

Habiendo el Tribunal integrado por los abajo firmantes
de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral:

MANUEL LOZANO LEYVA

del "El Potencial Nuclear Nuclear y el Ruido de

Dispositivos Fuzete en la Inspección Subterránea de

Minerías Reservas"

se le otorga la calificación de Se le otorga la
"cum laude"


Sevilla, 4 de Junio

1.970

El Vocal,

El Vocal,

El Vocal



El Presidente,

El Secretario,

El Doctor.

