



**FACULTAD DE FÍSICA**

DOBLE GRADO EN FÍSICA E INGENIERÍA DE MATERIALES

**CÁLCULO DE LAS TENSIONES EN UNA UNIÓN  
REMACHADA MULTIFILA CON MATERIALES  
COMPUESTOS**

Autor: Rafael Barrera Perdignes

Tutor: Alberto Barroso Caro

Sevilla, 2023



## AGRADECIMIENTOS

En esta página, quería tomarme la libertad de agradecer a aquellos que han hecho posible el camino que me ha llevado hasta aquí.

En primer lugar, agradecer a mi tutor, Alberto Barroso Caro, por su dedicación en la elaboración de este documento. Su pasión por la docencia se siente en clase y fuera de ella. Son esta clase de profesionales los que motivan a la comunidad universitaria, y sin duda, los que contribuyen mayoritariamente a la formación de las generaciones futuras.

Quería acordarme de mis abuelos, cuya ida tan de seguido, ha dejado una merma en nuestros corazones. Mi abuelo, Rafael, siempre me inculcó que el conocimiento es la llave de la libertad, y de no ser por él, quizá, hoy, no hubiera escrito esto. Mi abuela, Isabel (o Antonia, dependiendo a quién se pregunte), tuvo una vida muy dura, sacrificándose por su familia hasta el último aliento, sin duda, de ella, aprendí sobre el sacrificio y el esfuerzo.

A mi madre, agradecerle todos los esfuerzos que ha hecho durante toda su vida, por darme la oportunidad de estudiar, de haberme dado los caprichos que ha podido permitirse de dar. Estas líneas de agradecimiento se quedan cortas para todo el trabajo que ha tenido que hacer para que yo esté hoy aquí. Gracias mamá.

A mi hermana, Paola, por soportar mis bromas, y aunque a veces tengamos las rencillas de hermanos, ella sabe que la quiero con locura.

A mi tía Rocío por siempre haber estado ahí, para escuchar, por haber sido como una segunda madre para mí, muchas gracias ‘tata’. A mi tíos ‘Tembla’ y Bartolomé, por haber estado apoyando mis estudios de forma incondicional.

A mi primo José M<sup>a</sup> por haber sido el hermano que nunca tuve, y a mi prima Gema, que hemos crecido juntos desde pequeños.

A mi grupo de amigos; José Ignacio J.G, Antonio R.A, Daniel F.C.C, David G.P, Fabián H.P, por haber estado ahí en los malos momentos y en los buenos, por haber sido compañeros de risas y de lamentos. Sin duda, mantendremos la amistad que hemos creado durante estos años

Ich muss mich auch an Lore Z. erinnern, denn dank ihr konnte ich erkennen, dass ich mich als Mensch ändern muss. Dank Lore bin ich der Mann, der ich heute bin. Die Erfolge, die ich erzielt habe, sind zum Teil dem zu verdanken, was ich von ihr lernen konnte. Auch wenn sich unsere Wege getrennt haben, werde ich in Gedanken bei Dir bleiben. Immer.

A todos aquellos que han tenido una especial participación en mi vida, y se me haya pasado mencionar, gracias, gracias a todos.

*Cálculo de las tensiones en una unión remachada multifila  
con materiales compuestos*

## **ÍNDICE**

<b>1. INTRODUCCIÓN.</b>	1
<b>2. METODOLOGÍA.</b>	3
<b>2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.</b>	3
<b>2.2. MODELO NUMÉRICO.</b>	5
<b>3. RESULTADOS.</b>	9
<b>3.1. DISTRIBUCIÓN EN LÍNEA.</b>	10
<b>3.1.1. FIBRAS A 0°.</b>	10
<b>3.1.2. FIBRAS A 30°.</b>	19
<b>3.1.3. FIBRAS A 45°.</b>	27
<b>3.1.4. FIBRAS A 90°.</b>	35
<b>3.2. DISTRIBUCIÓN EN TRESBOLILLO.</b>	41
<b>3.2.1. FIBRAS A 0°.</b>	41
<b>3.2.2. FIBRAS A 30°.</b>	48
<b>3.2.3. FIBRAS A 45°.</b>	54
<b>3.2.4. FIBRAS A 90°.</b>	60
<b>4. DISCUSIÓN.</b>	66
<b>4.1. TENSIONES RADIALES.</b>	66
<b>4.2. TENSIONES CIRCUNFERENCIALES.</b>	68
<b>4.3. CARGA SOBRE LOS REMACHES.</b>	69
<b>5. CONCLUSIONES.</b>	70
<b>6. REFERENCIAS.</b>	71
<b>ANEXOS</b>	72
<b>ANEXO I: Código ANSYS Distribución lineal.</b>	72
<b>ANEXO II: Código ANSYS Distribución Tresbolillo.</b>	79

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Celdas unidades. ....	3
<b>Figura 2:</b> Mecanismos de fallo y tensiones asociadas. [5]. ....	3
<b>Figura 3:</b> Creación del contacto. ....	5
<b>Figura 4:</b> Acople de nodos superiores e inferiores. ....	6
<b>Figura 5:</b> Mallado de la distribución en línea. ....	7
<b>Figura 6:</b> mallado de la distribución en tresbolillo. ....	8
<b>Figura 7:</b> Deformadas. CFRP 0°. Lineal. ....	10
<b>Figura 8:</b> Tensiones radiales para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal. ....	12
<b>Figura 9:</b> Tensiones radiales para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal. ....	12
<b>Figura 10:</b> Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal. ....	13
<b>Figura 11:</b> Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal. ....	14
<b>Figura 12:</b> tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal. ....	16
<b>Figura 13:</b> tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal. ....	16
<b>Figura 14:</b> Deformadas. CFRP 30°. Lineal. ....	19
<b>Figura 15:</b> Tensiones Radiales para adherente rígido. CFRP 30°. Lineal. ....	21
<b>Figura 16:</b> Tensiones Radiales para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal. ....	21
<b>Figura 17:</b> Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 30°. Lineal. ....	22
<b>Figura 18:</b> Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal. ....	22
<b>Figura 19:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 30°. Lineal. ....	24
<b>Figura 20:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal. ....	25
<b>Figura 21:</b> Deformadas. CFRP 45°. Lineal. ....	27
<b>Figura 22:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Lineal. ....	28
<b>Figura 23:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Lineal. ....	29
<b>Figura 24:</b> Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 45°. Lineal. ....	29
<b>Figura 25:</b> Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 45°. Lineal. ....	30
<b>Figura 26:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 45°. Lineal. ....	32
<b>Figura 27:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 45°. Lineal. ....	32
<b>Figura 28:</b> Deformadas. CFRP 90°. Lineal. ....	35
<b>Figura 29:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 90°. Lineal. ....	36
<b>Figura 30:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Lineal. ....	36
<b>Figura 31:</b> Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 90°. Lineal. ....	37
<b>Figura 32:</b> Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 90°. Lineal. ....	37
<b>Figura 33:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 90°. Lineal. ....	39
<b>Figura 34:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 90°. Lineal. ....	39
<b>Figura 35:</b> Deformadas. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	41

<b>Figura 36:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.....	42
<b>Figura 37:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.....	43
<b>Figura 38:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.....	43
<b>Figura 39:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	44
<b>Figura 40:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.....	45
<b>Figura 41:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.....	46
<b>Figura 42:</b> Deformadas. CFRP 30°. Tresbolillo. ....	48
<b>Figura 43:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.....	49
<b>Figura 44:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 30°. Tresbolillo. ....	49
<b>Figura 45:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.....	50
<b>Figura 46:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 30°. Tresbolillo. ....	50
<b>Figura 47:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.....	52
<b>Figura 48:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 30°. Tresbolillo. ....	52
<b>Figura 49:</b> Deformadas. CFRP 45°. Tresbolillo. ....	54
<b>Figura 50:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.....	55
<b>Figura 51:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo. ....	55
<b>Figura 52:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.....	56
<b>Figura 53:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo. ....	56
<b>Figura 54:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.....	58
<b>Figura 55:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo.....	58
<b>Figura 56:</b> Deformadas. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	60
<b>Figura 57:</b> Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo.....	61
<b>Figura 58::</b> Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	61
<b>Figura 59:</b> Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	62
<b>Figura 60::</b> Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.....	62
<b>Figura 61:</b> Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	64
<b>Figura 62:</b> Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.....	64

## **ÍNDICE DE GRÁFICOS**

<b>Gráfico 1:</b> Tensiones radiales. CFRP 0°. Lineal.....	14
<b>Gráfico 2:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 0°. Lineal.....	15
<b>Gráfico 3:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 0°. Lineal.....	17
<b>Gráfico 4:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 0°. Lineal.....	17
<b>Gráfico 5:</b> Tensiones radiales. CFRP 30°. Lineal.....	23
<b>Gráfico 6:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 30°. Lineal.....	23
<b>Gráfico 7:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 30°. Lineal. ....	25

<b>Gráfico 8:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 30°. Lineal.....	26
<b>Gráfico 9:</b> Tensiones radiales. CFRP 45°. Lineal.....	30
<b>Gráfico 10:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 45°. Lineal.....	31
<b>Gráfico 11:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 45°. Lineal.....	33
<b>Gráfico 12:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 45°. Lineal.....	33
<b>Gráfico 13:</b> Tensiones radiales. CFRP 90°. Lineal.....	38
<b>Gráfico 14:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 90°. Lineal.....	38
<b>Gráfico 15:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 90°. Lineal.....	40
<b>Gráfico 16:</b> Tensiones circunferenciales normalizada. CFRP 90°. Lineal.....	40
<b>Gráfico 17:</b> Tensiones radiales. CFRP 0°. Tresbolillo.....	44
<b>Gráfico 18:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 0°. Tresbolillo.....	45
<b>Gráfico 19:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 0°. Tresbolillo.....	46
<b>Gráfico 20:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 0°. Tresbolillo.....	47
<b>Gráfico 21:</b> Tensiones radiales. CFRP 30°. Tresbolillo.....	51
<b>Gráfico 22:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 30°. Tresbolillo.....	51
<b>Gráfico 23:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 30°. Tresbolillo.....	53
<b>Gráfico 24:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 30°. Tresbolillo.....	53
<b>Gráfico 25:</b> Tensiones radiales. CFRP 45°. Tresbolillo.....	57
<b>Gráfico 26:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 45°. Tresbolillo.....	57
<b>Gráfico 27:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 45°. Tresbolillo.....	59
<b>Gráfico 28:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 45°. Tresbolillo.....	59
<b>Gráfico 29:</b> Tensiones radiales normalizadas. CFRP 90°. Tresbolillo.....	63
<b>Gráfico 30:</b> Tensiones radiales. CFRP 90°. Tresbolillo.....	63
<b>Gráfico 32:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 90°. Tresbolillo.....	65
<b>Gráfico 31:</b> Tensiones circunferenciales. CFRP 90°. Tresbolillo.....	65
<b>Gráfico 33:</b> Máximos de $\sigma_{rr}/Sb$ según la orientación de fibra para cada caso y distribución.....	66
<b>Gráfico 34:</b> Posición del máximo de tensión radial en el sistema de coordendas centrado en el remache.....	67
<b>Gráfico 35:</b> Máximos de $\sigma_{\theta\theta}/Sb$ según la orientación de fibra para cada caso y distribución.....	68
<b>Gráfico 36:</b> Posición del máximo de tensión circunferencial en el sistema de coordendas centrado en el remache.....	69
<b>Gráfico 37:</b> Cargas sobre los remaches normalizadas a la fuerza externa total.....	69
<b>Gráfico 38:</b> Dirección de la carga sobre cada remache.....	70



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1:</b> Propiedades mecánicas del CFRP de [5].....	7
<b>Tabla 2:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 0°. Lineal. .....	11
<b>Tabla 3:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Lineal. .....	11
<b>Tabla 4:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Lineal.....	18
<b>Tabla 5:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Lineal. ....	18
<b>Tabla 6:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 30°. Lineal. .....	20
<b>Tabla 7:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 30°. Lineal.....	20
<b>Tabla 8:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Lineal.....	26
<b>Tabla 9:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Lineal. ....	27
<b>Tabla 10:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 45°. Lineal.....	28
<b>Tabla 11:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 45°. Lineal.....	28
<b>Tabla 12:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Lineal.....	34
<b>Tabla 13:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Lineal. ....	34
<b>Tabla 14:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 90°. Lineal.....	35
<b>Tabla 15:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 90°. Lineal.....	35
<b>Tabla 16:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Lineal.....	41
<b>Tabla 17:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Lineal. ....	41
<b>Tabla 18:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	42
<b>Tabla 19:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	42
<b>Tabla 20:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	47
<b>Tabla 21:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Tresbolillo.....	47
<b>Tabla 22:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo. ....	48
<b>Tabla 23:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo. ....	48

<b>Tabla 24:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Tresbolillo .....	54
<b>Tabla 25:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Tresbolillo.....	54
<b>Tabla 26:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo. ....	54
<b>Tabla 27:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo. ....	55
<b>Tabla 28:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Tresbolillo .....	60
<b>Tabla 29:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Tresbolillo.....	60
<b>Tabla 30:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	60
<b>Tabla 31:</b> Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo. ....	60
<b>Tabla 32:</b> Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Dist. Tresbolillo.....	66
<b>Tabla 33:</b> Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Dist. Tresbolillo .....	66

## **1. INTRODUCCIÓN.**

El uso de uniones remachadas, por encima de otro tipo de uniones como lo son las uniones adhesivas y las uniones soldadas se debe a diferentes motivos, entre los que destacan la rapidez con la que pueden llevarse a cabo por la ausencia o minimización de tratamientos tras la unión, eficiencias altas para buenos diseños, pero por encima de todo, la sencillez con la que es posible realizar reparaciones.

Si bien, las uniones adhesivas tienen mejor comportamiento a fatiga, evitan el debilitamiento de los adherentes al no existir taladros, dan un peso total de la estructura menor que con uniones remachadas y son más fácilmente reparadas que las uniones soldadas, los materiales adhesivos que cumplen con los requerimientos, son muy costosos, por lo que esta opción es viable únicamente para aeronaves en las que el coste no suponga un problema, teniendo como prioridad reducir al máximo el peso de la estructura, tener la mejor aerodinámica posible y un comportamiento a fatiga superior.

Por estos motivos, las uniones remachadas siguen siendo la norma en estructuras aeronáuticas convencionales en las que se realizan inspecciones y reparaciones muy frecuentemente, lo que imposibilita el uso de soldaduras en este tipo de transportes, y con los adhesivos se tendría que hacer frente a un costo elevado.

Por otro lado, cada vez se aumenta más el uso de materiales compuestos en el sector de la aeronáutica, concretamente de laminados de resinas reforzadas con fibras (CFRP y GFRP), escalando el uso de los materiales compuestos de un 8% en volumen del Concorde en los 70s hasta el 80% en volumen del Boeing 787 Dreamliner de hoy en día [1], pasando por el Airbus A380 como primer avión civil en tener un cajón de ala central hecho de CFRP [2]. Existe interés en la reducción del peso de las aeronaves por parte de las compañías aéreas al reducir costes por emplear menor cantidad de combustible que, a su vez, contribuye a la transición ecológica dentro del sector, representando la transición a aeronaves hechas en material compuesto un 20-25 % de la reducción de CO<sub>2</sub> objetivo para la industria [3].

La problemática y ventaja de los materiales compuestos se basa en el comportamiento anisótropo de estos materiales, que los hace extremadamente personalizables según la aplicación, y a la vez dificulta el análisis de los mismos, siendo difícil predecir sus propiedades. Si bien, existen métodos analíticos que nos permiten tener una idea, como en el caso de los laminados, la Teoría General del Laminado (TGL), con frecuencia no son

aplicables directamente, puesto que parten de laminados supuestos sin defectos, además de la dificultad que supone la resolución de problemas con geometrías más complejas.

Si, además, estas piezas presentan discontinuidades como, por ejemplo, un taladro, se hace necesario el uso de otras herramientas de predicción de comportamientos. Es aquí donde entra en juego el Método de Elementos Finitos (MEF o FEM, en inglés). La ventaja de los elementos finitos reside en la posibilidad de resolver el problema elástico de piezas complejas al dividir estas en elementos más pequeños y de menor dimensión. Además, las propiedades elásticas de los materiales a utilizar pueden ser obtenidas mediante experimentación, e introducidas en el modelo de elementos finitos para una mayor fidelidad.

En cuanto a las uniones remachadas, existen diversos mecanismos de fallo, que dependen de los parámetros de la unión, entre los que están los relacionados con los adherentes (naturaleza y rigidez), los remaches y los taladros (diámetro de los remaches, separación entre remaches, distancia de los remaches a los bordes, etc.). Si dejamos de lado los fallos ocasionados por los remaches en sí mismos, los más básicos en uniones remachadas son: fallo a tracción, a cortadura y por aplastamiento.

Para un material isótropo, estos fallos son fácilmente predecibles en función de los parámetros de la unión (espesor adherentes, diámetro remaches, separación entre remaches y distancia al borde libre), ya que las máximas tensiones tienen ubicaciones conocidas, y el factor de concentración de tensiones es conocido. Sin embargo, para los materiales compuestos no se pueden conocer los mecanismos de fallo basándose exclusivamente en los parámetros de la unión, pues entran en juego la orientación de las fibras, y las propiedades ortótropas de estos materiales. Existen varios trabajos donde se han calculado las tensiones responsables de los fallos comentados, siendo el más conocido EUROCOMP Design Code [4], donde se calculan para orientaciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Este trabajo ha sido posteriormente completado por otros, como lo es [5], trabajo sobre el que se basa el presente documento.

Estos análisis han sido llevados a cabo con un solo taladro y sin tener en cuenta la flexibilidad del adherente inferior. El objetivo de este trabajo es el de calcular las tensiones en una unión remachada multifila, para la que se analizarán las celdas unidades de dos distribuciones diferentes, y más usadas, de remaches: en línea y en zig-zag (o tresbolillo). Para las orientaciones de fibras más usadas ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) y teniendo en cuenta la flexibilidad del adherente inferior.

## 2. METODOLOGÍA.

### 2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

El problema a estudiar es la distribución de tensiones alrededor de los taladros de las celdas unidades de las distribuciones en línea (Figura 1a) y en zig-zag o tresbolillo (Figura 1b). El uso de celdas unidad, se debe a que pueden considerarse como las unidades mínimas de un conjunto mayor de remaches, pudiendo, en las mismas condiciones en las que se desarrolla este trabajo, extrapolar el comportamiento, siendo lo único que cambia, el orden de magnitud de las tensiones al ir sumando celdas (por el paso de carga circulante de un remache al siguiente).

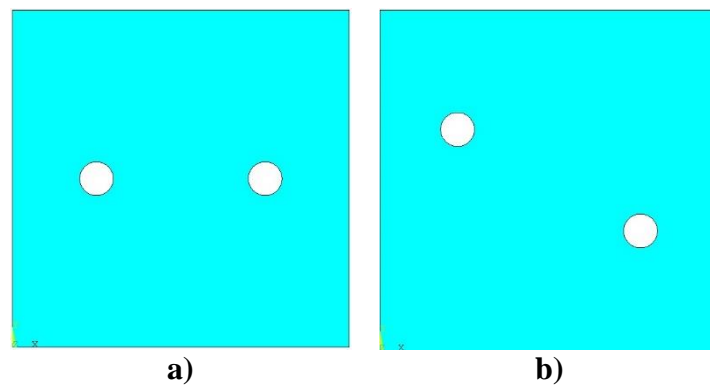


Figura 1: Celdas unidades.

Los tipos de tensiones que se tendrán en el entorno del taladro son dadas en sistema polar, teniendo tensiones radiales ( $\sigma_{rr}$ ) y circunferenciales ( $\sigma_{\theta\theta}$ ). Las tensiones radiales se deben a la compresión del remache contra las paredes del taladro, por la deformación del mismo, y es responsable del fallo por aplastamiento o "bearing", en inglés (Figura 2c). Las tensiones circunferenciales gobiernan el fallo por tracción "tension failure" (Figura 2a). Existe un tercer tipo de mecanismo de fallo, que es el fallo por cortadura "shear out" (Figura 2b), que se da en líneas tangentes al taladro, gobernado por las tensiones  $\sigma_{xy}$  en dichas líneas.

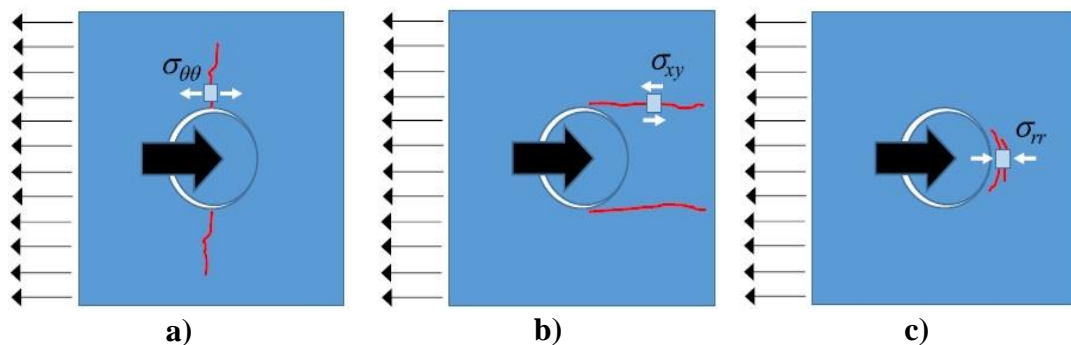


Figura 2: Mecanismos de fallo y tensiones asociadas. [5].

En materiales isótropos el campo de tensiones en el entorno del taladro está bien definido, así como los máximos de este. Si se somete la unión a tracción, el máximo de la tensión circunferencial se encontrará, para materiales isótropos, típicamente en la dirección perpendicular a la carga aplicada, esto es, a 90°. El factor de concentración de tensiones para una placa infinita con un taladro circular en los bordes perpendiculares a la aplicación de la carga tiene un valor de 3 ( $K_{t\infty} = 3$ ), y para una placa finita tiene la forma:

$$\frac{K_{t\infty}}{K_t} = \frac{3 \left(1 - \frac{d}{W}\right)}{2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3} \quad (1)$$

Para materiales compuestos, este resultado se antoja más complejo. Por ilustrarlo, se presenta a continuación una expresión dada por Tan [6], [7] para el caso de una placa de un laminado de material compuesto:

$$K_{t\infty} = 1 + \sqrt{2 \left( \sqrt{\frac{E_y}{E_x}} - \nu_{xy} + \frac{E_y}{2G_{xy}} \right)} \quad (2)$$

$$\frac{K_{t\infty}}{K_t} = \frac{3 \left(1 - \frac{d}{W}\right)}{2 + \left(1 - \frac{d}{W}\right)^3} + \frac{1}{2} \left( \frac{d}{W} \cdot M \right)^6 (K_{t\infty} - 3) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{W} M \right)^2 \right] \quad (3)$$

En (3),  $M$  es un factor geométrico descrito en [6].

Para materiales compuestos, al observar (2) y (3), se ve cómo no sólo depende de la geometría de la placa y el taladro, sino de las propiedades del material. Además, hay que recordar que las expresiones (1), (2) y (3) son para los bordes perpendiculares a la dirección de aplicación de la carga, siendo claro para los materiales isótropos que la concentración máxima de tensiones se da en estos puntos, para los materiales compuestos esto no es así, teniendo además, una dependencia con la orientación de la fibra. Es por ello, que para materiales compuestos, los métodos numéricos son los preferidos a la hora de realizar estos cálculos.

Por otro lado, la presencia del remache genera una concentración de tensiones mayor, al existir una compresión de las paredes del taladro con las que tiene contacto al deformarse el material, origen de las tensiones radiales en el entorno del taladro.

Otra parte del problema a estudiar es la influencia de la flexibilidad del adherente inferior sobre la distribución de tensiones en el entorno del taladro, tanto en forma como magnitud.

Esta flexibilidad es común en uniones remachadas, pues de forma frecuente, laminados de material compuesto se encuentran unidos a materiales dúctiles, como lo es el aluminio, si bien es conocido que una unión directa entre un laminado CFRP y aluminio no es posible, por la corrosión galvánica existente entre ambos, siendo necesario aislarlos por medio de GFRP (laminados de fibra de vidrio).

## 2.2. MODELO NUMÉRICO.

El modelo numérico ha sido creado enteramente en ANSYS® Mechanical APDL, desde la geometría hasta el postprocesado. Los códigos usados en la generación de este modelo se presentan en el Anexo de este documento, para el uso posterior o comprobación del mismo, son dos en total, uno para la configuración en línea, y otra para la configuración en tresbolillo.

Las geometrías creadas son aquellas de la figura 1. Ambas distribuciones tienen el mismo espaciado entre remaches y misma distancia a borde libre en dirección de la carga. En cuanto a dimensiones, se ha utilizado una placa de 100 x 100 mm, y unos remaches de radio 5% (5 mm) de la longitud de la placa y una separación entre remaches del 50% (50 mm) de la longitud de la misma.

Los remaches han sido considerados como rígidos, por lo que para modelarlos, simplemente se han creado circunferencias del radio considerado. Para modelar el contacto de los remaches con las paredes del taladro se ha usado el *Contact Manager* integrado en el programa, sin

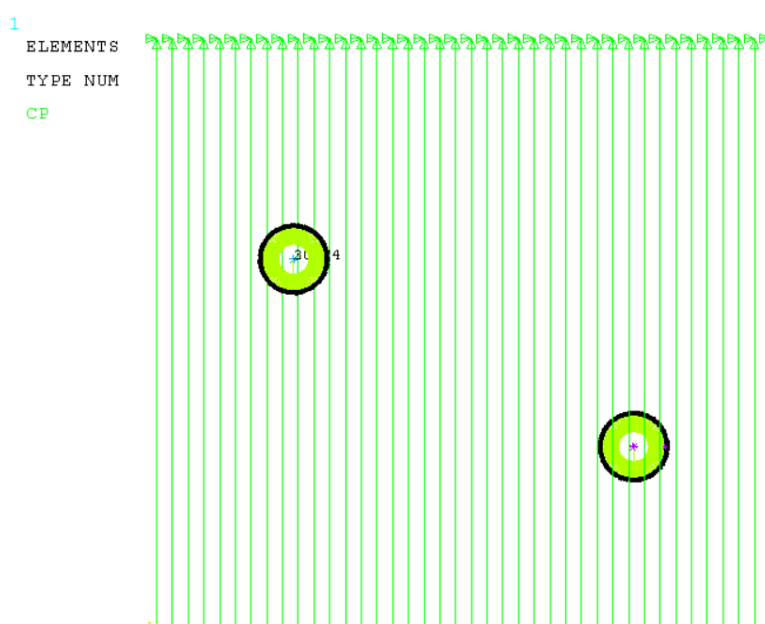
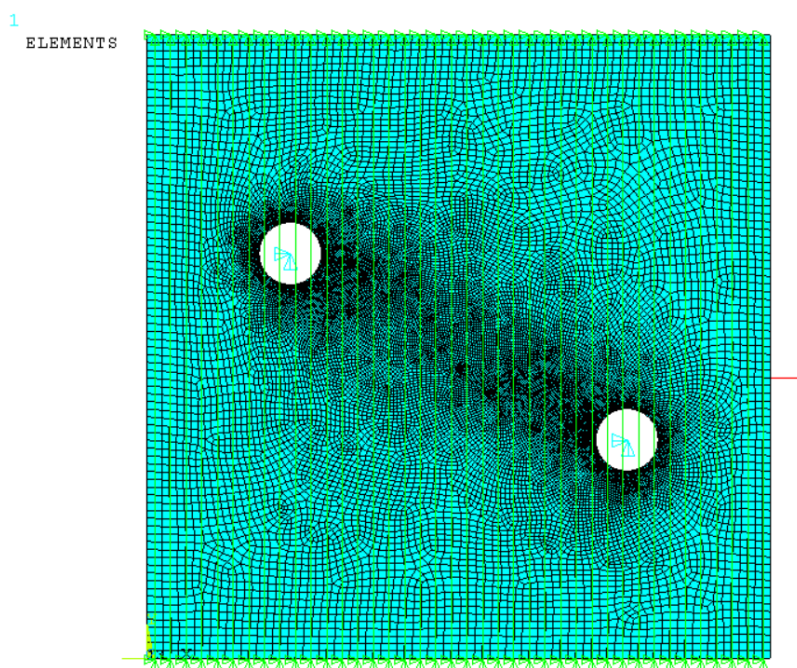


Figura 3: Creación del contacto.

incluir ningún tipo de penetración inicial del remache. El contacto está gobernado por un *keypoint* que se corresponde con el centro de la circunferencia que representa al remache.

La condición de rigidez o flexibilidad del adherente inferior se ha impuesto como condiciones al desplazamiento del *keypoint* que lidera cada uno de los dos remaches. Para la condición de rigidez del adherente, se ha dejado fijo tal punto, impidiendo el desplazamiento del mismo en cualquiera de las dos direcciones ( $x$  o  $y$ ). La condición de flexibilidad del adherente se ha tomado de forma genérica como un 10% del desplazamiento máximo en cada una de las dos direcciones para el caso rígido. Debido a las diferentes orientaciones de la fibra, esta condición está ligada a cada una de las orientaciones. Así mismo, para que la flexibilidad del adherente tenga sentido, el desplazamiento ha sido de forma que ambos remaches tiendan a separarse. El remache sometido a la flexibilidad ha sido el remache trasero, cuyos desplazamientos serán hacia la izquierda y hacia arriba, según corresponda (cada orientación de fibra dará un desplazamiento u otro en el caso rígido, así, para los casos  $0^\circ$  y  $90^\circ$  no se tendrán desplazamientos en el eje vertical, pero para los demás casos, sí).

Los bordes superior e inferior de la placa se han acoplado por nodos según la coordenada horizontal, de manera que estos, se deforman de la misma manera, es esto, junto con la simulación de la celda unidad, lo que permitiría conocer las tensiones de una unión de mayor dimensión.



**Figura 4:** Acople de nodos superiores e inferiores.



Para la definición del material compuesto, se ha creado un sistema de coordenadas de elementos girado con respecto al sistema global de coordenadas (cartesiano), coincidiendo el ángulo de giro de este sistema con la orientación de las fibras.

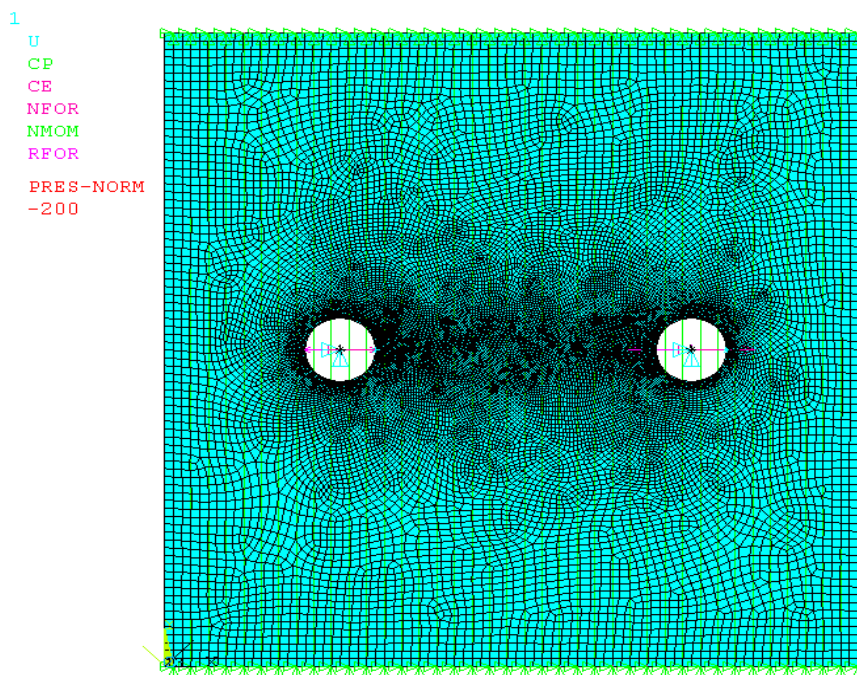
La carga aplicada se hace en forma de presión sobre el borde derecho de la placa, a la que se le ha dado un valor de 200 MPa, que con las dimensiones especificadas, se tiene una carga de 20 kN.

El material elegido para la simulación es el CFRP de [5] que con un 60% de fibras, posee las siguientes propiedades mecánicas:

**Tabla 1:** Propiedades mecánicas del CFRP de [5].

$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$
141.3	9.58	5.0	0.30

Detallando aún más el modelo, este tiene un total de 22073 elementos para la distribución en línea y de 21579 elementos para la distribución en tresbolillo. El tamaño de los elementos ha sido seleccionado de forma tal que existan 80 elementos en la dirección horizontal y vertical de los bordes. El número y tamaño de los elementos es tal que estén equiespaciados y existan un total de 40 elementos alrededor de cada uno de los taladros. También se ha hecho un refinamiento de la malla en el espacio entre remaches.



**Figura 5:** Mallado de la distribución en línea.

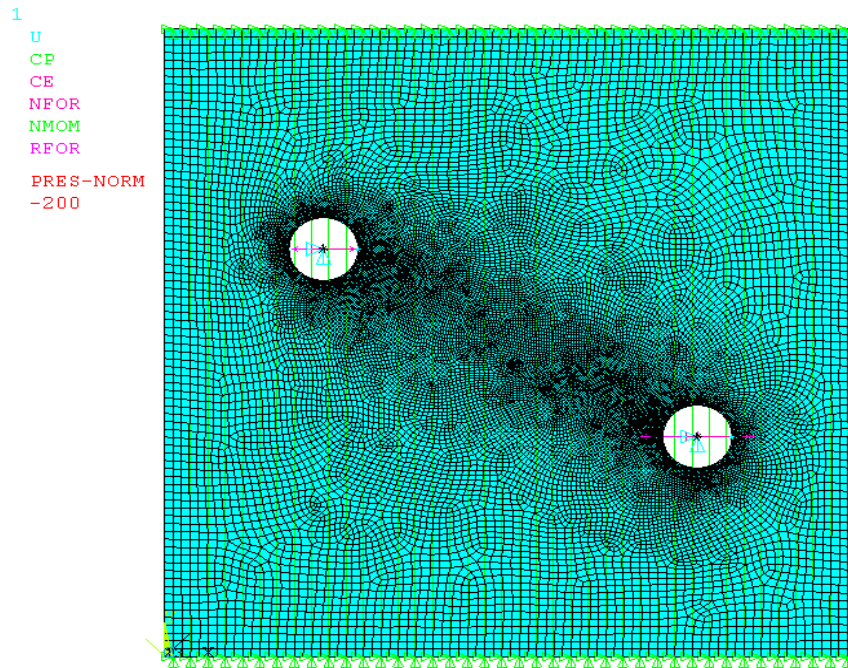


Figura 6: mallado de la distribución en tresbolillo.

Debido a que en el transcurso de la aplicación de la carga, el remache deforma el taladro por la compresión que este realiza sobre las paredes del otro, se va perdiendo el contacto entre los elementos de la circunferencia que definen el remache y los elementos del contorno del taladro. Esta continua pérdida de contacto puede dar lugar a problemas de convergencia del problema, por lo que es de vital importancia la selección de elementos tanto del contorno del taladro, como del remache (que son creados de forma automática por el *Contact Manager*). Las opciones usadas para la resolución del problema no lineal se han elegido a través de la herramienta *Sol'n Controls*, en la que se ha elegido el tipo de problema como de desplazamiento pequeño estático (*Small Displacement Static*), junto con unos intervalos de carga de máximo 1 unidad de tiempo y de mínimo 0,01 unidades de tiempo. El tiempo total dado al programa como referencia es de 10 unidades, que el programa incrementará en caso de ser necesario para alcanzar la convergencia en la solución. La selección de elementos y de opciones de solución comentadas anteriormente, es correcta, al obtenerse la solución al problema en un tiempo de cálculo razonable (<1min).

Por el comportamiento ortótropo del material compuesto, la forma en la que el taladro es deformado por la compresión del remache, será diferente, dependiendo su forma de la orientación de las fibras, lo que será evidenciado en el apartado de resultados. Para poder apreciar este efecto, se ha usado una magnificación en las figuras de la simulación de x6.

### 3. RESULTADOS.

Con el modelo descrito en el apartado 2, se han hecho simulaciones para los tipos de distribuciones comentadas (en línea y tresbolillo). Para cada una de estas distribuciones, se han simulado las orientaciones de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , al ser estas, las orientaciones más comunes para las aplicaciones de materiales compuestos. El remache derecho se ha llamado frontal a carga, pues es el que se encuentra más cercano al borde de aplicación de la carga, y el remache izquierdo se le ha llamado trasero, puesto que es el más alejado a este borde. Se han hallado las tensiones radiales ( $\sigma_{rr}$ ), circunferenciales ( $\sigma_{\theta\theta}$ ) y la presión de contacto (remache-paredes del taladro) y se han representado en gráfico de abscisas ( $\theta$ ) y ordenadas (tensiones) para ambos remaches. También se han hallado los valores máximos de estas tensiones y su posición, y se han relacionado ambos con las orientaciones de fibra utilizadas. Además, se han hallado las cargas correspondientes a cada remache con ayuda de la herramienta *prrfor* del programa, y la orientación de la fuerza sobre estos. En cada una de las distribuciones se van a presentar las deformadas de cada una de las simulaciones, además de mostrar las tensiones comentadas para cada uno de los remaches, usando adecuadamente los sistemas de coordenadas polares asociados a cada uno de los centros de los remaches, a los que se les ha llamado sistema 18 (frontal a carga) y sistema 19 (trasero a carga) (ver Anexo ). Las tensiones estarán normalizadas a la tensión de aplastamiento (*bearing*),  $S_b$ , cuya expresión viene dada por (4).

$$S_{b_i} = \frac{\text{carga remache } i}{t \cdot \phi_i} \quad (4)$$

En (4),  $t$  representa el grosor de la placa y  $\phi$  el diámetro del remache. Como este modelo es en dos dimensiones, se toma 1 como valor de  $t$ . El diámetro de ambos remaches es el mismo (5mm).

En los siguientes subapartados se mostrarán resultados por distribución y por orientación de fibra.

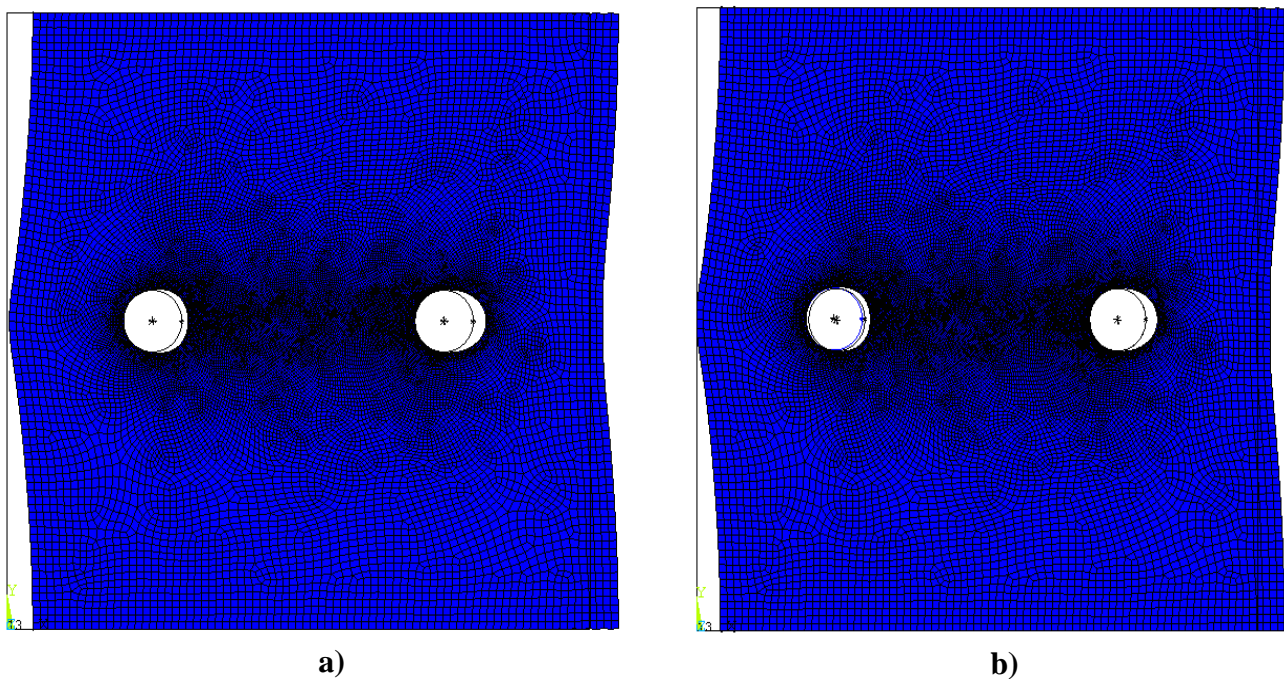
Es preciso tener en cuenta que, al magnificar la deformación de las figuras que se van a mostrar x6, la forma del taladro será diferente, siendo en la deformada real casi una circunferencia, y en la versión magnificada, claramente una elipse. Esto se ha hecho para poder apreciar las diferencias entre distribuciones y orientaciones de fibra.

### 3.1. DISTRIBUCIÓN EN LÍNEA.

En los sucesivos subapartados se van a presentar los resultados obtenidos de las simulaciones hechas para la distribución en línea, por orientación de fibras, presentando a la vez el caso de adherente rígido y el caso de adherente flexible.

#### 3.1.1. FIBRAS A 0°.

Para las fibras de 0° se espera que, por ser la dirección más rígida del laminado considerado, se tenga la menor deformación, en comparación a las demás orientaciones.



*Figura 7: Deformadas. CFRP 0°. Lineal.*

Como fue indicado en el apartado 2.2. sobre el modelo numérico, se han magnificado los desplazamientos por un factor de x6. Teniendo esto en cuenta, se puede ver cómo la deformación de los taladros no es muy acusada en la figura 7, para el caso de adherente rígido (Figura 7a) ni para el caso de adherente flexible (Figura 7b).

Para el caso de adherente flexible, se aprecia una mayor deformación en el taladro trasero (izquierdo), debido a que es en este punto donde se ha impuesto la condición de flexibilidad, penetrando el remache en mayor medida en las paredes del taladro.

Una de las formas en las que se puede comprobar que el modelo y la solución son válidos, es comprobar que se cumple el equilibrio, esto es, la repartición de cargas.

Teniendo en cuenta que el lateral donde se aplica la presión de 200 MPa mide 100 mm y que es una superficie 1D, se tendrá que la carga total sobre la placa es de 20 kN.

Haciendo uso del comando *prrfor* obtenemos las fuerzas de reacción sobre los remaches frontal y trasero. Con los valores de las fuerzas de reacción, podemos hallar la dirección de la fuerza, así como la carga de aplastamiento sobre cada uno de ellos. Estos resultados se presentan en las tablas siguientes.

**Tabla 2:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 0°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12632.0	-3.8	12632.0	0.017	2526.4
<b>Trasero</b>	-7369.1	-0.6	7369.1	0.005	1473.8
<b>Total</b>	-20001.1	-4.4			

**Tabla 3:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11320.0	-93.4	11320.4	0.473	2264.1
<b>Trasero</b>	-8680.1	+91.1	8680.6	-0.602	1736.1
<b>Total</b>	-20000.1	-2.3			

Como puede comprobarse en las tablas 2 y 3, para los casos de adherente rígido y adherente flexible, se cumple el equilibrio, teniendo errores numéricos para las fuerzas en la dirección vertical ya que la suma de ambas para cada caso no da una resultante nula, sin embargo, la resultante calculada no representa ni siquiera un 0.1% del valor total de carga, por lo que puede ignorarse. Se observa que la condición de flexibilidad, hace aumentar la carga que soporta el remache trasero, lo que era de esperar, ya que es sobre este remache donde se tienen desplazamientos en el sentido de separación del remache frontal. Con la última columna de ambas tablas ( $S_b$ ), se normalizarán los esfuerzos radiales y circunferenciales en los taladros.

En lo sucesivo se verán gráficos de niveles por colores de las tensiones radiales y circunferenciales para cada uno de los remaches, y según el caso de adherente flexible o rígido.

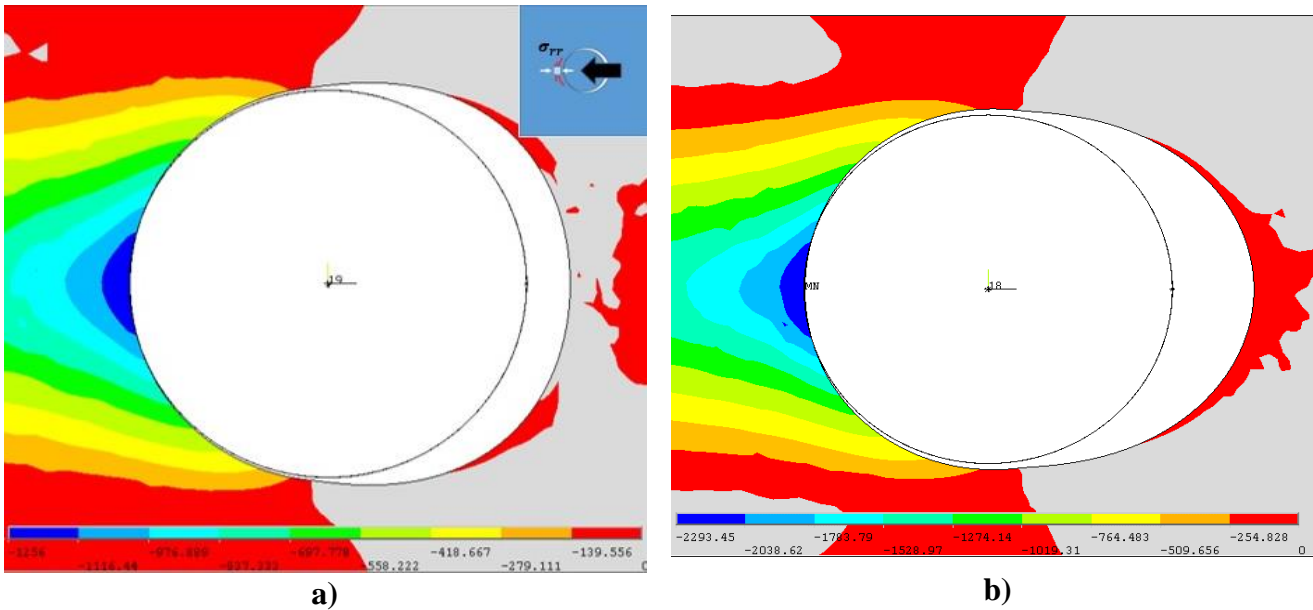


Figura 8: Tensiones radiales para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal

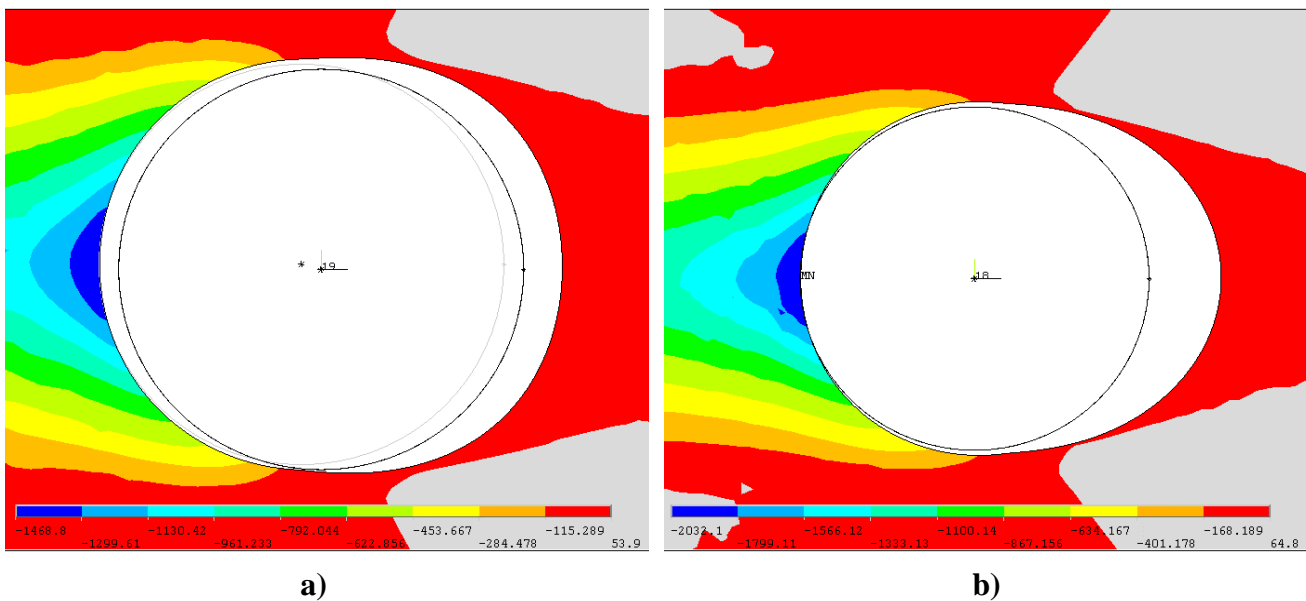


Figura 9: Tensiones radiales para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal.

Como puede comprobarse en las figuras 8 y 9, siendo en ellas, las correspondientes a a) el taladro trasero (izquierdo) y a b) las correspondientes al taladro frontal (derecho), las tensiones radiales son de compresión ( $\sigma_{rr} < 0$ ). Las zonas en color rojo, representan errores numéricos del programa (representan un 3% del máximo de tensión radial), que vienen dados por el hecho de que estas tensiones, representadas cada una de ellas en el sistema de coordenadas polar que corresponde a cada remache, están calculadas usando los elementos del mallado de la placa con los taladros. Estos elementos tienen nodos que están en contacto con



el borde del taladro, pero tienen otros que no lo están, es esto, junto con la deformación del taladro que desplaza estos nodos de forma infinitesimal hasta el resultado final, que se van cometiendo errores de cálculo. Los errores cometidos en el cálculo de las tensiones radiales hacen que se observen tensiones donde ya el contacto se ha perdido, y a la vez, cambia levemente el valor de las tensiones radiales donde sí existe contacto, disminuyendo su valor. Sin embargo, cuando se calculan las presiones de contacto (Figuras 10 y 11), el programa crea elementos adicionales que son propios del contacto, con sus propios nodos. Estos elementos que son puramente del contacto, hacen que se tenga un control de qué elementos dejan el contacto, y cuáles siguen, permitiendo un cálculo más preciso. Debido a que la presión de contacto se toma como el esfuerzo perpendicular entre la circunferencia del remache y las paredes del taladro por el contacto entre ambas, y esto equivale a la tensión radial, se van a presentar en gráfica de ordenadas y abscisas los datos obtenidos del cálculo de las presiones de contacto y no los de la tensión radial. Lo anterior se hará para todas las  $\sigma_{rr}$  de todos los casos.

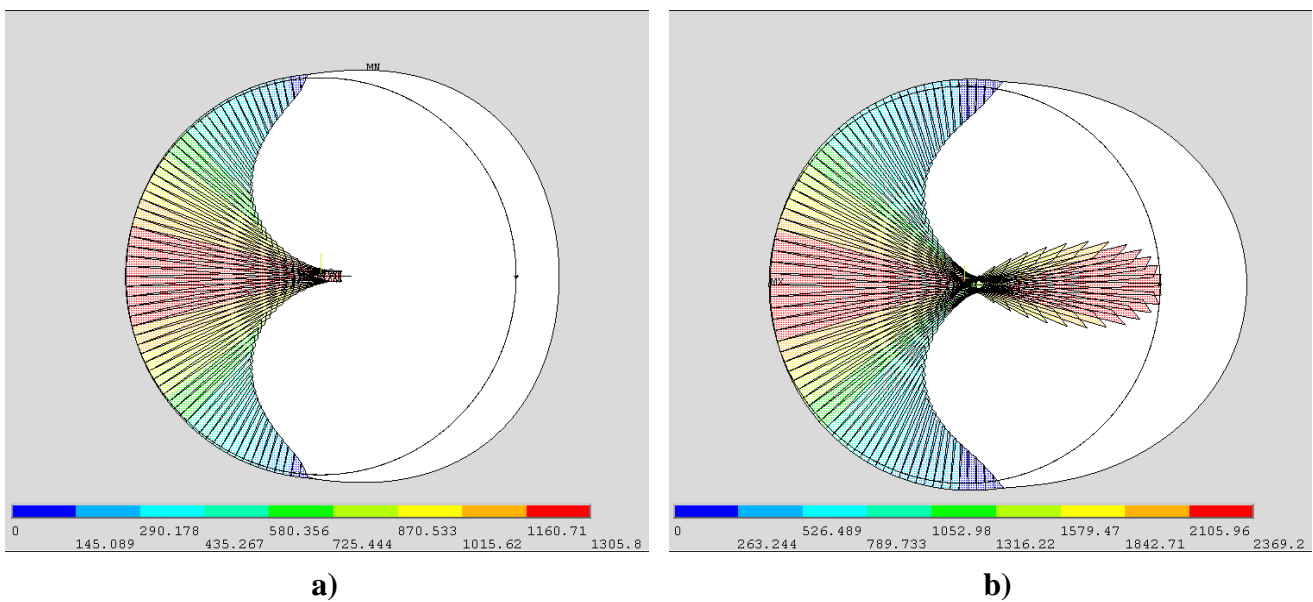


Figura 10: Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal

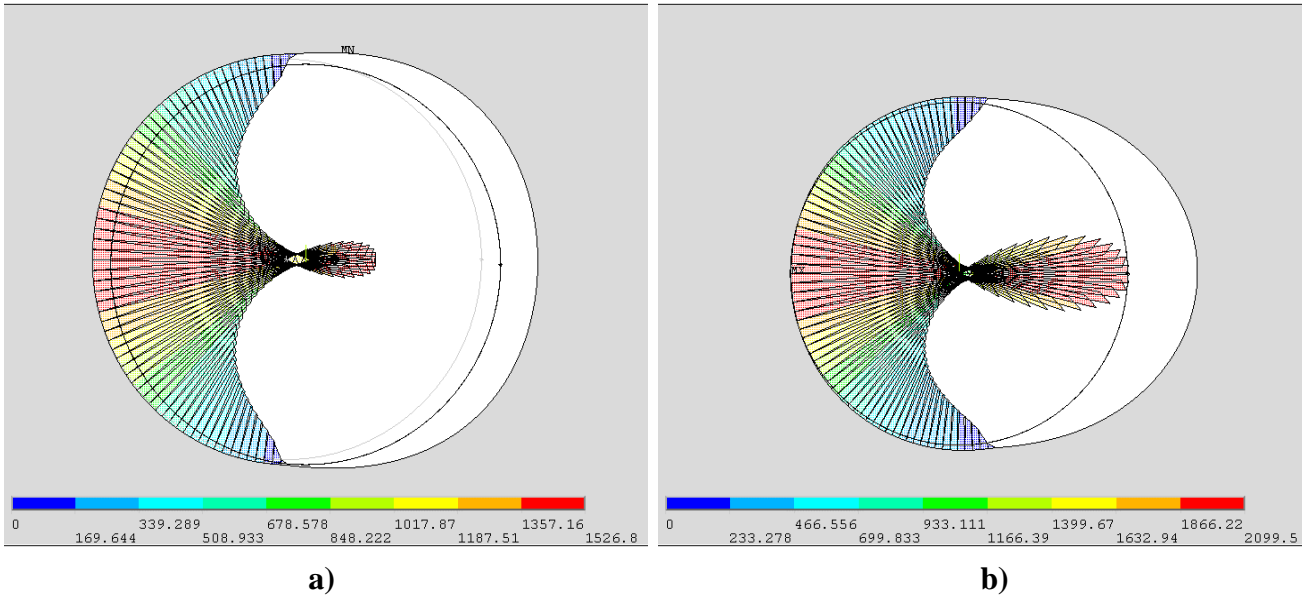


Figura 11: Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal

Comparando las figuras 10 y 11, se puede ver más claramente cómo la condición de flexibilidad impuesta, aumenta el esfuerzo radial en el remache trasero (Figuras 10a y 11a).

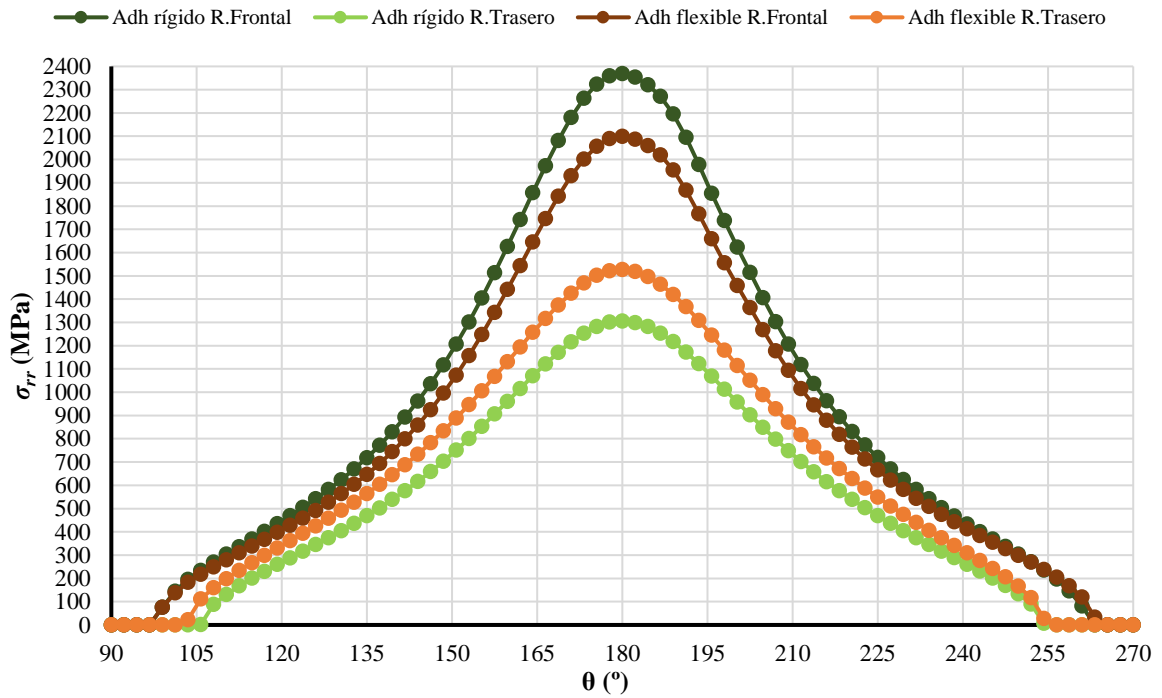


Gráfico 1: Tensiones radiales. CFRP 0°. Lineal.

Si bien en el gráfico 1 se puede apreciar cómo, en total, el remache que más tensión radial soporta de entre todos (frontal/trasero, adherente rígido/flexible), es el remache frontal en el caso de adherente rígido, al normalizar esta tensión con el esfuerzo de aplastamiento, se puede



observar cómo, en realidad, los valores relativos de la tensión radial son muy parecidos entre los remaches frontales y los remaches traseros en ambos casos de adherente, viéndose cómo la mayor sollicitación a aplastamiento se da para el remache frontal a la carga (Gráfico 2,

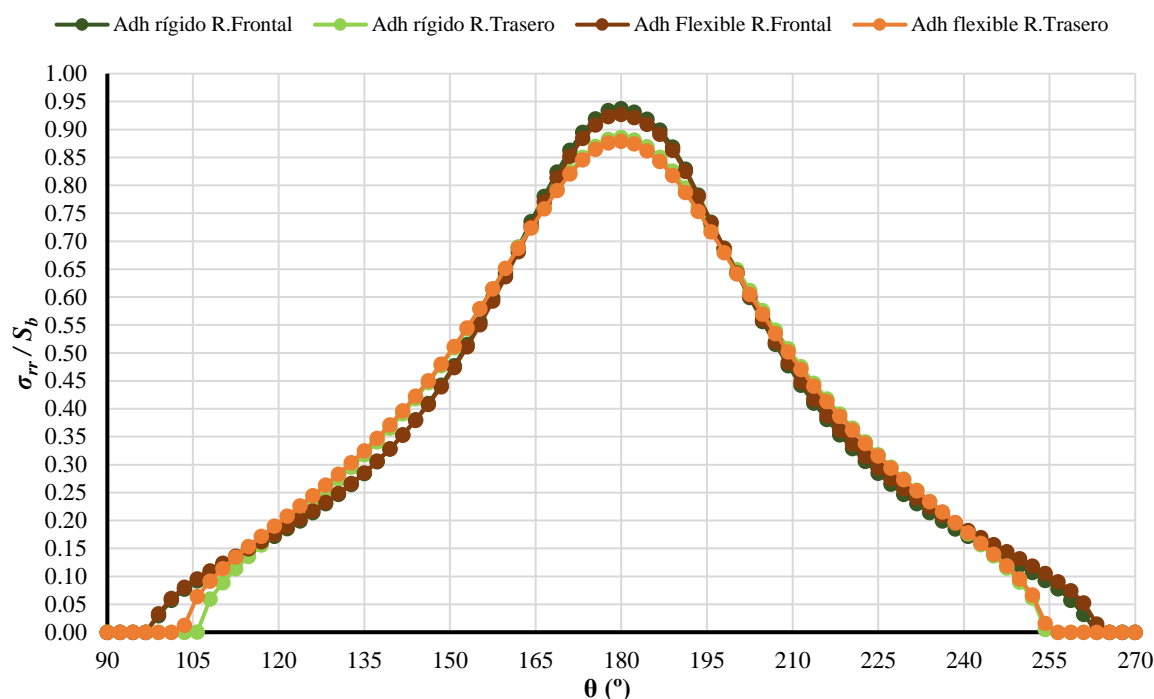


Gráfico 2: Tensiones radiales normalizadas. CFRP 0°. Lineal.

líneas verde oscura y marrón oscuro), con un 93% de la tensión de aplastamiento, frente al 88% para el remache trasero a la carga. Como se espera, el máximo de la tensión radial se da para 180°, ya que la carga se encuentra alineada con la orientación de las fibras, siendo en la dirección de estas donde más tensión se tiende a concentrar. De forma resumida se encuentra en la tabla 4 los valores de tensión radial para CFRP 0° en distribución lineal:

En las figuras 12 y 13, podemos ver las tensiones circunferenciales por zonas para los casos descritos y los remaches en el orden dado en las anteriores figuras, siendo a), los remaches traseros y b), los remaches frontales a la aplicación de la carga.

En la figura 13a, como en las figuras 9a y 11a, podemos observar la circunferencia del remache original, y la circunferencia del remache con la condición de flexibilidad (desplazamiento), en un tono más claro.

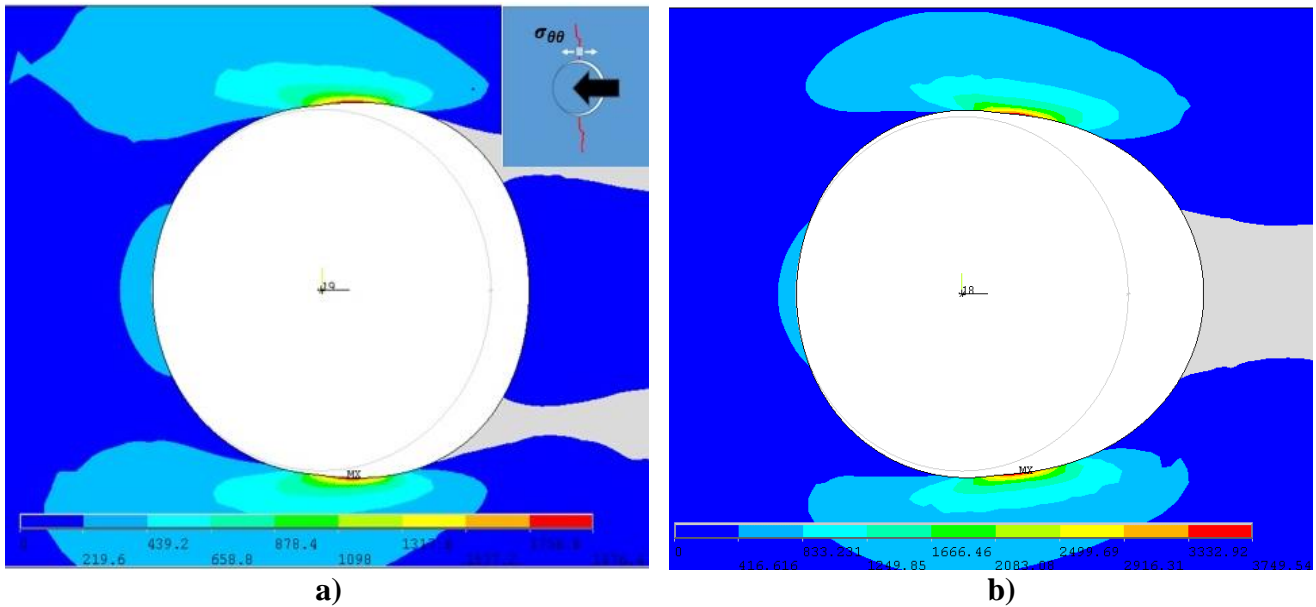


Figura 12: tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 0°. Lineal.

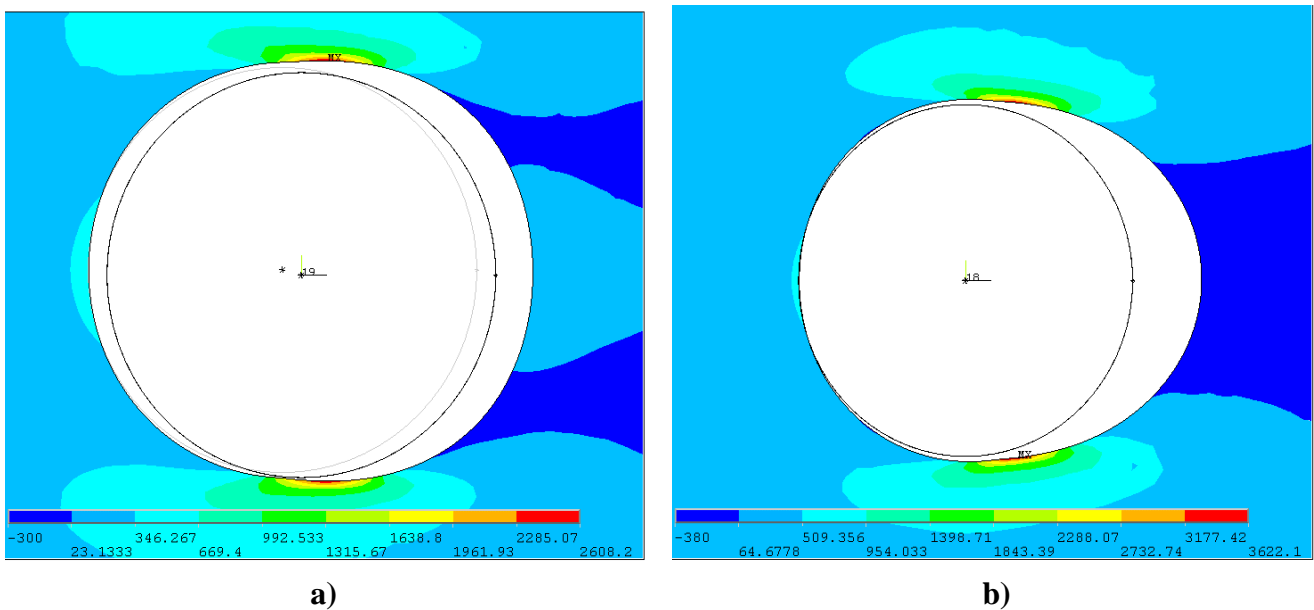


Figura 13: tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 0°. Lineal.

Se observan errores numéricos en el cálculo de las tensiones en el borde del taladro, existiendo tensiones de valor mucho menor a los valores de interés. Para ilustrar esto, se han elegido unos niveles que nos permitan ver su valor en la figura 13 (caso flexible), donde se ve

cómo el valor de estas tensiones está en las docenas de MPa. . Para el caso rígido (Figura 12) se han elegido unos niveles con valores positivos de  $\sigma_{\theta\theta}$ .

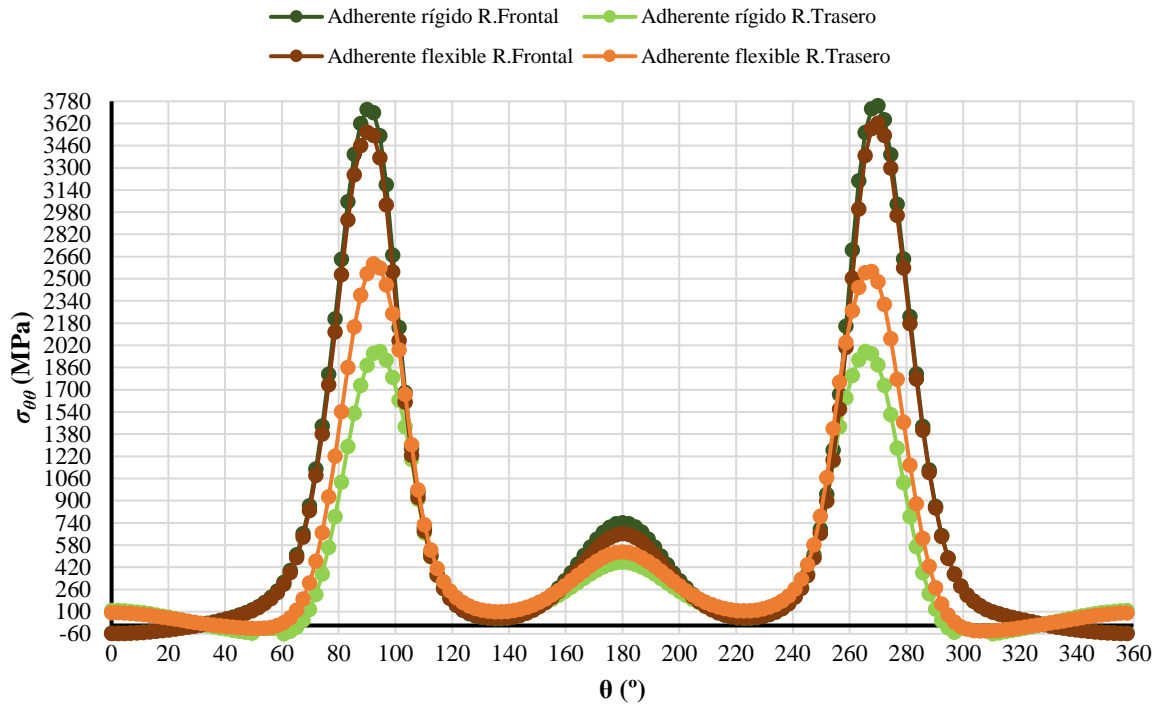


Gráfico 3: Tensiones circunferenciales. CFRP 0°. Lineal.

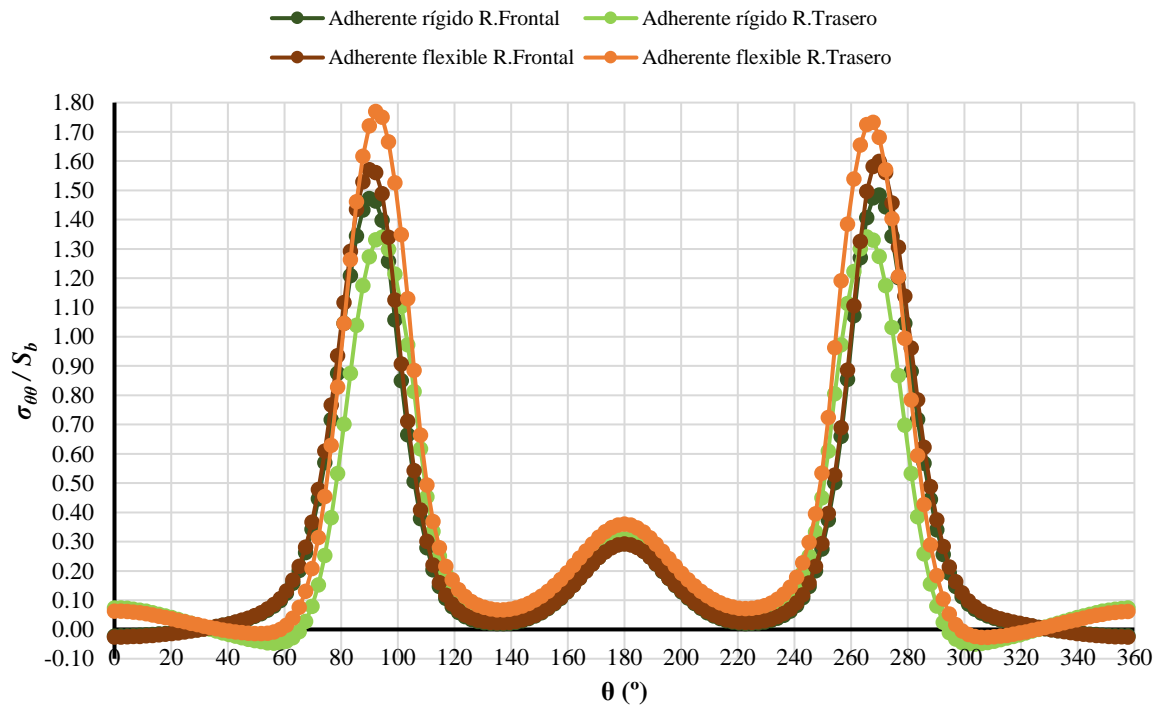


Gráfico 4: Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 0°. Lineal.

En los gráficos 3 y 4, se puede ver que, en términos de valores absolutos, es el remache frontal, tanto en el caso de adherente flexible, como en el rígido, el que más esfuerzos angulares soporta. Sin embargo, al normalizar  $\sigma_{\theta\theta}$  a la tensión de aplastamiento (Gráfico 4), es visible cómo el remache que más carga angular soporta, con respecto al aplastamiento, es el remache trasero para el caso de adherente flexible. Esto tiene sentido, debido a que la condición de flexibilidad lleva a un mayor enterramiento del remache en las paredes del taladro. La tensión máxima circunferencial se encuentra, como era de esperar, en los 90°. También existen errores numéricos, que dan lugar a tensiones circunferenciales de compresión ( $\sigma_{\theta\theta} < 0$ ). El motivo de estos errores es el mismo que para los errores que nos encontramos en el cálculo de las tensiones radiales. Estos son despreciables, pues cómo puede observarse, apenas representan un 1,5% del valor máximo alcanzado.

De forma resumida, se muestran los valores de los máximos de tensión radial y circunferencial normalizadas a la tensión de aplastamiento para el caso de CFRP 0° en distribución lineal en las tablas 4 y 5.

**Tabla 4:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	0.937	180	0.927	180
<b>R. Trasero</b>	0.886	180	0.879	180

**Tabla 5:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.484	270	1.599	270
<b>R. Trasero</b>	1.341	270	1.770	270

### 3.1.2. FIBRAS A 30°.

Para la orientación de fibras a 30°, se aplica la carga en una dirección de no ortotropía, por lo que el valor de los módulos de rigidez y del coeficiente de Poisson dados en la tabla 1 (para fibras a 0°), cambian, según (5), (6), (7) y (8), donde  $\theta$  representa la orientación de las fibras.

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_{11}} \cos^4 \theta + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{22}} \sin^4 \theta \quad (5)$$

$$\frac{1}{E_y} = \frac{1}{E_{11}} \sin^4 \theta + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{22}} \cos^4 \theta \quad (6)$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = 2 \left( \frac{2}{E_{11}} + \frac{2}{E_{22}} + \frac{4\nu_{12}}{E_{11}} - \frac{1}{G_{12}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{G_{12}} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \quad (7)$$

$$\nu_{xy} = E_x \left[ \frac{\nu_{12}}{E_{11}} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - \left( \frac{1}{E_{11}} + \frac{1}{E_{22}} - \frac{1}{G_{12}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \right] \quad (8)$$

Dado que la dirección de las fibras es la de mayor rigidez, al cambiar la orientación se tendrá una dirección más flexible, por lo que podemos esperar una deformación mayor. Además, se tendrá un acoplamiento entre las tensiones normales y deformaciones tangenciales, por lo que también se puede esperar que la deformación haga ‘girar’ la placa.

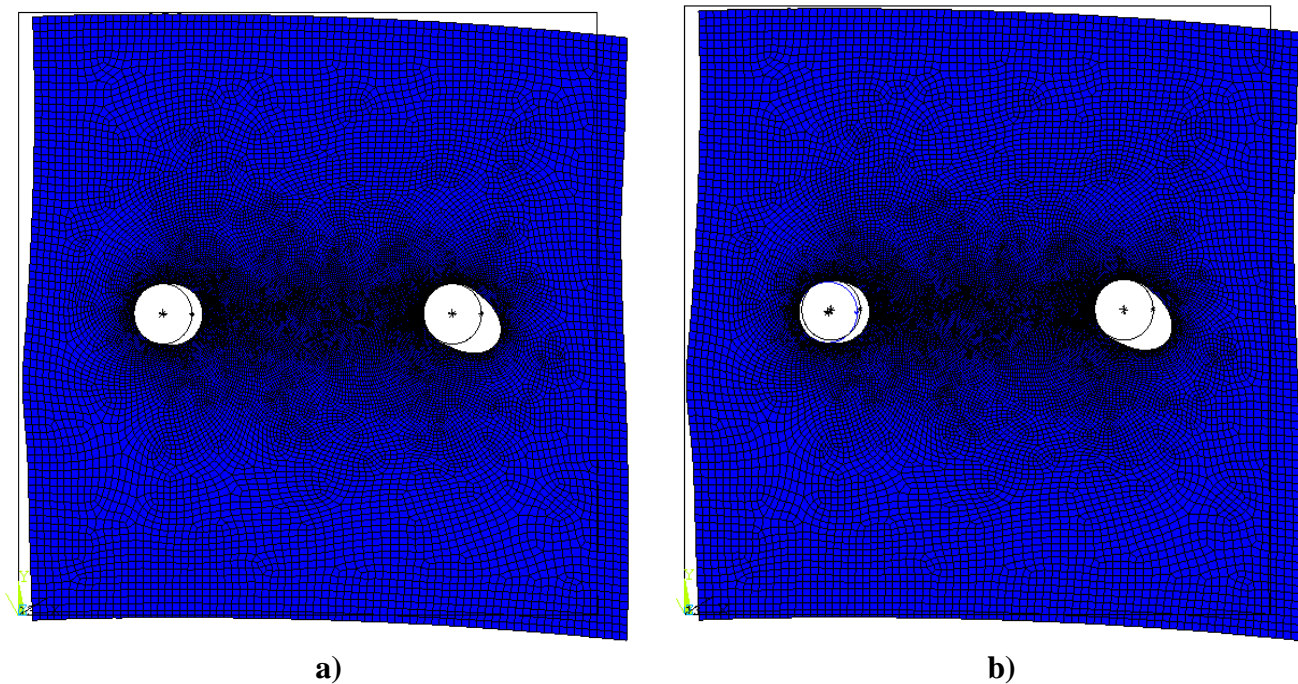


Figura 14: Deformadas. CFRP 30°. Lineal.

El giro anteriormente mencionado es evidente en la figura 14. Para el caso de adherente rígido (figura 14a), parece existir un giro levemente mayor que para el caso de adherente flexible (figura 14b). En cuanto a la deformación de los taladros, estas son similares, a excepción del remache trasero para el caso flexible, donde, por la condición de flexibilidad y el mayor aplastamiento del remache contra las paredes del taladro, este lo deforma un poco más que en el caso rígido. Si se comparan las deformadas de la figura 14 con las deformadas de la figura 7 y recordando que tienen un factor de magnificación de x6, se puede observar el aumento en la flexibilidad, por el motivo expuesto anteriormente, al no estar la carga aplicada en las direcciones de ortotropía para 30°.

Nuevamente, se obtiene la repartición de cargas para los remaches (Tablas 6 y 7).

**Tabla 6:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 30°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12441.0	880.25	12472.1	-4.04	2494.4
<b>Trasero</b>	-7561.6	-898.39	7614.8	6.78	1522.9
<b>Total</b>	-20003	-18.14			

**Tabla 7:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 30°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11210.0	1722.3	11341.5	-8.73	2268.3
<b>Trasero</b>	-8790.4	-1724.4	8957.9	11.10	1791.6
<b>Total</b>	-20000	-2.10			

Como es de esperar, al haber comprobado el método para la orientación anterior de fibras, se cumple el equilibrio de fuerzas. Así mismo, los valores netos en dirección vertical son despreciables.

El orden de presentación de las tensiones calculadas y la distribución de las mismas será el mismo que para el caso anterior.

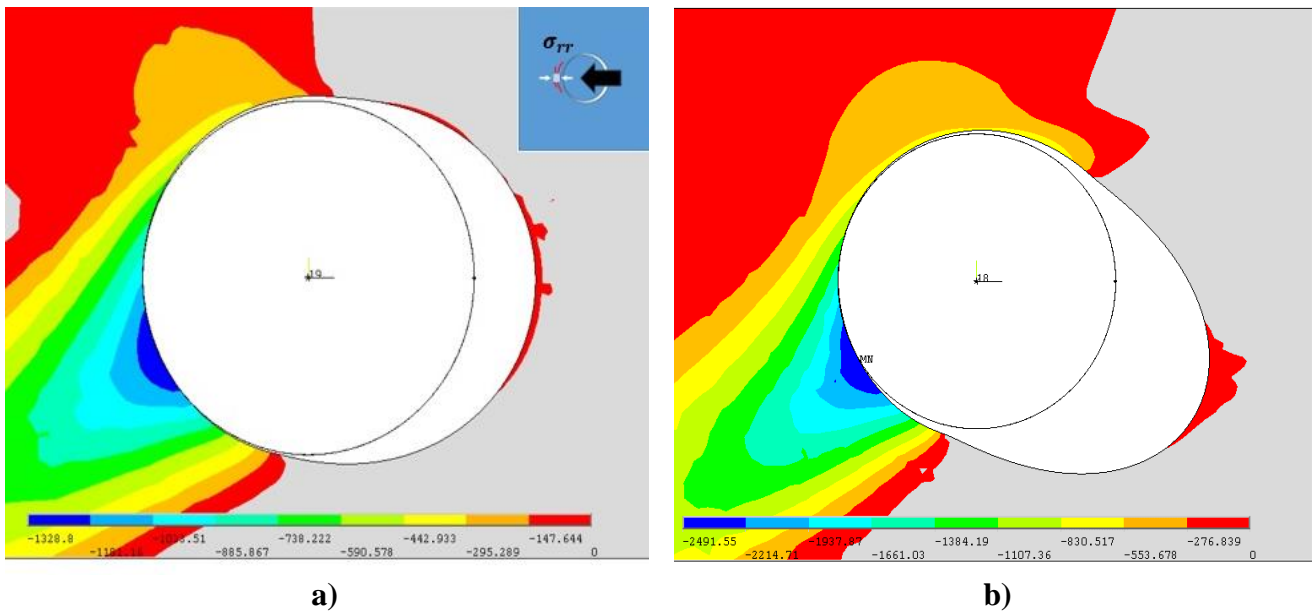


Figura 15: Tensiones Radiales para adherente rígido. CFRP 30°. Lineal.

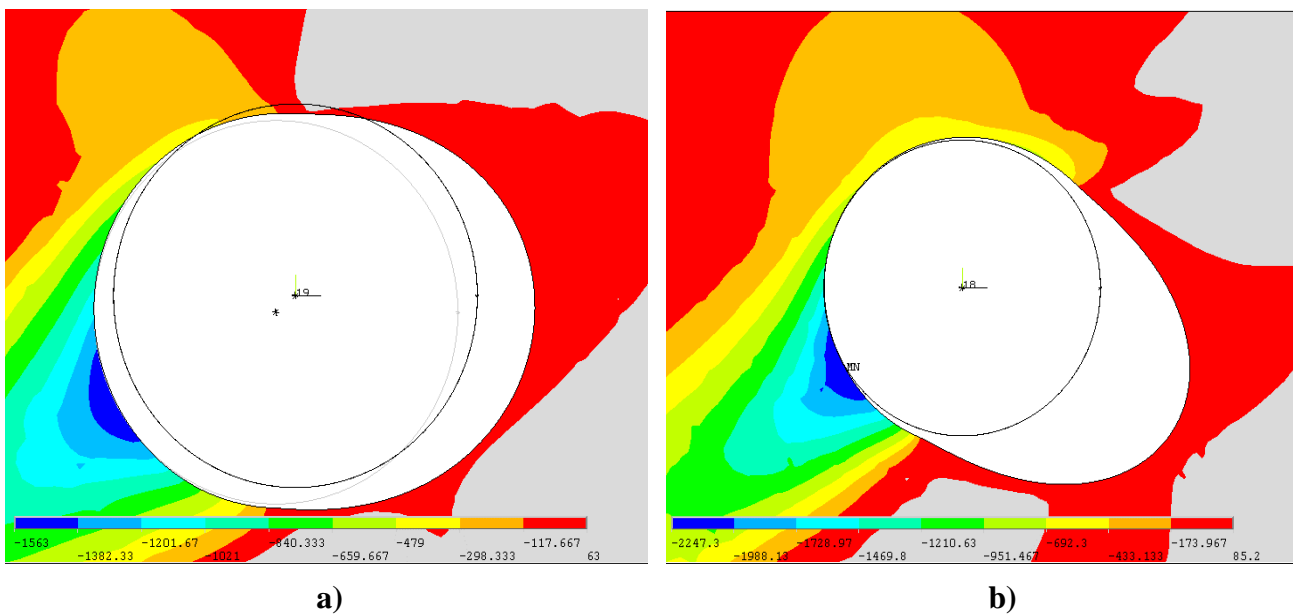


Figura 16: Tensiones Radiales para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal.

En las figuras 15 y 16 puede verse, comparando con las figuras 8 y 9, el completo cambio en la distribución de las tensiones radiales, tanto en forma, como en magnitud. Se observa una tendencia a cargar la dirección de las fibras, que al aplastarse el remache hacia la izquierda, corresponderá con el punto de 210° utilizando como referencia el sistema polar centrado en el remache, por lo que esperamos que el máximo de compresión se de en ese punto.

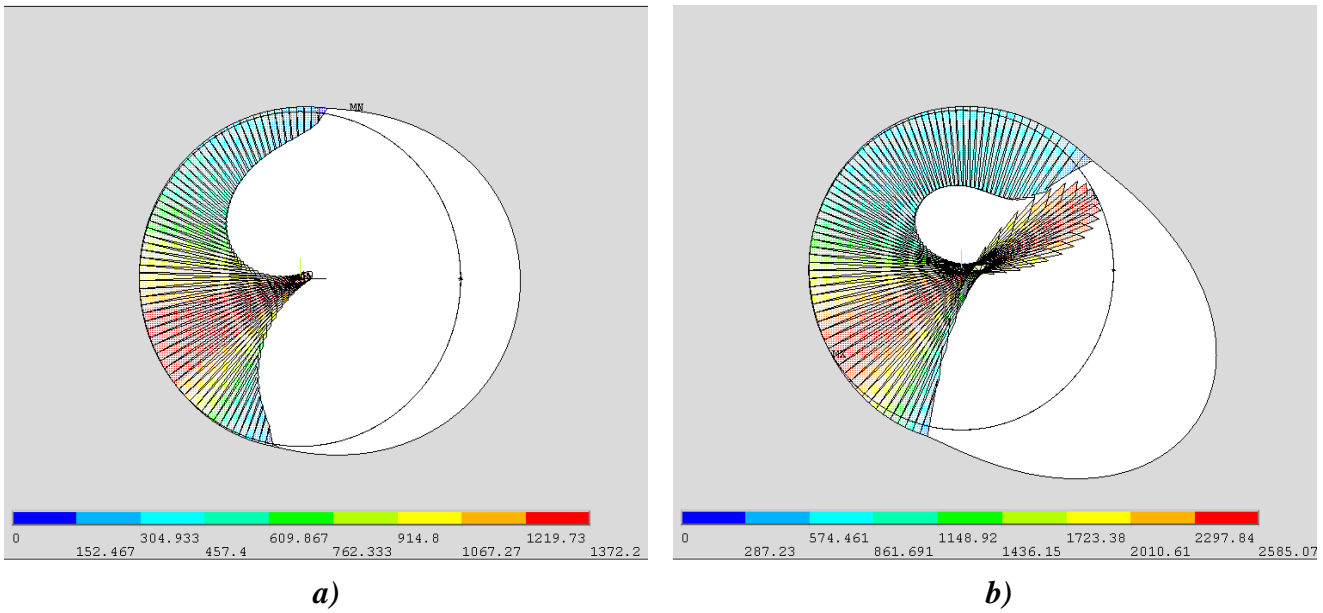


Figura 17: Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 30°. Lineal.

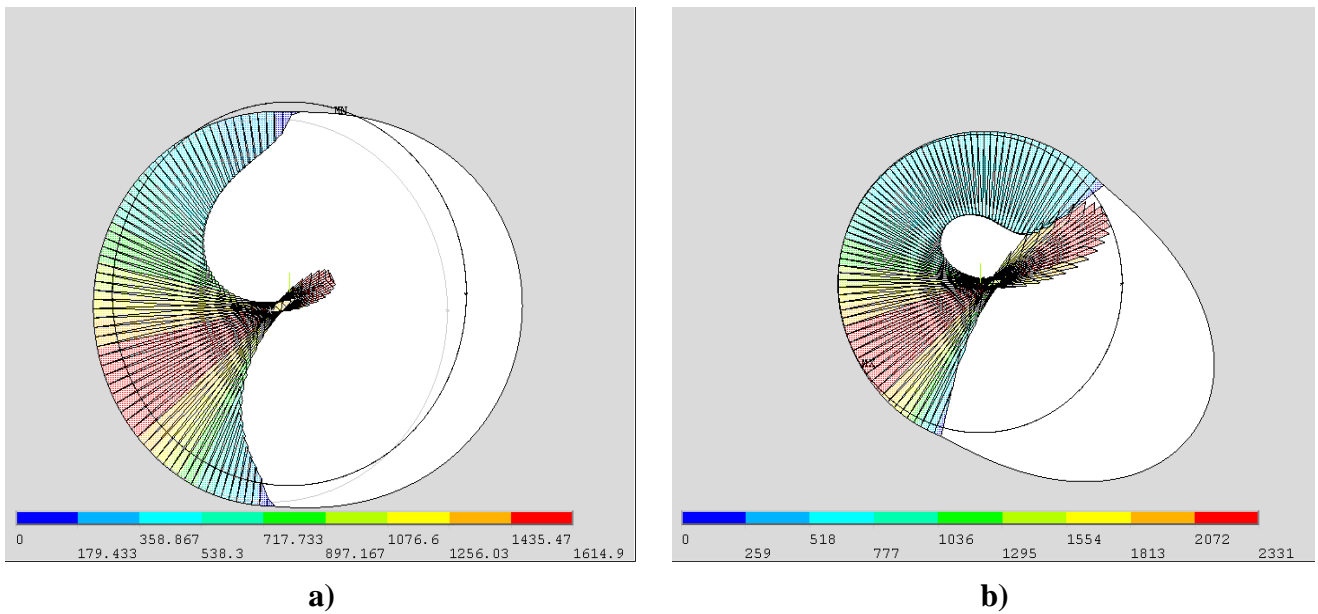


Figura 18: Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal.

En las figuras 17 y 18, de presión de contacto, puede verse más claramente lo dicho anteriormente. En este caso, además, se ve un leve giro en el sentido positivo de  $\theta$  para el



remache trasero (donde se aplica la condición de flexibilidad) y para el remache frontal a la carga (donde se tienen condiciones rígidas).

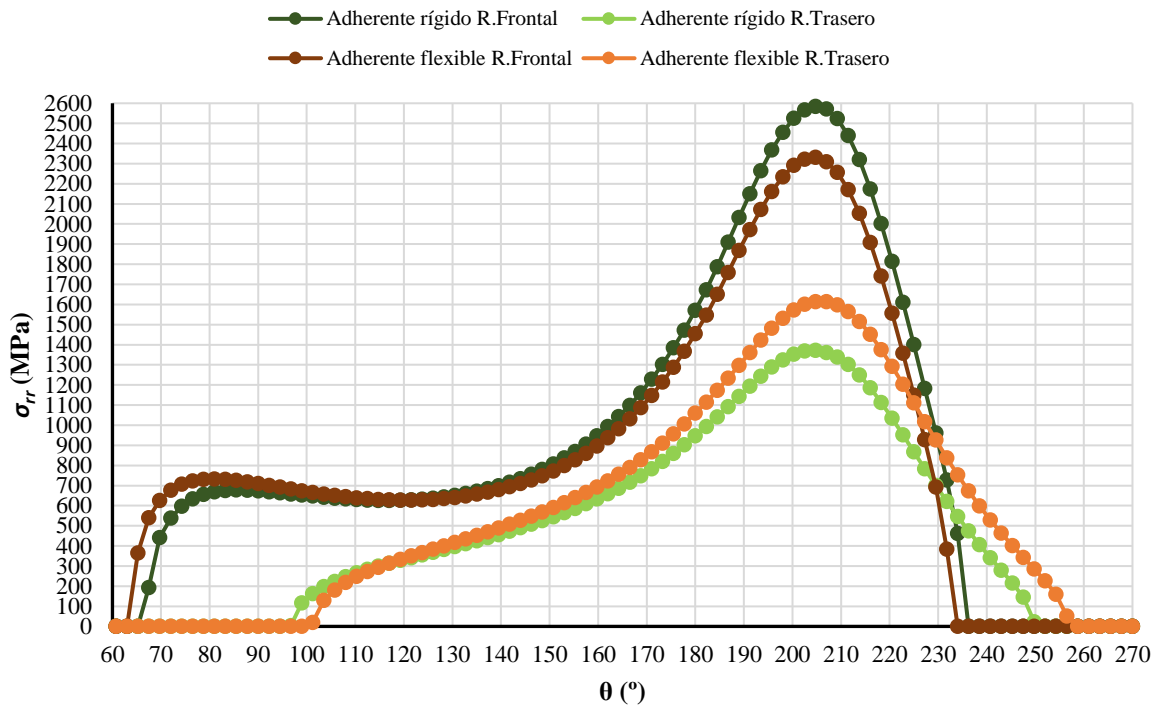


Gráfico 5: Tensiones radiales. CFRP 30°. Lineal.

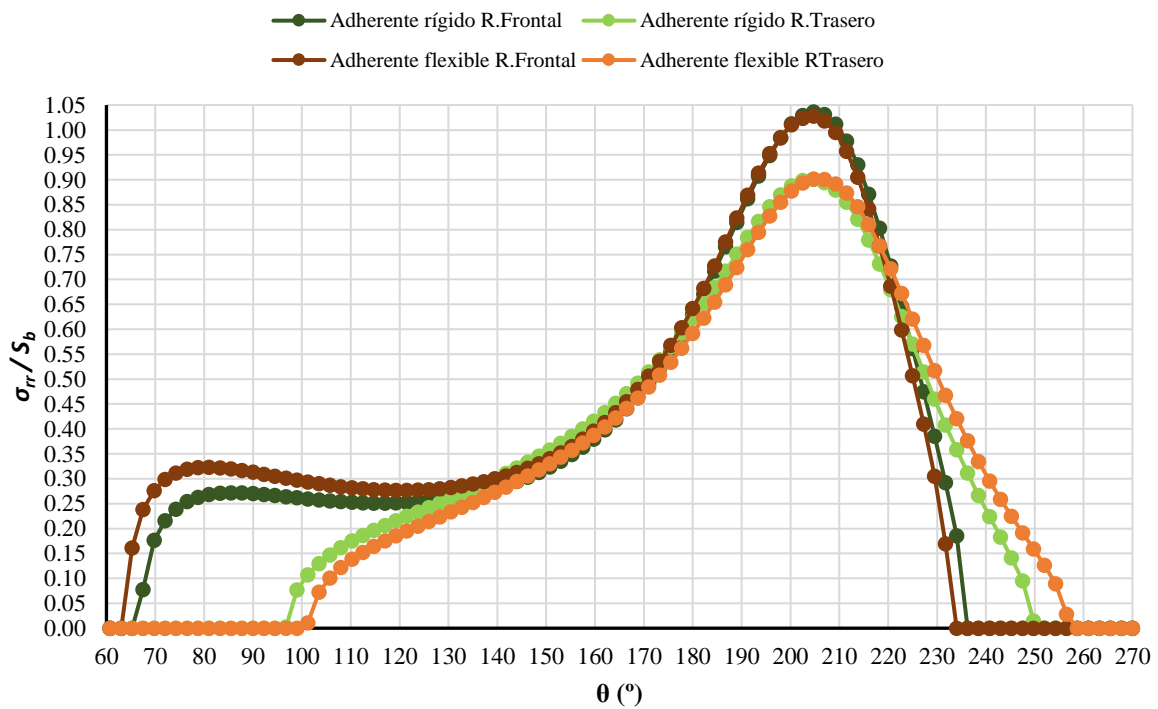


Gráfico 6: Tensiones radiales normalizadas. CFRP 30°. Lineal.

El giro que se observa, hace que el contacto del remache frontal exista unos grados más en el primer cuadrante de la circunferencia del remache para el caso flexible, aproximadamente a unos  $65^\circ$ , en comparación con el caso rígido, que lo pierde a unos  $70^\circ$  (Gráfico 5 y 6, líneas marrón y verde oscura, respectivamente). En el tercer cuadrante, es en el caso rígido en el que se aguanta un poco más el contacto, perdiéndolo a los  $234^\circ$ , y en el caso flexible a los  $232^\circ$  aproximadamente.

Para el remache trasero a carga, se observa justamente lo contrario, debido a que la condición de flexibilidad se impone de forma que ambos remaches se separen en direcciones contrarias, tanto en dirección vertical como horizontal, lo que hace que la pérdida de contacto entre el caso rígido y el flexible se invierta. Por otro lado, debido a que el remache frontal se lleva más carga en la repartición, es de esperar que la deformación del remache trasero sea menor, y por lo tanto el rango del contacto sea más uniforme. Así pues, en el remache trasero no se observa el máximo relativo que existe para el remache frontal a unos  $75^\circ$ . El remache frontal tanto en el caso de adherente flexible como en el caso de adherente rígido es el que mayor tensión radial a compresión (aplastamiento) soporta, tanto de forma absoluta como relativa, siendo el comportamiento igual en ambos casos, salvo por los puntos de pérdida de contacto, así como el valor del máximo relativo a los  $75^\circ$  antes mencionados. El remache trasero tiene igual comportamiento en ambos casos, salvo por la pérdida del contacto, que ocurre antes en el primer cuadrante para el caso rígido, y lo contrario en el tercer cuadrante.

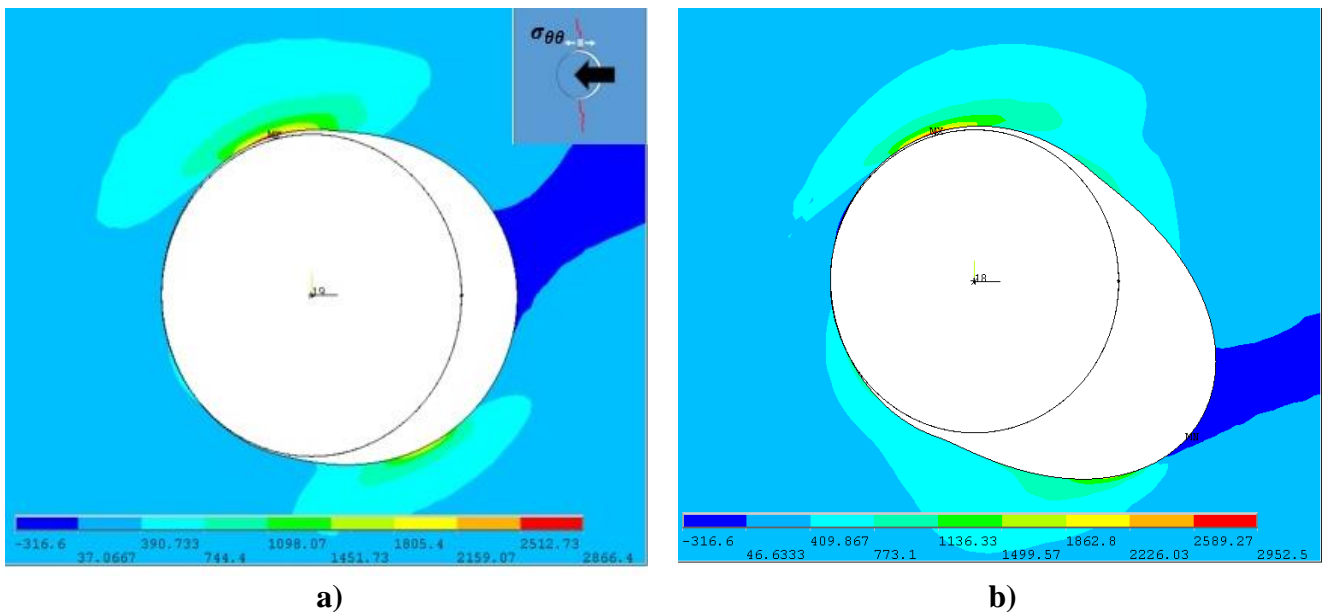


Figura 19: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP  $30^\circ$ . Lineal.

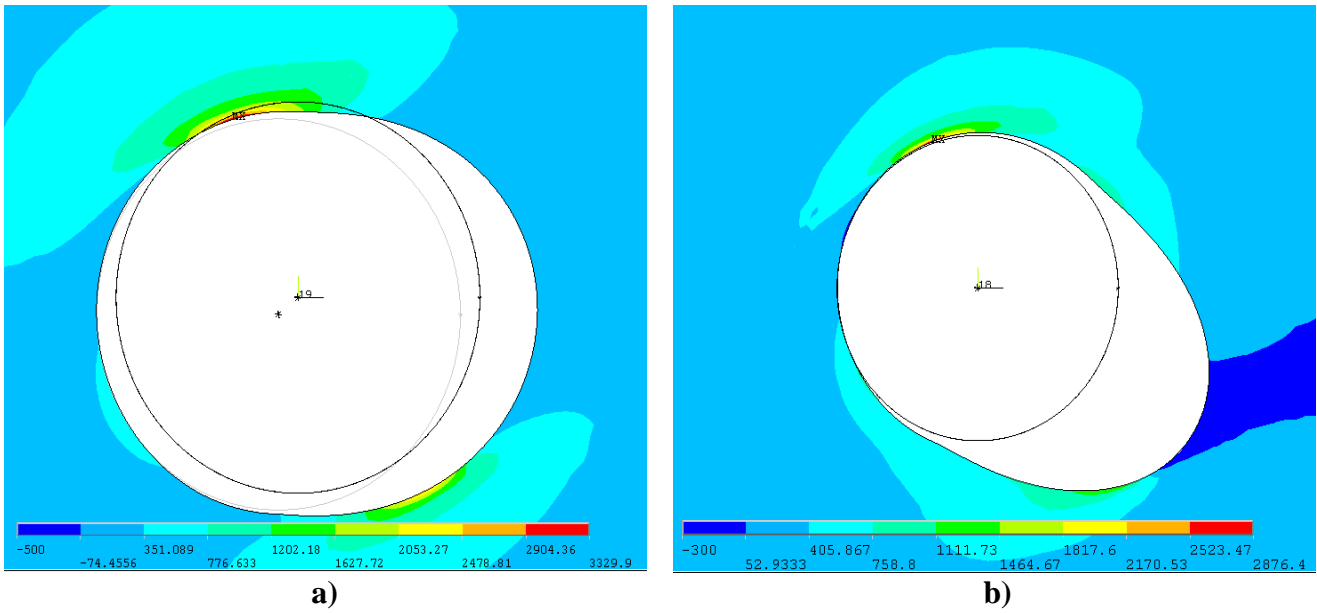


Figura 20: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 30°. Lineal.

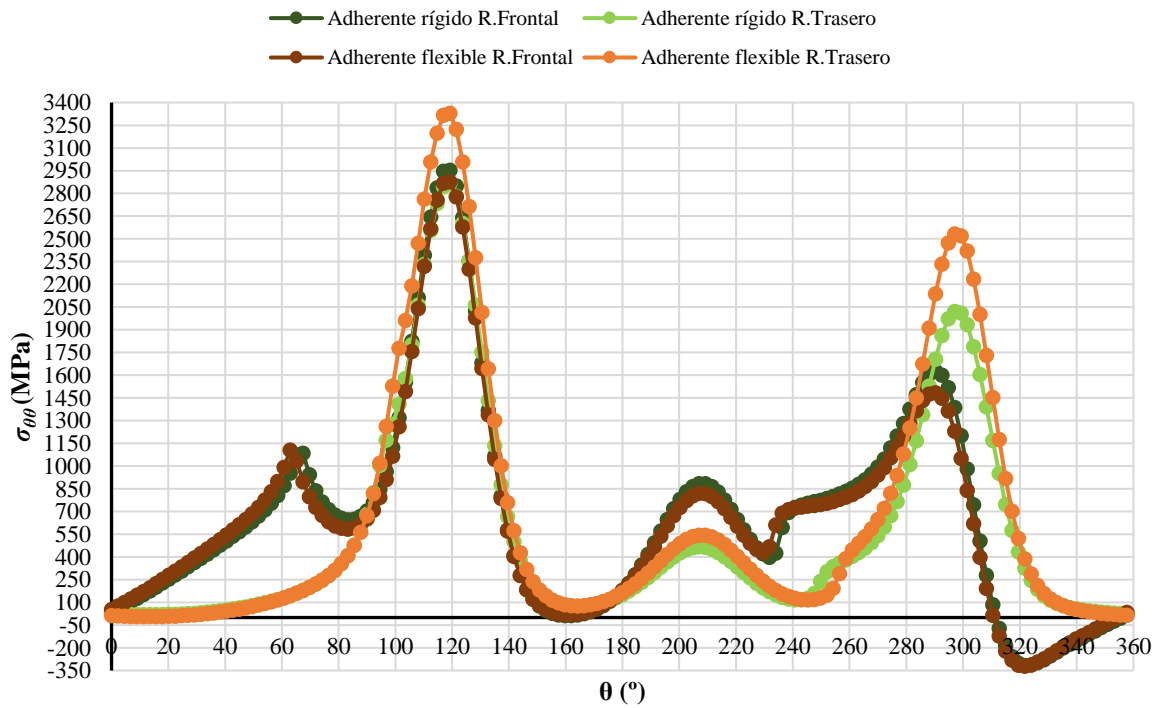
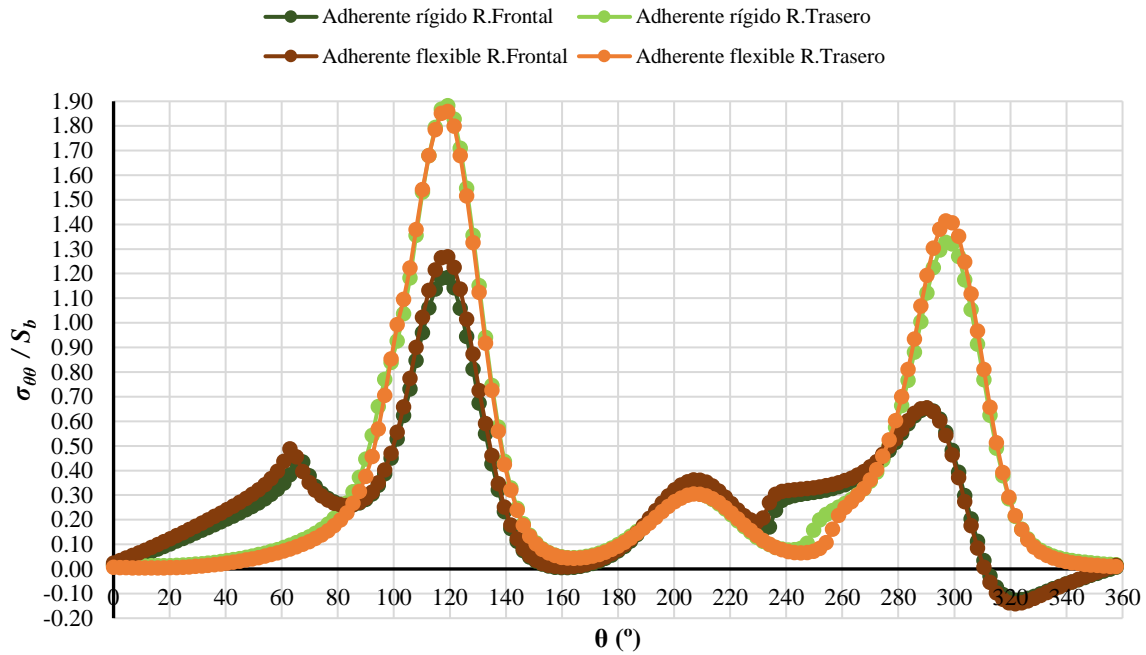


Gráfico 7: Tensiones circunferenciales. CFRP 30°. Lineal.



**Gráfico 8:** Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 30°. Lineal.

Para las tensiones angulares, se tiene que, de forma absoluta, el remache trasero a carga en el caso de adherente flexible es el que más tensión circunferencial soporta, lo que tiene sentido, debido a que el desplazamiento impuesto por la condición de flexibilidad hace que el remache se ‘‘entierre’’ más en las paredes del taladro, concentrando más tensión. De hecho, al no ser una dirección de ortotropía en la que se aplica la carga y esto querer decir que se tiene una rigidez menor que en la orientación a 0°, se puede esperar que la condición de flexibilidad, al estar ligada al desplazamiento máximo del caso rígido, haga que este ‘‘enterramiento’’ del remache sea mayor, lo que resulta en una mayor tensión tanto radial como circunferencial en el remache en el que se aplica este desplazamiento (esto puede verse comparando los gráficos 4 y 8 líneas naranjas, al ver cómo existe mayor diferencia entre las líneas naranjas y las demás en el último con respecto al primer gráfico mencionado). El máximo de tensión angular en el borde del taladro se encuentra en el punto del mismo que coincide la dirección de la tensión con la dirección de las fibras, esto es a 120°. Existe otro máximo relativo esta vez en 300°, que coincide la dirección de la fibra con la dirección del esfuerzo,. El máximo a 300° es menor que a 120° debido a que en este último, existe mayor aplastamiento del remache, incrementando las tensiones en esta zona. Como se ha hecho anteriormente, se presentan tablas resumidas de los máximos:

**Tabla 8:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Lineal.

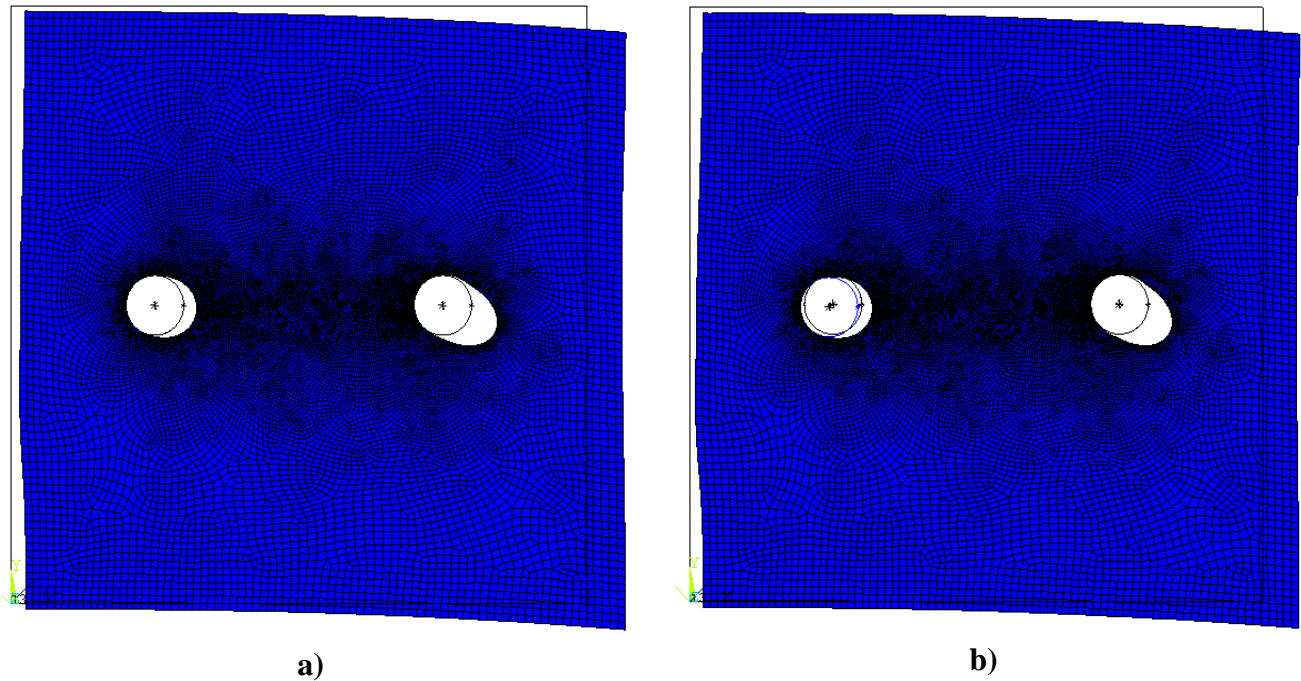
	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.036	204.75	1.027	204.75
<b>R. Trasero</b>	0.901	204.75	0.901	204.75

**Tabla 9:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.184	119.25	1.268	119.25
<b>R. Trasero</b>	1.882	119.25	1.859	119.25

### 3.1.3. FIBRAS A 45°.

Nuevamente, se tiene una orientación de fibras que nos deja con la carga aplicada en una dirección que no pertenece a los ejes de ortotropía, por lo que las propiedades del material cambian según las ecuaciones (5), (6), (7) y (8) con  $\theta=45^\circ$ . Dado que las fibras se encuentran aún menos orientadas a la dirección de la carga, se espera una mayor deformación que en el caso anterior.



**Figura 21:** Deformadas. CFRP 45°. Lineal.

Efectivamente, comparando la figura 21 para el caso rígido (Figura 21a) y el caso flexible (Figura 21b), con las deformadas de la figura 14, se observa una deformación más acusada en las primeras. Igualmente, existe un giro por el acople de las tensiones normales y las deformaciones tangenciales, por no ser una dirección de ortotropía.

La repartición de cargas para cada remache viene recogida en las tablas 10 y 11.

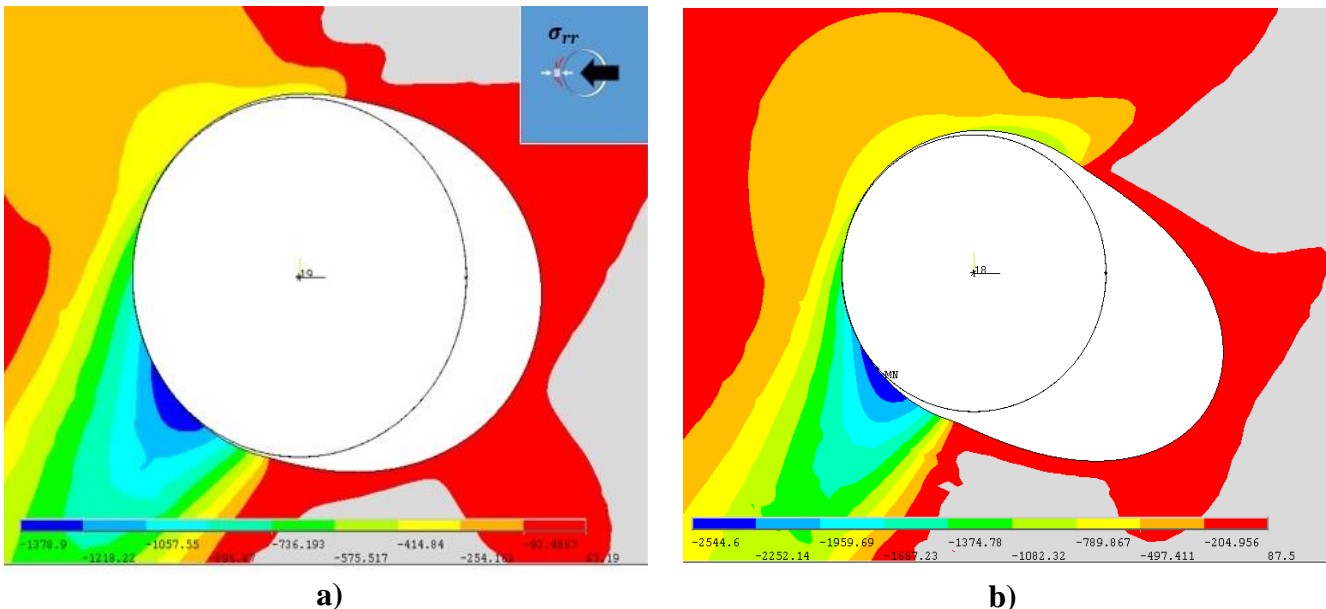
**Tabla 10:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 45°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12625.0	1126.2	12675.1	-5.1	2535.0
<b>Trasero</b>	-7380.5	-1097.9	7461.7	8.5	1492.3
<b>Total</b>	-20005	28.3			

**Tabla 11:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 45°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11275.0	2270.9	11501.4	-11.4	2300.3
<b>Trasero</b>	-8731.8	-2286.8	9026.3	14.7	1805.3
<b>Total</b>	-20006	-15.9			

Como viene siendo habitual, la condición de flexibilidad descarga un poco el remache frontal y carga el remache trasero, que es donde se aplica el desplazamiento que modela la flexibilidad. Existe un cambio en la dirección de la fuerza de casi el doble del ángulo del caso de adherente rígido.



**Figura 22:** Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Lineal.

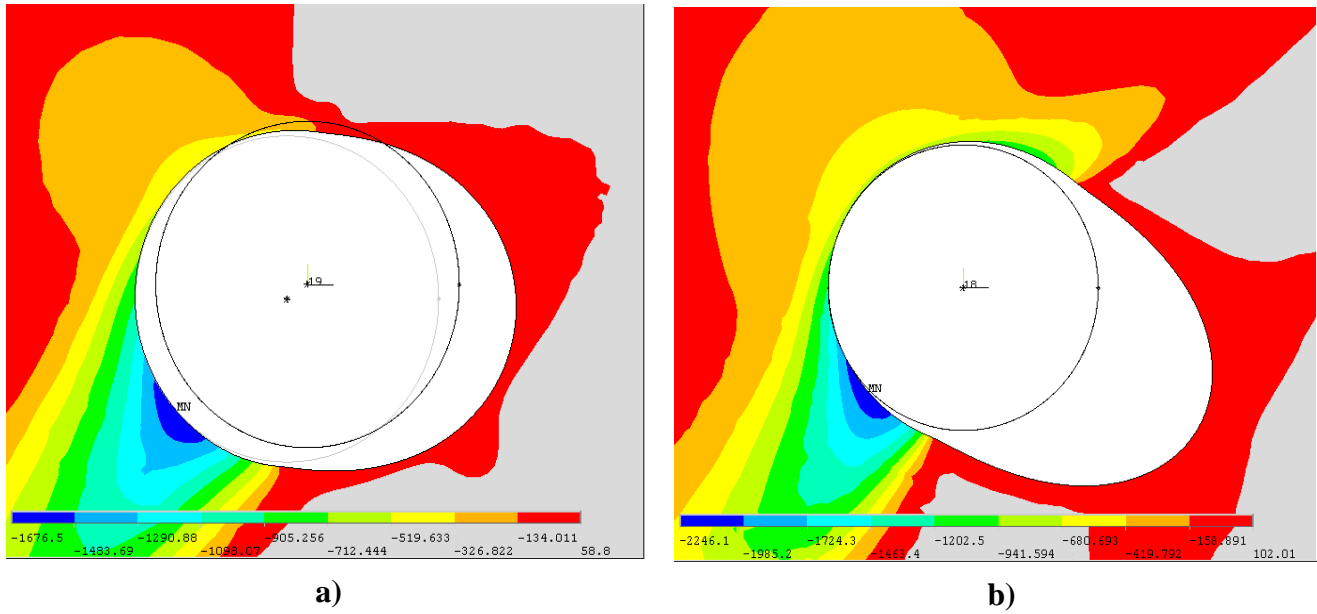


Figura 23: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Lineal.

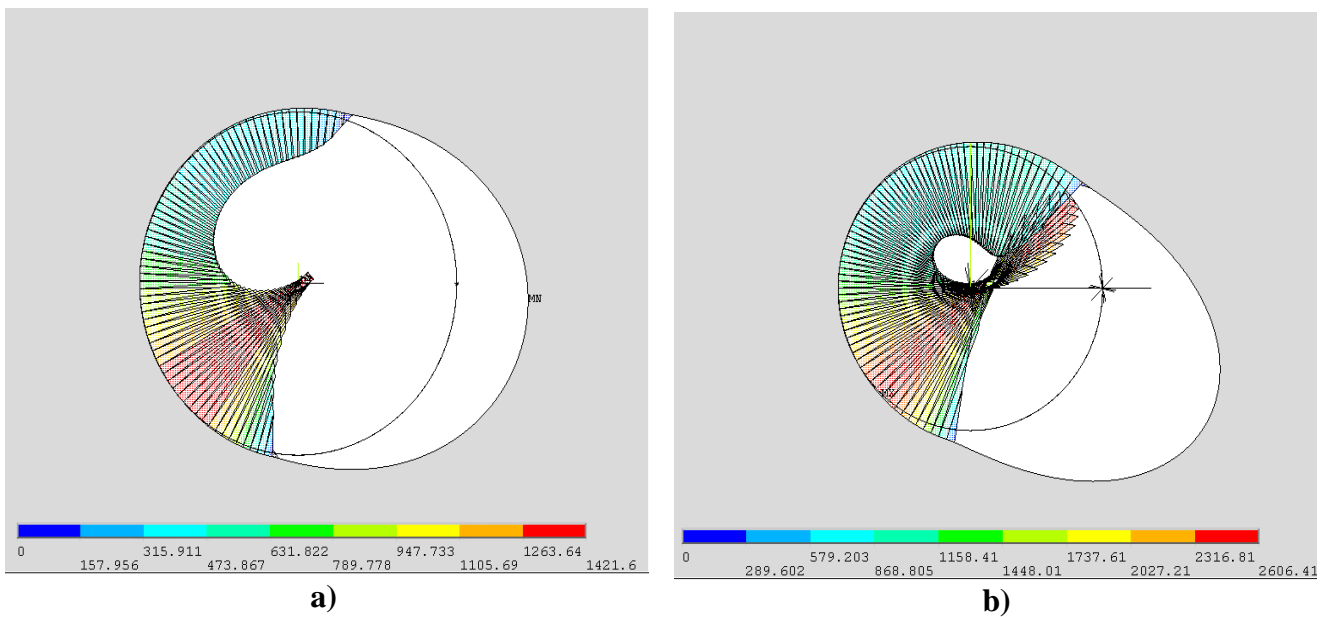


Figura 24: Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 45°. Lineal.



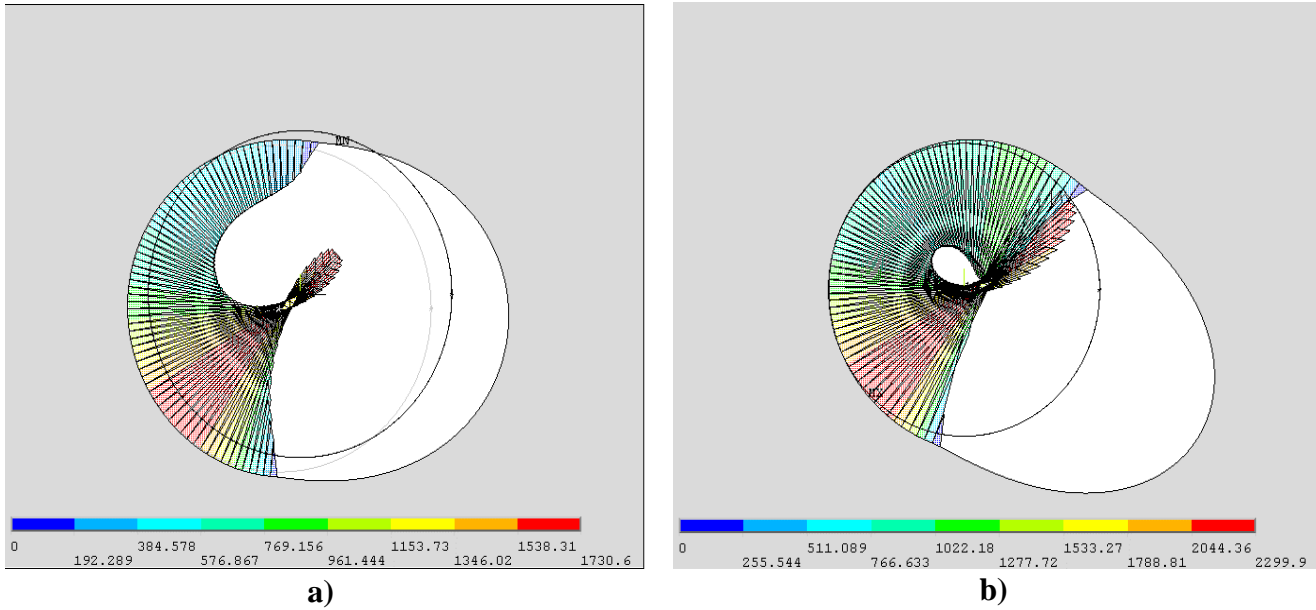


Figura 25: Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 45°. Lineal.

En las figuras 22 y 23 de los distintos casos de adherente, puede verse la distribución de tensiones radiales y en las 24 y 25, las presiones de contacto.. Para este caso se ve un comportamiento parecido al de la orientación a 30° (Figuras 15 y 16). Se tienen errores numéricos, que son de magnitud despreciable.

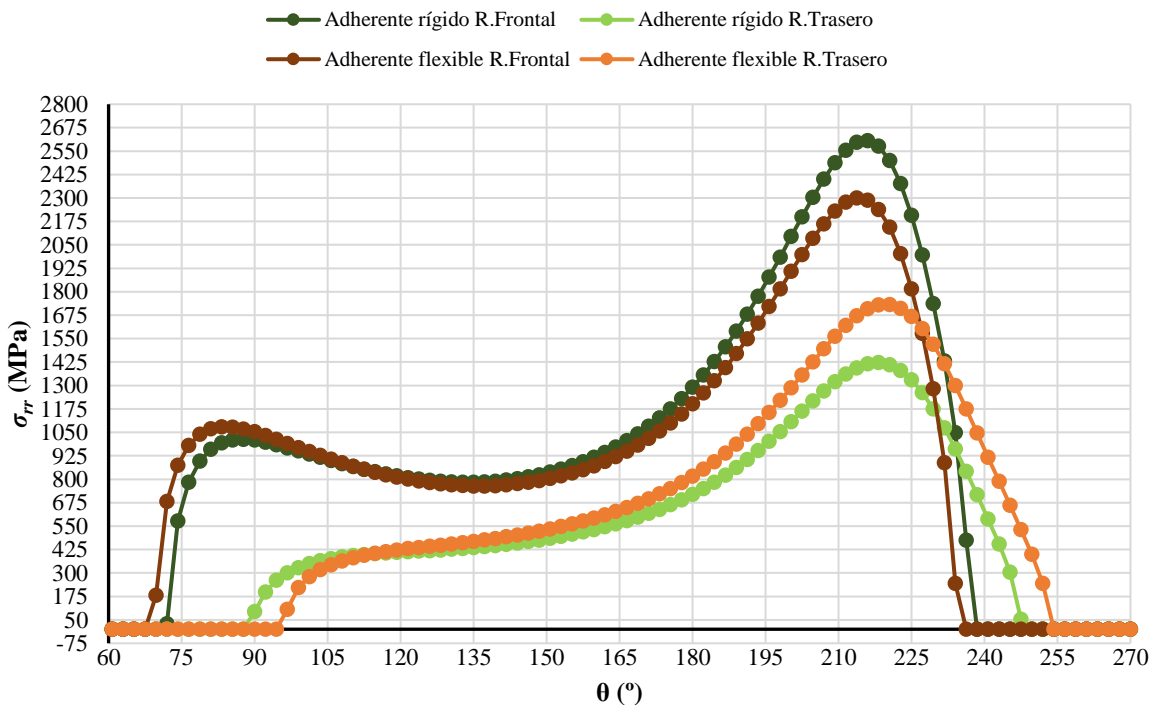
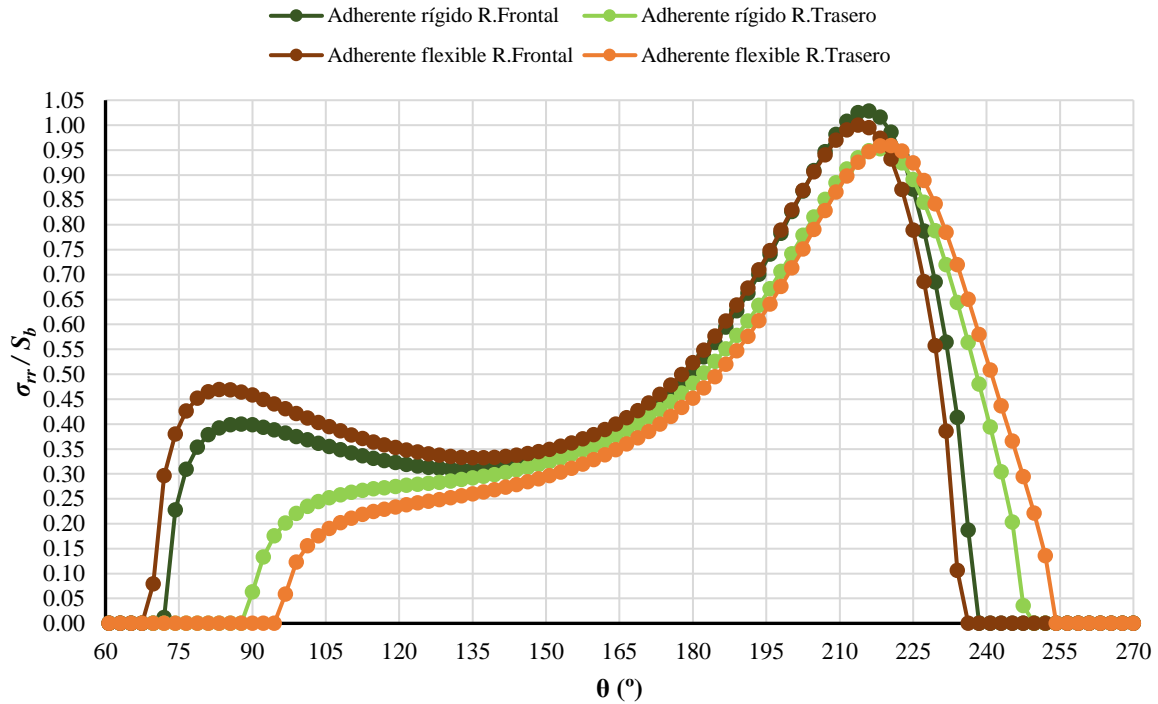


Gráfico 9: Tensiones radiales. CFRP 45°. Lineal.





**Gráfico 10:** Tensiones radiales normalizadas. CFRP 45°. Lineal.

Para las tensiones radiales se tiene que, en términos absolutos (Gráfico 9), es el remache frontal el que más esfuerzos radiales soporta. Sin embargo, al normalizar las  $\sigma_{rr}$  con la tensión de aplastamiento,  $S_b$ , se tiene que el máximo de tensión radial es muy similar para ambos remaches en los dos casos de adherente.

El máximo de tensión radial se espera que se alinee con la dirección de la fibra, que para la mitad izquierda de la circunferencia del taladro, se correspondería con  $\theta=225^\circ$ , sin embargo, se ve que este máximo se da a  $216^\circ$  en el remache frontal a la carga, y a  $220.5^\circ$  para el remache trasero. Esta diferencia con respecto a lo que se espera, está motivada por la propia no linealidad del problema, por el cambio de geometría del taladro.

El contacto existe para el remache frontal a partir de los  $70^\circ$  hasta los  $235^\circ$  aproximadamente, y entre los  $90^\circ$  y los  $252^\circ$  para el remache trasero. Dentro de cada remache, existe una mayor variación de intervalos de contacto para el remache trasero a la carga, para el que el caso de adherente rígido existe contacto desde los  $90^\circ$  hasta los  $248^\circ$ , y el caso de adherente flexible de los  $97^\circ$  hasta los  $252^\circ$ . Para el remache frontal, la amplitud del contacto es la misma en cada caso ( $164^\circ$ ). La variación de la amplitud del contacto para el remache trasero se debe en mayor medida a la condición de flexibilidad, que hace que al deformación de este remache sea distinta al caso rígido.

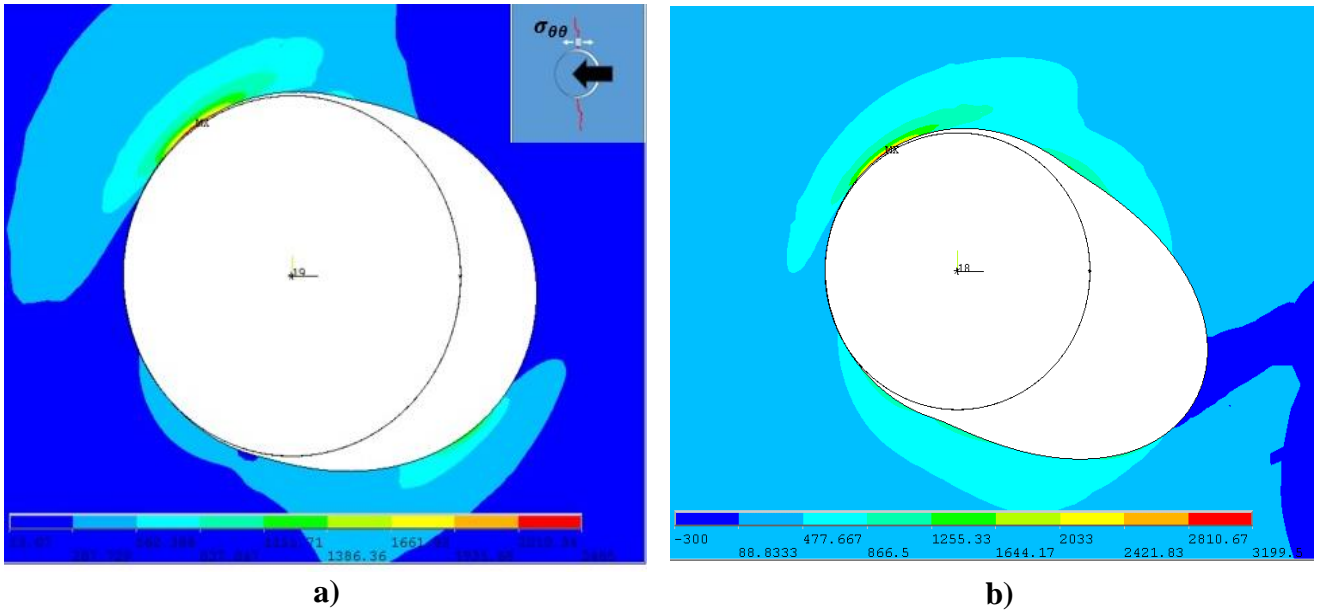


Figura 26: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 45°. Lineal.

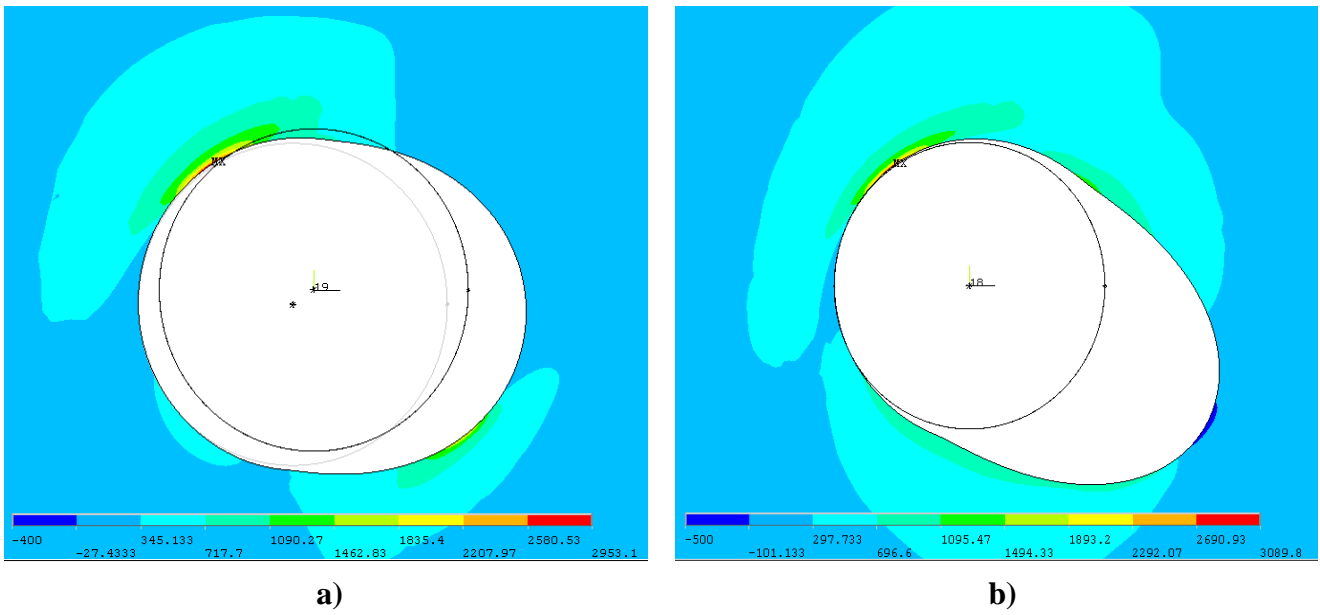


Figura 27: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 45°. Lineal.

En las Figuras 24 y 25 se puede ver la distribución de tensiones por colores para el caso rígido y flexible, respectivamente. Existen errores numéricos que dan tensiones angulares de compresión, sin embargo, por el valor de estas, estos errores son despreciables.

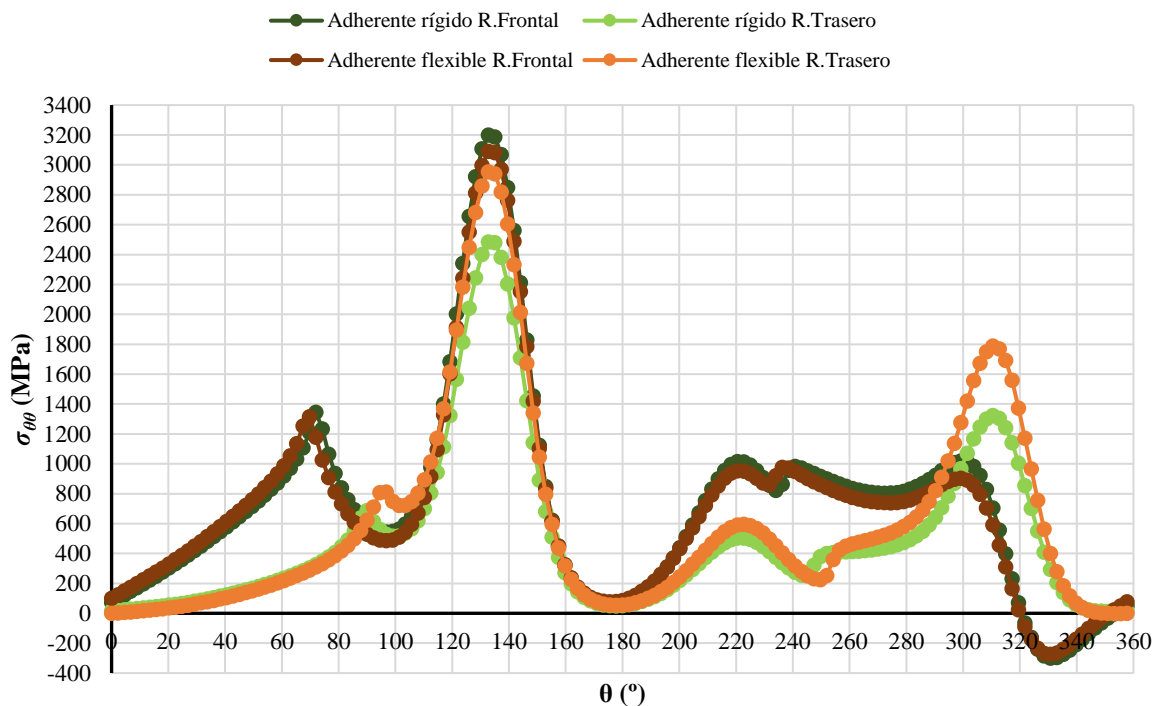


Gráfico 11: Tensiones circunferenciales. CFRP 45°. Lineal.

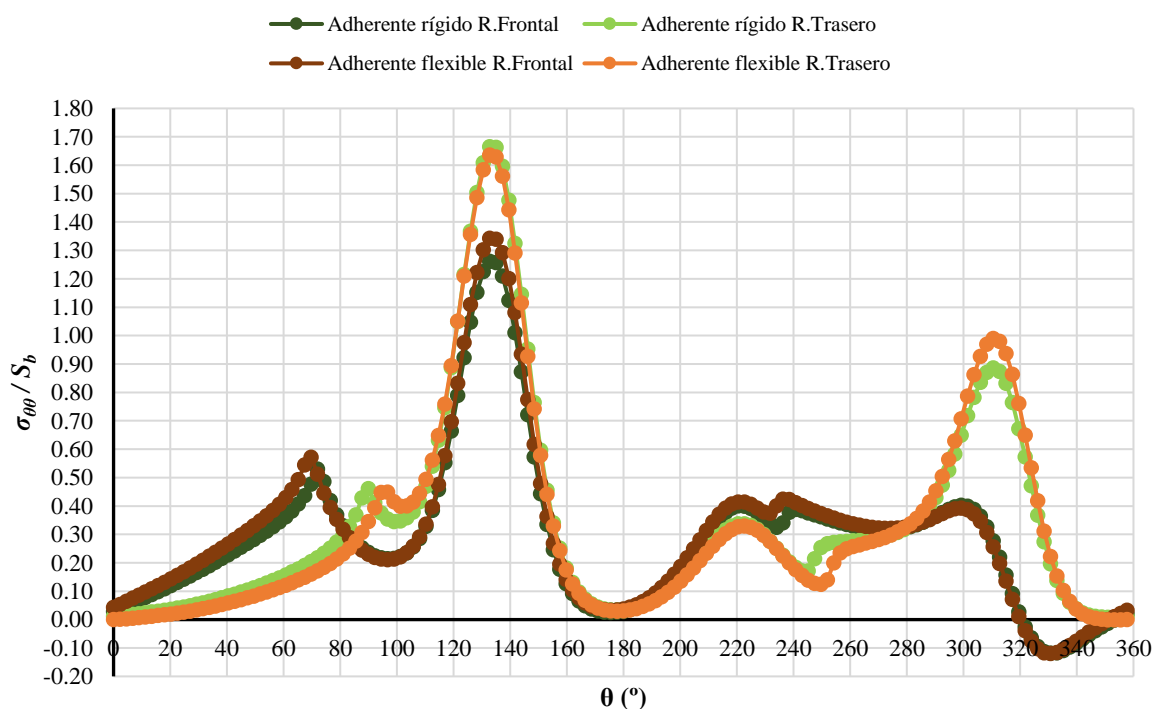


Gráfico 12: Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 45°. Lineal.

La forma de las curvas de tensión circunferencial (gráficos 11 y 12) para la orientación de 45° en ambos casos de adherente es muy similar a aquella de las de tensión circunferencial para la orientación de 30°, siendo la principal diferencia la traslación de las curvas para alinearse con la dirección de la fibra, que en este caso corresponde a  $\theta=135^\circ$ .

Por otro lado, se puede ver que las tensiones  $\sigma_{\theta\theta}$  son iguales para ambos remaches, estando desplazadas las curvas del remache trasero hacia ángulos mayores que para el remache frontal, debido principalmente, a que la deformación del remache frontal es mayor a la del trasero por llevarse más carga.

Como ha venido ocurriendo en las orientaciones de fibras anteriores para esta distribución, el caso en el que se da mayor tensión circunferencial normalizada a la tensión de aplastamiento es para el remache trasero, en ambos casos de adherente.

A continuación se presentan las tablas resumen con los máximos para cada tipo de tensión calculada.

**Tabla 12:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.028	216.0	1.000	213.8
<b>R. Trasero</b>	0.953	218.3	0.959	220.5

**Tabla 13:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.262	132.8	1.343	132.8
<b>R. Trasero</b>	1.665	132.8	1.636	132.8

### 3.1.4. FIBRAS A 90°.

Con las fibras a 90° se tiene una dirección de ortotropía sobre la que se aplica la carga, esta es, la dirección 22 (matriz), que tendrá como resultado la máxima deformación, por ser la dirección menos rígida del material. La deformación esperada es como la de la orientación a 0°, pero aumentada.

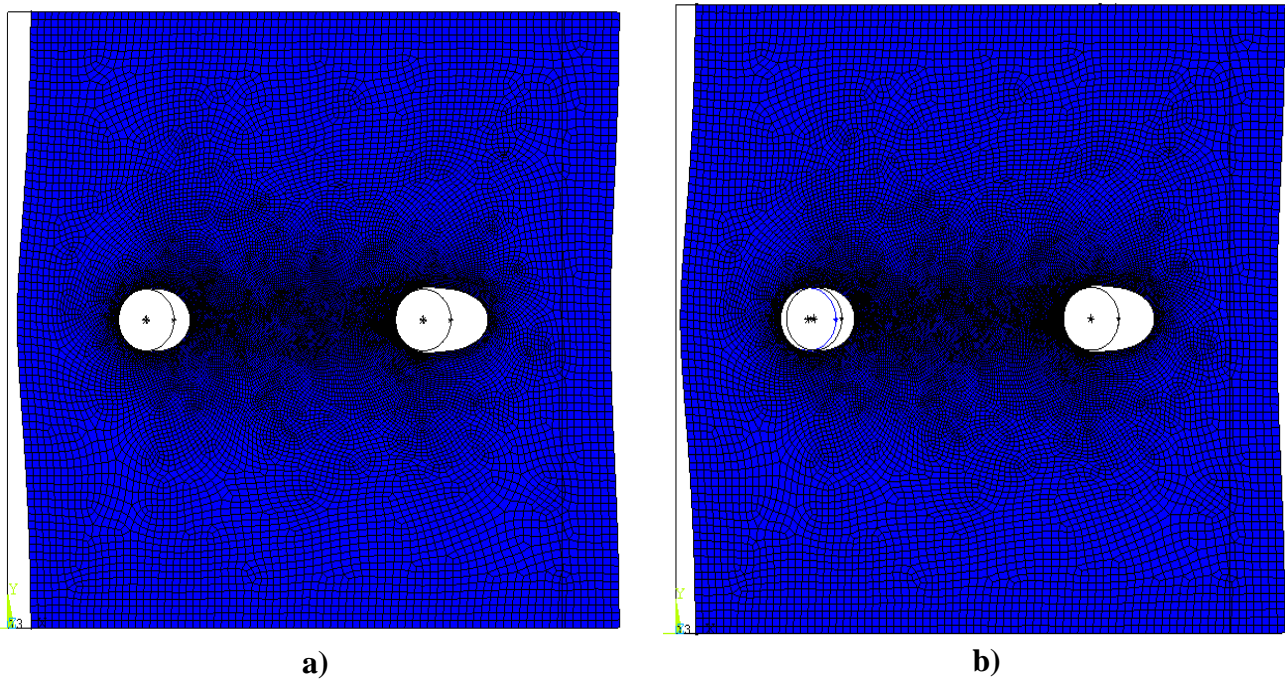


Figura 28: Deformadas. CFRP 90°. Lineal.

Efectivamente, comparando las Figuras 7 y 26, se ve cómo esta última, correspondiente a la orientación de fibras a 90°, se deforma mucho más que la primera (recordar que todas las figuras tienen una magnificación x6). Como viene siendo habitual se muestran a continuación las cargas para cada remache.

Tabla 14: Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 90°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-13201.0	34.7	13201.1	-0.15	2640.2
<b>Trasero</b>	-6803.7	3.5	6803.7	-0.03	1360.7
<b>Total</b>	-20005	38.2			

Tabla 15: Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 90°. Lineal.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12252.0	69.2	12252.2	-0.3	2450.4
<b>Trasero</b>	-7744.1	-84.7	7744.6	0.6	1548.9
<b>Total</b>	-19997	-15.5			

En las tablas 14 y 15 se ve lo mismo que en las demás orientaciones, que la condición de flexibilidad descarga un poco el remache frontal y carga levemente al remache trasero.

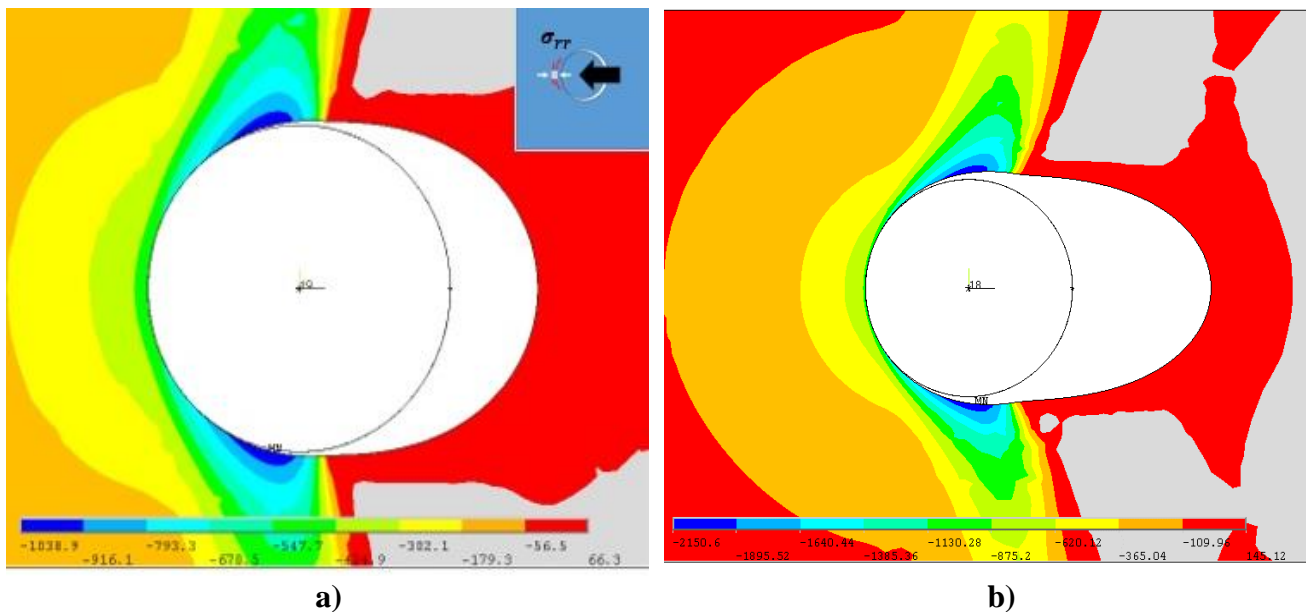


Figura 29: Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 90°. Lineal.

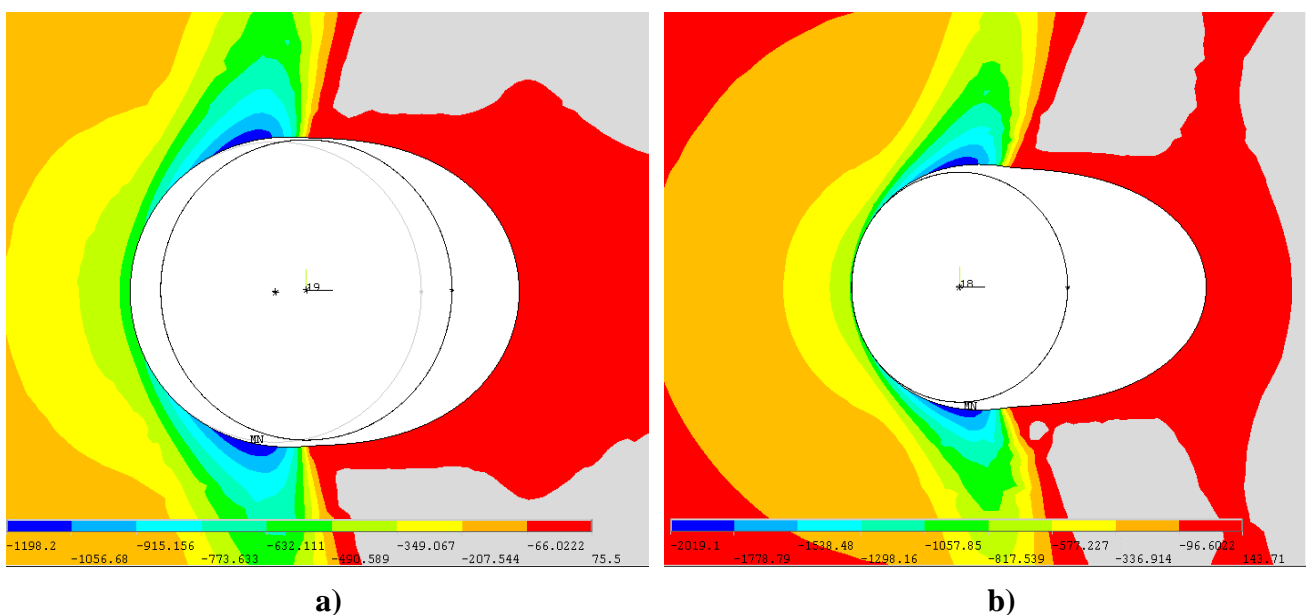
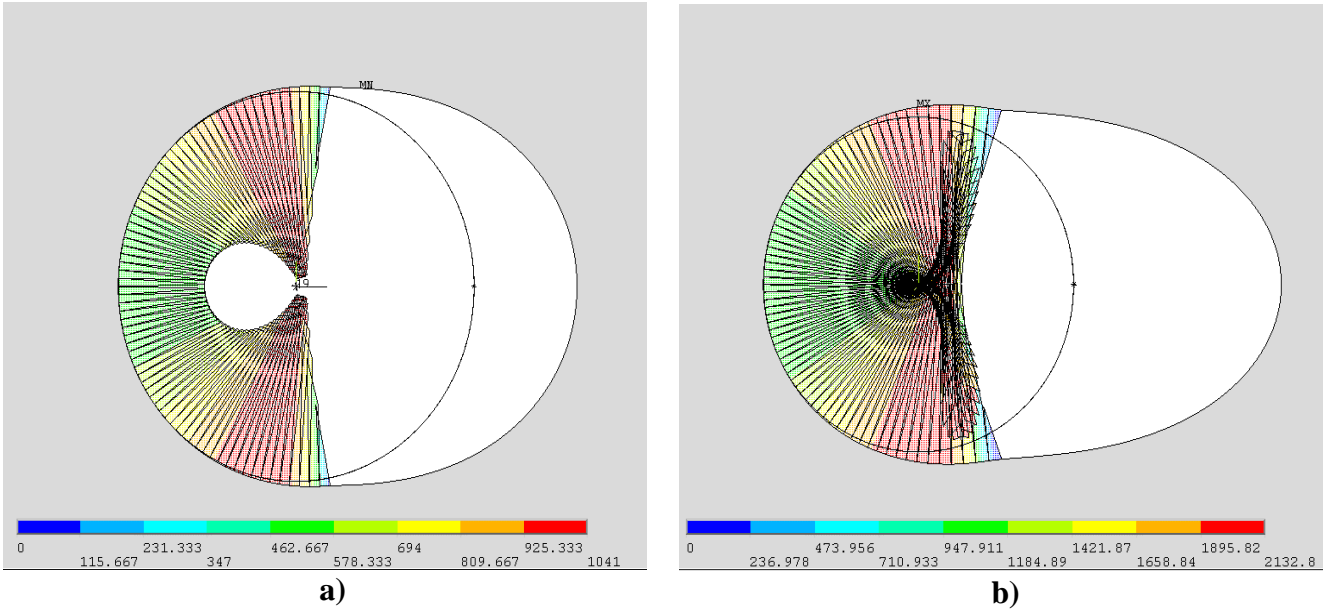
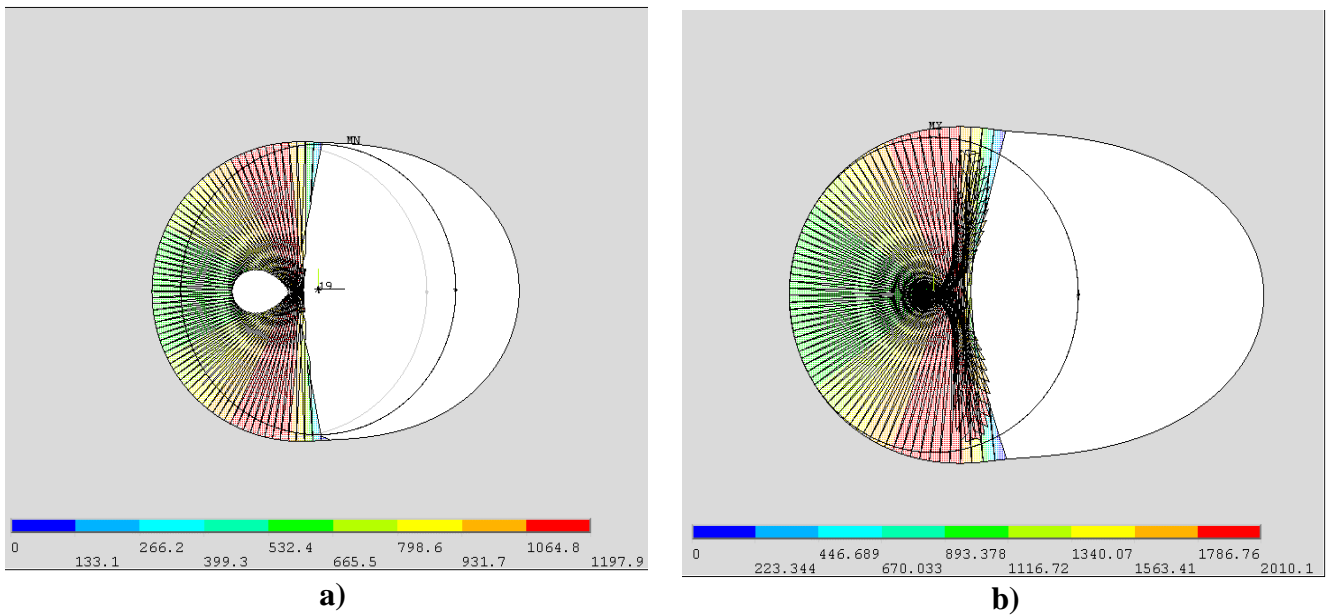


Figura 30: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Lineal.

En las Figuras 27 y 28 se ve de forma muy clara la mayor deformación en el caso flexible para el remache trasero (Figura 28a), así como un aumento de las tensiones.



**Figura 31:** Presiones de contacto para adherente rígido. CFRP 90°. Lineal.



**Figura 32:** Presiones de contacto para adherente flexible. CFRP 90°. Lineal.

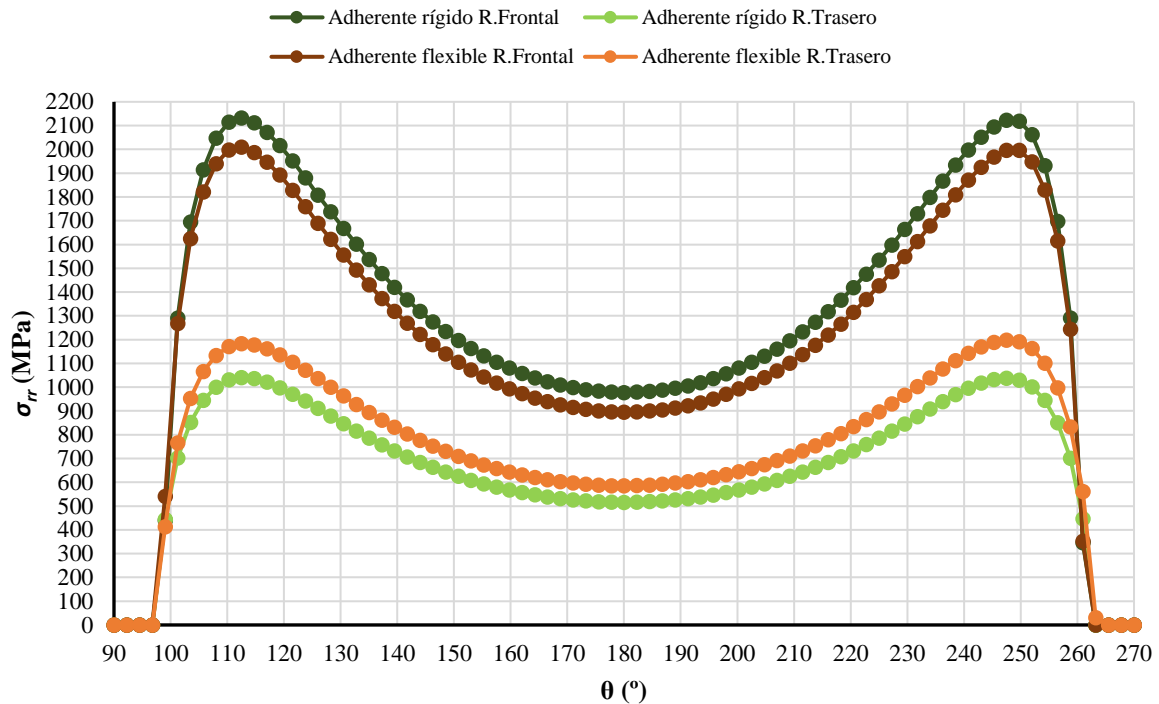


Gráfico 13: Tensiones radiales. CFRP 90°. Lineal.

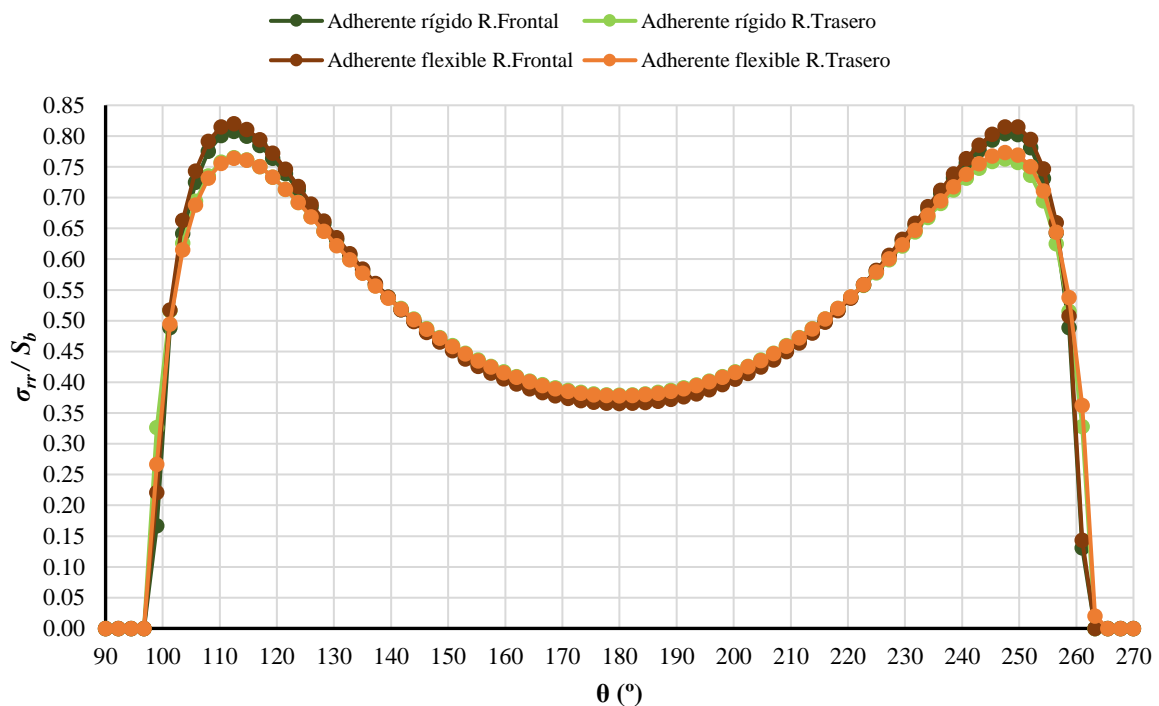


Gráfico 14: Tensiones radiales normalizadas. CFRP 90°. Lineal.

Para esta orientación de fibras, se ve cómo el máximo de tensión radial tiende a alinearse con la dirección de la fibra, por lo que los máximos tienden a acercarse a los 90° y a los 270°. Sin embargo, estos se dan para  $\theta=114.8^\circ$  y para  $\theta=249.8^\circ$ . Esta diferencia se debe,



principalmente, a que en el problema existen grandes desplazamientos. Las tensiones radiales normalizadas, para ambos remaches y en ambos casos de adherente son las más uniformes de entre todas las orientaciones vistas.

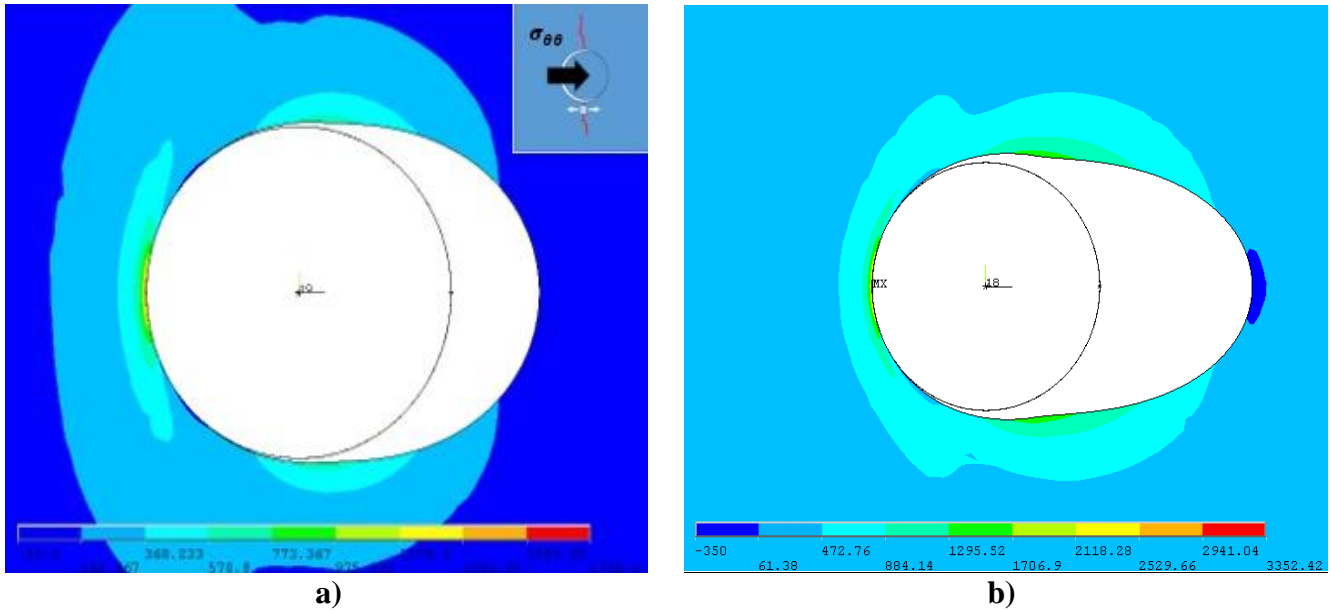


Figura 33: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 90°. Lineal.

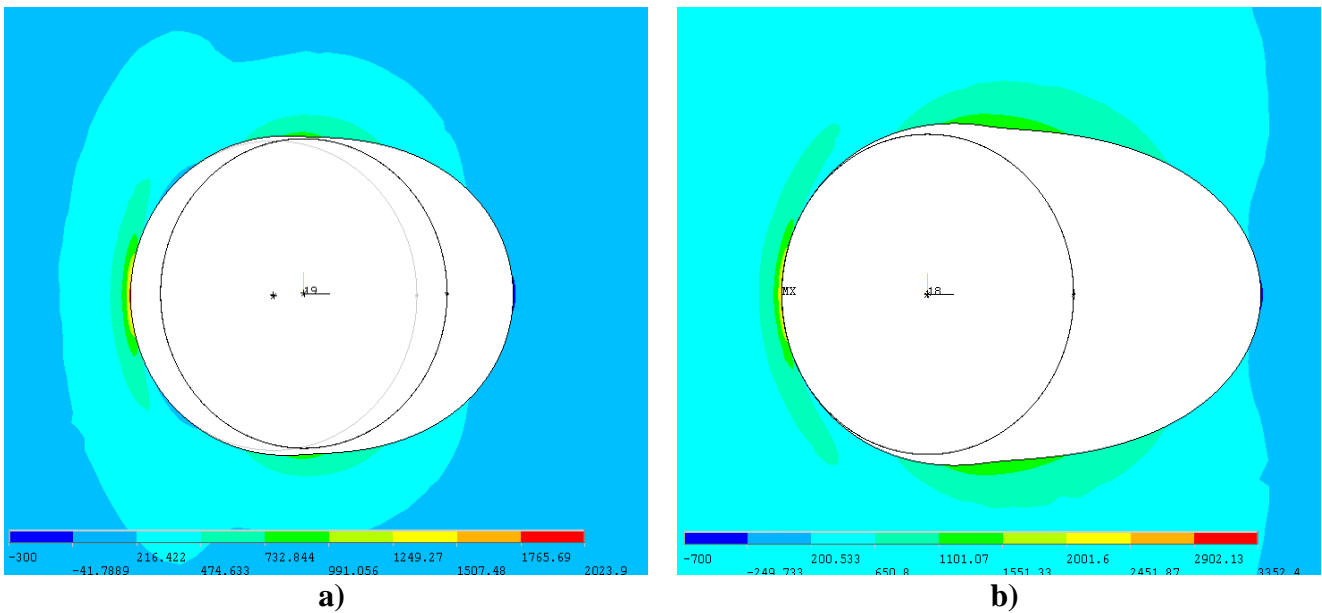


Figura 34: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 90°. Lineal.

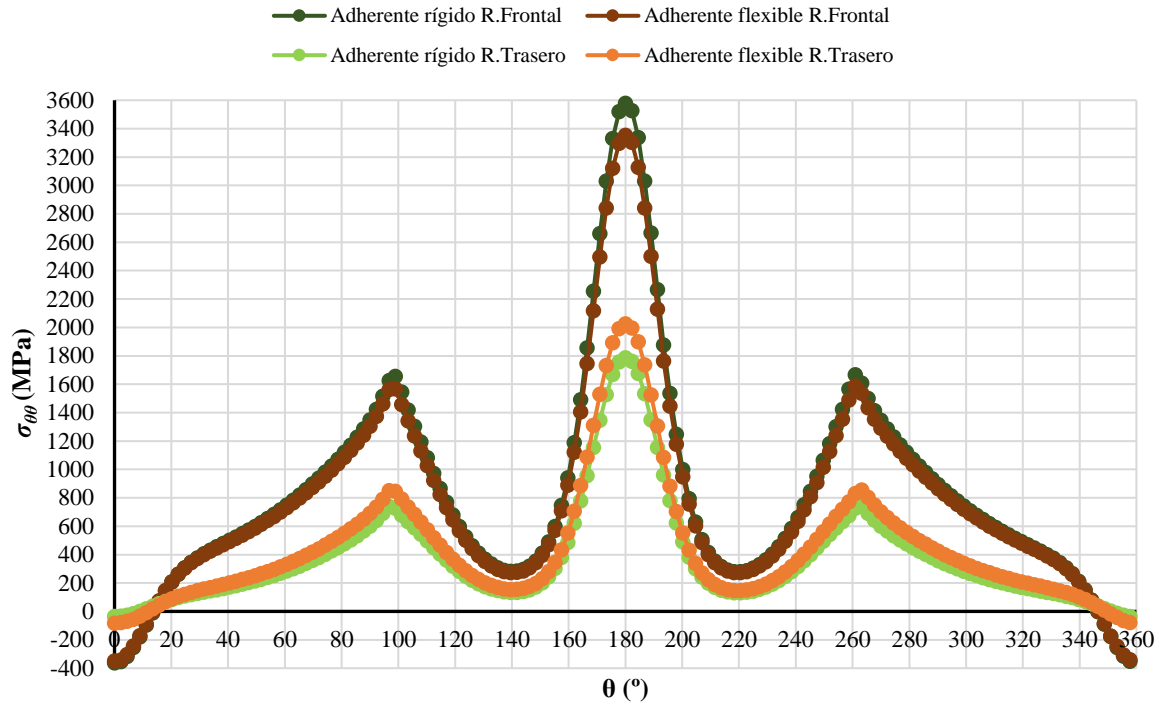


Gráfico 15: Tensiones circunferenciales. CFRP 90°. Lineal.

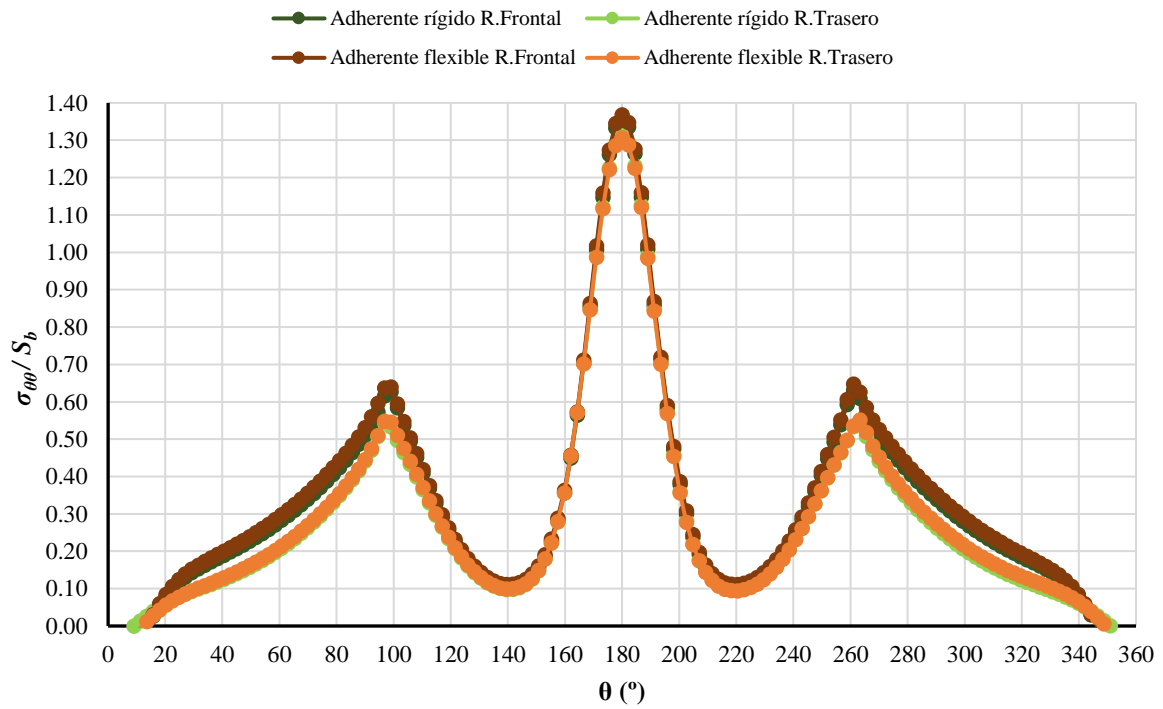


Gráfico 16: Tensiones circunferenciales normalizada. CFRP 90°. Lineal.

El máximo de tensión  $\sigma_{\theta\theta}$ , tiende a alinearse con la dirección de la fibra, que al ser esta tensión tangencial al borde del taladro, será para  $\theta=180^\circ$ .

Las tensiones circunferenciales normalizadas son muy similares en todos los casos.

**Tabla 16:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	0.807	112.5	0.820	112.5
<b>R. Trasero</b>	0.765	112.5	0.774	247.5

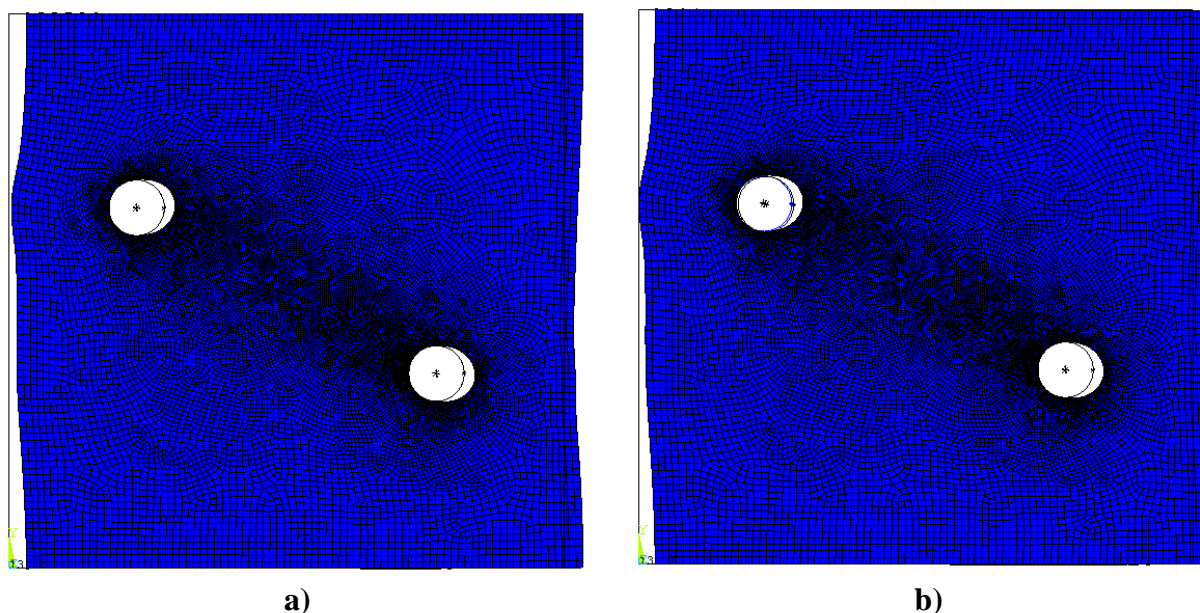
**Tabla 17:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Lineal.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.356	180	1.368	180
<b>R. Trasero</b>	1.313	180	1.307	180

### 3.2. DISTRIBUCIÓN EN TRESBOLILLO.

En la distribución en tresbolillo, los remaches se colocan de forma que la línea que los une forma 60° con la horizontal del plano de la placa. Esta vez, nos limitaremos a comentar las diferencias sustanciales con respecto a la distribución anterior, por lo que conceptos como la rigidez y magnitud de las deformaciones se obviarán, por ser de igual aplicabilidad.

#### 3.2.1. FIBRAS A 0°.



**Figura 35:** Deformadas. CFRP 0°. Tresbolillo.

Las deformadas de la Figura 35 tanto a) y b), comparada con las deformadas de la Figura 7, tiene un leve giro en la deformación del taladro, girando el taladro frontal en el sentido

negativo del eje vertical y el taladro trasero en el sentido positivo del eje vertical. Esta diferencia viene dada claramente por la diferencia de distribuciones.

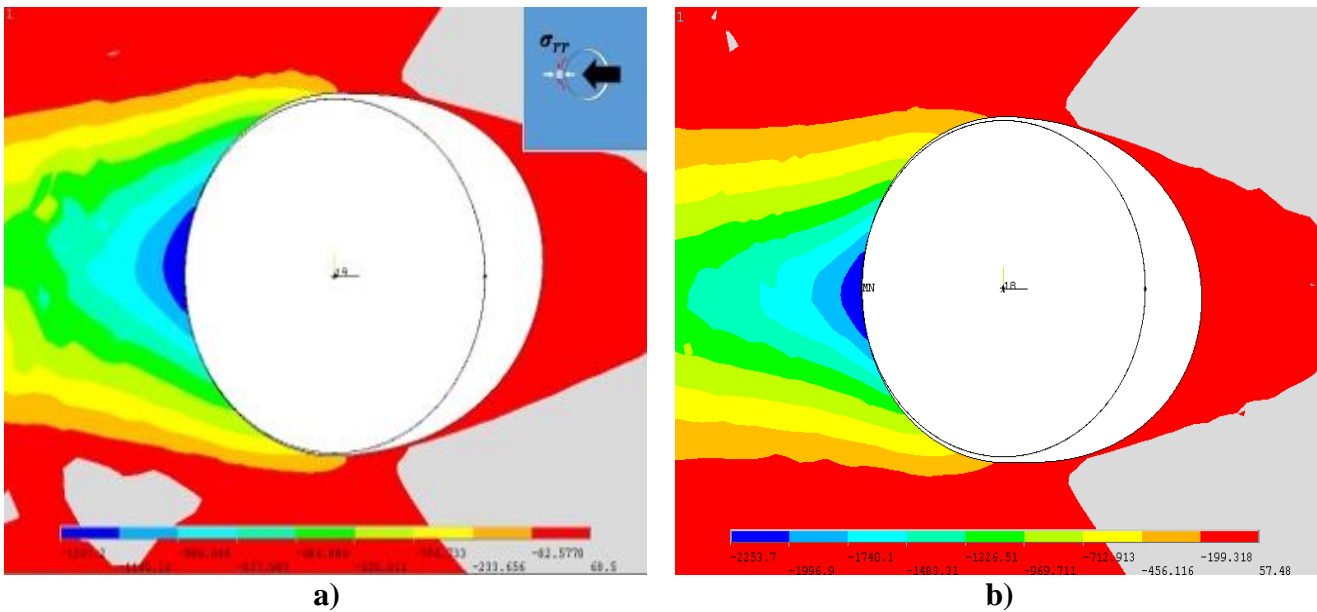
**Tabla 18:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11926.0	-201.9	11927.7	1.0	2385.5
<b>Trasero</b>	-8055.4	195.6	8057.8	-1.4	1611.6
<b>Total</b>	-19981.4	-6.3			

**Tabla 19:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11322.0	-293.2	11325.8	1.5	2265.2
<b>Trasero</b>	-8677.7	293.3	8682.7	-1.9	1736.5
<b>Total</b>	-20000.7	0.1			

Comparando las tablas 18 y 19 con las tablas 2 y 3 (CFRP 0° Dist. Lineal), se ve cómo la fuerza sobre el remache tiene una dirección ligeramente inclinada con respecto a la horizontal.



**Figura 36:** Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.

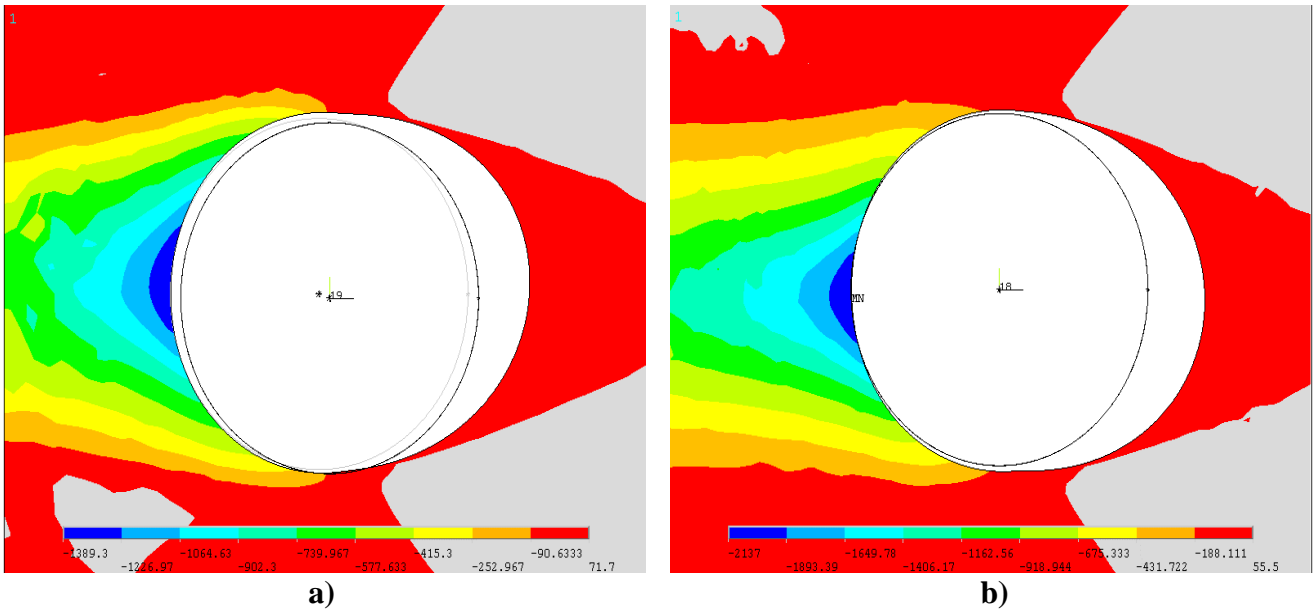


Figura 37: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.

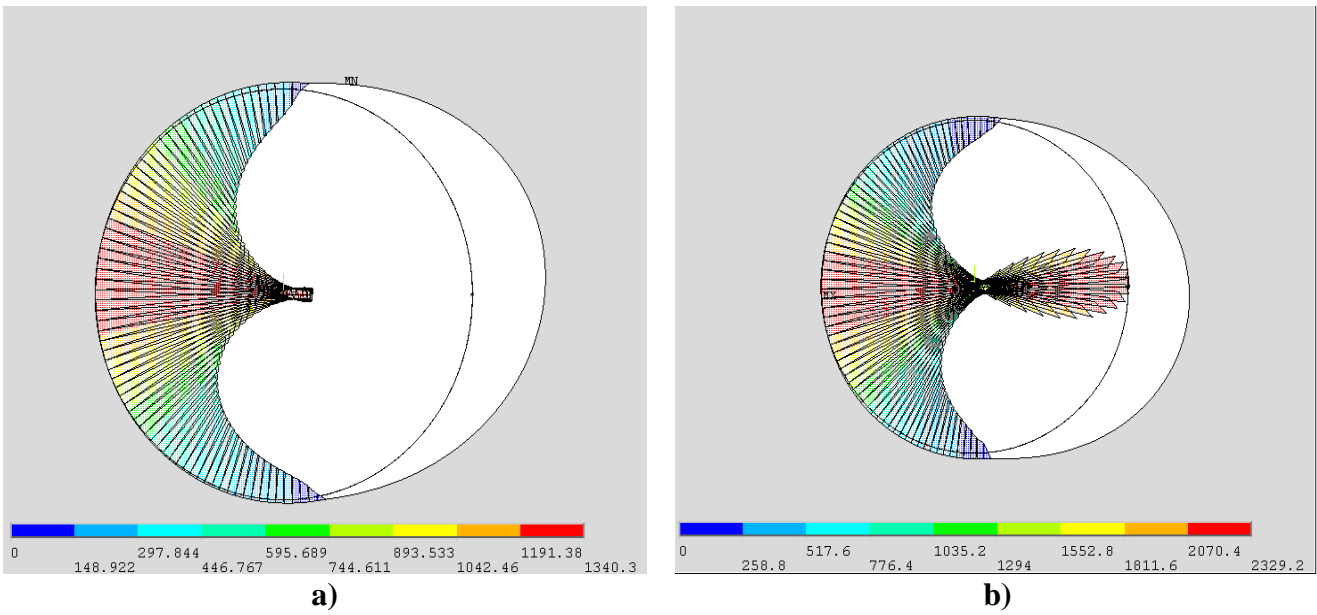


Figura 38: Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.

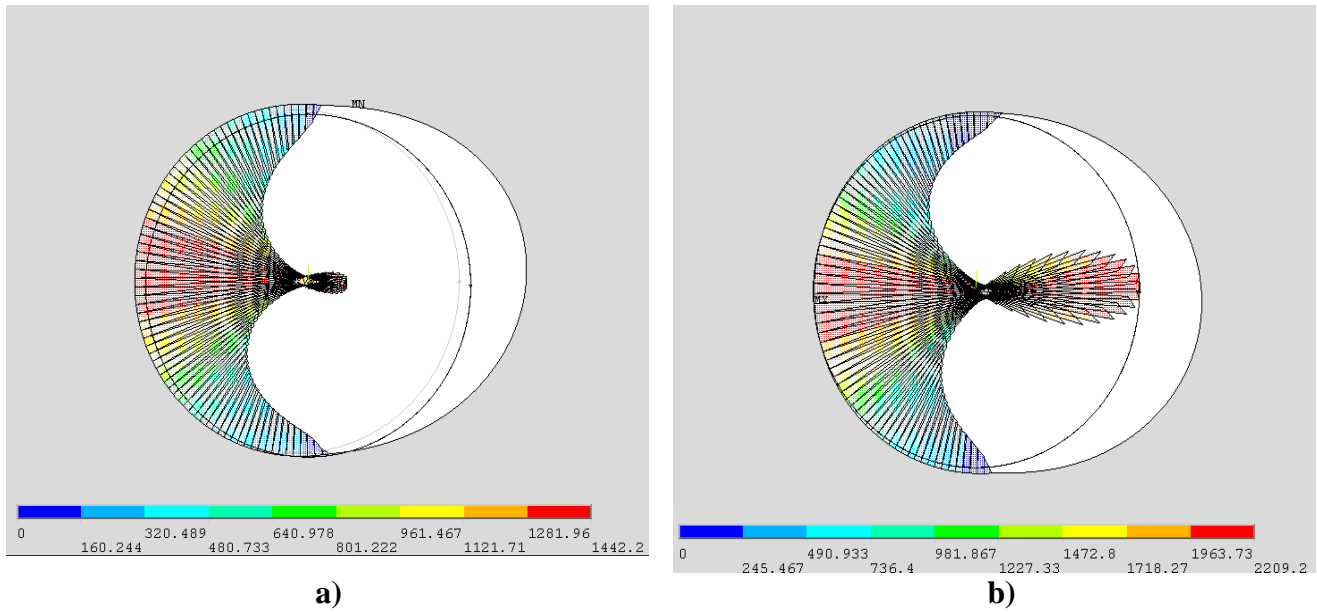


Figura 39: Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.

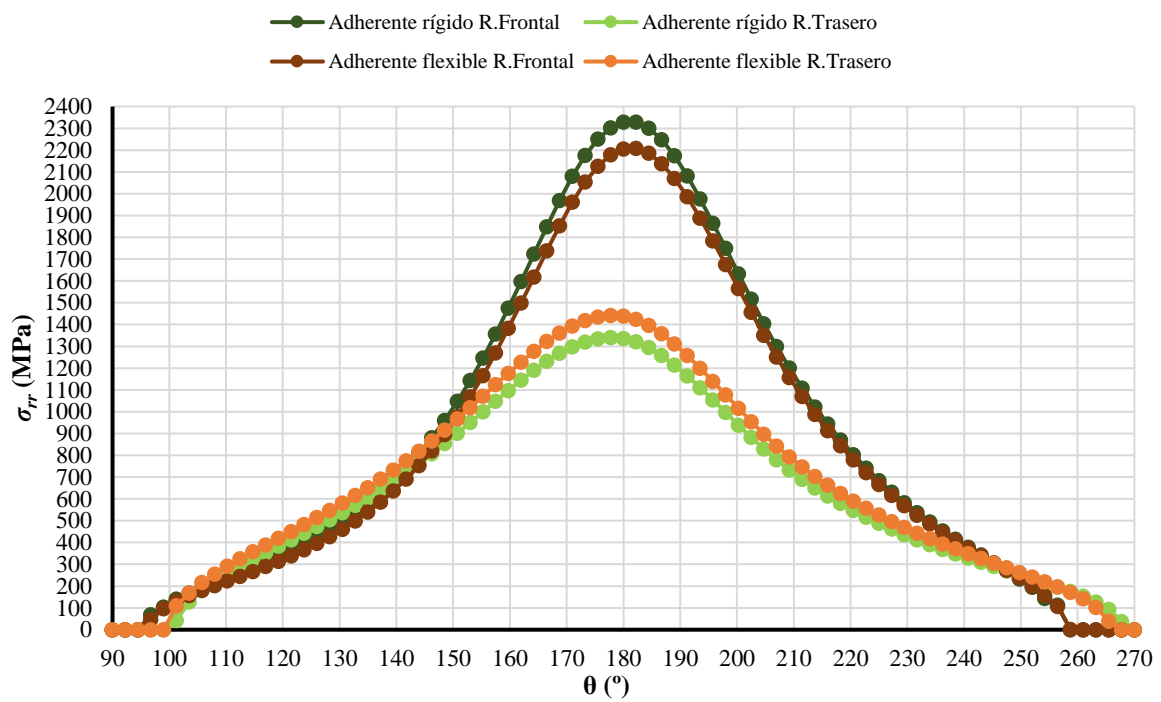
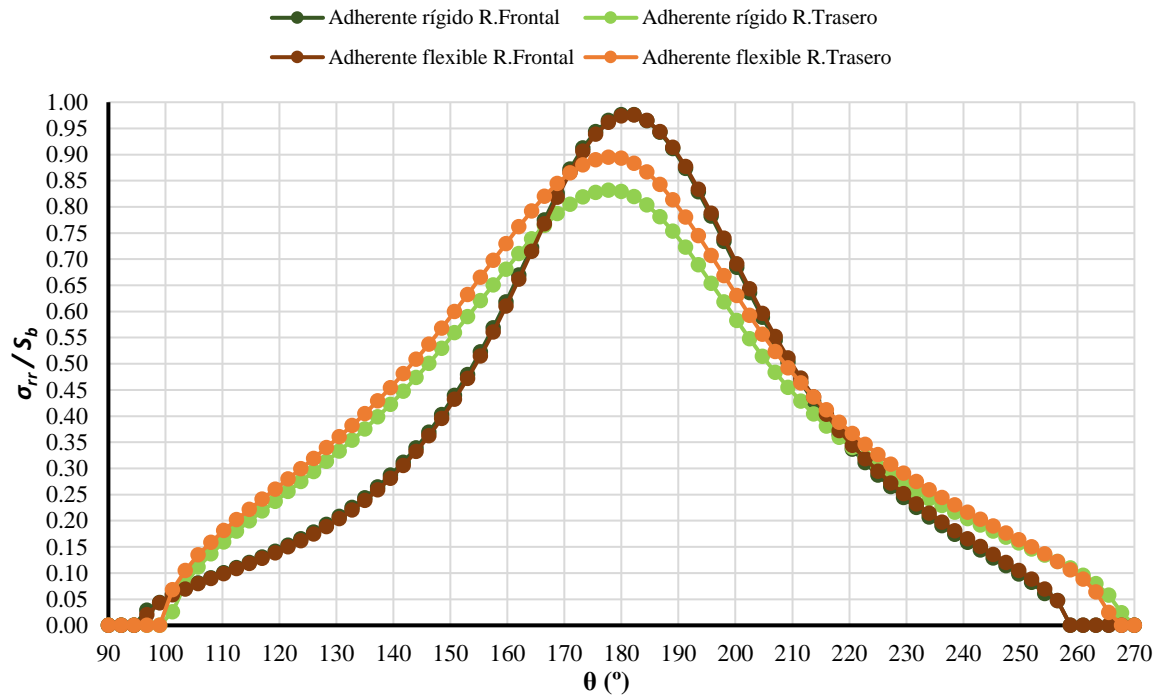
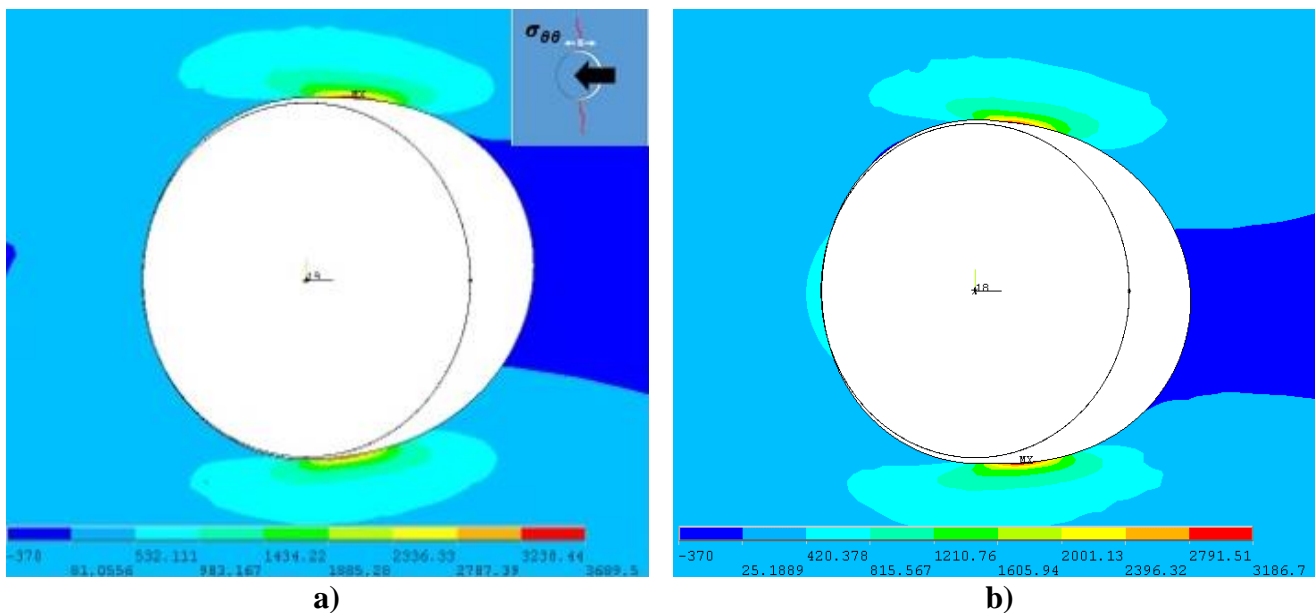


Gráfico 17: Tensiones radiales. CFRP 0°. Tresbolillo.



**Gráfico 18:** Tensiones radiales normalizadas. CFRP 0°. Tresbolillo.

Comparando el Gráfico 18 con el Gráfico 2, se puede ver que existe una traslación de la curva de tensiones radiales para el remache trasero con respecto a los esperables 180° del máximo, encontrándose este en 177.8°. Lo más llamativo es el desplazamiento de los brazos a ambos lados del máximo, viéndose claramente cómo las tensiones radiales normalizadas son mayores en el remache trasero desde los 100° hasta los 170° aproximadamente.



**Figura 40:** Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 0°. Tresbolillo.

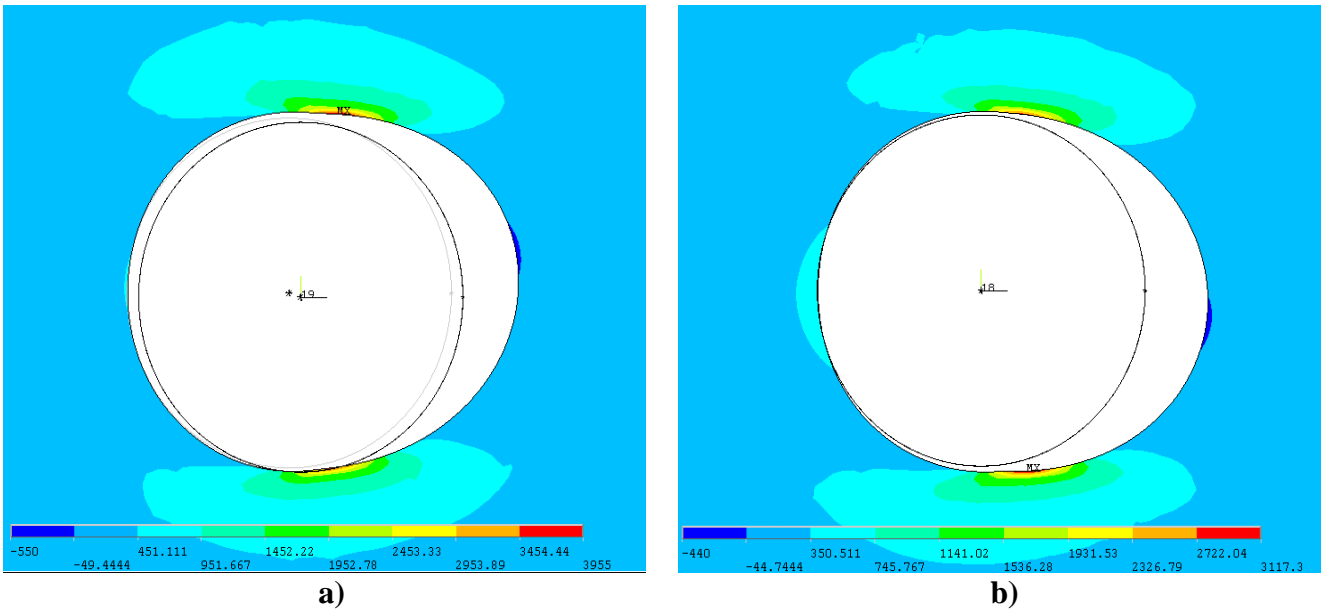


Figura 41: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.

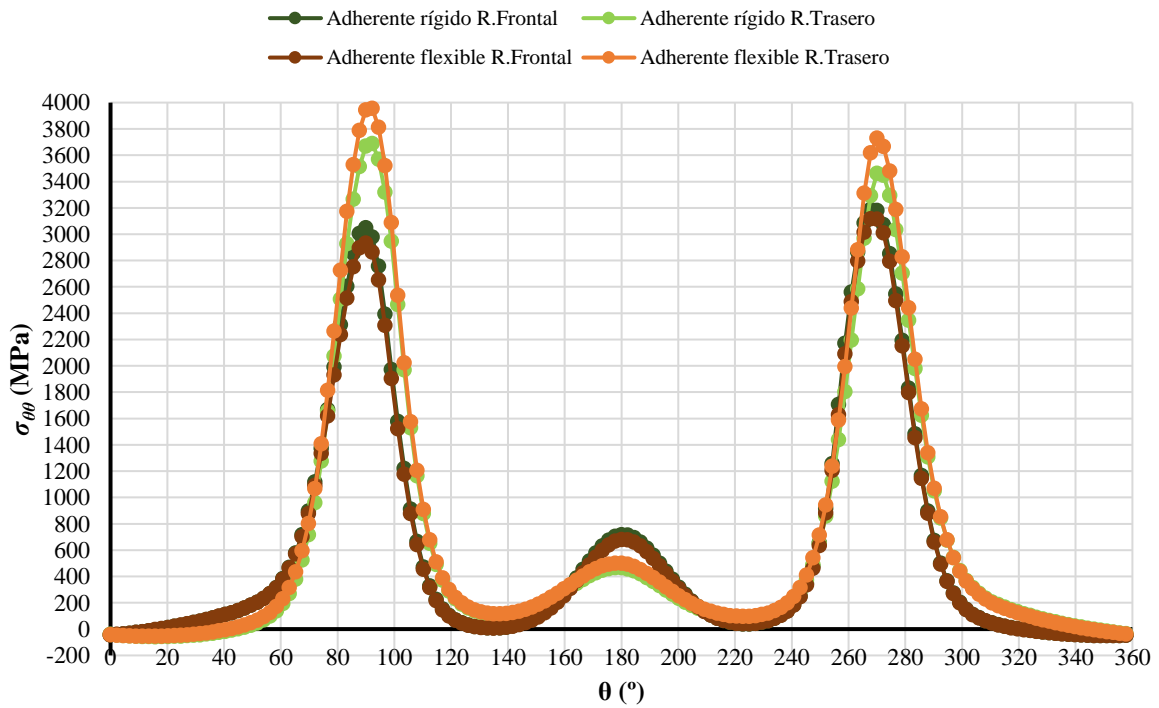
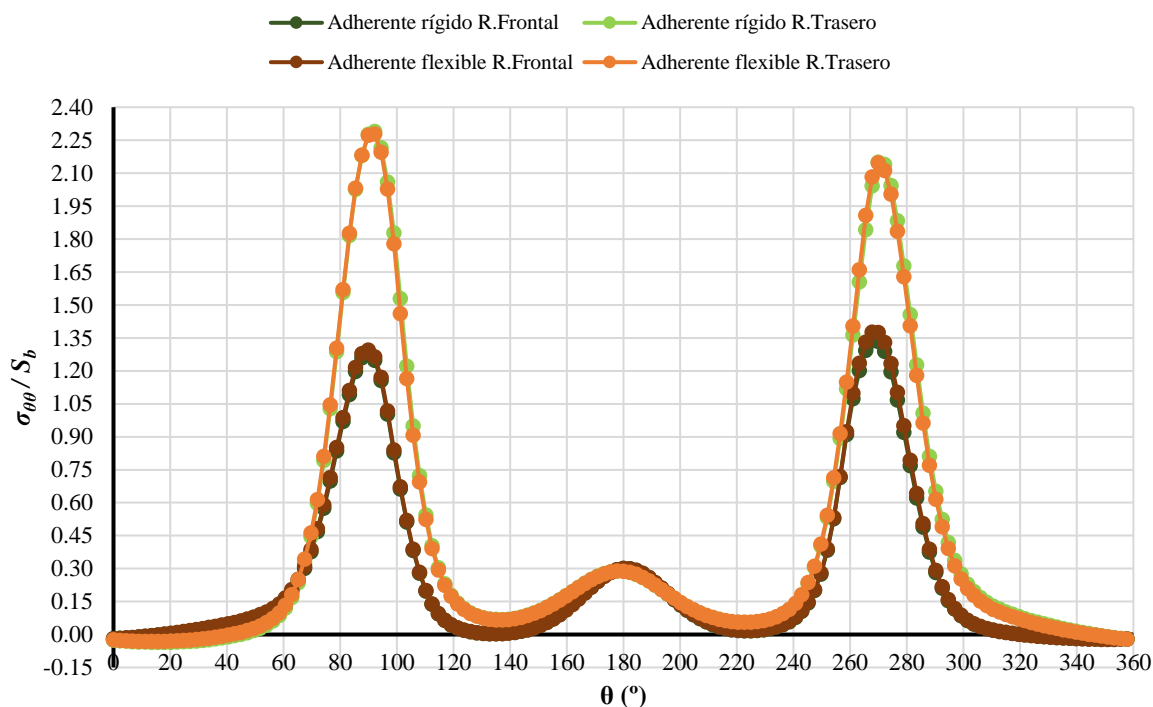


Gráfico 19: Tensiones circunferenciales. CFRP 0°. Tresbolillo.





**Gráfico 20:** Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 0°. Tresbolillo.

Comparando el gráfico 4 (tensiones  $\sigma_{\theta\theta}$  normalizadas para CFRP 0° en la distribución lineal) y el gráfico 20, se tiene una mayor diferencia entre los valores de las tensiones para el remache frontal y el remache trasero, siendo para este último mucho mayores que para el primero. Además, para la distribución en tresbolillo se tiene que los remaches sufren mayor esfuerzo circunferencial que en la distribución lineal para la orientación de 0°.

**Tabla 20:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Tresbolillo.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	0.976	182.3	0.975	182.3
<b>R. Trasero</b>	0.832	177.8	0.895	177.8

**Tabla 21:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 0°. Tresbolillo.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.336	267.8	1.376	267.8
<b>R. Trasero</b>	2.289	92.3	2.278	92.3

### 3.2.2. FIBRAS A 30°.

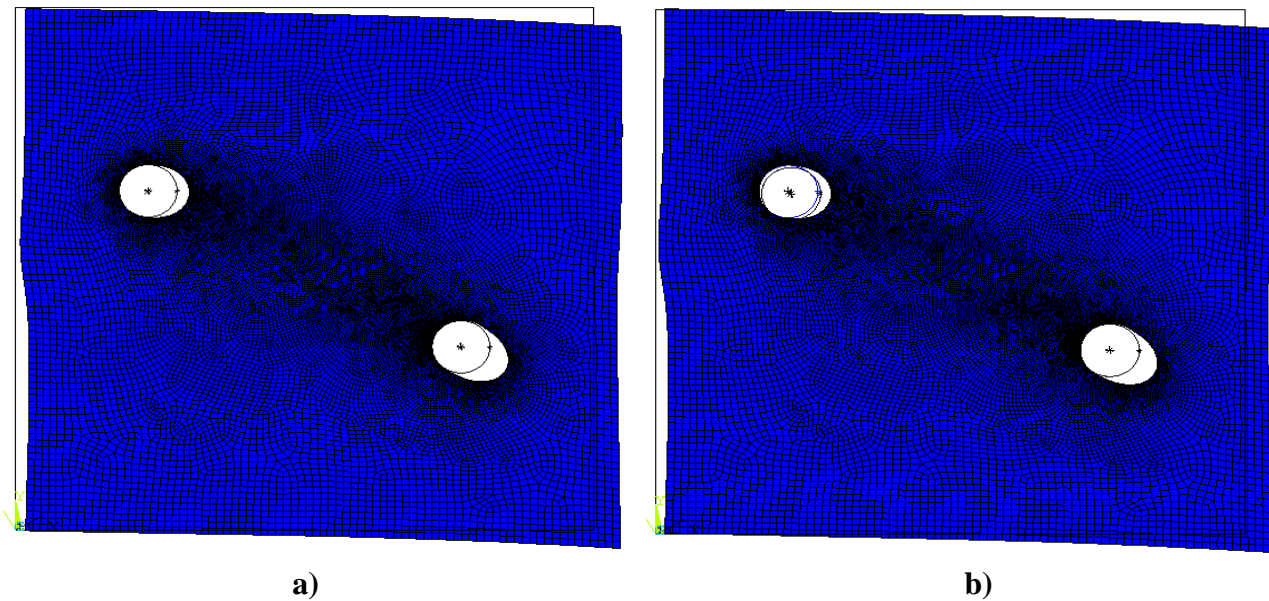


Figura 42: Deformadas. CFRP 30°. Tresbolillo.

En las deformadas de la figura 42 se observa el efecto de tener las fibras a 30°, comentado en el subapartado correspondiente en la distribución lineal y el leve giro de más que se da en esta distribución.

Tabla 22: Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12325.0	1156.3	12379.1	-5.4	2475.8
<b>Trasero</b>	-7683.2	-1202.7	7776.7	8.9	1555.4
<b>Total</b>	-20008.2	-46.4			

Tabla 23: Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 0°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-11761.0	973.1	11801.2	-4.7	2360.2
<b>Trasero</b>	-8239.3	-978.7	8297.2	6.8	1659.4
<b>Total</b>					

Se observa en comparación con el caso lineal a 30°, que la fuerza de reacción tiene menor inclinación con respecto dirección horizontal.

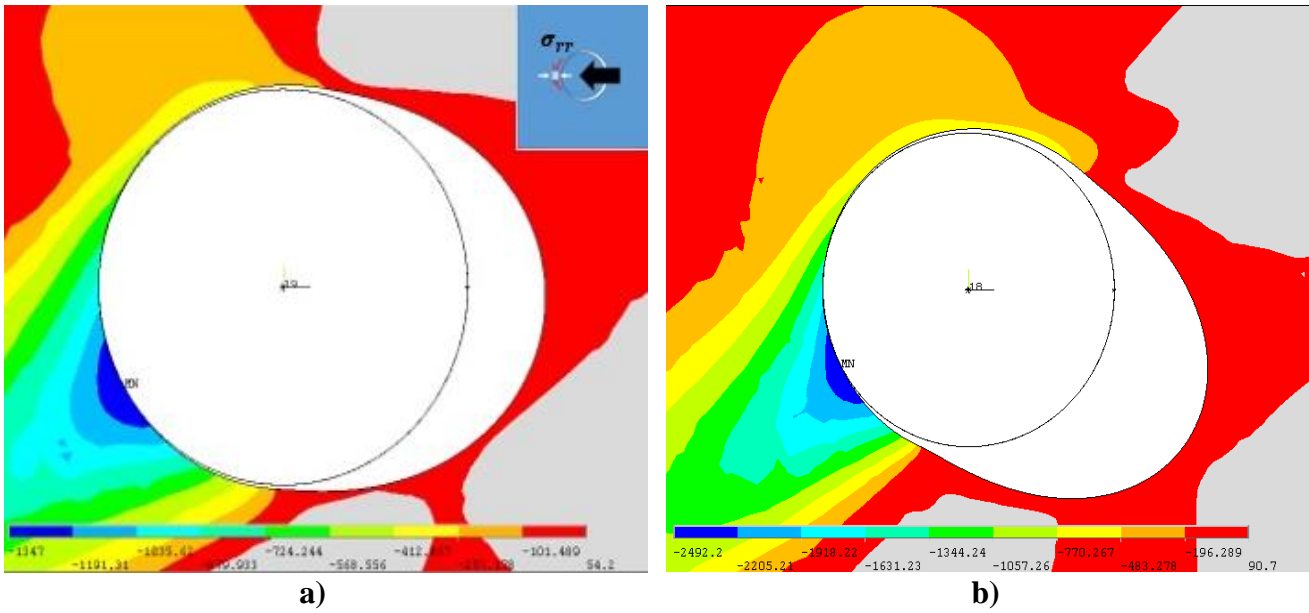


Figura 43: Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.

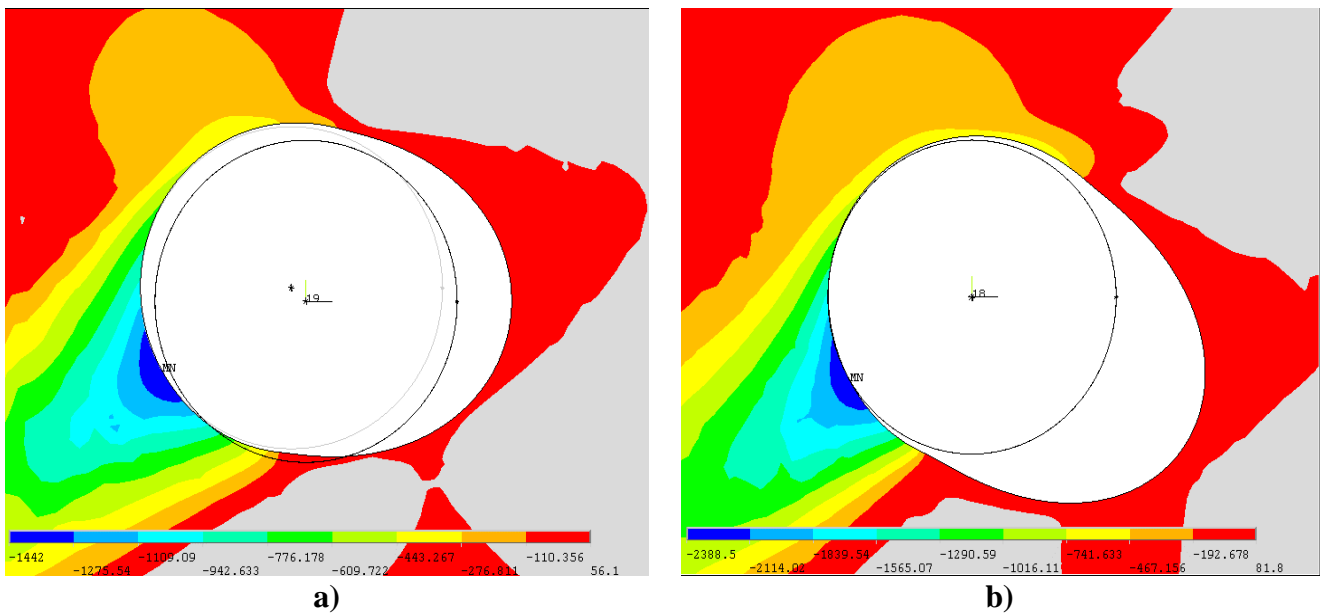


Figura 44: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 30°. Tresbolillo.

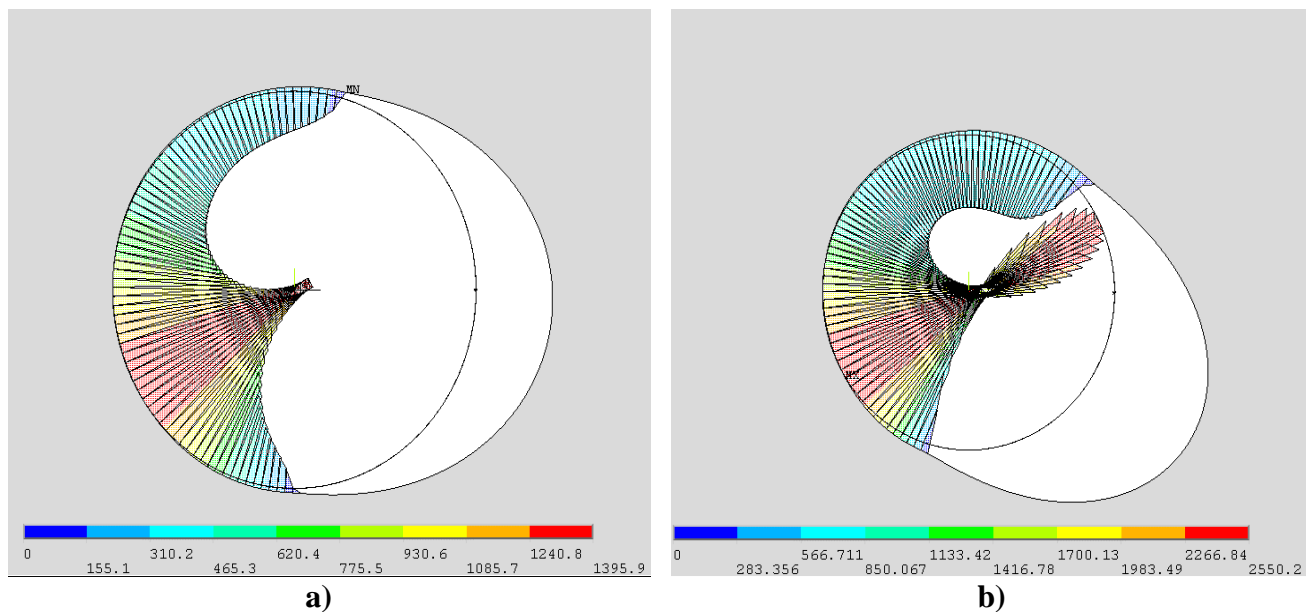


Figura 45: Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 30°. Tresbolillo.

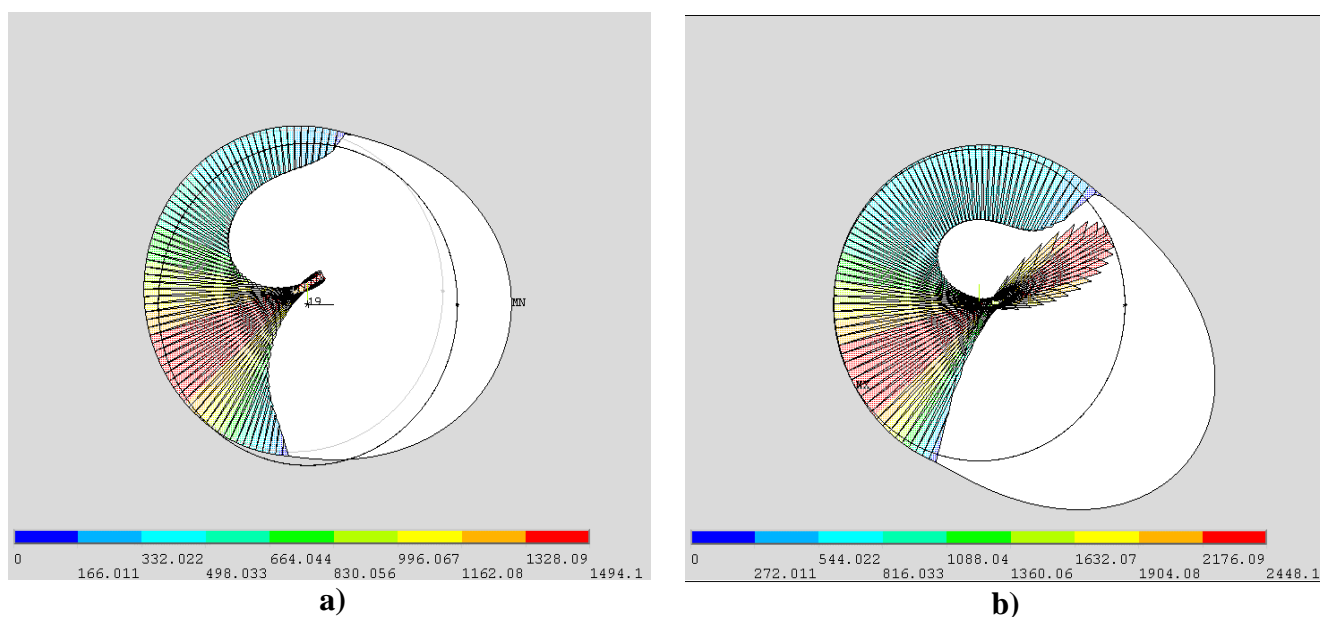


Figura 46: Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 30°. Tresbolillo.

A simple vista, en las figuras 45 y 46, no se ve demasiada diferencia con respecto a las presiones de contacto ( $\sigma_{rr} < 0$ ) de la distribución lineal para la orientación de 30° (Figuras 17 y 18).

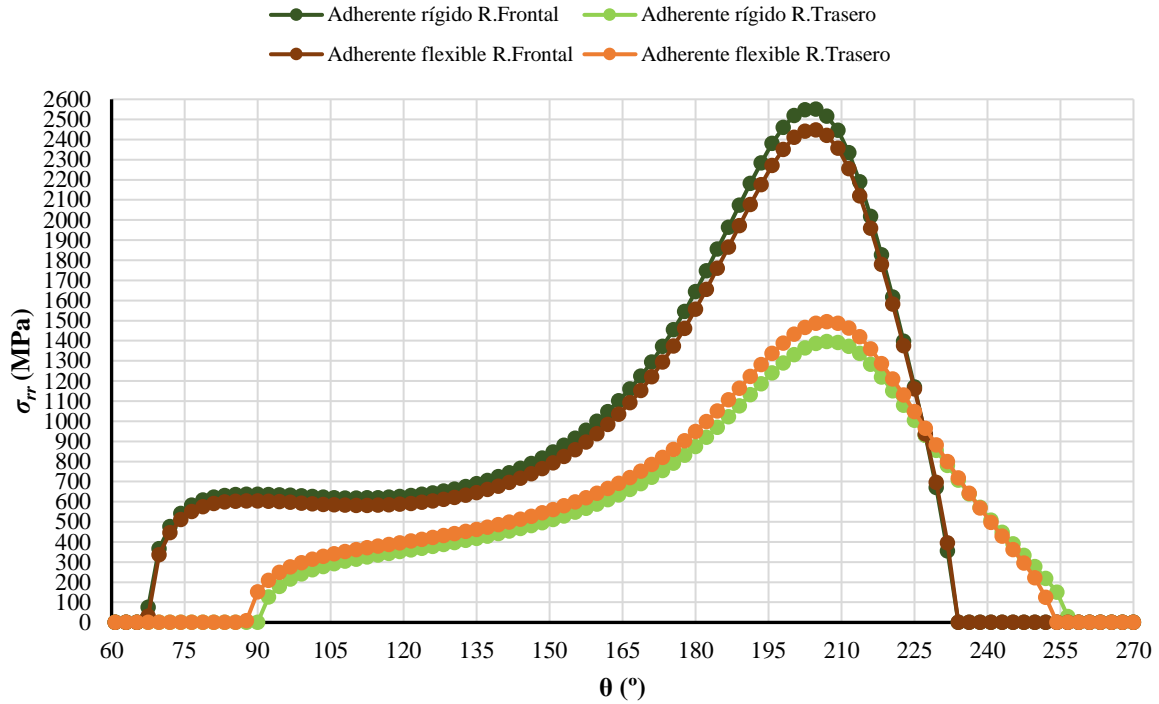


Gráfico 21: Tensiones radiales. CFRP 30°. Tresbolillo.

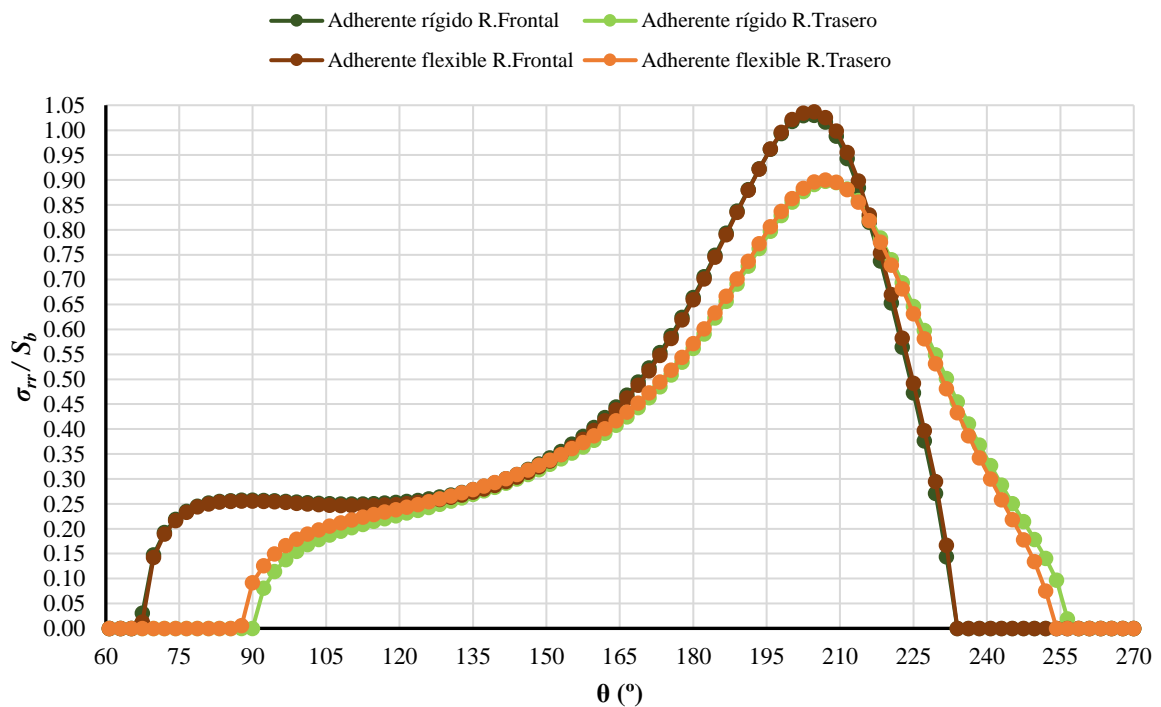


Gráfico 22: Tensiones radiales normalizadas. CFRP 30°. Tresbolillo.

En los gráficos 21 y 22 podemos ver que existe una traslación con respecto a la distribución lineal y orientación 30° (Gráficos 5 y 6) en el ángulo a partir del que existe el contacto, siendo

una traslación hacia la izquierda en el eje de abscisas de unos  $10^\circ$ . Así mismo, las tensiones normalizadas son exactamente iguales para el remache frontal y el trasero.

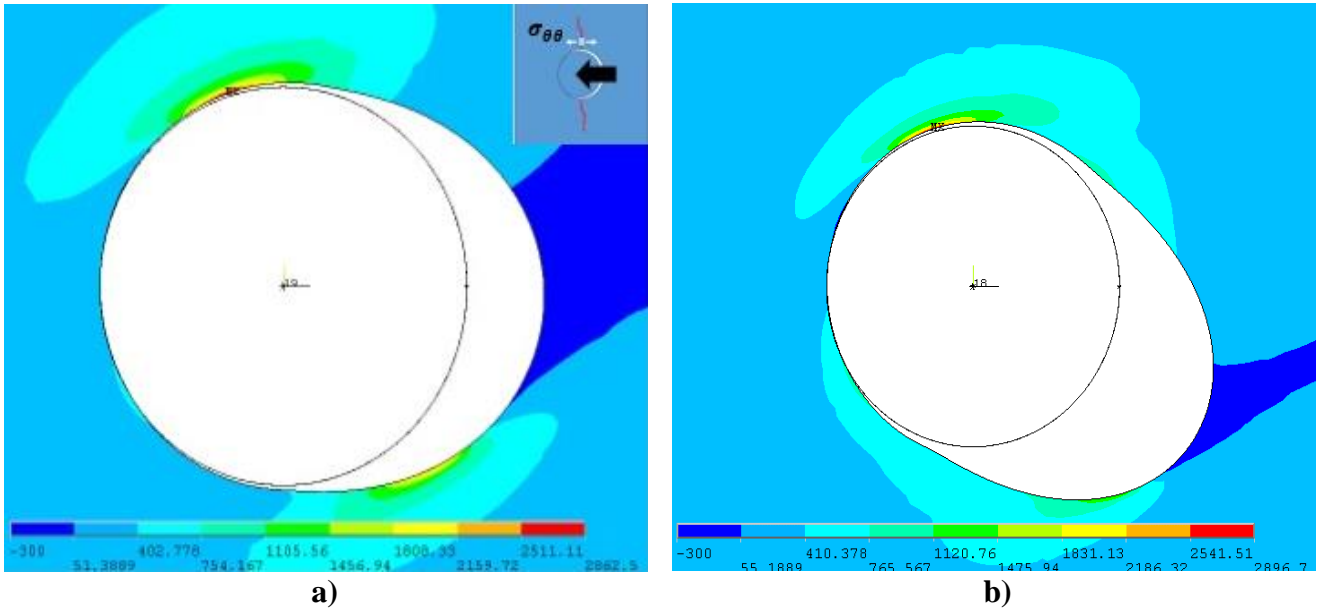


Figura 47: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP  $30^\circ$ . Tresbolillo.

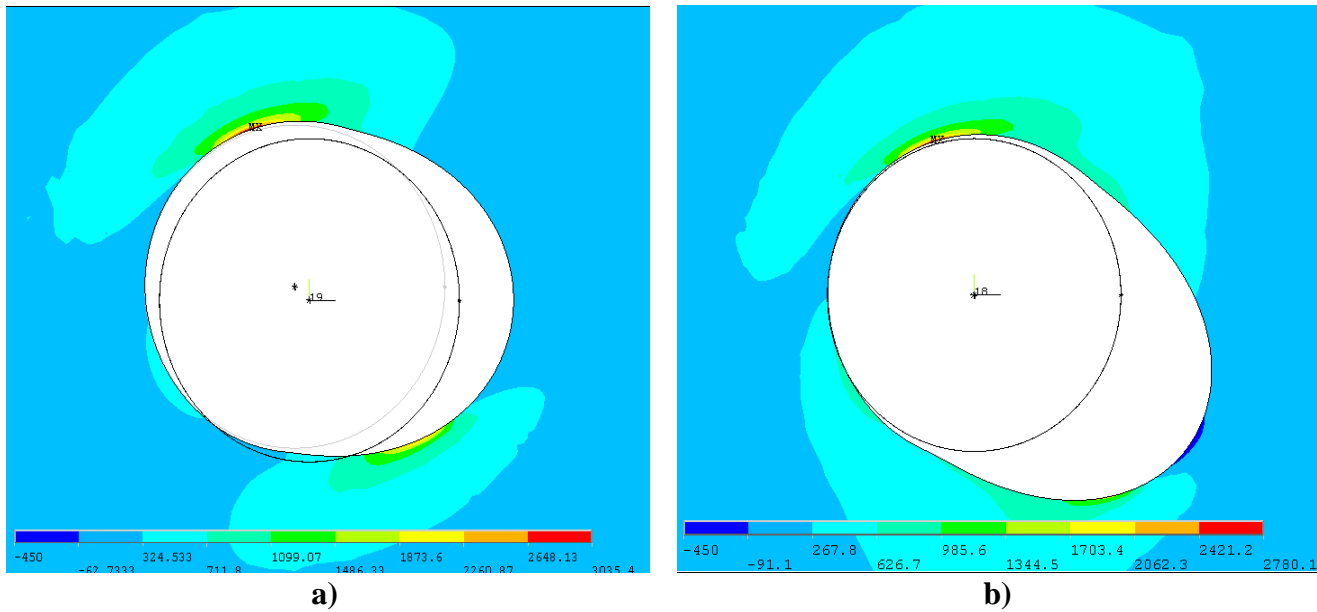


Figura 48: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP  $30^\circ$ . Tresbolillo.

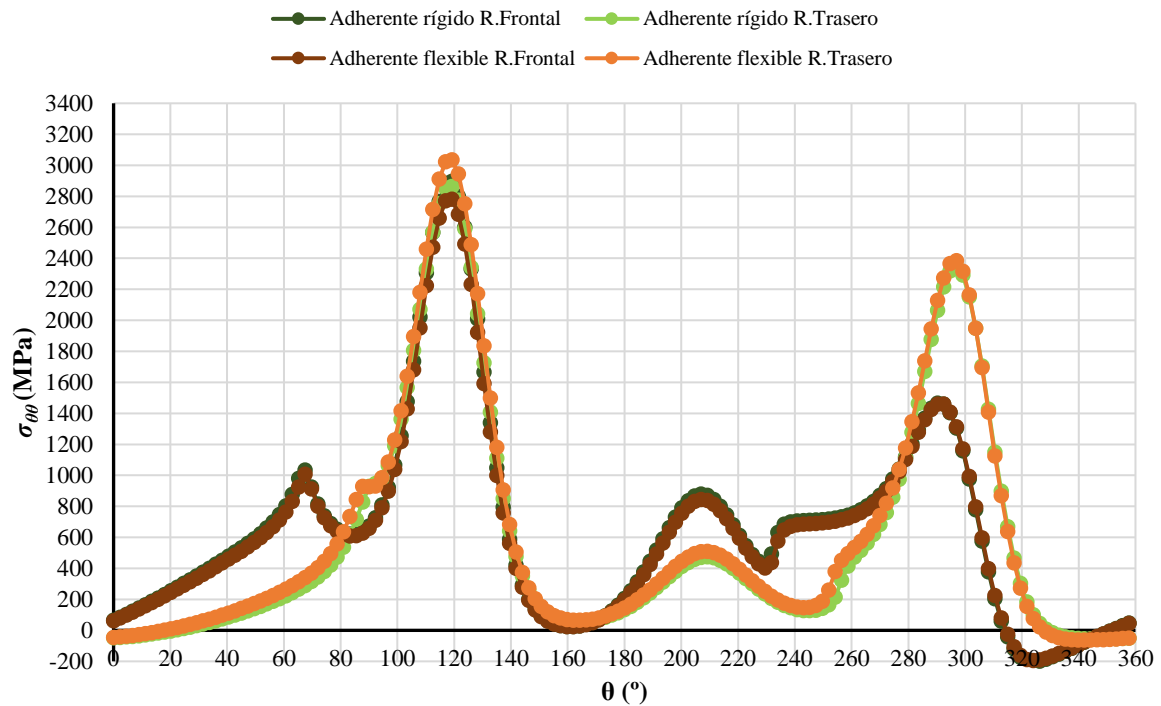


Gráfico 24: Tensiones circunferenciales. CFRP 30°. Tresbolillo.

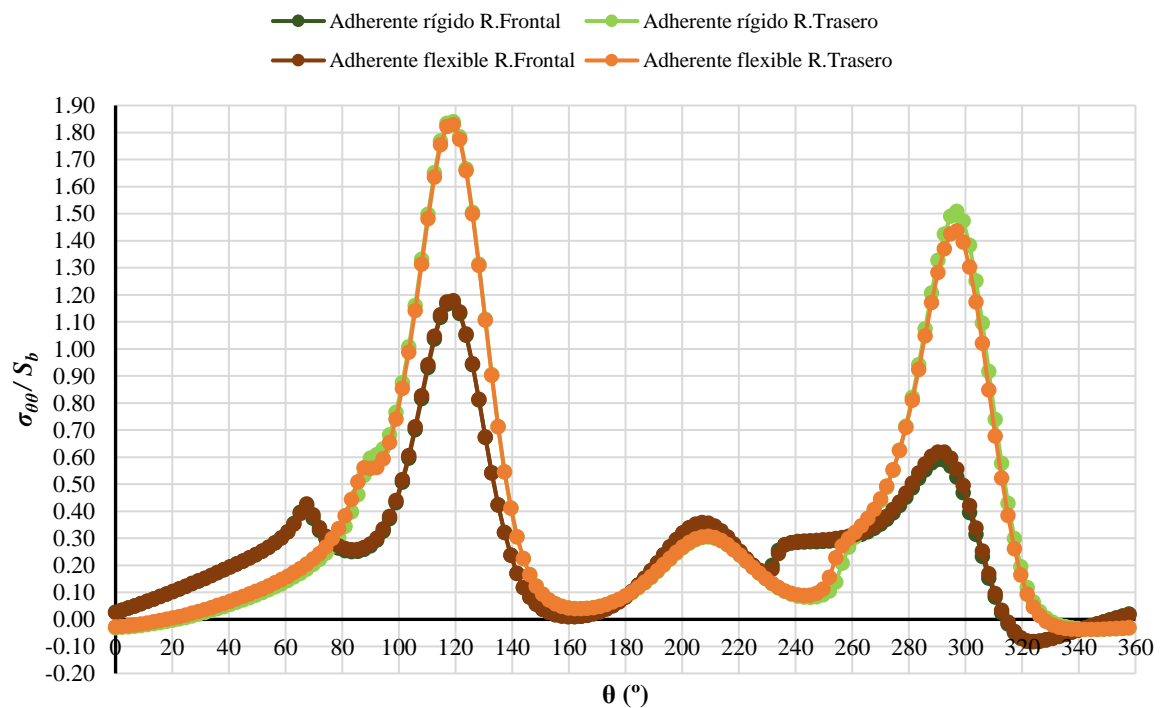


Gráfico 23: Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 30°. Tresbolillo.

Viendo los gráficos 23 y 24 y comparándolos con los gráficos 7 y 8 (distribución lineal 30°), podemos ver que las curvas son iguales. Los motivos serán discutidos en el apartado 4.



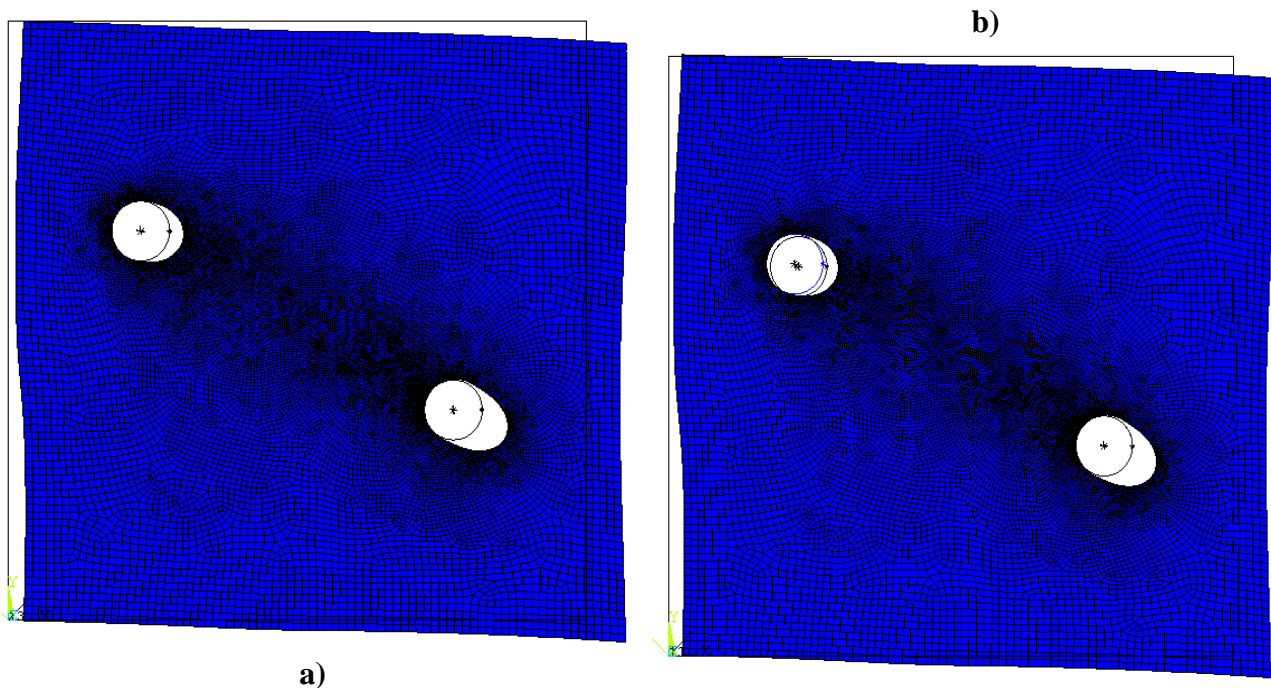
**Tabla 24:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Tresbolillo

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.030	204.8	1.037	204.8
<b>R. Trasero</b>	0.897	207.0	0.900	207.0

**Tabla 25:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 30°. Tresbolillo.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.170	119.3	1.178	119.3
<b>R. Trasero</b>	1.840	119.3	1.829	119.3

### 3.2.3. FIBRAS A 45°.



**Figura 49:** Deformadas. CFRP 45°. Tresbolillo.

En las deformadas de la figura 49 podemos ver, dentro de la distribución en tresbolillo, lo mismo que se vió al aumentar el ángulo de orientación de las fibras para la distribución en línea.

**Tabla 26:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12900.0	1131.7	12949.5	-5.0	2589.9
<b>Trasero</b>	-7106.5	-1122.3	7194.6	9.0	1438.9
<b>Total</b>	-20006.5	9.4			



Tabla 27: Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12120.0	966.2	12158.4	-4.6	2431.7
<b>Trasero</b>	-7885.7	-984.8	7946.9	7.1	1589.4
<b>Total</b>	-20005.7	-18.6			

Comparando las tablas 26 y 27 con las tablas 10 y 11 (CFRP 45° Distribución lineal), como diferencia principal, en el caso flexible, la dirección de la fuerza sobre los remaches está mucho menos inclinada con respecto a la horizontal para la distribución en tresbolillo.

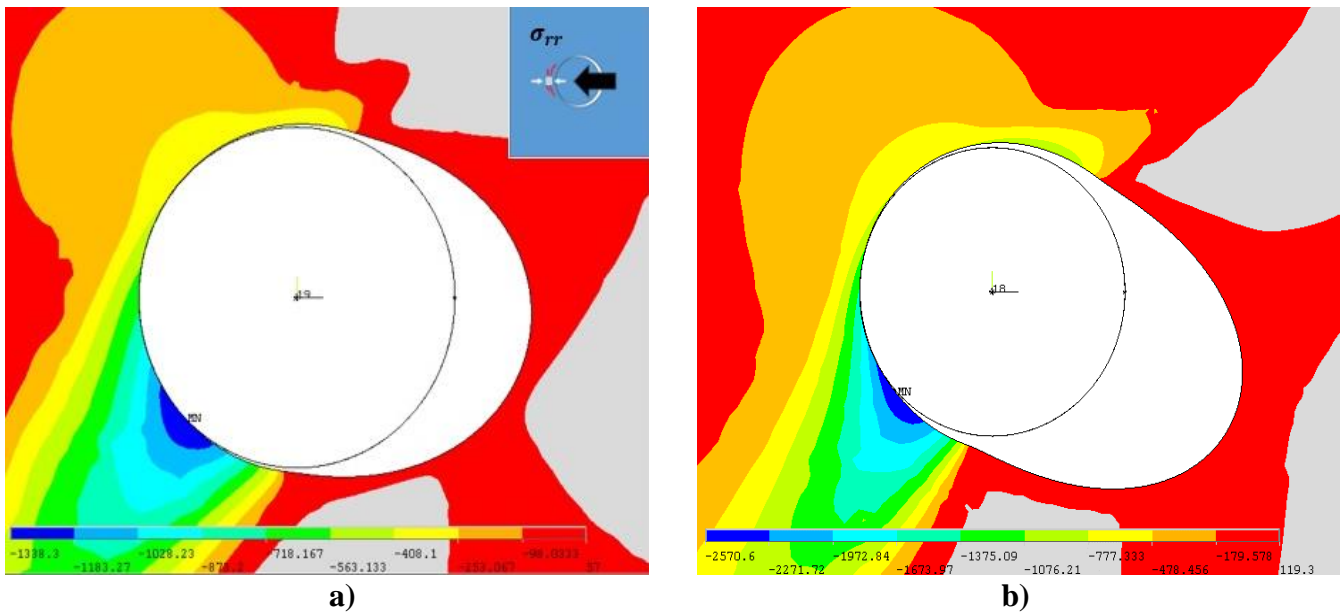


Figura 50: Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.

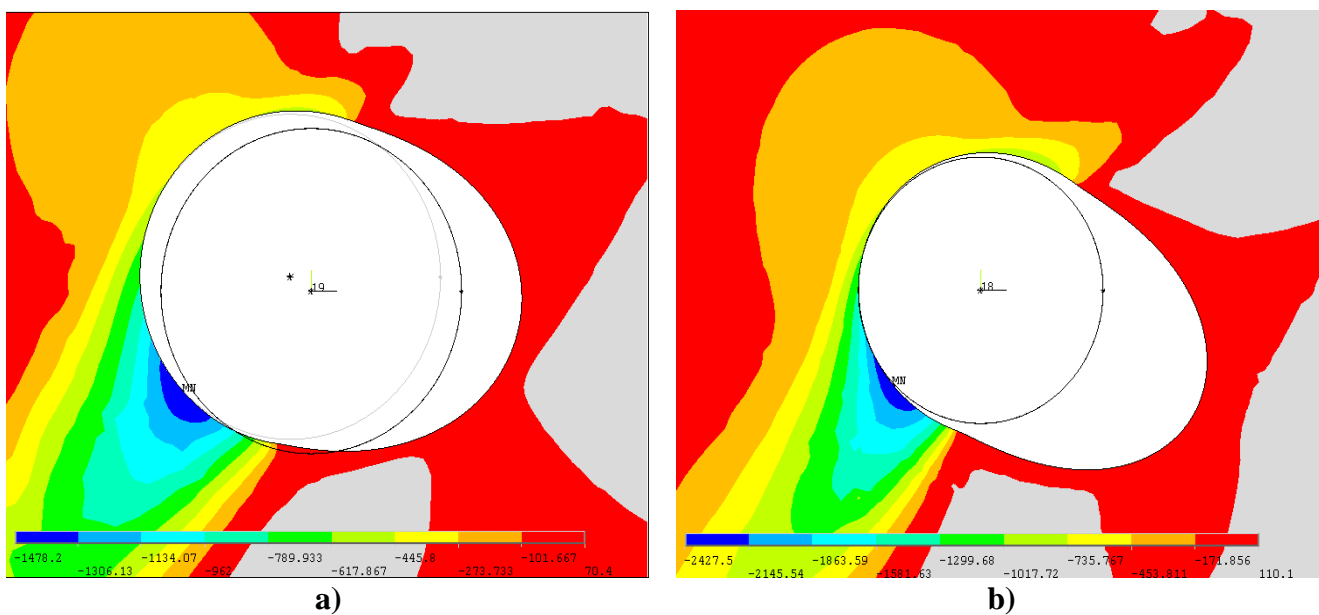


Figura 51: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo.

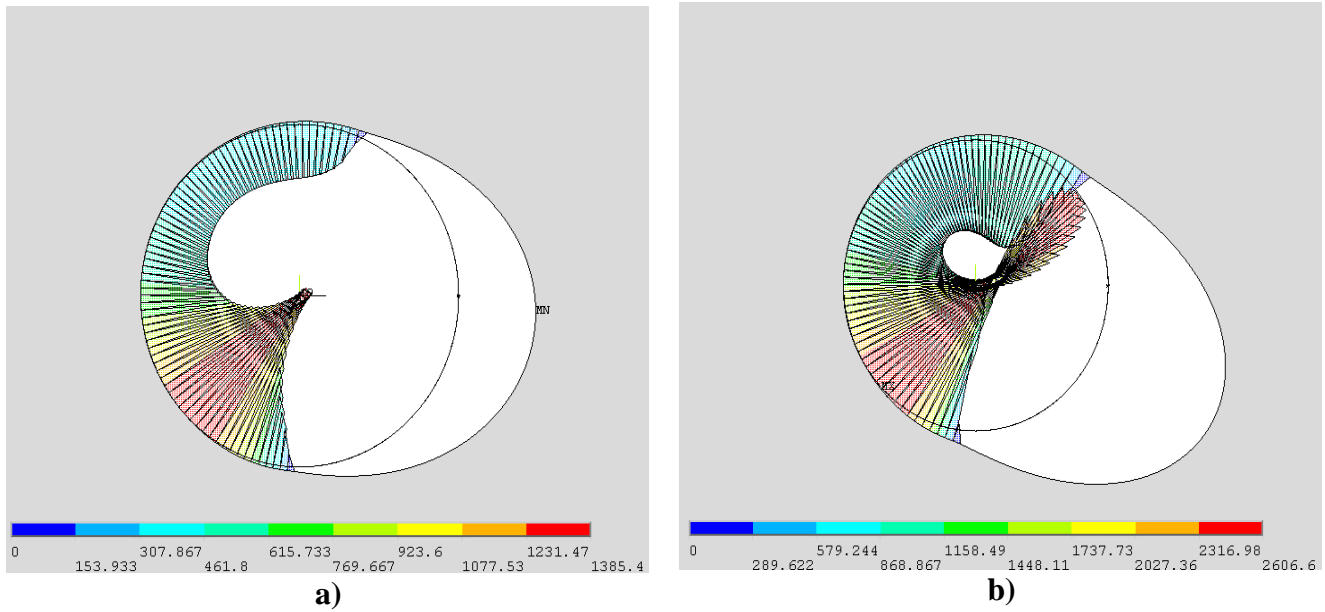


Figura 52: Presiones de contacto para el caso de adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo

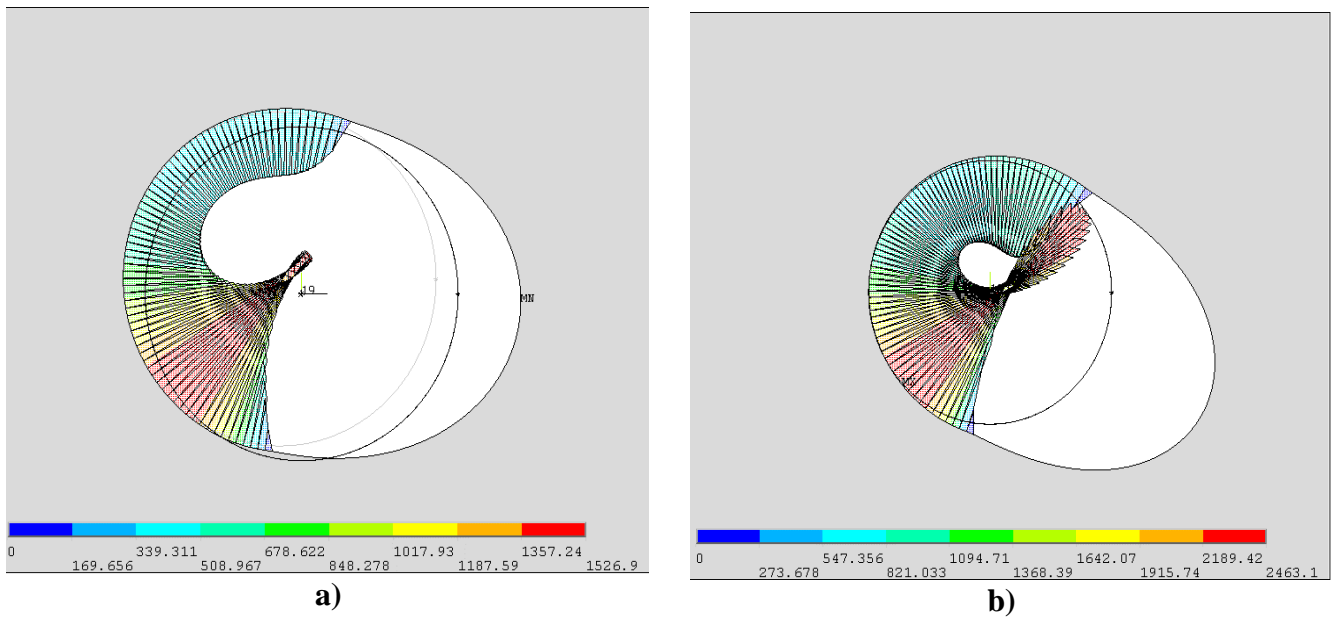
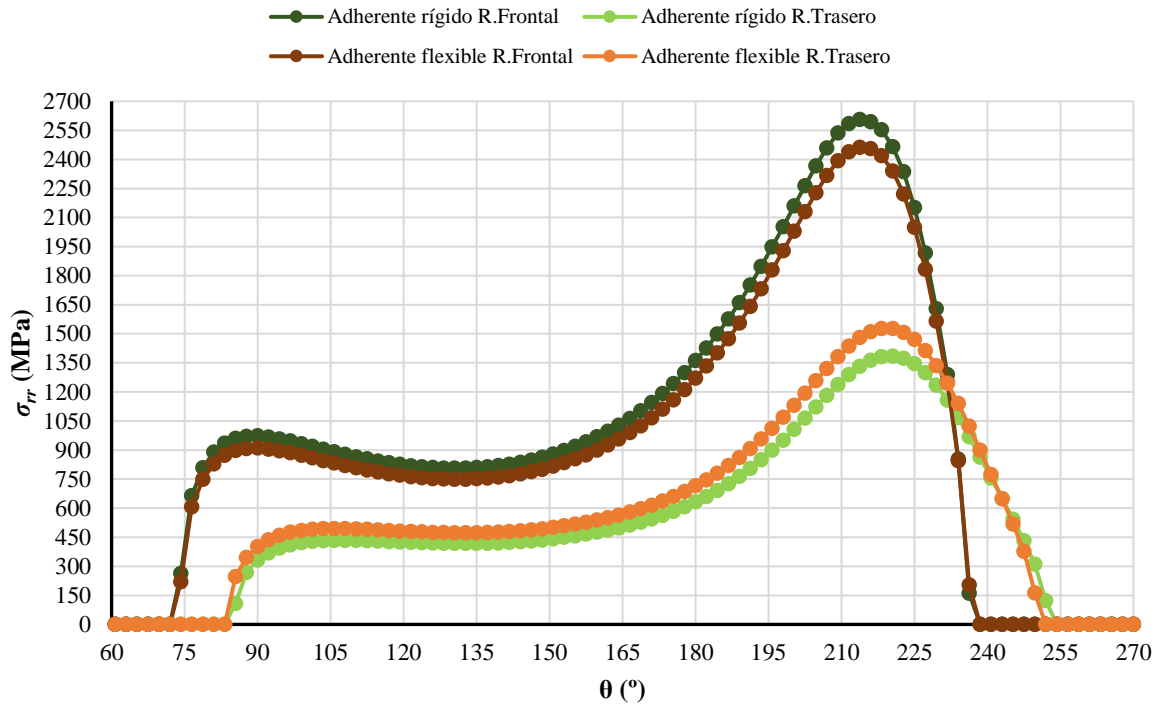
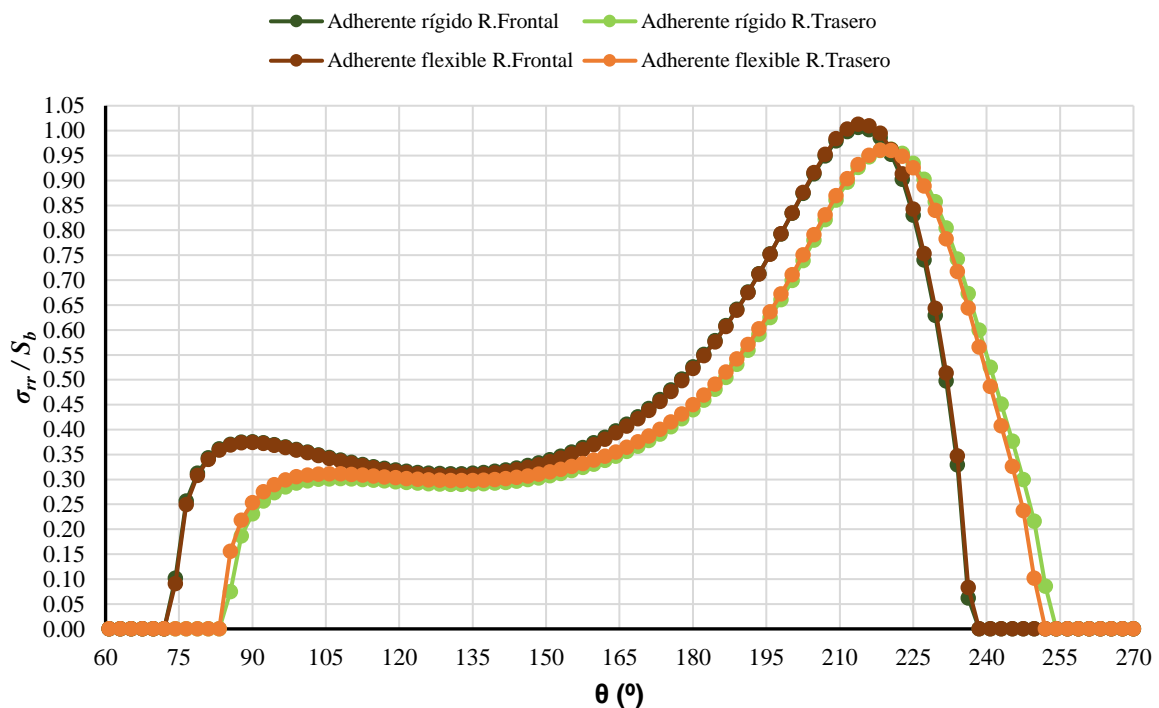


Figura 53: Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo

En las figuras 52 y 53, en comparación con las figuras 24 y 25 de la misma orientación de fibras para distribución lineal, se ve que los glóbulos de presión máxima (rojo), son menores en tresbolillo.



**Gráfico 25:** Tensiones radiales. CFRP 45°. Tresbolillo.



**Gráfico 26:** Tensiones radiales normalizadas. CFRP 45°. Tresbolillo.

Las tensiones radiales, para la distribución en tresbolillo son más parejas entre los casos de adherente rígido y flexible para ambos remaches en comparación con las tensiones radiales para la misma orientación y distribución lineal (gráficos 9 y 10).

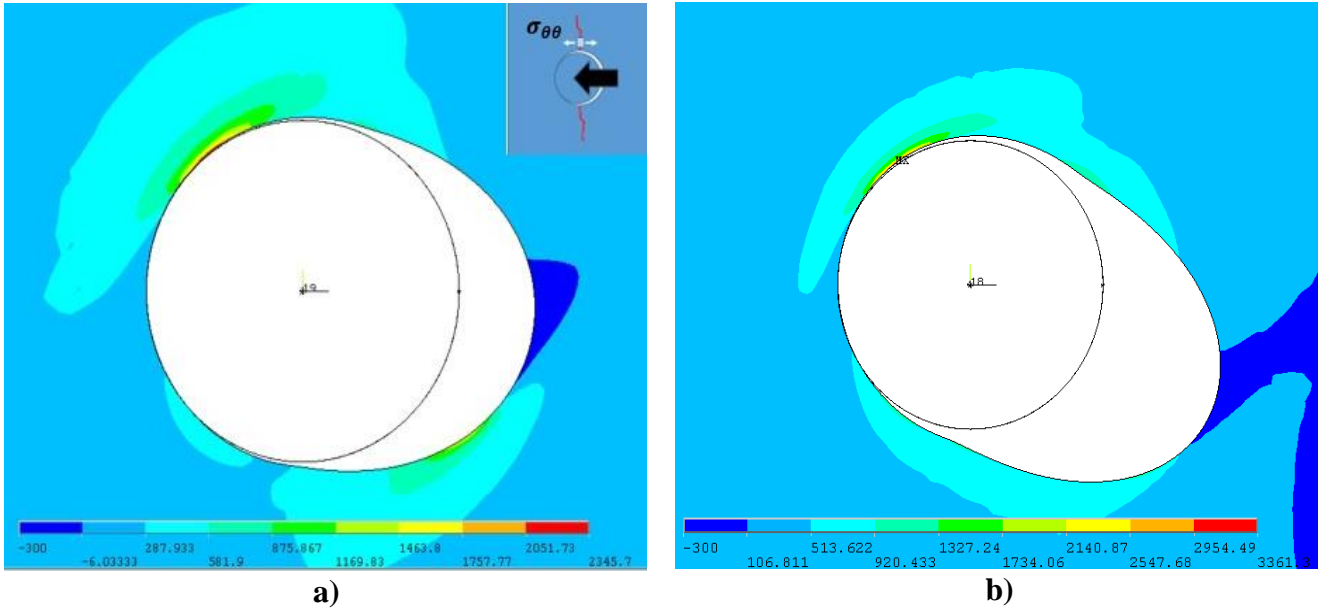


Figura 54: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 45°. Tresbolillo.

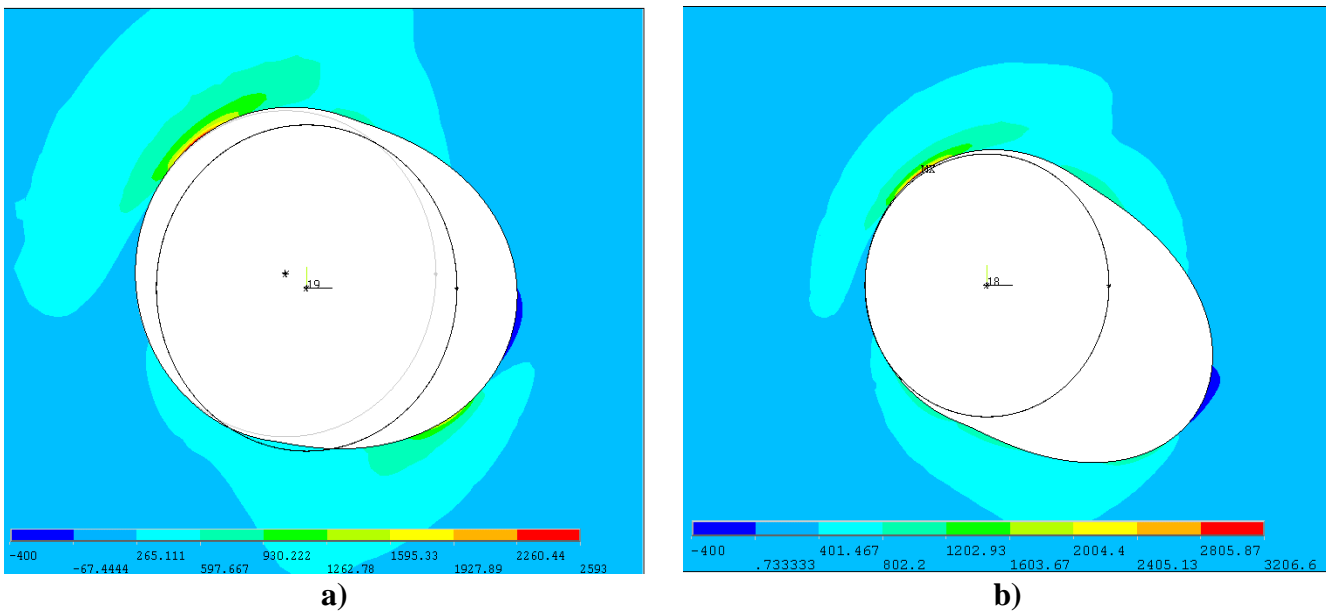


Figura 55: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 45°. Tresbolillo.

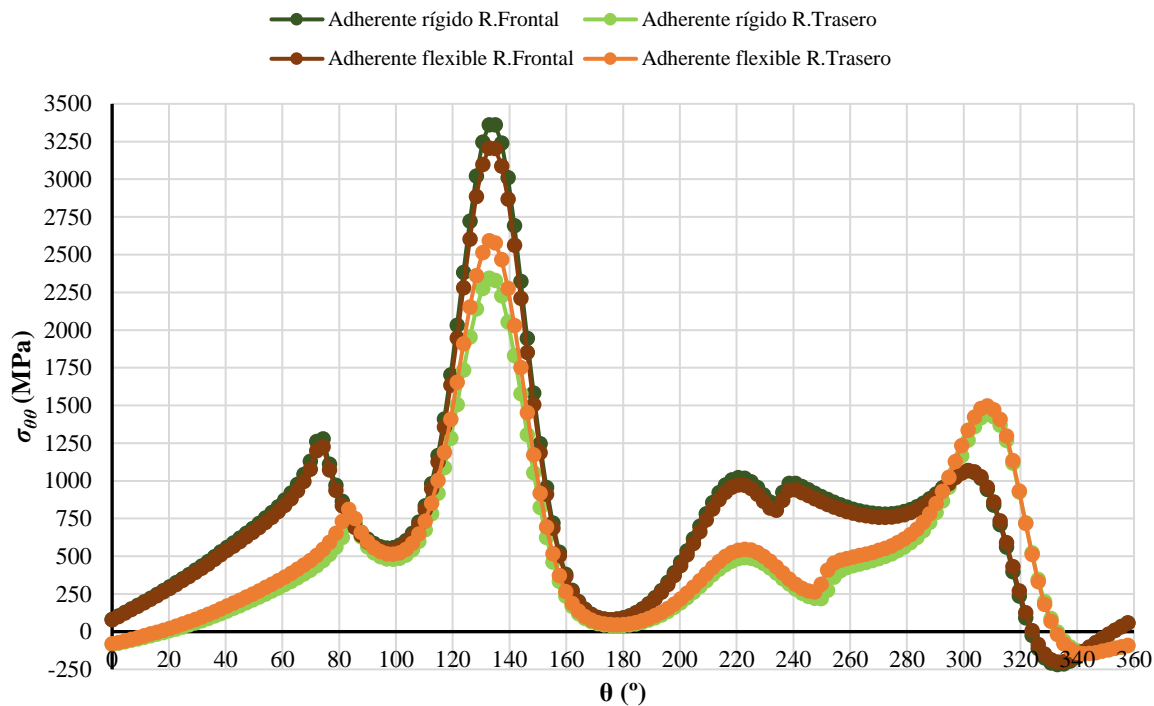


Gráfico 28: Tensiones circunferenciales. CFRP 45°. Tresbolillo.

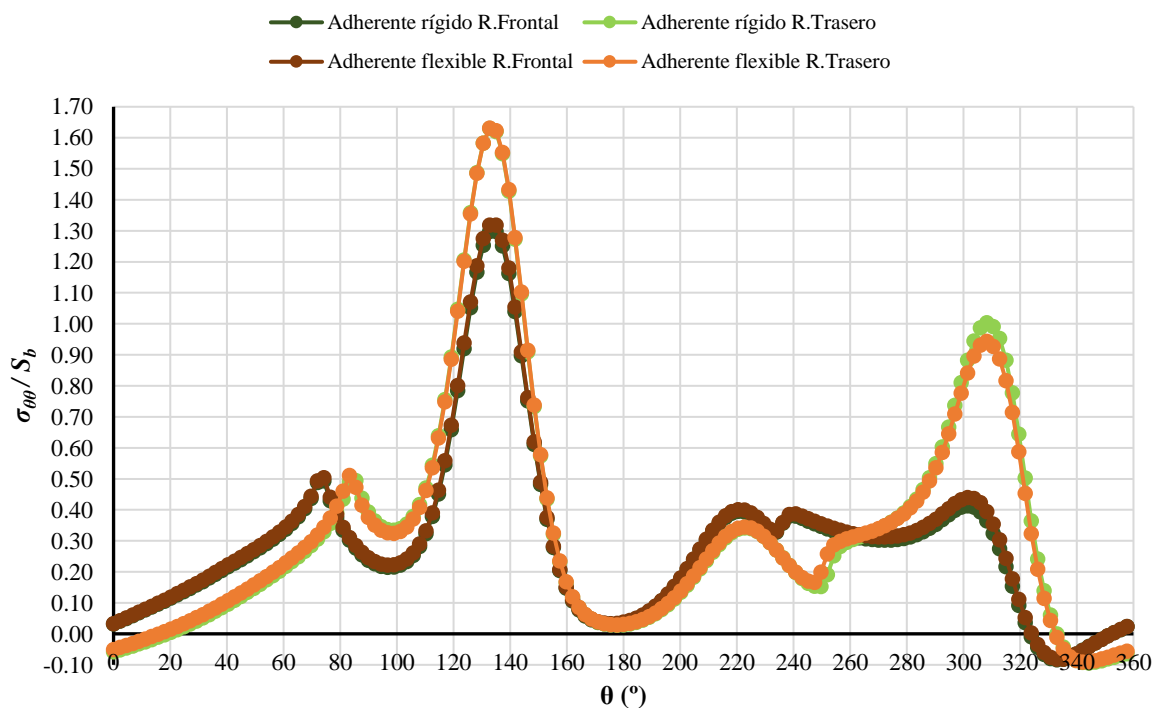


Gráfico 27: Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 45°. Tresbolillo.

Nuevamente, se ve una mayor similitud entre casos para ambos remaches, a comparación de la misma orientación para la distribución en línea. Se presentan los máximos a continuación.

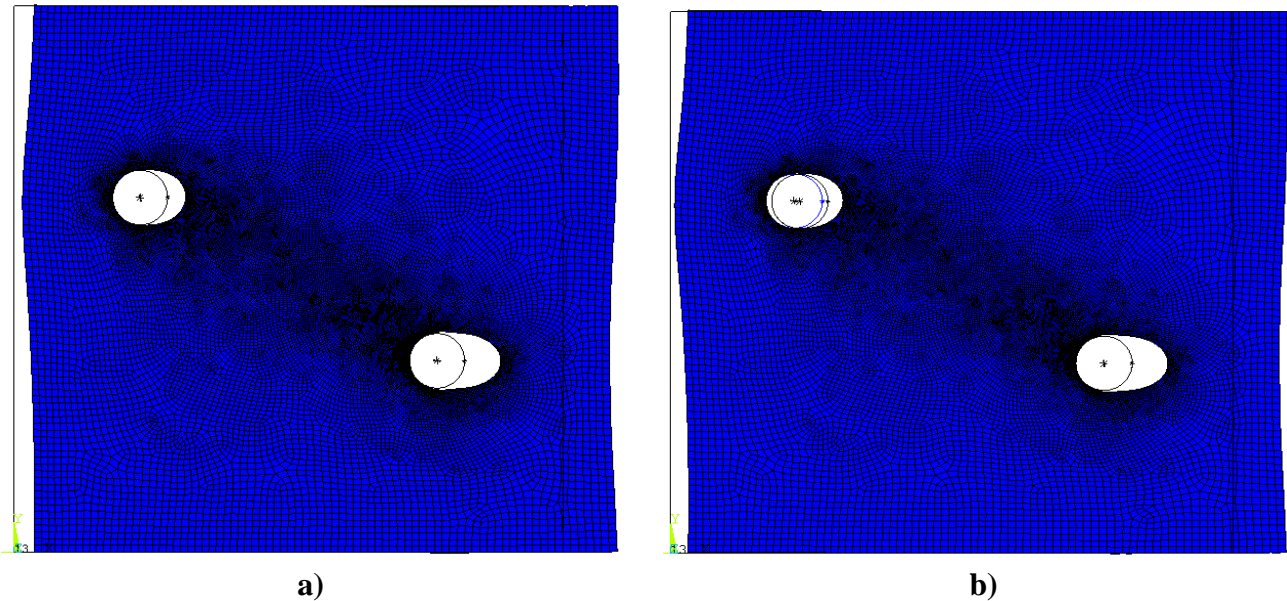
**Tabla 28:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Tresbolillo

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.006	213.8	1.013	213.8
<b>R. Trasero</b>	0.963	220.5	0.961	218.3

**Tabla 29:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 45°. Tresbolillo

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.298	135.0	1.319	132.8
<b>R. Trasero</b>	1.630	132.8	1.631	132.8

### 3.2.4. FIBRAS A 90°.



**Figura 56:** Deformadas. CFRP 90°. Tresbolillo.

**Tabla 30:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-13255.0	-93.8	13255.3	0.4	2651.1
<b>Trasero</b>	-6739.0	56.7	6739.2	-0.5	1347.8
<b>Total</b>	-19994.0	-37.1			

**Tabla 31:** Cargas, dirección de cargas y tensión de aplastamiento. Adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.

	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$\ F\ $ (N)	$\varphi$ (°)	$S_b$ (MPa)
<b>Frontal</b>	-12421.0	-138.4	12421.8	0.6	2484.4
<b>Trasero</b>	-7579.9	143.1	7581.3	-1.1	1516.3
<b>Total</b>	-20001	4.7			

A priori, comparando las deformadas de la figura 56 con las deformadas de la figura 28 (CFRP 90° Distribución lineal), no se observa cambio significativo.

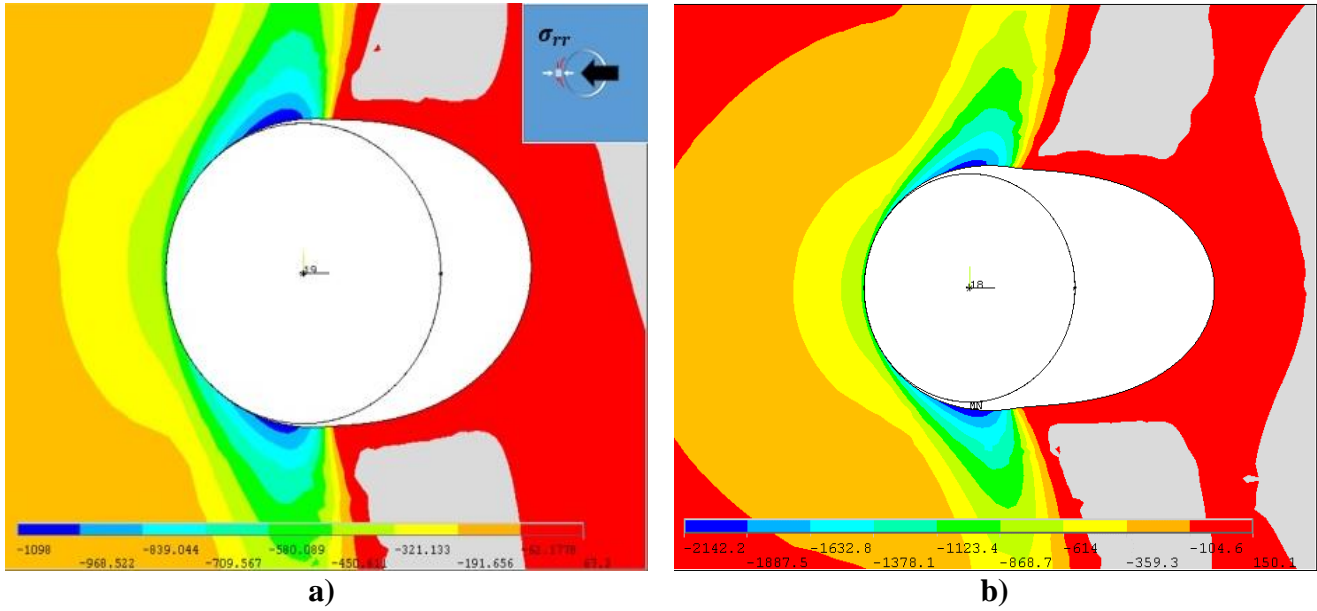


Figura 57: Tensiones radiales para el caso de adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo.

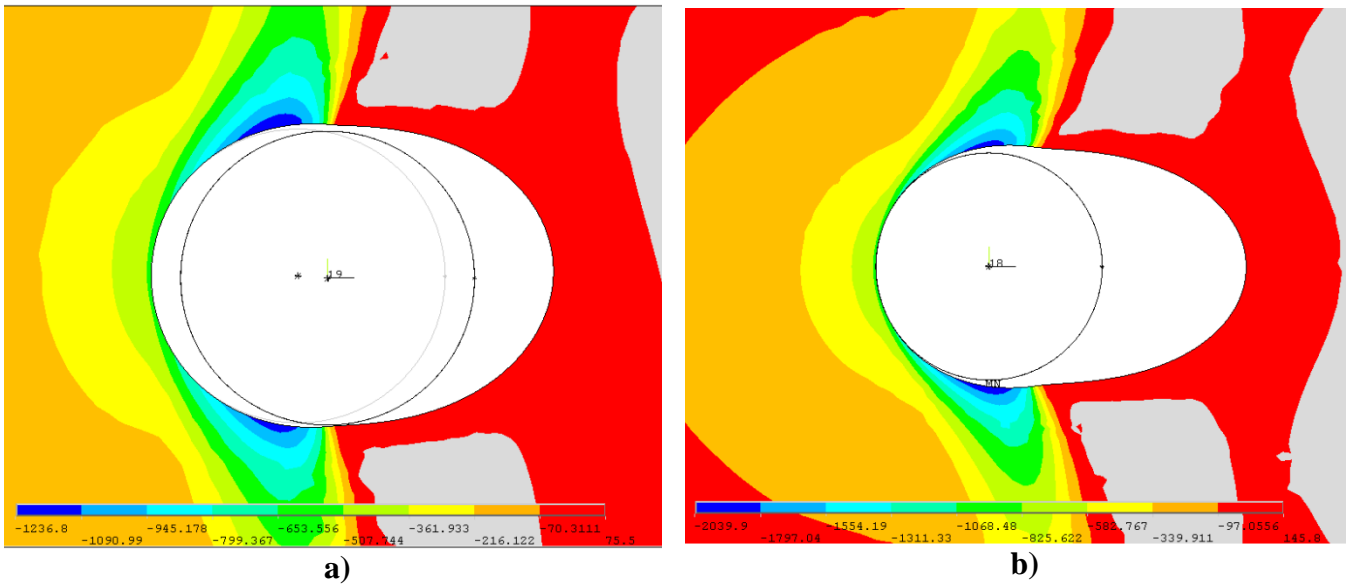


Figura 58:: Tensiones radiales para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.



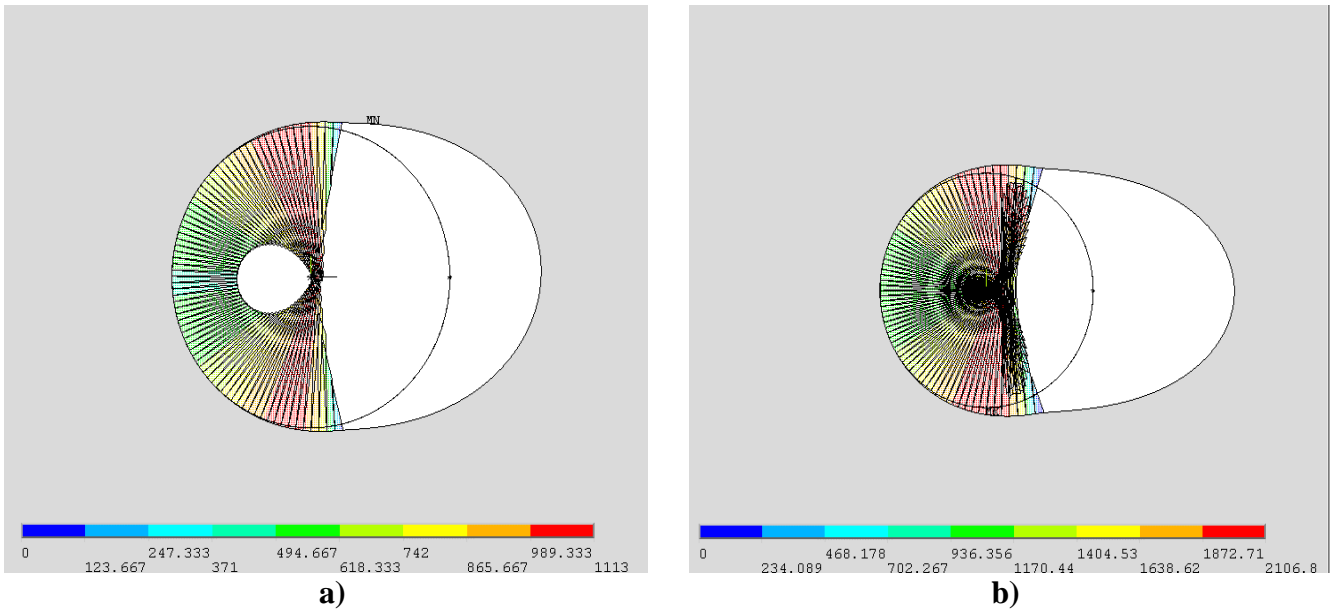


Figura 59: Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo

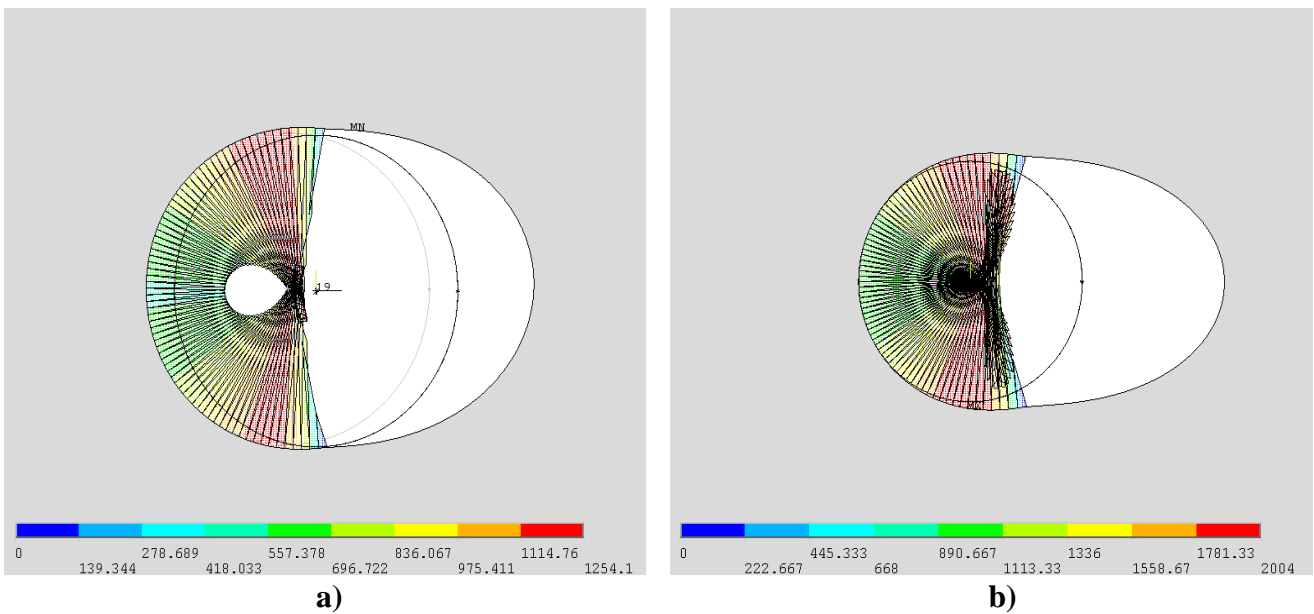


Figura 60:: Presiones de contacto para el caso de adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.

Comparando las  $\sigma_{rr}$  de la distribución en trebolillo a 90° con las de la distribución lineal, se ve que las del primero son levemente mayores.



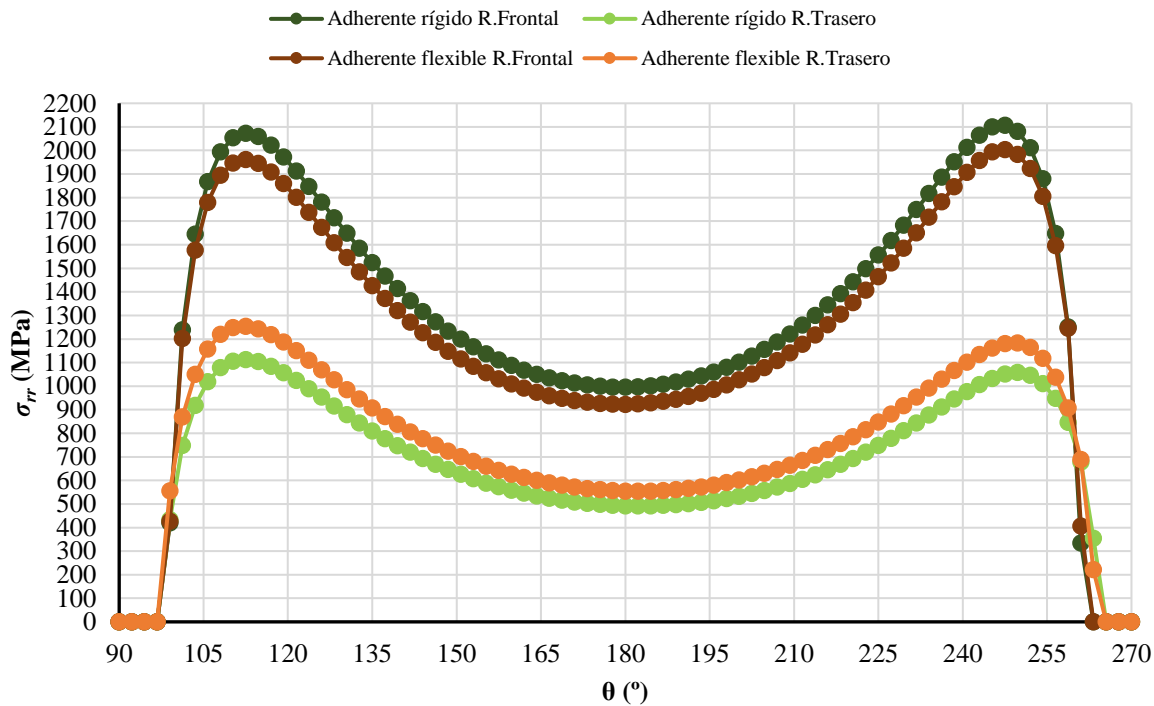


Gráfico 30: Tensiones radiales. CFRP 90°. Tresbolillo.

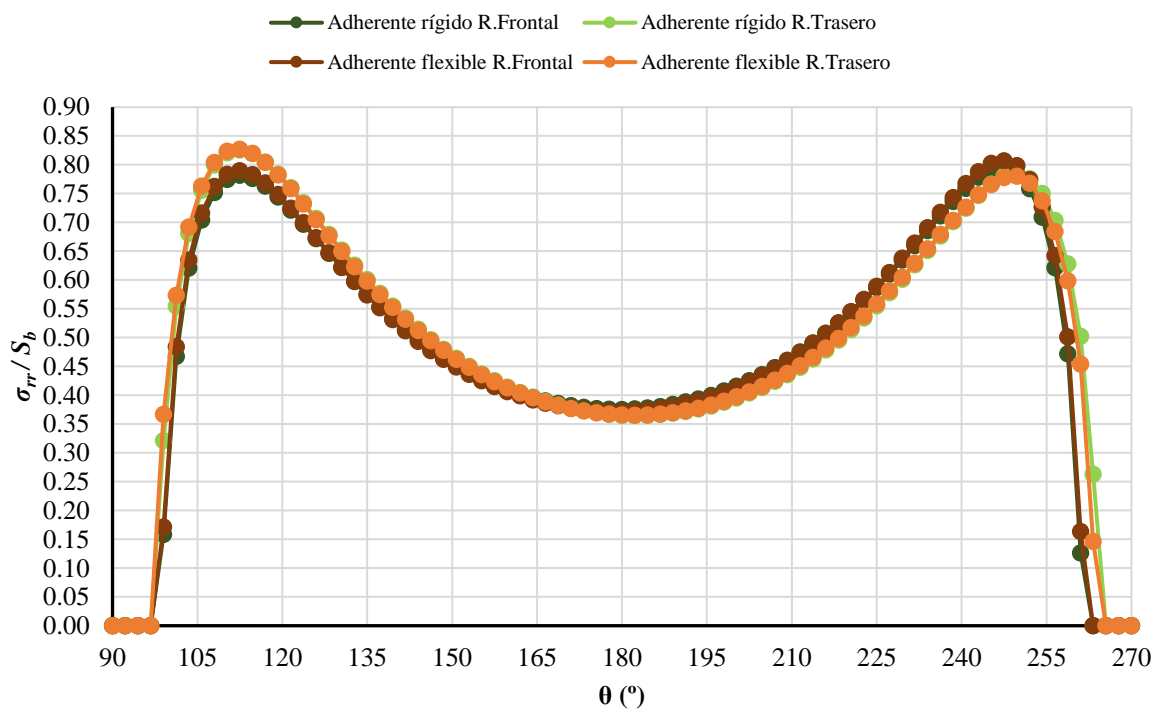


Gráfico 29: Tensiones radiales normalizadas. CFRP 90°. Tresbolillo.

Como se ha estado viendo con anterioridad, en la distribución en tresbolillo se tiene una mayor similitud de tensiones entre remaches y casos de adherente.

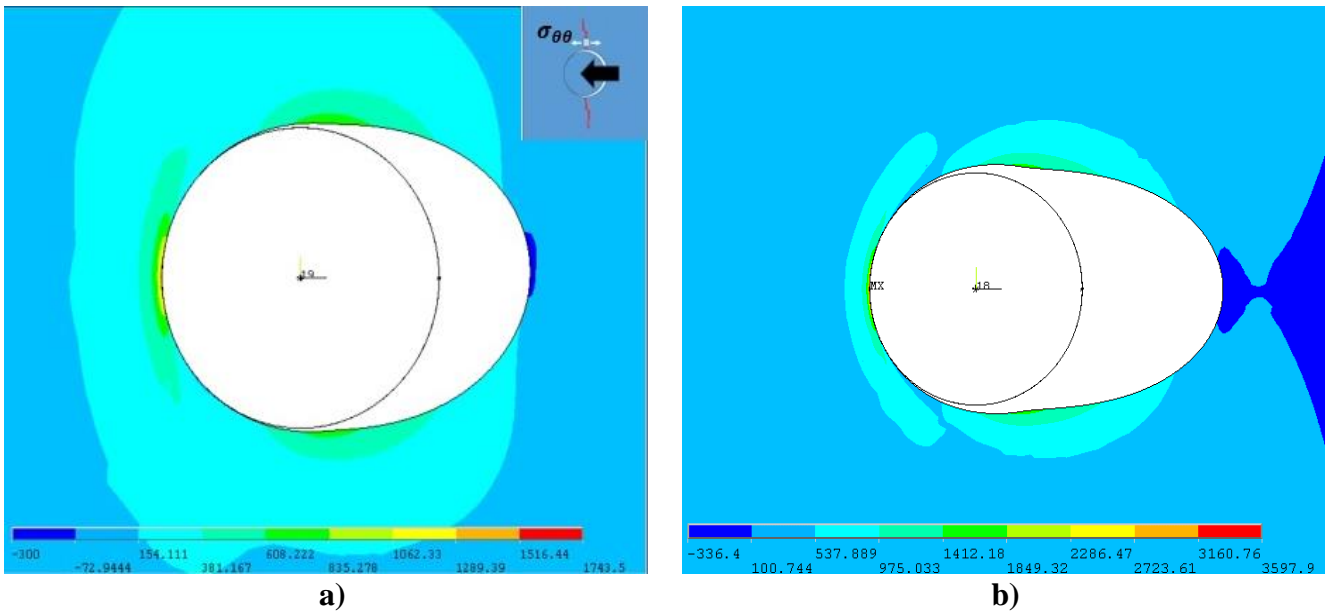


Figura 61: Tensiones circunferenciales para adherente rígido. CFRP 90°. Tresbolillo.

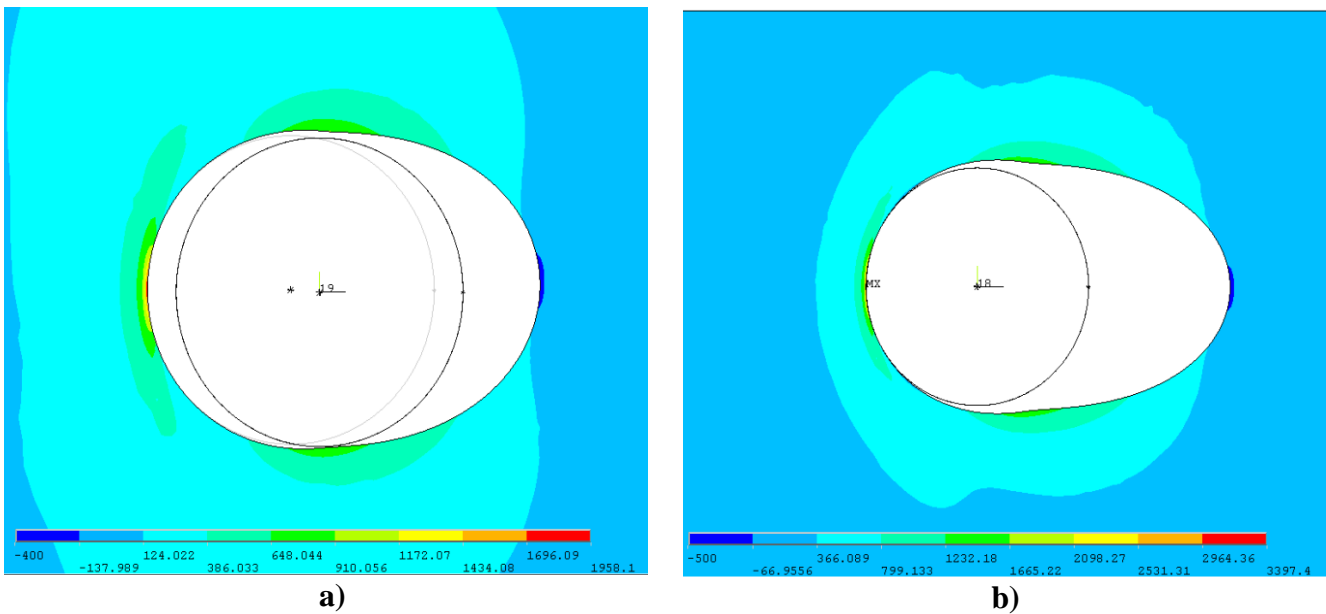


Figura 62: Tensiones circunferenciales para adherente flexible. CFRP 90°. Tresbolillo.

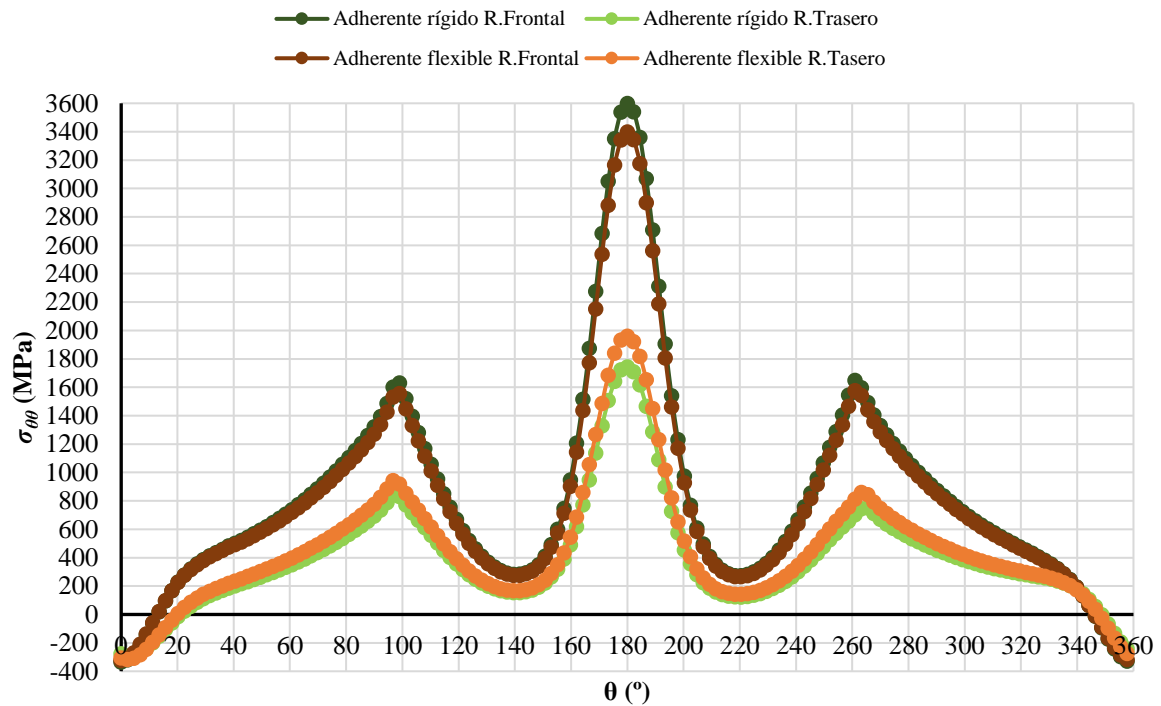


Gráfico 31: Tensiones circunferenciales. CFRP 90°. Tresbolillo.

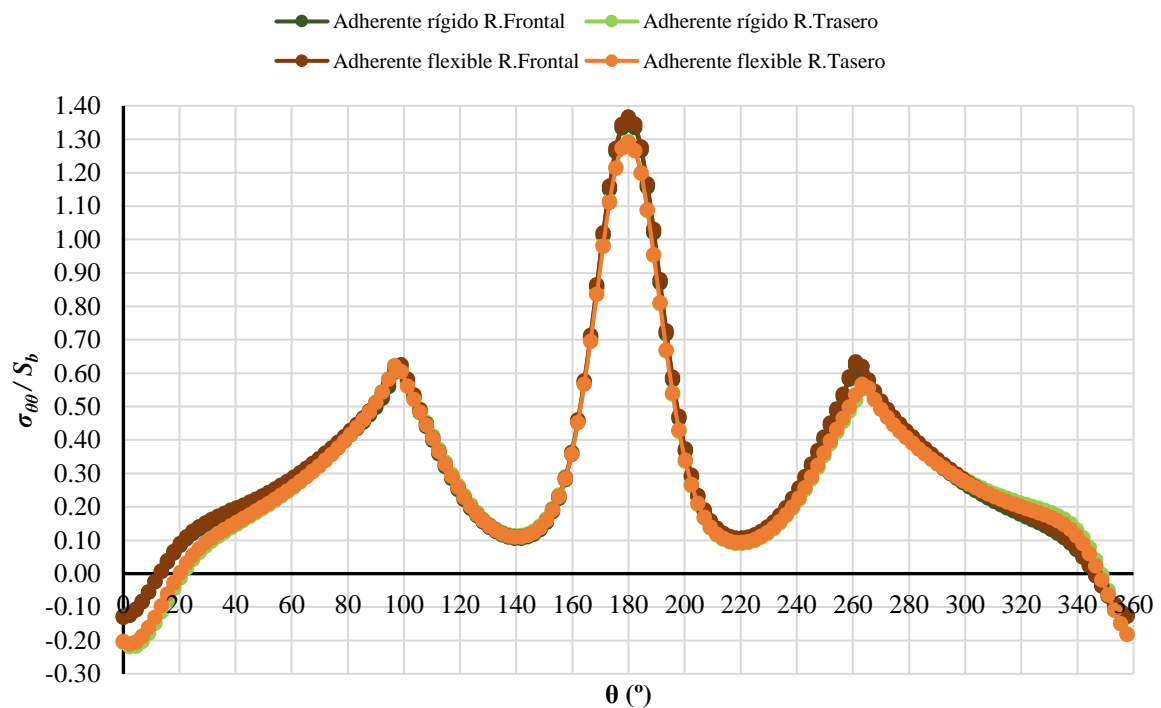


Gráfico 32: Tensiones circunferenciales normalizadas. CFRP 90°. Tresbolillo.

Se puede ver, comparando los gráficos 15 y 16 de la distribución lineal para la orientación a 90° con los gráficos 31 y 32, cómo son curvas casi idénticas.

**Tabla 32:** Tensiones radiales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Dist. Tresbolillo.

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{rr}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	0.794	247.5	0.807	247.5
<b>R. Trasero</b>	0.825	112.5	0.827	112.5

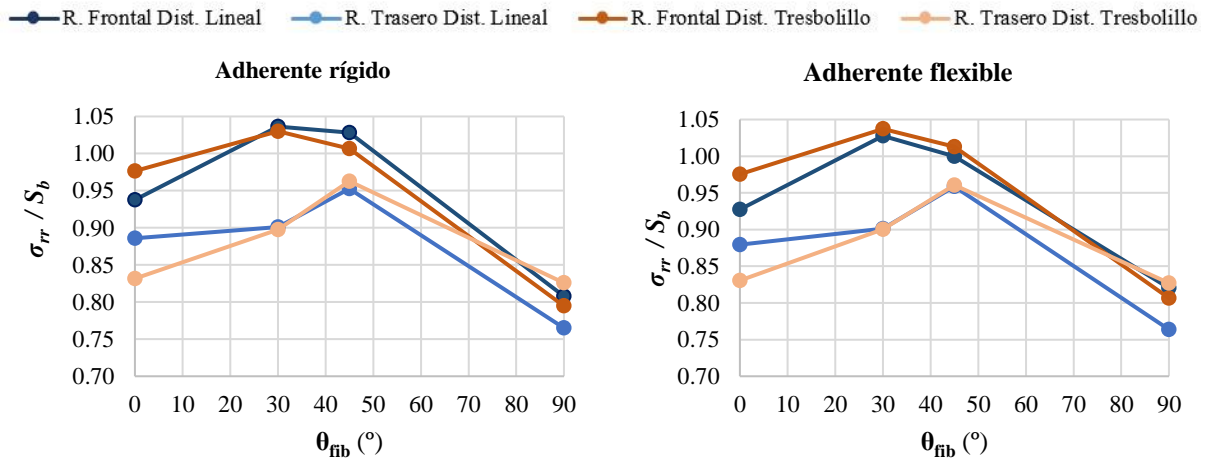
**Tabla 33:** Tensiones circunferenciales normalizadas. Máximos. CFRP 90°. Dist. Tresbolillo

	Adherente Rígido		Adherente Flexible	
	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)	$\sigma_{\theta\theta}/S_b$	$\theta$ (°)
<b>R. Frontal</b>	1.357	180.0	1.368	180.0
<b>R. Trasero</b>	1.294	180.0	1.291	180.0

## 4. DISCUSIÓN.

Las variables a estudiar han sido las tensiones radiales y circunferenciales, así como la carga que se lleva cada remache. Los parámetros seleccionados de importancia a la hora de sacar conclusiones son: el tipo de distribución, la orientación de las fibras, la posición de los máximos de tensión y los valores máximos de tensión. Así mismo, la discusión se ha basado en las tensiones normalizadas a la tensión de aplastamiento, y su posición.

### 4.1. TENSIONES RADIALES.



**Gráfico 33:** Máximos de  $\sigma_{rr}/S_b$  según la orientación de fibra para cada caso y distribución.

Observando el gráfico 33, podemos ver cómo en todos los casos, se alcanza un máximo de tensión radial para el remache frontal cuando la fibra está orientada a 30°, alcanzándose el máximo para el remache trasero cuando la fibra está orientada a 45°. Para ambos, a partir del máximo, la tensión radial disminuye hasta alcanzar su mínimo a los 90°. Por otro lado, al comparar entre distribuciones, se ve que para el remache frontal, en el caso rígido, es en la distribución lineal en la que soporta mayor esfuerzo de compresión radial, a excepción de

la fibra a 0°, en la que el remache frontal sufre más compresión en la distribución en tresbolillo que en la lineal. Para el remache trasero, se ve que en ambos casos de adherente es en la distribución en tresbolillo en la que se dan mayores  $\sigma_{rr}/S_b$ , a excepción, de nuevo, de la orientación de fibras a 0°, para la que la compresión es mayor en la distribución lineal. Estas excepciones a 0°, deben ser consecuencia de que la distribución en tresbolillo no es, al fin y al cabo, una fila en el sentido estricto, lo que afecta a cómo se distribuyen las cargas en cada remache, llevándose mayor carga el remache frontal por ser más cercano al lugar de aplicación de carga, y menor el remache trasero.

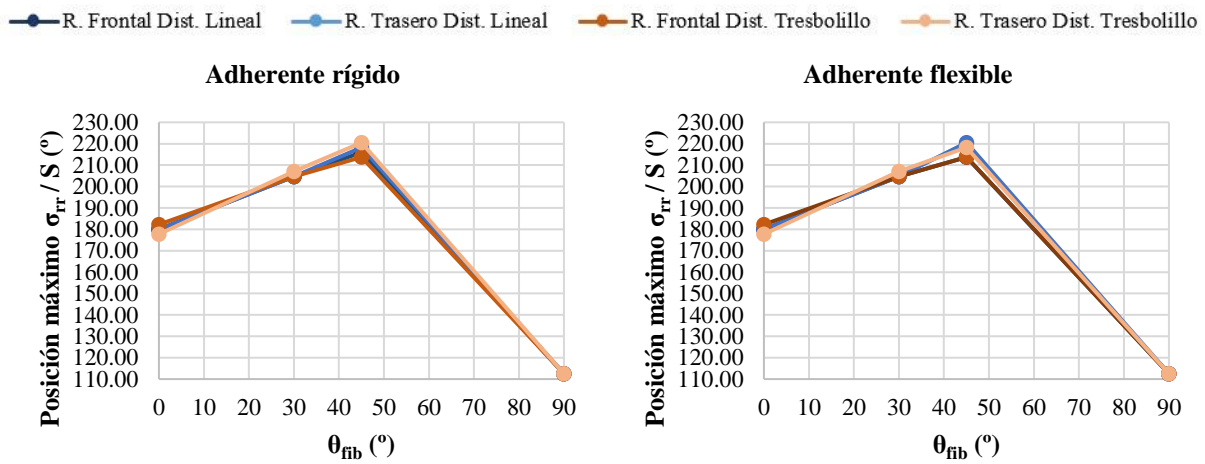


Gráfico 34: Posición del máximo de tensión radial en el sistema de coordenadas centrado en el remache.

En el gráfico 34 se puede ver que la posición del máximo de tensión radial cambia según la orientación de la fibra, tendiendo a alinearse con la posición polar (°) del borde del taladro que se corresponde con la dirección de la fibra. Así, para 0°, esto se daría en 180°, para 30° en 210°, para 45° en 225° y para 90° los 90° o los 270°. La razón de esto es que las propiedades ortótropas del material hacen que las líneas de tensión se alineen con las fibras, por ser estas de mayor rigidez que la matriz. Para el caso de la tensión radial, que tiene dirección perpendicular a la circunferencia del remache, es de esperar que esto ocurra en los puntos, cuya perpendicular a la pared del taladro, corresponda con fibra, como se ha comentado anteriormente. Sin embargo, existen pequeñas diferencias en los resultados obtenidos, debidas, principalmente, al hecho de que el taladro se deforma, perdiéndose el contacto a partir de ciertos ángulos, lo que hace que, con el sistema de coordenadas centrado en el remache, el máximo se debe para ángulos mayores. El comportamiento es exactamente el mismo en ambos casos de adherente, con muy leves diferencias entre distribuciones. Estas diferencias están motivadas por la deformación, que es levemente diferente en ambas distribuciones, lo que cambia en consecuencia, la posición del máximo.

## 4.2.TENSIONES CIRCUNFERENCIALES.

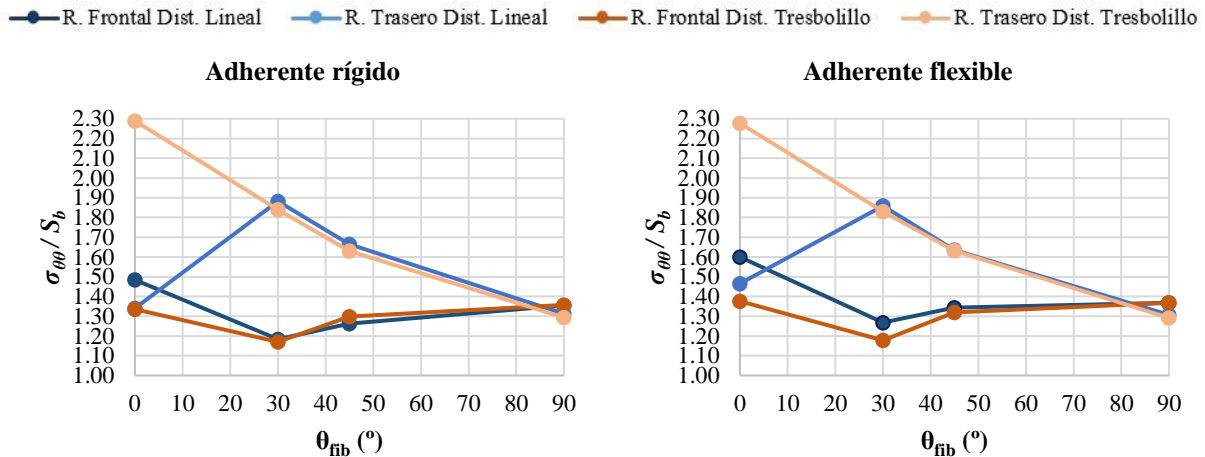


Gráfico 35: Máximos de  $\sigma_{\theta\theta}/S_b$  según la orientación de fibra para cada caso y distribución

En el gráfico 35 puede verse con claridad que en todo momento, el remache que más carga circunferencial soporta es el remache trasero, llegando a más del doble de la tensión de aplastamiento ( $S_b$ ) para el remache trasero en tresbolillo.

Con las fibras a  $0^\circ$ , el remache trasero en la configuración de remaches en línea no es el más afectado, esto se debe a que a  $0^\circ$ , el remache frontal ejerce un apantallamiento efectivo de parte de la carga que recibe. En la distribución en tresbolillo, al no ser una configuración totalmente alineada, existe un apantallamiento mucho menor del remache frontal al remache trasero, que de hecho, con una orientación de fibras a  $0^\circ$ , es mínimo, teniendo entonces, el máximo de tensión circunferencial.

Sin embargo, en la distribución lineal, una vez que se tiene una orientación de fibras diferente a la de la aplicación de carga, como es  $30^\circ$  y  $45^\circ$ , aumentan rápidamente los esfuerzos sobre el remache trasero, debido a que las líneas isostáticas de tensión tienden a alinearse con la dirección de la fibra, lo que lleva a un apantallamiento menos efectivo del remache frontal al trasero, alcanzando un máximo a  $45^\circ$ , para después disminuir hasta un valor por debajo del de  $0^\circ$ , lo que puede estar motivado por el alineamiento más difícil de la tensión con la dirección de la fibra. En la distribución en tresbolillo, se da una disminución continua de la tensión circunferencial en el remache trasero, debido a que para esta distribución, la carga que le llega disminuye conforme aumenta el ángulo de orientación de la fibra, como se verá a continuación. Como en las tensiones radiales, el máximo de tensión circunferencial tiende a alinearse con la dirección de la fibra (gráfico 36). Como las tensiones  $\sigma_{\theta\theta}$  son tangenciales a la circunferencia del taladro, es de esperar que el máximo de esta se de para los puntos de la

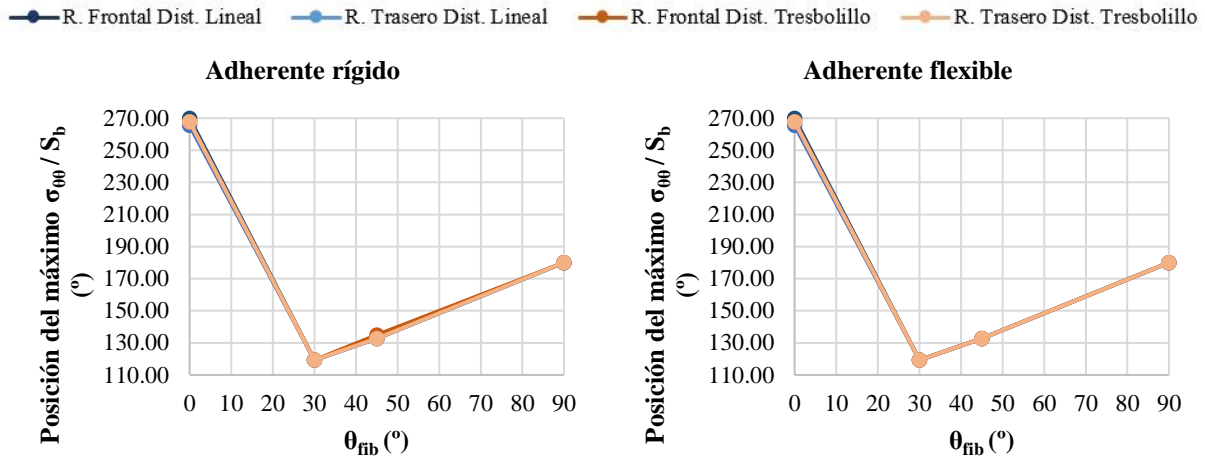


Gráfico 36: Posición del máximo de tensión circunferencial en el sistema de coordenadas centrado en el remache.

circunferencia que coincidan con la dirección de la fibra, así, para 0°, sería a los 270°, para los 30°, a los 120°, para los 45°, a los 135°, y para los 90°, a los 180°. Como puede observarse en el gráfico 36, se cumple lo dicho, no existiendo diferencias entre casos ni distribuciones.

### 4.3.CARGA SOBRE LOS REMACHES.

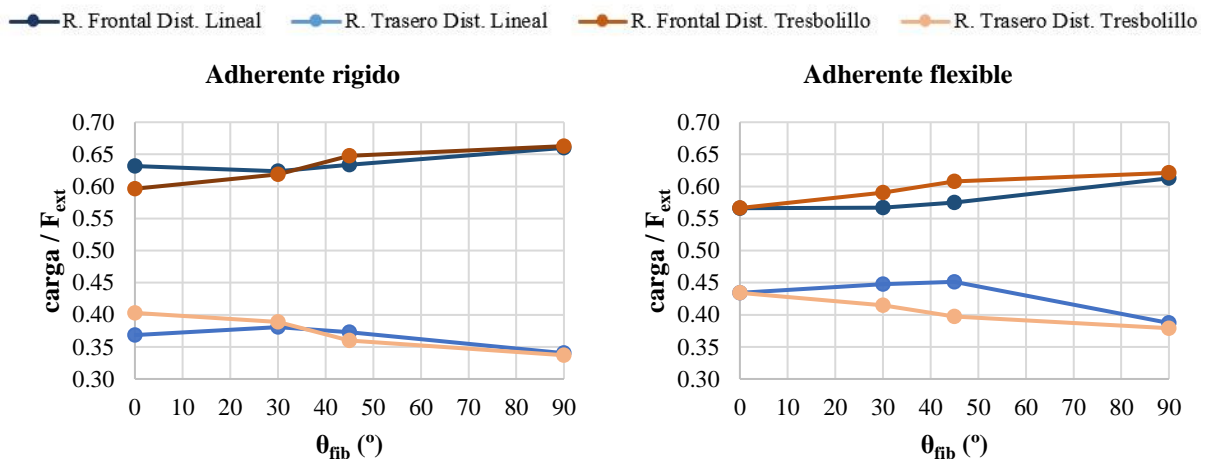


Gráfico 37: Cargas sobre los remaches normalizadas a la fuerza externa total.

En el gráfico 37, para el caso rígido, se ve que existe un continuo aumento de la carga que se lleva el remache frontal con la orientación de la fibra, mientras que la carga que se lleva el remache trasero disminuye con esta. Para el caso de adherente flexible, se da el mismo comportamiento, a excepción del remache trasero en la distribución lineal, donde aumenta hasta los 45°, y disminuye a partir de estos. Entre el caso rígido, y el caso flexible, la condición de flexibilidad altera la repartición de cargas, descargando levemente el remache frontal, y cargando de la misma forma el remache trasero. Algo que puede resultar de interés, es ver la dirección de las cargas sobre los remaches (o fuerzas de reacción) para los casos de adherentes, distribución y orientación de fibras.

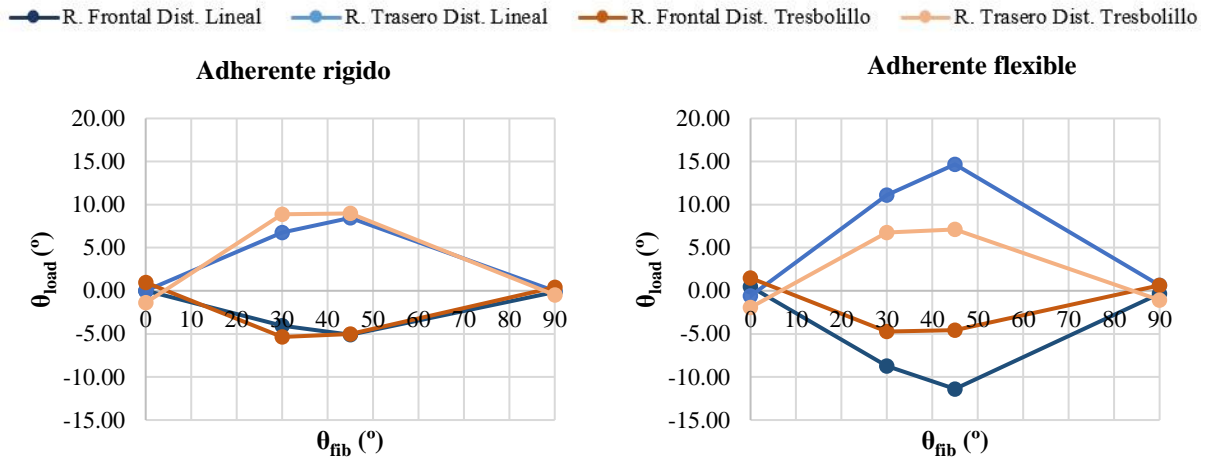


Gráfico 38: Dirección de la carga sobre cada remache.

En el gráfico 38, la dirección de la resultante cambia, y alcanza un máximo para la orientación de fibras de 45°. En los remaches frontales forma un ángulo negativo (hacia el sentido de las agujas del reloj) y en los traseros, forma un ángulo positivo (sentido contrario de las agujas del reloj) con la horizontal. La inclinación de la resultante se hace mayor en el caso flexible ya que la flexibilidad del adherente propicia una mayor deformación en la dirección vertical y por lo tanto, una mayor resultante vertical, inclinando la reacción sobre el remache.

Comparando entre distribuciones, para adherente flexible, se puede ver que en el tresbolillo, existe un rango más ajustado de inclinación de las cargas (-5°, +5°) frente a la distribución lineal (-10°, +15°). Sin embargo, en el caso rígido, son similares estos rangos.

## 5. CONCLUSIONES.

Se tiene un modelo numérico que calcula las tensiones radiales y circunferenciales, las cargas de cada remache y la dirección de estas, para las celdas unidades consideradas. Se da un alineamiento de las tensiones con la dirección de la fibra para todos los casos estudiados. Existen diferencias entre el tresbolillo y la distribución lineal, fruto de la diferente repartición de cargas entre remaches para una y otra distribución. La condición de flexibilidad afecta a la repartición de cargas, aumentándolas en el remache en el que se aplica, así como inclinar la dirección de la carga. En cuanto a mecanismos de fallo, sería necesario tener los datos de resistencia en dirección de la fibra ( $X_c$ ) y en la matriz ( $Y_c$ ) del material considerado, y con ellas hallar los admisibles para cada tipo de fallo. Los admisibles son función de la orientación de fibra ( $\sigma_{rr_{critico}}^{ortotropo} = f_1(\theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta_{critico}}^{ortotropo} = f_2(\theta)$ ), por lo que puede darse que la razón entre tensión y admisible sea más favorable al fallo en un punto que no sea de tensión máxima (lo que sí ocurre en isótopos), siendo esta una posible extensión de este trabajo para el futuro.



## 6. REFERENCIAS.

- [1] A. Belarbi, M. Dawood, y B. Acun, «Sustainability of fiber-reinforced polymers (FRPs) as a construction material», *Sustainability of Construction Materials*, pp. 521-538, 2016, doi: 10.1016/B978-0-08-100370-1.00020-2.
- [2] J. Pora, «Composite Materials in the Airbus A380», en *13th International Conference on Composite Materials (ICCM-13)*, 2001.
- [3] A. J. Timmis *et al.*, «Environmental impact assessment of aviation emission reduction through the implementation of composite materials», *Int J Life Cycle Assess*, vol. 20, n.º 2, pp. 233-243, 2015, doi: 10.1007/s11367-014-0824-0.
- [4] J. Wood, «Structural design of polymer composites eurocomp design code and handbook», *Compos Struct*, vol. 35, n.º 4, 1996, doi: 10.1016/s0263-8223(96)00058-x.
- [5] J. A. Cabrera-González, G. Vargas-Silva, y A. Barroso, «Riveted joints in composites, a practical tool to estimate stresses around the rivet hole», *Compos Struct*, vol. 263, 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.113735.
- [6] S. C. Tan, *Stress concentrations in laminated composites*. 2017. doi: 10.1201/9780203738153.
- [7] S. C. Tan, «Laminated Composites Containing an Elliptical Opening. I. Approximate Stress Analyses and Fracture Models», *J Compos Mater*, vol. 21, n.º 10, 1987, doi: 10.1177/002199838702101004.

## ANEXOS

### ANEXO I: Código ANSYS Distribución lineal.

```
1  !MODELO DE 2 REMACHES EN LINEA
2
3  /PREP7
4  *SET,ANCHO,100
5  *SET,ALTO,100
6  *SET,RADIO,0.05*ALTO
7  ET,1,PLANE182
8
9  !*****MATERIALES*****
10
11 !** is3tropo (1)
12 MP,EX,1,68500
13 MP,PRXY,1,0.3
14
15 !** CFRP a 0° (2) REC
16 MP,EX,2,141300
17 MP,EY,2,9580
18 MP,PRXY,2,0.3
19 MP,GXY,2,5000
20
21 !** CFRP a 90° (3)
22 MP,EX,3,9580
23 MP,EY,3,141300
24 MP,PRXY,3,0.02
25 MP,GXY,3,5000
26
27 !** GFRP a 0° (4)
28 MP,EX,4,39500
29 MP,EY,4,8220
30 MP,PRXY,4,0.26
31 MP,GXY,4,4100
32
33 !** GFRP a 90° (5)
34 MP,EX,5,8220
35 MP,EY,5,39500
36 MP,PRXY,5,0.054
37 MP,GXY,5,4100
38
39
40 !*****GEOMETRIA*****
41
42 RECTNG,0,ANCHO,0,ALTO
43
44 !CIRCULOS
45 CYL4,ANCHO*0.25,ALTO*0.5,RADIO
46 CYL4,ANCHO*0.75,ALTO*0.5,RADIO
47 ASBA,1,2
48 ASBA,4,3
49 CYL4,ANCHO*0.25,ALTO*0.5,RADIO
50 CYL4,ANCHO*0.75,ALTO*0.5,RADIO
51 ADELE,2,3,1
52
```

```
53 !***** el kp number (30 Y 31) no se debe cambiar,
54 !***** pues aparece después en el contact wizard
55 !***** son los puntos que van a liderar la circunferencia
56 !***** del remache
57
58 K,30,ANCHO*0.25,ALTO*0.5
59 !centros
60 K,31,ANCHO*0.75,ALTO*0.5
61
62 !*****MALLADO*****
63
64 ESIZE,1.25
65 LSEL,S,LINE,,9,12,1
66 LESIZE,ALL,,40
67 LSEL,S,LINE,,5,8,1
68 LESIZE,ALL,,40
69
70 !**SELECCION MATERIAL COMPUESTO*****
71
72 MAT,2
73
74 !****ORIENTACION FIBRAS MATERIAL COMP***
75 !****SE CREA UN SISTEMA DE COORDENADAS DE ELEMENTOS
76 !****GIRADO CON RESPECTO AL SISTEMA DE COORDENADAS 0
77 !****CUYO ANGULO DE GIRO ES LA ORIENTACION DE LAS FIBRAS
78
79 local,13,0,0,0,0,ORIENTACIONFIBRA
80 esys,13
81
82 AMESH,1
83
84
85 !*****CONDICIONES DE CONTORNO*****
86 !***LA SIMETRIA NO ES NECESARIA YA QUE SE ACOPLAN LOS GRADOS DE
87 !LIBERTAD DE LOS NODOS (VER ACOPLA NODOS)*****
88
89 !DL,2,,SYMM
90 !DL,4,,SYMM
91
92 !ADHERENTE RIGIDO
93
94 DK,30,ALL,0
95 DK,31,ALL,0
96
97 !****DEFORMACIONES MÁXIMAS ADHERENTE RÍGIDO*****
98
99 !***PARA OTRA ORIENTACION DIFERENTE A LAS INDICADAS*
100 !***SIMULAR PARA ORIENTACIONFIBRA DIFERENTE*****
101 !***Y HALLAR DMAX (DESPLAZ.MAXIMO)*****
102
103 !****DEFORMACION MAXIMA ISOTROPO : 0.32 , 0
104 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 0°: 0.81 , 0.21****
105 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 30°: 0.89 , -0.72****
106 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 45°: 1.13 , -0.74****
107 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 90°: 1.75 , -0.12****
108
109 !ADHERENTE FLEXIBLE
```

```
110
111 !DK, 30, ux, -0.175
112 !DK, 31, ux, 0.5
113
114 !DK, 30, uy, -0.012
115 !DK, 31, uy, 0
116
117 !*****ACOPLE NODOS*****
118
119 !**PARA ACOPLAR LOS NODOS SUPERIORES E INFERIORES
120 !**DEBE HACERSE ESCOGIENDO LOS NODOS (NUMERO) NO CAMBIAR
121
122 CSYS, 0
123 *DO, n, 3, 81, 1
124 CP, n, ALL, n, 244-n
125 *ENDDO
126
127 !*****PRESIÓN APLICADA (MPa)*****
128
129 ALLSEL
130 SFL, 2, PRES, -200
131
132
133
134 !*****
135 !*****GENERACION DEL CONTACTO*****
136 !*****
137
138 !*****
139 !*****NOTAS IMPORANTES CONTACT WIZARD*****
140 !*****
141 !PARA EL CONTACT PAIR, HACER CADA CONTACTO UNO A UNO
142 !QUITAR LA PENETRACION INICIAL
143 !USAR EL K PILOT DEL CENTRO DE LAS CIRCUNFERENCIAS
144
145 !*
146 !*
147 !*
148 /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
149 CM, _NODECM, NODE
150 CM, _ELEMCM, ELEM
151 CM, _KPCM, KP
152 CM, _LINECM, LINE
153 CM, _AREACM, AREA
154 CM, _VOLUCM, VOLU
155 /GSAV, cwz, gsav, , temp
156 MP, MU, 1,
157 MAT, 1
158 R, 3
159 REAL, 3
160 ET, 2, 169
161 ET, 3, 172
162 KEYOPT, 3, 9, 1
163 KEYOPT, 3, 10, 0
164 R, 3,
165 RMORE,
166 RMORE, , 0
```

```
167 RMORE,0
168 ! Generate the target surface
169 LSEL,S,,,17
170 LSEL,A,,,18
171 LSEL,A,,,19
172 LSEL,A,,,20
173 CM,_TARGET,LINE
174 TYPE,2
175 LATT,-1,3,2,-1
176 TYPE,2
177 LMESH,ALL
178 ! Create a pilot node
179 KSEL,S,,,31
180 KATT,-1,3,2,-1
181 KMESH,31
182 ! Generate the contact surface
183 LSEL,S,,,9
184 LSEL,A,,,10
185 LSEL,A,,,11
186 LSEL,A,,,12
187 CM,_CONTACT,LINE
188 TYPE,3
189 NSLL,S,1
190 ESLN,S,0
191 ESURF
192 *SET,_REALID,3
193 ALLSEL
194 ESEL,ALL
195 ESEL,S,TYPE,,2
196 ESEL,A,TYPE,,3
197 ESEL,R,REAL,,3
198 LSEL,S,REAL,,3
199 /PSYMB,ESYS,1
200 /PNUM,TYPE,1
201 /NUM,1
202 EPLOT
203 ESEL,ALL
204 ESEL,S,TYPE,,2
205 ESEL,A,TYPE,,3
206 ESEL,R,REAL,,3
207 LSEL,S,REAL,,3
208 CMSEL,A,_NODECM
209 CMDEL,_NODECM
210 CMSEL,A,_ELEMCM
211 CMDEL,_ELEMCM
212 CMSEL,S,_KPCM
213 CMDEL,_KPCM
214 CMSEL,S,_LINECM
215 CMDEL,_LINECM
216 CMSEL,S,_AREACM
217 CMDEL,_AREACM
218 CMSEL,S,_VOLUCM
219 CMDEL,_VOLUCM
220 /GRES,cwz,gsav
221 CMDEL,_TARGET
222 CMDEL,_CONTACT
223 /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
```

```
224 !*
225 !*
226 !*
227 /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
228 CM, _NODECM, NODE
229 CM, _ELEMCM, ELEM
230 CM, _KPCM, KP
231 CM, _LINECM, LINE
232 CM, _AREACM, AREA
233 CM, _VOLUCM, VOLU
234 /GSAV, cwz, gsav, , temp
235 MP, MU, 1, 0
236 MAT, 1
237 R, 4
238 REAL, 4
239 ET, 4, 169
240 ET, 5, 172
241 KEYOPT, 5, 9, 1
242 KEYOPT, 5, 10, 0
243 R, 4,
244 RMORE,
245 RMORE, , 0
246 RMORE, 0
247 ! Generate the target surface
248 LSEL, S, , , 13
249 LSEL, A, , , 14
250 LSEL, A, , , 15
251 LSEL, A, , , 16
252 CM, _TARGET, LINE
253 TYPE, 4
254 LATT, -1, 4, 4, -1
255 TYPE, 4
256 LMESH, ALL
257 ! Create a pilot node
258 KSEL, S, , , 30
259 KATT, -1, 4, 4, -1
260 KMESH, 30
261 ! Generate the contact surface
262 LSEL, S, , , 5
263 LSEL, A, , , 6
264 LSEL, A, , , 7
265 LSEL, A, , , 8
266 CM, _CONTACT, LINE
267 TYPE, 5
268 NSLL, S, 1
269 ESLN, S, 0
270 ESURF
271 *SET, _REALID, 4
272 ALLSEL
273 ESEL, ALL
274 ESEL, S, TYPE, , 4
275 ESEL, A, TYPE, , 5
276 ESEL, R, REAL, , 4
277 LSEL, S, REAL, , 4
278 /PSYMB, ESYS, 1
279 /PNUM, TYPE, 1
280 /NUM, 1
```

```
281 EPLOT
282 ESEL,ALL
283 ESEL,S,TYPE,,4
284 ESEL,A,TYPE,,5
285 ESEL,R,REAL,,4
286 LSEL,S,REAL,,4
287 CMSEL,A,_NODECM
288 CMDEL,_NODECM
289 CMSEL,A,_ELEMCM
290 CMDEL,_ELEMCM
291 CMSEL,S,_KPCM
292 CMDEL,_KPCM
293 CMSEL,S,_LINECM
294 CMDEL,_LINECM
295 CMSEL,S,_AREACM
296 CMDEL,_AREACM
297 CMSEL,S,_VOLUCM
298 CMDEL,_VOLUCM
299 /GRES,cwz,gsav
300 CMDEL,_TARGET
301 CMDEL,_CONTACT
302 /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
303 /MREP,EPLOT
304 eplot
305 dtran
306 FINISH
307 /SOL
308 allsel
309 DELTIM,1,0.01,1
310 OUTRES,ERASE
311 OUTRES,ALL,ALL
312 TIME,10
313 lplot
314 /PNUM,KP,0
315 /PNUM,LINE,1
316 /PNUM,AREA,0
317 /PNUM,VOLU,0
318 /PNUM,NODE,0
319 /PNUM,TABN,0
320 /PNUM,SVAL,0
321 /PNUM,DOMA,0
322 /NUMBER,0
323 !*
324 /PNUM,ELEM,0
325 /REPLOT
326 !*
327 allsel
328 /solu
329 solve
330
331
332
333 !*****
334 !*****POSTPROCESADO*****
335 !*****
336 /POST1
337
```

```
338 !*****LISTAS REFERIDAS AL TALADRO DE LA DERECHA*****
339
340 !****SISTEMA DE COORDS. LOCAL CENTRO REMACHE FRONTAL**
341 local,18,1,ANCHO*0.75,ALTO*0.5
342
343 csys,18
344 rsys,18
345 dsys,18
346
347 lsel,s,line,,9,12
348 nsll,,1
349
350 nlist
351
352 prnsol,s,comp,x
353
354 prnsol,CONT,,PRES
355
356 allsel
357
358 !***LISTAS REFERIDAS AL TALADRO DE LA IZQUIERDA*****
359
360 !****SISTEMA DE COORDS. LOCAL CENTRO REMACHE FRONTAL**
361
362 local,19,1,ANCHO*0.25,ALTO*0.5
363
364 csys,19
365 rsys,19
366 dsys,19
367
368 lsel,s,line,,5,8
369 nsll,,1
370
371 nlist
372
373 prnsol,s,comp,x
374
375 prnsol,CONT,,PRES
376
377 allsel
378 dsys,global
379 csys,global
380 rsys,global
381
382 !NSEL,S,loc,X,
383
384 !*****
385 !*****NOTAS PARA EL TIPO DE SOLUCION*****
386 !*****
387
388 !PARA LA SOLUCION, EN EL ANALYSIS TYPE HACER
389 !EL SOLN'CONTROLS HACER TIME INCREMENT CHECK, TIME AT
390 !END OF LOADSTEP=10 // TIME STEP SIZE=1 // MIN TIME !STEP=0.01
391 !MAX TIME STEP=1 // FREQUENCY=WRITE EVERY SUBSTEP
```



## ANEXO II: Código ANSYS Distribución Tresbolillo.

```
1  !MODELO DE 2 REMACHES EN TRESBOLILLO
2
3  /PREP7
4
5  *SET, ANCHO, 100
6  *SET, ALTO, 100
7  *SET, RADIO, 0.05*ALTO
8  ET, 1, PLANE182
9
10 !** isotropo (1)
11 MP, EX, 1, 2.1e6
12 MP, PRXY, 1, 0.3
13
14 !** CFRP a 0° (2) REC
15 MP, EX, 2, 141300
16 MP, EY, 2, 9580
17 MP, PRXY, 2, 0.3
18 MP, GXY, 2, 5000
19
20 !** CFRP a 90° (3)
21 MP, EX, 3, 9580
22 MP, EY, 3, 141300
23 MP, PRXY, 3, 0.02
24 MP, GXY, 3, 5000
25
26 !** GFRP a 0° (4)
27 MP, EX, 4, 39500
28 MP, EY, 4, 8220
29 MP, PRXY, 4, 0.26
30 MP, GXY, 4, 4100
31
32 !** GFRP a 90° (5)
33 MP, EX, 5, 8220
34 MP, EY, 5, 39500
35 MP, PRXY, 5, 0.054
36 MP, GXY, 5, 4100
37
38
39 !GEOMETRIA
40
41
42 RECTNG, 0, ANCHO, 0, ALTO
43
44 !*****CIRCULOS
45
46
47 !*****DISTANCIA 0.5*****
48 cyl4, ancho*0.214+1.56, alto*0.665-1.56, radio
49 cyl4, 0.786*ancho-1.56, 0.335*alto+1.56, radio
50 ASBA, 1, 2
51 ASBA, 4, 3
52 cyl4, ancho*0.214+1.56, alto*0.665-1.56, radio
53 cyl4, 0.786*ancho-1.56, 0.335*alto+1.56, radio
54 ADELE, 2, 3, 1
```

```
55 !***** el kp number (30) no se debe cambiar,
56 !***** pues aparece después en el contact wizard
57 K, 30, ancho*0.214+1.56, alto*0.665-1.56
58 !centros
59 K, 31, 0.786*ancho-1.56, 0.335*alto+1.56
60
61
62
63 !*****MODELO MALLADO*****
64
65 ESIZE, 1.25
66
67 LSEL, S, LINE, , 9, 12, 1
68
69 LESIZE, ALL, , , 40
70
71 LSEL, S, LINE, , 5, 8, 1
72
73 LESIZE, ALL, , , 40
74
75
76 !*****MATERIAL COMPUESTO Y MALLADO*****
77
78 !*****LOCAL DEFINE LA DIRECCIÓN DE LAS FIBRAS PARA TODOS
79 !*****LOS ELEMENTOS*****
80
81 MAT, 2
82
83 !***ORIENTACION FIBRAS MATERIAL COMP***
84 !***SE CREA UN SISTEMA DE COORDENADAS DE ELEMENTOS
85 !***GIRADO CON RESPECTO AL SISTEMA DE COORDENADAS 0
86 !***CUYO ANGULO DE GIRO ES LA ORIENTACION DE LAS FIBRAS
87
88 local, 13, 0, 0, 0, 0, ORIENTACIONFIBRA
89 esys, 13
90
91 AMESH, 1
92
93 csys, 0
94
95 !*****CONDICIONES DE CONTORNO*****
96 !***LA SIMETRIA NO ES NECESARIA YA QUE SE ACOPLAN LOS GRADOS DE
97 !***LIBERTAD DE LOS NODOS (VER ACOPLA NODOS)*****
98
99 !DL, 2, , SYMM
100 !DL, 4, , SYMM
101
102 !ADHERENTE RIGIDO
103
104 !DK, 30, ALL, 0
105 DK, 31, ALL, 0
106
107 !***DEFORMACIONES MÁXIMAS ADHERENTE RÍGIDO*****
108
109 !***PARA OTRA ORIENTACION DIFERENTE A LAS INDICADAS*
110 !***SIMULAR PARA ORIENTACIONFIBRA DIFERENTE*****
111 !***Y HALLAR DMAX (DESPLAZ.MAXIMO)*****
```

```
112
113 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 0°: 0.589 , 0.206****
114 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 30°: 0.813 , -0.677****
115 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 45°: 1.172 , -0.733****
116 !****DEFORMACION MAXIMA FIBRAS 90°: 1.674 , -0.119****
117
118 !ADHERENTE FLEXIBLE
119
120 DK, 30, ux, -0.167
121 !DK, 31, ux, 0.02
122
123 DK, 30, uy, 0.012
124 !DK, 31, uy, -0.01
125
126 !ACOPLE NODOS
127
128 !*****ACOPLE NODOS*****
129
130 !**PARA ACOPLAR LOS NODOS SUPERIORES E INFERIORES
131 !**DEBE HACERSE ESCOGIENDO LOS NODOS (NUMERO) NO CAMBIAR
132
133 CSYS, 0
134 *DO, n, 3, 81, 1
135 CP, n, ALL, n, 244-n
136 *ENDDO
137
138 ALLSEL
139 SFL, 2, PRES, -200
140
141
142 !*****
143 !*****GENERACION DEL CONTACTO*****
144 !*****
145
146 !*****
147 !*****NOTAS IMPORANTES CONTACT WIZARD*****
148 !*****
149 !PARA EL CONTACT PAIR, HACER CADA CONTACTO UNO A UNO
150 !QUITAR LA PENETRACION INICIAL
151 !USAR EL K PILOT DEL CENTRO DE LAS CIRCUNFERENCIAS
152
153 !*
154 !*
155 !*
156 /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
157 CM, _NODECM, NODE
158 CM, _ELEMCM, ELEM
159 CM, _KPCM, KP
160 CM, _LINECM, LINE
161 CM, _AREACM, AREA
162 CM, _VOLUCM, VOLU
163 /GSAV, cwz, gsav, , temp
164 MP, MU, 1,
165 MAT, 1
166 R, 3
167 REAL, 3
168 ET, 2, 169
```

```
169 ET, 3, 172
170 KEYOPT, 3, 9, 1
171 KEYOPT, 3, 10, 0
172 R, 3,
173 RMORE,
174 RMORE, , 0
175 RMORE, 0
176 ! Generate the target surface
177 LSEL, S, , , 17
178 LSEL, A, , , 18
179 LSEL, A, , , 19
180 LSEL, A, , , 20
181 CM, _TARGET, LINE
182 TYPE, 2
183 LATT, -1, 3, 2, -1
184 TYPE, 2
185 LMESH, ALL
186 ! Create a pilot node
187 KSEL, S, , , 31
188 KATT, -1, 3, 2, -1
189 KMESH, 31
190 ! Generate the contact surface
191 LSEL, S, , , 9
192 LSEL, A, , , 10
193 LSEL, A, , , 11
194 LSEL, A, , , 12
195 CM, _CONTACT, LINE
196 TYPE, 3
197 NSLL, S, 1
198 ESLN, S, 0
199 ESURF
200 *SET, _REALID, 3
201 ALLSEL
202 ESEL, ALL
203 ESEL, S, TYPE, , 2
204 ESEL, A, TYPE, , 3
205 ESEL, R, REAL, , 3
206 LSEL, S, REAL, , 3
207 /PSYMB, ESYS, 1
208 /PNUM, TYPE, 1
209 /NUM, 1
210 EPLOT
211 ESEL, ALL
212 ESEL, S, TYPE, , 2
213 ESEL, A, TYPE, , 3
214 ESEL, R, REAL, , 3
215 LSEL, S, REAL, , 3
216 CMSEL, A, _NODECM
217 CMDEL, _NODECM
218 CMSEL, A, _ELEMCM
219 CMDEL, _ELEMCM
220 CMSEL, S, _KPCM
221 CMDEL, _KPCM
222 CMSEL, S, _LINECM
223 CMDEL, _LINECM
224 CMSEL, S, _AREACM
225 CMDEL, _AREACM
```

```
226 CMSEL,S,_VOLUCM
227 CMDEL,_VOLUCM
228 /GRES,cwz,gsav
229 CMDEL,_TARGET
230 CMDEL,_CONTACT
231 /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
232 !*
233 !*
234 !*
235 /COM, CONTACT PAIR CREATION - START
236 CM,_NODECM,NODE
237 CM,_ELEMCM,ELEM
238 CM,_KPCM,KP
239 CM,_LINECM,LINE
240 CM,_AREACM,AREA
241 CM,_VOLUCM,VOLU
242 /GSAV,cwz,gsav,,temp
243 MP,MU,1,0
244 MAT,1
245 R,4
246 REAL,4
247 ET,4,169
248 ET,5,172
249 KEYOPT,5,9,1
250 KEYOPT,5,10,0
251 R,4,
252 RMORE,
253 RMORE,,0
254 RMORE,0
255 ! Generate the target surface
256 LSEL,S,,13
257 LSEL,A,,14
258 LSEL,A,,15
259 LSEL,A,,16
260 CM,_TARGET,LINE
261 TYPE,4
262 LATT,-1,4,4,-1
263 TYPE,4
264 LMESH,ALL
265 ! Create a pilot node
266 KSEL,S,,30
267 KATT,-1,4,4,-1
268 KMESH,30
269 ! Generate the contact surface
270 LSEL,S,,5
271 LSEL,A,,6
272 LSEL,A,,7
273 LSEL,A,,8
274 CM,_CONTACT,LINE
275 TYPE,5
276 NSLL,S,1
277 ESLN,S,0
278 ESURF
279 *SET,_REALID,4
280 ALLSEL
281 ESEL,ALL
282 ESEL,S,TYPE,,4
```

```
283 ESEL,A,TYPE,,5
284 ESEL,R,REAL,,4
285 LSEL,S,REAL,,4
286 /PSYMB,ESYS,1
287 /PNUM,TYPE,1
288 /NUM,1
289 EPLOT
290 ESEL,ALL
291 ESEL,S,TYPE,,4
292 ESEL,A,TYPE,,5
293 ESEL,R,REAL,,4
294 LSEL,S,REAL,,4
295 CMSEL,A,_NODECM
296 CMDEL,_NODECM
297 CMSEL,A,_ELEMCM
298 CMDEL,_ELEMCM
299 CMSEL,S,_KPCM
300 CMDEL,_KPCM
301 CMSEL,S,_LINECM
302 CMDEL,_LINECM
303 CMSEL,S,_AREACM
304 CMDEL,_AREACM
305 CMSEL,S,_VOLUCM
306 CMDEL,_VOLUCM
307 /GRES,cwz,gsav
308 CMDEL,_TARGET
309 CMDEL,_CONTACT
310 /COM, CONTACT PAIR CREATION - END
311 /MREP,EPLLOT
312 eplot
313 dtran
314 FINISH
315 /SOL
316 allsel
317 DELTIM,1,0.01,1
318 OUTRES,ERASE
319 OUTRES,ALL,ALL
320 TIME,10
321 lplot
322 /PNUM,KP,0
323 /PNUM,LINE,1
324 /PNUM,AREA,0
325 /PNUM,VOLU,0
326 /PNUM,NODE,0
327 /PNUM,TABN,0
328 /PNUM,SVAL,0
329 /PNUM,DOMA,0
330 /NUMBER,0
331 !*
332 /PNUM,ELEM,0
333 /REPLLOT
334 !*
335 allsel
336 /solu
337 solve
338
339 !*****
```

```
340 !*****POST PROCESADO*****
341 !*****
342
343 /POST1
344
345
346
347 !*****LISTAS REFERIDAS AL TALADRO DE LA DERECHA*****
348
349 local,18,1,0.786*ancho-1.56,0.335*alto+1.56
350
351 csys,18
352 rsys,18
353 dsys,18
354
355 lsel,s,line,,9,12
356 nsll,,1
357
358 nlist
359
360
361
362 prnsol,s,comp,x
363
364 prnsol,CONT,,PRES
365
366
367 allsel
368
369 dsys,global
370 csys,global
371 rsys,global
372
373 !***LISTAS REFERIDAS AL TALADRO DE LA IZQUIERDA*****
374
375
376 local,19,1,ancho*0.214+1.56,alto*0.665-1.56
377
378 csys,19
379 rsys,19
380 dsys,19
381
382 lsel,s,line,,5,8
383 nsll,,1
384
385 nlist
386
387
388 prnsol,s,comp,x
389
390 prnsol,CONT,,PRES
391
392 allsel
393
394 dsys,global
395 csys,global
396 rsys,global
```

```
397
398 prrfor
399
400
401
402 !*****
403 !*****NOTAS PARA EL TIPO DE SOLUCION*****
404 !*****
405
406 !PARA LA SOLUCION, EN EL ANALYSIS TYPE HACER
407 !EL SOLN'CONTROLS HACER TIME INCREMENT CHECK, TIME AT
408 !END OF LOADSTEP=10 // TIME STEP SIZE=1 // MIN TIME !STEP=0.01
409 !MAX TIME STEP=1 // FREQUENCY=WRITE EVERY SUBSTEP
```