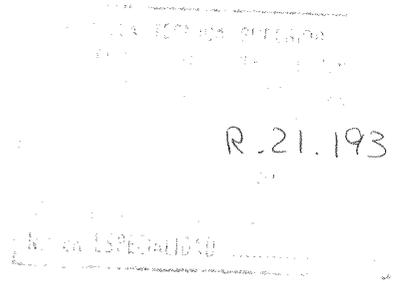


123

45

*Sevilla de España*

**Diseño en Tecnología CMOS de Osciladores  
Controlados por Tensión de Alta Frecuencia en  
Modo de Transconductancia**



*Tesis Doctoral presentada por :*

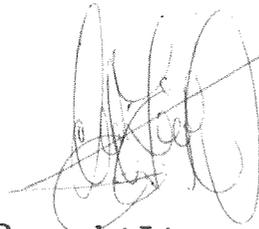
*Bernabé Linares Barranco.*

*Universidad de Sevilla, Mayo de 1990*

*Tesis Doctoral :*

**Diseño en Tecnología CMOS de Osciladores  
Controlados por Tensión de Alta Frecuencia en  
Modo de Transconductancia**

*presentada por,*



*Bernabé Linares Barranco*

*Director de Tesis,*



*Ángel Rodríguez Vázquez*

## Agradecimientos

Quisiera expresar mi más profundo agradecimiento a mi director de Tesis Dr. Angel Rodríguez Vázquez cuya ayuda, colaboración, apoyo y amistad jamás me han faltado en ningún momento y cuyo trabajo de dirección ha sido más que extraordinario. También quisiera agradecer la ayuda y la amistad que he recibido del Dr. Edgar Sánchez Sinencio de la Universidad de Texas A&M durante mi estancia en EEUU que ha sido de un gran valor para el trabajo desarrollado. Asimismo ha sido de una enorme ayuda el apoyo que de forma continua he recibido del Dr. José Luis Huertas sin cuyo interés mi trabajo se hubiera visto grandemente mermado.

Finalmente estoy extremadamente agradecido a nuestras magníficas secretarias Angeles y Maite porque fueron ellas quienes soportaron el mayor peso del trabajo de edición de este documento y sin la ayuda de las cuales dicho proceso se hubiera enlentecido de forma inimaginable. También quisiera agradecer la ayuda que nunca me ha negado D. Juan Manuel Baeza y que siempre ha sabido resolver los problemas que se me presentaban.

# INDICE

<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción histórica	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Conceptos Básicos	3
1.4. Descripción del Contenido de la Memoria	4
1.5. Referencias	5
<b>Capítulo 2. Fundamentos Matemáticos</b>	
2.1. Conceptos Básicos para Circuitos Dinámicos de Primer y Segundo Orden	8
2.2. Modelos de Osciladores de Primer Orden	11
2.2.1. Bloques Básicos	11
2.2.2. Osciladores Controlados por Tensión	15
2.3. Modelos de Osciladores de Segundo Orden	20
2.3.1. Osciladores Sinusoidales	20
2.3.1.1. Osciladores con Control Estático de la Amplitud	21
2.3.1.2. Osciladores con Control Dinámico de la Amplitud	26
2.3.2. Osciladores No-sinusoidales de Segundo Orden	30
2.4. Problemas de Sincronismo en Osciladores no Autónomos	33
2.5. Conclusiones	34
2.6. Referencias	34
<b>Capítulo 3. Osciladores No-sinusoidales</b>	
3.1. Osciladores No-Sinusoidales de Primer Orden	36
3.1.1. Selección de la Topología	36
3.1.2. Macromodelado y Simulación en Spice	44
3.1.3. Simulación a Nivel de Dispositivos y Resultados Experimentales	47
3.2. Oscilador FitzHugh-Nagumo de Segundo Orden	47
3.2.1. Búsqueda de la Topología	54
3.2.2. Macromodelado y Simulación	56
3.2.3. Resultados Experimentales	58
3.3. Conclusiones	58
3.4. Referencias	65

## **Capítulo 4. Osciladores Sinusoidales**

4.1. Introducción	67
4.2. Generación de Estructuras de Osciladores en Modo-T	67
4.3. Influencia de los Comportamientos Parásitos del OTA	74
4.4. Estabilización y Control de la Amplitud	80
4.4.1. Control de la Amplitud por Limitación	80
4.4.2. Control de la Amplitud por AGC	82
4.5. Resultados Experimentales	85
4.6. Conclusiones	93
4.7. Referencias	117

## **Capítulo 5. Control Preciso de la Frecuencia**

5.1. Introducción	119
5.2. El Lazo de Control de la Frecuencia	120
5.3. El Convertidor Frecuencia a Tensión	122
5.4. Implementación del Monoestable	125
5.5. Resultados Experimentales	127
5.6. Conclusiones	130
5.7. Referencias	130

<b>Apéndice A. Método Simplificado de Balance Armónico</b>	<b>131</b>
--	------------

<b>Apéndice B. Listados de Spice</b>	<b>138</b>
--------------------------------------	------------

## CAPITULO 1 INTRODUCCION

En este primer capítulo se comienza con una introducción histórica para explicar el cómo y el porqué de la motivación del trabajo reportado en esta memoria. Después de esto se explica el objetivo de este trabajo dando a conocer el problema que se trata de resolver así como la técnica que para ello se va a emplear. Se mencionarán también, brevemente, algunas diferencias con respecto a otras técnicas ya existentes para resolver dicho tipo de problemas, enfatizando las ventajas de la que nosotros vamos a usar. Para finalizar este Capítulo introductorio se definirán algunos conceptos básicos que serán usados a lo largo de esta memoria y se indicará brevemente el contenido de la misma.

### 1.1. Introducción histórica

Desde la invención del *Amplificador Operacional*, este elemento ha sido el componente activo principal para casi todo circuito analógico, bien lineal o no-lineal. Concretamente, en el área de osciladores sinusoidales se reportaron muchos resultados interesantes con amplificadores operacionales [Battach84, Filanovsky82, Filanovsky85, Huertas84, Rodríguez87, Tavakoli85, Vannerson74]. Sin embargo, desde el mero comienzo, era obvia la limitación en frecuencia de este componente. Para osciladores de alta frecuencia nunca se han podido superar los  $200\text{KHz}$  y esto con distorsiones por encima del  $2\%$ , y usando técnicas especiales de amplificadores operacionales compuestos [Pérez85].

Como consecuencia de esta limitación consideramos la posibilidad de usar otro componente activo, el *Amplificador Operacional de Transconductancia* (OTA), para el diseño de osciladores de alta frecuencia [Autor1]. Usando OTAs comerciales, obtuvimos osciladores sinusoidales con frecuencias de trabajo de  $1\text{MHz}$  (cinco veces las obtenidas con amplificadores operacionales) y con distorsiones de un  $1\%$  y menos. Después de esto, el siguiente paso evidente era transferir esta técnica de diseño a un entorno monolítico de circuitos integrados. Este es precisamente el objetivo del trabajo de investigación descrito en esta memoria. Como veremos en posteriores Capítulos, se han diseñado prototipos que fabricados en una tecnología CMOS estándar de  $2\mu\text{m}$  son capaces de generar sinusoides de hasta  $69\text{MHz}$ .

### 1.2. Objetivos

El objetivo principal del trabajo presentado en esta memoria es el de proponer, desarrollar y demostrar una técnica nueva para el diseño de osciladores controlados por tensión en tecnología CMOS estándar.

Dicha técnica nueva la llamaremos a lo largo de esta memoria técnica de "modo de transconductancia" (modo-T). Esta técnica ha sido usada con éxito durante los pasados años para el diseño de *filtros continuos* integrados de altas frecuencias [Park88, Krumm88, Johl86, Sánchez88, Plett86]. Dicha técnica se basa en el uso del Amplificador Operacional de

Transconductancia (OTA) [RCA73, VTC87]. El OTA, cuyo símbolo se muestra en la Fig.1.1,

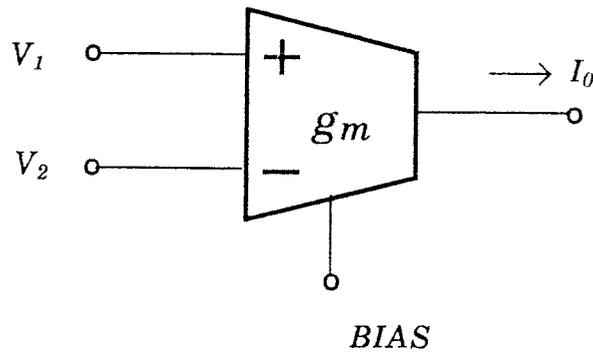


Figura 1.1: Símbolo del OTA

es una fuente de corriente controlada por una diferencia de tensiones; esto es, su corriente de salida  $I_0$  es proporcional a la diferencia de sus dos tensiones de entrada  $V_1$  y  $V_2$ . A la constante de proporcionalidad  $g_m$  se le llama *transconductancia* y es ajustable a través de un terminal exterior de sintonía <sup>†</sup>1.

$$I_0 = g_m (V_1 - V_2) \quad (1.1)$$

Las ventajas que esta técnica ofrece para el diseño de circuitos integrados, analógicos y continuos de alta frecuencia ha quedado patente tanto para el caso de los filtros [Park88, Krumm88] como para el de los osciladores [Autor3, Autor5, Autor7, Autor8, Autor13]. Su utilización a altas frecuencias es la principal ventaja de esta técnica, pero también tiene sus inconvenientes. Las frecuencias características de los filtros y osciladores diseñados con técnicas de modo-T son proporcionales a una relación de transconductancia y capacidad  $g_m/C$ . Ambos parámetros padecen de grandes variaciones de proceso (por encima del 20%). Esto significa que las frecuencias características van a estar sometidas también a grandes variaciones, incluso para circuitos que comparten el mismo dado en un circuito integrado. Sin embargo, por otra parte, el valor de  $g_m$  es ajustable. Por lo tanto, si se dispone de algún lazo de sintonía capaz de reajustar los valores de las  $g_m$ s del circuito para compensar las variaciones del proceso y de la temperatura, se podrán obtener filtros y osciladores con valores muy precisos de sus frecuencias características. Algunas estrategias de sintonía para filtros ya han sido publicadas [Park88, Krummen88, Brooks89], pero según nuestro conocimiento aún no se ha reportado nada parecido para osciladores controlados por tensión. El último capítulo de esta memoria se dedica a la presentación de un lazo de sintonía de la frecuencia para un oscilador controlado por tensión.

---

1 Para OTAs bipolares la entrada de sintonía es en forma de corriente, mientras que para OTAs CMOS suele ser en forma de tensión.

### 1.3. Conceptos Básicos

En lo que sigue daremos algunos conceptos básicos que serán usados a lo largo de la presente memoria.

**Oscilador:** Sistema capaz de producir independientemente oscilaciones permanentes y acotadas de al menos una de las variables que lo describe <sup>†2</sup>.

Esta definición es bastante general y puede dar lugar a varios tipos de osciladores:

1.- **Oscilador Periódico:** las oscilaciones son perfectamente periódicas. Si  $x(t)$  es la salida del oscilador y  $T$  es el periodo, entonces  $x(t+nT)=x(t)$  para cualquier  $n \in \{-\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, +\infty\}$ . Un oscilador como éste está caracterizado por su *frecuencia*  $f=1/T$ . El espectro de dicha salida estará compuesto por un armónico fundamental a la frecuencia de oscilación  $f=1/T$  y un número infinito de armónicos superiores a frecuencias que son múltiplo de la fundamental.

2.- **Oscilador pseudoperiódico:** el espectro de la salida de un oscilador de este tipo está compuesto por armónicos de más de una frecuencia  $f_i$  que no son múltiplos de la frecuencia de ningún otro armónico.

3.- **Oscilador caótico:** el espectro de la salida de un oscilador de este tipo es plano, esto es, contiene componentes de todas las frecuencias [Chua86].

En un oscilador periódico se alcanzará un *ciclo límite* independientemente de las condiciones iniciales con que empiece el sistema. En un oscilador caótico no se alcanzará ningún ciclo límite. Es más, un pequeño cambio en las condiciones iniciales dará lugar a una respuesta temporal completamente distinta.

En esta memoria tan sólo trataremos con osciladores periódicos. Consideraremos dos clasificaciones diferentes de osciladores periódicos:

1.- Atendiendo a su grado de independencia:

a) **Oscilador Autónomo:** tan pronto se conecte la alimentación el oscilador producirá oscilaciones a una frecuencia fija.

b) **Oscilador No-Autónomo:** el sistema posee una entrada exterior que controla si se producen oscilaciones o no y/o la frecuencia de dichas oscilaciones.

2.- Atendiendo al tipo de forma de onda que produce:

a) **Sinusoidal:** la respuesta se parece a una senoide perfecta.

---

<sup>2</sup> En el Capítulo 2 se dará una definición matemáticamente más precisa del concepto de oscilador.

b) No-Sinusoidal: la respuesta no es sinusoidal.

Para osciladores sinusoidales se requiere el concepto de distorsión. Una señal periódica  $x(t)$  puede ser descrita en función de su desarrollo en serie de Fourier,

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(2\pi nft + \delta_n) \quad (1.2)$$

donde  $f$  es su frecuencia característica o fundamental. Para un oscilador sinusoidal deberá ser

$$\left| A_1 \right| \gg \left| A_i \right|, i=2,3,\dots,\infty \quad (1.3)$$

Cuanto mayor sea  $|A_1|$  con respecto a  $|A_i|$ ,  $i \geq 2$ , más sinusoidal y menos distorsionada será la salida del oscilador. El grado de distorsión se puede caracterizar a través de la "Distorsión Armónica Total", definida como

$$THD = 100 \left( \sum_{i=2}^{\infty} \left( \frac{A_i}{A_1} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

#### 1.4. Descripción del contenido de la Memoria

Después de este capítulo introductorio se dedica un capítulo completo a explicar los modelos matemáticos de los osciladores que se diseñarán a lo largo del resto de esta memoria. Los modelos se darán en función de diagramas de bloques y se usarán "cajas negras" como sus componentes. Estos diagramas de bloques son independientes de la técnica de diseño que se vaya a usar para su posterior implementación, y por lo tanto serán válidas tanto si se usa la técnica de modo-T, de modo de corriente [Sedra89], de condensadores en conmutación, de RC activa, de RC distribuidas, como de cualquier otra. Una vez que se vayan a implementar las cajas negras, se requerirá el uso de alguna técnica de diseño.

Distinguiremos dos tipos de osciladores, llamados sinusoidales y no-sinusoidales. Los diagramas de bloques y los mecanismos de funcionamiento son completamente distintos para cada uno de ellos. Tan sólo mostraremos aquellos diagramas de bloques que posteriormente se vayan a implementar en los venideros capítulos.

El Capítulo 3 trata sobre las implementaciones de osciladores no sinusoidales. Se discutirán dos osciladores. En primer lugar, se tratará de uno de primer orden basado en el uso de un elemento con histéresis. En segundo lugar, de uno de segundo orden que modela la relación entre señales eléctricas en la membrana de una célula nerviosa [FitzHugh67]. Se escogió precisamente este oscilador neuronal de segundo orden porque era un ejemplo lo

suficientemente complicado como para ilustrar la versatilidad y adecuación de la técnica de diseño que estamos proponiendo.

En el Capítulo 4 se explica un método general y topológico para la búsqueda sistemática de estructuras de osciladores sinusoidales. Se propondrán distintos circuitos para la implementación de la parte no-lineal de los osciladores, y finalmente varios prototipos que han sido fabricados en tecnología CMOS demostrarán la indudable eficiencia de la técnica de modo-T.

Finalmente, en el Capítulo 5 se dará el último paso para hacer la técnica de modo-T, al menos para osciladores, lista para su etapa industrial. Se propondrá un mecanismo para ajustar en tiempo real y de forma precisa la frecuencia de oscilación, y de tal manera que sea independiente de las variaciones de temperatura, del proceso y de los parásitos. Se mostrará su funcionamiento con un prototipo de prueba. La conclusión final de este trabajo es que es posible construir osciladores en tecnología CMOS estándar, que sean de alta frecuencia, baja distorsión (si son sinusoidales), de alta precisión, bajo coste y sin *trimming* usando la técnica de diseño propuesta.

### 1.5. Referencias.

- [Autor1] B. Linares-Barranco, "Design of Quasi-Sinusoidal Oscillators with OTAs", Master Thesis, Sevilla, September 1987.
- [Autor3] B. Linares-Barranco, E. Sánchez Sinencio, A. Rodríguez Vázquez and J.L. Huertas, "A 10 MHz Voltage-controlled OTA Quadrature Oscillator", *Electronics Letters*, 8th June 1989, vol. 25, No. 12, pp. 765-767.
- [Autor5] A. Rodríguez-Vázquez, B. Linares Barranco, J.L. Huertas and E. Sánchez Sinencio, "On the Design of Voltage Controlled Sinusoidal Oscillators Using OTAs", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37, No. 2, pp. 198-211, February 1990.
- [Autor7] B. Linares Barranco, A. Rodríguez-Vázquez, J.L. Huertas and E. Sánchez Sinencio, "Generation and Design of Sinusoidal Oscillators Using OTAs", *Proceedings of the 1988 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, June 1988, Helsinki, Finland, pp. 2863-2866.
- [Autor8] B. Linares Barranco, E. Sánchez Sinencio, R.W. Newcomb, A. Rodríguez-Vázquez and J.L. Huertas, "A novel CMOS Analog Neural Oscillator Cell", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, May 1989, Portland, Oregon, pp. 794-797.
- [Autor13] B. Linares Barranco, E. Sánchez Sinencio, A. Rodríguez-Vázquez and J.L. Huertas, "Very High Frequency CMOS OTA-C Quadrature Oscillators", *Proceedings of 1990 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, May 1990, New Orleans, Louisiana.
- [Battach84] B.B. Battacharyya and M. Tavakoli-Darkani, "A unified Approach to the Realization of Canonic RC-active Single as well as Variable Frequency Oscillator using Operational Amplifiers", *Int. J. Franklin Institute*, vol. 317, pp. 413-439, June 1984.

- [Brooks89] T.L. Brooks and P.M. Van Peteghem, "Simultaneous Tuning and Signal Processing in Integrated Continuous Time Filters: the Correlated Tuning Loop", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, May 1989, Portland, Oregon*, pp 651-654.
- [Chua86] L. O. Chua, M. Komuro and T. Matsumoto, "The Double Scroll Family", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-33, No. 11, November 1986, pp. 1072-1097.
- [Filanovsky82] I.M. Filanovsky, V.A. Piskarev, K.A. Stromsmoe, "On the Fast Amplitude Control in RC-Oscillators", *Proceedings of the 1982 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 819-822, 1982.
- [Filanovsky85] I.M. Filanovsky, "A Wien Bridge RC Oscillator with Fast Amplitude Control", *International Journal of Electronics*, vol. 58, pp.817-826, 1985.
- [FitzHugh67] R. FitzHugh, "Mathematical Models of Excitation and Propagation in Nerves", *National Institute of Health, Technical Report 1967*.
- [Huertas84] J.L. Huertas, A. Rodríguez-Vázquez and B. Pérez Verdú, "High Frequency Design of Sinusoidal Oscillators Realized with Operational Amplifiers", *IEE Proceedings*, vol. 131, Pt. G, pp. 137-140, August 1984.
- [Johl86] N. Johl and F. Krummenacher, "Continuous-time Filters for MOS-VLSI", *Mitteilungen AGEN*, No. 43, May 1986, pp. 49-55.
- [Krummen88] F. Krummenacher and N. Joehl, "A 4-MHz CMOS Continuous-Time Filter with On-Chip Automatic Tuning", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 23, No. 3, June 1988.
- [Park88] C.S. Park and R. Schaumann, "Design of a 4MHz Analog Integrated CMOS Transconductance-C Bandpass Filter", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 23, No. 4, August 1988, pp. 987-996.
- [Pérez85] B. Pérez Verdú, *High Frequency Nonlinear Modeling and Design of Oscillators with Operational Amplifiers*, PhD Dissertation, University of Seville, 1985.
- [Plett86] C. Plett, M.A. Copeland and R. A. Hadaway, "Continuous Time Filters Using Open Loop Tuneable Transconductance Amplifiers", *Proceedings of the 1986 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, San José, California, 1986*, pp. 1173-1176.
- [Prem83] V. Prem-Pyara, S.C. Dutta-Roy and S.C. Jamuar, "Identification and Design of Single-Amplifier Single-Resistor Controlled Oscillators", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-30, pp. 176-181, March 1983.
- [RCA73] RCA, "Linear Integrated Circuits and MOS Devices", Solid State Data Book, 1973.
- [Rodríguez87] A. Rodríguez-Vázquez, J.L. Huertas and B. Pérez -Verdú, "High-Frequency Design of the Wien-Bridge Oscillator using Composite Amplifiers", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, pp. 441-443, April 1987.

- [Sedra89] A. S. Sedra, "The Current Conveyor: History and Progress", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Portland, Oregon, May 1989*, pp. 1567-1571.
- [Tavakoli85] M. Tavakoli-Darkani and B.B. Battacharyya, "Generation and Design of Canonic Grounded-Capacitor Variable-Frequency RC-Active Oscillators", *IEE Proceedings*, vol. 132, Pt. G., pp. 153-160, August 1985.
- [Vannerson74] E. Vannerson and K.C. Smith, "Fast Amplitude Stabilization of an RC Oscillator", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. SC-9, pp. 176-179, August 1974.
- [VTC87] VTC Incorporated, "High Performance Integrated Circuits", Data Book Supplement, 1987.

## CAPITULO 2

### FUNDAMENTOS MATEMATICOS

Tal como quedó de manifiesto en el Capítulo previo, el objetivo básico de esta Tesis es proponer técnicas para la realización práctica de *osciladores controlados por tensión (VCOs)* usando *amplificadores de transconductancia*. Dicho objetivo puede desdoblarse en otros dos. Por una parte, es necesario seleccionar un conjunto de *modelos matemáticos* que permitan el diseño de VCOs a partir de un conjunto de especificaciones. Por otra, debe abordarse el problema de cómo implementar eficientemente dichos modelos usando amplificadores de transconductancia reales.

Este Capítulo se centra en el primero de los puntos citados. Se discuten los mecanismos que dan lugar a la aparición de oscilaciones en circuitos de primer y segundo orden y se analizan modelos matemáticos de los mismos. Se presentan asimismo diagramas conceptuales de bloques para tales modelos. A los propósitos del presente capítulo dichos diagramas muestran interconexiones de *cajas negras*, dejándose los detalles de implementación de dichas cajas negras para los capítulos posteriores.

#### 2.1. Conceptos Básicos para Circuitos Dinámicos de Primer y Segundo Orden.

En términos generales, un circuito electrónico se dice que es un oscilador si, estando excitado únicamente mediante señales constantes, genera formas de onda estacionarias en al menos una de sus variables eléctricas <sup>†1</sup>. Todo oscilador práctico es un *sistema dinámico no-lineal*, cuyo modelado matemático puede abordarse usando el concepto de *estado* y vía las *variables de estado* [Chua87].

*Def. 1* "El estado de un sistema en un cierto instante  $t$  consideramos que queda completamente descrito mediante el vector  $\mathbf{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ , donde  $x_i(t)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) son las llamadas variables de estado del sistema".

Supondremos que la evolución dinámica de los sistemas de interés en esta Memoria puede formularse mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias en *forma normal* sobre las variables de estado,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

---

<sup>1</sup> Este concepto puede extenderse a sistemas excitados mediante señales de alterna, suponiendo que las frecuencias naturales de la señal estacionaria generada son distintas de las de excitación.

Muchas de las propiedades de interés del sistema (2.1) pueden establecerse analizando sus *puntos de equilibrio* y la *estabilidad* de los mismos [Chua87].

*Def. 2* "Un punto de equilibrio se dice *localmente estable* si existe un entero positivo  $\epsilon$  tal que a partir de cualquier estado inicial que cumpla la condición  $|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0| < \epsilon$ , el sistema evoluciona convergiendo hacia  $\mathbf{x}_0$ ".

$$\left. \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = 0 \quad (2.2)$$

Usando los conceptos definidos previamente es posible establecer de modo más formal el concepto de oscilador.

*Def. 4* "Un circuito descrito mediante (2.1) se dice que es un oscilador si, para alguna condición inicial, no converge nunca hacia sus puntos de equilibrio, permaneciendo además sus variables de estado acotadas para todo instante  $t$ ".

De modo resumido, y para todos los propósitos de esta Memoria, puede decirse que (2.1) corresponde a un oscilador si no presenta ningún punto de equilibrio estable  $\dagger 2$  y, además,  $\mathbf{x}(t)$  no diverge. Para analizar, pues, el posible comportamiento oscilatorio de un sistema es preciso caracterizar la estabilidad de sus puntos de equilibrio. En concreto, la estabilidad local de tales puntos  $\{\mathbf{x}_0 | \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = 0\}$  puede inferirse del análisis de las frecuencias naturales del sistema que resulta de linealizar (2.1) alrededor de cada uno de ellos  $\dagger 3$ ,

$$\left. \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{J}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} (\mathbf{x}-\mathbf{x}_0) \quad (2.3)$$

donde  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$  es el jacobiano del sistema.

Esta Memoria se dedica exclusivamente a circuitos *osciladores de primer y segundo orden*, para los cuales se detalla a continuación la caracterización de las propiedades de estabilidad de sus puntos de equilibrio.

**Sistemas de Primer Orden:** Para un tal sistema descrito por  $dx/dt = f(x)$ , los puntos de equilibrio  $\{x_{0i} | f(x_{0i}) = 0\}$  quedan caracterizados como se muestra en la siguiente ecuación, donde  $\delta > 0$  es suficientemente pequeño:

---

2 En rigor, habría que distinguir entre estabilidad local y estabilidad global para que esta definición fuese verdadera.

3 La mayoría de los circuitos considerados en esta Memoria son lineales a tramos. Así, al linealizar alrededor de cada punto de equilibrio se obtiene una representación del comportamiento dinámico del sistema en la correspondiente zona.

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_{0i}} > 0 & \quad x_{0i} \text{ es un punto de equilibrio inestable} \\
 \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_{0i}} < 0 & \quad x_{0i} \text{ es un punto de equilibrio estable} \\
 \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_{0i}} = 0 & \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } f(x) \Big|_{x=x_{0i}-\delta} \geq 0 \text{ y } f(x) \Big|_{x=x_{0i}+\delta} \leq 0, \quad x_{0i} \text{ es estable} \\ \text{en caso contrario } x_{0i} \text{ es inestable} \end{array} \right.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

**Sistemas de Segundo Orden:** Definamos el siguiente sistema lineal equivalente para representar el comportamiento local alrededor de  $\mathbf{x}_0$ , según (2.3),

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \tag{2.5a}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_0) \\ f_2(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix} \tag{2.5b}$$

Obsérvese que la ecuación (2.5a) puede reescribirse como:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} - \frac{dx_2}{dt} (a_{11} + a_{22}) + x_1 (a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21}) + (b_1 a_{22} - a_{12} b_2) = 0 \tag{2.6}$$

cuya solución es,

$$x_1(t) = Ae^{\alpha_1 t} + Be^{\alpha_2 t} - \frac{E}{\Delta} \tag{2.7}$$

donde,

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{T + (T^2 - 4\Delta)^{1/2}}{2} \\
 \alpha_2 &= \frac{T - (T^2 - 4\Delta)^{1/2}}{2}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$E = b_1 a_{22} - a_{12} b_2, \quad \Delta = a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21}, \quad T = a_{11} + a_{22}$$

De (2.7) se observa que la respuesta natural está determinada por  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . Estas son las frecuencias naturales del sistema linealizado alrededor de  $x_0$ . Observemos que la posición de estas frecuencias naturales en el plano complejo, y, por tanto, la estabilidad de  $x_0$ , depende de la traza  $T$  y el determinante  $\Delta$  de la matriz  $\{a_{ij}\}$ . Los distintos tipos de punto de equilibrio se indican en la Tabla 2.1 [Chua87].

Tipo de Estado de Equilibrio	Valor Específico Real $\Delta < \frac{1}{4}T^2$	Valor Específico Complejo $\Delta > \frac{1}{4}T^2$
Nodo estable	$T < 0, \Delta > 0$	---
Nodo inestable	$T > 0, \Delta > 0$	---
Punto de silla	$\Delta < 0$	---
Centro	---	$\Delta > 0, T = 0$
Foco estable	---	$\Delta > 0, T < 0$
Foco inestable	---	$\Delta > 0, T > 0$

Tabla 2.1: Caracterización de puntos de equilibrio [Chua87]

## 2.2. Modelos de Osciladores de Primer Orden

Consideremos un sistema lineal de primer orden. Un tal sistema sólo puede contener un punto de equilibrio. Dependiendo de que el mismo sea estable o inestable, toda trayectoria evolucionará convergiendo hacia el punto o divergiendo desde el mismo, respectivamente. Resulta evidente, por tanto, que un sistema lineal de primer orden no puede producir oscilaciones permanentes. Para esto, se requieren al menos dos puntos de equilibrio que sean activos secuencialmente. Supóngase a modo de ejemplo un sistema tal que para  $x > 0$  tenga un punto de equilibrio estable y negativo,  $x_{01} = -a$  ( $a > 0$ ), y para  $x < 0$  tenga uno también estable pero positivo,  $x_{02} = a$ . Mientras sea  $x > 0$ , el sistema será atraído por  $x_{01}$ , y  $x$  decrecerá. Por contra, para  $x < 0$ , el sistema será atraído por  $x_{02}$ , haciendo que  $x$  aumente. En consecuencia, y suponiendo que el sistema no presente ningún otro punto de equilibrio, permanecerá continuamente moviéndose desde la región en la que  $x > 0$  a aquella donde  $x < 0$ , produciendo oscilaciones estables y permanentes.

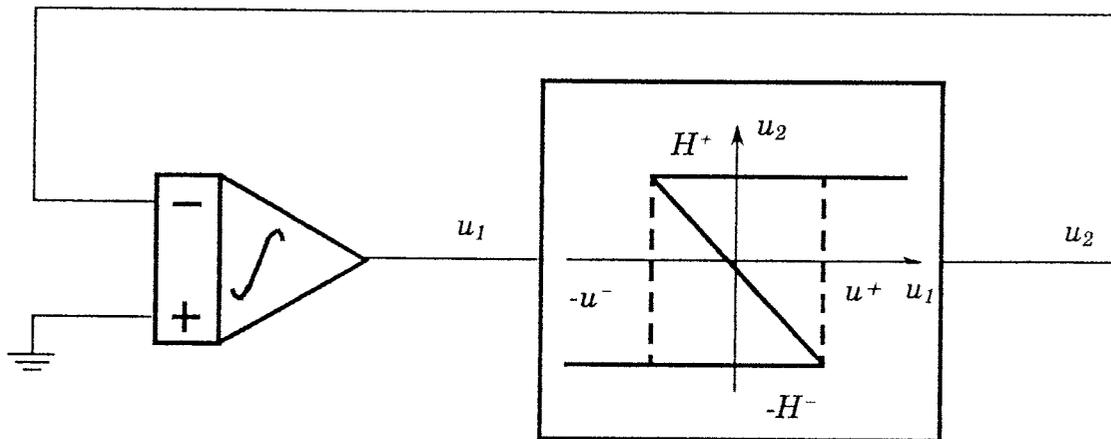
Dado que un sistema lineal sólo puede presentar un punto de equilibrio, y a la luz de las consideraciones anteriores, es inmediato concluir que todo oscilador de primer orden deberá ser necesariamente no-lineal.

### 2.2.1. Bloques Básicos

Tanto en la literatura científica [Sedra87, Gebene84, Wong76], como en los catálogos de fabricantes de circuitos integrados [Sheingold76, Exar81a, Exar81b, TexasInst85] es posible encontrar una amplia variedad de estructuras de circuitos osciladores de primer orden.

Salvo detalles concretos de implementación, todas estas estructuras se fundamentan en el uso de dispositivos no-lineales con comportamiento entrada-salida de naturaleza histerética [Strauss70, Chua87].

La Fig.2.1 ilustra el concepto básico de un oscilador de primer orden [Sheingold76, Sedra87, Grebene84].



**Figura 2.1: Diagrama Básico de Bloques de un Oscilador Histerético de Primer Orden**

Sea  $C$  la *constante de integración* y considérese la siguiente característica de transferencia para el ciclo de histéresis:

$$H(u_1) = \begin{cases} H^+ & \text{si } u_1 \geq -u^- \\ -H^- & \text{si } u_1 \leq +u^+ \end{cases} \quad (2.9)$$

La evolución temporal de la Fig.2.1 queda descrita mediante la siguiente ecuación de estado en forma normal:

$$C \frac{du_1}{dt} + H(u_1) = 0 \quad (2.10)$$

Esta es una ecuación lineal a tramos, cuya solución puede abordarse considerando separadamente las dos regiones definidas en (2.9):  $u_1 \geq -u^-$  y  $u_1 \leq u^+$ .

1)  $u_1 \geq -u^-$ . En esta región, (2.10) se reduce a la siguiente ecuación:

$$C \frac{du_1}{dt} + H^+ = 0 \quad (2.11)$$

2)  $u_1 \leq u^+$ . Donde resulta:

$$C \frac{du_1}{dt} - H^- = 0 \quad (2.12)$$

La inspección de (2.11) y (2.12) revela la no existencia de punto de equilibrio para ninguna de ambas ecuaciones. Esto es en realidad una inconsistencia matemática consecuencia del uso de un modelo excesivamente simplificado. Consideremos, para resolver esta inconsistencia, que los tramos horizontales del ciclo de histéresis tienen una pendiente  $m$  suficientemente pequeña y positiva. La ecuación (2.11) se transforma en,

$$C \frac{du_1}{dt} + u_1 m + H^+ = 0 \quad (2.13)$$

que tiene un punto de equilibrio en  $u_{10} = -H^+/m$ . Para el caso límite mostrado en la Fig.2.1  $m \rightarrow 0$  y este estado de equilibrio tiende a  $-\infty$ . Puede decirse por tanto que (2.11) tiene un estado de equilibrio en  $-\infty$ . De modo análogo, (2.12) lo tendrá en  $+\infty$ .

En la rama superior del ciclo de histéresis, la evolución dinámica del sistema apunta hacia el punto de equilibrio situado en  $-\infty$ , de modo que  $u_1(t)$  decrece constantemente. Esta situación se mantiene mientras sea  $u_1(t) \geq -u^-$ . Cuando se viola esta condición, se produce un salto hacia la rama inferior del ciclo, donde la evolución dinámica del sistema apunta hacia el punto de equilibrio situado en  $+\infty$ . Como consecuencia,  $u_1(t)$  aumenta hasta rebasar la cota  $u^+$  donde se vuelve a producir un salto hacia la rama superior de la histéresis. Aquí  $u_1(t)$  evoluciona de nuevo hacia  $-u^-$ , repitiéndose indefinidamente el proceso cíclico. Las formas de onda resultantes se ilustran en la Fig.2.2, donde las expresiones de las rampas de subida y de bajada pueden obtenerse directamente de (2.11) y (2.12):

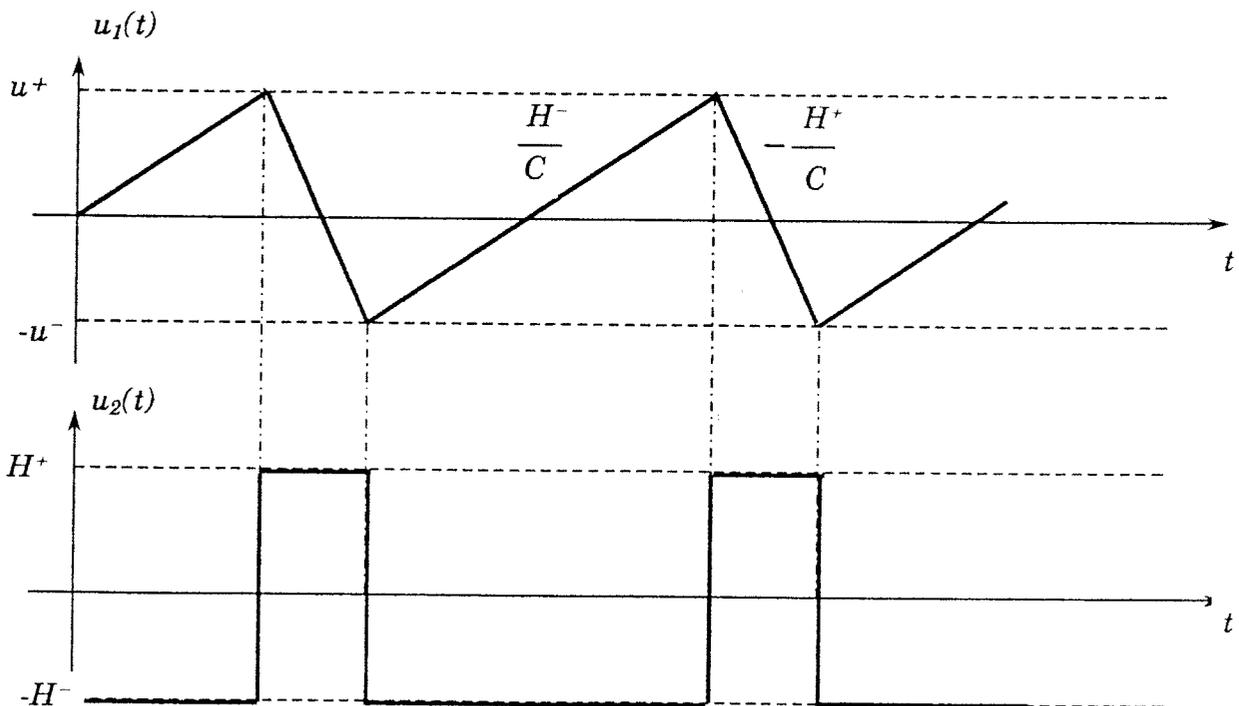


Figura 2.2: Formas de Onda en el Oscilador Histerético

$$u_1(t) = \begin{cases} u_1(t_0) + \frac{H^-}{C} (t-t_0), & \text{subida} \\ u_1(t_0) - \frac{H^+}{C} (t-t_0), & \text{bajada} \end{cases} \quad (2.14)$$

La descripción anterior constituye sólo un modelo de primer orden del comportamiento de un oscilador real basado en un ciclo de histéresis. Obsérvese que (2.9) viola las condiciones de definición de una función. Además, se ha supuesto que el dispositivo no-lineal responde instantáneamente. Un modelo más correcto que permite resolver estos problemas consiste en describir el bloque no-lineal de la Fig. 2.1 mediante la siguiente ecuación diferencial no-lineal:

$$\beta \frac{du_2}{dt} - u_1 + f(u_2) = 0 \quad (2.15)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes, y  $f(\cdot)$ , mostrada en la Fig.2.3, puede ser considerada como la inversa de  $H(\cdot)$ .

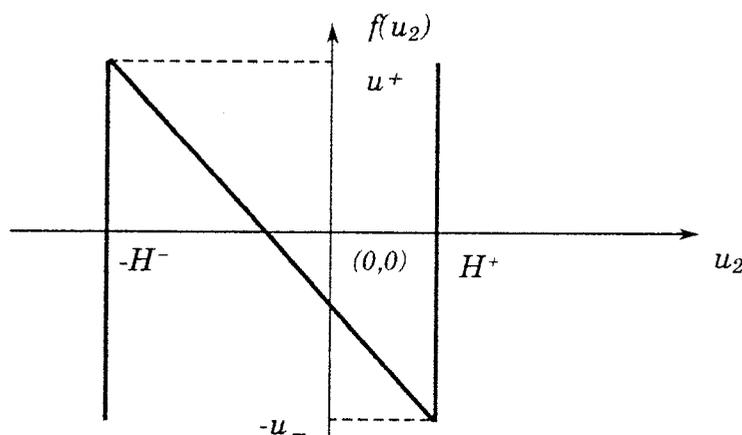


Figura 2.3: Función inversa del bloque no-lineal con histéresis

En correspondencia con los tres tramos lineales de  $f(\cdot)$ , (2.15) puede descomponerse en tres ecuaciones lineales, una por tramo,

$$\begin{aligned} u_2 \geq H^+ &\Rightarrow \beta \frac{du_2}{dt} - u_1 + m_\infty (u_2 - H^+) = 0 \\ -H^- \leq u_2 \leq H^+ &\Rightarrow \beta \frac{du_2}{dt} - u_1 - u_2 \frac{u^+ + u^-}{H^+ + H^-} = 0 \\ u_2 \leq -H^- &\Rightarrow \beta \frac{du_2}{dt} - u_1 + m_\infty (u_2 + H^-) = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde  $m_\infty \rightarrow +\infty$ . Para estas ecuaciones,  $u_1$  puede contemplarse como un parámetro independiente. El punto de equilibrio en cada región es:

$$\begin{aligned} u_2 \geq H^+ &\Rightarrow u_2 = H^+ + \frac{u_1}{m_\infty} \rightarrow H^+ \\ -H^- \leq u_2 \leq H^+ &\Rightarrow u_2 = -\frac{H^+ + H^-}{u^+ + u^-} u_1 \\ u_2 \leq -H^- &\Rightarrow u_2 = -H^- + \frac{u_1}{m_\infty} \rightarrow -H^- \end{aligned} \quad (2.17)$$

y, para cada uno de estos puntos, la estabilidad resulta:

$$\begin{aligned} u_2 \geq H^+ &\Rightarrow \frac{d}{du_2} \left( \frac{du_2}{dt} \right) \Big|_{u_2 = H^+} = -m_\infty < 0 \rightarrow \text{estable} \\ -H^- \leq u_2 \leq H^+ &\Rightarrow \frac{d}{du_2} \left( \frac{du_2}{dt} \right) \Big|_{u_2 = -\frac{H^+ + H^-}{u^+ + u^-} u_1} = \frac{u^+ + u^-}{H^+ + H^-} > 0 \rightarrow \text{in estable} \\ u_2 \leq -H^- &\Rightarrow \frac{d}{du_2} \left( \frac{du_2}{dt} \right) \Big|_{u_2 = -H^-} = -m_\infty < 0 \rightarrow \text{estable} \end{aligned} \quad (2.18)$$

En consecuencia, se confirma que el dispositivo de histéresis va a operar de modo que  $u_2$  sea siempre  $H^+$  o  $-H^-$ , produciéndose además saltos prácticamente verticales siempre y cuando los parámetros temporales  $\beta/H^+$  y  $\beta/H^-$  sean suficientemente pequeños en comparación con los correspondientes del circuito completo ( $C/H^+$  y  $C/H^-$ ).

### 2.2.2. Osciladores Controlados por Tensión

El sistema de la Fig.2.1 es *autónomo*. En la Fig.2.4 se muestran dos diagramas alternativos para la extensión de dicho concepto a un caso *no-autónomo*. Se observa que el lazo de realimentación está controlado mediante una señal exterior  $u_e$  de modo que la característica del sistema es distinta para cada valor de la misma. La Fig.2.5 muestra la característica de transferencia *real* del bloque de histéresis, tal como se ha visto previamente.

Para el caso de la Fig.2.4(a) se obtiene:

$$-C \frac{du_1}{dt} = H(u_1) + G_2 u_e + G_1 u_1 \quad (2.19)$$

siendo los puntos de equilibrio las soluciones de:

$$H(u_1) = -G_1 u_1 - G_2 u_e \tag{2.20}$$

cuyas posiciones se indican sobre la Fig.2.5 (puntos A,B y C). Puesto que la característica no-lineal es lineal a tramos y contiene tres tramos, aparecen tres puntos de equilibrio, uno por tramo. Obsérvese sin embargo que A y C no pueden ser nunca alcanzados. Tales puntos son

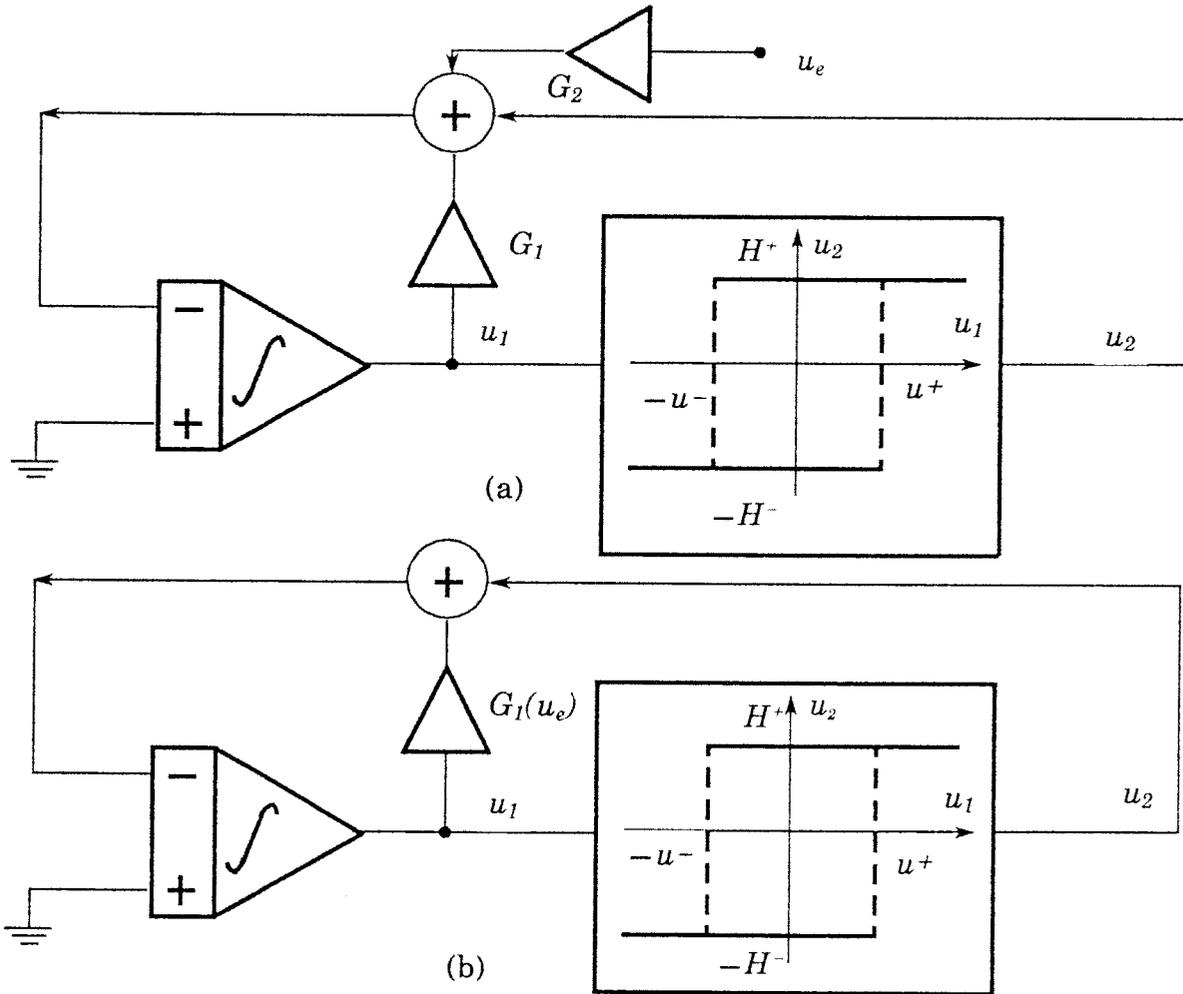


Figura 2.4: Diagramas de Bloques para Osciladores Histeréticos no-autónomos

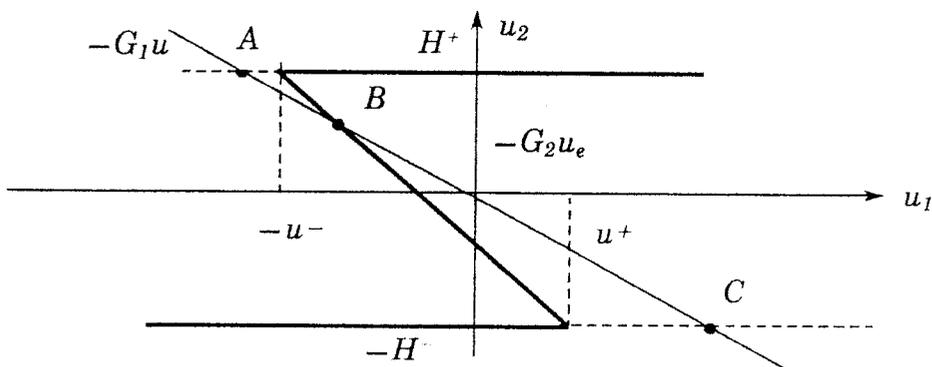


Figura 2.5: Puntos de Equilibrio para el Oscilador Histerético

*puntos de equilibrio virtuales*. En contraposición, el punto  $B$  es un punto de equilibrio real. La estabilidad de cada uno de estos puntos puede determinarse calculando el signo de  $d/du_1(du_1/dt)$ . Al objeto de que el sistema funcione correctamente como un oscilador deben verificarse las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
 A: \quad & \frac{d}{du_1} \left( \frac{du_1}{dt} \right) = - \frac{G_1}{C} < 0 \quad \Rightarrow A \text{ es estable} \\
 B: \quad & \frac{d}{du_1} \left( \frac{du_1}{dt} \right) = \frac{1}{C} \left[ \frac{H^+ + H^-}{u^+ + u^-} - G_1 \right] > 0 \Rightarrow B \text{ es inestable} \\
 C: \quad & \frac{d}{du_1} \left( \frac{du_1}{dt} \right) = - \frac{G_1}{C} < 0 \quad \Rightarrow C \text{ es estable}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

La dinámica del sistema puede describirse como sigue. Supóngase que en el estado inicial es  $H(u_1) = H^+$ . Dado que  $A$  es un punto de equilibrio estable, el sistema es atraído hacia él. Ahora bien, en cuanto se alcanza el punto  $u_1 = -u^-$ , el sistema entra en la región central  $\dagger$  donde el punto de equilibrio,  $B$ , es inestable. En consecuencia, el sistema es repelido, tendiendo hacia la rama horizontal inferior de  $H(\cdot)$  (se produce así el salto característico de los circuitos histeréticos). En esta rama inferior, el punto de equilibrio,  $C$ , es estable y el sistema evoluciona hacia él. No obstante, antes de alcanzarlo vuelve a entrar en la región central, donde de nuevo el punto  $B$  repele la trayectoria haciendo que se produzca un salto hacia la rama superior de  $H(\cdot)$ . Así se vuelve a la situación inicial y el ciclo se repite indefinidamente.

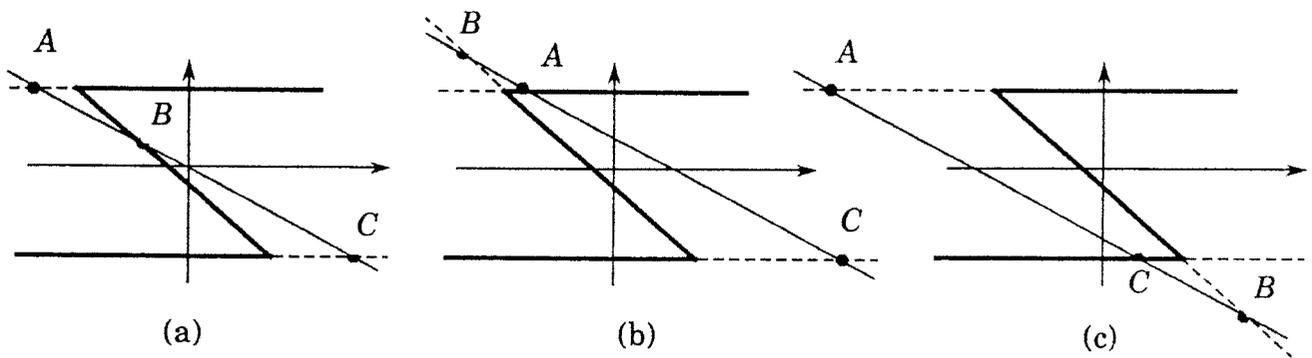
Tal como se dijo previamente, si la constante de tiempo interna del elemento de histéresis es pequeña en comparación con la del oscilador,  $u_1$  cambia poco durante cada salto y el comportamiento del sistema completo puede ser aproximado mediante un modelo de primer orden. Si por contra las dos constantes de tiempo son similares, es necesario usar un modelo de segundo orden para el sistema completo.

Considérese ahora el caso de que el valor de  $u_e$  se controle externamente. Esto cambiará la posición relativa de las curvas  $f_1(u_1) = H(u_1)$  y  $f_2(u_1) = -G_1 u_1 - G_2 u_e$ , de modo que los puntos de equilibrio virtuales pasen a ser reales y viceversa. En la Fig.2.6 se encuentran los tres posibles casos que pueden darse en la práctica. La Fig.2.6(a) corresponde al caso ya discutido, que se produce siempre que se verifique:

$$- \frac{H^+ - G_1 u^-}{G_2} < u_e < \frac{H^- - G_1 u^+}{G_2} \tag{2.22}$$

---

<sup>4</sup> Esto se vé más claramente considerando una pendiente distinta de cero para las ramas horizontales de  $H(\cdot)$ .



**Figura 2.6: Distribuciones Posibles de Puntos de Equilibrio para el Oscilador de la Fig. 2.4(a)**

En el caso ilustrado en la Fig.2.6(b) hay un punto de equilibrio real y estable, A en el que el sistema permanecerá estacionario. Esta situación se da siempre que se verifique:

$$u_e \leq - \frac{H^+ - G_1 u^-}{G_2} \quad (2.23)$$

Finalmente, en la situación mostrada en la Fig.2.6(c), que se corresponde con

$$u_e \geq \frac{H^- - G_1 u^+}{G_2} \quad (2.24)$$

el sistema permanece estable en el punto de equilibrio C.

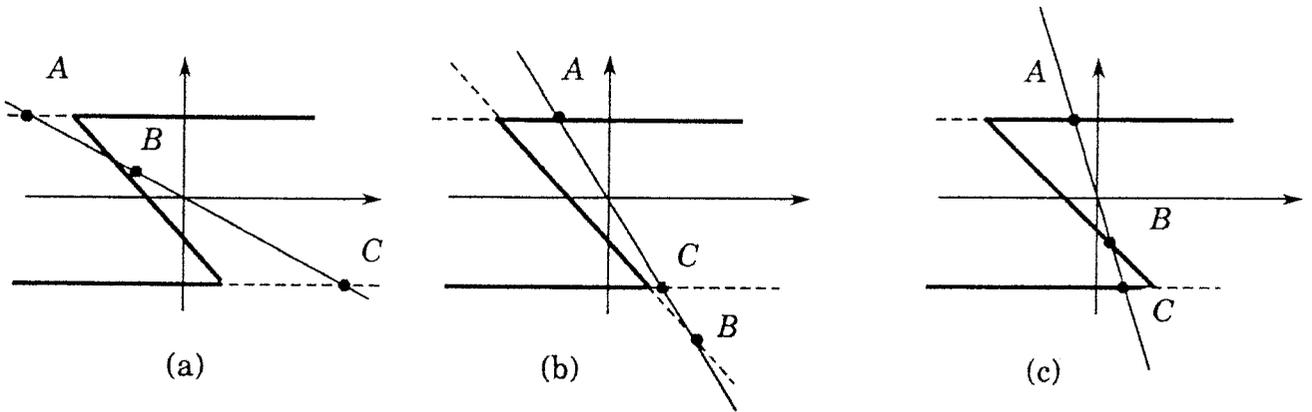
Toda la discusión anterior se refiere a (2.19) y se aplica al sistema de la Fig.2.4(a). La ecuación correspondiente para el sistema de la Fig.2.4(b) es:

$$-C \frac{du_1}{dt} = H(u_1) + u_1 G_1(u_e) \quad (2.25)$$

Nótese que ahora la señal externa de control,  $u_e$ , influye cambiando el valor de  $G_1$ . De nuevo aparecen tres posibles situaciones, que se ilustran en la Fig.2.7. Como antes, los puntos A y C son siempre estables, sean virtuales o reales. Respecto al punto B, un modelo de primer orden prevee inestabilidad si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{H^+ + H^-}{u^+ + u^-} > G_1 \quad (2.26)$$

Así pues, según tal modelo, B sería inestable en la Fig.2.7(a) y estable en las Figs.2.7(b) y (c). Para un análisis más detallado de la estabilidad en estos dos últimos casos, es necesario considerar la dinámica interna del bloque de histéresis, y usar un modelo de, al menos,



**Figura 2.7:** Distribuciones Posibles de Puntos de Equilibrio para el Oscilador de la Fig. 2.4(b)

orden 2. Tal modelo puede obtenerse usando la descripción del bloque histerético dado en (2.15) resultando el siguiente modelo para el oscilador completo:

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{-1}{C} \left[ u_2 + G_1 u_1 \right] \quad (2.27)$$

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[ u_1 - f(u_2) \right]$$

En la región central de  $f(\cdot)$ ,  $f(u_2) = -m^{-1} u_1 + n$  con  $m = (H^+ + H^-)/(u^+ + u^-)$  y  $n = (H^+ u^+ - H^- u^-)/(u^+ + u^-)$ , obteniéndose,

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{G_1}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{\beta} & \frac{1}{m\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{n}{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

El determinante de esta matriz es,

$$\Delta = \frac{1}{\beta C} \left( 1 - \frac{G_1(u_e)}{m} \right) \quad (2.29)$$

Si  $G_1(u_e) > m \Rightarrow \Delta < 0$  y, de acuerdo con la tabla 2.1, se concluye que el punto  $B$  en las Figs. 2.7(b) y (c) es un *punto de ensilladura*, esto es, inestable [Chua87].

Como conclusión, por tanto, puede afirmarse que los sistemas no-autónomos de primer orden mostrados en las Figs. 2.4(a) y 2.4(b) son equivalentes desde el punto de vista dinámico. Obsérvese que en un caso, Fig. 2.4(a), la línea  $G_1 u_1$  es desplazada dando lugar así a distintas distribuciones de estados de equilibrio, mientras que en el otro caso (Fig. 2.4(b)) esto se consigue cambiando la pendiente de dicha línea. En ambos casos, se fuerza al sistema bien a oscilar o a permanecer en un estado de equilibrio real, dependiendo del valor de  $u_e$ .

### 2.3. Modelos de Osciladores de Segundo Orden

Tal como se indicó en la Sección 2.1, el estudio de las propiedades dinámicas de circuitos de segundo orden requiere calcular la traza y el determinante del sistema linealizado asociado a cada punto de equilibrio (ver Tabla 2.1). Previamente, se ha mostrado la imposibilidad de obtener oscilaciones vía un circuito de primer orden que no contenga no-linealidades. De acuerdo con la Tabla 2.1 y la ecuación (2.8) podría parecer, no obstante, que esta condición no es necesaria en el caso de segundo orden; un sistema lineal cuyo punto de equilibrio fuese un *centro*, i.e.  $\Delta > 0$  y  $T = 0$ , podría mantener oscilaciones con una amplitud función de las condiciones iniciales. Esto simplificaría sobremanera el análisis y, en consecuencia, el diseño de osciladores de segundo orden. Desafortunadamente, ningún circuito real puede implementar exactamente la condición  $T = 0$ . En la práctica, se tendrá  $T > 0$  y el centro teórico pasará a ser un *foco estable*, o bien  $T < 0$ , con lo que se tendrá un *foco inestable*. Esto es, en la práctica resulta imposible obtener oscilaciones usando sistemas lineales, ya sean de primer o de segundo orden.

Aunque todo oscilador de segundo orden debe ser no-lineal, en esta sección se distingue entre osciladores sinusoidales, que son *débilmente no-lineales*  $f(x) \approx \sum a_i x^i$  y presentan la mínima distorsión posible, y osciladores de segundo orden *fuertemente no-lineales*.

#### 2.3.1. Osciladores Sinusoidales

Un oscilador sinusoidal está compuesto esencialmente por [Clarke78]:

- 1) Un circuito lineal para fijar la frecuencia de oscilación.
- 2) Un dispositivo activo que exhiba ganancia a la frecuencia de oscilación.
- 3) Un mecanismo no-lineal para controlar la amplitud.

Pueden considerarse dos tipos de mecanismos de control de la amplitud:

- 1) *Estáticos*, con una característica entrada-salida independiente del tiempo, y que estabilizan la amplitud mediante limitación de las excursiones de la misma.
- 2) *Dinámicos*, con una característica entrada-salida variable con el tiempo, y que regulan la amplitud haciendo que las frecuencias naturales del sistema linealizado varíen de posición con la amplitud. Esto sucede por ejemplo en un mecanismo de AGC.

En el caso de usar mecanismos estáticos es usual hacer que el sistema opere en condiciones *débilmente no-lineales*, al objeto de reducir la distorsión [Clarke78, Autor1]. Sin embargo, también es posible conseguir baja distorsión usando sistemas *fuertemente no-lineales*, como ocurre en el modelo de oscilador *paso de banda*, donde la no-linealidad es un *comparador* [Sedra87, Autor5]. En cualquier caso, con mecanismos estáticos es difícil conseguir un control adecuado sobre el nivel de distorsión. Este control es mucho mejor

usando mecanismos dinámicos, que normalmente permiten reducir significativamente los niveles de distorsión respecto a los estáticos [Clarke78].

### 2.3.1.1. Osciladores con control estático de amplitud.

El diseño de este tipo de osciladores, y en general de cualquier otro oscilador cuasisinusoidal, se concentra en los siguientes aspectos:

- 1) Existencia de oscilaciones.
- 2) Amplitud y frecuencia de la señal oscilatoria.
- 3) Distorsión de las oscilaciones.

El análisis que sigue pretende obtener expresiones que permitan el ajuste de tales especificaciones.

#### Amplitud y Frecuencia

En lo que sigue no se establece ninguna diferencia entre osciladores cuasi-sinusoidales débilmente y fuertemente no-lineales. De entre los distintos métodos disponibles en la literatura para el cálculo de la amplitud y la frecuencia de oscilador con no-linealidades estáticas [Gelb68, Atherton81, Ur81, Chua82], focalizaremos nuestra atención en el uso de la técnica de la *función de descripción* [Gelb68, Atherton81]. El uso de esta técnica nos permitirá asimismo establecer condiciones para la existencia y estabilidad de las oscilaciones.

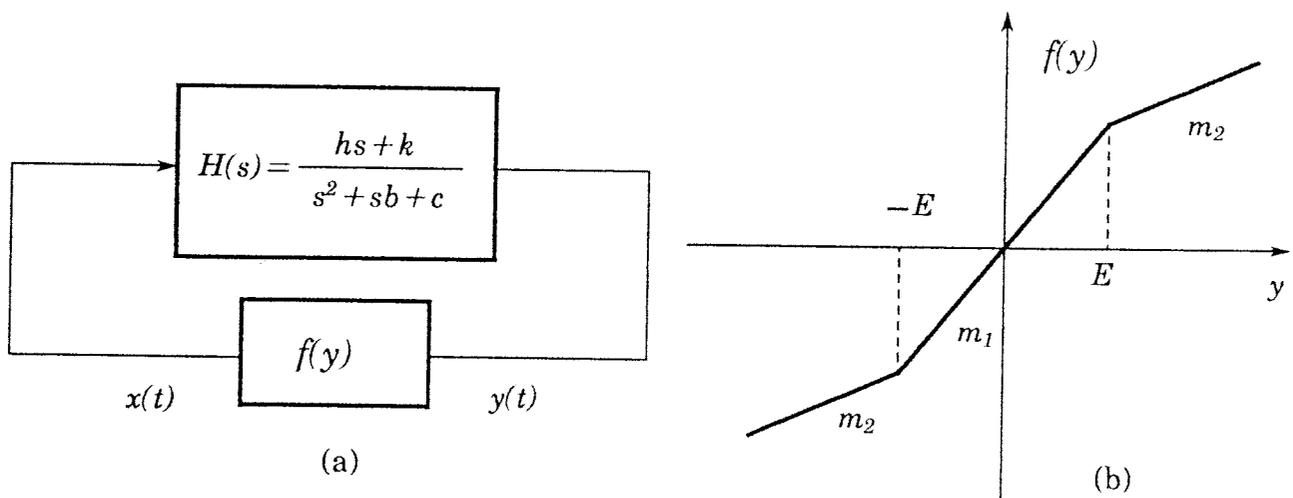


Figura 2.8: Oscilador con control estático de la amplitud: (a) Diagrama de bloques, (b) Forma de la no-linealidad

En la Fig.2.8 se muestra un modelo conceptual para un oscilador con control estático de amplitud, tal como se considerará a los propósitos de esta Memoria. Pueden distinguirse dos bloques, uno lineal con función de sistema  $H(s)$  que determina la frecuencia de oscilación, y otro no-lineal que determina la amplitud. Tal como se ve, la no-linealidad que consideraremos es una lineal a tramos con tres segmentos y simetría impar, la cual queda

completamente caracterizada mediante tres parámetros:  $m_1$ ,  $m_2$  y  $E$ . Tanto si el sistema es débilmente no-lineal (amplitud de  $y(t)$  cercana a  $E$ ) como si es fuertemente no-lineal (amplitud de  $y(t)$  mucho mayor que  $E$ ), supondremos que el bloque lineal filtra los armónicos de orden superior al fundamental, de modo que la señal de entrada de la no-linealidad pueda ser considerada cuasi-sinusoidal. En otras palabras, supondremos que  $y(t)$  está determinada exclusivamente por los primeros términos del desarrollo en serie de Fourier de  $x(t)$ , ( $x(t) = \sum x_i(t)$ ),

$$x_1(t) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$$

$$a = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(A_0 \sin \omega t) \sin(\omega t) dt \quad (2.30)$$

$$b = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(A_0 \sin \omega t) \cos(\omega t) dt$$

donde se ha considerado  $y(t) \approx A_0 \sin(\omega t)$ . Para la función no-lineal de la Fig.2.8 las integrales anteriores resultan en:

$$a = A_0 \left[ m_2 + (m_1 - m_2) r \left( \frac{E}{A_0} \right) \right] \quad (2.31)$$

$$b = 0$$

donde:

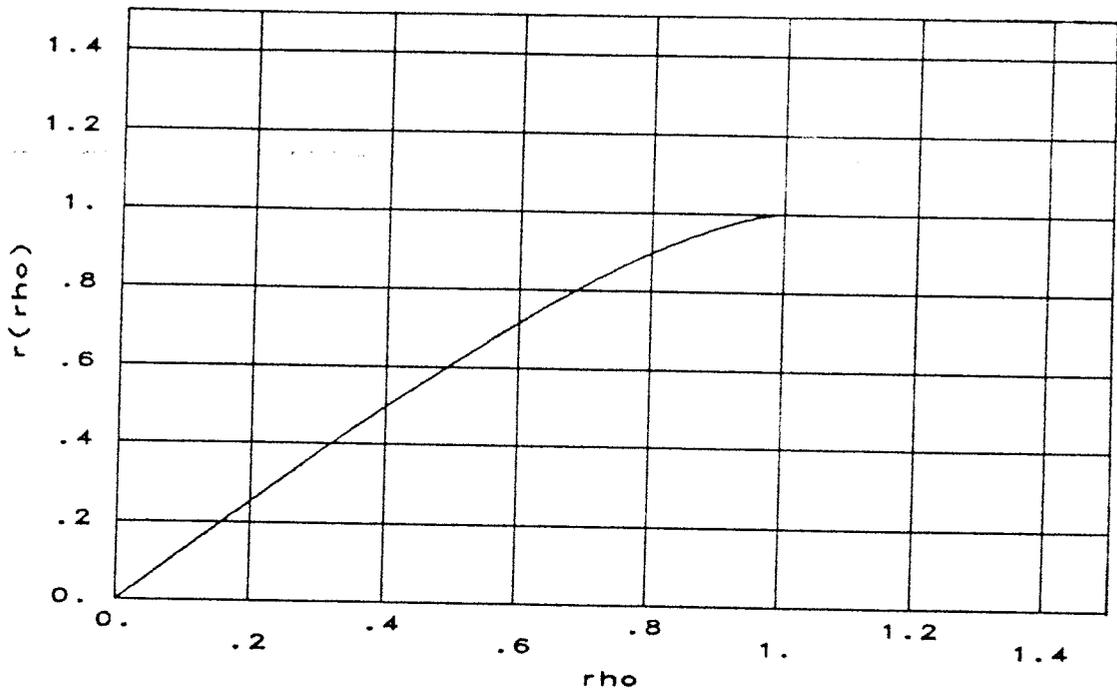
$$r(p) = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin(p) + p(1-p^2)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.32)$$

se ha representado en la Fig.2.9.

La técnica de la *función de descripción* consiste en establecer una relación lineal entre los armónicos fundamentales de  $x(t)$  e  $y(t)$ ,

$$\frac{x(t)}{y(t)} = \frac{a \sin(\omega t)}{A_0 \sin(\omega t)} = m_2 + (m_1 - m_2) r \left( \frac{E}{A_0} \right) = N(A_0) \quad (2.33)$$

donde  $N(A_0)$  es la función de descripción de la no-linealidad. Obsérvese que  $N(A_0)$  es constante para cada valor de  $A_0$ .



**Fig.2.9. Función  $r(\rho)$  usada en la función alcanzada descrita**

Usando la *función de descripción*, las soluciones oscilatorias de la Fig.2.8 pueden determinarse como si se tratase de un sistema lineal, mediante la siguiente expresión:

$$H(s) = \frac{hs + k}{s^2 + sb + c} = \frac{1}{N(A_0)} \quad (2.34)$$

que resulta en la ecuación característica del sistema:

$$s^2 + s \left[ b - hN(A_0) \right] + \left[ c - kN(A_0) \right] = 0 \quad (2.35)$$

La frecuencia y la amplitud de las oscilaciones pueden obtenerse haciendo  $s = j\omega$  en esta ecuación e igualando a cero la parte real y la imaginaria de la expresión resultante,

$$A_0 = N^{-1}(b/h) \quad (2.36)$$

$$\omega_0^2 = c - kN(A_0)$$

Por otra parte, la condición para la existencia y estabilidad del movimiento oscilatorio puede deducirse imponiendo a (2.35) la condición de que sus raíces pasen del semiplano de la derecha del plano  $s$  al de la izquierda a medida que  $A_0$  aumenta desde cero, esto es, que

$$\frac{d}{dA_0} \left| b - hN(A_0) \right| > 0 \quad (2.37)$$

Puesto que  $dr(A_0)/dA_0 < 0$ , debe escogerse  $h(m_1 - m_2) > 0$  y, de acuerdo con (2.36),  $1 > b/h > 0$ .

Esta condición permite asegurar la existencia y estabilidad de las oscilaciones del ciclo límite asociadas a la Fig.2.8.

### Análisis de Distorsión

En la técnica de función de descripción se considera únicamente el primer armónico de la señal obtenida a la salida del bloque no-lineal. Desde una perspectiva más general, es usual referirse a esta aproximación diciendo que sobre el sistema se hace lo que se denomina un *balance armónico de primer orden*. Para analizar la distorsión, es necesario considerar también la influencia de los armónicos de la señal de salida del bloque no-lineal superiores al fundamental. En el Apéndice A se desarrolla una técnica para el *balance armónico de orden N* ( $N > 1$ ) de osciladores cuasi-sinusoidales. Partiendo de la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones, que se pueden calcular mediante el uso de la función de descripción, los armónicos de orden superior se calculan usando un sistema lineal de ecuaciones algebraicas. Además, tal como se verá en esta Sección, la distorsión puede estimarse mediante simples cálculos a mano. En concreto, para el oscilador de la Fig.2.8, y puesto que la no-linealidad tiene simetría impar, la salida sólo contendrá armónicos impares. Una primera estimación de la distorsión armónica total (THD) puede obtenerse entonces calculando la amplitud del tercer armónico. Usando las expresiones finales derivadas en el Apéndice A, debe resolverse el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} A_3 &= h_r(3\omega) \left[ I_{31} + A_3 I_{32} + B_3 I_{33} \right] - h_i(3\omega) \left[ J_{31} + A_3 J_{32} - B_3 J_{33} \right] \\ B_3 &= h_r(3\omega) \left[ J_{31} + A_3 J_{32} - B_3 J_{33} \right] + h_i(3\omega) \left[ I_{31} + A_3 I_{32} - B_3 I_{33} \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde  $H(j3\omega) = h_r(3\omega) + jh_i(3\omega)$ ,  $A_3 + jB_3$  representa al fasor asociado al tercer armónico y las integrales  $I_{ij}$  y  $J_{ij}$  están dadas en el Apéndice A. Debido a la simetría de la no-linealidad, todas estas integrales, excepto  $I_{31}$ , son cero, resultando,

$$\begin{aligned} A_3 &= I_{31} h_r(3\omega) \\ B_3 &= I_{31} h_i(3\omega) \end{aligned} \quad (2.39)$$

con lo que la amplitud del tercer armónico está dada por,

$$\left| A_3 + jB_3 \right| = \left| I_{31} \right| \left| H(j3\omega) \right| \quad (2.40)$$

Tras algunos cálculos es posible obtener:

$$I_{31} = \frac{4E}{3\pi} (m_1 - m_2) \left(1 - \left(\frac{E}{A_0}\right)^2\right)^{3/2} \quad (2.41)$$

y, a partir de ésta, la siguiente expresión aproximada del THD,

$$THD = 100 \frac{|A_3 + jB_3|}{A_0} = 100 \frac{4}{3} \frac{m_1 - m_2}{\pi} \left(\frac{E}{A_0}\right) \left(1 - \left(\frac{E}{A_0}\right)^2\right)^{3/2} |H(j3\omega)| \quad (2.42)$$

La cuestión que se plantea ahora es la siguiente ¿Para valores dados de  $\omega_0$  y  $A_0$ , cuál es la elección óptima de  $m_1$ ,  $m_2$  y  $E$  de modo que se minimice la distorsión? Recordemos al intentar responder esta cuestión las restricciones sobre los parámetros calculadas en el apartado anterior,

$$\frac{b}{h} = m_2 + (m_1 - m_2)r\left(\frac{E}{A_0}\right) > 0$$

$$\frac{bk}{h} = c - \omega_0^2 \quad (2.43)$$

$$h(m_1 - m_2) > 0$$

Nótese que para  $m_1 = m_2$ , la ecuación (2.42) resulta en  $THD = 0$ . Desafortunadamente, y tal como se observa de la Fig. 2.8, esta elección da lugar a un sistema lineal, sin interés para la generación práctica de oscilaciones. Existen otros casos límites en la ecuación (2.42) que resultan de interés explorar:

1)  $E = A_0$  (THD = 0)

2)  $E = 0$

1) Consideremos en primer lugar el caso  $E = A_0$ . Reescribamos para ello la primera ecuación en (2.43) como sigue:

$$m_2 = \frac{\frac{b}{h} - m_1 r(p)}{1 - r(p)} \quad (2.44)$$

donde  $p = E/A_0$ . Para  $E/A_0 = 1$ , resulta  $r(p) = 1$ , existiendo dos posibles soluciones de (2.44): a)  $m_1 = b/h$ , que resulta en un sistema lineal y debe, por tanto, descartarse y b)  $m_2 \rightarrow \infty$ , solución de interés que resulta en un THD, evaluado según la ecuación (2.42), igual a cero.

2) Consideremos ahora el caso  $E=0$ . Puesto que  $r(0)=0$ , de (2.43) se deduce que esto implica hacer  $m_1 \rightarrow \infty$ . En consecuencia, y si  $m_2=0$ , la no-linealidad  $f(\cdot)$  en la Fig.2.8 está actuando como un comparador en este caso. Definiendo  $m_1 E = D$  y suponiendo que la igualdad se mantiene en el proceso de paso al límite de  $m_1$  se obtiene la siguiente expresión para el THD

$$THD = 100 \frac{4D}{3nA_0} \left| H(j3\omega) \right| \tag{2.45}$$

debiéndose por otra verificar la siguiente ecuación:

$$\frac{4D}{nA_0} = \frac{b}{h} - m_2 \tag{2.46}$$

Obsérvese de nuevo que para  $b/h = m_2$  ( $D=0$ ,  $THD=0$ ) se tiene un sistema lineal, carente de interés práctico.

De todo lo anterior, parece que la única vía para reducir la distorsión sin que el sistema degenera en uno lineal es haciendo  $m_2 \rightarrow \infty$  <sup>5</sup>. Esta será la técnica usada en las implementaciones propuestas en la Tesis. En concreto, se intentará hacer  $m_2 \rightarrow \infty$  y  $m_1=0$ , lo que resulta en el bloque no-lineal mostrado en la Fig.2.10. En cualquier caso, debe hacerse notar que la situación límite  $THD=0$  nunca podrá alcanzarse en la práctica.

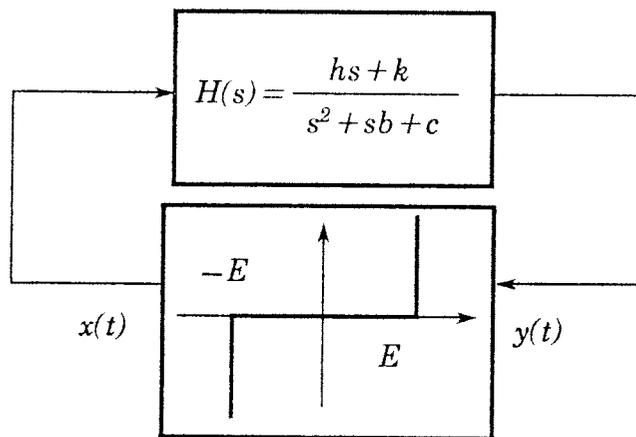


Figura 2.10: Oscilador con THD nulo

### 2.3.1.2. Osciladores con control dinámico de la amplitud

En este tipo de osciladores se hace que la posición de frecuencias naturales asociadas al foco sea dependiente de la amplitud de las oscilaciones. Si en un instante dado la amplitud es menor que el valor deseado  $A_0$ , estas frecuencias se desplazan al semiplano de la derecha del

---

<sup>5</sup> También es posible usar la aproximación del comparador correspondiente a (2.45) y hacer  $H(j3\omega)$  tan pequeño como sea posible. Sin embargo, esto requiere un filtro con Q muy alto, lo que da lugar a muchos problemas en implementaciones prácticas.

plano  $s$ , el foco se vuelve inestable y la amplitud aumenta. Si, por contra, es  $A > A_0$ , las raíces se mueven hacia el semiplano de la izquierda, el foco pasa a ser estable y la amplitud disminuye. En la situación de equilibrio entre estas dos tendencias opuestas, las raíces permanecen sobre el eje imaginario con  $A = A_0$ .

Este tipo de osciladores puede formularse mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b(A) \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2.47}$$

que corresponde al diagrama conceptual de bloques mostrado en la Fig. 2.11.

Obsérvese que en la Fig.2.11 es  $b(A) = K(E - A)$ . Ello implica  $db(A)/dA < 0$  y asegura la estabilidad del lazo de AGC. Además, en estado estacionario, para  $b(A) = 0$ , se obtiene  $A = E$  y la amplitud de la oscilación coincide con la tensión de referencia, lo cual es muy conveniente. En la práctica, sin embargo, el lazo de AGC no puede ser tan sencillo. En realidad (ver Cap.4) se tendrá:

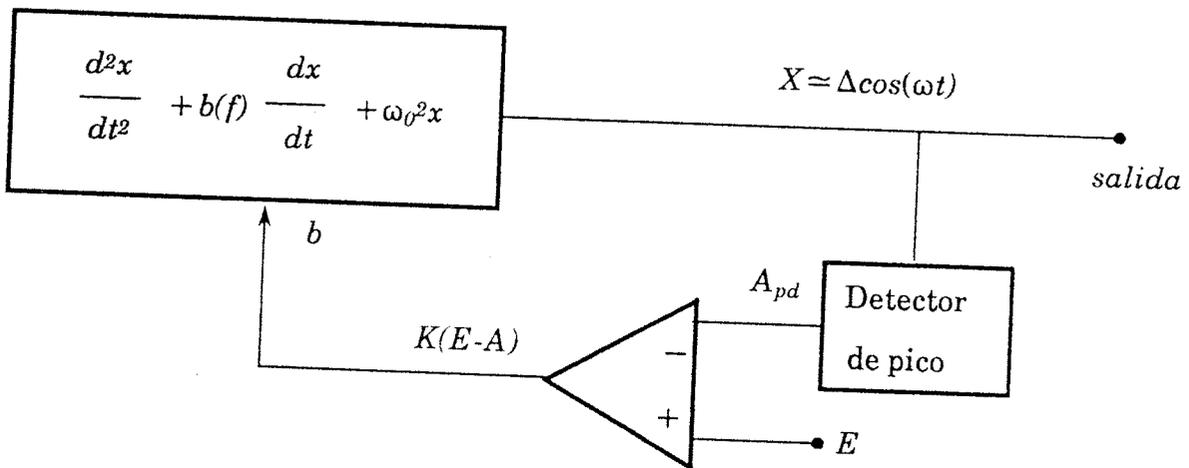


Figura 2.11: Diagrama de Bloques de un Oscilador Sinusoidal con un AGC simple

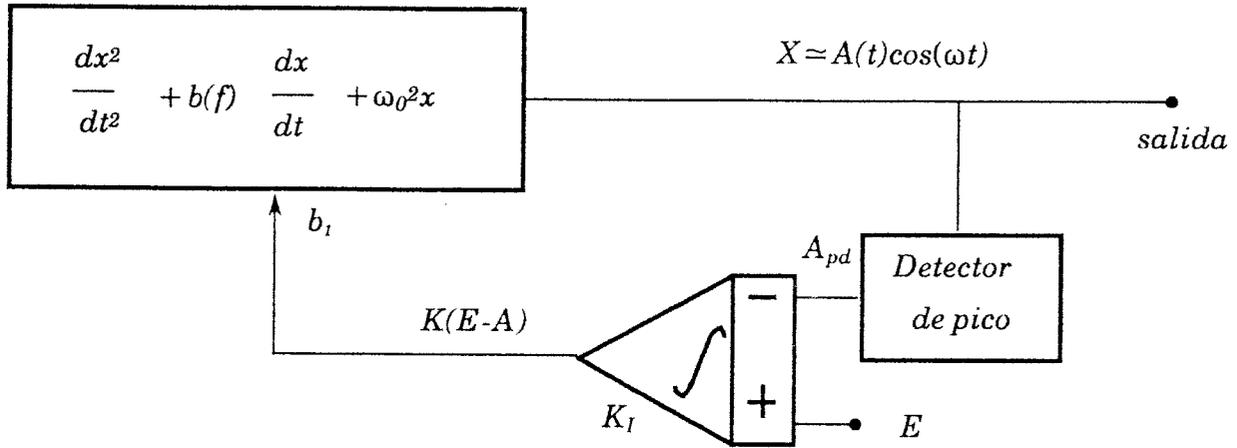
$$b(A) = b_1(A) - b_0 \tag{2.48}$$

el término  $b_0$  no es controlado mediante el lazo de AGC. En esta caso, en estado estacionario se obtendría:

$$0 = b_1(A) - b_0 = K(E - A) - b_0 \Rightarrow A = E - \frac{b_0}{K} \tag{2.49}$$

Supongamos que se desea implementar un VCO. Si es posible conseguir que  $b_0$  sea independiente de la frecuencia de oscilación,  $\omega_0$ , la amplitud de las oscilaciones permanecería invariable al cambiar  $\omega_0$  y el concepto de AGC de la Fig.2.11 sería perfectamente aplicable. Ahora bien, si  $b_0$  cambiase con  $\omega_0$ , el uso del sistema en dicha

figura daría lugar a una variación de la amplitud con la frecuencia, lo que no es muy conveniente. Desafortunadamente, en las implementaciones prácticas no es posible desacoplar  $b_0$  y  $\omega_0$  (ver cap.4) y ello obliga a usar lazos de AGC más elaborados.



**Figura 2.12: Diagrama de Bloques de un Oscilador Sinusoidal con un AGC elaborado**

Un lazo de AGC que evita el problema de variación de la amplitud con la frecuencia en un VCO es el mostrado en la Fig.2.12, donde, obsérvese, la situación de equilibrio se corresponde exactamente con  $A_{pd} = E$ , si el lazo es estable. La evaluación de la estabilidad de este lazo no es, sin embargo, tan simple como en el caso anterior. A este propósito, y de acuerdo con el análisis realizado en [Vannerson74], la amplitud de las oscilaciones puede relacionarse con  $b$  (perturbaciones pequeñas alrededor del estado estacionario) mediante:

$$A(t) \approx A_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \int_0^t b(t) dt \right] \tag{2.50}$$

De esta manera, para el lazo completo, se obtiene:

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{A_0}{2} \left[ K_I \int_0^t (E(t) - A_{pd}(t)) dt - b_0 \right] \tag{2.51}$$

Derivando (2.51) respecto al tiempo, suponiendo  $A_{pd}(t) = A(t)$  y cambiando al dominio de Laplace, se obtiene:

$$\frac{A(s)}{E(s)} = \frac{\beta}{s^2 + \beta}, \quad \beta = \frac{1}{2} A_0 K_I \tag{2.52}$$

como expresión que modela el lazo de AGC. Nótese que se obtiene una función de sistema con polos sobre el eje imaginario, con lo que la estabilidad del lazo depende de efectos de orden superior.

De hecho, si se incluye en el modelado el retraso del detector de pico,

$$A_{pd}(s) = A(s) \left( 1 - \frac{s}{\delta\omega_0} \right) \tag{2.53}$$

se obtiene para el lazo completo:

$$\frac{A(s)}{E(s)} = \frac{\beta}{s^2 - s \frac{\beta}{\delta\omega_0} + \beta} \tag{2.54}$$

donde se observan polos en el semiplano de la derecha. Esto es, el lazo de la Fig.2.12 es inestable y carece por tanto de utilidad práctica.

Para evitar este problema, el circuito de la Fig.2.12 puede ser modificado para dar lugar al mostrado en la Fig.2.13.

En este caso, se tendrá:

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{A_0}{2} \left[ -K_s A_{pd}(t) + K_I K_s \int_0^t (E(t) - A_{pd}(t)) dt - b_0 \right] \tag{2.55}$$

y en consecuencia:

$$\frac{A(s)}{E(s)} = \frac{\beta K_s}{s^2 \left( 1 - \frac{A_0 K_s}{2\delta\omega_0} \right) + \frac{A_0 K_s}{2} \left( 1 - \frac{K_I}{\delta\omega_0} \right) + \beta K_s} \tag{2.56}$$

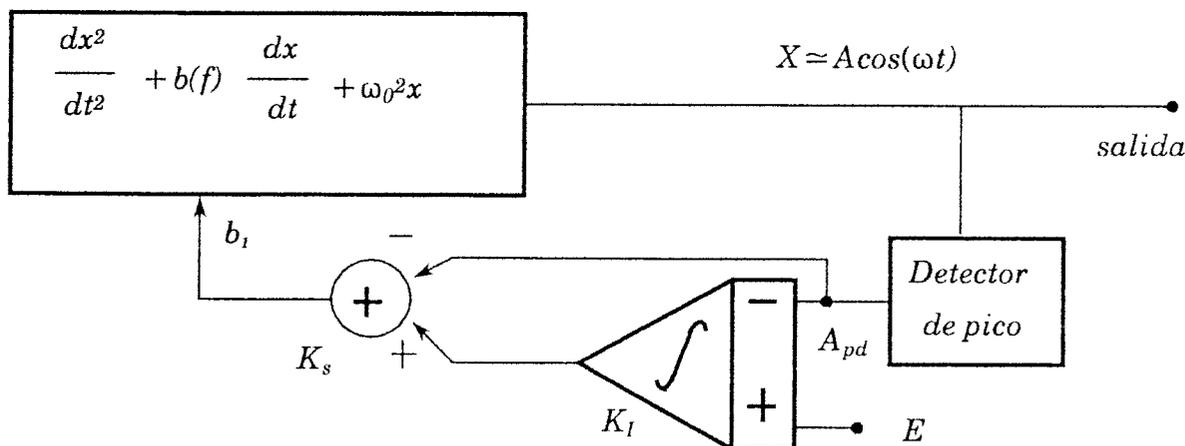


Figura 2.13: Diagrama de Bloques de un Oscilador Sinusoidal con un AGC estable

que muestra comportamiento estable si se cumple:

$$K_1 < \delta\omega_0 \text{ y } A_0K_s < 2\delta\omega_0 \quad (2.57)$$

La estabilidad también queda garantizada en el caso ideal de usar un detector de pico instantáneo ( $\delta \rightarrow +\infty$ ).

El análisis previo ha mostrado las consideraciones relacionadas con la amplitud y la estabilidad con osciladores con control dinámico. La frecuencia de estos circuitos viene dada directamente por  $\omega_0$  del modelo (2.46). A continuación se indican algunos aspectos sobre el análisis de distorsión.

### Análisis de Distorsión.

Una vez que se ha alcanzado el estado estacionario ( $b(A)=0$ ), la única fuente de distorsión es el detector de pico. Idealmente, la salida de éste es un valor constante, correspondiente a la amplitud estacionaria. En la realidad, aparece un rizado superpuesto a este valor constante,

$$A_{pd}(t) = A_{pd0} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t + \delta_n) \quad (2.58)$$

A la salida del oscilador se obtienen los siguientes armónicos:

$$\left| x_n \right| = \left| \frac{A_0 K_s}{2s} \left( 1 + \frac{K_I}{s} \right) \right|_{s=n\omega_0} \left| a_n \right| \quad (2.59)$$

resultando para el THD:

$$THD = 100 \left( \sum_{n=2}^{\infty} \left| \frac{x_n}{A_0} \right|^2 \right)^{1/2} \quad (2.60)$$

### 2.3.2. Osciladores no-sinusoidales de Segundo Orden.

El intento de clasificar y dar un tratamiento unificado de análisis de un conjunto lo más amplio posible de sistemas de Segundo Orden que pueden exhibir oscilaciones no-lineales no entra dentro de los objetivos de la presente Memoria.

Ni siquiera de un grupo reducido de los mismos. Aquí se ilustrará esta clase de osciladores mediante un ejemplo correspondiente a un sistema lineal a tramos con tres tramos. En concreto, el sistema es conocido en la literatura como sistema de FitzHugh-Nagumo [FitzHugh67, Keener83, Autor2]. Este sistema constituye una simplificación del

modelo de flujo de corriente en la membrana de las células nerviosas debido a Hodgkin-Huxley [Hodgkin52]. Las ecuaciones en cuestión son:

$$\frac{du_1}{dt} = -a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + b_1 \quad (2.61)$$

$$\frac{du_2}{dt} = -a_{21}u_1 + f(u_2) + b_2$$

donde  $a_{11} > 0$ ,  $a_{12}a_{21} > 0$ ,  $b_1$  y/o  $b_2$  son entradas externas, y  $f(u_2)$  es una función lineal a tramos de tres tramos,

$$f(u_2) = \begin{cases} -m_2(u_2 - E) + m_1E & u_2 \geq E \\ m_1u_2 & -E \leq u_2 \leq E \\ -m_2(u_2 + E) - m_1E & u_2 \leq -E \end{cases} \quad (2.62)$$

Los tres puntos de equilibrio de esta ecuación (una por tramo) se ilustran en la Fig.2.14. Linealizando alrededor de cada punto y usando la Tabla 2.1. se concluye que el punto A es inestable si se cumple:

$$\begin{aligned} m_1 - a_{11} &> 0 \\ a_{21}a_{12} - m_1a_{11} &> 0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Por otra parte,  $B$  y  $C$  resultan con traza  $T$  negativa y son, por tanto, estables.

Para obtener oscilaciones se requiere que  $A$  sea inestable. Obsérvese de la Fig.2.14 que el punto  $A$  es real, mientras que  $B$  y  $C$  son virtuales. Por lo tanto, si el sistema está en la región ① será rechazado por el punto  $A$  y tenderá a entrar bien en la región ② o en la ③. Una vez dentro de estas regiones, será atraído por  $B$  o  $C$ , respectivamente, y volverá a entrar en la región ①. El equilibrio entre estas atracciones y repulsiones dará lugar a la aparición de un ciclo límite estable. Por otra parte, si se cambia  $b_1$  y/o  $b_2$ , los puntos  $B$  y/o  $C$  se vuelven reales y el sistema evoluciona hacia ellos, deteniéndose las oscilaciones.

Nótese que el oscilador histerético de primer orden es un caso particular del oscilador FitzHugh-Nagumo. Para ver esto, supongase  $m_2 \rightarrow \infty$  en  $f(u_2)$ ,  $b_2 = 0$ , y la constante de tiempo asociada a  $du_2/dt$  es mucho más pequeña que la asociada a  $du_1/dt$ . En este caso  $u_2$  alcanzará su valor estacionaria mucho más rápidamente que  $u_1$ , esto es, puede considerarse que  $du_2/dt$  es cero instantáneamente. Así, resulta:

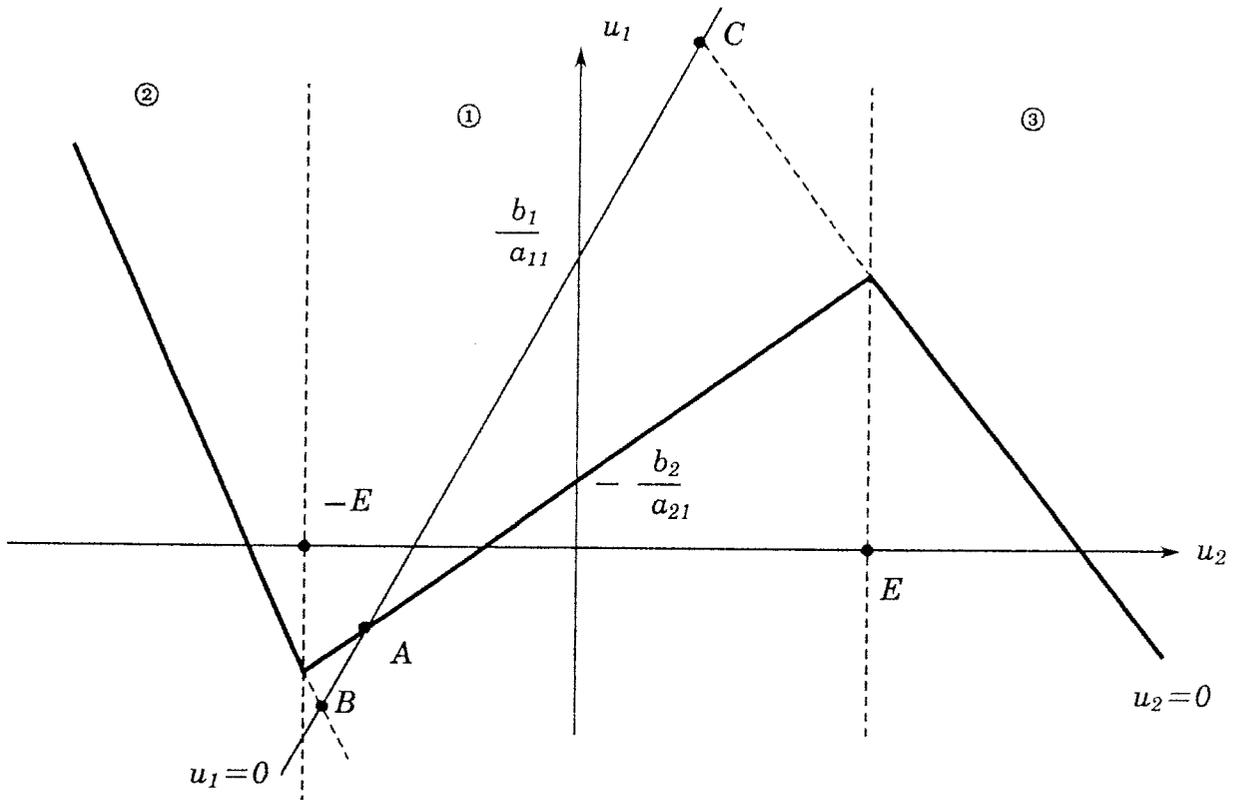


Figura 2.14: Diagramas de Fase del Sistema de Ecuaciones diferenciales de FitzHugh-Nagumo

$$a_{21} u_1 = f(u_2) \Rightarrow u_2 = H(u_1) \tag{2.64}$$

donde  $H(\cdot)$  es la inversa de  $f(\cdot)$  y absorbe al coeficiente  $a_{21}$ . Finalmente,

$$\frac{du_1}{dt} = a_{12}H(u_1) - a_{11}u_1 + b_1 \tag{2.65}$$

que es equivalente al oscilador histerético introducido en las secciones previas.

De modo análogo puede mostrarse que las ecuaciones de un oscilador sinusoidal de segundo orden pueden obtenerse a partir de las de FitzHugh-Nagumo. Sea para ello  $x = f_n(u_2) = f(u_2) - m_a u_2$  y tómesese la transformada de Laplace de (2.60). Tras eliminar  $u_1$  se obtiene:

$$\frac{U_2(s)}{X(s)} = \frac{s + a_{11}}{s^2 + s(a_{11} + m_a) + (a_{12} a_{21} + a_{11} m_a)} \text{ y } x(t) = f_n(u_2(t)) \tag{2.66}$$

la cual se corresponde con el diagrama de bloques de la Fig.2.15 que es equivalente al de la Fig.2.8. Escogiendo adecuadamente las constantes tal como se discutió en la Sección 2.3.1.1, pueden obtenerse oscilaciones sinusoidales con baja distorsión.

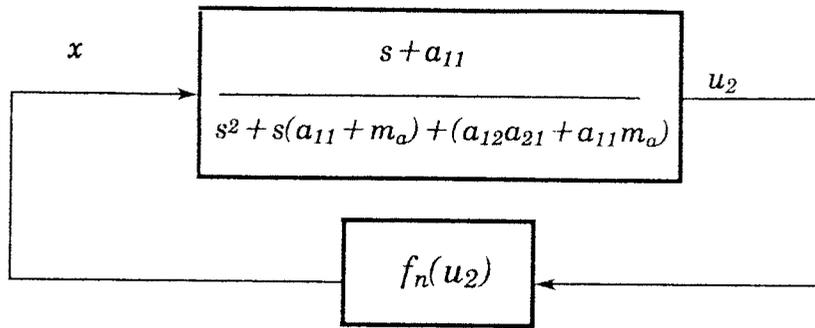


Figura 2.15: Diagrama de Bloques para el Sistema FitzHigh-Nagumo cuando degenera en un Oscilador Sinusoidal

#### 2.4. Problemas de sincronismo en osciladores no autónomos.

A pesar de que no es el objetivo de esta tesis, comentaremos brevemente en esta Sección un problema que puede producirse con osciladores controlados por tensión (VCOs). Como se ha visto hasta ahora, en un VCO la frecuencia de la señal de salida está controlada por un terminal de entrada. Hasta ahora habíamos supuesto que este terminal de entrada se conectaba a una señal constante, de manera que la frecuencia de la señal de salida estuviera fijada. Sin embargo, en la práctica, dado que se pretende aprovechar la capacidad del VCO de cambiar su frecuencia, dicha señal de entrada no será constante. Si la razón de cambio a la entrada es mucho más pequeña que la constante de tiempo de la forma de onda de la salida, podemos asumir que la señal de entrada es constante para todo propósito práctico. Pero si la señal de entrada tiene una constante de tiempo parecida a la de la salida, se puede obtener algún tipo de comportamiento caótico [Tang83]. El problema es bastante complejo y aún no se ha podido estudiar el caso general para cualquier VCO. Tang et al. [Tang83] demostraron que se puede generar comportamiento caótico para un tipo especial de VCO basado en un oscilador de relajación, concretamente en un multivibrador disparado por un pulso. Demostraron que para un cierto rango de valores de uno de los parámetros, la salida no era periódica ni pseudoperiódica, pero caótica. El espectro de la salida tenía componentes a todas las frecuencias. Nótese que el caso que estudiaron no debería considerarse ni siquiera como el de un VCO, sino más bien el de un multivibrador disparable, que es una versión bastante simplificada de un VCO. En el caso en que se permitan variaciones de frecuencia (como en un VCO), el comportamiento será bastante más complejo y la fenomenología mucho más rica, pero este caso aún no se ha estudiado de forma precisa y no se encuentra reportado en la literatura. Para nosotros es suficiente saber que es posible que se produzcan fenómenos caóticos cuando la señal de control de un VCO es de frecuencia similar a la de su señal de salida.

## 2.5. Conclusiones.

En este capítulo se han descrito los modelos matemáticos de los distintos tipos de osciladores que son objeto de atención en esta Tesis. Aunque no se han dado detalles de implementación los distintos bloques básicos han sido indentificados, obteniéndose además las condiciones que permiten asegurar la existencia de oscilaciones estables.

Se han identificado dos tipos básicos de osciladores: sinusoidales y no-sinusoidales. En primer lugar, se ha analizado un modelo de oscilador no-sinusoidal de primer orden, el llamado oscilador histerético. Para éste se ha considerado un caso autónomo y la extensión del mismo a un oscilador controlado externamente, donde la existencia o no de oscilaciones puede controlarse mediante una señal externa.

A continuación se han analizado modelos de osciladores sinusoidales de segundo orden, considerando dos mecanismos distintos de control de la amplitud: estático y dinámico. Para los mecanismos estáticos, la Fig.2.10 se muestra como óptima para baja distorsión. Para los dinámicos, la Fig.2.13 se muestra que proporciona comportamiento estable del lazo de control de la amplitud.

Finalmente, se ha descrito un oscilador no-sinusoidal de segundo orden. Se ha mostrado que cualquiera de los otros osciladores previos puede obtenerse a partir de este último modelo.

## 2.6. Referencias.

- [Autor11] E. Sánchez-Sinencio and B. Linares-Barranco, "Circuit Implementation of Neural FitzHugh-Nagumo Equations", *Midwest Symposium on Circuits and Systems, August 1989. Illinois*.
- [Sheingold76] H. Sheingold, (Ed.) "*Nonlinear Circuits Handbook*", Analog Devices Inc. 1976.
- [Atherton81] D.P. Atherton, "*Stability of Nonlinear Systems*". John Wiley, 1981.
- [Borys86 ?] A. Borys, "Analysis of Nonlinear Oscillations by the Use of Volterra Series: Further Results", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1986 ?*
- [Borys87] A. Borys, "Elementary Deterministic Theory of Frequency and Amplitude Stability in Feedback Oscillators", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-34, No.31, March 1987*.
- [Buonomo85] A. Buonomo, C. DiBello and O. Greco, "On the Existence and Uniqueness of Stable Quasi-sinusoidal Oscillations", *Circuit Theory and Applications, vol. 13, pp. 327-335, 1985*.
- [Chua82] L.O. Chua and Y. Tang, "Nonlinear Oscillation Via Volterra-Series", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-29, No.3, March 1982*.
- [Chua87] L.O. Chua, A. Desoer and S. Kuh. "*Linear and Nonlinear Circuits*", McGrawHill 1987.
- [Clarke78] K.K. Clarke and D. T. Hess, "*Communication Circuits: Analysis and Design*", Addison Wesley, 1978.

- [Exar81a] Exar, "*Timer Data Book*", Exar Integrated Systems Incorporation, November 1981 (750 Palomar Avenue. Sunnyvale. CA94088).
- [Exar81b] Exar, "*Function Generator Book*", Exar Integrated Systems Incorporation, November 1981 (750 Palomar Avenue. Sunnyvale. CA94088).
- [FitzHugh67] R. FitzHugh, "Mathematical Models of Excitation and Propagation in Nerves", *National Institute of Health, Technical Report 1967*.
- [Gelb68] A. Gelb and W. Vander Velde, "*Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*", McGraw-Hill, 1968.
- [Grebene84] A.B. Grebene, "*Bipolar and MOS Analog Integrated Circuit Design*". NY: John Wiley & Sons, 1984.
- [Hodgkin52] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "A Quantitative Description of Membrane Current and its Application to Conduction and Excitation in Nerve", *Journal of Physiology, No. 117, pp. 500-544, 1952*.
- [Keener83] J.P.Keener, "Analog Circuitry for the Van der Pol and FitzHugh-Nagumo Equations", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-13. Sept/Oct 1983*.
- [Kudrewicz76] J.Kudrewicz, "Contribution to the Theory of Weakly Nonlinear Oscillators", *Circuit Theory and Applications, vol.4, pp. 161-176. 1976*.
- [Nakhla76] M. S. Nakhla and J. Vlach, "A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems". *IEEE Transactions on Circuits and Systems vol. CAS-23. No. 2 February 1976*.
- [Qiu88] S. Qiu and I. M. Filanovsky, "On Verification of Limit Cycle Stability in Autonomous Nonlinear Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol.35, No. 8, August 1988*.
- [Sedra87] A.S. Sedra and K.C. Smith, "*Microelectronic Circuits (2nd edition)*", New York: Holt, Rinehart and Winston, 1987
- [TexasInst85] Texas Instruments, "*Linear and Interface Circuits Applications*", Texas Instrument Incorporated, 1985.
- [Ur81] H. Ur, "A new Method for Limit Cycle Evaluation", ISCAS81?
- [Vannerson74] E. Vannerson and K. C. Smith, "Fast Amplitude Stabilization of an RC Oscillator", *IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. SC-9, pp. 176-179, August 1974*.
- [Weiner80] D.D. Weiner and J.F. Spina, "*Sinusoidal analysis and modelling of weakly nonlinear circuits: with application to nonlinear interference effects*", NY: Van Nostrand Reinhold, 1980.
- [Wong76] Y.J. Wong and W.E. Ott: "*Function Circuits: Design and Applications*". McGraw-Hill, 1976.
- [Strauss70] L: Strauss, "*Wave Generation and Shaping*", McGraw-Hill, 1970.

## CAPITULO 3

### OSCILADORES NO-SINUSOIDALES

En este capítulo se aborda la implementación de algunos Osciladores no-sinusoidales cuyos modelos matemáticos han sido descritos previamente en el Capítulo 2. El énfasis se pone en implementaciones prácticas de estos modelos usando amplificadores de transconductancia. Se considerarán separadamente modelos de primer orden y modelos de segundo orden. Para cada uno de éstos se tratarán los siguientes puntos,

1. **Selección de la Topología:** Esto es, como interconectar las primitivas de diseño, *amplificadores de transconductancia, condensadores y elementos no-lineales*, para implementar las ecuaciones correspondientes a los modelos que describen el comportamiento dinámico de cada oscilador.
2. **Macromodelado y Simulación:** Donde se presentarán modelos simplificados de las implementaciones y se darán resultados de simulación, usando tales modelos, para los circuitos propuestos.
3. **Resultados Experimentales:** Donde se reportarán un conjunto de resultados medidos en el laboratorio a partir de prototipos monolíticos CMOS para las distintas implementaciones.

#### 3.1. Osciladores No-Sinusoidales de primer orden

El oscilador de primer orden que se describiera en esta sección es el llamado *Oscilador Histerético Neuronal* [Kiruthi82, Kiruthi83, El88, Autor2]. Se distinguirán dos modos de operación en este circuito:

1. **Modo autónomo:** Donde el oscilador generará formas de ondas de frecuencia fija en respuesta al transitorio de conexión de las fuentes de polarización.
2. **Modo no-autónomo:** Donde es posible controlar tanto la existencia de oscilaciones como la frecuencia de las mismas. En algunos casos ambas funciones pueden realizarse a través de un solo terminal. En otros, se requiere la presencia de dos terminales distintos.

##### 3.1.1. Selección de la topología

En la Fig.3.1 se muestra el diagrama de bloques de la versión autónoma del Oscilador Neuronal Histerético. La Fig.3.2 muestra una implementación de este diagrama de bloques utilizando opamps, resistencias y condensadores.

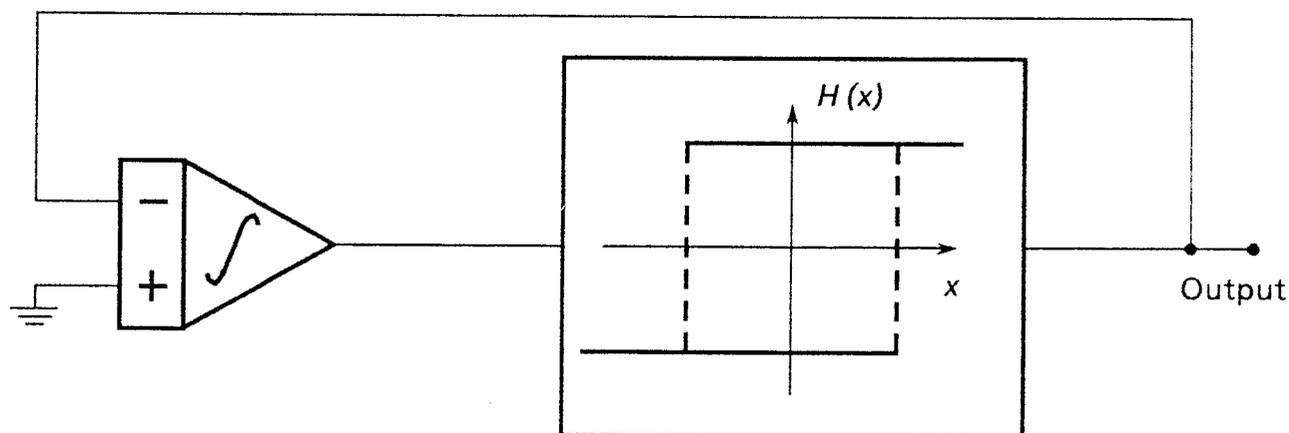


Figura 3.1: Diagrama de bloque de un oscilador histérico autónomo

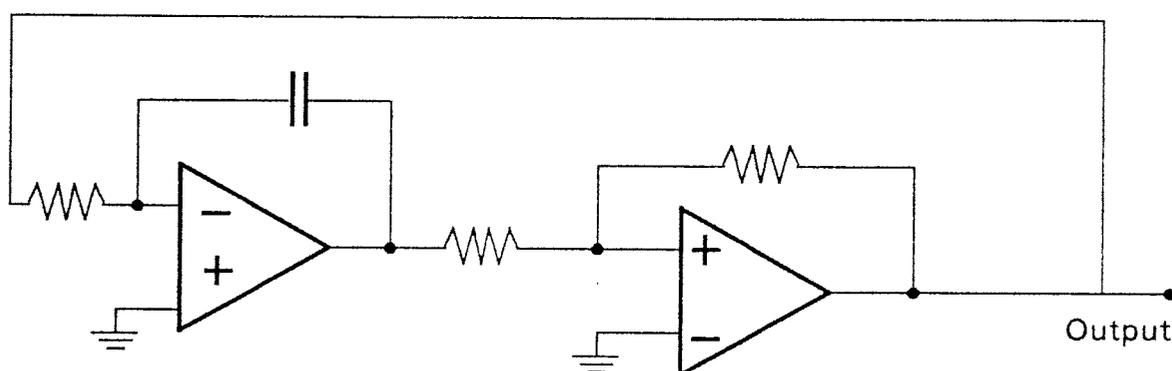


Figura 3.2: Implementación de la Fig.3.1 usando opamps

Obsérvese que en la implementación usando opamps las variables en los distintos nudos del diagrama de bloques son todas simuladas mediante tensiones. Al usar elementos de transconductancia se dispone, sin embargo, tanto de tensiones como de intensidades para implementar los nudos de un diagrama de bloques dado. Una directriz adecuada para optar por la asignación de tensiones o de intensidades a los nudos es reducir la complejidad de los circuitos resultantes. En particular, si en la Fig.3.1 se escoge una tensión para representar la entrada del bloque de histéresis y una intensidad para su salida, entonces el integrador se reduce a un condensador. Además, como se verá a continuación, tal bloque de histéresis puede realizarse de manera muy simple usando un OTA.

Recordemos la característica ideal de un OTA, mostrada junto al símbolo de dicho dispositivo en la Fig. 3.3,

$$I_{out} = \begin{cases} +I_{ss} & \text{si } v_{in} \geq v_L \\ g_m v_{in} & \text{si } -v_L \leq v_{in} \leq v_L \\ -I_{ss} & \text{si } v_{in} \leq -v_L \end{cases} \quad (3.1)$$

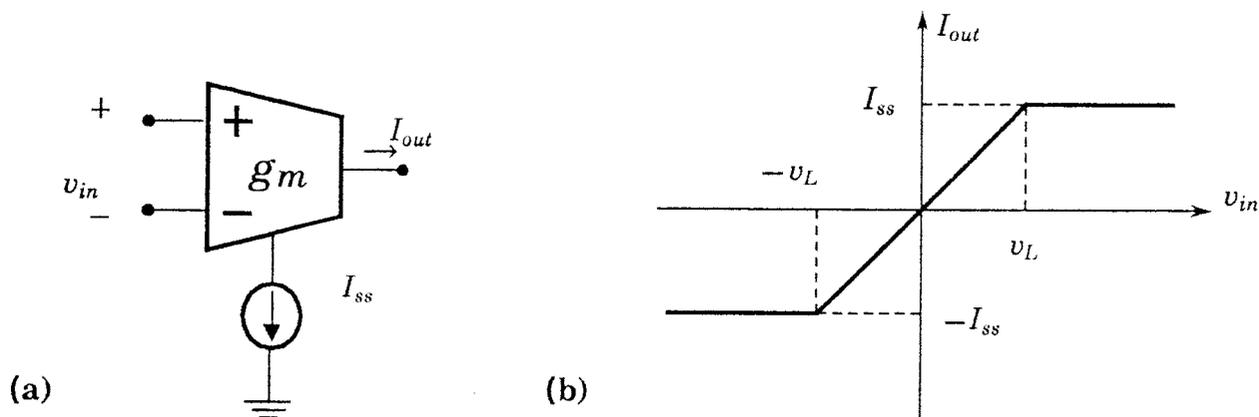


Figura 3.3: Amplificador de transconductancia, (a) símbolo de circuito; (b) característica de transferencia en DC.

Supongamos que la intensidad de salida del dispositivo es replicada via espejos de corriente, en dos terminales. Usando uno de tales terminales de salida para aplicar *realimentación positiva* y el otro para *sensar* la intensidad de salida es posible realizar un elemento histerético con entrada en tensión y salida en intensidad. El correspondiente circuito se muestra en la Fig.3.4.

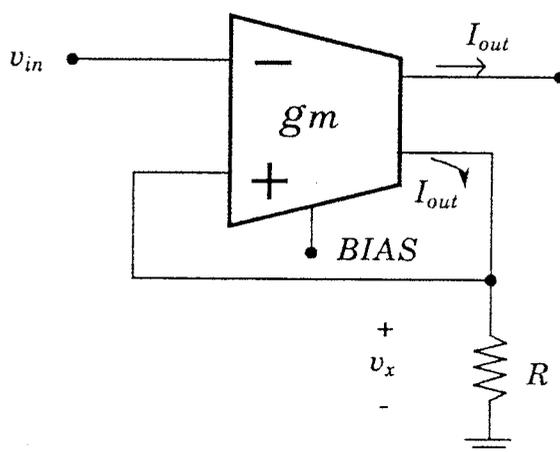


Figura 3.4: Elemento de histéresis en modo de transconductancia

Suponiendo  $v_x - v_{in} \geq v_L$ , y teniendo en cuenta que  $I_{out} = v_x/R = I_{ss}$  se obtiene:

$$I_{out} = I_{ss} \Rightarrow v_{in} \leq -v_L + I_{ss} R \quad (3.2)$$

De idéntica manera, para  $v_x - v_{in} \leq -v_L$ , y dado que  $I_{out} = v_x/R = -I_{ss}$  se obtiene:

$$I_{out} = -I_{ss} \Rightarrow v_{in} \geq v_L - I_{ss} R \quad (3.3)$$

mientras que para la región lineal del OTA, ver (3.1), resulta:

$$I_{out} = \frac{g_m}{Rg_m - 1} v_{in} \Rightarrow v_L - I_{ss} R \leq v_{in} \leq -v_L + I_{ss} R \quad (3.4)$$

Obsérvese que para  $R > g_m^{-1}$ , que es lo mismo que hacer  $R > v_L/I_{ss}$ , la zona lineal en (3.4) tiene pendiente positiva y las regiones de definición de las zonas de saturación, (3.2) y (3.3), se solapan. Se obtiene así un ciclo de histéresis, tal como se ilustra en la Fig.3.5.

En la Fig.3.6 se muestra la implementación más simple del concepto de la Fig.3.1 usando el anterior bloque de histéresis. Obsérvese que el cambio de sentido en el recorrido del ciclo de histéresis de la Fig.3.5(b) respecto a la Fig.3.1 se contrarresta con un cambio de signo en la operación de integración. (negativa en Fig.3.1 y positiva en Fig.3.6).

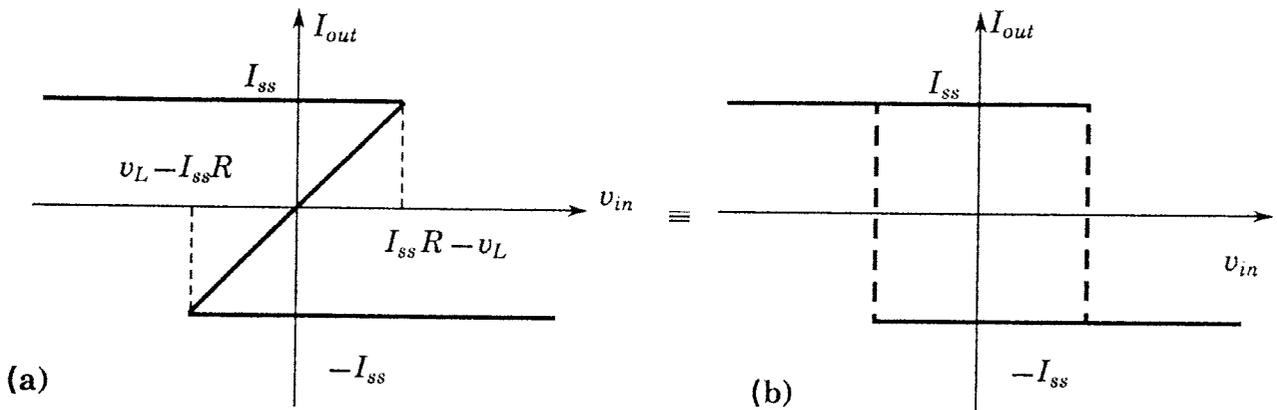


Figura.3.5: Representaciones alternativas para el ciclo de histéresis asociado a la Fig.3.4.

Los flancos del ciclo de histéresis implementado por el circuito de la Fig.3.4 no dependen sólo de  $v_L$ , sino también de  $I_{ss}$  y  $R$ . El funcionamiento del circuito será, por tanto, correcto aunque el rango lineal del OTA sea muy pequeño ( $v_L \approx 0$ ). Por otra parte, el resistor lineal puede ser sustituido mediante otro no-lineal y el circuito seguir funcionando correctamente. Esto se ilustra en la Fig.3.7, mostrando la Fig.3.8 el ciclo de histéresis implementado para este caso. Como se verá más adelante, esta posibilidad de implementar el oscilador histerético sin recurrir a resistores lineales es muy interesante desde el punto de vista de las implementaciones monolíticas CMOS.

Los circuitos mostrados en las Fig.3.6 y 3.7 son generadores autónomos de señales triangulares y cuadradas. En ambos, la *frecuencia de oscilación* será tanto más alta (alternativamente, más baja) mientras más rápidas (alternativamente, más lentas) sean las rampas de subida y bajada. Como la pendiente de tales rampas es proporcional a  $I_{ss}$ , y dado que  $I_{ss}$  puede cambiarse cambiando las condiciones de polarización del OTA (a través del terminal BIAS), es fácil hacer que dichos circuitos funcionen como Osciladores Controlados por Tensión (VCO), proporcionando una frecuencia variable mediante una tensión. El circuito de la Fig.3.6(a) presenta, sin embargo, un inconveniente importante para esta aplicación. Ello es debido a que cambiando  $I_{ss}$  se cambian los flancos del ciclo de histéresis y, por tanto, no sólo la frecuencia sino también la *amplitud* de las oscilaciones.

Por contra, el circuito de la Fig.3.7 no presenta tal inconveniente, siendo por ello más adecuado para ser usado como un VCO.

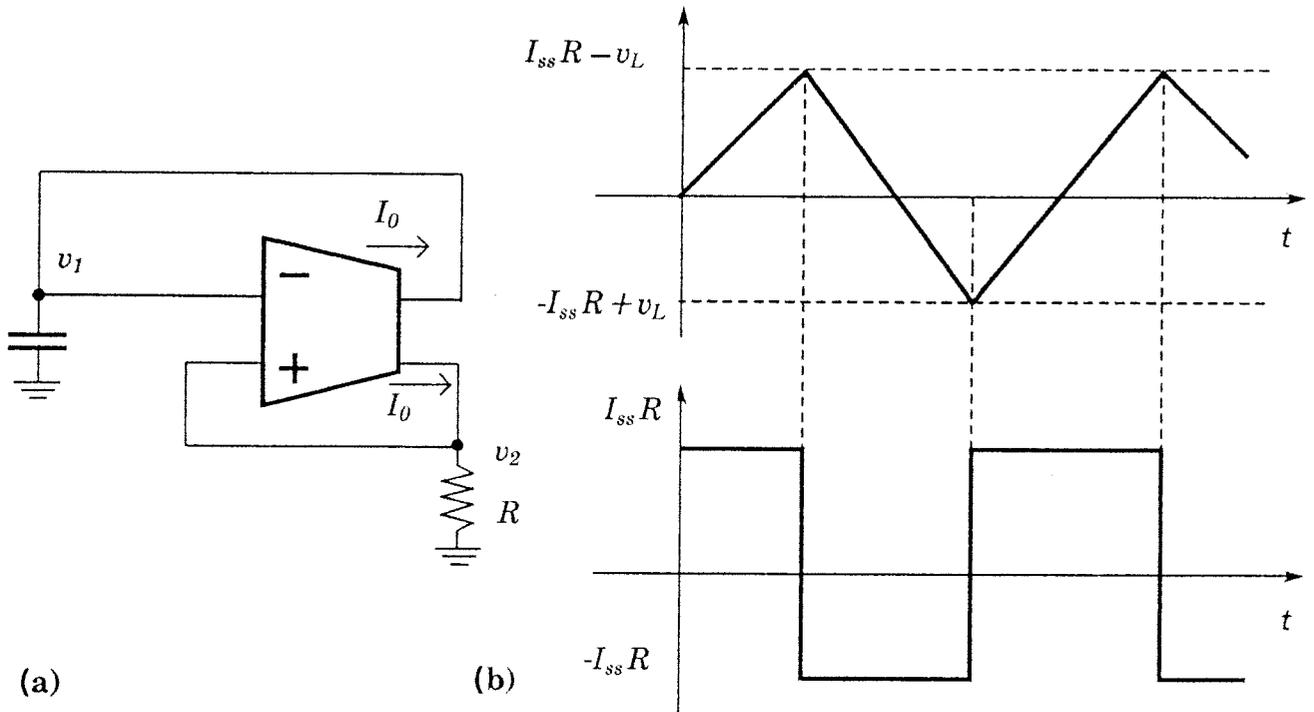


Figura 3.6: (a) Implementación en modo de transconductancia para el oscilador histerético; (b) Formas de onda asociadas.

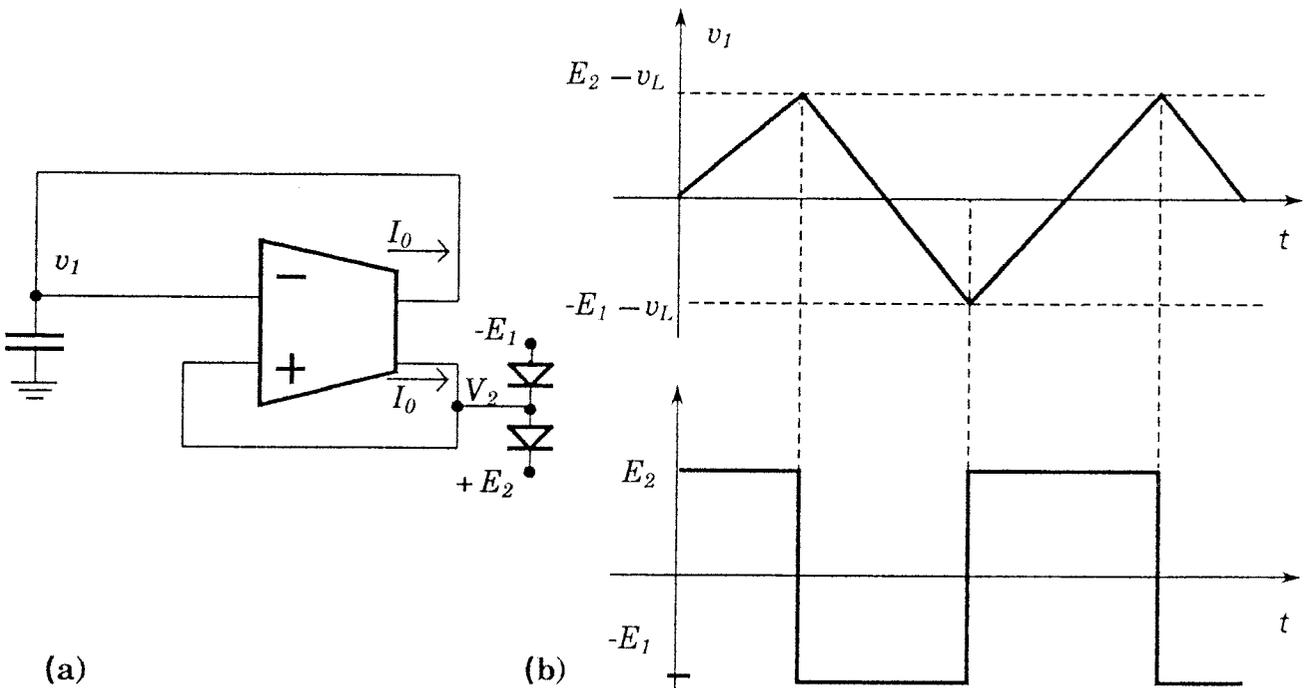
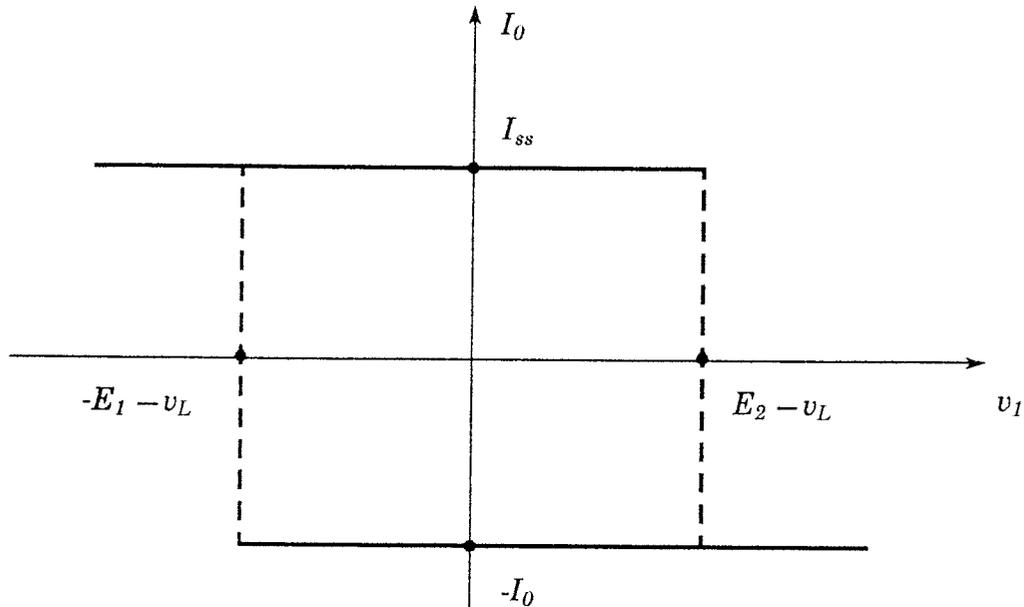


Figura 3.7: (a) Implementación usando un resistor no-lineal; (b) formas de onda



**Figura 3.8: Característica de transferencia para el elemento histerético usando el resistor no-lineal**

Aparte del control sobre la frecuencia, en algunas aplicaciones interesa poder controlar el que el circuito oscile o permanezca “en reposo”, en función del valor de una señal exterior. En el Capítulo 2 se presentaron dos diagramas de bloques de osciladores de primer orden que incluían este modo de control (ver Fig.2.4). El diagrama de la Fig.2.4(a) es muy adecuado para una implementación usando opamps, tal como la mostrada en la Fig.3.9 [Kiruthi82, 83]. Puede observarse que el modo no-autónomo se ha conseguido mediante la inclusión de  $R_m$  y  $R_x$  en el oscilador autónomo de la Fig.3.2.

Para el caso de usar elementos de transconductancia, es, sin embargo, más conveniente usar el diagrama de bloques de la Fig.2.4(b), resultando en el circuito de la Fig.3.10 [Autor2]. En éste, el OTA1 se usa en modo no-lineal, para implementar el ciclo de histéresis, mientras el OTA2 se usa en modo lineal, para implementar una resistencia controlada por tensión. Dado que el resistor no-lineal usado en la realimentación positiva de OTA1 es no-simétrico, el ciclo de histéresis,  $I_0 = H(v_1)$ , de este circuito resulta asimismo asimétrico. Dicho ciclo se muestra en la Fig.3.11. Superpuesta, se muestra la característica de la resistencia controlada por tensión implementada por OTA2, para dos valores distintos de la tensión de control. La necesidad de usar un ciclo asimétrico para asegurar el control sobre la existencia de oscilaciones es consecuencia del modelo matemático elegido (ver Figs.2.4(b) y 2.7), y puede comprobarse sobre la Fig.3.11.

En la Fig.3.12 se ilustran las formas de onda asociadas al circuito de la Fig.3.10 para el caso particular de que sea  $v_L = 0$  para el OTA1 y  $v_L \geq |v_{1max}|$  para el OTA2.

En el circuito de la Fig.3.10, el OTA2 actúa como un resistor lineal controlado por tensión. Para su implementación CMOS, ello presenta el inconveniente de requerir un dispositivo de amplio rango lineal de entrada. Este inconveniente puede ser evitado recurriendo al circuito esquemático de la Fig.3.13(a) donde se usa un resistor no-lineal como curva de carga del ciclo de histéresis. Adicionalmente, el uso de este resistor no-lineal permite recurrir a un ciclo simétrico, tal como se ilustra en la Fig.3.13(a).

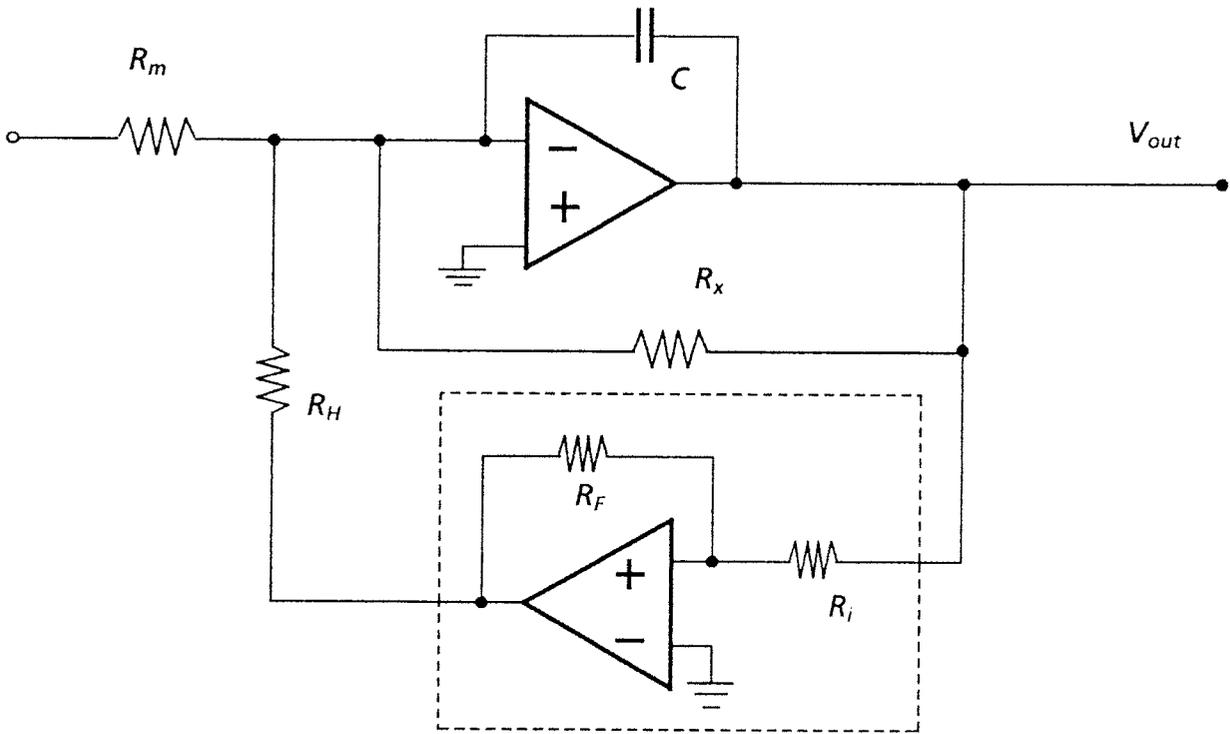


Figura 3.9: Implementación con opamps para un oscilador histerético no autónomo

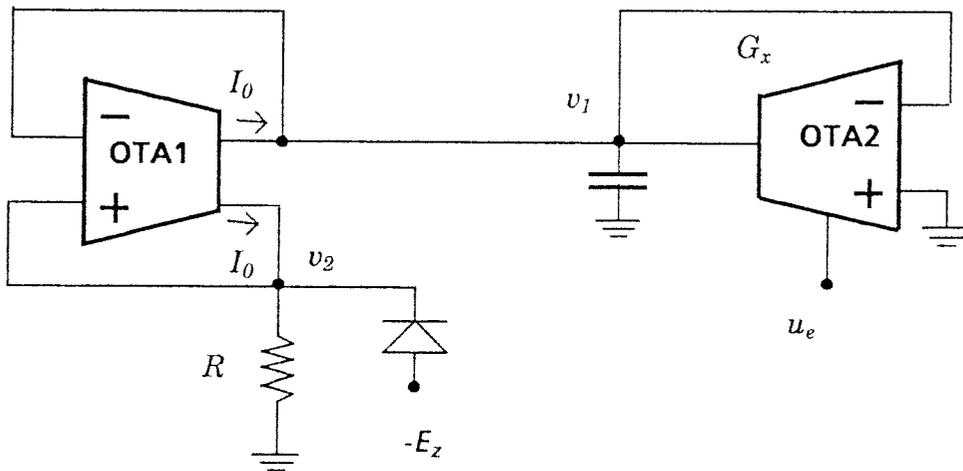


Figura 3.10: Implementación OTA-C para un oscilador histerético no autónomo

El principio de funcionamiento del circuito puede explicarse usando esta última figura. Si  $I_c > I_{ss}$ , se obtiene un punto de equilibrio estable y no hay oscilaciones. Para  $I_c < I_{ss}$ , el único punto real de equilibrio es inestable, y se producen oscilaciones.

En la Fig.3.14 se muestra una implementación CMOS para la Fig.3.13 [Autor8]. El resistor no-lineal de carga es realizado mediante un par diferencial polarizado con una intensidad  $I_c$ . Si la tensión de entrada del resistor no lineal es mayor que cero,  $I_c$  fluye toda a través de  $M_b$ , reflejándose via un espejo de corriente hacia la entrada, de modo que el resistor no-lineal absorbe una intensidad  $I_c$ . Por contra, si la tensión de entrada es menor que cero,  $I_c$

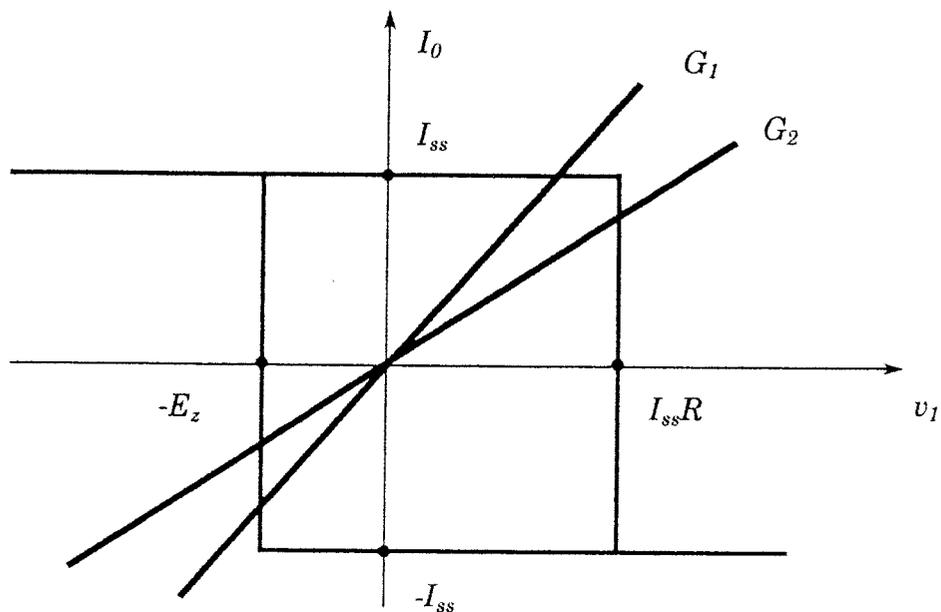


Figura 3.11: Característica del elemento de histéresis usado en la Fig.3.10

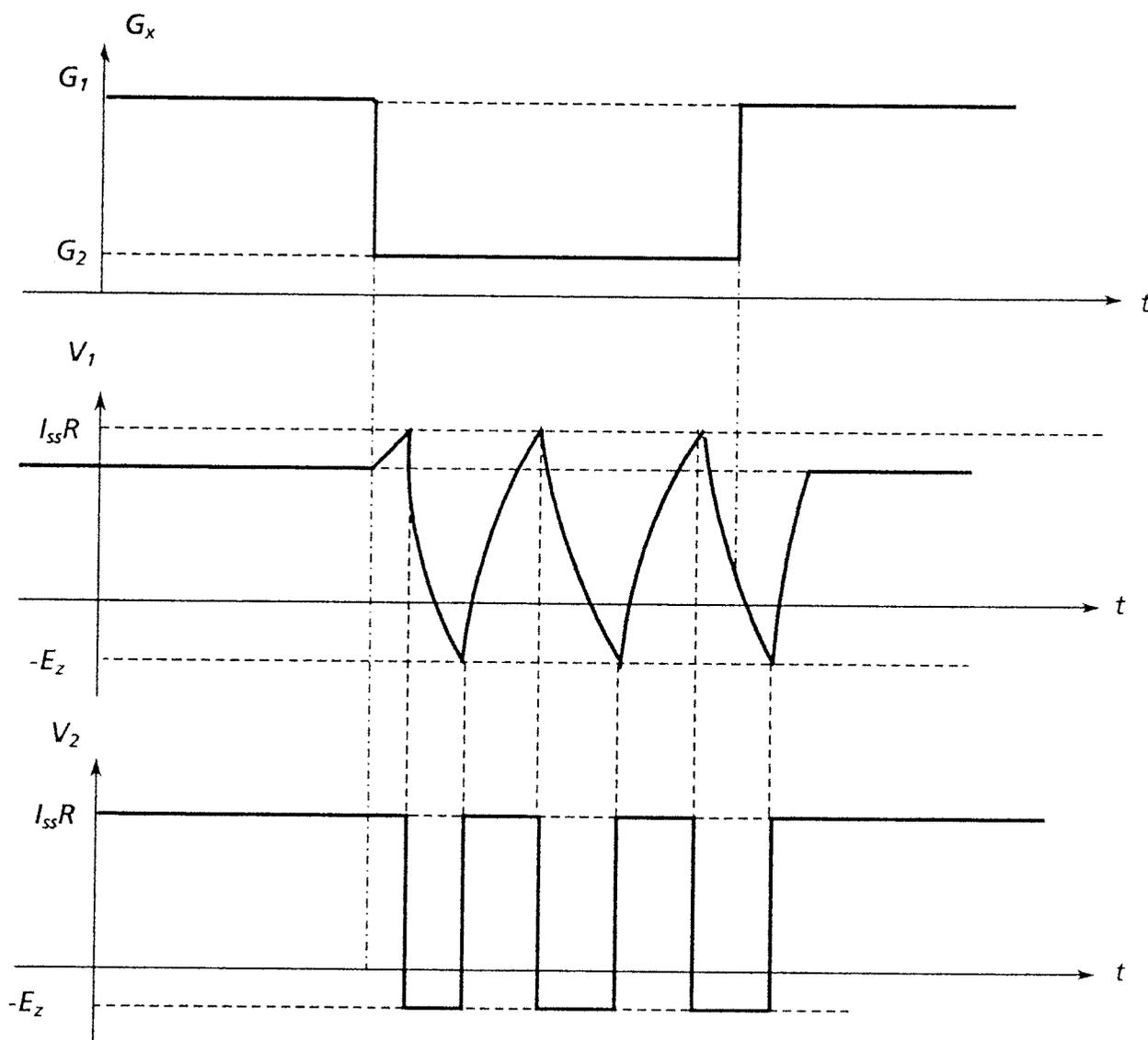


Figura 3.12: Formas de onda para el oscilador de la Fig.3.10

fluye toda a través de  $M_a$  y no circula intensidad por el terminal de entrada. Así, se obtienen las características mostradas en la Fig.3.13(b). Los restantes elementos mostrados en la Fig.3.13(a) pueden identificarse directamente sobre la Fig.3.14.

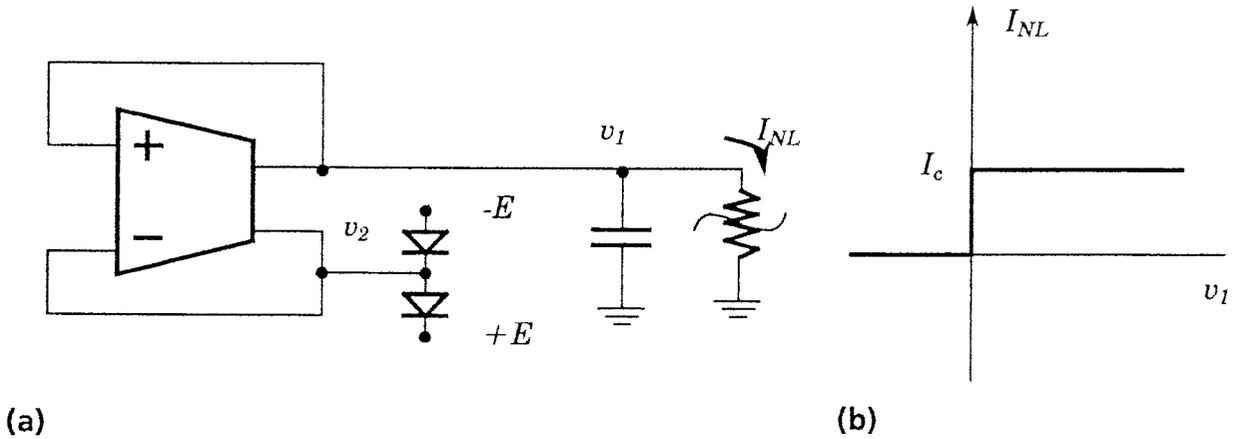


Figura 3.13: Esquemático para un oscilador histerético no autónomo en tecnología CMOS

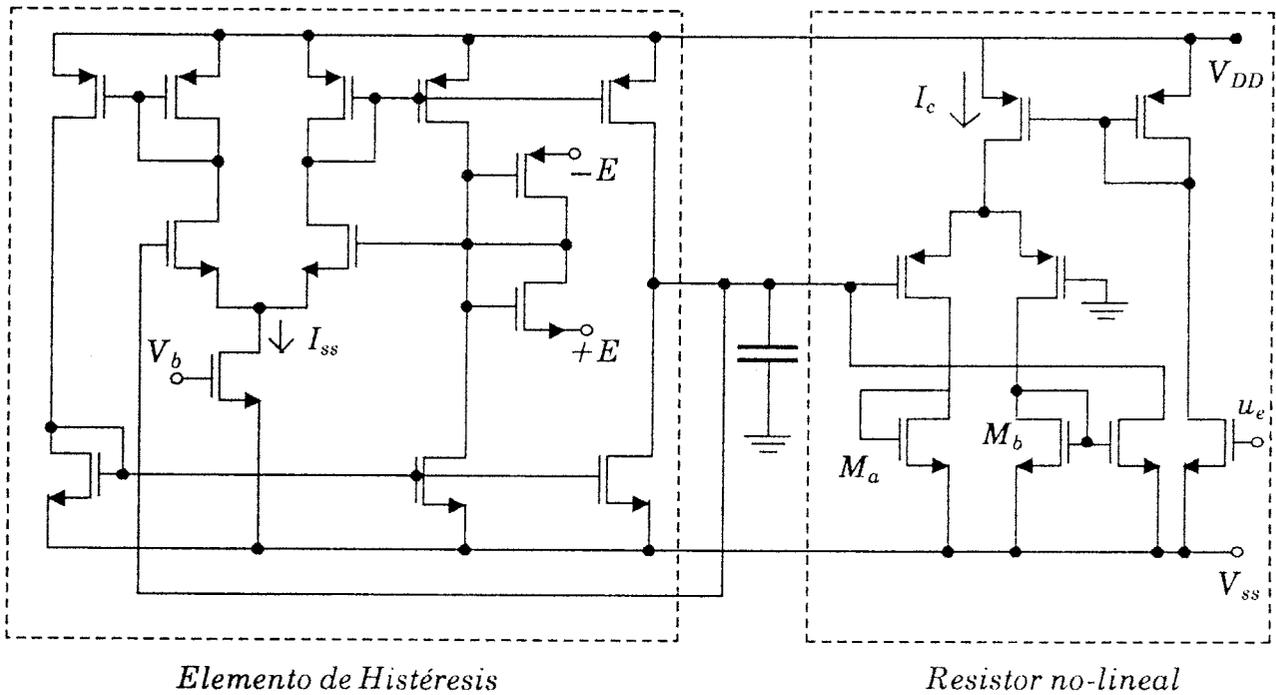


Figura 3.14: Circuito CMOS para un Oscilador Histerético No-Autónomo

### 3.1.2. Macromodelado y Simulación en SPICE

En este apartado se detallan los aspectos tenidos en cuenta en la fase de simulación eléctrica del circuito de la Fig.3.14, fase previa a la fabricación de un prototipo del mismo.

El macromodelo usado para el OTA se muestra en la Fig.3.15. En él se incluyen los aspectos del comportamiento externo del OTA que son de interés para la naturaleza de la aplicación considerada: *dependencia frecuencial de la transconductancia, saturación en intensidad y resistencia de salida.*

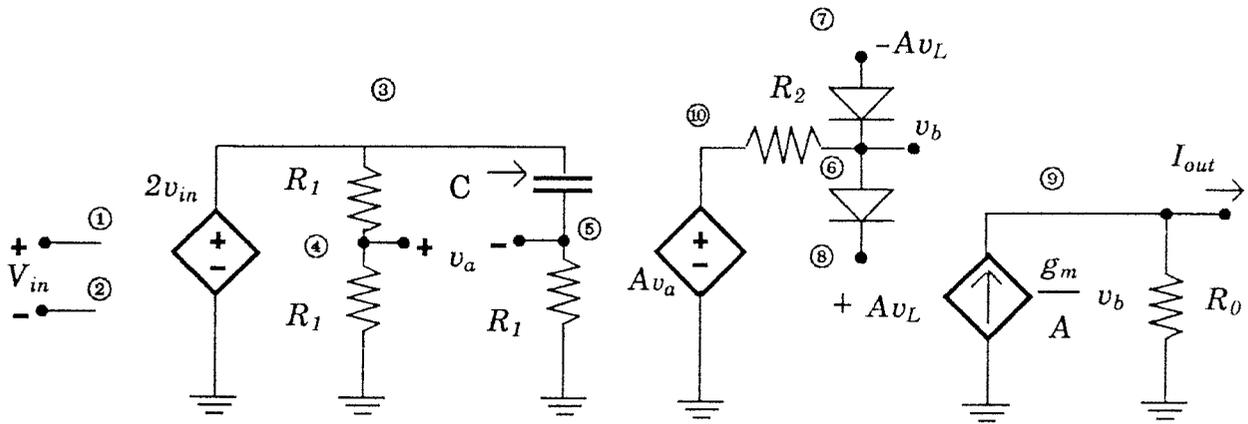


Figura 3.15: Macromodelado para el OTA

Para la *transconductancia*, se ha optado por un modelo que tiene en cuenta únicamente el *desplazamiento de fase*,

$$g_m(s) = g_{m0} \frac{1 - s/\omega_z}{1 + s/\omega_z} \tag{3.5}$$

donde la frecuencia a la que se produce el desplazamiento de fase está dada por:

$$\omega_z = \frac{1}{R_1 C} \tag{3.6}$$

Este modelo ajusta bien el comportamiento observado en OTAs CMOS a bajas frecuencias.

La *resistencia de salida* viene dada directamente por el parámetro  $R_0$  de la Fig.2.15. Respecto a la saturación de intensidad, se implementa en la etapa intermedia mostrada en dicha figura. Al objeto de asegurar una transición abrupta en la característica  $i-v$  del OTA, los diodos de esta etapa intermedia deben hacerse lo más ideales posible. Esto puede conseguirse haciendo que el coeficiente de emisión  $n$  de su característica  $i-v$ ,

$$I = I_s \left( e^{\frac{v}{nV_{th}}} - 1 \right) \tag{3.7}$$

sea tan pequeño como se pueda sin que aparezcan problemas de convergencia ( $n=10^{-3}$  es una buena elección). Para  $I_s$  puede escogerse el valor por defecto de SPICE.

Los otros parámetros que aparecen en el macromodelo se usan para, por una parte, asegurar una adecuada rectificación en el caso de valores pequeños de  $v_L$  (parámetro  $A$ ) y, por otra, limitar la intensidad en los diodos reduciendo así los problemas de no convergencia (parámetro  $R_2$ ).

El listado 3.1 del Apéndice B contiene el fichero de entrada de SPICE para la implementación del macromodelado. El listado 3.2 corresponde al fichero de entrada para la simulación del circuito de histéresis (Fig.3.16) usando este macromodelado. El ciclo obtenido por simulación se muestra en la Fig.3.17.

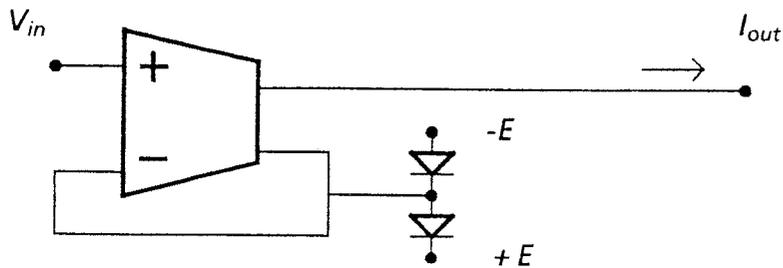


Figura 3.16: Elemento Histerético

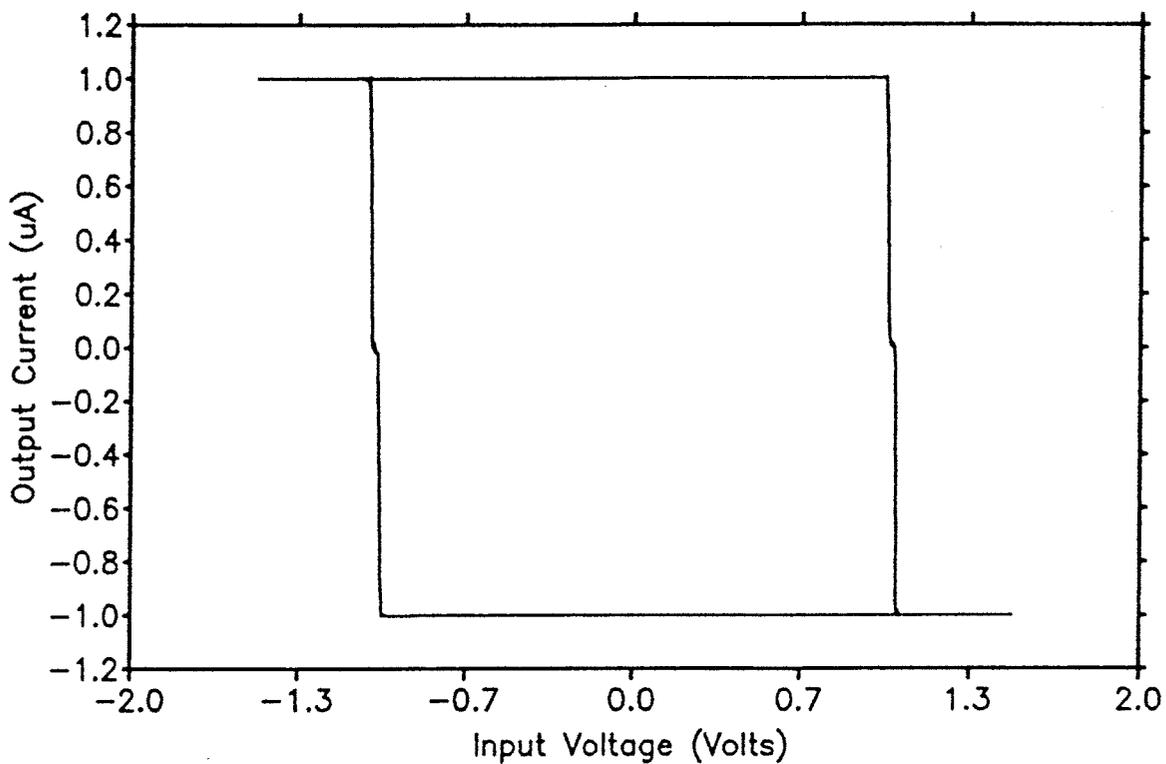


Figura 3.17: Ciclo obtenido por simulación de la Fig.3.16

En la Fig.3.18 muestra un macromodelado para el resistor no-lineal requerido para la implementación CMOS de la Fig.3.13.

Al objeto de poder ajustar  $I_c$  mediante una señal externa, se ha usado para la fuente controlada de corriente el circuito mostrado en la Fig.3.18 que denominamos MULT. El listado 3 del Apéndice B recoge el fichero completo de SPICE para el resistor no-lineal.

Usando los macromodelos para el OTA y el resistor no-lineal, es posible simular al completo el oscilador CMOS propuesto (ver Figs.3.13 y 3.14). El correspondiente fichero de entrada para SPICE se muestra en el listado 4 del Apéndice B. La Fig.3.19 muestra formas de onda obtenidas por simulación. La señal en la parte superior controla la existencia de oscilaciones. En su estado bajo, el circuito debe oscilar, no debiendo hacerlo en su estado alto.

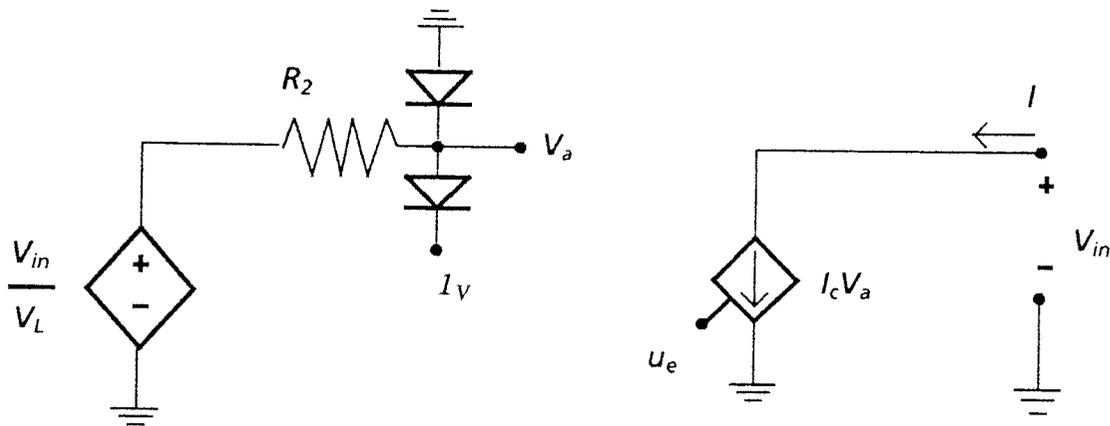


Figura 3.18: Macromodelo para el resistor No-lineal

Las señales obtenidas en los nudos correspondientes a  $v_1$  y  $v_2$  de la Fig.3.13(a) se muestran en la zona inferior de la Fig.3.19.

### 3.1.3. Simulación a nivel de dispositivos y Resultados Experimentales.

El esquemático de la Fig.3.14 fue dimensionado al mínimo para fabricación en una tecnología CMOS p-well de 3  $\mu\text{m}$  con doble poly y doble metal. La Fig.3.20 muestra los resultados de simulación al nivel de dispositivo para el circuito ya dimensionado. La Fig.3.21 muestra una microfotografía del prototipo fabricado.

La Fig.3.22 muestra la característica de punto, para distintos valores de  $E_1$  y  $E_2$  medida experimentalmente correspondiente al par de diodos MOS que se emplean para implementar la resistencia no lineal dentro del elemento de histéresis (ver Fig.3.16). En la Fig.3.23 se muestra la característica experimental del elemento de histéresis completo para distintos valores de  $E_1$  y  $E_2$ . La característica de punto medida experimentalmente del resistor no lineal usado en la Fig.3.14 está indicado en la Fig.3.24, para distintos valores del parámetro  $u_e$ .

La Fig.3.25 muestra la comprobación empírica del modo no autónomo de funcionamiento del prototipo CMOS. Se observa como dependiendo de que la señal de control (figura superior) esté en una estado bajo o en uno alto se producen oscilaciones o no, respectivamente. En la Fig.3.26 se muestra la curva experimental de variación de la frecuencia de oscilación con la tensión de control. Se observa un rango de variación de 9 décadas, desde 11.2MHz hasta 19.96MHz.

En la Fig.3.27 se muestran las formas de onda producidas por el prototipo integrado entre 11.21mHz y 19.96MHz.

## 3.2. Oscilador FitzHugh-Nagumo de Segundo Orden.

Tal como quedó de manifiesto en el Capítulo 2, la variedad de osciladores no-lineales de segundo orden es muy amplia. Aquí se considerará un ejemplo ilustrativo de la metodología de implementación de los mismos usando transconductores. Dicho ejemplo corresponde a una versión simplificada del modelo de Hudgkin-Huxley [Hudgkin52], versión conocida como modelo de FitzHugh-Nagumo [FitzHugh67, Keener83, Autor11, Autor14].

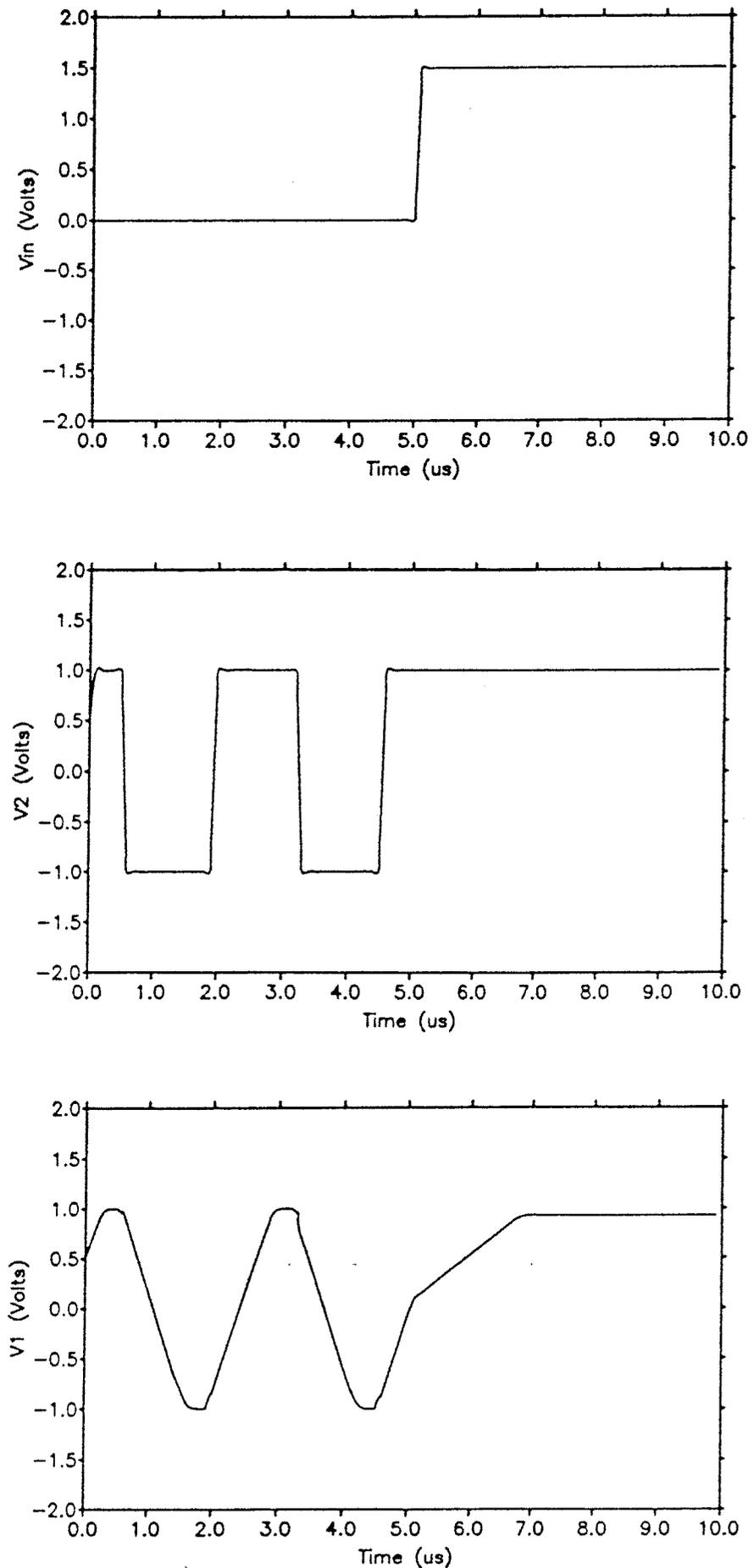


Figura 3.19: Formas de onda obtenidas por simulación para el oscilador histerético CMOS de la Fig.3.13 y usando macromodelos

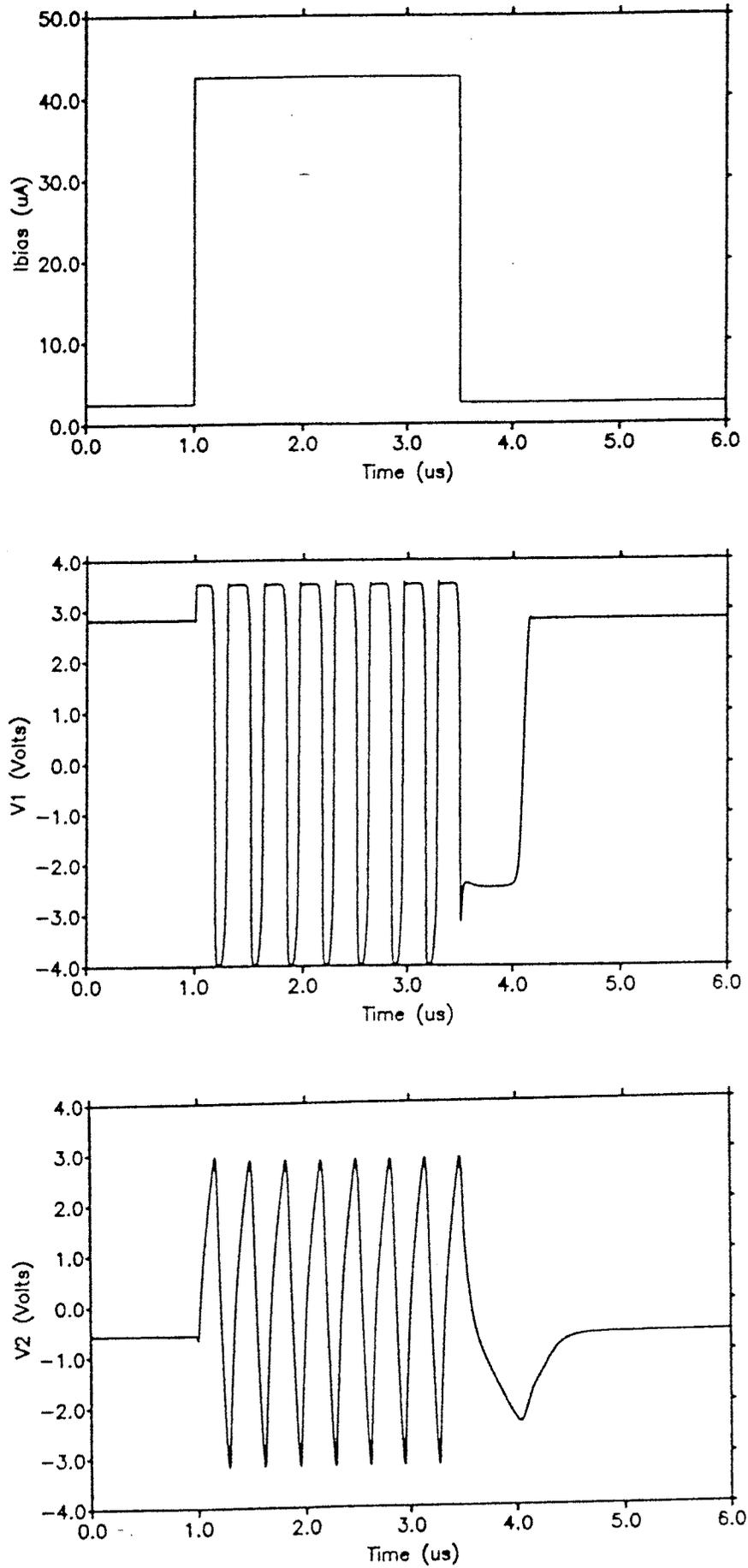


Figura 3.20: Formas de onda obtenidas. Una versión dimensionada de la Fig.3.14 y usando modelos de dispositivos

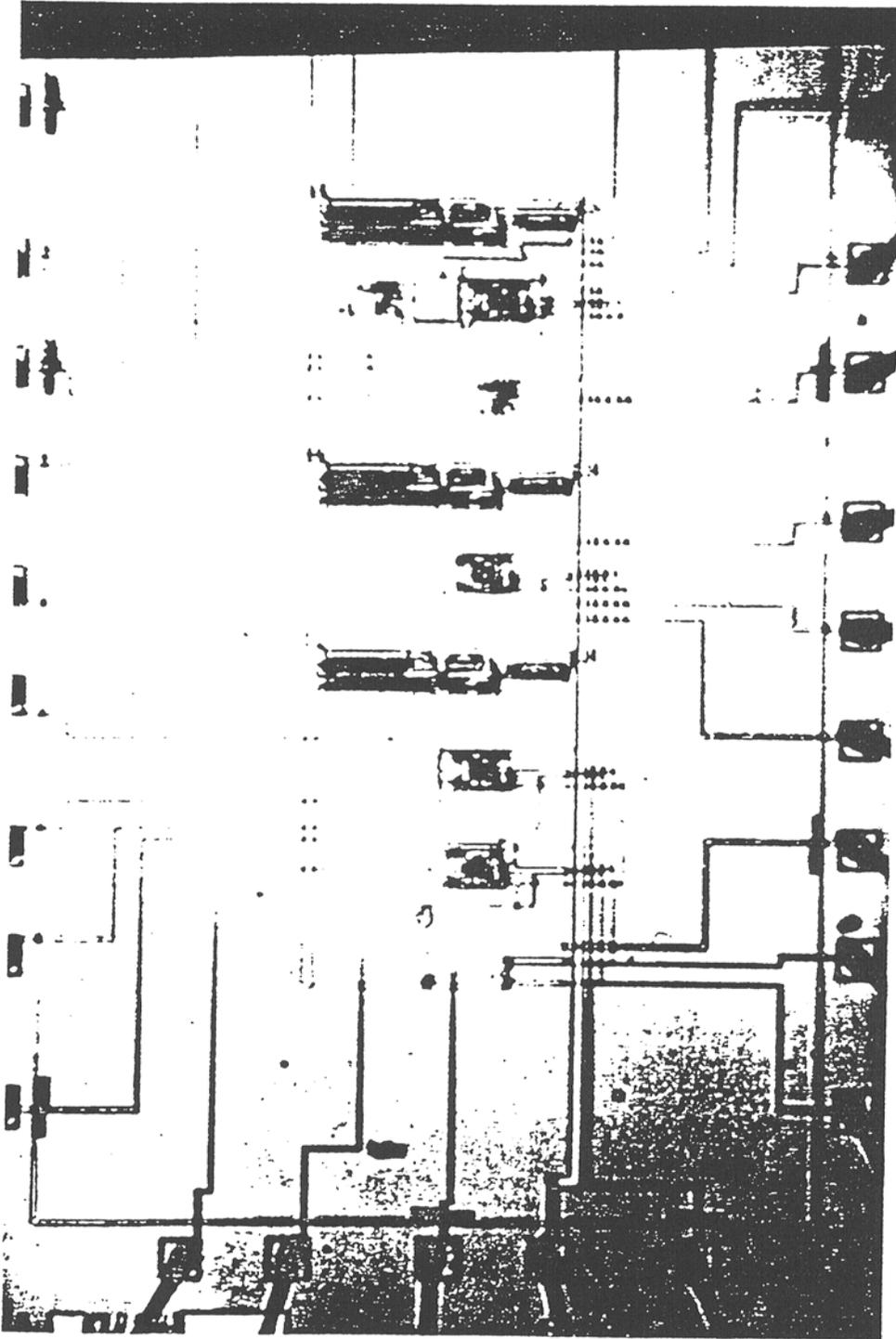


Figura 3.21: Microfotografía del circuito del Oscilador Histerético

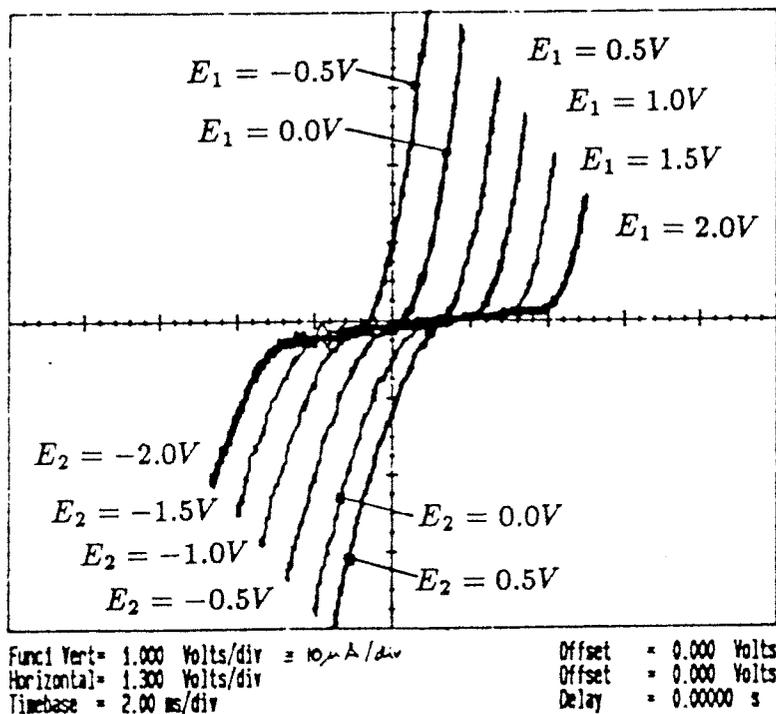


Figura 3.22: Característica de punto de los diodos usados en el elemento de histéresis

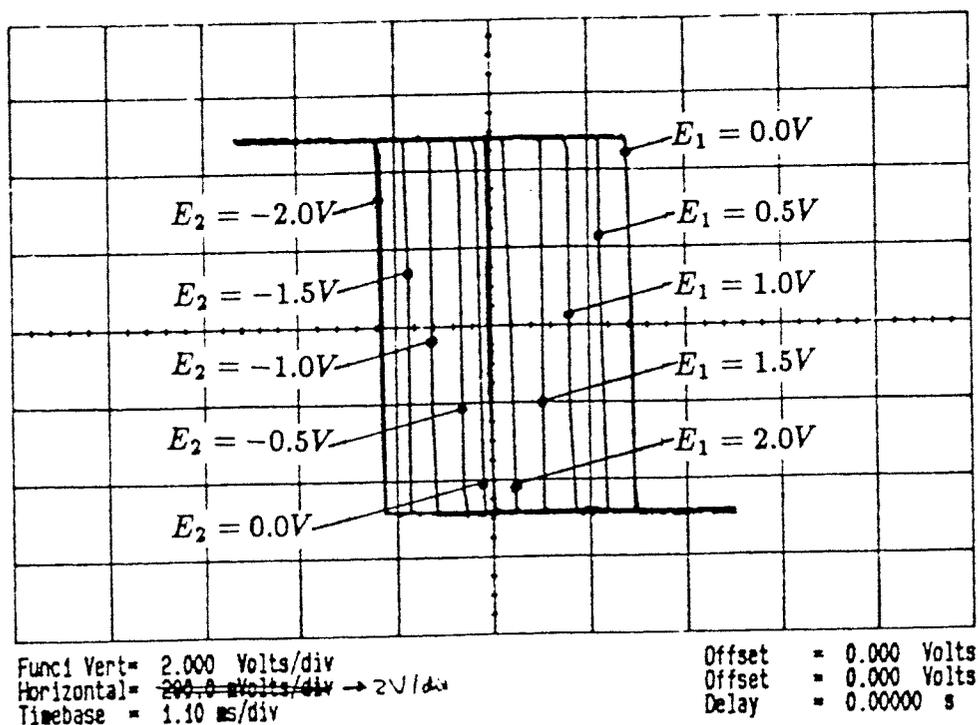


Figura 3.23: Característica de transferencia del elemento de histéresis

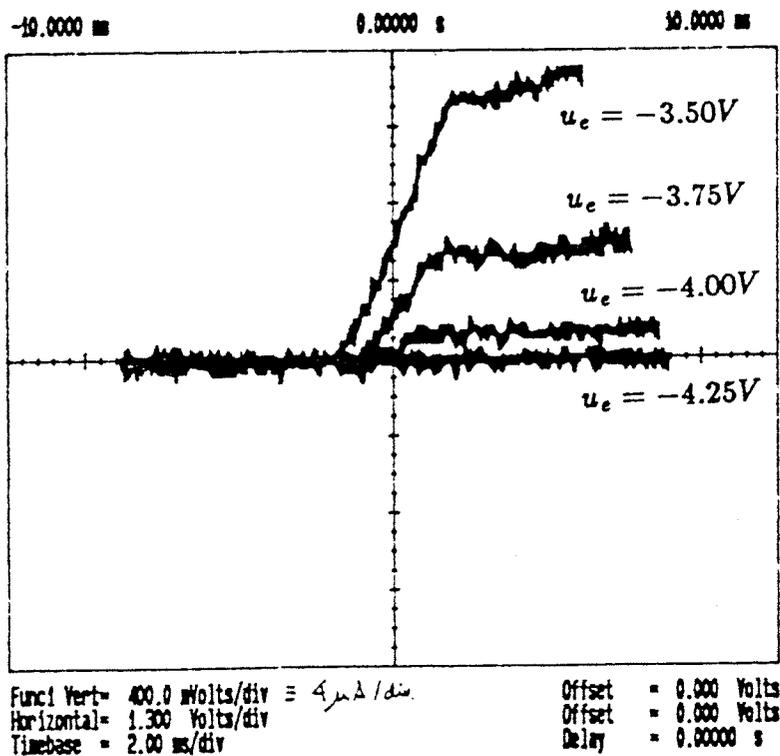


Figura 3.24: Característica de punto del resistor no-lineal de la Fig.3.14.

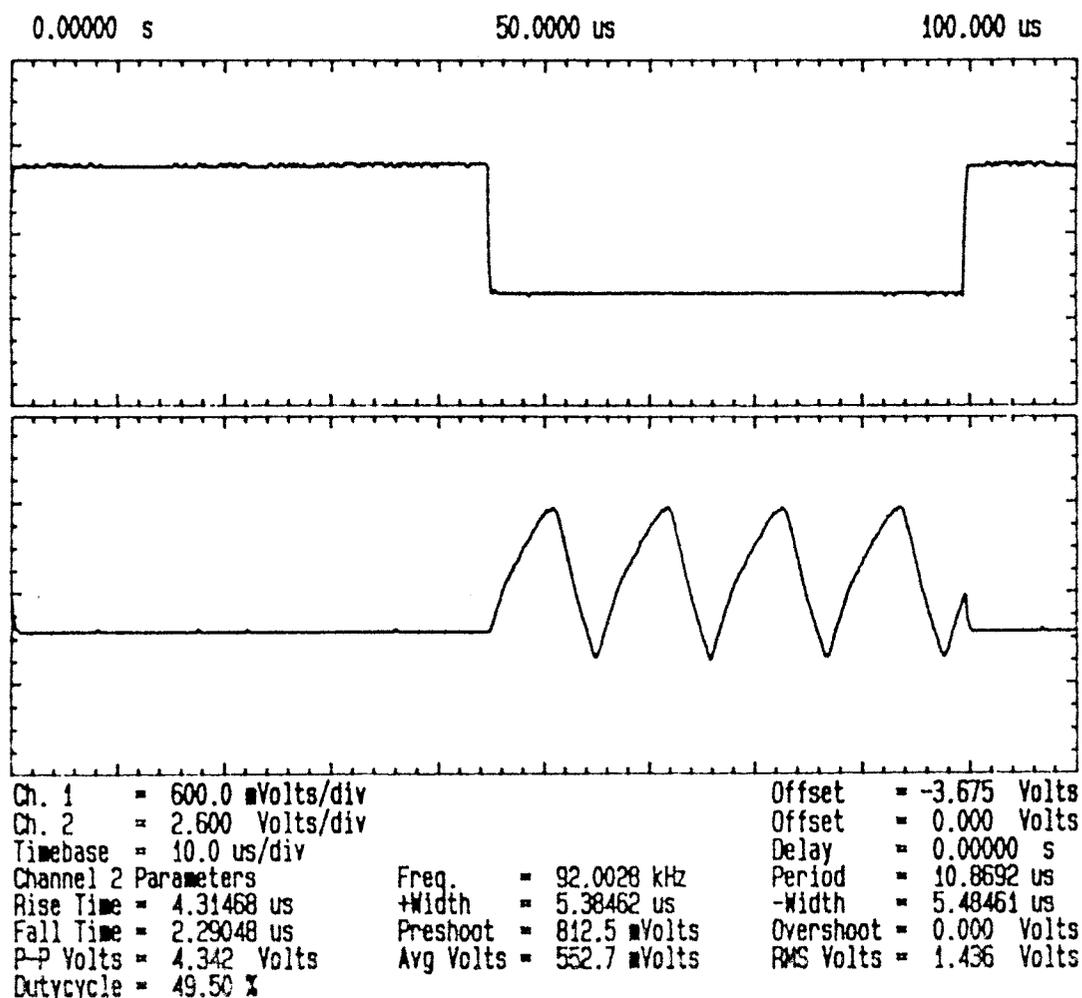


Figura 3.25: Comportamiento entrada (trazo superior) salida (trazo inferior) del oscilador histerético

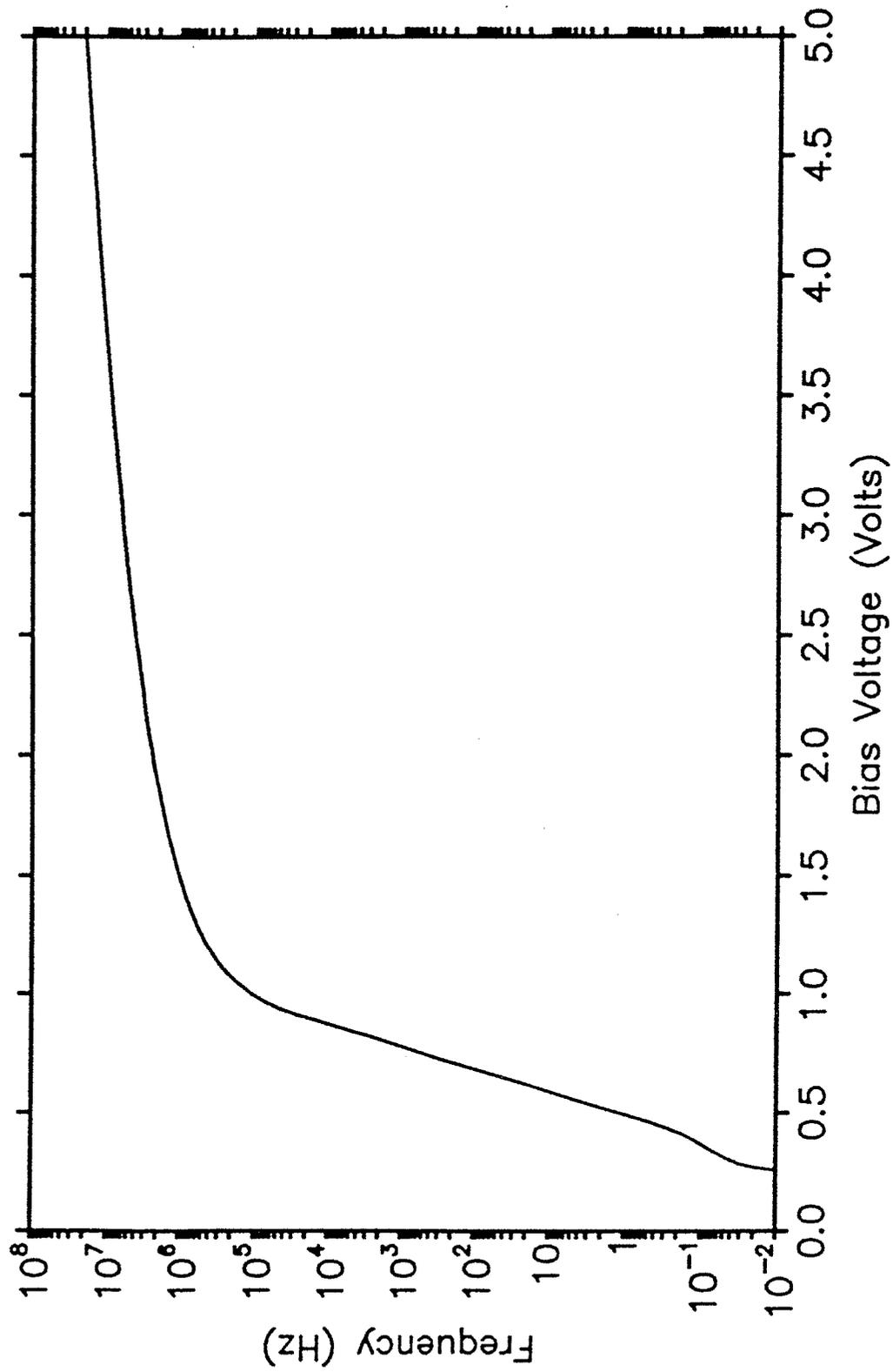
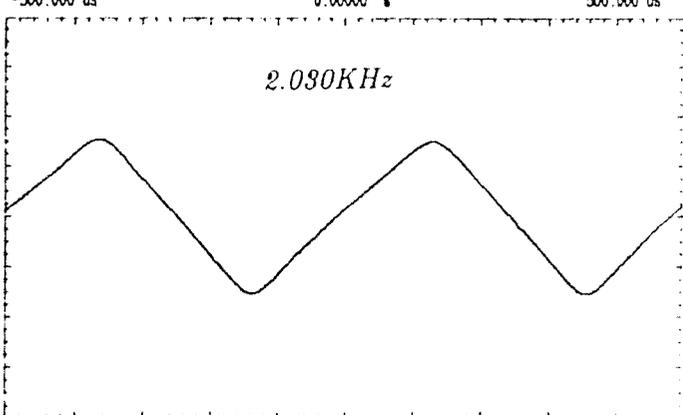
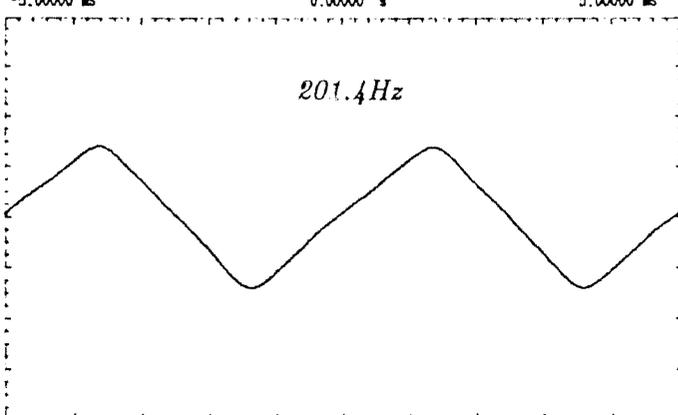
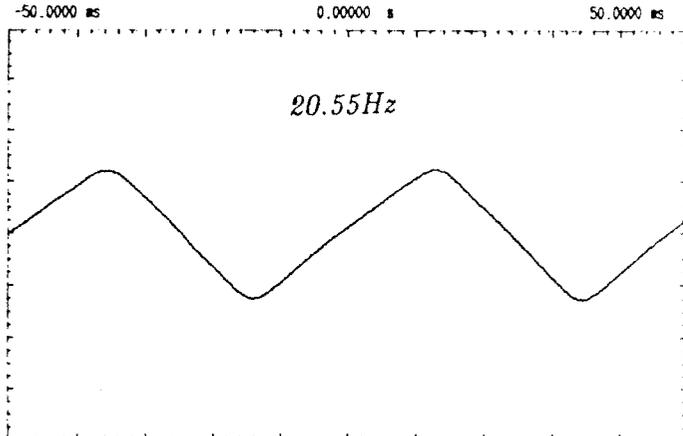
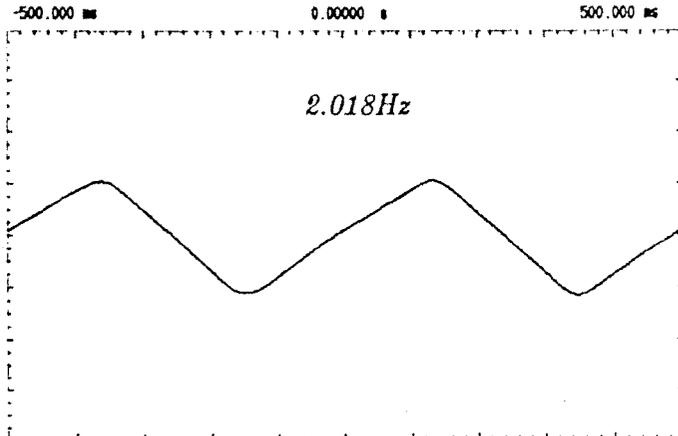
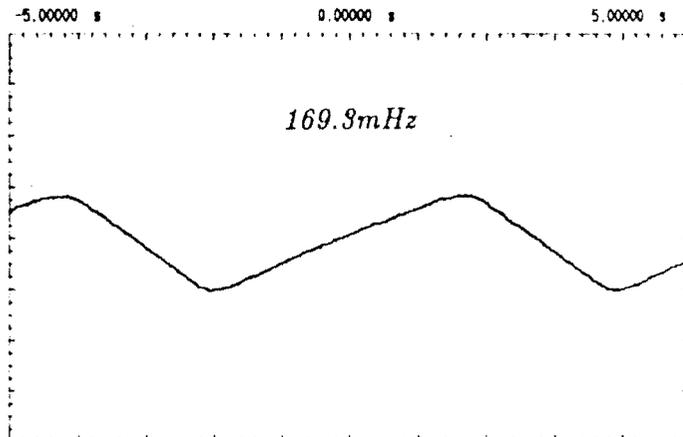
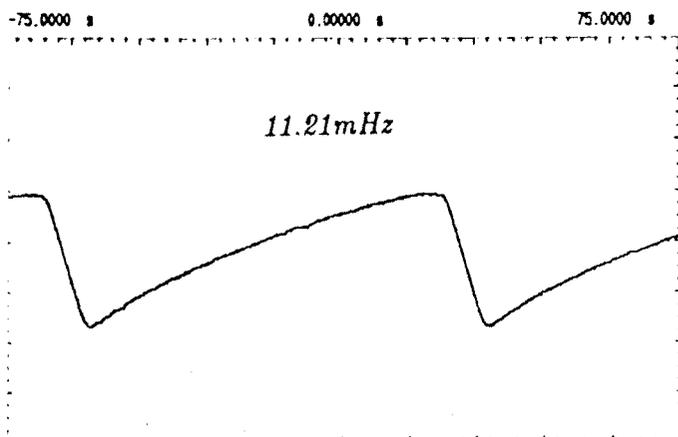


Figura 3.26: Frecuencia de oscilación frente a tensión de polarización



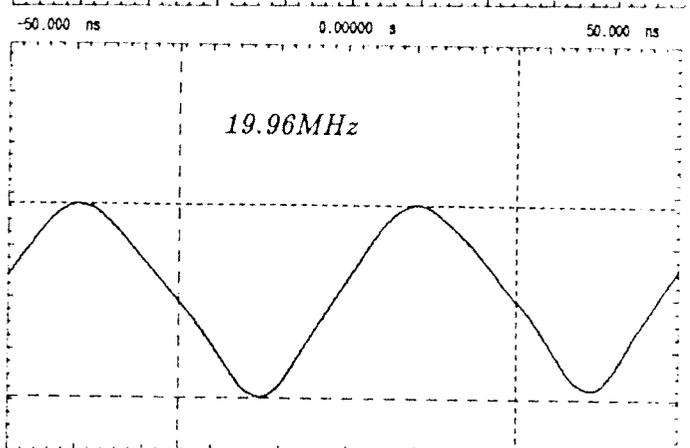
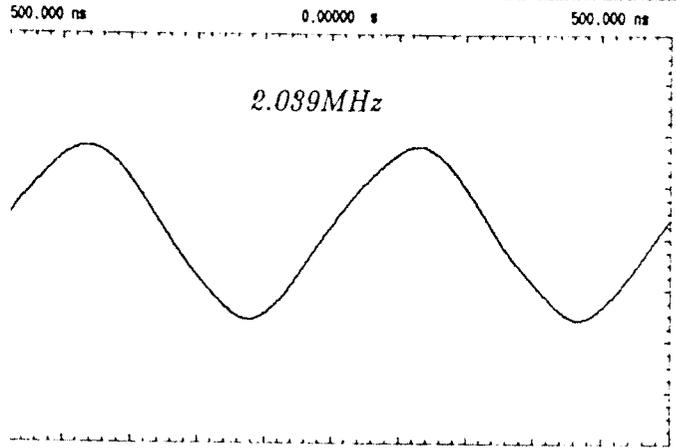
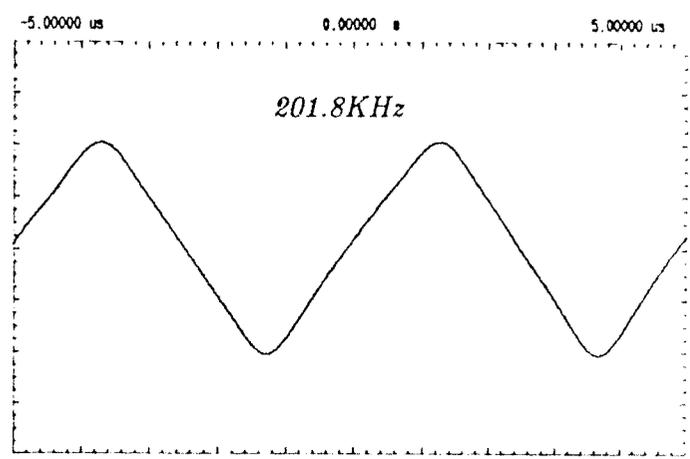
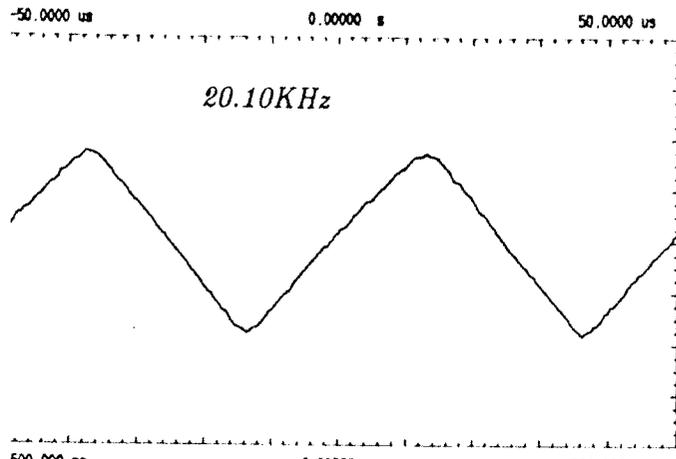
Ch. 2 = 500.0 mVolts/div  
 Timebase = 1.00 ms/div  
 Channel 2 Parameters  
 Rise Time = 2.03650 ms  
 Fall Time = 1.62681 ms  
 P-P Volts = 1.410 Volts  
 Dutycycle = 51.70 %

Offset = 0.000 Volts  
 Delay = 0.00000 s  
 Period = 4.96636 ms  
 +Width = 2.56812 ms  
 -Width = 2.39825 ms  
 Overshoot = 0.000 Volts  
 RMS Volts = 434.2 mVolts

Ch. 2 = 500.0 mVolts/div  
 Timebase = 100 us/div  
 Channel 2 Parameters  
 Rise Time = 197.856 us  
 Fall Time = 180.862 us  
 P-P Volts = 1.530 Volts  
 Dutycycle = 51.70 %

Freq. = 201.355 Hz  
 +Width = 2.56812 ms  
 -Width = 2.39825 ms  
 Preshoot = 0.000 Volts  
 Avg Volts = 9.412 mVolts

Offset = 0.000 Volts  
 Delay = 0.00000 s  
 Period = 492.639 us  
 +Width = 254.813 us  
 -Width = 237.826 us  
 Overshoot = 0.000 Volts  
 RMS Volts = 472.8 mVolts

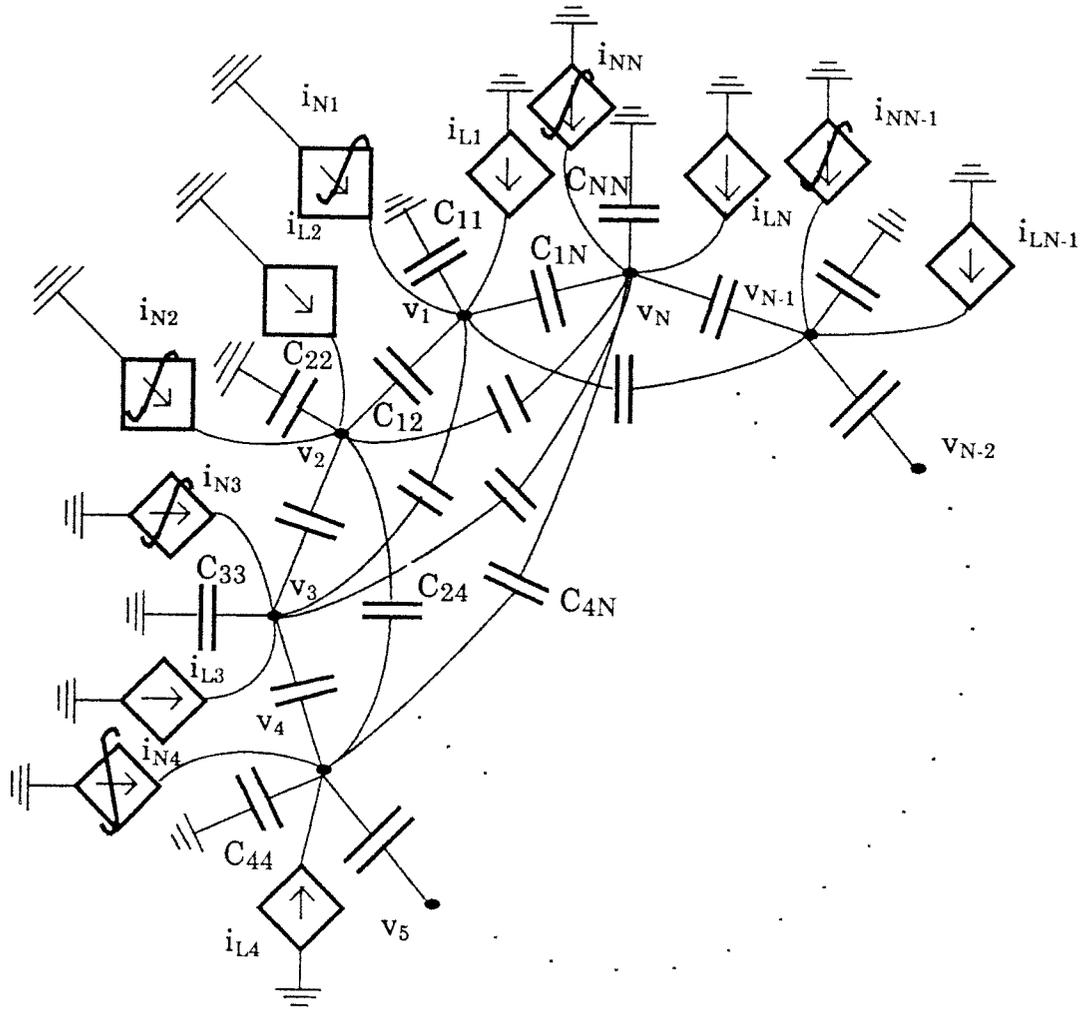


. 2 = 500.0 mVolts/div  
 ebase = 100 ns/div  
 nnel 2 Parameters  
 se Time = 162.860 ns  
 ll Time = 150.890 ns  
 P Volts = 1.670 Volts  
 tycycle = 52.00 %  
 Freq. = 2.03929 MHz  
 +Width = 254.810 ns  
 -Width = 235.550 ns  
 Preshoot = 0.000 Volts  
 Avg Volts = 59.32 mVolts  
 Offset = 0.000 Volts  
 Delay = 0.00000 s  
 Period = 490.370 ns  
 Overshoot = 0.000 Volts  
 RMS Volts = 570.0 mVolts

Ch. 2 = 500.0 mVolts/div  
 Timebase = 10.0 ns/div  
 Channel 2 Parameters  
 Rise Time = 15.180 ns  
 Fall Time = 18.000 ns  
 P-P Volts = 1.860 Volts  
 Dutycycle = 54.30 %  
 Start = -24.800 ns  
 Vmarker1 = -1.470 Volts  
 Freq. = 19.9601 MHz  
 +Width = 27.200 ns  
 Preshoot = 0.000 Volts  
 Avg Volts = -470.8 mVolts  
 Stop = 25.300 ns  
 Vmarker2 = 410.0 mVolts  
 Offset = 0.000 Volts  
 Delay = 0.00000 s  
 Period = 50.100 ns  
 -Width = 22.900 ns  
 Overshoot = 0.000 Volts  
 RMS Volts = 773.5 mVolts  
 Delta I = 50.100 ns  
 Delta V = 1.860 Volts

### 3.2.1. Búsqueda de la Topología

Esto es un caso especial del problema general de encontrar una topología para un sistema dinámico no-lineal de orden  $N$ . Tal topología general se muestra en la Fig.3.28.



**Figura 3.28: Representación Topológica General de Ecuaciones Diferenciales de N No-Lineal**

Cada nudo  $v_j$  lleva asociado un condensador a tierra  $C_{jj}$  y dos fuentes de intensidad  $I_{Lj}$  e  $I_{Nj}$ . Cada par de nudos  $v_i$  y  $v_j$  están conectados vía un condensador  $C_{ij}$ . Cada fuente  $I_{Lj}$  depende linealmente de las tensiones en los nudos,

$$I_{Lj} = \sum_{m=1}^N g_{mj} v_m + I_{0j} \tag{3.8}$$

donde los  $g_{mj}$  son transconductancias que escalan la influencia de las distintas tensiones nodales e  $I_{0j}$  es una fuente independiente que da muestra de la influencia de señales externas. Por otra parte,  $I_{Nj}$  es una fuente controlada no-lineal,

$$I_{Nj} = f_j (v_1, v_2, \dots, v_N) = f_j (\mathbf{v}) \tag{3.9}$$

Aplicando KCL a cada nudo de la Fig.3.25 se obtiene,

$$I_{0j} + \sum_{i=1}^N g_{ij} v_i + f_j(v) = \sum_{i=1}^N C_{ij} \left( \frac{dv_j}{dt} - \frac{dv_i}{dt} \right) + C_{jj} \frac{dv_j}{dt} \quad (3.10)$$

que puede reescribirse como:

$$I_{0j} + \sum_{i=1}^N g_{ij} v_i + f_j(v) + \sum_{i=1}^N B_{ij} \frac{dv_i}{dt} = 0 \quad (3.11)$$

donde se ha definido:

$$B_{ij} \equiv \begin{cases} C_{ij} & \text{si } i \neq j \\ -\sum_{l=1}^N C_{jl} & \text{si } i=j \end{cases} \quad (3.12)$$

En notación matricial, (3.11) resulta:

$$I_0^T + Gv^T + f^T(v) + B \frac{dv}{dt} = 0 \quad (3.13)$$

Que es un sistema general de  $N$  ecuaciones diferenciales no-lineales de primer orden. Dentro de este sistema general, las ecuaciones de FitzHugh-Nagumo suponen un caso particular de segundo orden:

$$I_{01} + g_{m1} v_2 - g_{m3} v_1 - C_{11} \frac{dv_1}{dt} = 0 \quad (3.14a)$$

$$I_{02} - g_{m2} v_1 - f(v_2) - C_{22} \frac{dv_2}{dt} = 0 \quad (3.14b)$$

donde se ha definido  $g_{m1} = g_{21}$ ,  $g_{m2} = -g_{12}$ ,  $f_1(v) = 0$  y  $f(v_2) = -f_2(v)$ . Además, en el modelo de FitzHugh-Nagumo, la función no-lineal  $f(v_2)$  puede ser aproximada mediante la función lineal a tramos de la Fig.3.29.

La Fig.3.30 muestra una implementación de circuito para las ecuaciones (3.14). Para el resistor no-lineal puede usarse el circuito mostrado en la Fig.3.31(a) [Autor4,10,12] resultando entonces la característica  $f(v_2)$  mostrada en la Fig.3.31(b). La topología completa se indica en la Fig.3.32.

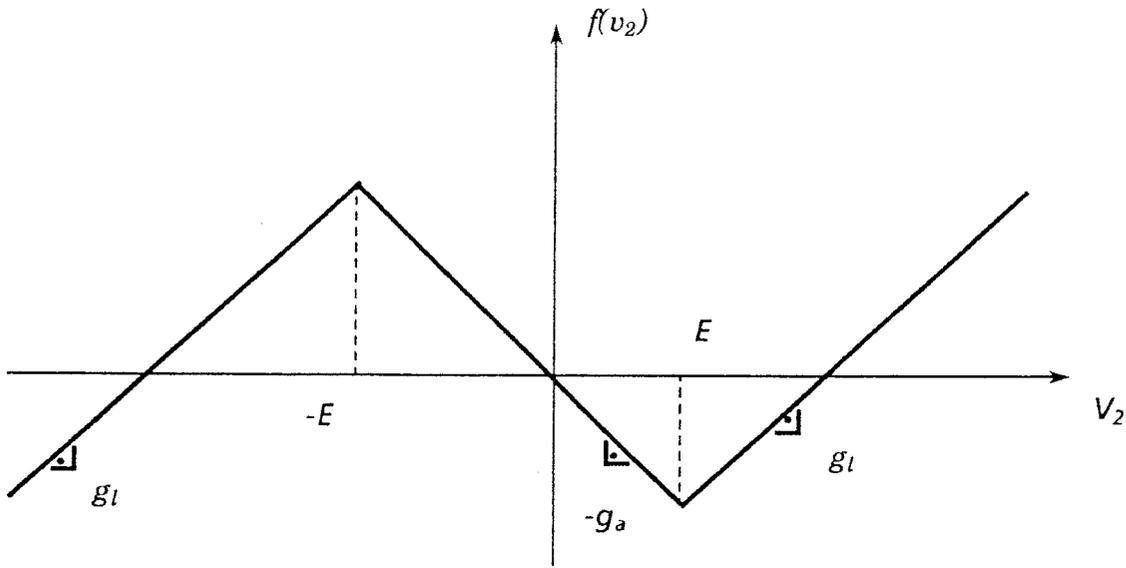


Figura 3.29: Función no-lineal para el modelo de FitzHugh-Nagumo

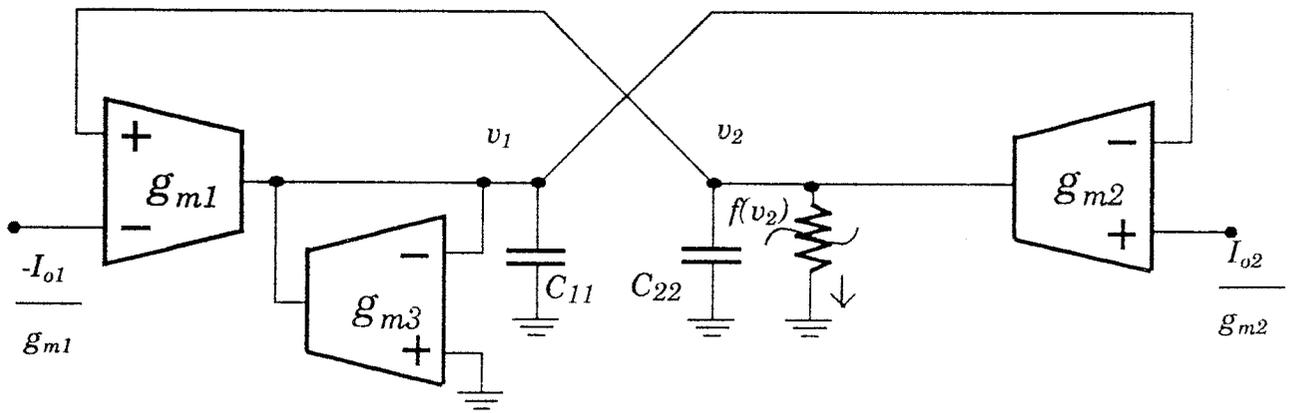
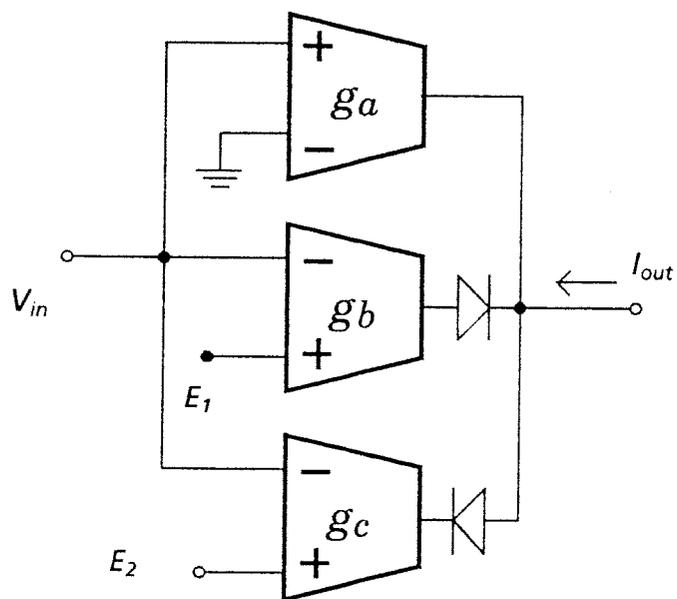


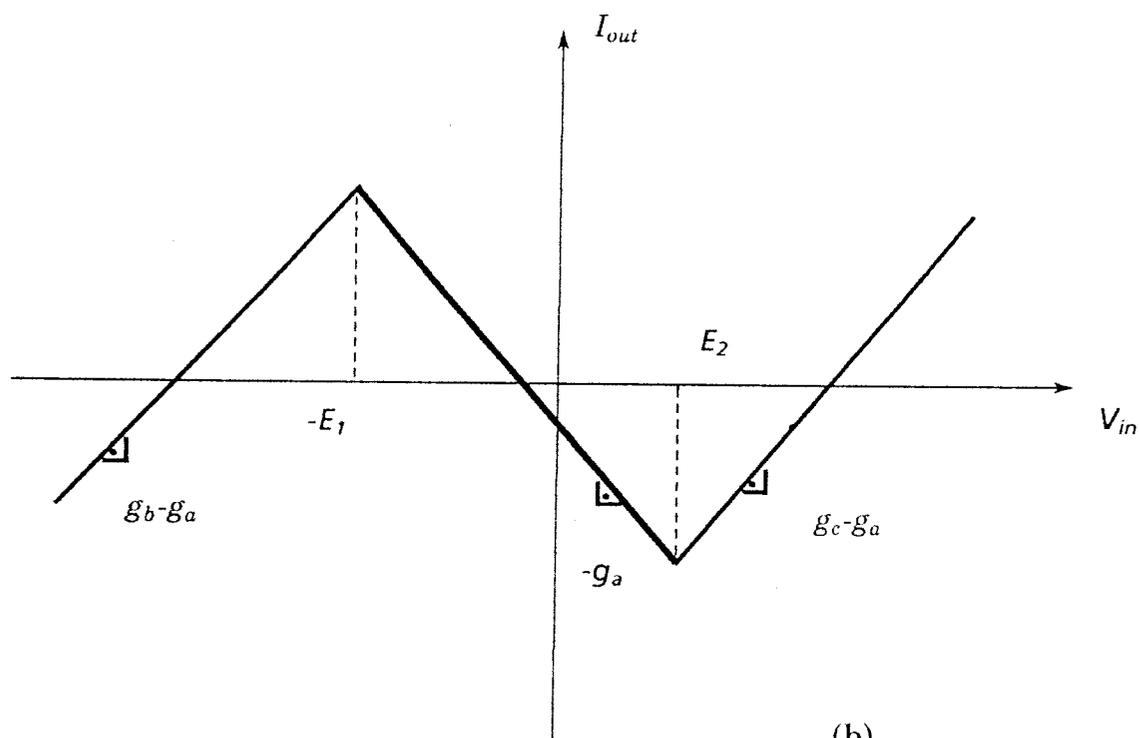
Figura 3.30: Esquemático OTA-C para las ecuaciones de FitzHugh-Nagumo {ecuación (3.14)}

### 3.2.2. Macromodelado y Simulación.

Simular el circuito de la Fig.3.32 a nivel de transistores supone consumir mucho tiempo de CPU, suponiendo que Spice consiguiera converger. Debido a esto, una forma más eficiente de realizar dicha simulación sería usando el macromodelo de la Fig.3.15 para cada uno de los OTAs de la Fig.3.32. El rango lineal de los OTAs se hará ahora  $V_L=4V$ , esto es, pretendemos usar OTAs linealizados [Nedungadi84, 86, Seevinck87, Krummen88]. Para las OTAs se hará  $g_{m1}=5 \times 10^{-8} A/V$ ,  $g_{m2}=1 \times 10^{-8} A/V$ ,  $g_u=1 \times 10^{-6} A/V$  y  $g_e=2 \times 10^{-6} A/V$ . Nótese que para un correcto funcionamiento del circuito la constante de tiempo asociada a (3.14a) deberá ser mucho mayor que la correspondiente a (3.14b) [FitzHugh67, Keener83, Autor11]. El fichero de entrada de Spice para esta simulación está dado en el listado 3.7 del Apéndice B, y su correspondiente salida se muestra en la Fig.3.33.



(a)



(b)

Figura 3.31: (a) Implementacion con OTAs del resistor no-lineal de la Fig.3.27; (b) característica asociada

### 3.2.3. Resultados Experimentales.

Se montó un prototipo con componentes discretos para el oscilador de FitzHugh-Nagumo y cuyos resultados fueron ya reportados [Autor11]. Otro prototipo, monolítico esta vez, fue fabricado en un proceso CMOS de 2  $\mu\text{m}$  de doble poly y doble metal. La Fig.3.34 muestra una microfotografía del correspondiente dado.

Cuando ambas entradas  $I_{o1}$  e  $I_{o2}$  se conectan a cero el circuito oscila libremente. Si las constantes de tiempo de los dos integradores son muy distintos, o sea, si  $g_{m1}/C_{11} \ll g_{m2}/C_{22}$ , entonces las ecuaciones de FitzHugh-Nagumo simulan el comportamiento de la membrana de células biológicas nerviosas. Las correspondientes medidas experimentales para esta situación se recogen en la Fig.3.35.

Si en cambio, las constantes de tiempo de ambos integradores se ajustan a valores parecidos, el sistema resolverá la ecuación de Van der Pal [Van34]. La Fig.3.36 muestra la salida del circuito cuando éste se ajusta para dichas condiciones.

En la Fig.3.37 se muestra el comportamiento entrada ( $I_{o1}$ ) salida ( $V_2$ ) cuando  $g_{m1}/C_{11} \ll g_{m2}/C_{22}$ , y se aplica una señal de entrada que cruza los dos valores umbrales. Obsérvese que el circuito solamente genera oscilaciones si la señal de entrada está comprendida entre los dos valores umbrales. Si dicha señal de entrada está bien por encima del umbral superior o bien por debajo del inferior, no se producirán oscilaciones. Finalmente, en la Fig.3.38 se muestra la relación que existe entre la frecuencia de las oscilaciones y la señal de entrada ( $-I_{o1}/g_{m1}$ ).

### 3.3 Conclusiones

En este Capítulo hemos implementado los diagramas de bloques que se explicaron en las secciones 2.2 y 2.3.2, correspondientes a osciladores no-sinusoidales de primer y segundo orden, usando técnicas de modo de transconductancia. Se han desarrollado dos osciladores. El primero, basado en un elemento con histéresis es un oscilador de primer orden. Se ha fabricado una versión compacta del mismo en un proceso CMOS de 3  $\mu\text{m}$ , usando transistores de dimensiones mínimas. El prototipo fue capaz de generar frecuencias de oscilación en un rango de 9 décadas. El segundo oscilador, basado en el modelo de la membrana de la célula nerviosa de FitzHugh-Nagumo, que es un modelo de segundo orden, fue fabricado en un proceso CMOS de 2  $\mu\text{m}$ . Para ello se usaron OTAs y diodos MOS normales. El circuito emula el modelo de forma satisfactoria.

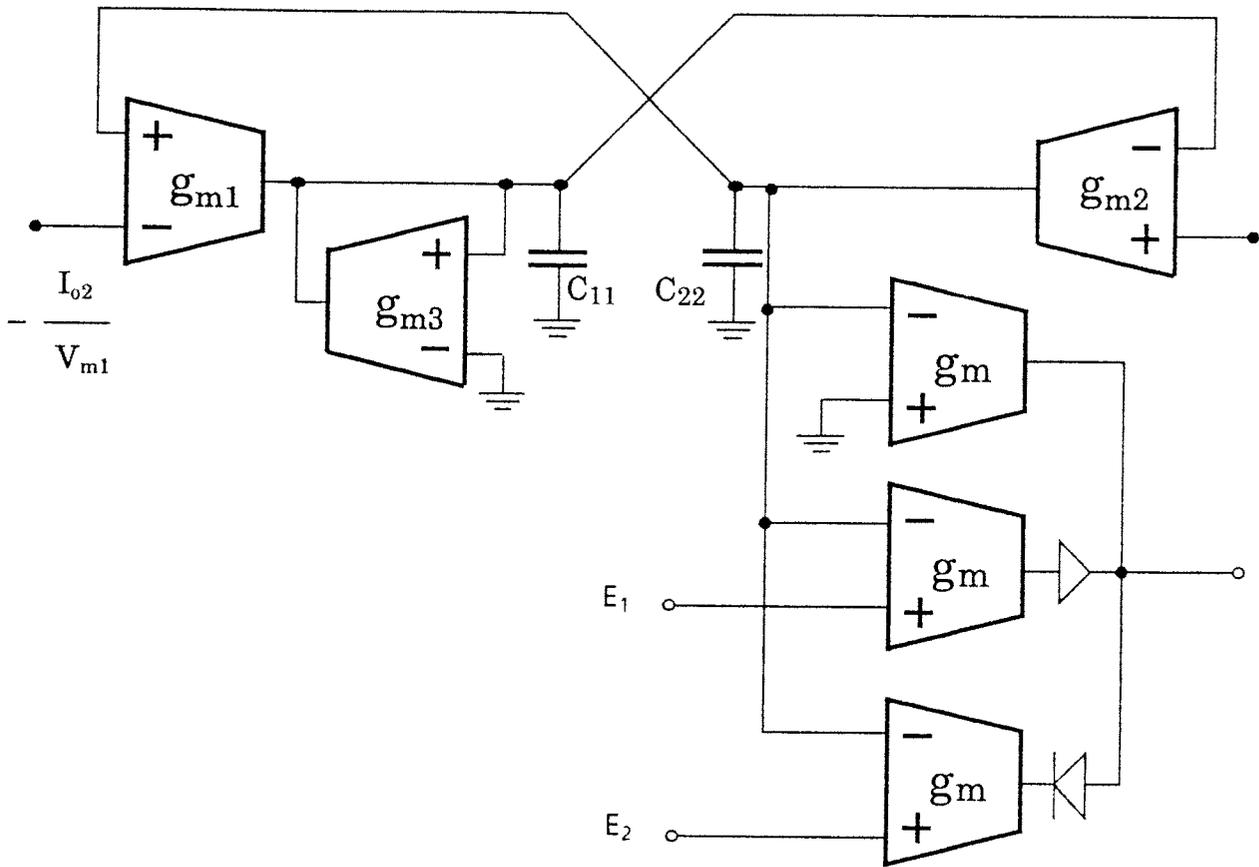


Figura 3.32: Topología completa del oscilador de FitzHugh-Nagumo

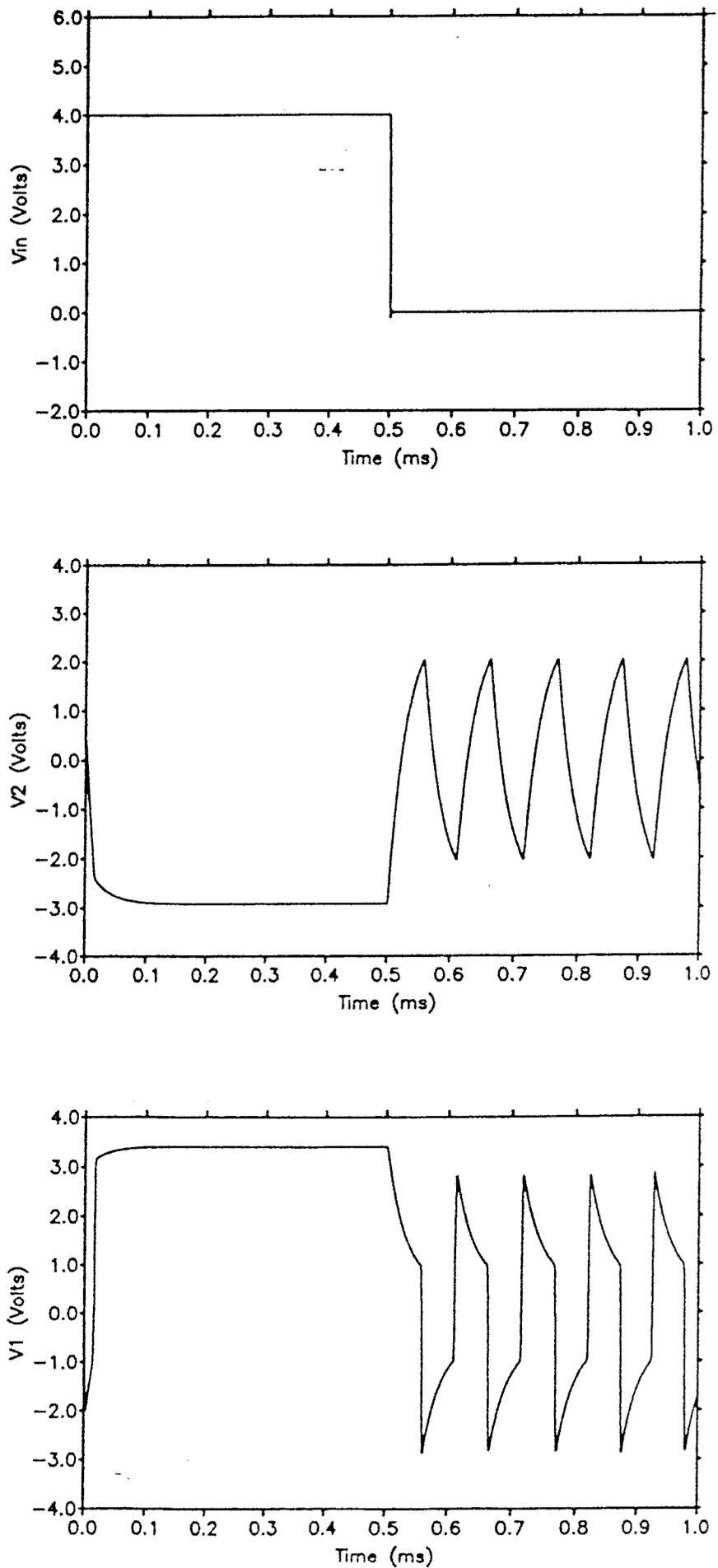


Figura 3.33: Simulación Spice del circuito de la Fig.3.32 usando el macromodelo de la Fig.3.15.

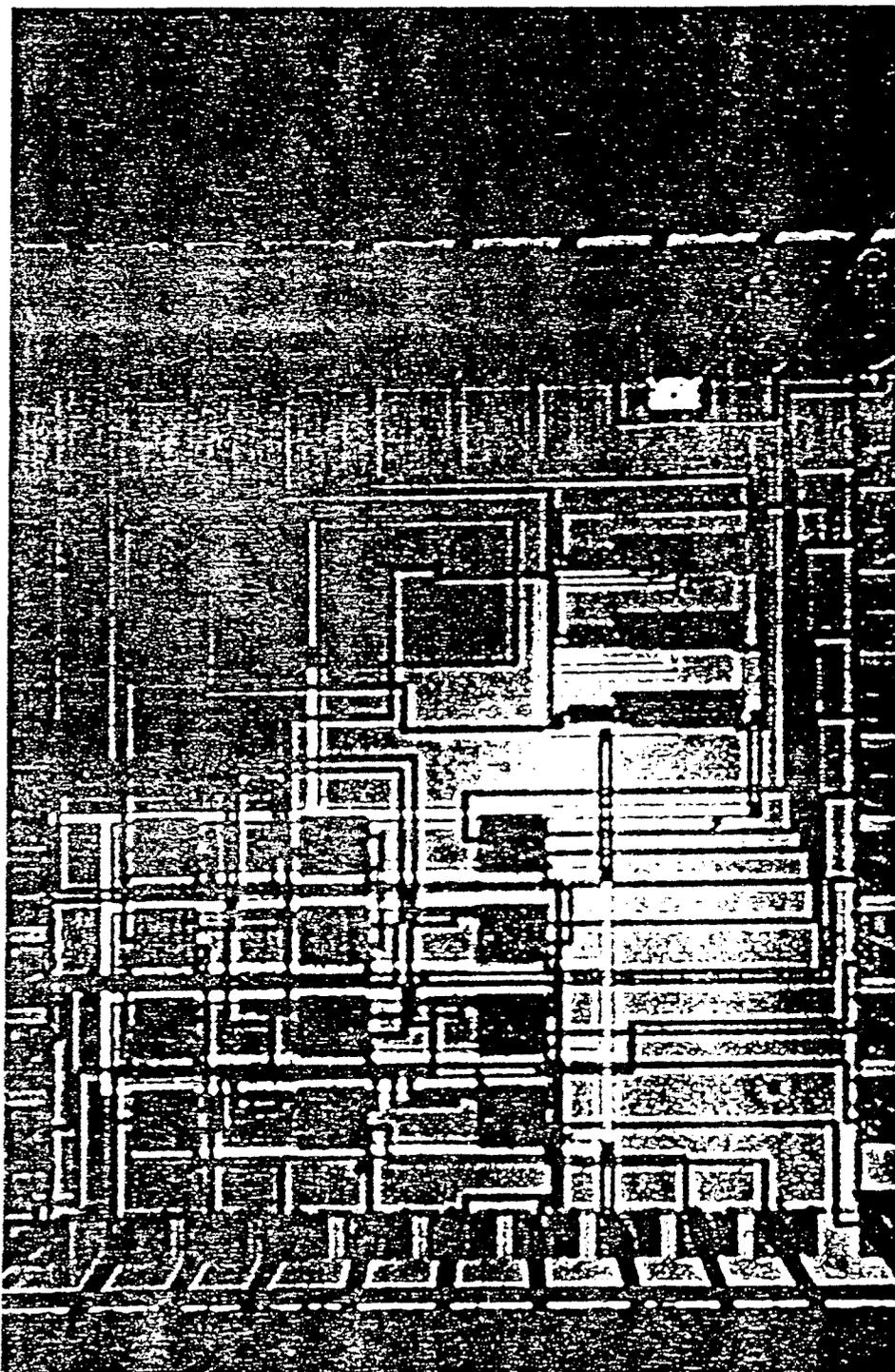


Figura 3.34: Microfotografía del oscilador de FitzHugh-Nagumo

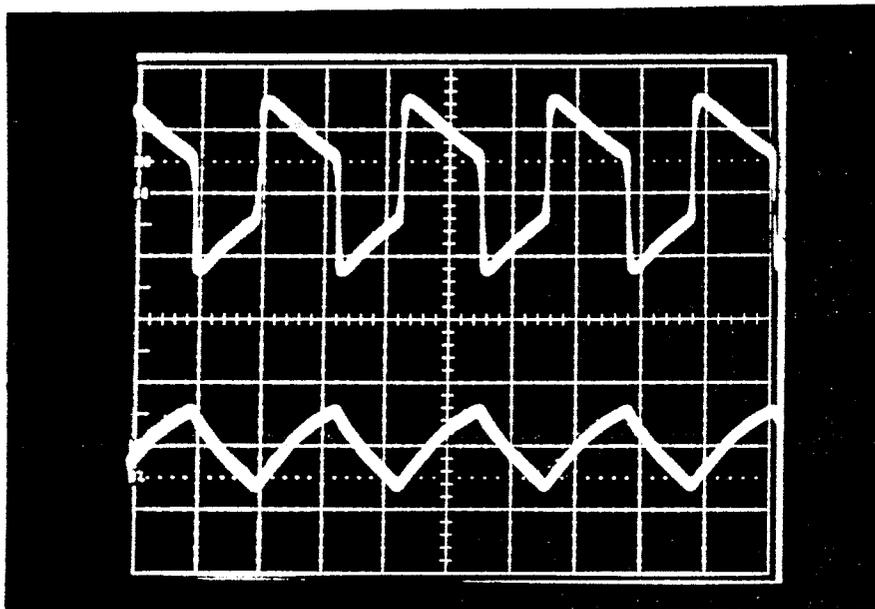


Figura 3.35: Formas de onda de salida del oscilador de la Fig.3.34 bajo condición de oscilación libre.

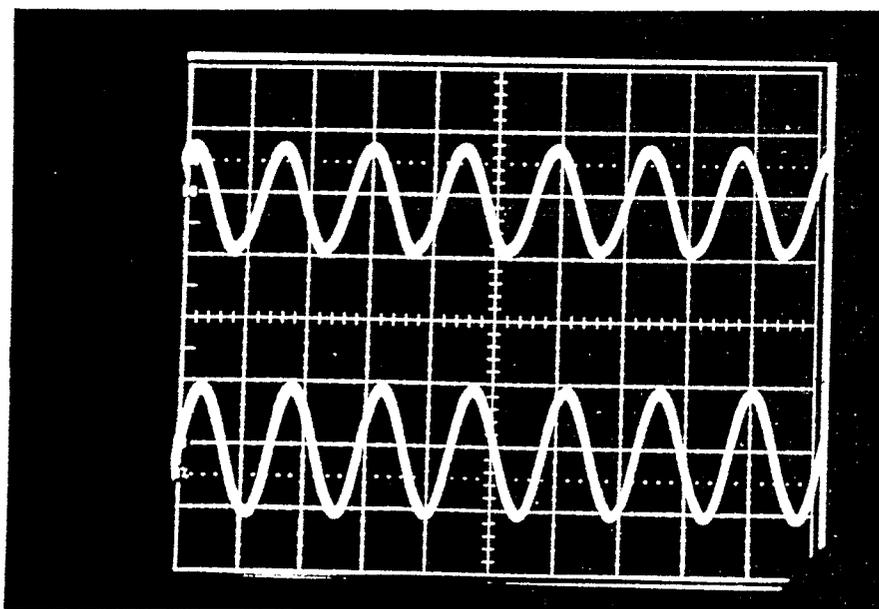


Figura 3.36: Salida del oscilador bajo condiciones de Van der Pol.

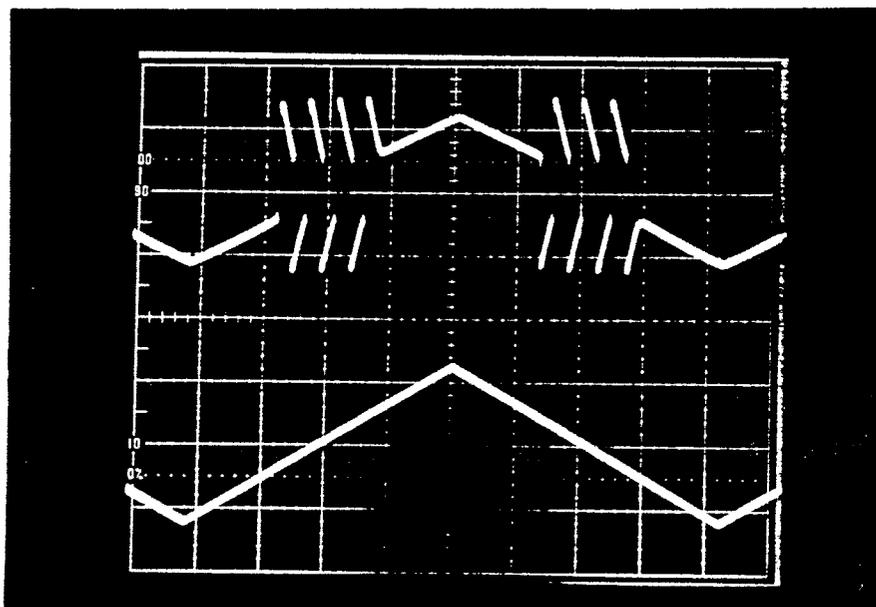


Figura 3.37: Comportamiento entrada salida del oscilador de la Fig.3.34

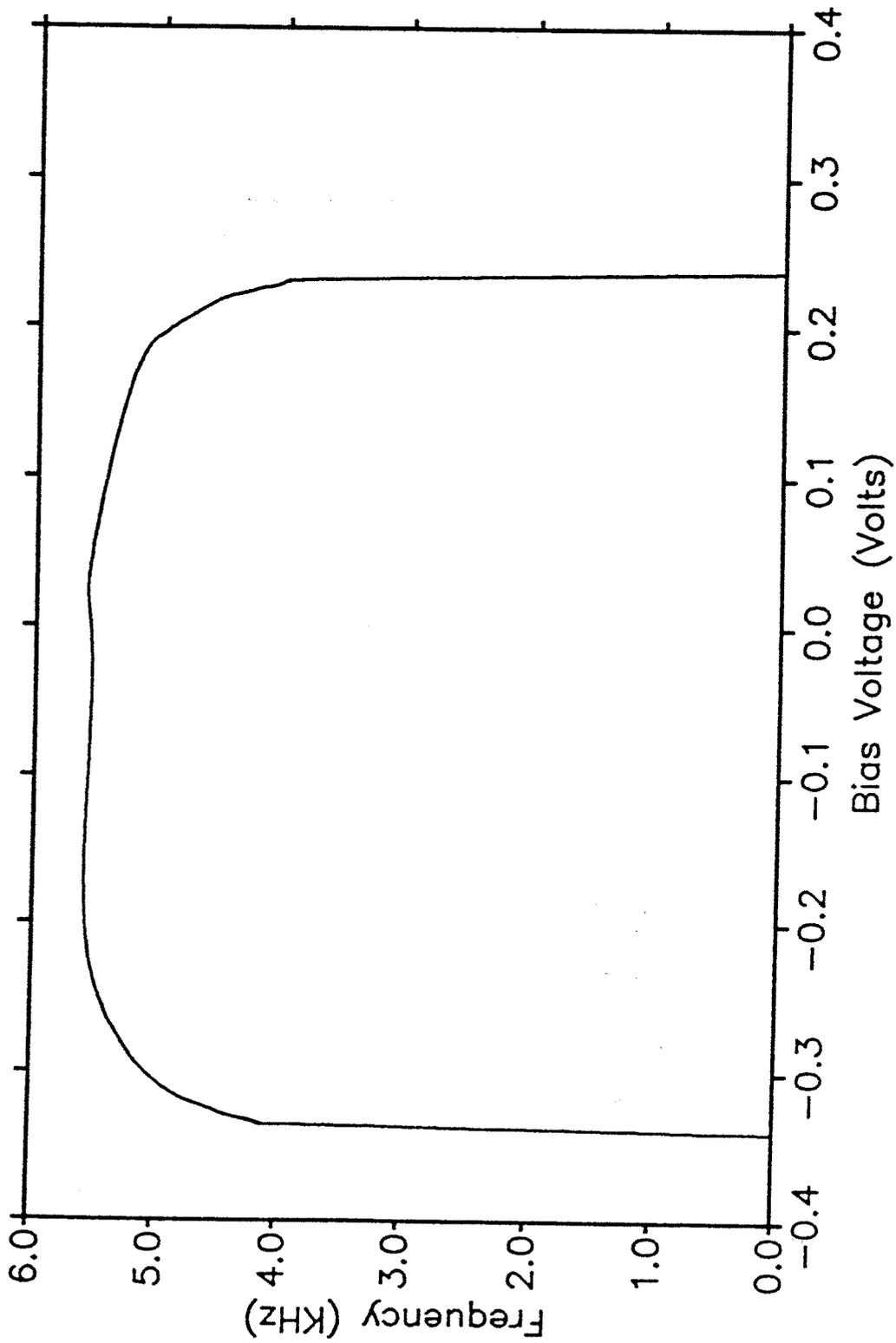


Figura 3.38: Relación entre frecuencia y tensión de polarización del oscilador

### 3.4. Referencias

- [Autor2] B. Linares-Barranco, E. Sánchez-Sinencio, A. Rodríguez-Vázquez and J.L. Huertas, "A Programmable Neural Oscillator Cell", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, CAS-36, No.5*, pp. 756-761, May 1989.
- [Autor4] E. Sánchez-Sinencio, J. Ramírez-Angulo, B. Linares-Barranco and A. Rodríguez Vázquez, "Operational Transconductance Amplifier-Based Nonlinear Function Syntheses", *IEEE Journal of Solid State Circuits, vol. 24, No. 6*, pp. 1576-1586, December 1989.
- [Autor8] B. Linares-Barranco, E. Sánchez-Sinencio, R.W. Newcomb, A. Rodríguez-Vázquez and J.L. Huertas, "A Novel CMOS Analog Neural Oscillator Cell", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Portland, Oregon*, pp 794-797, May 1989.
- [Autor10] E. Sánchez-Sinencio, B. Linares-Barranco, J. Ramírez-Angulo and A. Rodríguez Vázquez, "OTA-based Nonlinear Function Approximation", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Portland, Oregon*, pp 96-99, May 1989.
- [Autor11] E. Sánchez-Sinencio and B. Linares-Barranco, "Circuit Implementation of Neural FitzHugh-Nagumo Equations", *Midwest Symposium on Circuits and Systems, August 1989, Illinois*.
- [Autor12] B. Linares-Barranco, J. Ramírez-Angulo, E. Sánchez-Sinencio and A. Rodríguez-Vázquez, "Programmable Piece-Wise Linear Function Synthesizers Using Operational Transconductance Amplifiers", *European Conference on Circuit Theory and Design, Brighton, September 1989*.
- [Autor14] B. Linares-Barranco, E. Sánchez-Sinencio and A. Rodríguez-Vázquez, "CMOS Circuit Implementations for Neuron Models", *Proceedings of the 1990 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, May 1990 New Orleans, Louisiana*.
- [El88] N. El-Leithy and R.W. Newcomb. "Hysteresis in Neural-Type Circuits", *Proceedings of the 1988 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, June 1988, Helsinki, Finland*, pp. 993-996.
- [FitzHugh67] R. FitzHugh, "Mathematical Models of Excitation and Propagation in Nerves", *National Institute of Health, Technical Report 1967*
- [Hodgkin52] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "A Quantitative Description of Membrane Current and its Application to Conduction and Excitation in Nerve", *Journal of Physiology, No. 117*, pp. 500-544, 1952.
- [Keener83] J.P.Keener, "Analog Circuitry for the Van der Pol and FitzHugh-Nagumo Equations", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-13, Sept/Oct 1983*
- [Kiruthi82] G. Kiruthi, R.C. Ajmera, H. Yazdami and R. Newcomb, "Design of a Hysteretic Neural-Type Opamp-RC Circuit", *IEEE Southeastcon '82*, pp. 502-506, Destin, Florida, April 1982.

- [Kiruthi83] G. Kirughi, R.C. Ajmera, R. Newcomb, T. Yami and H. Yazdani, "A Hysteretic Neural-Type Pulse Oscillator", *Proceedings of the 1983 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, May 1983, Newport Beach, California, vol. 3, pp. 1173-1175.*
- [Krummen88] F. Krummenacher and N. Joehl, "A 4-MHz CMOS Vonyinuoud-Time Filter with On-Chip Automatic Tuning.", *IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 23, No. 3, June 1988.*
- [Nedungadi84] A.P. Nedungadi and T.T. Viswanathan, "Design of Linear CMOS Transconductance Elements", *IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-31, pp. 391-394, October 1984.*
- [Nedungadi86] A. P. Nedungadi and R.L. Geiger, "High-Frequency Voltage-Controlled Continuous Time Lowpass Filter Using Linearized CMOS Integrators", *Electronics Letters, vol. 22, pp. 729-731, June 1986.*
- [Seevinck87] E. Seevinck and R. F. Wassenaar, "A Versatile CMOS Linear Transconductor/Squa Law function Circuit", *IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. SC-22, No. 3. June 1987.*
- [Van34] B.Van der Pol, "The Nonlinear Theory of Electric Oscillations", *Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 22, No. 9, September 1934, pp. 1051-1086.*

## CAPITULO 4

### OSCILADORES SINUSOIDALES

#### 4.1. Introducción

En el presente Capítulo se proponen implementaciones en *modo de transconductancia* (usando como elementos activos dispositivos de transconductancia) para los modelos matemáticos de osciladores discutidos en el Capítulo 2.

Las ventajas potenciales de los circuitos en modo de transconductancia (modo-T) frente a los de *modo de tensión* (basados en amplificadores de tensión) han sido ya discutidas en el Capítulo 1 de esta memoria y demostradas por distintos autores [Nedungadi84-86, Krummen88, Peterson87, Park86, Sanchez88, Author4]. Recordemos que la razón básica de estas ventajas viene del hecho de que los elementos activos (OTAs) en el modo-T se usan *localmente en cadena abierta*. Así, se evitan que aparezcan restricciones adicionales sobre la respuesta frecuencial debido a desplazamientos de polos inducidos por dicha realimentación local [Peterson87]. Otra ventaja potencial de los circuitos en modo-T se asocia a la posibilidad de controlar eléctricamente las características de los OTAs, que facilita la *programabilidad* de los circuitos resultantes.

Atendiendo a estas potencialidades, es de esperar que las implementaciones en modo-T de osciladores sinusoidales permitan mayores rangos de frecuencia y mejor controlabilidad que aquellas basadas en amplificadores operacionales.

En particular, usando modo-T sería posible diseñar VCOs de alta frecuencia, lo que tendría aplicación potencial en circuitos de comunicación [Clarke78] y para la sintonía de filtros activos [Krummen88]. De hecho, los resultados obtenidos previamente por el autor [Author3,5] demuestran esta posibilidad. Específicamente, en [Author3] se reporta en prototipo CMOS de  $3\mu m$  que exhibe una frecuencia de oscilación de  $10MHz$  con THDS tan bajos como  $0.2\%$  (para  $100mv$  de amplitud de pico)

En [Author3,5] se usan modelos clásicos, *cuadratura* y *paso de banda*, para la implementación de osciladores en modo-T. Aquí, se propone una técnica más general. Primero, se introduce una topología general [Author1,7], usando componentes ideales, para la síntesis de estructuras de osciladores. Las estructuras sintetizadas se analizan a continuación teniendo en cuenta las principales no-idealidades de los OTAs. Finalmente, se proponen distintos circuitos para el control de la amplitud. Las distintas contribuciones se ilustran mediante prototipos CMOS que llegan a oscilar a frecuencias de hasta  $69MHz$ . En general, los resultados obtenidos demuestran que es posible implementar VCOs monolíticos de alta frecuencia usando el modo-T y mediante el modelado adecuado de los parásitos de los OTAs.

#### 4.2. Generación de estructuras de osciladores en modo-T

Consideremos previamente estructuras lineales. La generación de las misma es un caso particular del problema de síntesis de una determinada especificación usando un número

reducido de componentes. En particular, las *primitivas* para osciladores en modo-T son *condensadores* y *transconductores*. El problema de síntesis planteado es como conectar tales primitivas para obtener una *ecuación característica* con un par de polos complejos sobre el eje imaginario y el resto en el semiplano de la izquierda del plano  $s$ .

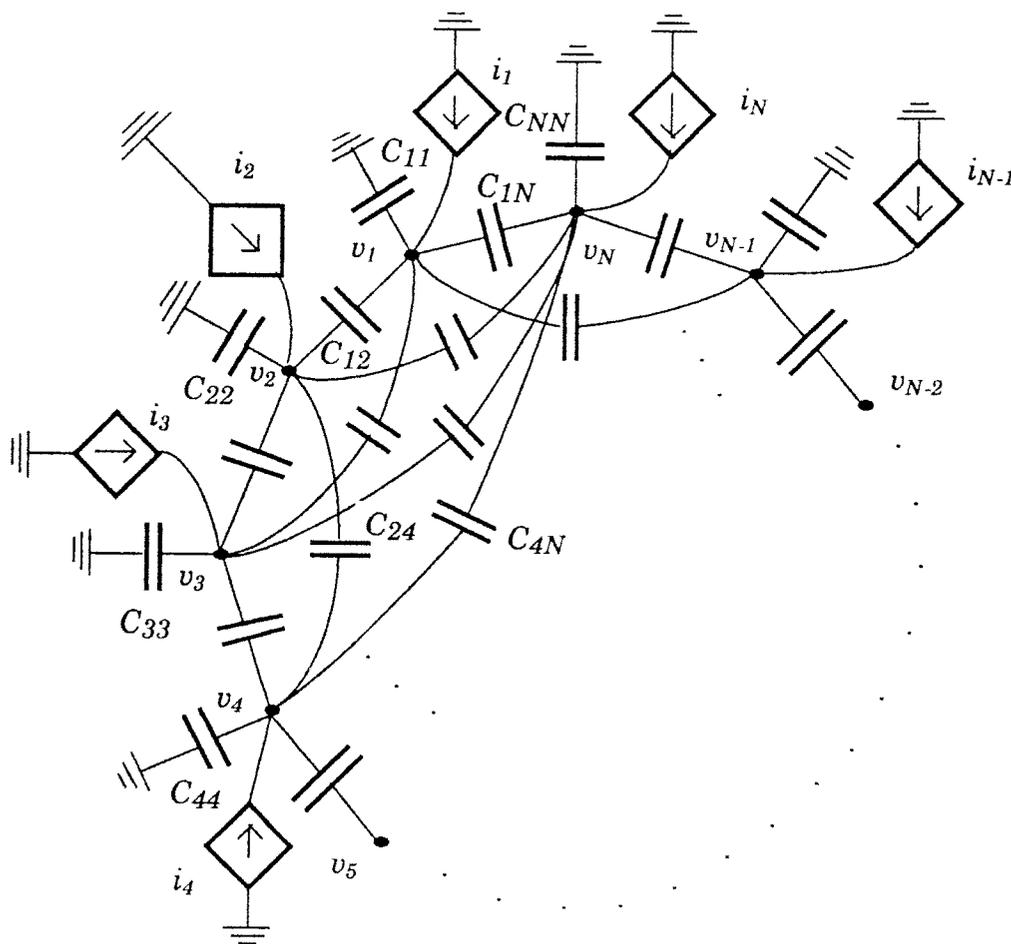


Figura 4.1: Topología General para la Generación de TACOs

La Fig.4.1 muestra una topología general para resolver este problema de síntesis. Las fuentes de intensidad en este figura son *sumadores/transconductores* descritos por:

$$i_k = \sum_{j=1}^N g_{kj} v_j, \quad 1 \leq k \leq N \quad (4.1)$$

donde  $g_{kj}$ ,  $\forall k \forall j$ , es un número real y  $v_j$  es la tensión del nudo  $j$ -ésimo de la topología. Estas fuentes de intensidad pueden implementarse conectando en paralelo de varias salidas de OTAs<sup>†1</sup>.

<sup>†1</sup> Orsérvese que la Fig. 4.1 no incluye fuentes flotantes. De la teoría general de redes se sabe, no obstante, que toda fuente flotante que conecte dos nudos arbitrarios, sean  $v_j$  y  $v_k$ , puede dividirse en dos fuentes a tierra (conectadas respectivamente a  $v_j$  y  $v_k$ ) sin afectar la operación del circuito [Balabanion81]. Así pues, no hay pérdida de generalidad al usar la topología de la Fig. 4.1.

Mediante análisis nodal de la Fig.4.1 se obtiene:

$$(G - sC)v_n(s) = 0 \quad (4.2)$$

donde  $v_n^t = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  y  $G$  y  $C$  son las matrices de transconductancias y de condensadores de la red, respectivamente (ambas de dimensión  $N \times N$ )<sup>†2</sup>. Para que la Fig.4.1 genere oscilaciones, (4.2) debe exhibir una solución diferente de la trivial. Esto da la siguiente ecuación característica:

$$\left| G - sC \right| = 0 \quad (4.3)$$

En el caso más general, esta ecuación es de orden  $N$ . Esto corresponde a que ninguna de las fuentes de intensidad en la Fig.4.1 sea nula. Para reducir el orden de la ecuación característica basta eliminar fuentes de intensidad en la Fig.4.1. De hecho, mediante análisis matricial puede demostrarse que el orden máximo de la ecuación característica de una determinada implementación de Fig.4.1 coincide con el número de fuentes de intensidad no nulas de la misma.

En este Capítulo se consideraran osciladores de *segundo orden*. Para ellos, la ecuación característica toma la forma:

$$s^2 - bs + \Omega_0^2 = 0 \quad (4.4)$$

Idealmente, para que existan oscilaciones debe verificarse  $b=0$ . Sin embargo, en osciladores prácticos, y debido a la influencia de parásitos, los polos son desplazados a partir de sus posiciones nominales, bien hacia el semiplano de la derecha del plano  $s_p = \pm j\Omega_0$  ó hacia el semiplano de la izquierda. Por esta razón, el oscilador debe ser diseñado de manera que sus polos esten localizados inicialmente en el semiplano de la derecha del plano  $s$  al objeto de asegurar que el circuito autocomenzará. Esto es, debe hacerse  $b \geq \varepsilon$ , siendo  $\varepsilon$  un número positivo muy pequeño [Clarke78]. Con ello, es imprescindible recurrir a la existencia de no-linealidades para explicar la existencia de oscilaciones estables.

En estructuras prácticas, los parámetros  $b$  y  $\Omega_0^2$  de (4.4) están dados en función de las transconductancias de los OTA y de los valores de los condensadores. El objetivo básico de diseño es conseguir un control separado de ambos parámetros usando para ello un mínimo número de elementos. En el caso de osciladores de segundo orden, los cuales se vio previamente que requieren sólo dos fuentes de intensidad no nulas en la Fig.4.1, pueden distinguirse varios casos dependiendo del número de nudos del circuito. Los distintos casos se discuten en lo que sigue. Se presentarán distintas estructuras desarrolladas sobre la base

$$(G)_{ij} = g_{ij}, (C)_{ij} = \begin{cases} -C_{ij} & , i \neq j \\ \sum_k C_{ij} & i=j \end{cases}$$

de un compromiso entre *complejidad y grados de libertad*. Por una parte se tendrán estructuras con un mínimo número de componentes pero con pocos grados de libertad. Por la otra, se tendrán estructuras con mayor número de componentes y mayor número de grados de libertad. La elección de la estructura más adecuada en un caso dado dependerán en concreto del concepto de aplicación. Ello justifica el interes de discutir todas y cada una de ellas.

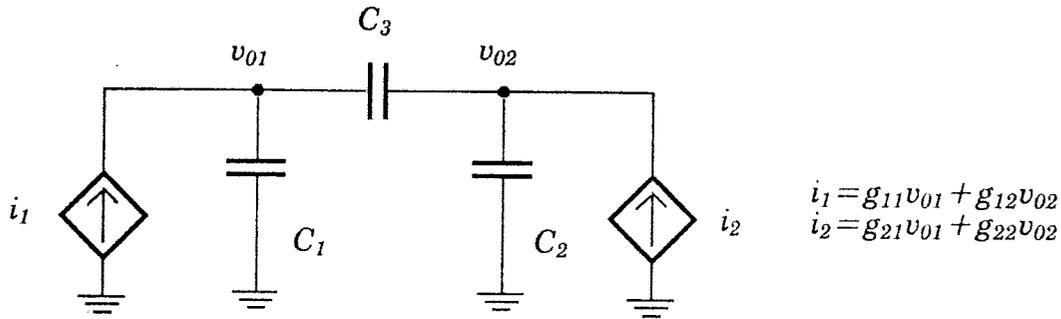


Figura 4.2: Diagrama de Circuito Conceptual para un TACO con dos nudos

### Topología de dos nudos

La Fig.4.2 muestra la estructura de una topología general modo-T con dos nudos. Se muestran también las expresiones para las fuentes controladas. La ecuación característica puede ser expresada como:

$$C_{eq}^2 s^2 - s[g_{11}(C_2 + C_3) + g_{22}(C_1 + C_3) + (g_{12} + g_{21})C_3] + g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21} = 0 \quad (4.5a)$$

donde,

$$C_{eq}^2 \equiv C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 + C_3 \quad (4.5b)$$

**Dos grados de libertad:** Hagamos  $g_{11} = g_{22} = 0$  en (4.5) Al objeto de que la ecuación característica sea apropiada para la generación de osciladores autocomenzantes, deben verificarse las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}(g_{12}) &\neq \operatorname{sgn}(g_{21}) \\ (g_{12} + g_{21}) &> 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

que aseguran  $\Omega_0^2 > 0$  y  $b > 0$  en (4.4)

Sea  $g_{12} \doteq g_{m1} > 0$ ,  $g_{21} \doteq -g_{m2} < 0$ . La estructura de oscilador correspondiente se muestra en la Fig.4.3. En lo que sigue, esta estructura se denomina 2OTA3C. Su ecuación característica está dada por:

$$s^2 - s \frac{C_3}{C_{eq}^2} (g_{m1} - g_{m2}) + \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_{eq}^2} = 0 \quad (4.7)$$

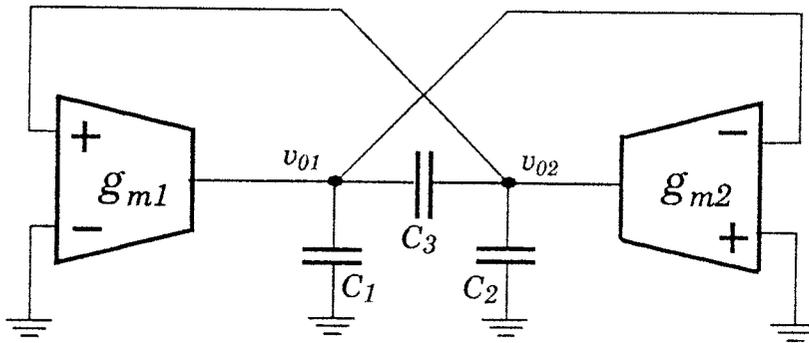


Figura 4.3: Estructura TACO 2OTA3C

Este circuito exhibe dos grados de libertad, correspondientes a las dos transconductancias  $g_{m1}$  y  $g_{m2}$ . Obsérvese que el parámetro  $b$  depende de la diferencia entre ambas transconductancias mientras que el parámetro  $\Omega_0^2$  depende del producto de las mismas. Esto es, el oscilador 2OTA3C no permite control separado de los parámetros de diseño  $b$  y  $\Omega_0^2$ .

**Tres grados de libertad:** El circuito de la Fig.4.3. es el oscilador modo-T más simple que puede construirse sin tener en cuenta el comportamiento reactivo del OTA. Aunque su simplicidad supone una ventaja importante, este circuito presenta no obstante el inconveniente de que los parámetros  $b$  y  $\Omega_0^2$  son interdependientes. Ello complica la utilización del mismo como VCO, donde interesa controlar separadamente la frecuencia y la condición de oscilación. Para conseguir este control separado es necesario añadir más OTAs. A partir de la ecuación (4.5) puede verse que la forma más simple para lograr esto es hacer  $g_{11} \equiv g_{m3} > 0$  y  $C_3 = 0$ . Ello resulta en la estructura mostrada en la fig.4.4, que llamaremos 3OTA2C. Su ecuación característica está dada por:

$$s^2 - s \frac{g_{m3}}{C_1} + \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2} = 0 \quad (4.8)$$

Nótese que  $b$  depende de  $g_{m3}$  pero no de  $g_{m1}$  ni  $g_{m2}$ . Por otra parte, estos último controlan  $\Omega_0^2$ . Así, la estructura de la Fig.4.4 puede proporcionar control independiente sobre la frecuencia y la condición de oscilación.

**Cuatro grados de libertad:** Dado que en diseños prácticos  $b$  debe ser suficientemente pequeño para reducir la distorsión, ello significa que  $g_{m3}$  en la Fig.4.4 también deberá ser muy pequeño, en particular, mucho más pequeño que  $g_{m1}$  y  $g_{m2}$ . Ello obligará a que los distintos OTAs trabajen bajo condiciones de polarización muy distintas lo que dará lugar

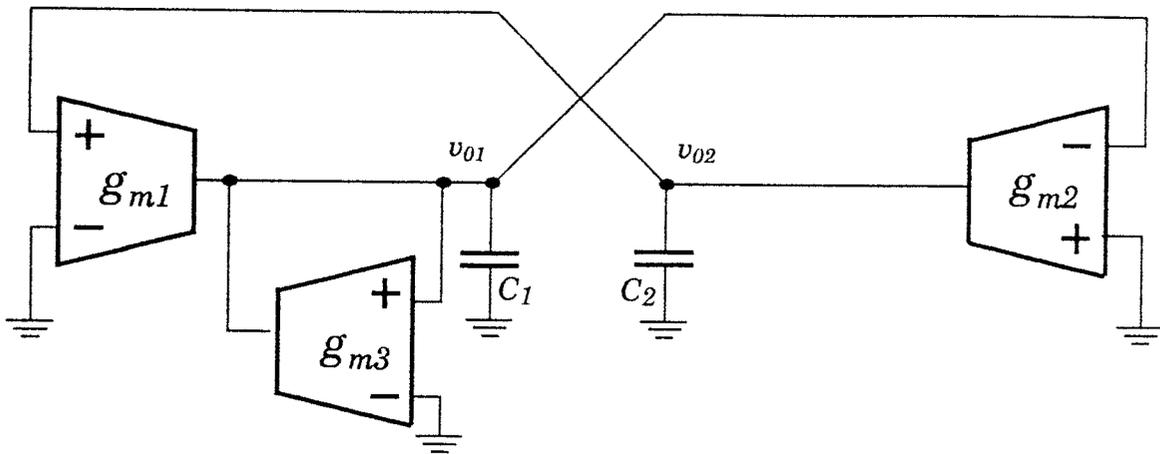


Figura 4.4: Estructura 3OTA2C TACO

a características muy dispares para los mismos. Esto significa un problema práctico y motiva la introducción de la topología de la Fig.4.5 donde:

$$b = \frac{g_{m3}}{C_1} - \frac{g_{m4}}{C_2} \quad (4.9a)$$

$$\Omega_0^2 = \frac{g_{m1}g_{m2} - g_{m3}g_{m4}}{C_1C_2}$$

Obsérvese que esta estructura también ofrece la posibilidad de ajuste independiente de  $b$  y  $\Omega_0^2$  <sup>†3</sup>. Existe, sin embargo aún un problema en el hecho de que están acoplados via  $g_{m3}g_{m4}$ . Para evitar este problema, puede recurrirse a la estructura de la Fig.4.5(b), para la que se obtiene:

$$b = \frac{g_{m3} - g_{m4}}{C_1} \quad (4.9b)$$

$$\Omega_0^2 = \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2}$$

donde se observa la posibilidad de sintonía independiente de  $b$  y  $\Omega_0$ .

### Topologías de más de dos nudos

El catálogo de posibles estructuras de osciladores de segundo orden que pueden obtenerse a partir de la Fig.4.1 es, a priori, muy amplio. Más que en analizar un número elevado de ellas, el interés aquí está en proponer algunas que aporten algo respecto a las ya

<sup>3</sup> Primero se ajusta  $b$  mediante  $g_{m3}$  y  $g_{m4}$  y despues se ajusta  $\Omega_0^2$  mediante  $g_{m1}$  y  $g_{m2}$ .

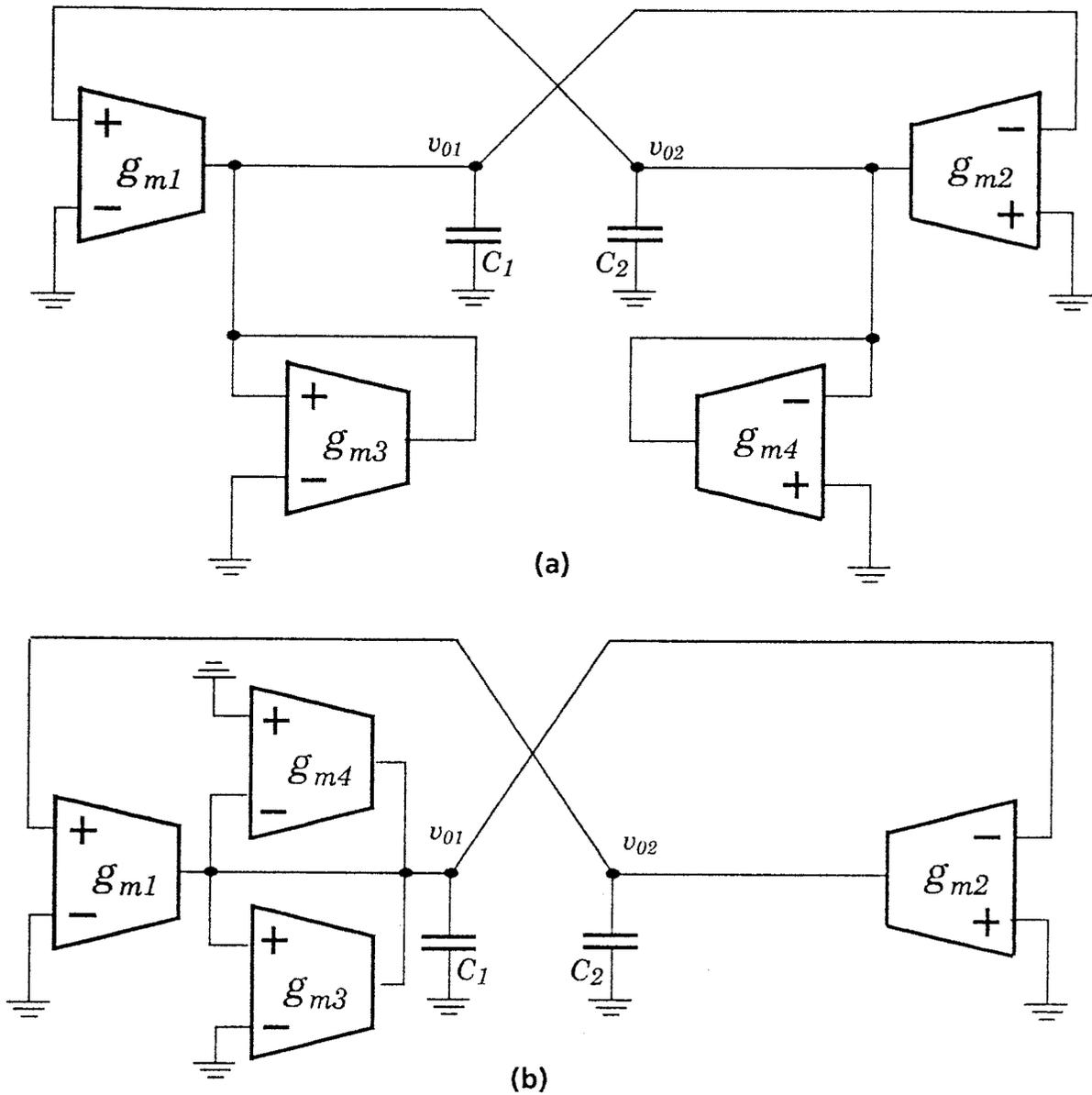


Figura 4.5: (a) Estructura 4OTA2C, (b) Estructura alternativa 4OTA2C

discutidas. En este sentido, es interesante considerar la de la Fig.4.6 (4OTA4C) cuya ecuación característica es:

$$b = \frac{g_{m3} - g_{m4}}{C_3} \quad (4.10)$$

$$\Omega_0^2 = \left[ \frac{g_{m1}g_{m2}}{C_1C_2} - \frac{g_{m3}g_{m4}}{(C_1+C_3)(C_2+C_3)} \right] \left[ \frac{(C_1+C_3)(C_2+C_3)}{C_3^2} \right]$$

Con respecto a la 4OTA2Cs, la nueva estructura presenta la ventaja de un mejor control de los parámetros de diseño via los condensadores. Obsérvese que  $b$  y  $\Omega_0^2$  pueden ajustarse separadamente mediante los condensadores  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . En concreto, nótese que disminuyendo los valores de  $C_1$  y  $C_2$  puede incrementarse el valor de  $\Omega_0^2$  sin afectar al valor

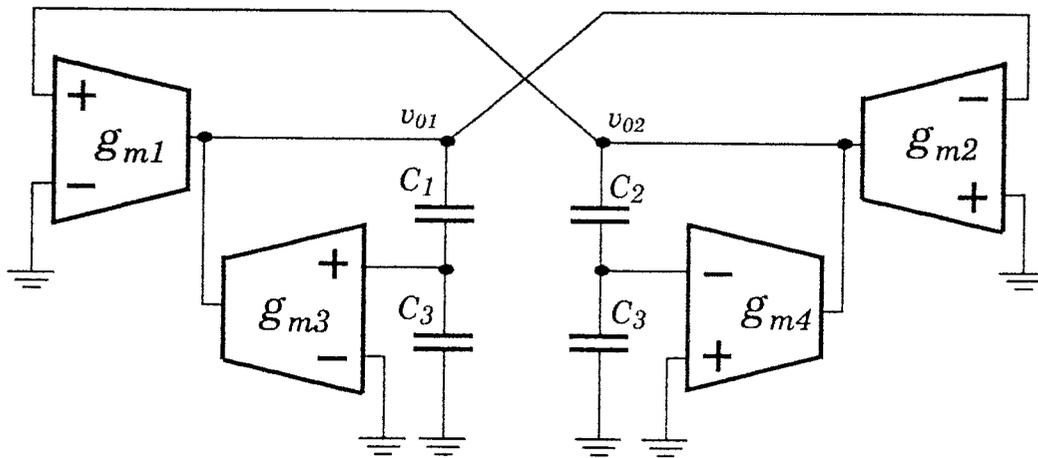


Figura 4.6: Estructura 4OTA4C TACO

de *b*. Esta característica puede ser de gran interés para la obtención de oscilaciones de alta frecuencia con baja distorsión. Por otra parte, en implementaciones monolíticas, el hacer  $C_3 > C_1, C_2$  implica el que los condensadores parásitos en las placas inferiores de  $C_1$  y  $C_2$  sean despreciables en comparación con  $C_3$ .

Todo lo anterior se refiere al uso de modelos ideales para los OTAs. En la siguiente sección se considerarán la influencia de los comportamientos no-ideales del OTA al objeto de obtener una comparación más realística de las distintas estructuras de osciladores propuestos.

#### 4.3: Influencia de los comportamientos parásitos del OTA

En la sección previa se supuso que el OTA funcionaba como una fuente ideal de intensidad controlada por tensión. En la práctica esta suposición sólo es válida en un rango limitado de frecuencia. Por encima y por debajo de tal rango las disparidades entre los comportamientos predichos y los observados empíricamente pueden ser considerables. Para dar cuenta de estas disparidades es preciso tener en cuenta algunos de los parásitos más críticos del OTA. Los propios límites inferior y superior del rango donde el modelo ideal resulta válido dependerán asimismo de tales parásitos. Dado que nuestro interés se centra en osciladores de alta frecuencia, donde los parásitos pueden ser importantes, es necesario hacer un estudio detenido de los mismos al objeto de optimizar el diseño.

Las observaciones experimentales demuestran que para conseguir una técnica de diseño válida hasta al menos  $69\text{MHz}$  basta considerar tres aspectos del comportamiento parásito de OTA [Author5, Nevárez88]:

1. **Conductancia de Salida.** La conductancia de salida depende de la etapa de salida escogida para el OTA [Allen87]. Para una etapa dada depende además de la corriente de polarización de los transistores. Esta corriente de polarización es proporcional a la del par diferencial o etapa de entrada del OTA. Puesto que esta última se usa para ajustar la transconductancia del OTA concluimos que la conductancia de salida de dicho dispositivo,

$G_0$ , depende del valor de su transconductancia,  $g_m$ . Esta dependencia es normalmente proporcional: esto es, mientras mayor sea  $g_m$  mayor será  $G_0$  y viceversa.

**2. Condensadores de entrada y salida.** Para oscilaciones de alta frecuencia se requieren valores elevados de  $g_m$ , lo que conlleva intensidades de polarización altas, y a su vez determina la necesidad de usar transistores anchos en la etapa de salida al objeto de evitar saturación en tensión. Como consecuencia de utilizar tales transistores anchos, el condensador de salida será normalmente grande y no podrá ser despreciado durante el proceso de diseño de osciladores en modo-T. Por otra parte para conseguir etapas diferenciales con rangos lineales elevados, deben usarse transistores tan pequeños como sea posible [Allen87]. Ellos implica que la capacidad de entrada será normalmente mucho menos importante que la capacidad de salida de los OTA.

**3. Dependencia frecuencial de la transconductancia.** Aparte del comportamiento reactivo asociado a la impedancia de salida, la transconductancia intrínseca del OTA (medida en cortocircuito) exhibe una dependencia frecuencial. Ello es debido a los condensadores parásitos en los nudos internos del OTA [Peterson87, Allen87] y se plasma, dado que dichos nudos internos son de baja impedancia, en polos de altas frecuencias. Usualmente un único polo de alta frecuencia puede bastar para modelar la dependencia frecuencial intrínseca de la transconductancia del OTA,

$$g_m(s) \approx \frac{g_m}{1 + s/w_z} \quad (4.11)$$

A efectos de análisis, este polo será aproximado mediante un cero,

$$g_m(s) \approx g_m(1 - s/w_z) \quad (4.12)$$

Las ecuaciones características de las estructuras presentadas previamente sufrirán modificaciones debido a la influencia de los parásitos. Obsérvese que los condensadores parásitos de entrada y salida están siempre en paralelo con los condensadores nominales de diseño. En lo que sigue, llamaremos  $C_i$  a la suma del condensador nominal del nudo  $i$ -ésimo más todos los parásitos conectados en paralelo con él. Puesto que la transconductancia se evaluará atendiendo al modelo dado en (4.12), la ecuación característica seguirá siendo de segundo orden,

$$s^2 - b_c s + \Omega_{oc}^2 = 0 \quad (4.13)$$

siendo los nuevos valores de  $b_c$  y  $\Omega_{oc}$  los mostrados en la Tabla 4.1 para las distintas estructuras. En esta tabla,  $G_{oj}$  y  $\omega_j$  representan respectivamente la conductancia de salida y el cero parásito del OTA  $j$ -ésimo.

40TA4C	$b_c$	$-G_{o2}(C_1 + C_3) - G_{o1}(C_2 + C_3) - g_{m2} \left( C_3 - \frac{g_{m1}}{\omega_1} \right) + g_{m1} \left( C_3 + \frac{g_{m2}}{\omega_2} \right)$
	$\Omega_{oc}^2$	$\frac{g_{m1}g_{m2} + G_{o2}G_{o1}}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_3) - \left( C_3 - \frac{g_{m1}}{\omega_1} \right) \left( C_3 + \frac{g_{m2}}{\omega_2} \right)}$
40TA2C	$b_c$	$- \left( C_1 + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) (G_{o2} + G_{o4} + g_{m4}) - \left( C_2 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} \right) (G_{o1} + G_{o3} - g_{m3}) + g_{m1}g_{m2} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right)$
	$\Omega_{oc}^2$	$\frac{g_{m1}g_{m2} + (G_{o1} + G_{o3} - g_{m3})(G_{o2} + G_{o4} + g_{m4})}{\left( C_1 + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) \left( C_2 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} \right) + \frac{g_{m1}g_{m2}}{\omega_1\omega_2}}$
Alt-40TA2C	$b_c$	$-C_2(g_{m4} - g_{m3} + G_{o1} + G_{o3} + G_{o4}) - G_{o2} \left( C_1 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) + g_{m1}g_{m2} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right)$
	$\Omega_{oc}^2$	$\frac{g_{m1}g_{m2} + C_{o2}(g_{m4} - g_{m3} + G_{o1} + G_{o3} + G_{o4})}{C_2 \left( C_1 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) + \frac{g_{m1}g_{m2}}{\omega_1\omega_2}}$
40TA4C	$b_c$	$\frac{C_1}{C_1 + C_3} \left( C_3 + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) \left( G_{o2} + G_{o4} + \frac{C_2 g_{m4}}{C_2 + C_3} \right) - \frac{C_2}{C_2 + C_3} \left( C_3 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} \right) \left( G_{o1} + G_{o3} - \frac{C_1 g_{m3}}{C_1 + C_3} \right) + g_{m1}g_{m2} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right)$
	$\Omega_{oc}^2$	$\frac{g_{m1}g_{m2} + \left( G_{o1} + G_{o3} - \frac{g_{m3}C_1}{C_1 + C_3} \right) \left( G_{o2} + G_{o4} + \frac{g_{m4}C_2}{C_2 + C_3} \right)}{\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_3)} \left( C_3 + \frac{g_{m3}}{\omega_3} \right) \left( C_3 - \frac{g_{m4}}{\omega_4} \right) + \frac{g_{m1}g_{m2}}{\omega_1\omega_2}}$

Tabla 4.1: Frecuencia y condición de oscilación de las distintas estructuras teniendo en cuenta los parásitos del OTA

Para la aplicación de los osciladores como VCOs, la frecuencia de oscilación  $\Omega_{0c}$  debe poder cambiarse sin alterar la amplitud de las oscilaciones. Esto es,  $b_c$  debe mantenerse nulo en todo el rango de variación de la frecuencia. En la Fig. 4.7 se muestra precisamente la forma en que las transconductancias de los OTAs deben ser modificadas al objeto de mantener  $b_c = 0$  cuando se cambia la frecuencia de oscilación.

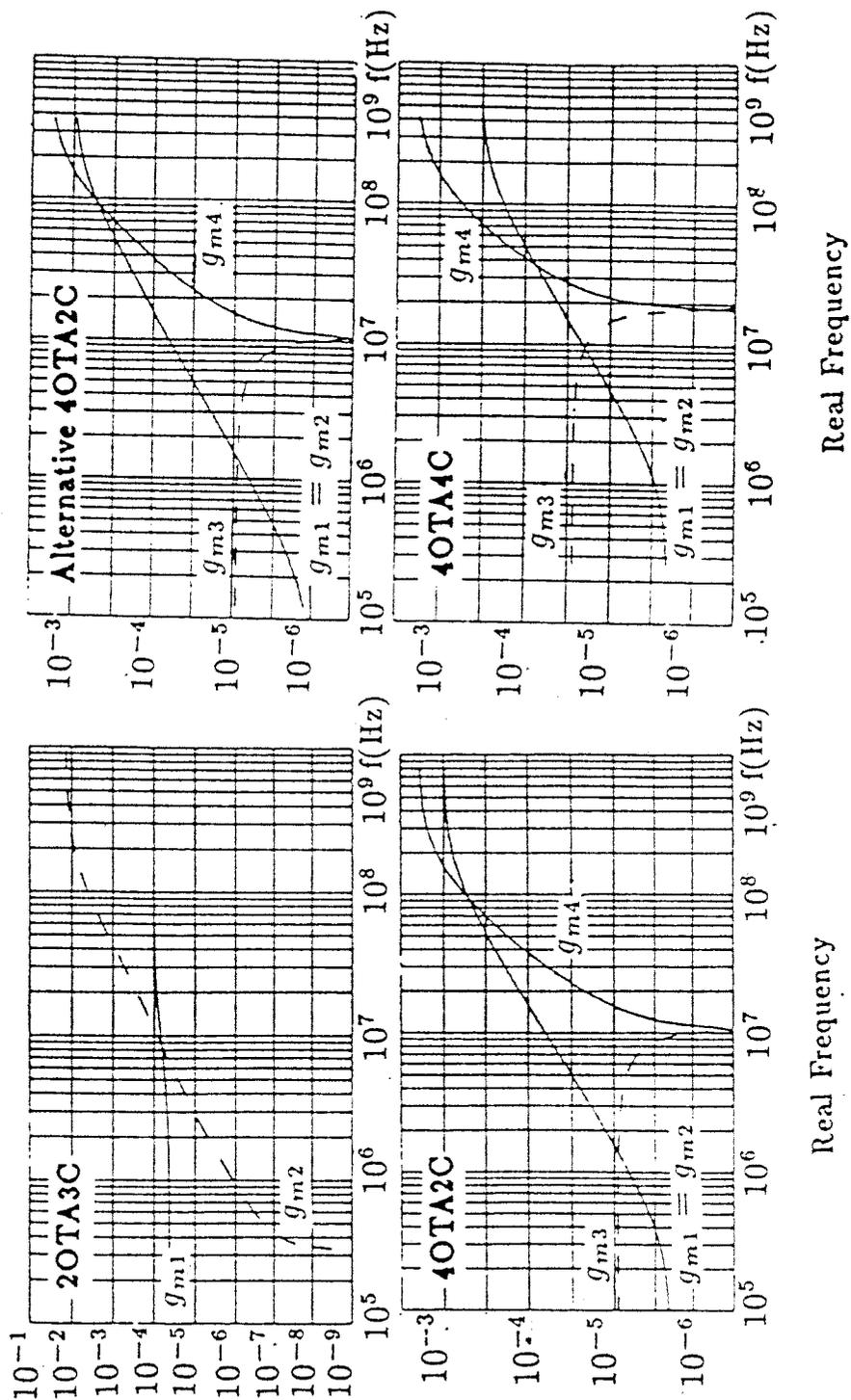


Figura 4.7: Figuras de variación de las transconductancias para mantener nula la condición de oscilación al variar la frecuencia.

La Fig.4.7 ha sido obtenida para valores constantes de  $G_{oj}=10^{-6}A/V$  y  $\omega_j=10^9s^{-1}$ . En la práctica, sin embargo, estos parámetros dependen de la correspondiente transconductancia,  $g_{mj}$ , y sólo pueden ser considerados constantes para rangos pequeños de variación de la misma. Además, los valores concretos de los mismos serán también función del tipo de OTA usado. La información proporcionada por dicha figura es sólo, por tanto, de carácter cualitativo. De hecho en la figura se consideran varias décadas de sintonía, cuando en la práctica el rango de sintonía es difícil conseguir que sea superior a una década. En cualquier caso, la Fig.4.7 ilustra bien la influencia de los parásitos. En primer lugar, obsérvese que todas las transconductancias deben ser cambiadas simultáneamente. Esto es una consecuencia del hecho de que  $b_c$  sea función de todas las  $g_{ms}$  (ver Tabla 4.1). Idealmente, en ausencia de parásitos, para variar la frecuencia sólo sería necesario cambiar  $g_{m1}$  y  $g_{m2}$  para las estructuras 4OTA2C, alt-4OTA2C y 4OTA4C, manteniendo las otras transconductancias constantes. Para la estructura 2OTA3C, el cambio a hacer sobre las transconductancias sería también en este caso ideal un poco más complejo, tal como se ilustra en la Fig.4.8.

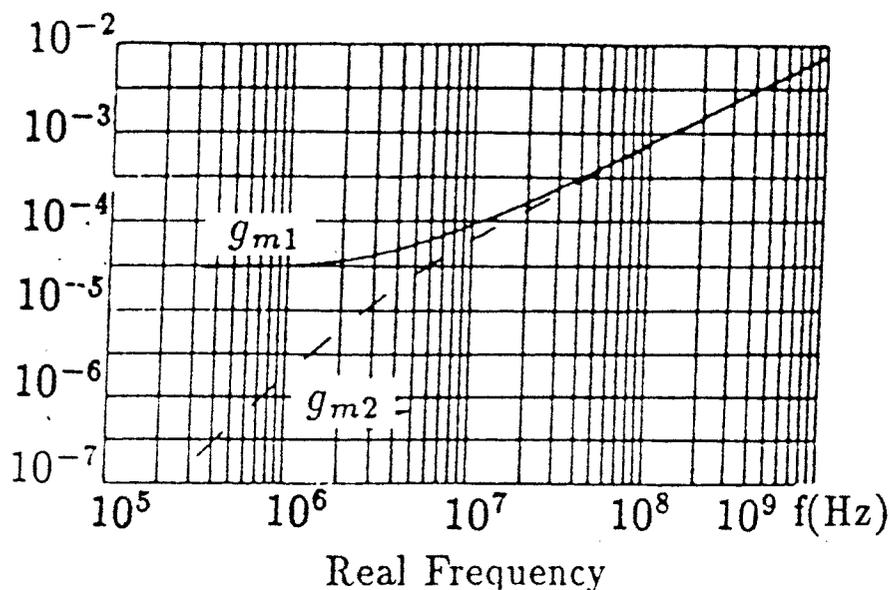


Figura 4.8: Curvas de variación de las transconductancias del 2OTA3C en ausencia de parásitos

Otro aspecto de la influencia de los parásitos afecta a la frecuencia de oscilación. La diferencia entre la frecuencia real, considerando parásitos, y la ideal se ilustra en la Fig.4.9. Observamos que, por lo que a la frecuencia se refiere, el efecto de los parásitos es más importante a muy bajas y a muy altas frecuencias. Recuérdese sin embargo (ver Fig.4.7) que los cambios a hacer sobre  $g_{m3}$  y  $g_{m4}$  al objeto de mantener la condición de oscilación pueden ser muy importantes a frecuencias intermedias. La conclusión más importante que se deduce del análisis cualitativo de las Figs.4.7 y 4.9 es que  $g_{m3}$  y  $g_{m4}$  pueden variar de modo muy dispar. En concreto, para altas frecuencias,  $g_{m3}$  puede anularse y  $g_{m4}$  tomar valores más altos que  $g_{m1}$  y  $g_{m2}$ . La situación contraria se produce, por otra parte, para baja frecuencia.

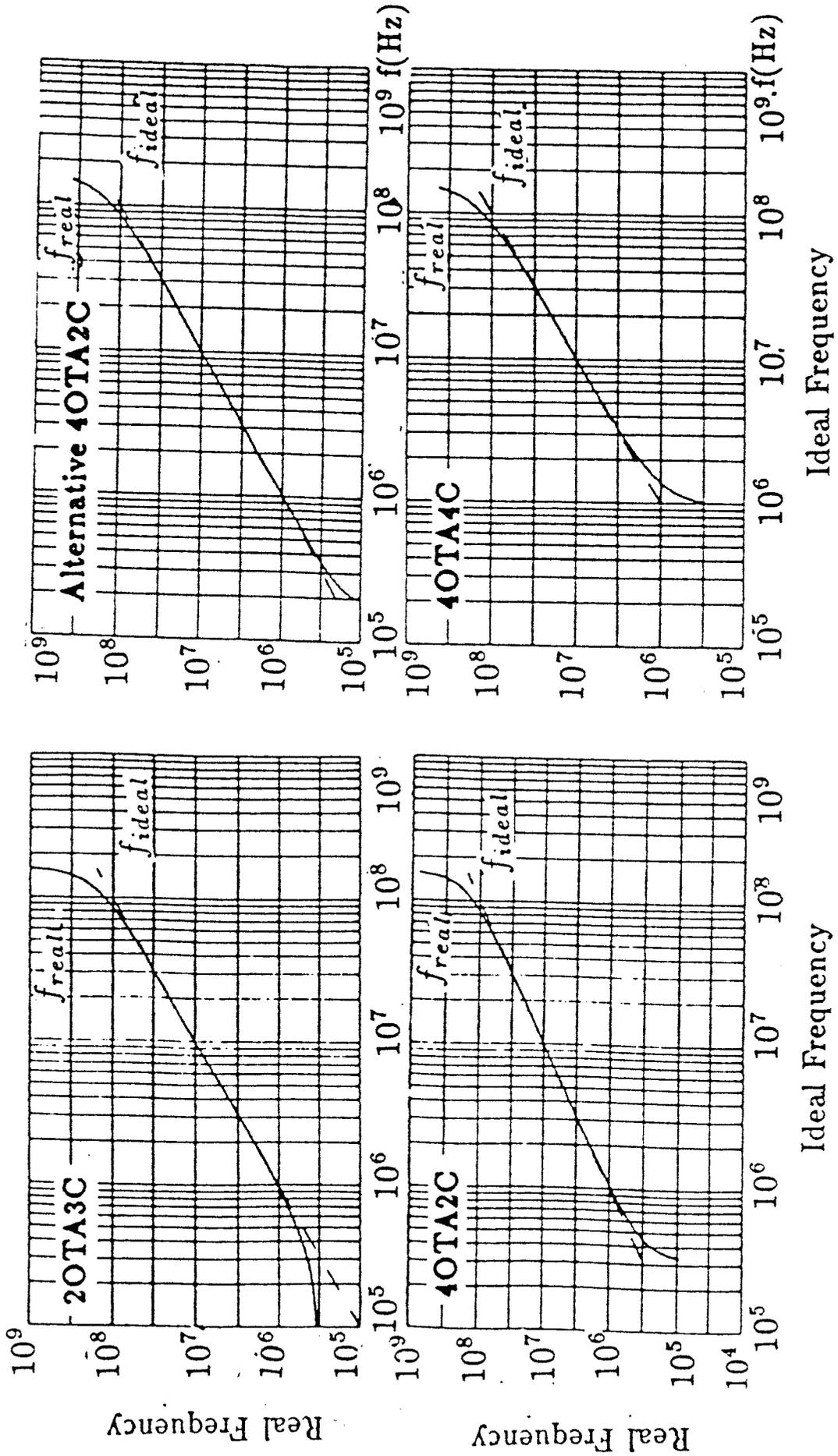


Figura 4.9: Comparación entre frecuencias de oscilación ideal y real

#### 4.4. Estabilización y Control de la Amplitud

La imposibilidad de obtener oscilaciones sinusoidales (o no-sinusoidales) a partir de sistemas enteramente lineales ha sido ya discutida previamente en el Capítulo 2 de esta Memoria. Todo oscilador sinusoidal debe contener tanto un bloque reactivo lineal para la *selección de la frecuencia* como otro no-lineal para la *estabilización y el control de la amplitud* [Clar78]. En particular, las estructuras discutidas previamente pueden ser usadas para la selección de la frecuencia en un oscilador práctico modo-T. A este propósito, las mismas deben diseñarse de modo que la correspondiente ecuación característica tenga raíces complejas en el semiplano de la derecha del plano  $s$ . Así, el oscilador *autocomenzará*, produciendo una señal de amplitud exponencialmente creciente en respuesta al ruido generado en la conexión de las fuentes de alimentación. La función del bloque no-lineal es *limitar* este crecimiento y *mantener* el nivel de la amplitud a un valor estable. Existen distintas vías de implementación para el bloque no-lineal, tal como se vio en el Capítulo 2. Lo más sencillo es utilizar la característica de saturación del OTA. Para mejor controlabilidad, puede añadirse un elemento no-lineal que limite la amplitud a un valor por debajo de los niveles de saturación. Finalmente, para reducir la distorsión armónica es más conveniente usar esquemas de control automático de la ganancia (AGC) [Clar78]. A continuación se discuten implementaciones concretas de circuitos limitadores y AGC para osciladores sinusoidales en modo-T.

##### 4.4.1. Control de la Amplitud por Limitación.

En el Capítulo 2 se vio que el concepto de la Fig.2.10, que se repite por conveniencia en la Fig. 4.10(a), era adecuado para conseguir control de amplitud por limitación con baja distorsión. Para el caso de que el el bloque lineal sea una de las estructuras de TACOs presentadas previamente, tal concepto puede implementarse haciendo que el elemento no-lineal sea un resistor conectado al nudo  $v_o$  en cualquiera de las estructuras en las Figs.4.3-6. Tal resistor puede implementarse de forma sencilla mediante el circuito de la Fig.4.10(b). Para una implementación más precisa es más conveniente usar el circuito de la Fig.4.11. Este último circuito está compuesto por un comparador y un transistor. Para  $v < E$ , la salida del comparador está en el estado bajo y el transistor no conduce, resultando  $i = 0$ . Para  $v > E$ , el transistor conduce y establece realimentación negativa alrededor del comparador forzando así el que la tensión en los nudos de entrada del mismo se mantenga constante,  $v \approx E$ . Como además la tensión de puerta del transistor es elevada en esta situación, la condición  $v \approx E$  se mantiene para un rango muy amplio de intensidades. La característica resultante se ilustra en la Fig.4.11. Para conseguir la característica simétrica que hace falta en el concepto de la Fig.4.10(a), hay que conectar en paralelo un circuito simétrico del de la Fig.4.11, usando un transistor PMOS. Una versión CMOS completa se muestra en la Fig.4.12. Obsérvese que los comparadores han sido implementados mediante simples amplificadores diferenciales con salida unilateral. Para alta ganancia e tensión, los transistores de entrada de estos diferenciales presentan valores elevados de sus aspectos geométricos, mientras los de carga presentan valores pequeños para los mismos.

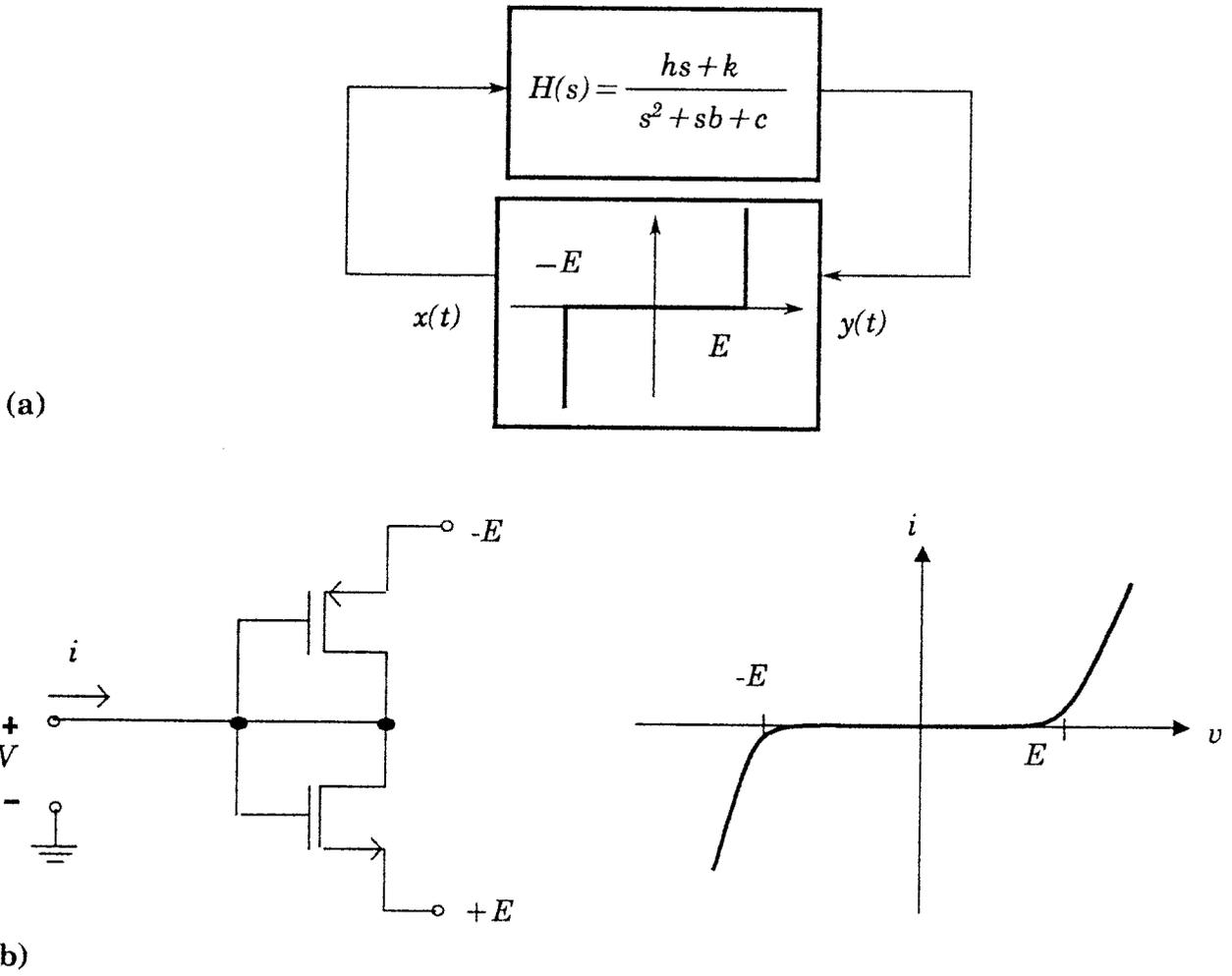


Figura 4.10: (a) Concepto para control de la amplitud por limitación con baja distorsión, (b) Implementación de Resistencia No-lineal usando un par de diodos MOS

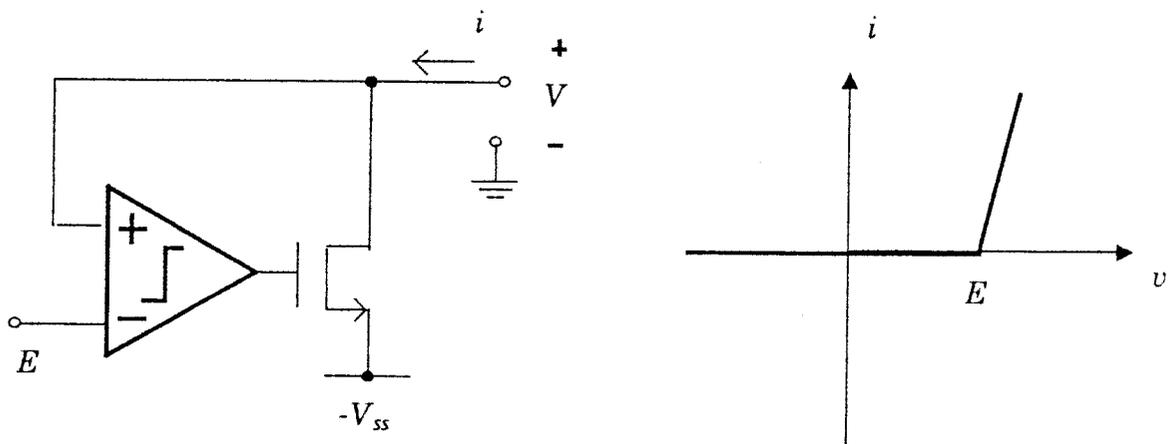


Figura 4.11: Concepto alternativo de limitador.

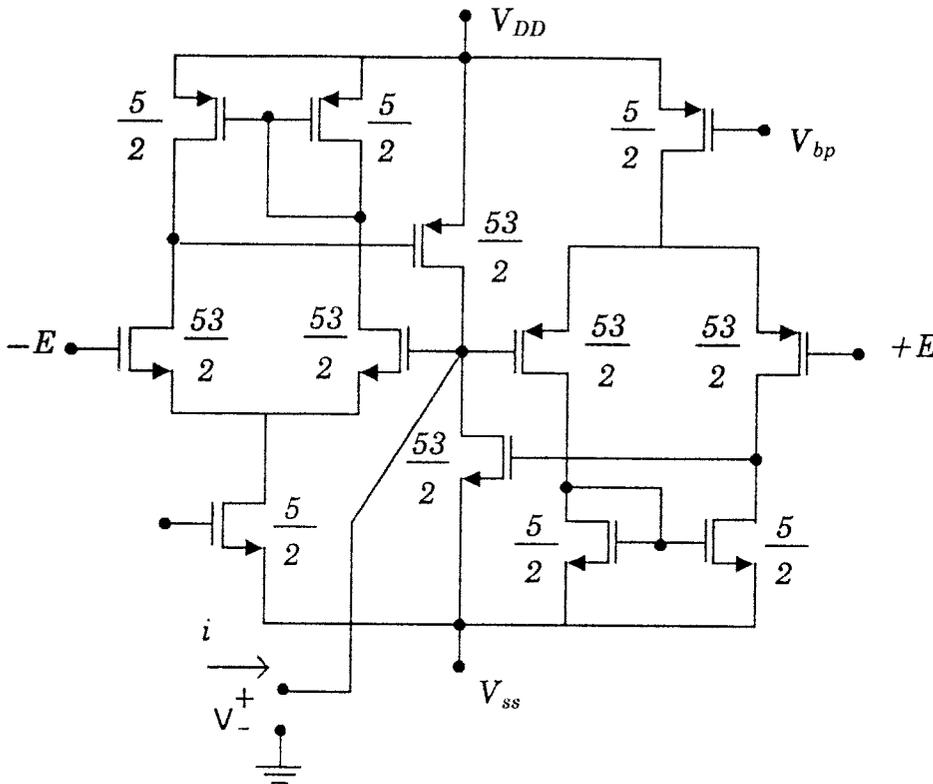


Figura 4.12: Implementación CMOS del Limitador

4.4.2. Control de la Amplitud por AGC.

Aplicado a TACOs, el concepto de AGC consiste en controlar las transconductancias que influyen en la condición de oscilación mediante la amplitud de las oscilaciones y con independencia de cual sea la frecuencia de oscilación. Supongamos a modo de ejemplo el oscilador 4OTA2C a altas frecuencias. En este caso, puede hacerse  $g_{m3} = 0$  (ver Fig.4.7) y el control de la condición de oscilación se hace via  $g_{m4}$ . De acuerdo con la Tabla 4.1,

$$-b_c(A) = b(A) = Kg_{m4}(A) - b_0 \tag{4.14}$$

donde  $b_0$  será función de la frecuencia de oscilación. Tal como se vio en el Capítulo 2, la interdependencia entre condición y frecuencia de oscilación obliga a usar esquemas adecuados de AGC que aseguren que la amplitud no cambia al cambiar la frecuencia. Un tal esquema es el mostrado en la Fig.2.13 y que se repite por conveniencia en la Fig.4.13(a). El correspondiente concepto aplicado al 4OTA2C se muestra en la Fig.4.13(b), donde el detector de pico se indica a nivel de bloques. Una implementación sencilla y potencialmente rápida para tal bloque se muestra en la Fig. 4.14. Obsérvese que se trata de un comparador con realimentación positiva cuya salida está conectada a la puerta de un transistor MOS. Cuando la tensión de entrada  $v_{in}$  es mayor que la tensión de salida  $v_{out}$ ,  $M_{out}$  proporciona una intensidad elevada, cargando rápidamente el condensador a la tensión  $v_{in}$ . Por otra parte, mientras  $v_{in}$  es menor que  $v_{out}$ , el condensador es descargado por una pequeña corriente de intensidad  $I_{descarga}$ , de modo que el circuito pueda detectar una disminución en la

amplitud de pico. El esquemático completo del oscilador 4OTA2C usando este detector de pico se muestra en la Fig. 4.15. Para las otras estructuras de TACOs pueden usarse esquemas de AGC similares.

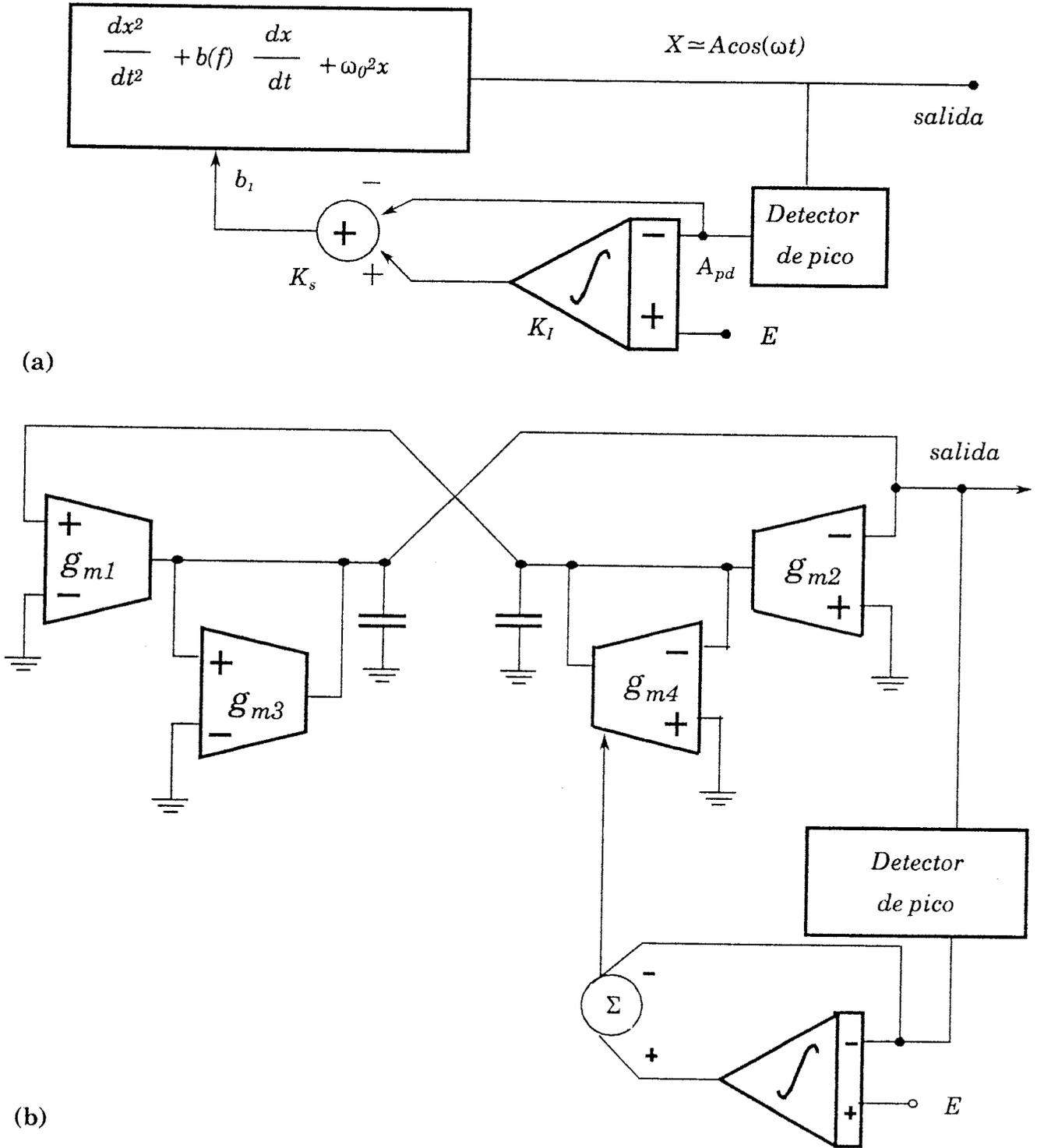


Figura 4.13:(a)Concepto de oscilador con AGC; (b) Aplicación al 4OTA2C



#### 4.5. Resultados Experimentales.

En esta Sección mostraremos resultados experimentales de cuatro prototipos monolíticos que fueron fabricados bien en un proceso CMOS de  $3\mu\text{m}$  de doble metal, o bien en uno CMOS de  $2\mu\text{m}$  de doble poly y doble metal, usando la facilidad de integración de circuitos norteamericanos MOSIS <sup>†4</sup>.

El primer prototipo fue fabricado en el proceso de  $3\mu\text{m}$  y una microfotografía del mismo se muestra en la Fig.4.16. Los parámetros de *SPICE* correspondientes a dicha fabricación fueron:

```
.MODEL CMOSN NMOS LEVEL=2 LD=0.421375U TOX=419.000E-10
+ NSUB=3.027531E+16 VTO=0.975 KP=6.500001E-05 GAMMA=0.91989
+ PHI=0.6 UO=600 UEXP=0.171764 UCRIT=83770.5
+ DELTA=1.000000E-06 VMAX=59953.2 XJ=0.250000U LAMBDA=4.218041E-02
+ NFS=1.719277E+12 NEFF=1 NSS=1.000000E+12 TPG=1.000000
+ RSH=30.510001 CGDO=3.472573E-10 CGSO=3.472573E-10 CGBDO=1.648210E-10
+CJ=3.747000E-04 MJ=0.526100 CJSW=5.069000E-10 MJSW=0.345800 PB=0.840000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is 0.20 um
.MODEL CMOSP PMOS LEVEL=2 LD=0.393406U TOX=419.000E-10
+ NSUB=8.090159E+15 VTO=-0.870959 KP=2.300000E-05 GAMMA=0.47553
+ PHI=0.6 UO=210.117 UEXP=0.241307 UCRIT=73218.3
+ DELTA=0.303048 VMAX=100000 XJ=0.250000U LAMBDA=4.200938E-02
+ NFS=8.729980E+11 NEFF=1.001 NSS=1.000000E+12 TPG=-1.000000
+ RSH=115.000003 CGDO=3.242079E-10 CGSO=3.242079E-10 CGB0=9.065155E-10
+CJ=2.505000E-04 MJ=0.478500 CJSW=2.761000E-10 MJSW=0.071600 PB=0.650000
* Weff = Wdrawn - delta_W
* The suggested delta_W is 1.10 um
```

El oscilador es del tipo de cuadratura (véase Fig.4.5b). Este oscilador usa una no linealidad estática para el control de la amplitud (véase sección 2.3.1.1). Se incluyeron dos no linealidades estáticas diferentes que podían conectarse independientemente al resto del oscilador. Una de ellas es un simple par de diodos MOS (véase Fig.4.10), y la otra es el resistor no lineal mostrado en la Fig.4.17(a).

El OTA que se usó en este circuito es uno linealizado propuesto por Nedungadi [Nedungadi86] cuyo diagrama está indicado en la Fig.4.17(b). Los factores geométricos

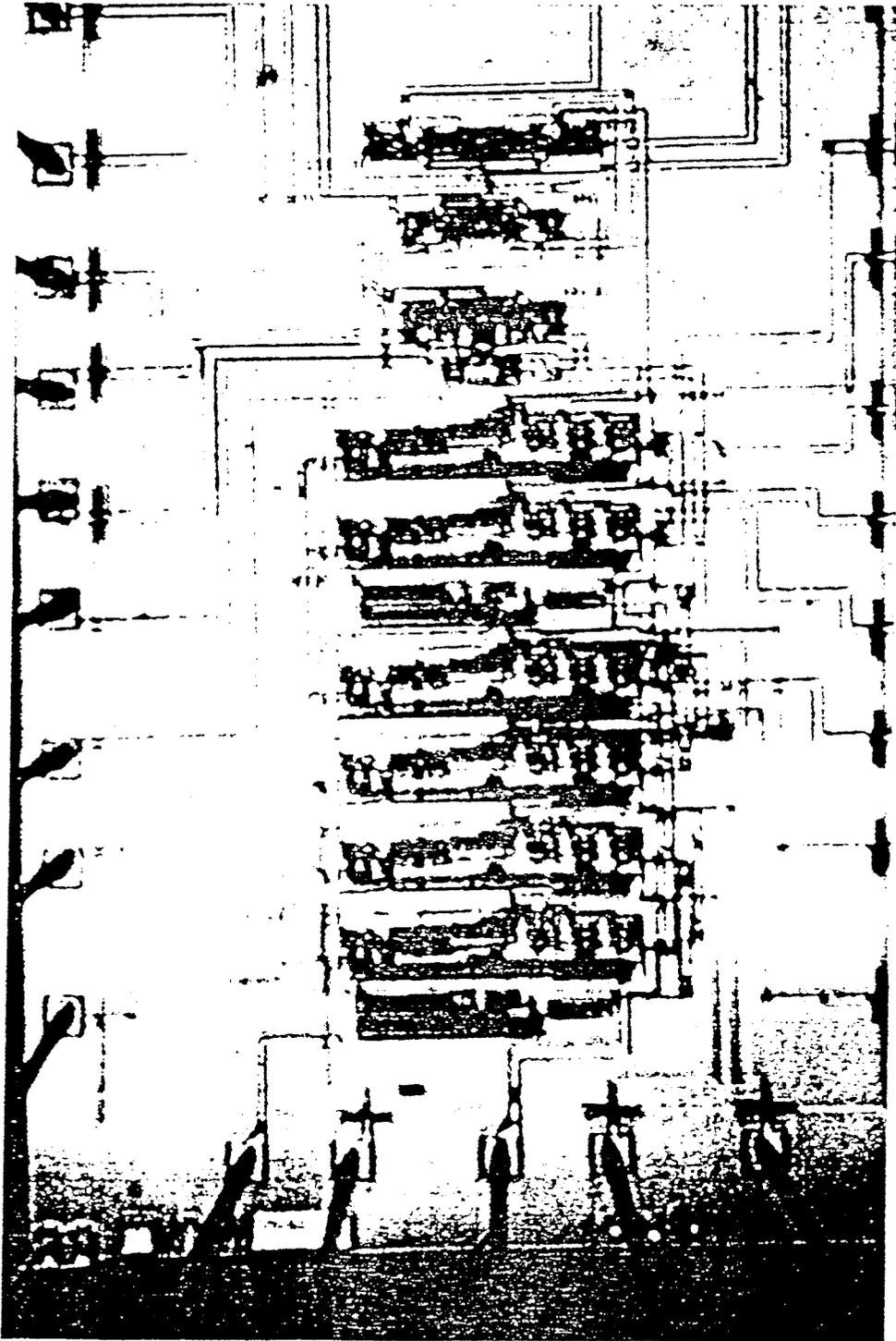


Figura 4.15: Microfotografía del primer prototipo

fueron modificados ligeramente con respecto al diseño original con el fin de obtener una transconductancia mayor (cuatro veces, aproximadamente), que en consecuencia permitiría la generación de más altas frecuencias.

La transconductancia del OTA se controla a través de la tensión de polarización  $V_b$  en la Fig.4.17(b). La Fig.4.18 muestra su dependencia con  $V_b$ . Su valor se pudo ajustar entre  $4\mu\text{mhos}$  y  $238\mu\text{mhos}$ . Sin embargo, nótese que para todas las etapas de transconductancia basadas en transistores MOS operando en la zona de saturación, el rango lineal disminuye en la misma proporción que la transconductancia  $g_m$ . Como para osciladores sinusoidales los OTAs deben trabajar en su rango lineal, esto significa que si se desean amplitudes de oscilación por encima de  $100\text{mV}$  ó  $200\text{mV}$ , la  $g_m$  (y, por tanto, el rango lineal) no se pueden reducir arbitrariamente. El límite inferior para la  $g_m$  del OTA de la Fig.4.17 y para el proceso usado es de unos  $60\mu\text{mhos}$ . Nótese también, que para una tensión de polarización por encima de  $-3.2\text{V}$  la  $g_m$  se satura. Esto significa que los transistores de las fuentes de corriente que polarizan la etapa diferencial empezarán a entrar en su zona óhmica, y la etapa diferencial trabajará bajo condiciones distintas que a las que fue diseñada. Cuando el voltaje de polarización se ajusta por encima de  $-3.2\text{V}$ , las OTAs y el oscilador siguen funcionando pero no se observa ningún cambio significativo a la salida del oscilador. Como puede observarse en la microfotografía de la Fig.4.15, se incluyó un par de condensadores de metal a metal. Sus valores son de alrededor de  $1\text{pF}$ . La capacidad parásita promedio entre los dos nodos del oscilador de cuadratura prevista por el extractor de circuitos era de unos  $3\text{pF}$  (la capacidad de salida de cada OTA es de unos  $0.5\text{pF}$ )<sup>5</sup>.

La frecuencia máxima de oscilación que se pudo ajustar fue de  $7.76\text{MHz}$  [Autor5]. En la Fig.4.19 se muestran dos espectros de las señales de salida del oscilador para distintas amplitudes de pico a pico,  $1\text{V}$  y  $200\text{mV}$ . Sus correspondientes valores de THD son  $2.10\%$  y  $0.29\%$ , respectivamente.

---

<sup>5</sup> Esto se debe a que  $g_m$  es proporcional a  $(I_{ss})^{1/2}$ , donde  $I_{ss}$  es la corriente de saturación del OTA, y por tanto el rango lineal es proporcional a  $(I_{ss})^{1/2}$ , esto es, proporcional a  $g_m$ .

Con el fin de aumentar la frecuencia de salida del oscilador los dos condensadores metal a metal fueron separados del resto del oscilador usando un dispositivo de corte por rayo láser. Ahora la capacidad promedio (completamente parásita) en ambos nodos del oscilador es de unos  $3pF$  (predicha por el extractor de circuitos). Por tanto es de esperar un aumento en un factor de  $4/3$  en la frecuencia máxima de oscilación. La frecuencia máxima ajustable que se midió fue  $10.34 MHz$  <sup>6</sup>. La Fig.4.20 muestra tres espectros distintos de este oscilador modificado para la máxima frecuencia ajustable y para tres valores de la amplitud de pico a pico,  $1V$ ,  $500mV$  y  $200 mV$ . La frecuencia de oscilación se pudo ajustar entre  $3.0MHz$  y  $10.34 MHz$  sin aumentar excesivamente la distorsión de las señales producidas. La Fig.4.21 muestra la relación existente entre la frecuencia de oscilación y la raíz cuadrada del producto de las transconductancias del OTA1 y OTA2  $(g_{m1}g_{m2})^{1/2}$ . En la Fig.4.22 se muestra la distorsión armónica (THD) medida para ocho frecuencias diferentes (de  $3MHz$  a  $10MHz$ ). Para cada frecuencia la amplitud de pico a pico se varía entre  $100mV$  y  $1V$ . También, para cada frecuencia se muestran dos gráficas, dependiendo del dispositivo limitador de amplitud que fue conectado (bien los diodos MOS de la Fig.4.10, o bien el resistor no lineal de la Fig.4.16). En todos los casos, excepto para  $f_0 = 10MHz$  y  $f_0 = 3MHz$ , el resistor no lineal proporcionó una distorsión promedio menor que el par de diodos MOS.

Al objeto de obtener mayores frecuencias de oscilación se fabricó otro oscilador de cuadratura en el mismo proceso de  $3\mu m$ . La Fig.4.23 muestra una microfotografía del dado que contiene dicho oscilador. La descripción en SPICE del prototipo enviado a fabricación es:

```
.MODEL CMOSN NMOS LEVEL=2 LD=0.409587U TOX=405.000026E-10
+ NSUB=7.600000E+15 VTO=0.91 KP=5.150000E-05 GAMMA=0.5912
+ PHI=0.6 UO=604 UEXP=0.107279 UCRIT=18992.9
+ DELTA=1.000000E-06 VMAX=46063.6 XJ=0.500000U LAMBDA=1.471324E-02
+ NFS=8.827215E+11 NEFF=1 NSS=1.000000E+12 TPG=1.000000
+ RSH=27.670001 CGDO=3.492108E-10 CGSO=3.492108E-10 CGBO=8.585607E-10
+ CJ=3.909000E-04 MJ=0.536400 CJSW=2.641000E-10 MJSW=0.218400 PB=0.800000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is 1.01 um
.MODEL CMOSP PMOS LEVEL=2 LD=0.189270U TOX=405.000026E-10
+ NSUB=8.986368E+15 VTO=-0.91 KP=1.985000E-05 GAMMA=0.643
+ PHI=0.6 UO=232.795 UEXP=0.22785 UCRIT=81627.8
+ DELTA=1.000000E-06 VMAX=100000 XJ=0.500000U LAMBDA=3.835142E-02
+ NFS=1.978768E+12 NEFF=1.001 NSS=1.000000E+12 TPG=-1.000000
+ RSH=114.900004 CGDO=1.613702E-10 CGSO=1.613702E-10 CGBO=2.079473E-09
+ CJ=2.569000E-04 MJ=0.530000 CJSW=2.048000E-10 MJSW=0.023200 PB=0.800000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is 2.44 um
```

<sup>6</sup> La razón entre  $10.34$  y  $7.76$  es exactamente  $4/3$ . Nosotros creemos que esta exactitud es mera coincidencia porque la tolerancia en las capacidades parásitas es mayor del  $30\%$  con respecto a los valores predichos por el extractor de circuitos, y las capacidades de los condensadores de diseño suelen ser superiores al  $20\%$ .

El objetivo era usar un OTA con una  $g_m$  muy alta, lo cual significaba una corriente de polarización también muy alta (unos  $6mA$  en este caso). Para tales corrientes no es necesario incluir un esquema de linealización en los OTAs. Por tanto se usó la estructura mostrada en la Fig.4.24 para los OTAs de este oscilador de cuadratura.

Como se esperaban frecuencias de oscilación bastante más altas, hubo que diseñar también un *buffer* especial para extraer las señales del chip. En este caso se usó un seguidor por fuente tal como el mostrado en la Fig.4.25 y cuya curva de transferencia en DC se muestra en la Fig.4.26.

La curva de transferencia en DC del OTA de la Fig.4.24 se muestra en la Fig.4.27. Ésta se obtuvo usando una resistencia de  $500\Omega$  como carga a la salida del OTA y representando el voltaje de salida frente al de entrada. La Fig.4.28 muestra la dependencia de ambos parámetros, transconductancia  $g_m$  y resistencia de salida  $R_o$  con la tensión de polarización  $V_{bias}$  (véase Fig.4.24). Nótese que la ganancia en tensión del OTA varía entre 6.90 (para  $V_{bias} = -2.72V$ ) y 64.44 (para  $V_{bias} = -3.88V$ ).

La Fig.4.29 muestra la variación de la frecuencia de oscilación al cambiar las tensiones de polarización del OTA1 y OTA2 (véase Fig.4.5), que se han hecho iguales. La Fig.4.30 muestra la forma de onda medida para este oscilador para sus frecuencias de oscilación máxima ( $56.1MHz$ ) y mínima ( $12.0MHz$ ). En la Fig.4.31 se muestra el espectro para la señal de  $56.1MHz$ , cuyo THD es del 2.5%  $\dagger$ 7.

Se fabricó un tercer chip en un proceso CMOS de  $2\mu m$  de doble metal y doble poly que contiene 3 osciladores, los llamados 2OTA3C, 4OTA2C y 4OTA4C mostrados en las Figs.4.3, 4.5a y 4.6, respectivamente. En la Fig.4.32 se muestra una microfotografía del mismo. La correspondiente descripción en SPICE es:

---

<sup>7</sup> Creemos que la principal fuente de distorsión para esta señal es el buffer usado de la Fig.4.25. Como puede verse en la Fig.4.26 presenta una ligera no linealidad de segundo orden que producirá un incremento en el armónico de segundo orden.

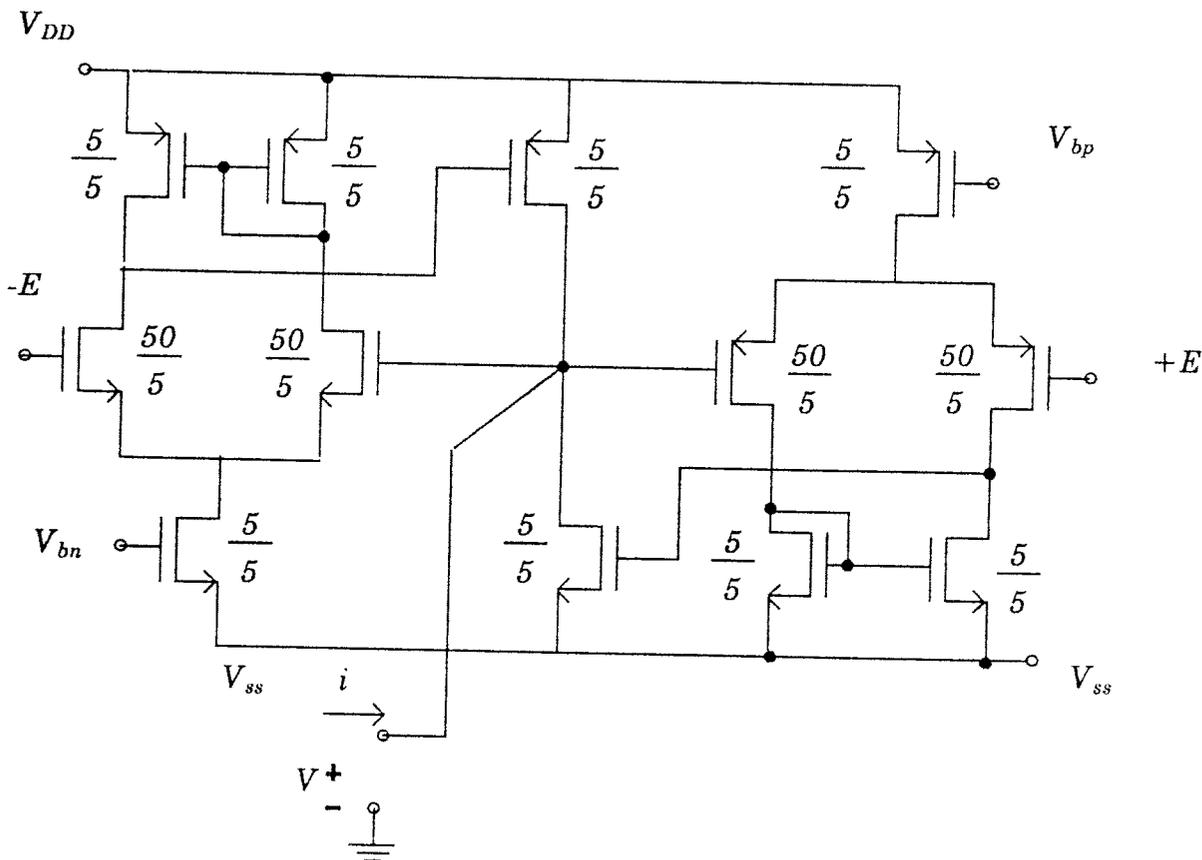


Figura 4.17(a): Resistor no-lineal usado en el primer prototipo

```
.MODEL CMOSN NMOS LEVEL=2 LD=0.106934U TOX=385.000000E-10
+ NSUB=2.206000E+16 VTO=0.912395 KP=5.525000E-05 GAMMA=0.9541
+ PHI=0.6 UO=616 UEXP=0.219416 UCRIT=123831
+ DELTA=2.02905 VMAX=88792.5 XJ=0.250000U LAMBDA=1.510947E-02
+ NFS=2.783874E+12 NEFF=1 NSS=1.000000E+12 TPG=1.000000
+ RSH=22.120000 CGDO=1.438669E-10 CGSO=1.438669E-10 CGBO=6.039323E-10
+ CJ=3.910000E-04 MJ=0.465000 CJSW=5.440000E-10 MJSW=0.384000 PB=0.800000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is -0.26 um
.MODEL CMOSP PMOS LEVEL=2 LD=0.100000U TOX=385.000000E-10
+ NSUB=6.212600E+15 VTO=-0.796872 KP=2.117000E-05 GAMMA=0.5063
+ PHI=0.6 UO=252.5 UEXP=0.230708 UCRIT=23408.6
+ DELTA=0.862133 VMAX=36906.2 XJ=0.250000U LAMBDA=5.590500E-02
+ NFS=1.248332E+11 NEFF=1.001 NSS=1.000000E+12 TPG=-1.000000
+ RSH=71.630000 CGDO=1.345381E-10 CGSO=1.345381E-10 CGBO=6.337470E-10
+ CJ=2.160000E-04 MJ=0.444000 CJSW=2.640000E-10 MJSW=0.218000 PB=0.700000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is -0.13 um
```

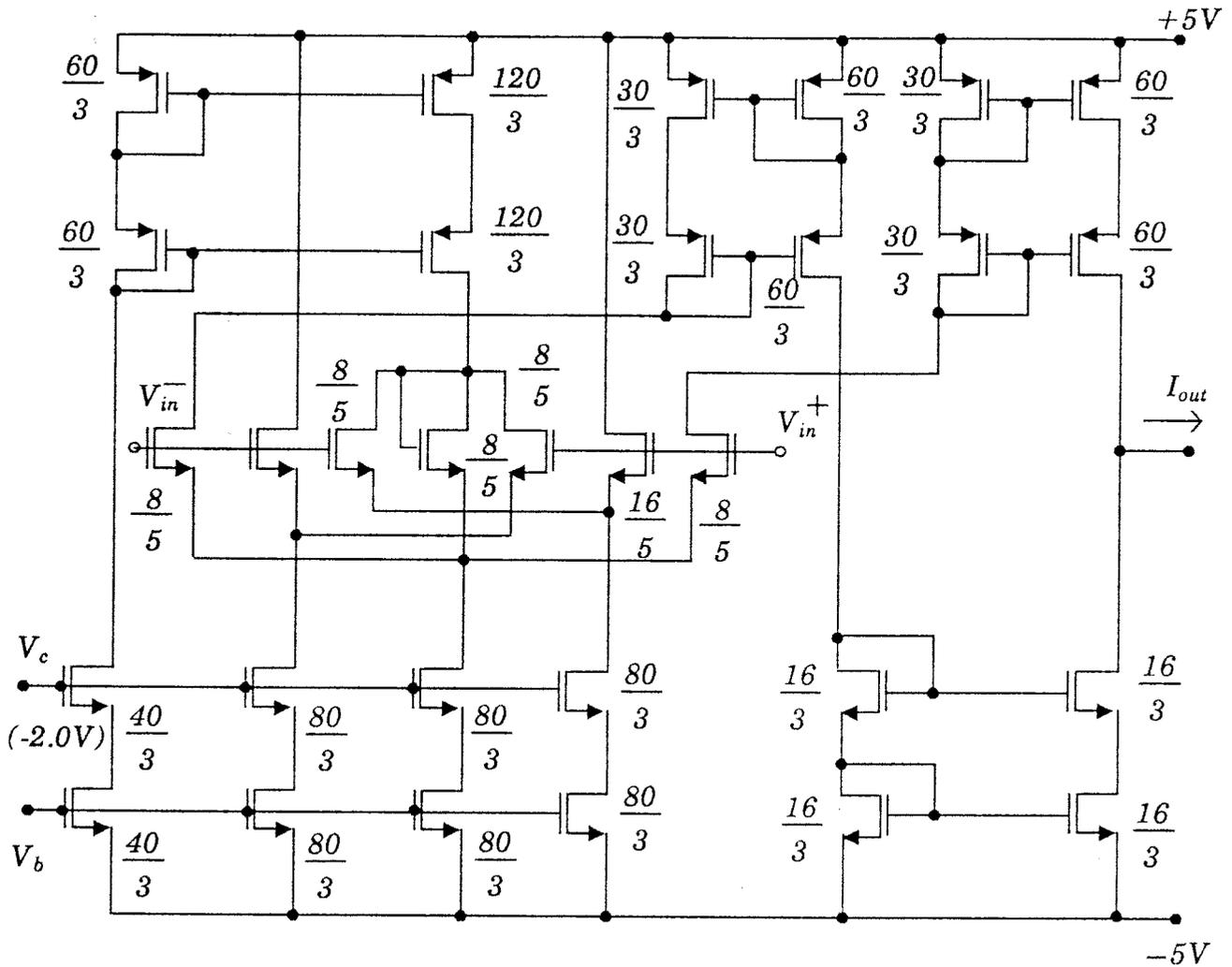


Figura 4.17(b): OTA usado en el oscilador del primer prototipo

El OTA que se usó para este chip es del tipo mostrado en la Fig.4.17(b), pero los factores geométricos de algunos transistores fueron modificados para aumentar su transconductancia en un factor de dos. La Fig.4.33 muestra el diagrama junto con los factores geométricos usados en este OTA.

El *buffer* de salida empleado en este chip fue el mismo que el de la Fig.4.25, convenientemente escalado de un proceso de  $3\mu m$  a otro de  $2\mu m$ .

Los tres osciladores emplean un control de amplitud estático del tipo que se mostró en la Fig.4.16, pero con los factores geométricos indicados en la Fig.4.34.

La transconductancia del OTA de la Fig.4.33 se puede variar entre  $60\mu mhos$  y  $1.95mmhos$  manteniendo el rango lineal por encima de  $200mV$ . La dependencia de  $g_m$  con la tensión de polarización  $V_{bias}$  (véase Fig.4.33) está representada en la Fig.4.35.

La máxima frecuencia de salida que se pudo ajustar para estos osciladores fue de  $45.45MHz$  para el oscilador 2OTA3C,  $50.03MHz$  para el oscilador 4OTA2C y  $68.99MHz$  para el oscilador 4OTA4C. La Fig.4.36 muestra las formas de onda medidas para estas tres frecuencias máximas. La dependencia de la frecuencia de oscilación con el valor de  $(g_{m1}g_{m2})^2$  está indicada en la Fig.4.37 para los tres osciladores.

Se fabricó un cuarto chip con el objeto de verificar el esquema de control de amplitud dinámico de la Fig.4.15. Una microfotografía del dado de este chip se muestra en la Fig.4.38, siendo su descripción en SPICE:

```
.MODEL CMOSN NMOS LEVEL=2 LD=0.238981U TOX=418.000000E-10
+ NSUB=2.244788E+16 VTO=1.05345 KP=5.262000E-05 GAMMA=1.0449
+ PHI=0.6 UO=637.7 UEXP=0.224043 UCRIT=90946.4
+ DELTA=1.51133 VMAX=72808 XJ=0.250000U LAMBDA=2.507519E-02
+ NFS=2.080485E+12 NEFF=1 NSS=1.000000E+12 TPG=1.000000
+ RSH=22.600000 CGDO=2.961372E-10 CGSO=2.961372E-10 CGBO=6.991190E-10
+ CJ=3.957000E-04 MJ=0.465200 CJSW=4.793000E-10 MJSW=0.353500 PB=0.800000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is 0.19 um
.MODEL CMOSP PMOS LEVEL=2 LD=0.228588U TOX=418.000000E-10
+ NSUB=4.746009E+15 VTO=-0.77181 KP=1.907000E-05 GAMMA=0.4805
+ PHI=0.6 UO=230.985 UEXP=0.131553 UCRIT=5018.69
+ DELTA=1.46584 VMAX=38861.8 XJ=0.250000U LAMBDA=5.051835E-02
+ NFS=1.000000E+11 NEFF=1.001 NSS=1.000000E+12 TPG=-1.000000
+ RSH=70.500000 CGDO=2.832586E-10 CGSO=2.832586E-10 CGBO=7.181187E-10
+ CJ=1.958000E-04 MJ=0.404800 CJSW=2.853000E-10 MJSW=0.388700 PB=0.700000
* Weff = Wdrawn - Delta_W
* The suggested Delta_W is 0.27 um
```

Este chip contiene un oscilador de cuadratura más una circuitería para implementar el lazo de AGC. El detector de pico que se usó se muestra en en la Fig.4.39 junto con los factores geométricos de los transistores. Este detector de pico tiene dos tensiones de polarización ( $V_{bias}$  y  $V_{discharge}$ ) que necesitan ser ajustados en función del rango frecuencial bajo el cual vaya a trabajar el circuito. Para ilustrar la versatilidad de este detector de pico considérense las tres situaciones mostradas en la Fig.4.40. Este detector de pico pudo ser ajustado (a través de  $V_{bias}$  y  $V_{discharge}$ ) para extraer bien una señal de  $1MHz$  de una portadora de  $40MHz$ , o bien una señal de  $250KHz$  de una portadora de  $1MHz$ , o bien una señal de  $300Hz$  de una portadora de  $10KHz$ , como se ve en la Fig.4.40.

El OTA que se usó en este oscilador está representado en la Fig.4.41 junto con sus factores geométricos. Este OTA es una configuración simple de OTA con espejos de corriente del tipo *cascode*. La Fig.4.42a muestra la variación de la frecuencia de oscilación con respecto a la tensión de polarización del OTA1 y OTA2 (véase Fig.4.5b) para cuatro diferentes valores de  $E$  (véase Fig.4.15),  $200mV$ ,  $300mV$ ,  $400mV$  y  $500mV$ . Nótese que para la misma polarización hay un cambio en la frecuencia de oscilación al variar la amplitud de las oscilaciones. En la Fig.4.42b se muestran las distorsiones que se midieron frente a la amplitud de pico a pico para distintas tensiones de polarización del OTA1 y OTA2. Los valores de baja frecuencia no se han incluido debido a que la distorsión era excesiva. Por lo

tanto, dichos valores no se consideran como pertenecientes a un rango de sintonía práctico (de baja distorsión) del oscilador. En la Fig.4.43 se muestra la forma de onda de la salida para 13.0MHZ así como la salida del detector de pico.

#### 4.6. Conclusiones

En este Capítulo se han implementado las *cajas negras* de los diagramas de bloques matemáticos de la Sección 2.3.1 usando un entorno de modo-T. Se ha usado un método sistemático de búsqueda de topologías para los bloques lineales. Se han presentado realizaciones físicas de los mecanismos no lineales de control de la amplitud. Se han reportado resultados experimentales de cuatro prototipos que muestran un potencial extremadamente bueno de la técnica de diseño propuesta para osciladores sinusoidales de muy alta frecuencia usando bien sea mecanismos estáticos o dinámicos para el control de la amplitud. La máxima frecuencia de oscilación que se ha medido ha sido de 69MHz, y la mínima distorsión obtenida fue del 0.13%.

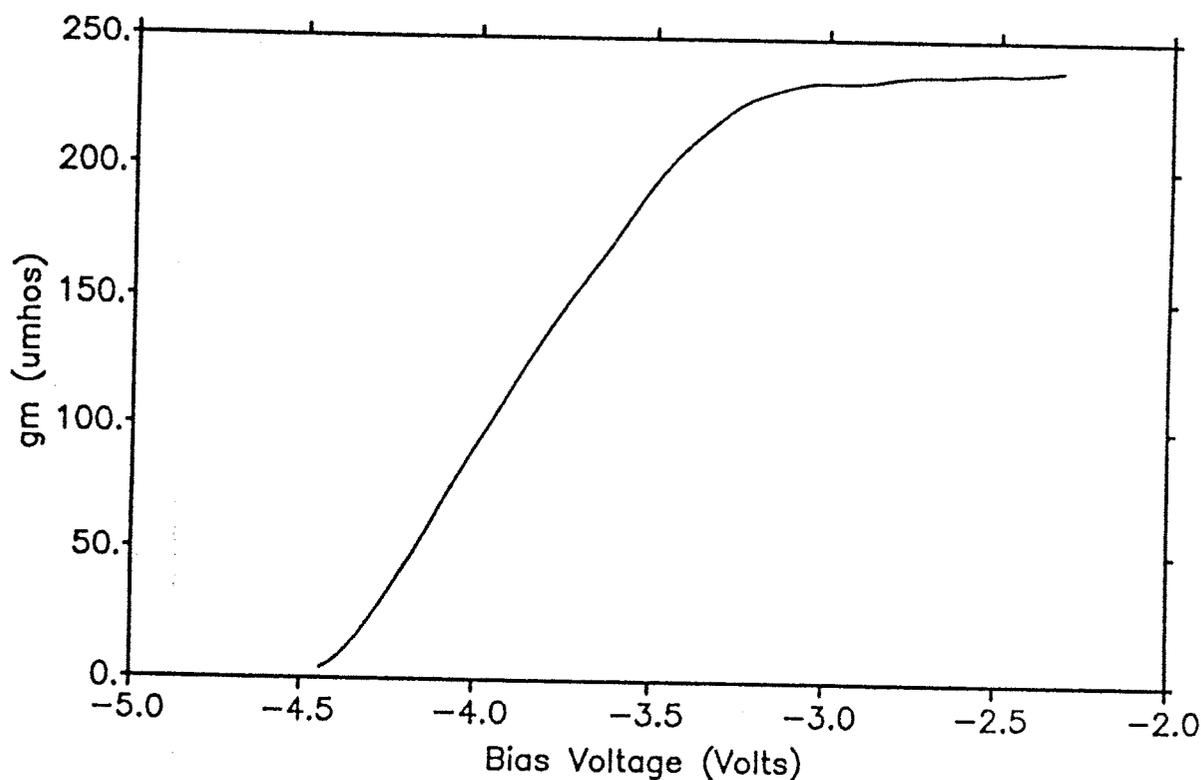


Figura 4.18: Dependencia de  $g_m$  con  $V_b$  para el OTA de la Fig.4.17

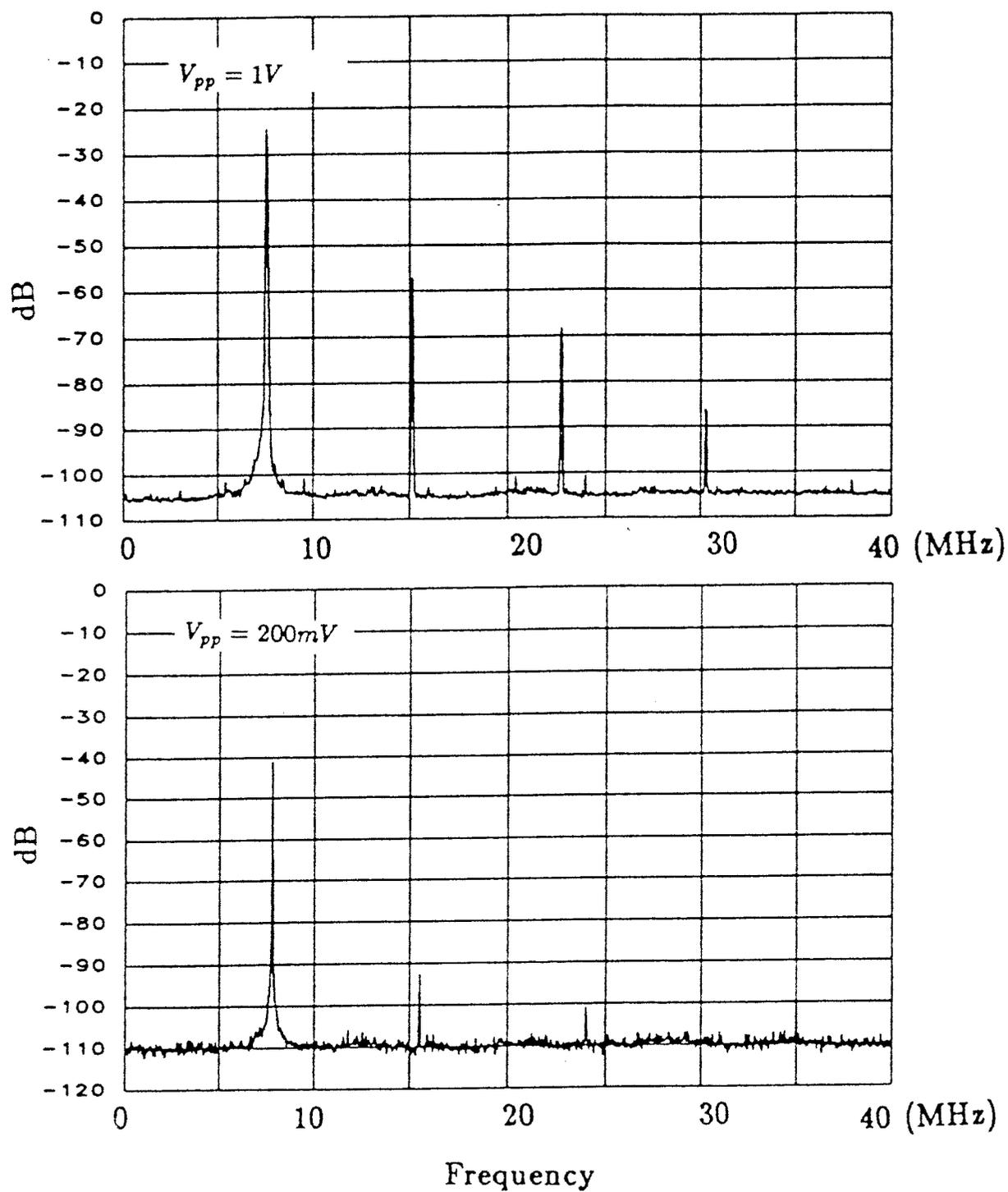


Figura 4.19: Espectros medidos experimentalmente para el oscilador de la Fig.4.15 para dos amplitudes diferentes usando diodos MOS

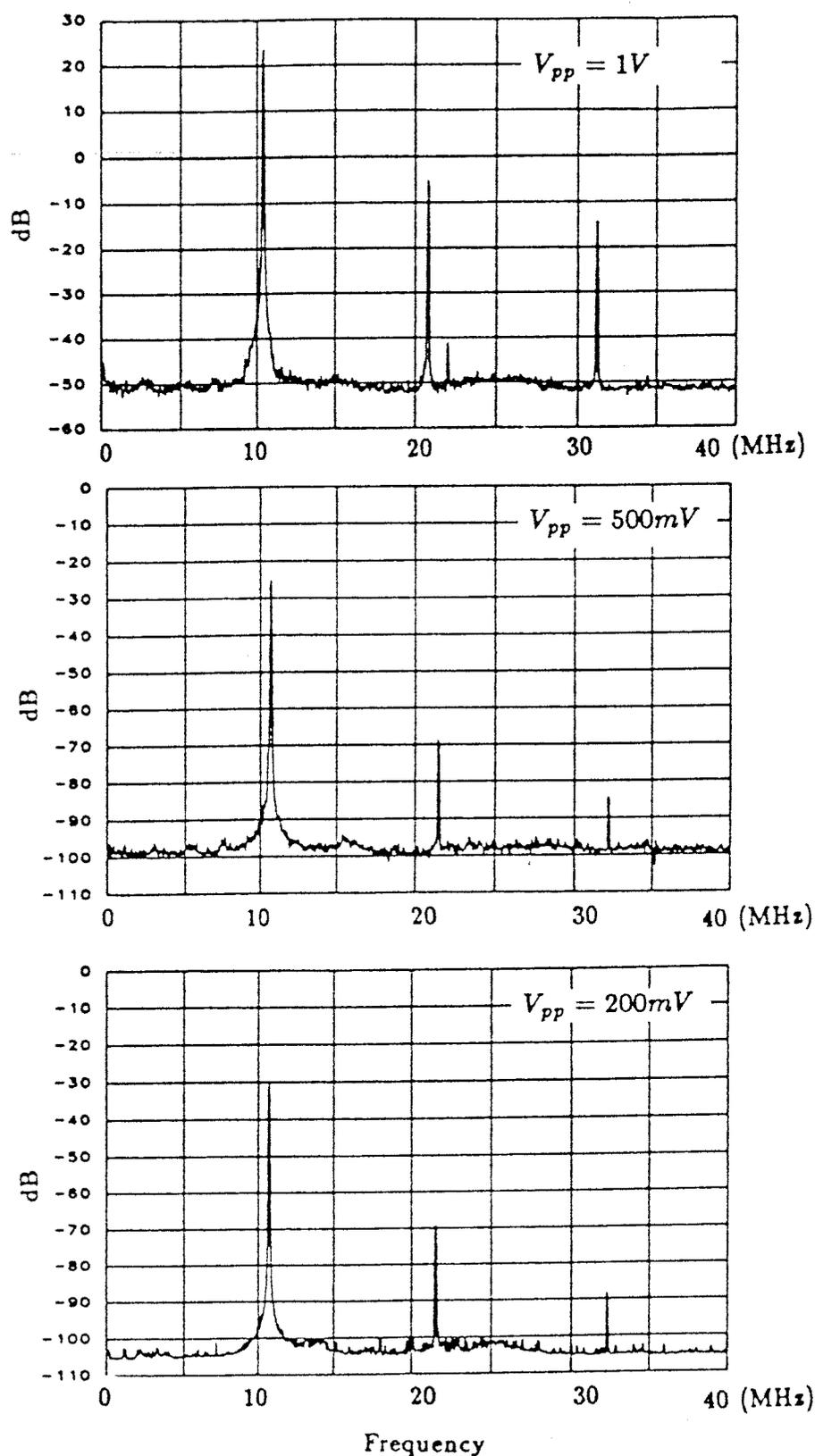


Figura 4.20: Espectros para el oscilador de la Fig.4.15 en el que se han eliminado los condensadores

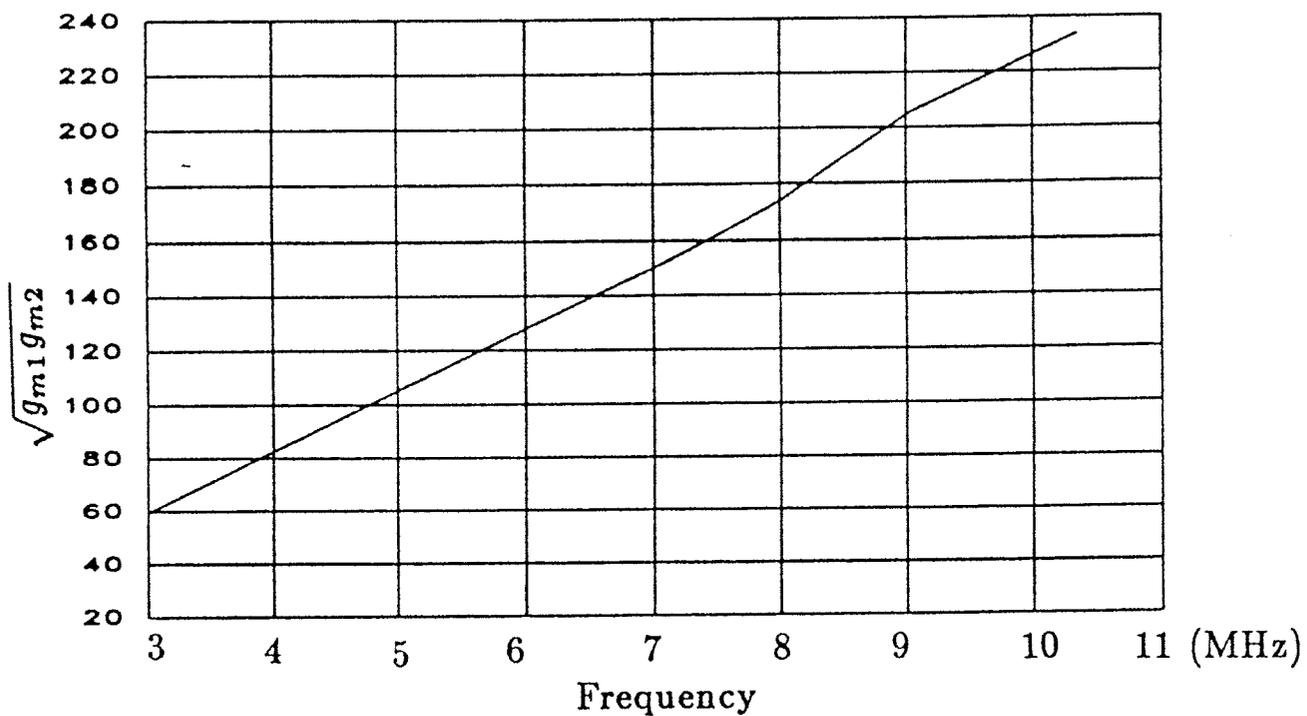


Figura 4.21: Relación entre frecuencia de oscilación y  $(g_{m1}g_{m2})^{\frac{1}{2}}$  para el oscilador de la Fig.4.15 sin condensadores

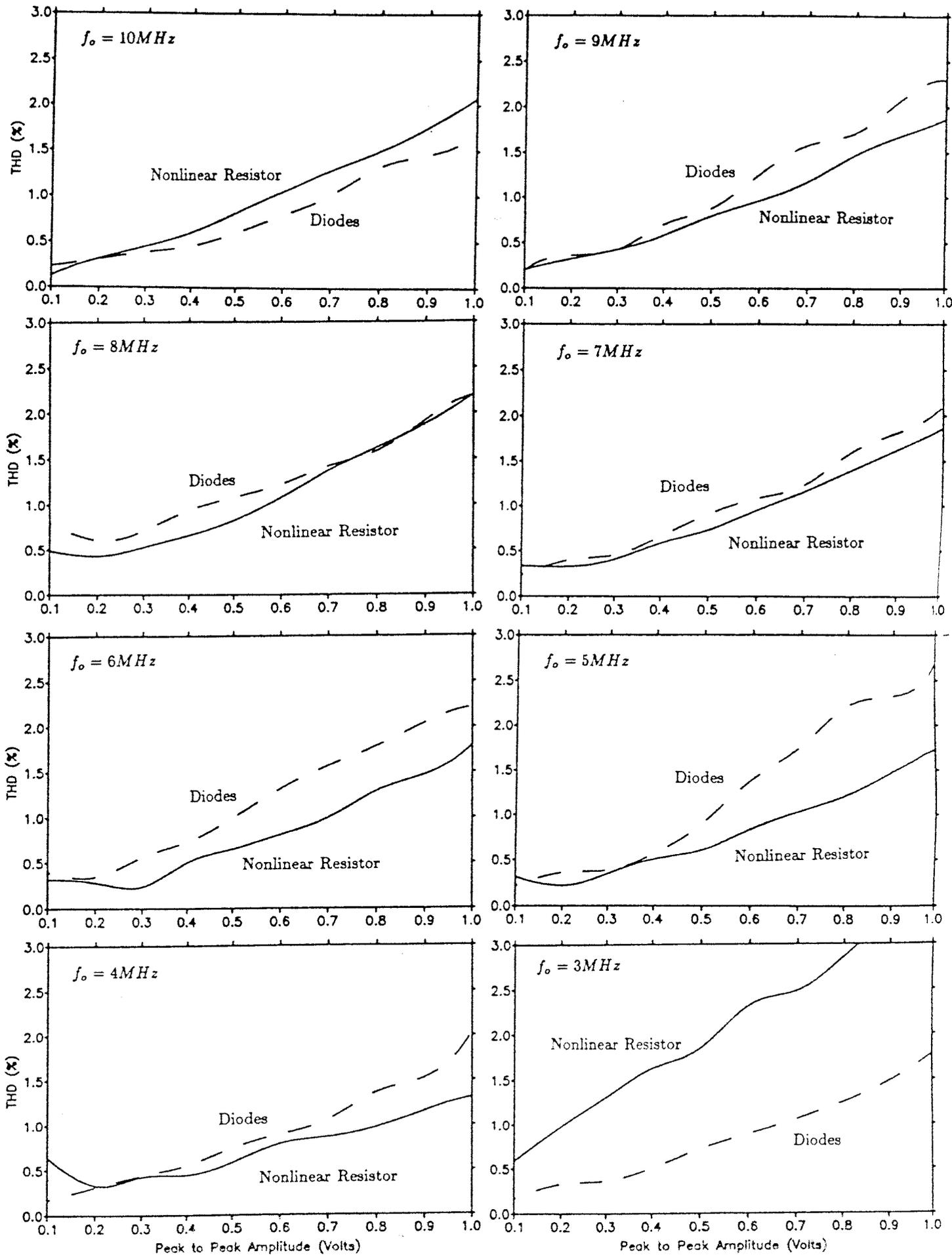


Figura 4.22: THD del oscilador de la Fig.4.15 sin condensadores, para distintas frecuencias y usando los dos limitadores de amplitud estáticos

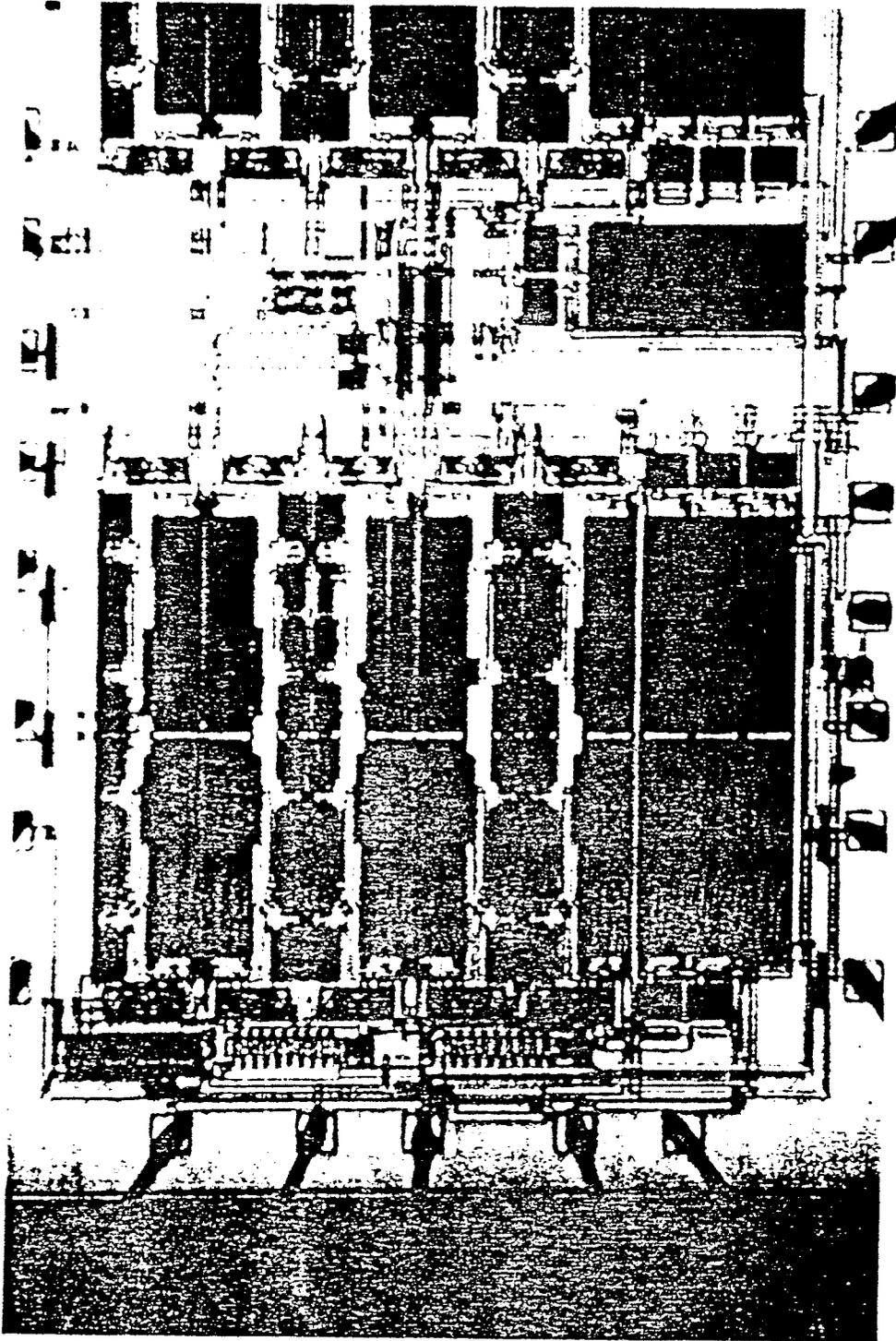


Figura 4.23: Microfotografía del segundo prototipo

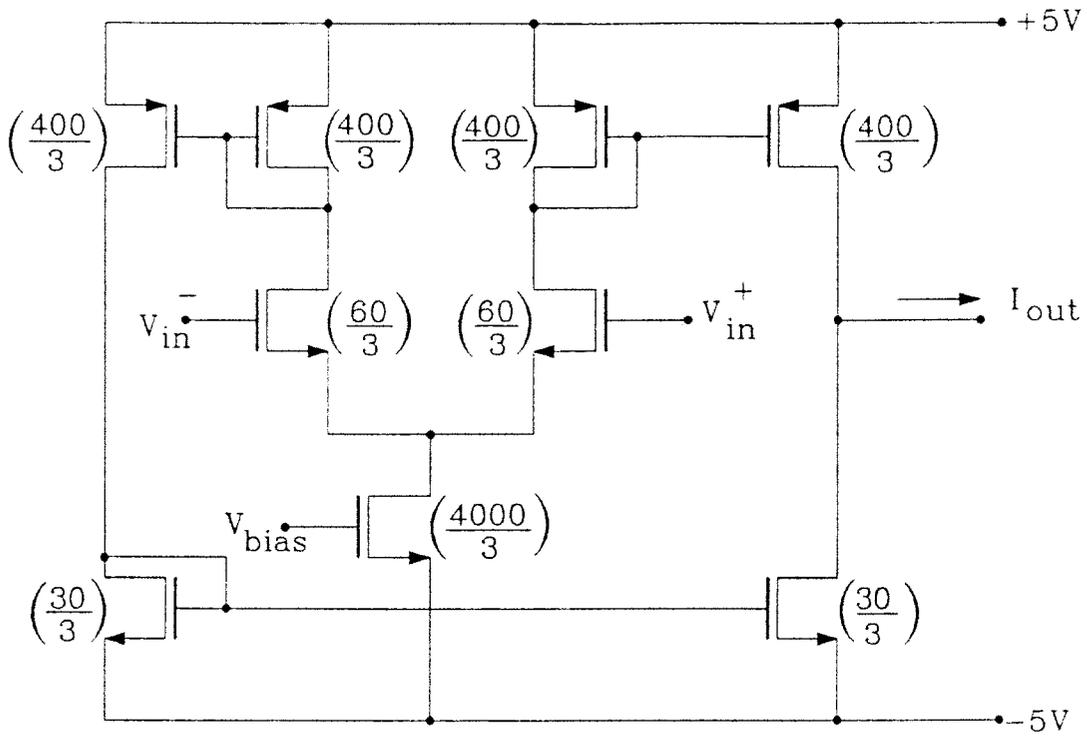


Figura 4.24: OTA usado en el oscilador de la Fig.4.23

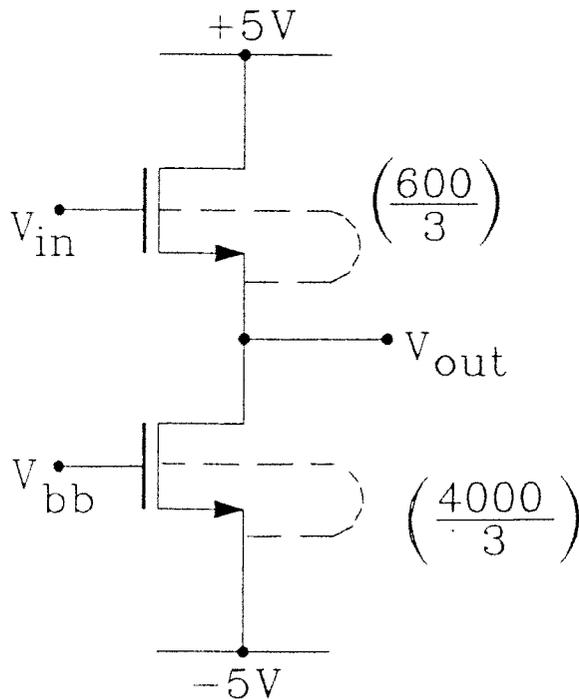


Figura 4.25: Seguidor por fuente usado como buffer en el chip de la Fig.4.23

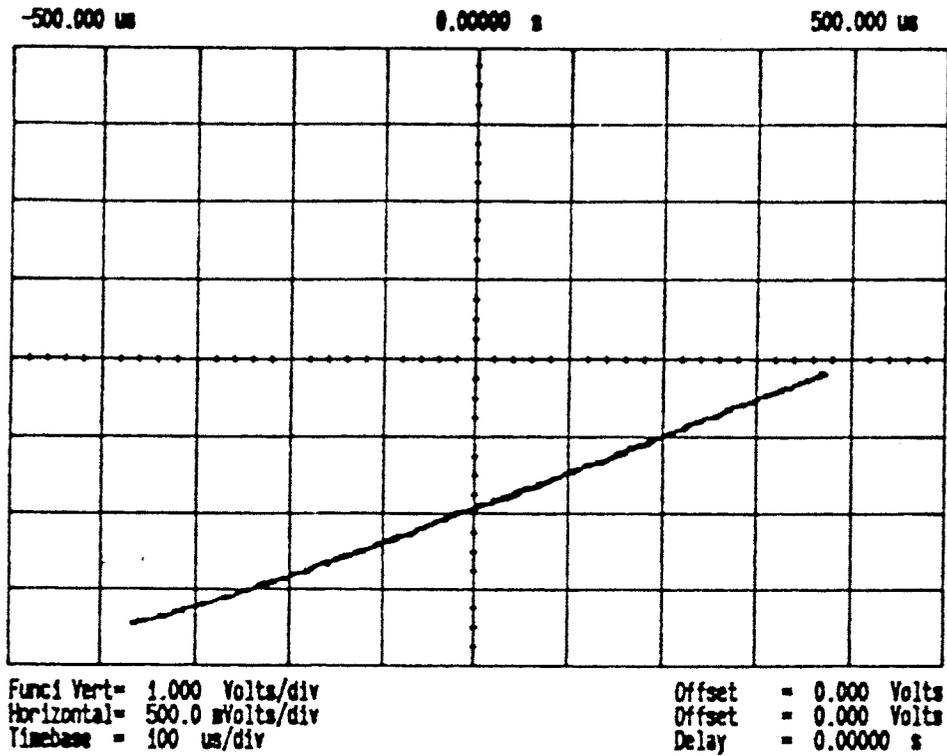


Figura 4.26: Curva experimental de transferencia en DC del buffer de la Fig.4.25

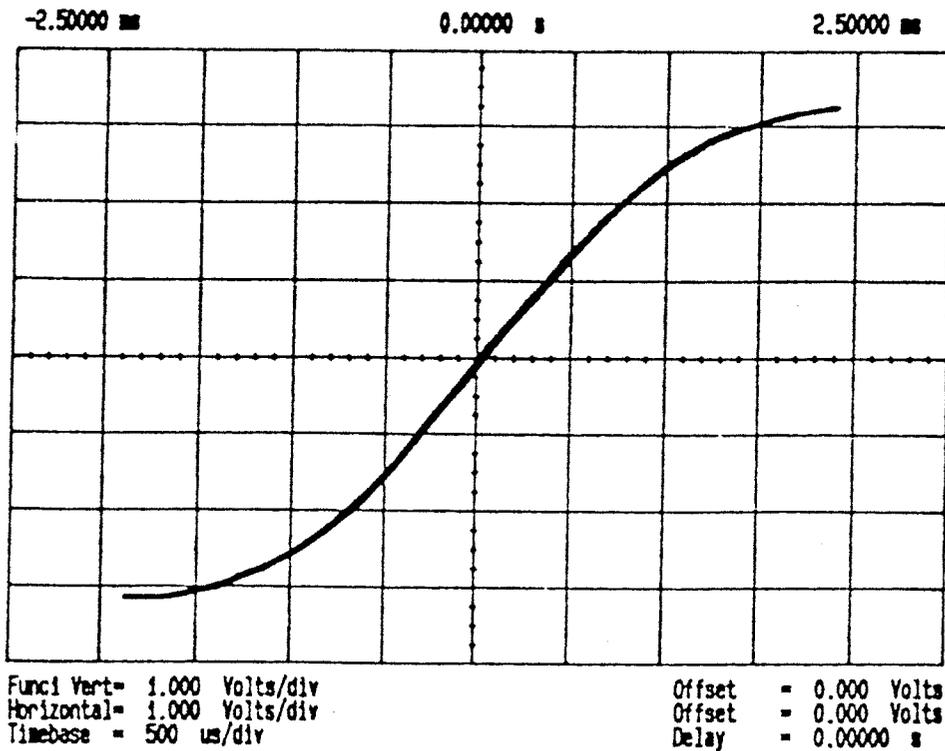


Figura 4.27: Curva experimental de transferencia en DC del OTA de la Fig.4.24

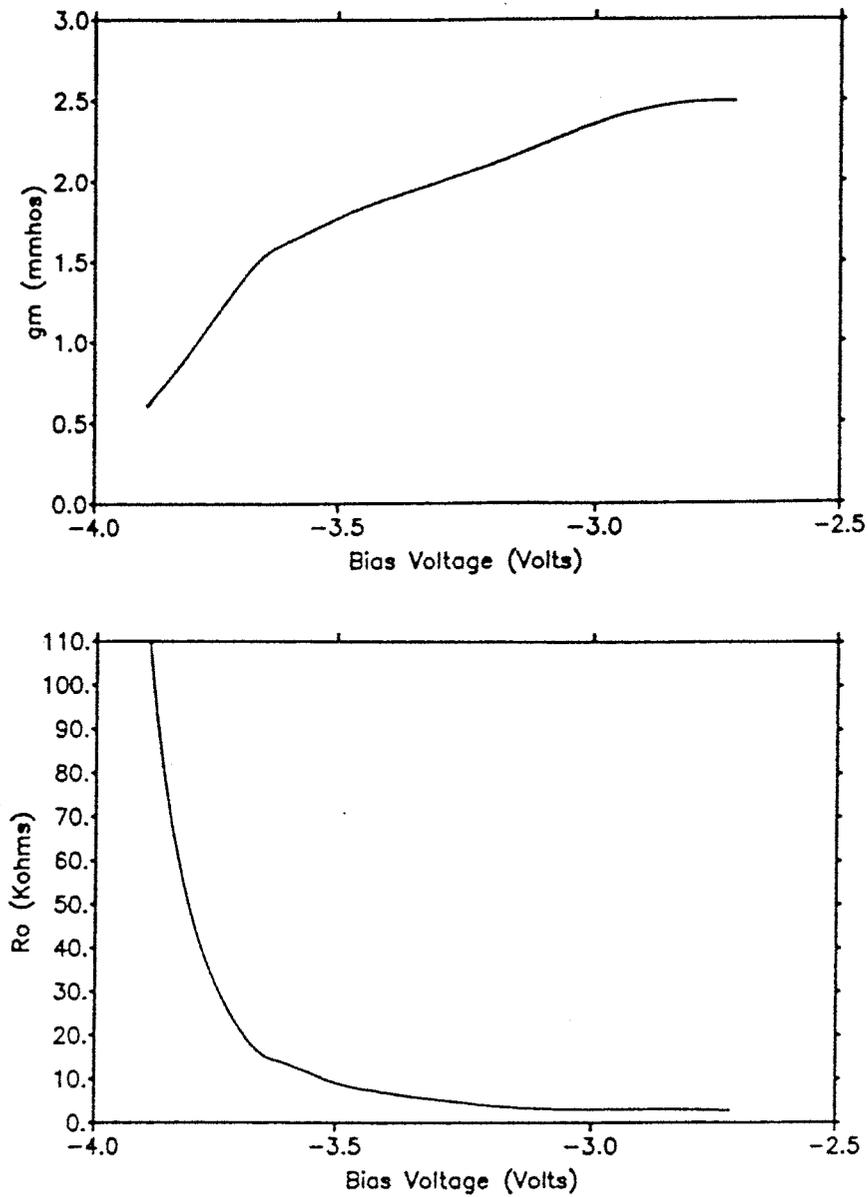


Figura 4.28: Dependencia de a)  $g_m$  y b)  $R_o$  del OTA de la Fig.4.24 en función de su tensión de polarización  $V_{bias}$

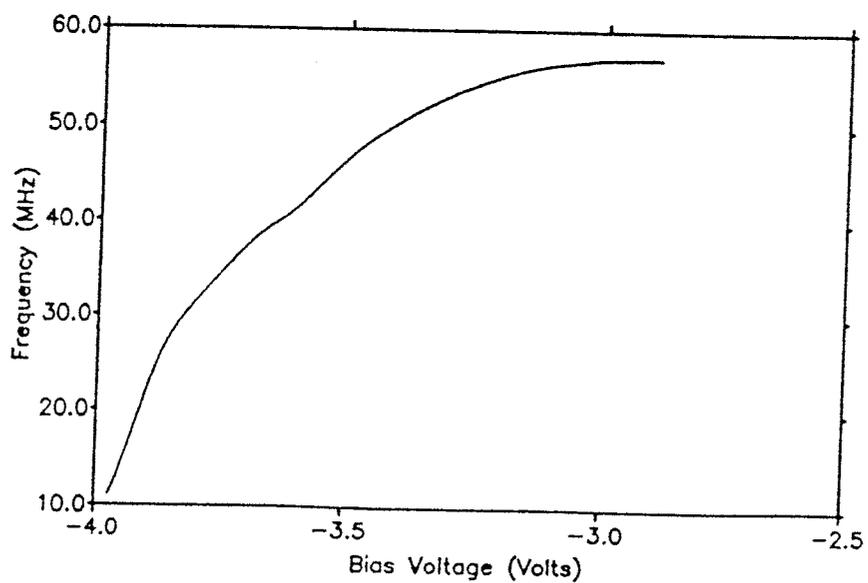


Figura 4.29: Variación de la frecuencia con la polarización de los OTA1 y OTA2

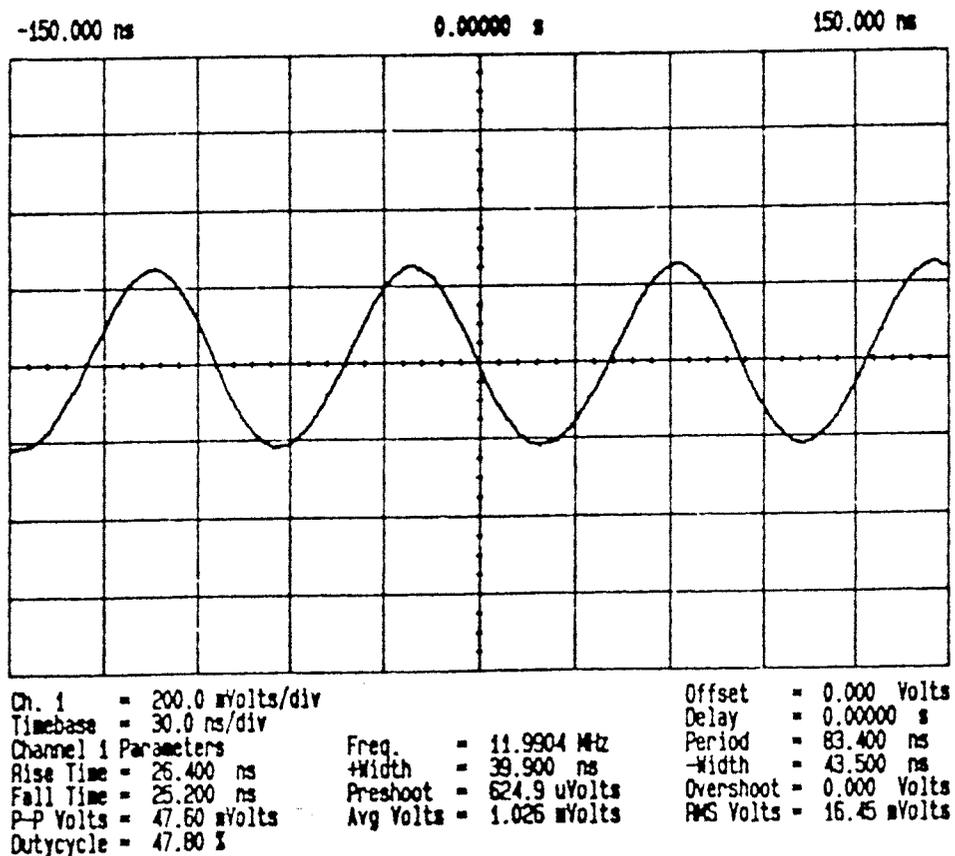
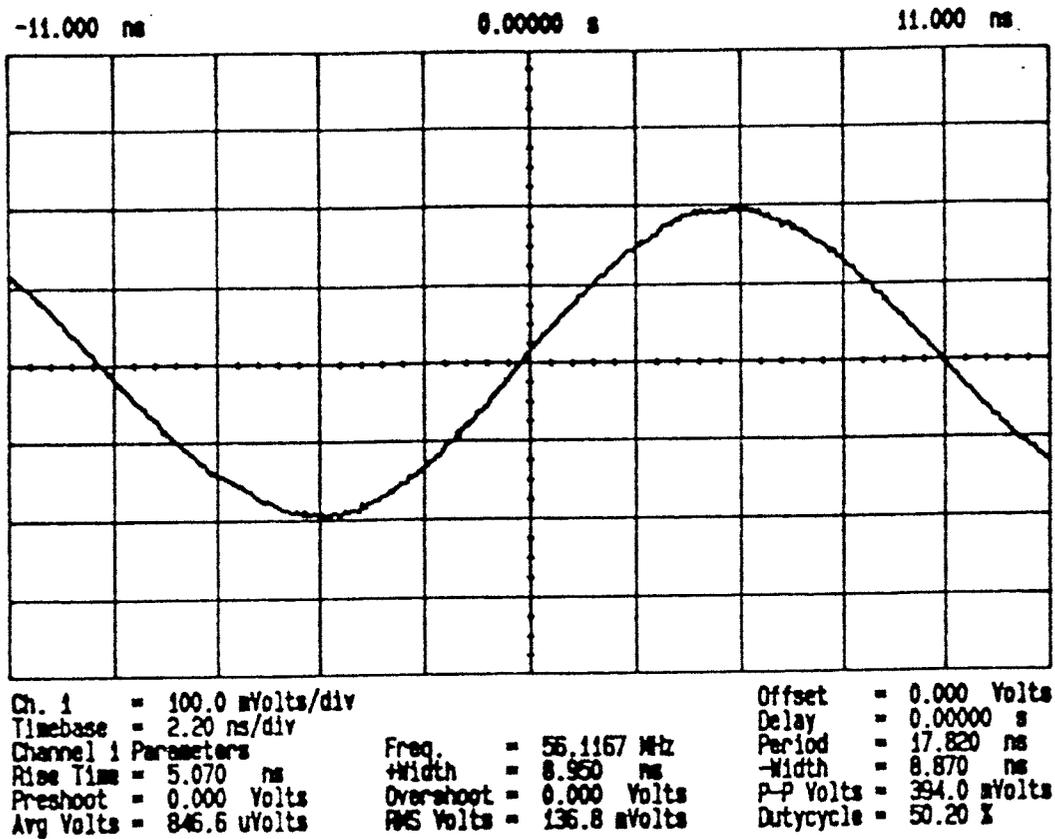


Figura 4.30: Forma de onda de salida para el oscilador del segundo prototipo a sus frecuencias máxima y mínima

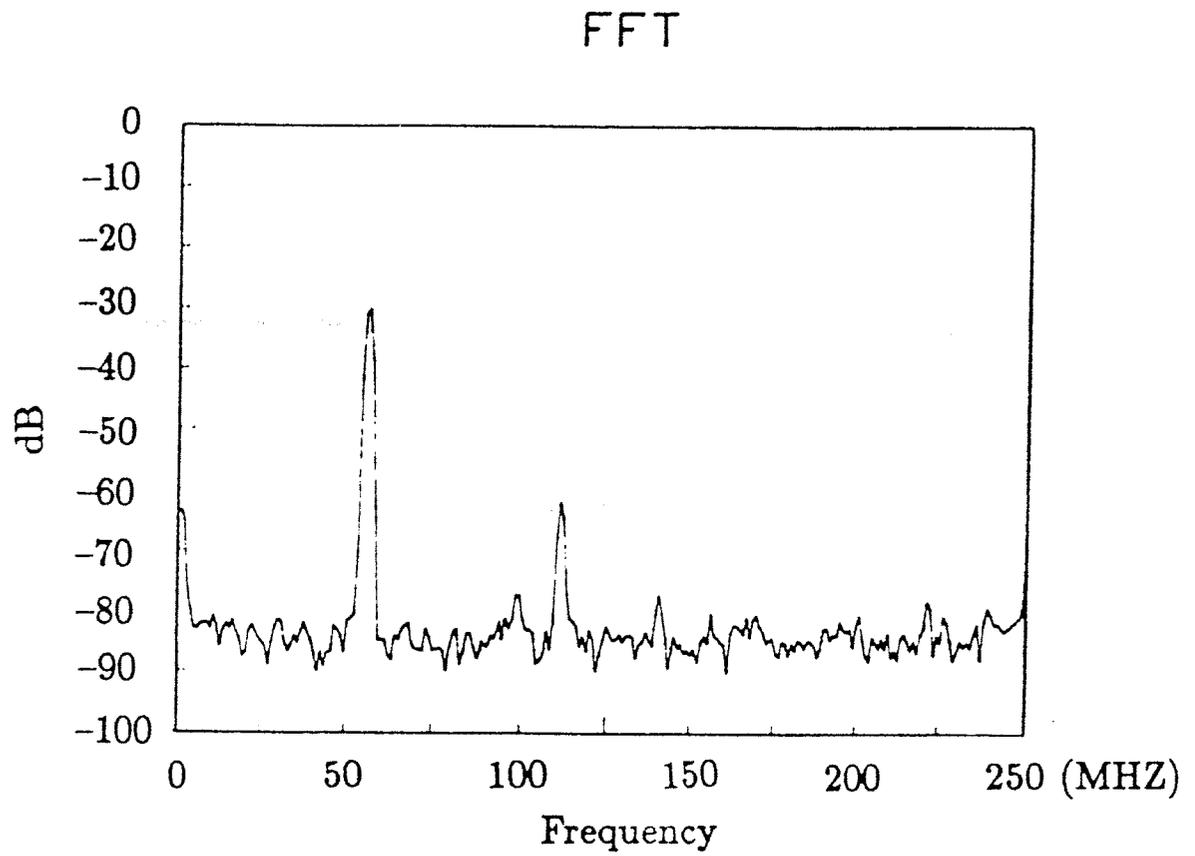


Figura 4.31: Espectro de la señal de 56.1MHz de la Fig.4.30

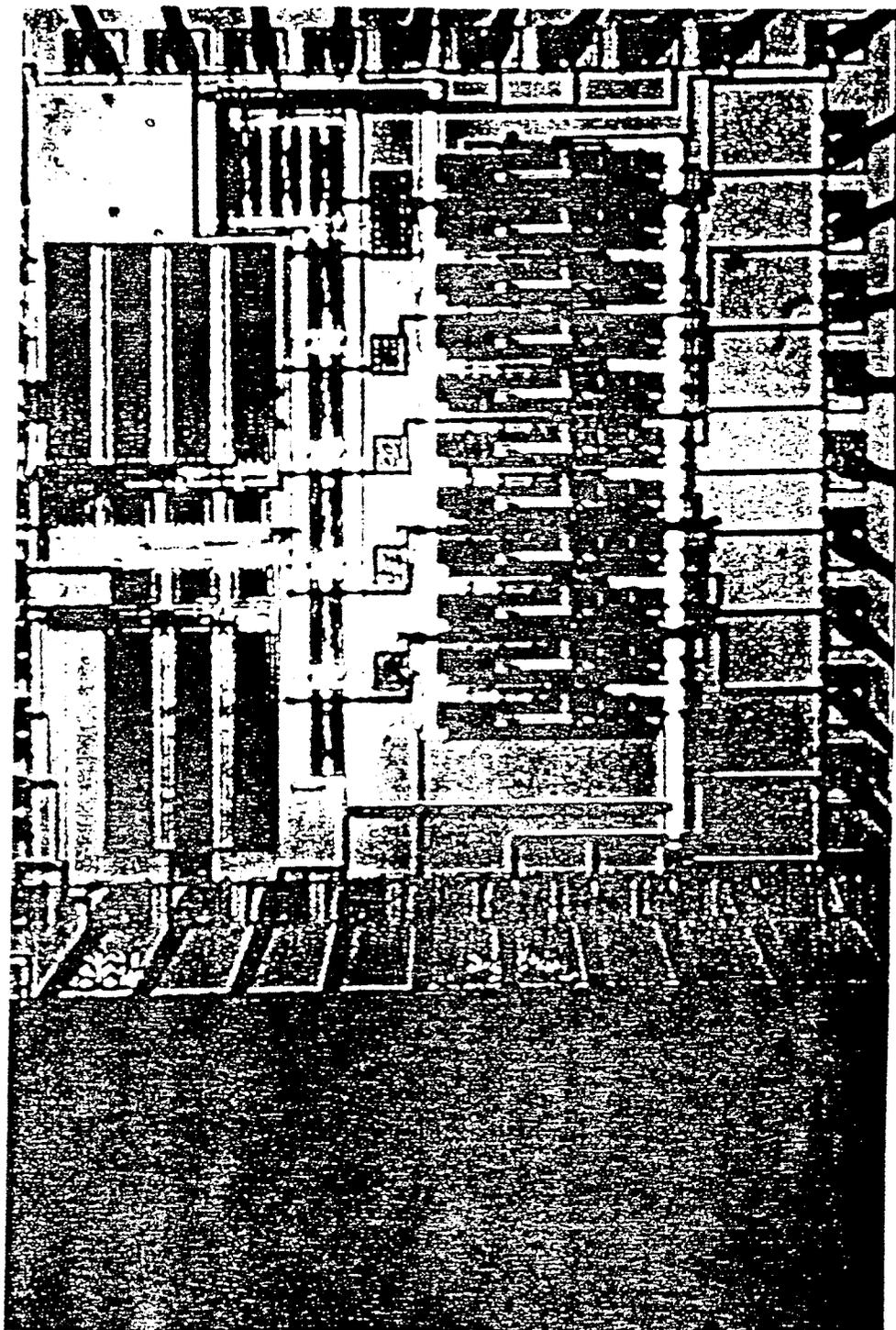


Figura 4.32: Microfotografía del tercer prototipo

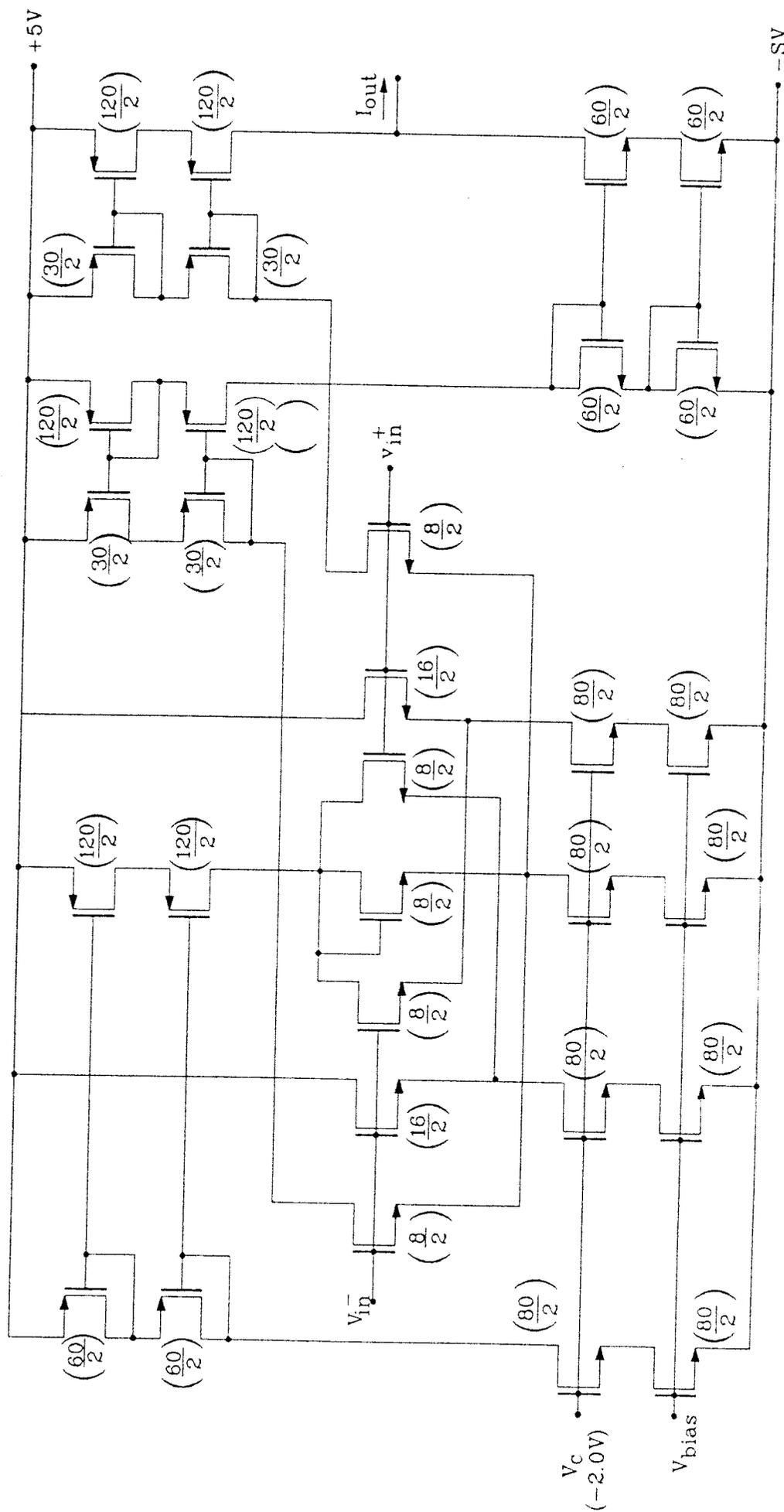


Figura 4.33: OTA usado en el tercer prototipo

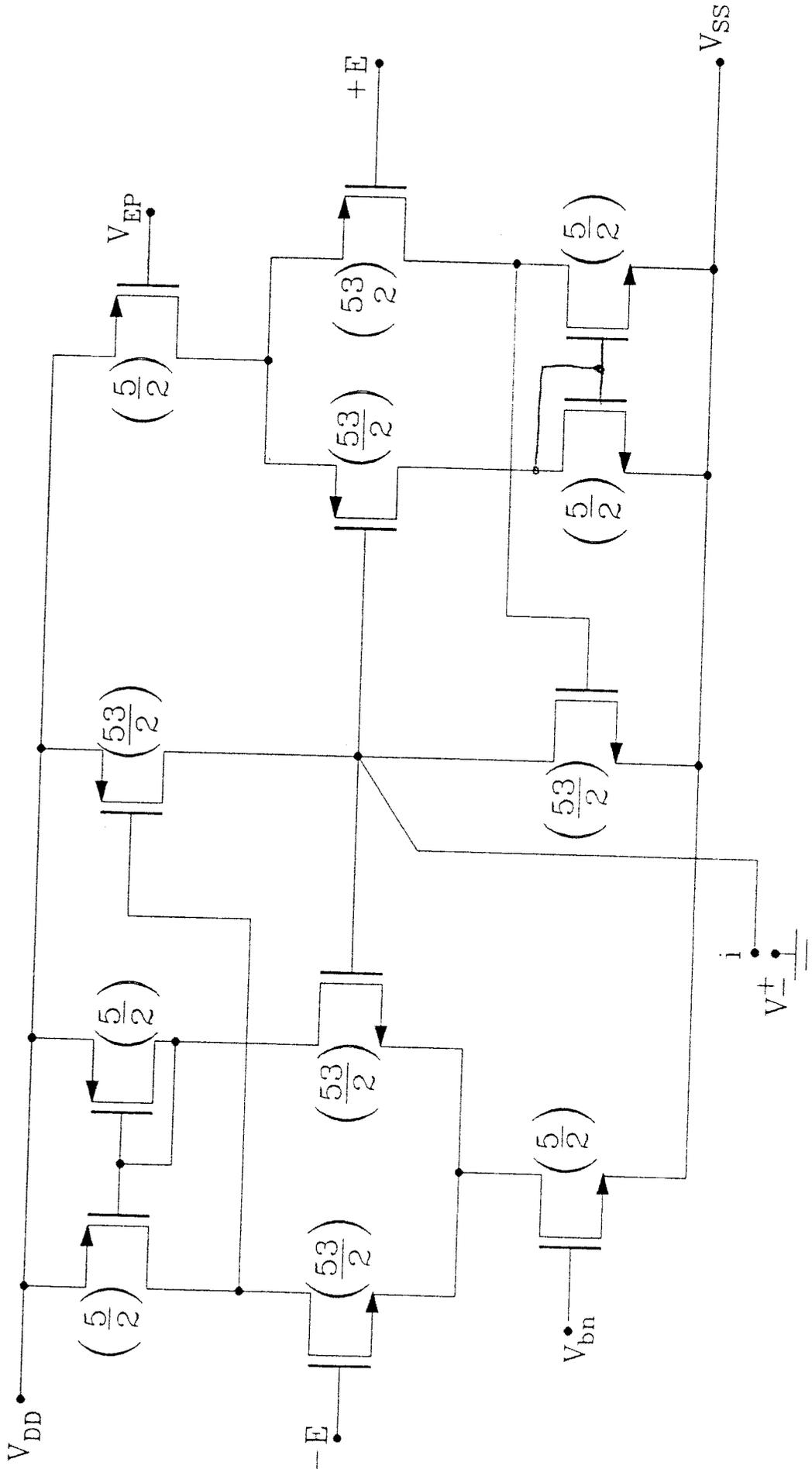


Figura 4.34: Limitador de amplitud estático usado en los osciladores del tercer prototipo

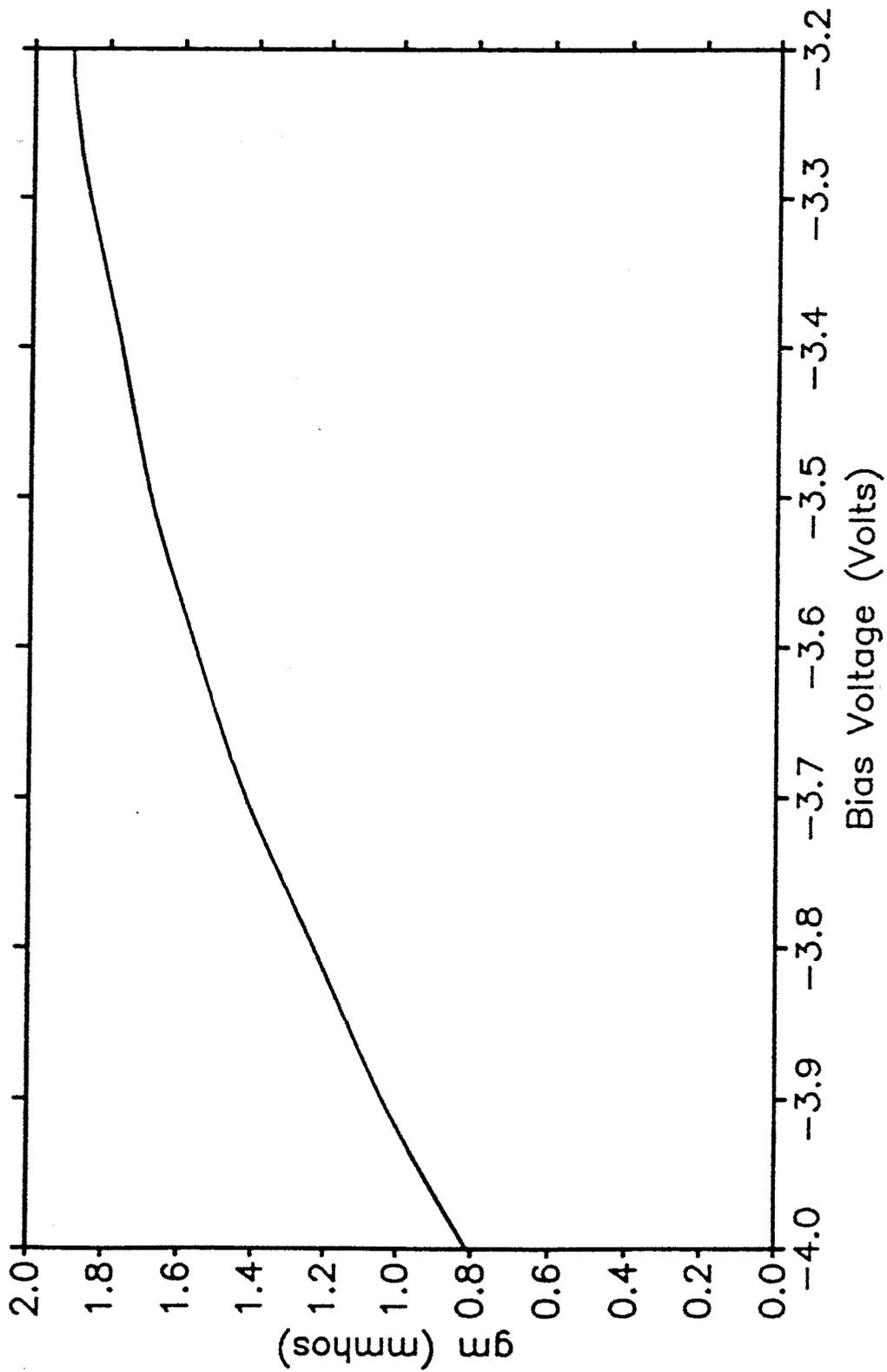


Figura 4.35: Variación de  $g_m$  con la tensión de polarización para el OTA de la Fig.4.33

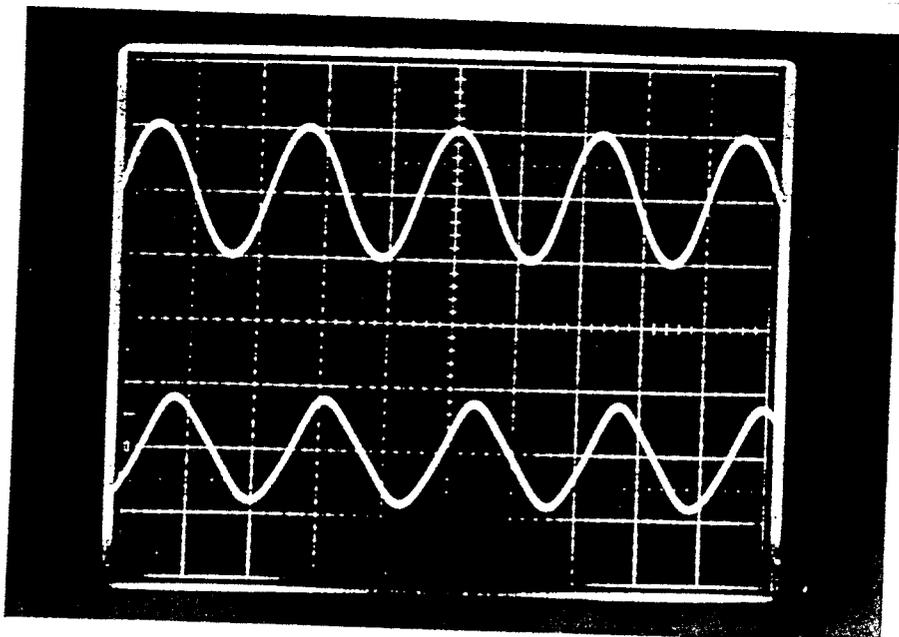
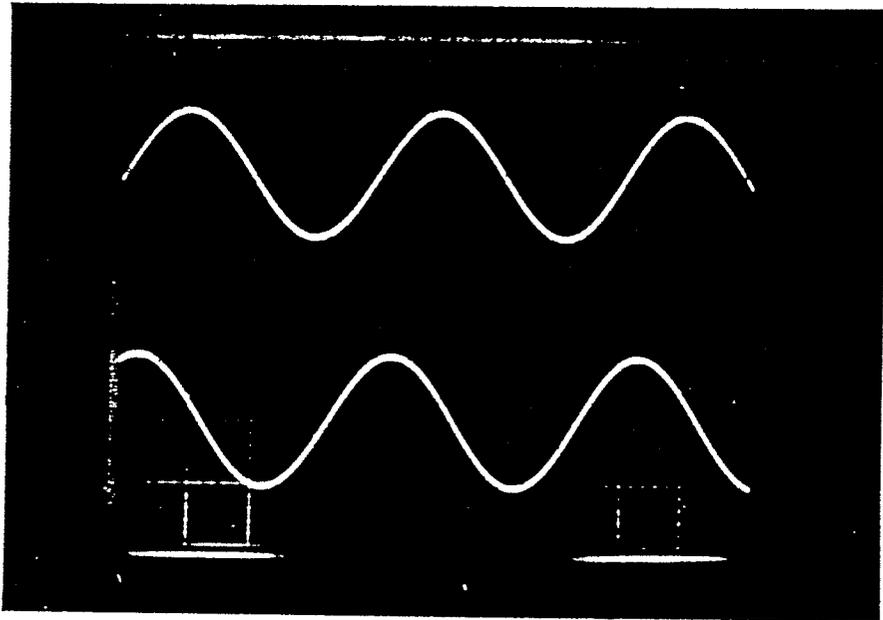
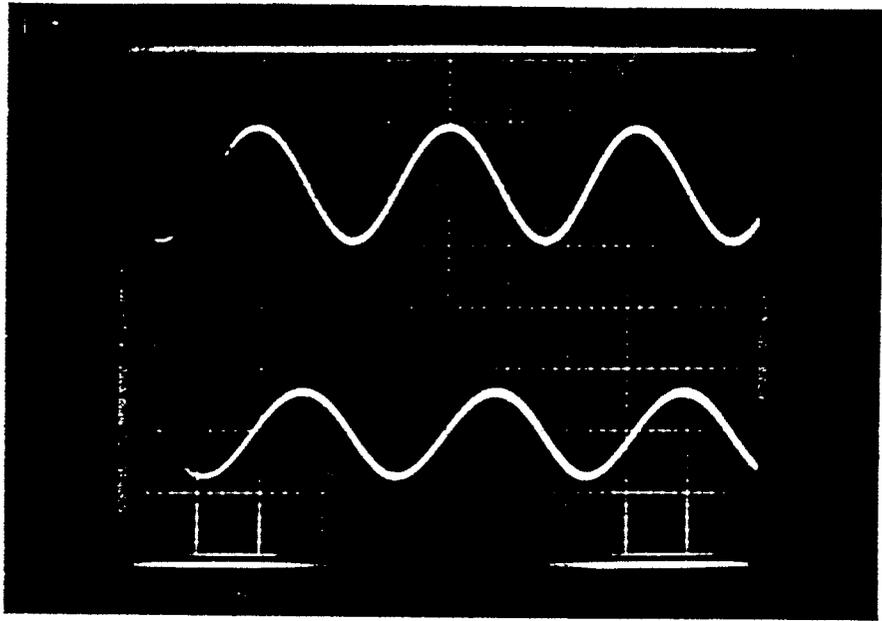


Figura 4.36: Formas de onda de los osciladores del tercer prototipo a sus frecuencias máximas

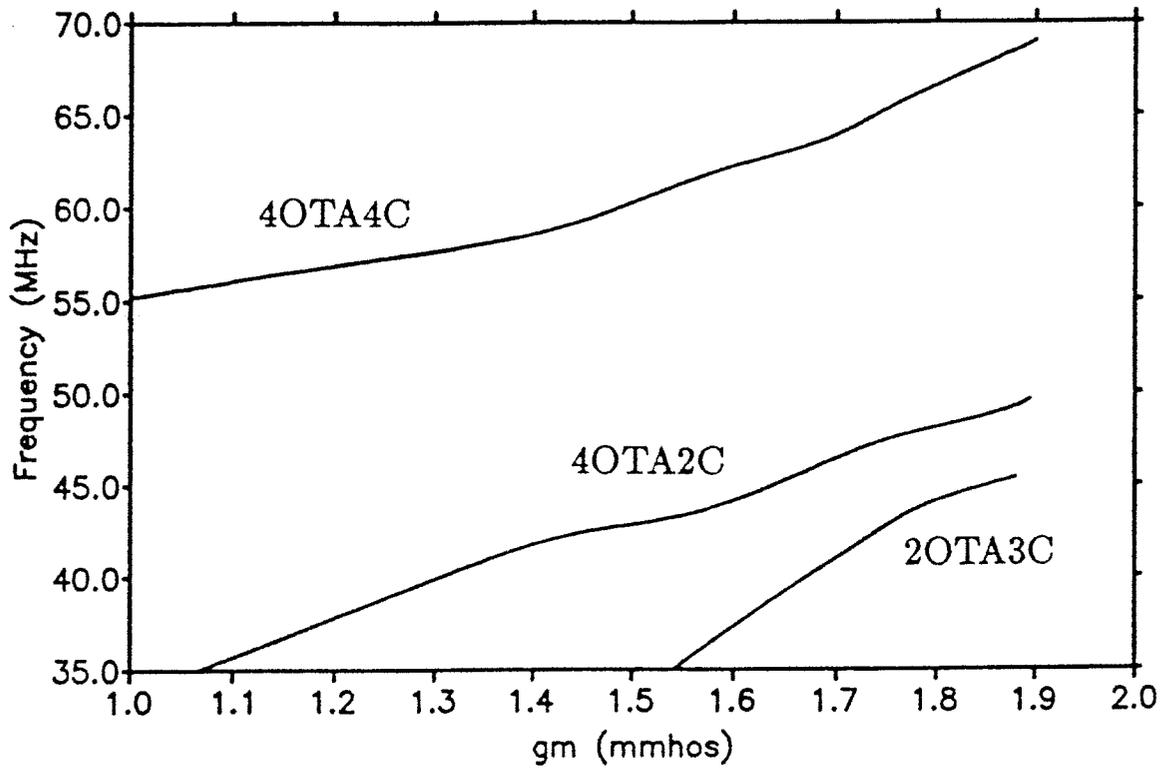


Figura 4.37: Frecuencia de oscilación frente a  $(g_{m1}g_{m2})^{\frac{1}{2}}$  de los osciladores del tercer prototipo

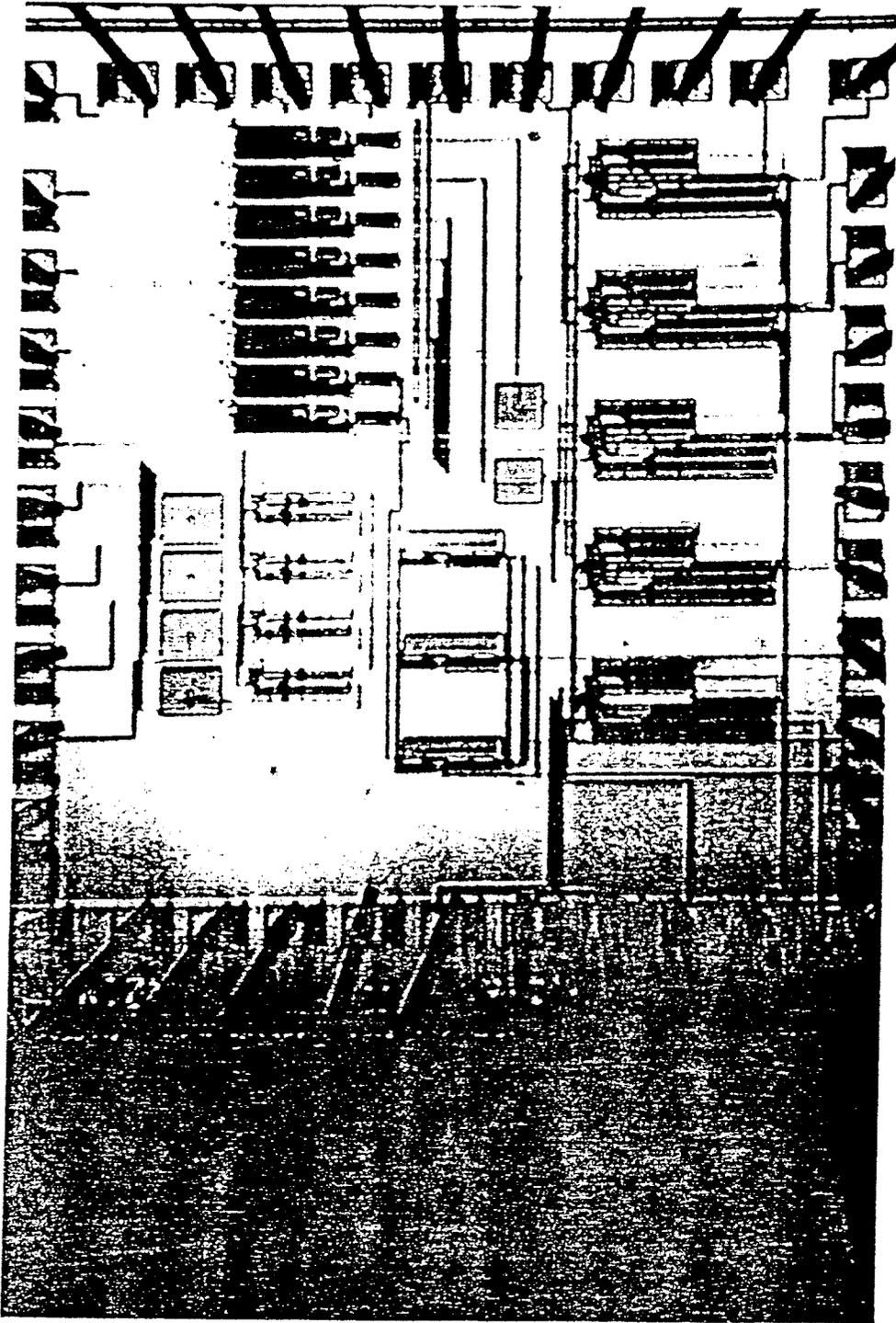


Figura 4.38: Microfotografía del cuarto prototipo

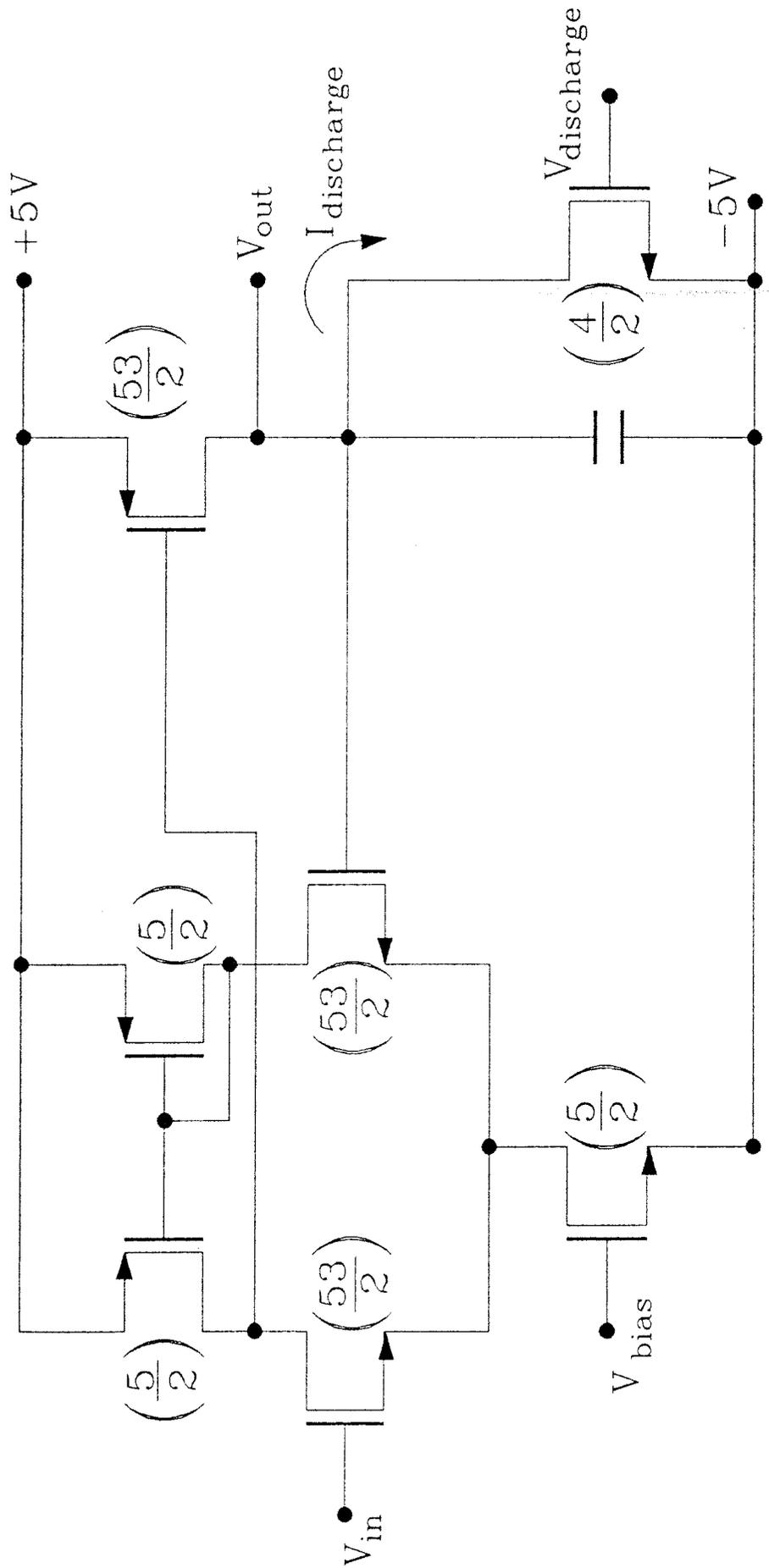
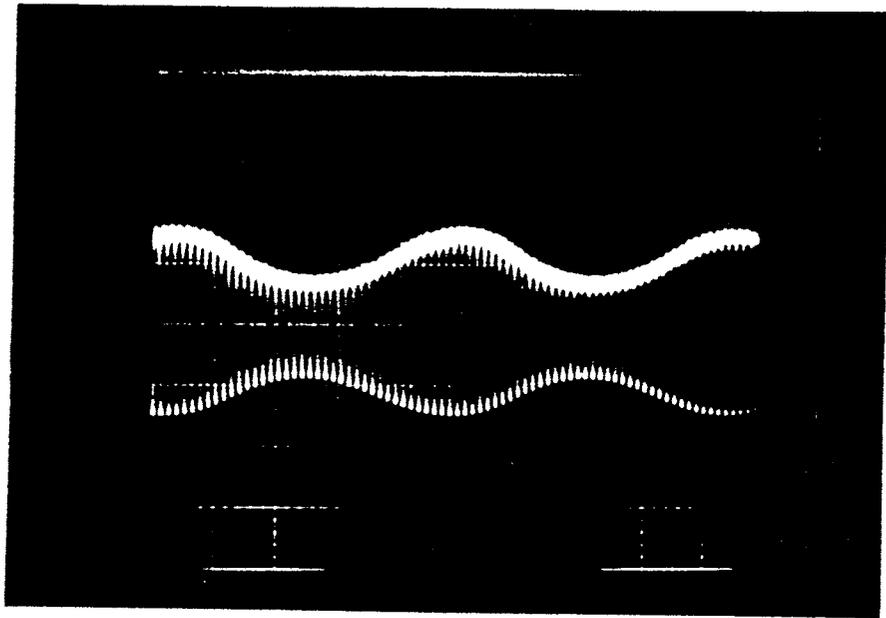
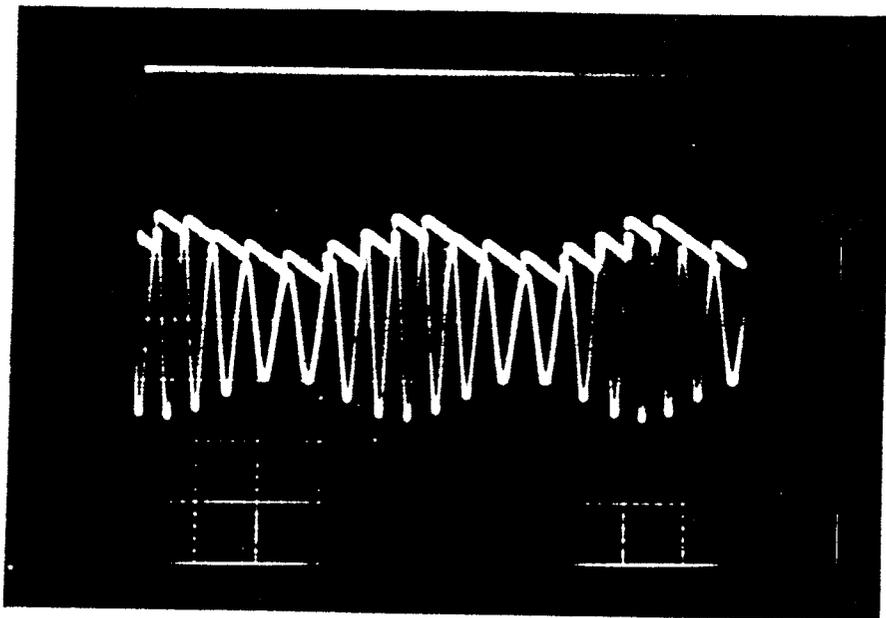


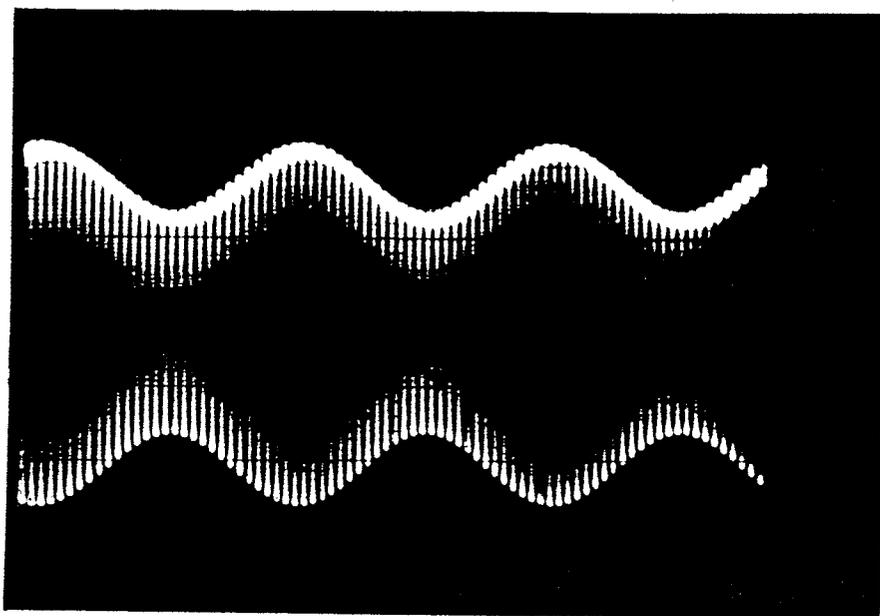
Figura 4.39: Detector de pico usado en el oscilador del cuarto prototipo



(a)



(b)



**Figura 4.40:** Respuesta del Detector de pico para a) extraer una señal de 1MHz de una portadora de 40MHz (200ns/div, 200mV/div), b) una señal de 250KHz de una portadora de 1MHz (2 $\mu$ s/div, 200mV/div), c) una señal de 300Hz de una portadora de 10KHz (1ms/div, 500mV/div)

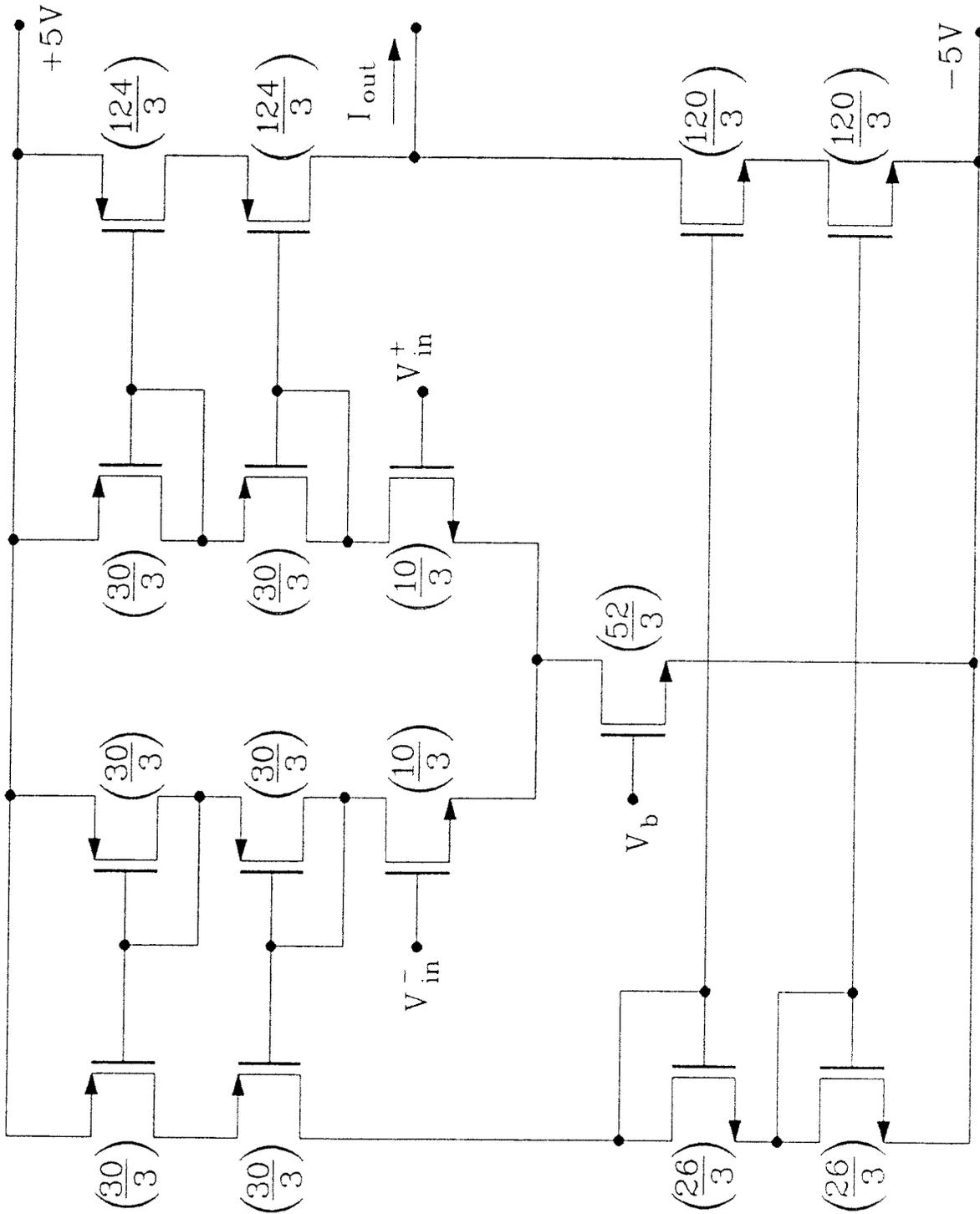


Figura 4.41: OTA usado en el cuarto prototipo

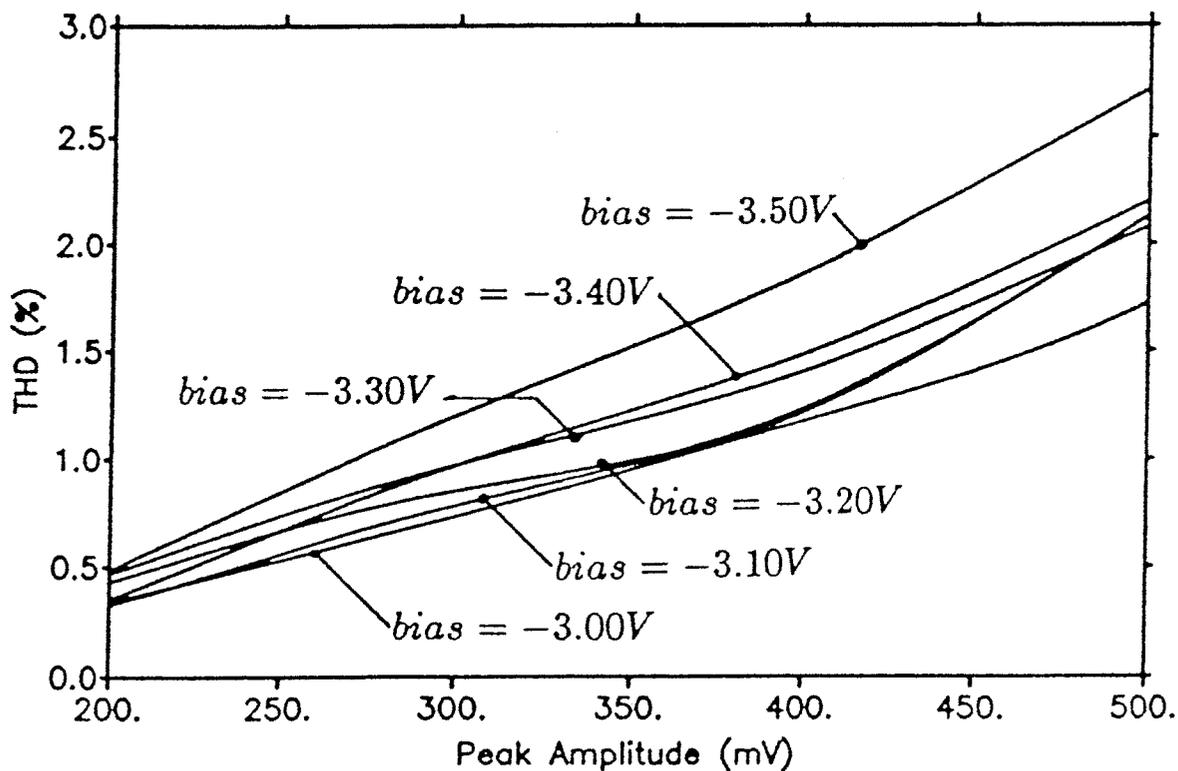
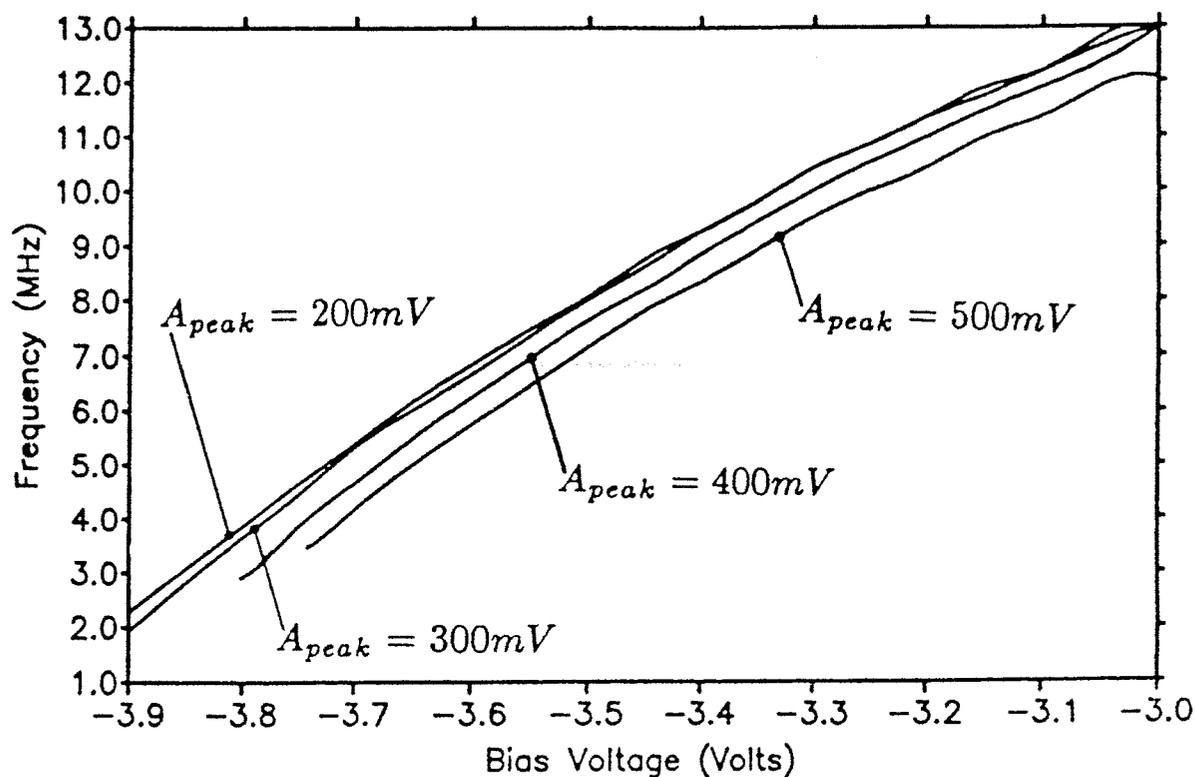


Figura 4.42: a) Frecuencia frente a tensión de polarización para el oscilador del cuarto prototipo para diferentes amplitudes de pico, b) Distorsión frente a amplitud para distintas polarizaciones

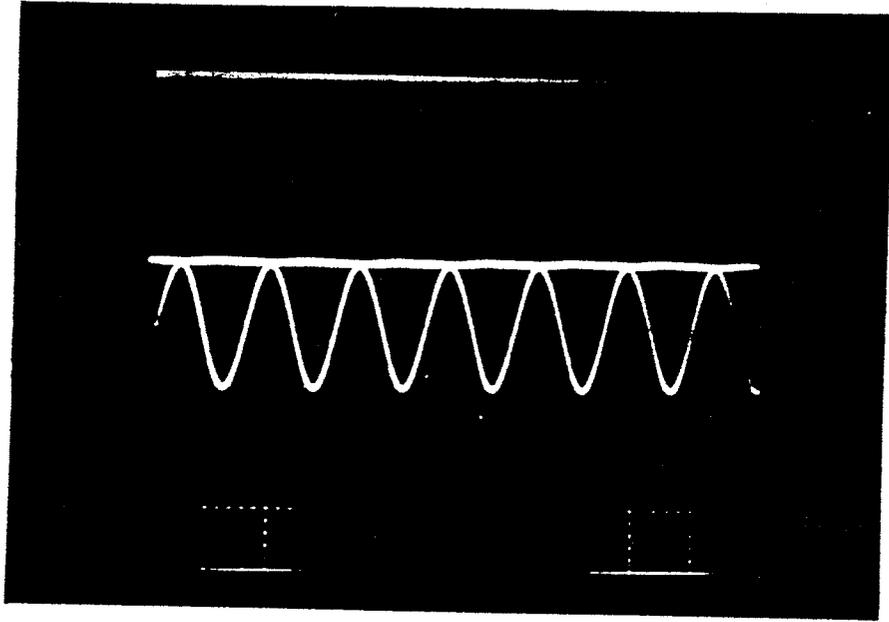


Figura 4.43: Forma de onda de salida del oscilador y del detector de pico a 13.0MHz

## Referencias

- [Author1] B. Linares-Barranco, "Design of Quasi-Sinusoidal Oscillators with OTAs", Master Thesis, Sevilla, September 1987.
- [Author3] B. Linares-Barranco, E. Sánchez Sinencio, A. Rodríguez-Vázquez y J.L. Huertas, "A 10MHz Voltage-Controlled OTA Quadrature Oscillator", *Electronic Letters*, 8th June 1989, vol.25, No.12, pp. 765-767.
- [Author4] E. Sánchez Sinencio, J. Ramírez-Angulo, B. Linares-Barranco y A. Rodríguez-Vázquez, "Operational Transconductance Amplifier-Based Nonlinear Function Syntheses", *International Journal of Solid State Circuits*, vol.24, No6, pp. 1576-1586, December 1989.
- [Author5] A. Rodríguez-Vázquez, B. Linares-Barranco, J.L. Huertas y E. Sánchez Sinencio, "On the Design of Voltage Controlled Sinusoidal Oscillators Using OTAs", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.37, No.2, pp. 198-211, February 1990.
- [Author7] B. Linares-Barranco, A. Rodríguez-Vázquez, J.L. Huertas y E. Sánchez Sinencio, "Generation and Design of Sinusoidal Oscillators Using OTAs", *Proceedings of the 1988 IEEE International Symposium on circuits and Systems*, June 1988, Helsinki, Finland, pp. 2863-2866.
- [Allen87] P.E. Allen and D.R. Holberg, "CMOS Analog Circuit Design", Holt Rinehart Winston 1987.
- [Balabanian81] N. Balabanian and T. Bickart, "Linear Network Theory", Matrix Publishers, 1981.
- [Clarke78] K.K. Clarke and D.T. Hess, "Communication Circuits: Analysis and Design". Addison Wesley 1978.
- [Eynde89] F. Op't Eynde and W. Sansen, "A 150 MHz OTA in 3micron CMOS Silicon Technology", *Proceedings of the 1989 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, May 1989, Portland, Oregon, pp. 86-89.
- [Krummen88] F. Krummenacher and N. Joehl, "A 4-MHz CMOS Continuous-Time Filter with On-Chip Automatic Tuning", *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol.23, No.3, June 1988.
- [Nedungadi84] A.P. Nedungadi and T.R. Viswanathan, "Design of Linear CMOS Transconductance Elements", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-31, pp. 391-394, October 1984.
- [Nedungadi86] A.P. Nedungadi and R.L. Geiger, "High Frequency Voltage-Controlled Continuous-Time Lowpass Filter Using Linearized CMOS Integrators", *Electronics Letters*, vol.22, pp. 729-731, June 1986.
- [Nevárez88] H. Nevárez-Lozano, J.A. Hill and E. Sánchez Sinencio, "Frequency Limitations of Continuous-Time OTA-C Filters", *Proceedings of the 1988*

*IEEE International Symposium on Circuits and Systems, June 1988, Helsinki, Finland, vol.3, pp.2169-2172.*

- [Park86] C.S. Park and R. Schaumann, "A High Frequency CMOS Linear Transconductance Element", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-35, pp.936-946, August 1988.
- [Peterson87] K.D. Peterson, A. Nedungadi and R.L. Geiger, "Amplifier Design Considerations for High Frequency Monolithic Filters", *Proceedings of the 1987 European Conference on Circuit Theory and Design*, pp.321-326, September 1987.
- [Sánchez88] E. Sánchez Sinencio, R.L. Geiger and H. Nevárez-Lozano, "Generation of Continuous Time Two Integrator Loop OTA Filter Structures", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol.CAS-35, pp. 936-946, August 1988.

## CAPITULO 5

### CONTROL PRECISO DE LA FRECUENCIA EN VCOS

#### 5.1. Introducción

Los osciladores en modo de transconductancia (modo-T) presentados en los Capítulos precedentes, tanto los no-sinusoidales como la cuasisinusoidales, permiten el control de la frecuencia de oscilación vía una tensión externa. Ello se debe a la relación existente entre la frecuencia de los osciladores modo-T y las intensidades de polarización de sus OTAs constituyentes, y al hecho de que tales intensidades pueden fijarse mediante tensiones aplicadas a los terminales de puerta de los transistores de polarización de tales OTAs.

Esta propiedad de las arquitecturas modo-T supone una gran potencialidad para la implementación de *osciladores controlados por tensión* (VCOs). La solución más sencilla a estos propósitos consiste en actuar directamente sobre el terminal de polarización pertinente. Un problema para ello es que la relación entre frecuencia y tensión de control será típicamente no-lineal. Más aún, existirán normalmente acoplos entre la frecuencia y la amplitud de las oscilaciones. Finalmente, tal esquema de control directo exhibirá una alta dependencia de la temperatura, parámetros del proceso, parásitos, etc.<sup>†1</sup>

En el presente Capítulo se analizan estructuras para el *control en lazo cerrado* de la frecuencia de oscilación de osciladores en modo-T. Se pretende así fundamentar una técnica para la implementación monolítica de VCOs que sean insensibles al proceso tecnológico, a la temperatura de operación, a los parásitos y a la edad del prototipo.

El punto de partida para un tal VCO es la especificación correspondiente a la *variación de la frecuencia con la tensión de control*. Típicamente, se deseará una *variación lineal* dentro de un determinado rango de frecuencia. Tal como se muestra en la Fig.5.1 los límites del rango de la tensión de control ( $V_{MIN}$  y  $V_{MAX}$ ) no son críticos desde el punto de vista de diseño. En caso necesario, estos pueden acomodarse a los rangos de polarización de los OTAs, mediante el uso de atenuadores/amplificadores y/o desplazadores de nivel.

---

<sup>1</sup> En osciladores modo-T sinusoidales, la frecuencia está dada por razones entre transconductancia y capacidad ( $gm/C$ ). En osciladores de onda cuadrada y triangulares, lo está por razones entre intensidades y capacidades ( $I_{ss}/C$ ). Ninguna de tales razones puede controlarse con precisión, llegando los correspondientes parámetros a exhibir tolerancias del 20% en procesos CMOS estándares.

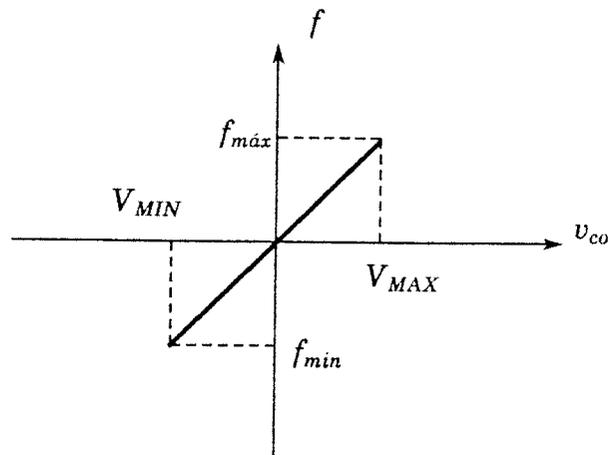


Figura 5.1: Especificación usual para un diseño VCO.

## 5.2. El Lazo de Control de la Frecuencia

La Fig.5.2 muestra la arquitectura del lazo de control de la frecuencia que se consideró en el presente Capítulo [Datel76]. A partir de la señal de salida del oscilador básico modo-T se genera una señal cuadrada que, opcionalmente, es dividida por  $N$ . Tal señal es aplicada a un *convertidor frecuencia-tensión* a cuya salida se obtiene una tensión que depende linealmente de la frecuencia de la señal cuadrada de entrada. La *señal de error*  $V_r$  resultante de sustraer tal tensión de la externa de control  $V_{co}$  es primero integrada y después aplicada al circuito de polarización del oscilador modo-T. Con ello, se asegura que en estado estacionario será  $V_x = V_{co}$ . En la medida que la operación del convertidor frecuencia-tensión sea lineal, la frecuencia de oscilación será una función lineal de  $V_{co}$ .

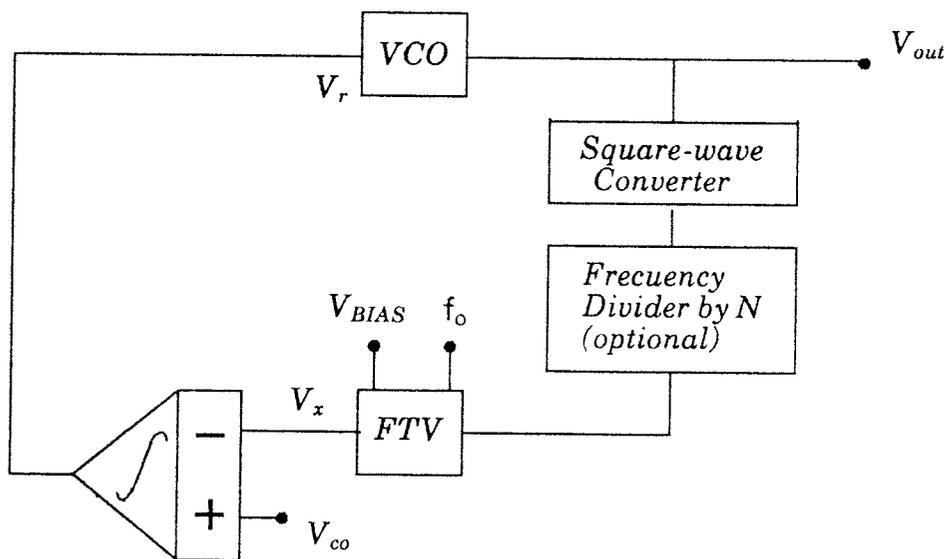


Figura.5.2: Lazo para el control de la frecuencia de un VCO

Lo anterior es una descripción cualitativa del funcionamiento de la Fig.5.2. Consideremos ahora una descripción analítica de tal funcionamiento. Supongamos a estos propósitos que la

operación del convertidor frecuencia a tensión está controlada mediante sendas señales que sirven de referencia para la frecuencia y la tensión,  $f_o$  y  $V_{BIAS}$  respectivamente <sup>†2</sup>. Considerando una señal cuadrada de frecuencia  $f_{in}$  a la entrada del convertidor, su tensión de salida está dada por:

$$V_X = V_{BIAS} \left[ n \frac{f_{in}}{f_{REF}} - 1 \right] \quad (5.1)$$

donde  $n$  es un entero positivo. Dado que, de acuerdo con la Fig.5.1,  $f_{in}$  es igual a  $f/n$ , donde  $f$  es la frecuencia del oscilador básico, se obtiene:

$$V_X = V_{BIAS} \left[ \frac{nf}{Nf_{REF}} - 1 \right] \quad (5.2)$$

Sea ahora  $\beta$  la constante del integrador,

$$\frac{dv_r}{dt} = \beta (V_{CO} - V_X) \quad (5.3)$$

y supongamos que el oscilador básico es cuasisinusoidal, esto es,

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{C} \quad (5.4)$$

con,

$$g_m = K (V_r - V_{th}) \quad (5.5)$$

donde  $K$  y  $V_{th}$  dependen del proceso así como de la topología y las geometrías de los OTAs usados en el oscilador básico.

Derivando respecto al tiempo la ec.(5.4) y combinándola con (5.5), (5.3) y (5.2) se obtiene:

$$\frac{df}{dt} = \frac{K\beta}{2\pi C} \left[ (V_{CO} - V_{BIAS} \left( \frac{nf}{Nf_{REF}} - 1 \right)) \right] \quad (5.6)$$

---

<sup>2</sup>  $f_o$  puede obtenerse via un oscilador de cuarzo. Respecto a la referencia de tensión, la tecnología CMOS ofrece la posibilidad de conseguir referencias precisas, independientes de la temperatura y del proceso.

Esta ecuación constituye un modelo dinámico del lazo de control de la frecuencia de la Fig.5.1. Tal lazo tiene un punto de equilibrio para  $df/dt = 0$ , esto es para una frecuencia,

$$f = \frac{Nf_{REF}}{n} \left( 1 + \frac{V_{CO}}{V_{BIAS}} \right) \quad (5.7)$$

Puede observarse una relación lineal entre la frecuencia y la tensión de control, independientemente del proceso y las condiciones de operación. Ahora bien, para que la Fig.5.1 alcance tal punto de equilibrio, hay que asegurar que el mismo es estable. Imponiendo la condición de estabilidad,  $d/df(df/dt)$ , se obtiene:

$$\frac{d}{df} \left( \frac{df}{dt} \right) = - \frac{K\beta n f}{2\pi C N f_{REF}} V_{BIAS} < 0 \quad (5.8)$$

la cual se verifica para cualquier conjunto de parámetros de diseño (se supone  $V_{BIAS} > 0$ ).

En resumen, suponiendo que el convertidor frecuencia a tensión está descrito mediante (5.1), la arquitectura de la Fig.5.2 implementa una operación de VCO donde la función  $f(V_{CO})$  es lineal y depende sólo de  $n$ ,  $N$ ,  $V_{BIAS}$  y  $f_0$ , lo que significa que es independiente de la temperatura, del proceso y de la amplitud de las oscilaciones. La Fig.5.3 ilustra la forma de la función  $f(V_{CO})$  implementada por la Fig.5.2.

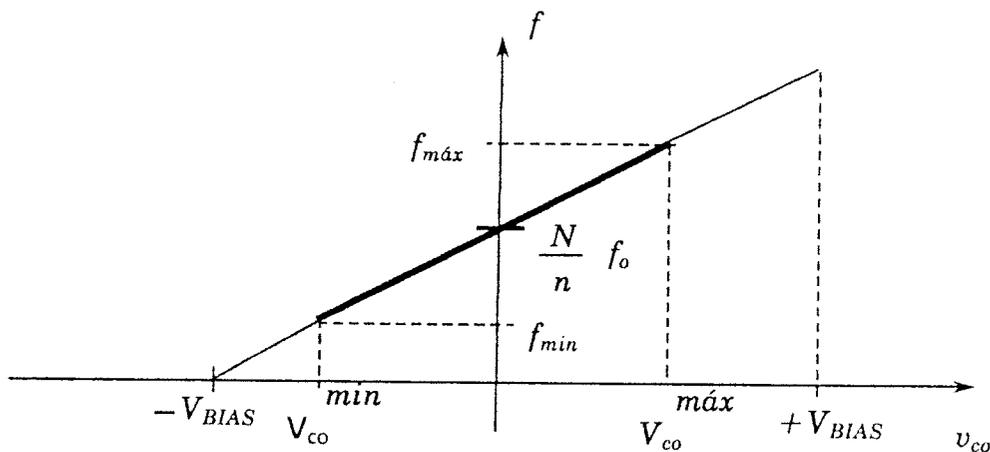


Figura.5.3: Especificación usual para el diseño de un VCO

### 5.3. El Convertidor Frecuencia a Tensión

Tal como se deduce de la descripción en el apartado precedente, el elemento básico del lazo de control de la frecuencia es el convertidor frecuencia a tensión (CFT). En la medida que su operación sea precisa y rápida lo será también la del VCO basado en él. Existen CFTs disponibles comercialmente [Datel 76, Burr88] los cuales se fundamentan en el concepto de tal bloque incluido en [Analog76]. Sin embargo, tales implementaciones no son adecuadas

para frecuencias superiores a 100 KHz [Datel 76] ó 1MHz [Burr88]. Aquí se propone un nuevo CFT que está orientado hacia la obtención de frecuencias de operación más elevadas.

El concepto del CFT propuesto se muestra en la Fig.5.4. Para cada flanco de subida de la señal de entrada, de frecuencia  $f/N$ , el monoestable produce un pulso de duración  $t_0 = 1/2f_0$ . Mientras la salida del monoestable está baja, el condensador se descarga via una corriente  $g_0$ , cargándose, por otra parte, via  $g_0(2nV_{BIAS}-V_x)$ . Cuando tal salida está alta, la Fig.5.5 ilustra la forma de onda triangular obtenida en el condensador. Puesto que  $V_x(t)$  se obtiene a partir de esta tensión via un detector de pico (ver Fig.5.4), ésta se mantiene prácticamente constante durante cada ciclo de la onda triangular. De un ciclo al siguiente,  $V_x(t)$  cambia según la siguiente expresión:

$$V_x(t+nT) = V_x(t) - \frac{g_0}{C} V_x(NT-t_0) + \frac{g_0}{C} \left[ 2n V_{BIAS} - V_x \right] t_0 \quad (5.9)$$

donde  $T = 1/f$ . Si  $f$  se mantiene constante, el circuito de la Fig.5.4 alcanza el estado estacionario,  $V_x(t+nT) = V_x(t)$ , para un valor de pico tal que:

$$\frac{g_0}{C} V_x(NT-t_0) = \frac{g_0}{C} \left[ 2n V_{BIAS} - V_x \right] t_0 \quad (5.10)$$

esto es, para;

$$V_x = V_{BIAS} \left( \frac{nf}{Nf_{REF}} - 1 \right) \quad (5.11)$$

Para analizar la estabilidad de este estado estacionario, observamos que (5.9) puede escribirse en una ecuación en diferencias finitas de primer orden,

$$V_x(m+1) = V_x(m) \left[ 1 - \frac{g_0}{C} NT \right] + R \quad (5.12)$$

donde  $V_x(m) \doteq V_x(NT)$  y  $R$  es una constante,

$$R = \frac{g_0 V_{BIAS}}{C} 2nt_0 \quad (5.13)$$

la estabilidad queda asegurada si el polo de la transformada  $Z$  de (5.12) está dentro del círculo unidad. Ello resulta en la siguiente condición:

$$\left| 1 - \frac{g_0}{C} NT \right| < 1 \quad (5.14)$$

a partir de la cual se obtiene:

$$0 < NT \frac{g_0}{C} < 2 \tag{5.15}$$

Dado que  $g_0$ ,  $C$ ,  $N$  y  $T$  son positivos, la condición para estabilidad se reduce a

$$f > \frac{Ng_0}{2C} \tag{5.16}$$

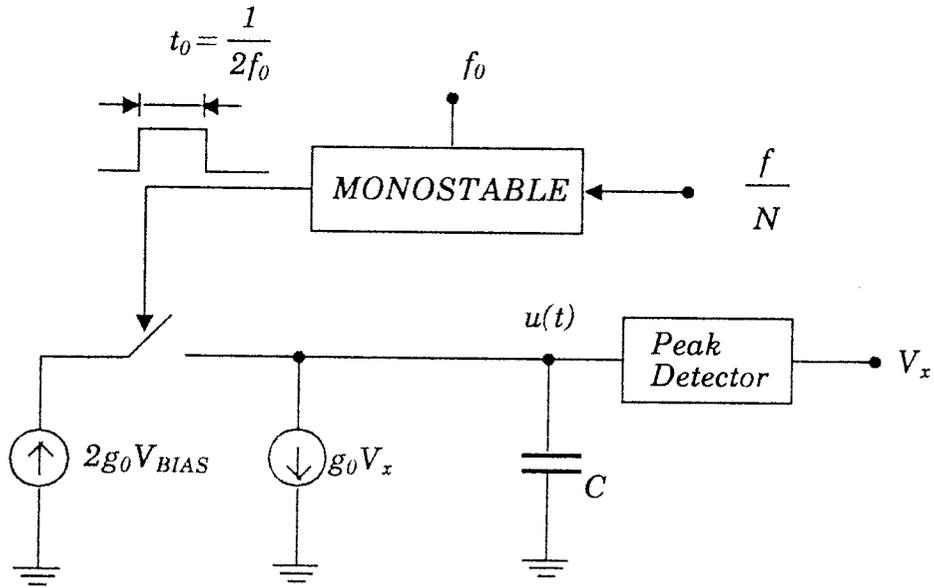


Figura.5.4: Diagrama del convertidor Frecuencia Tensión

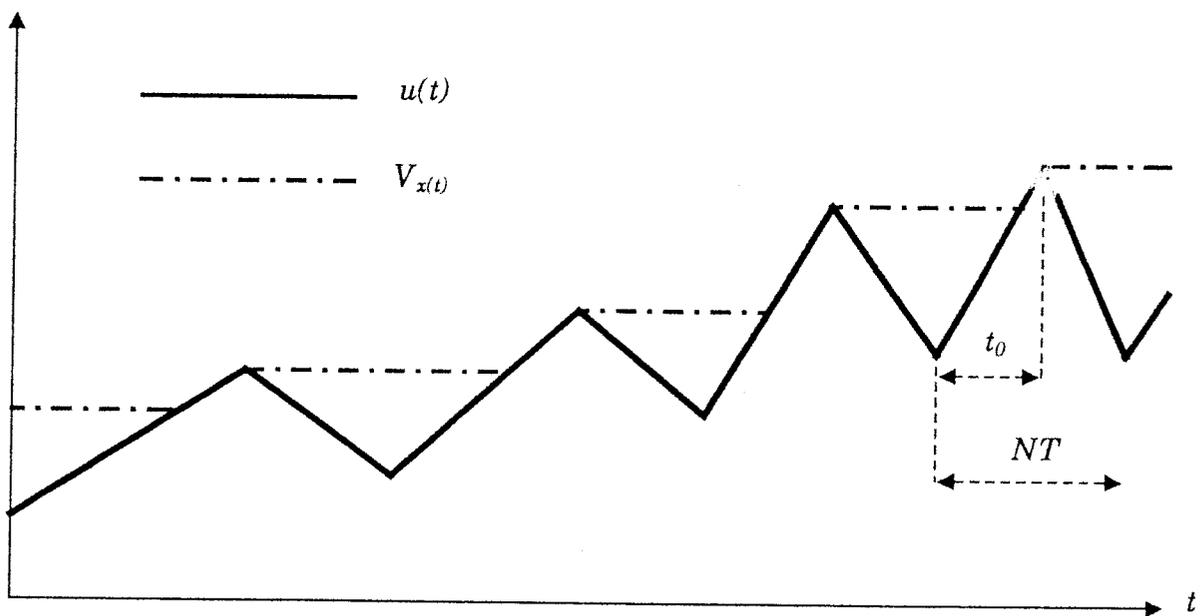


Figura 5.5: Formas de onda de las señales en el CFT

La Fig.5.6 muestra un esquemático adecuado a una implementación monolítica del concepto de la Fig.2.4. Obsérvese que para la llave se ha usado un conmutador de intensidad basado en un par diferencial. Las fuentes de intensidad controladas por tensión se han implementado mediante OTAs linealizados. Respecto al detector de pico, su implementación es lo mismo que el ya presentado en el Capítulo 4 y que reproducimos por conveniencia en la Fig.5.7.

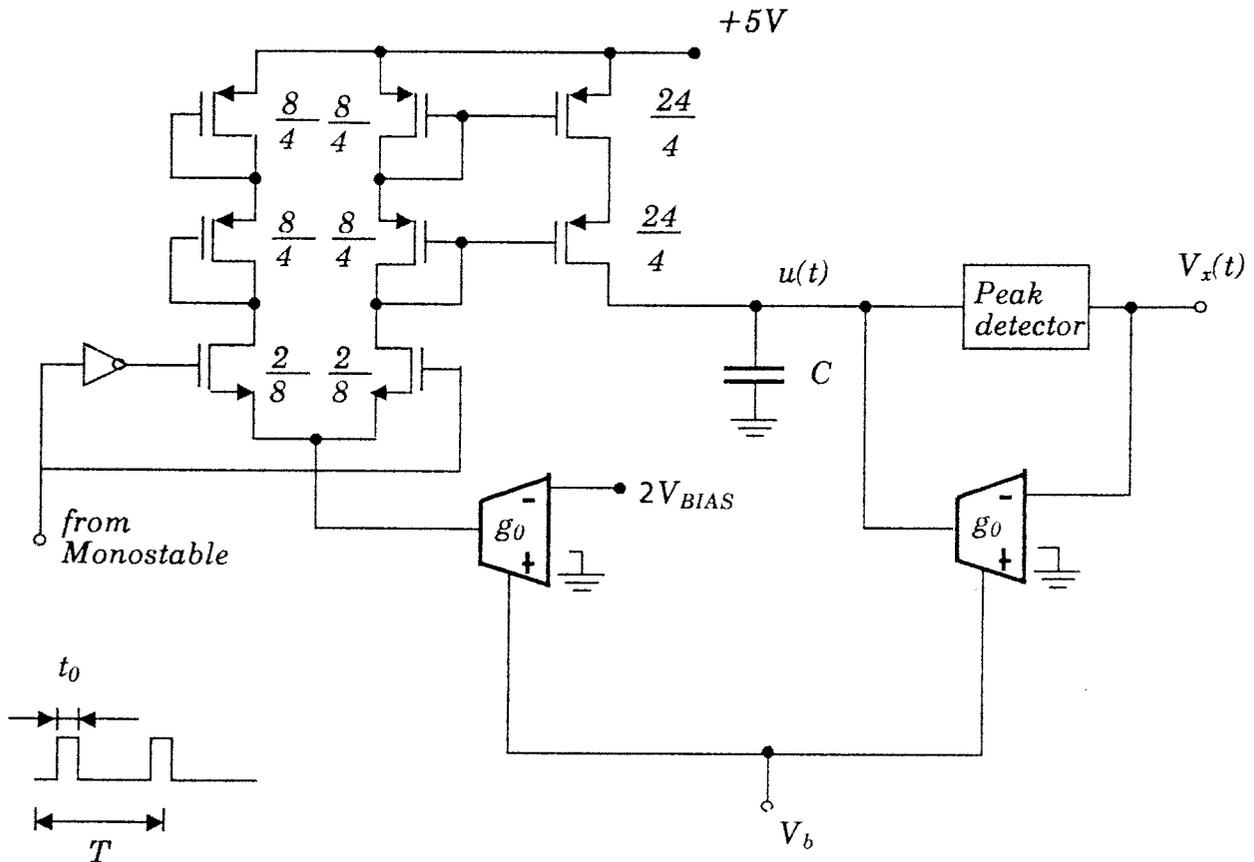


Figura 5.6: Circuito del CFT sin incluir el monoestable

Para la realización física del CFT es necesario concretar asimismo la implementación del monoestable que proporciona la señal cuadrada de entrada. Dicho bloque es objeto de atención en el siguiente apartado.

#### 5.4. Implementación del Monoestable

En la Fig. 5.8 se muestra una arquitectura monoestable adecuada para velocidades elevadas de operación. El funcionamiento de esta arquitectura se fundamenta en la teoría general sobre multivibradores [Strauss70, Chua87] y no será objeto de consideración más detenida en esta memoria. Obsérvese que la duración,  $t_0$ , del pulso de salida está dada por el tiempo necesario para cargar  $C_1$  con la intensidad  $I_{REF}$  desde  $0V$  a  $V_{REF}$ . Por otra parte,  $V_{REF}$  es la tensión que resulta de cargar  $C_2$  con  $I_{REF}$  durante un tiempo  $t_0 = 1/2f_0$  y

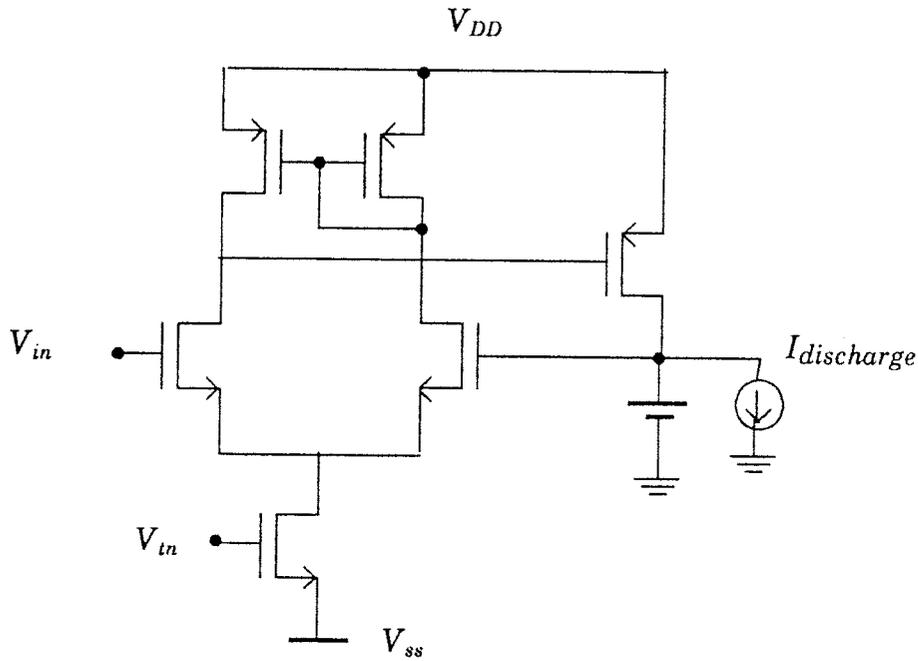


Figura 4.7: Detector de Pico

suponiendo que tal condensador está inicialmente descargado. Estas operaciones se realizan via los bloque encerrados en trazo discontinuo en la Fig.5.8, respectivamente. Si es  $C_1 = C_2 = C$  y ambos bloques están perfectamente apareados, es inmediato deducir de la discusión anterior que la duración del pulso de salida del monoestable será  $t_0$ , independientemente de los valores de  $I_{REF}$  y  $C$ .

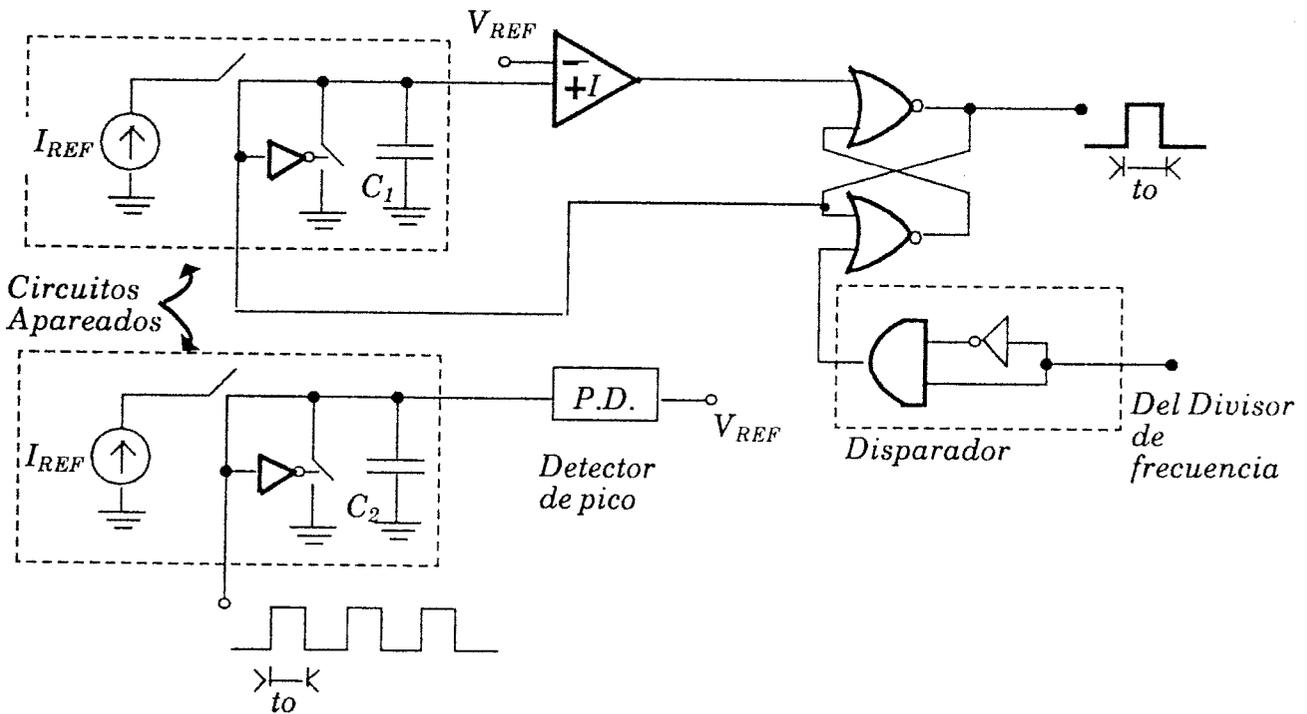


Figura 5.8: Circuito para el monoestable del CFT



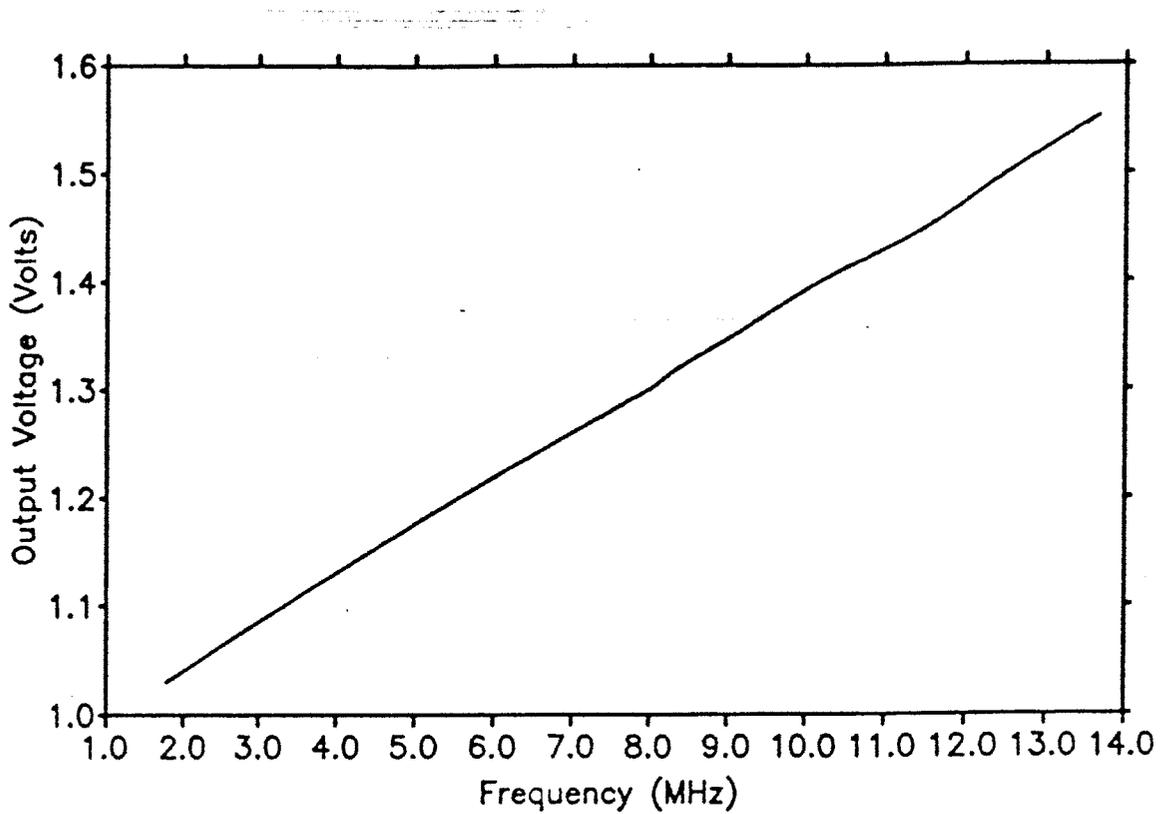


Figura 5.10: Característica de transferencia del CFT discreto

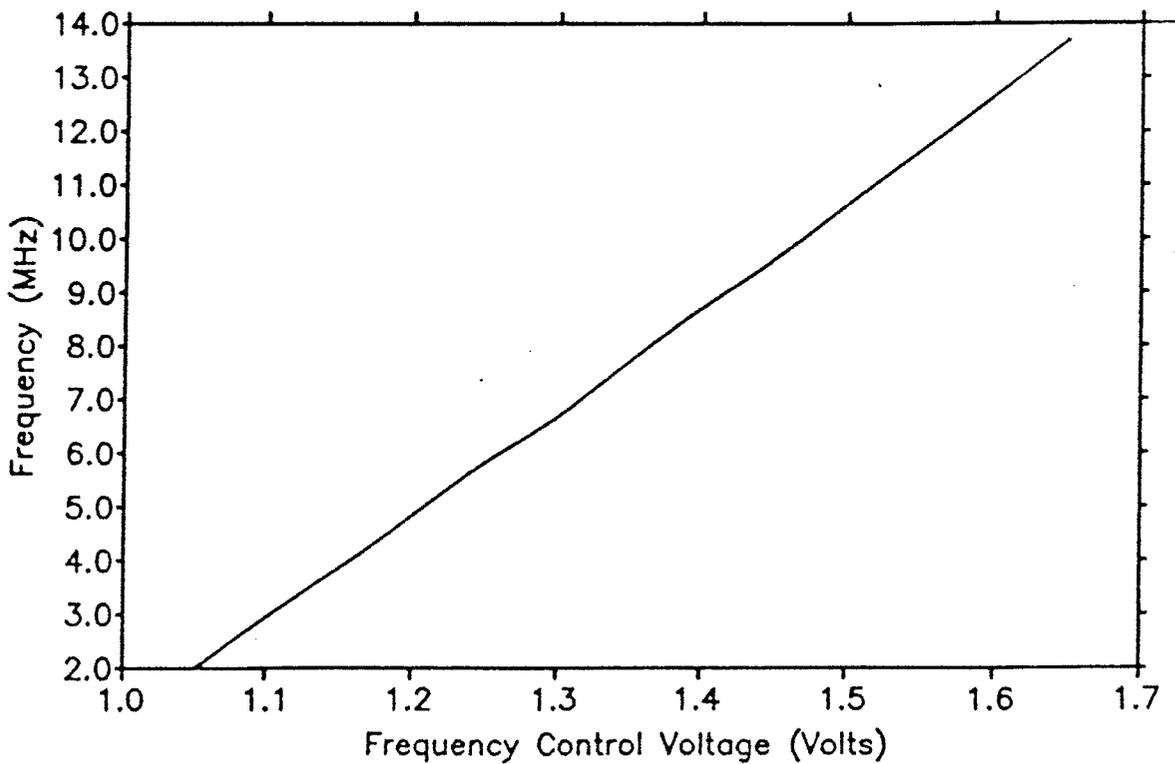


Figura 5.11: Característica del VCO con lazo de control de la frecuencia

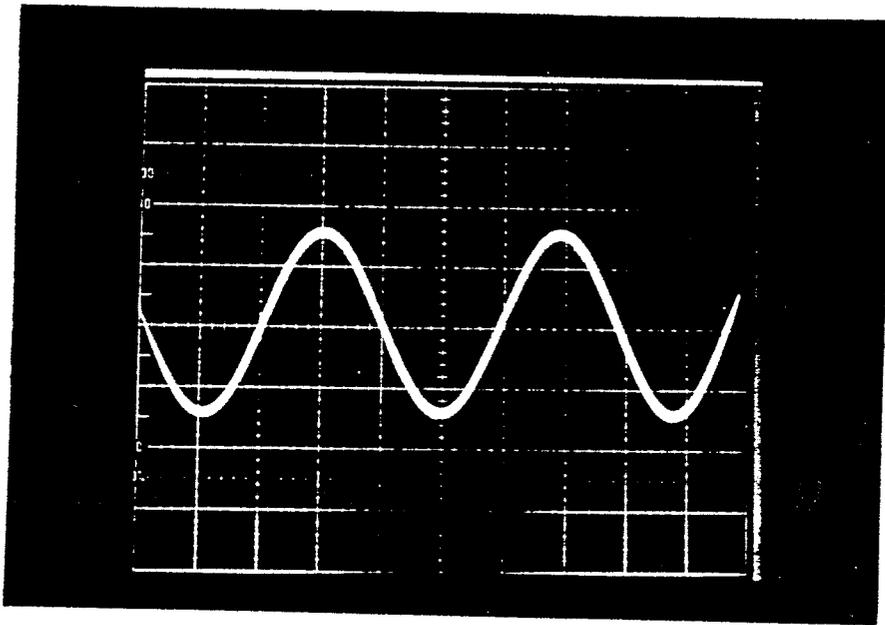


Figura 5.12: Forma de onda de salida del oscilador a 13.32MHz (20ns/div, 200mV/div)

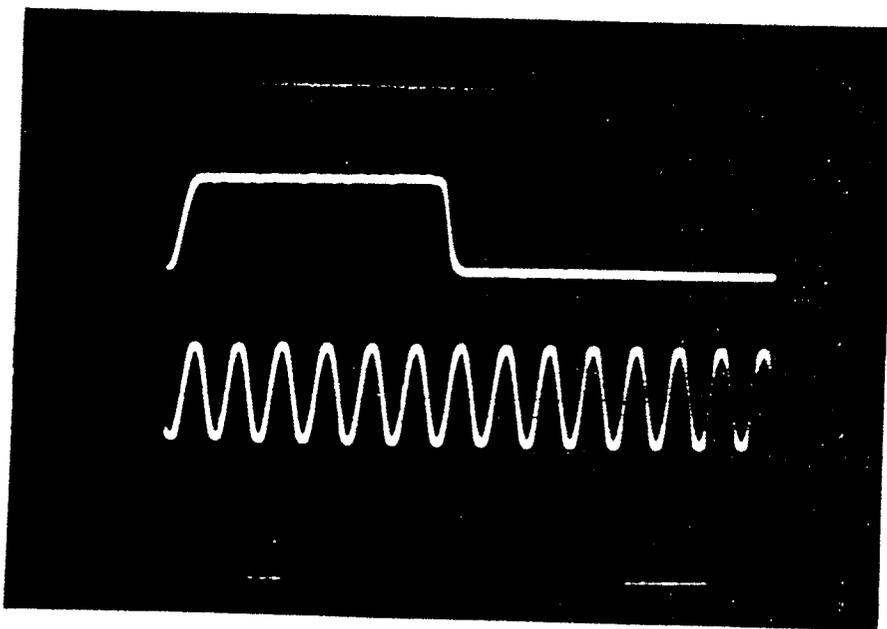


Figura 5.13: Salida del oscilador y del monoestable (200ns/div, trazo superior 2V/div, trazo inferior 200mV/div)

## 5.6. Conclusiones

En este Capítulo hemos introducido una técnica para controlar de forma precisa la frecuencia de un VCO a través de su voltaje de control. La frecuencia de las oscilaciones no está sujeta a variaciones de temperatura, del proceso ni de los parásitos. La técnica que se ha propuesto ni siquiera requiere ningún tipo de calibrado o reajuste una vez fabricado el circuito. El único requerimiento es la disponibilidad de una referencia de tensión precisa, que puede ser incluida en el chip, y una referencia de frecuencia fija externa, que puede ser un oscilador de cuarzo. Los resultados experimentales mostrados de un prototipo discreto que incluye un oscilador monolítico prueban la viabilidad de la técnica que se ha propuesto.

Técnicas de modo-T para filtros y osciladores sinusoidales se han hecho muy populares en los últimos años debido a su inherente habilidad de trabajar bien a frecuencias bastante más altas que aquellas alcanzables por técnicas de condensadores conmutados o de tiempo continuo basados en amplificadores operacionales. Sin embargo, presentan el gran inconveniente de la gran tolerancia en los valores de sus frecuencias características.

No obstante, por otro lado, presentan la capacidad de poder ser sintonizados en tiempo real, y así de poder compensar dichas tolerancias si se añade un lazo de sintonía adecuado. Se han reportado algunos lazos de sintonía para filtros basados en PLLs, pero según nuestro conocimiento aún no se conoce nada para la sintonía precisa de VCOs en modo-T. Esta tesis, y en concreto, este Capítulo, constituye una solución a dicho problema. Podemos decir que el período puramente académico para este tipo de técnica está alcanzando su fin y que el campo está lo suficientemente maduro para ser adoptado por la industria. Se espera ver durante los próximos años un período de desarrollo orientado a la puesta a punto de productos comerciales basados en estas técnicas así como el comienzo de una etapa de *marketing* para filtros y osciladores de técnicas en modo-T.

## 5.7. Referencias

- [Analog76] Analog Devices, "Nonlinear Circuits Handbook", Ed. Daniel H. Sheingold, Analog Devices Inc. 1976.
- [Burr88] Burr-Brown Corporation, "Synchronized Voltage-to-Frequency Converters", International Airport Industrial Park, P.O. Box 11400, Tucson, Arizona 85734, 1988.
- [Datel76] Datel System Incorporation, "Designer's guide to V/F Converters", 1020 Turnpike Street, Canton, Mass. 02021, 1976.
- [VTC87] VTC Incorporated, "High Performance Integrated Circuits", Data Book Supplement, 1987.
- [Strauss70] L. Strauss, "Wave Generation and Shaping", McGraw-Hill, 1970.
- [Chua87] L.O. Chua, C.A. Desoer and E. S. Kuh, "Linear and Nonlinear Circuits", McGraw-Hill 1987.
- [Vittoz85] E.A. Vittoz, "The Design of High-Performance Analog Circuits on Digital CMOS Chip", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. SC-20, No 3, June 1985, pp 657-665.

## APENDICE A: METODO SIMPLIFICADO DE BALANCE ARMÓNICO

Consideremos un oscilador representado por un diagrama de bloque en la Figura A.1,

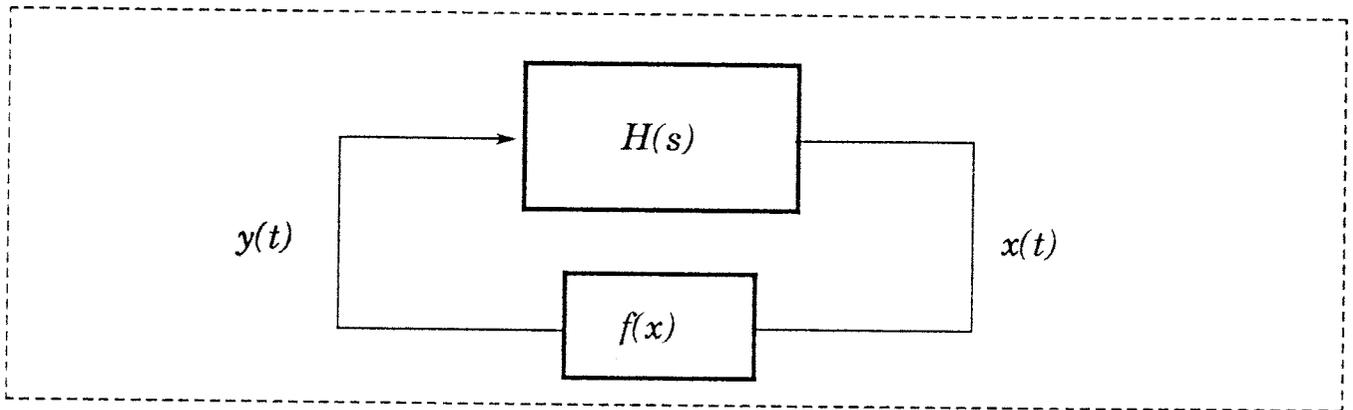


Figura A.1: Diagrama General de Bloques de un Oscilador

Donde  $H(s)$  es lineal y frecuencia dependiente, y  $f(x)$  es no-lineal y frecuencia independiente.

Tomamos  $x(t)$  como un señal cuasi-sinusoidal que aproximamos por los primeros  $N$  términos de su serie de Fourier,

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos \theta_n + b_n \sin \theta_n) \quad (\text{A.1})$$

$$\theta_n = n\omega t$$

$$|a_0|, |a_1 + jb_1| \gg |a_i + jb_i| \quad i = 2, \dots$$

donde  $\omega$  es la frecuencia del componente armónico fundamental. Entonces tenemos,

$$y(t) = f(a_0 + a_1 \cos \theta_1 + \dots + a_N \cos \theta_N + b_1 \sin \theta_1 + \dots + b_N \sin \theta_N) \quad (\text{A.2})$$

Observemos que aquí  $f(\cdot)$  puede ser visto como un función de  $N$  variables  $\theta_i$ , y periódica en cada uno de ellas con período  $2\pi$ . Esto permite una expansión en serie de Fourier de  $N$  dimensiones de  $f(\Theta)$ ,

$$f(\Theta) = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} A_n e^{jn \cdot \Theta} \tag{A.3a}$$

$$\Theta \equiv (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N), n \equiv (n_1, n_2, \dots, n_N) \tag{A.3}$$

$$A_n = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_N f(\theta) e^{-jn \cdot \Theta} \tag{A.3c}$$

Llamándole,

$$\varepsilon(\Theta') = \sum_{q=2}^N (a_q \cos\theta_q + b_q \sin\theta_q); \Theta' \equiv (\theta_2, \dots, \theta_N) \tag{A.4}$$

Asumamos ahora que  $f(\Theta)$  puede ser expandido en la serie Taylor alrededor del punto  $a_0 + a_1 \cos\theta_1 + b_1 \sin\theta_1$

$$f(\Theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} f^{(p)}(a_0 + a_1 \cos\theta_1 + b_1 \sin\theta_1) \varepsilon^p(\Theta') \tag{A.5}$$

De acuerdo con la ecuación (A.1) aproximamos  $f(\Theta)$  por los primeros dos términos de dicha expansión,

$$f(\Theta) \approx f(a_0 + a_1 \cos\theta_1 + b_1 \sin\theta_1) + f'(a_0 + a_1 \cos\theta_1 + b_1 \sin\theta_1) \varepsilon(\Theta) \tag{A.6}$$

Sustituyendo esta ecuación (A.3c) y llamando  $x_0 = a_0 + a_1 \cos\theta_1 + b_1 \sin\theta_1$ ,

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f(x_0) e^{-jn_1\theta_1} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_2 e^{-jn_2\theta_2} \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_N e^{-jn_N\theta_N} + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) e^{-jn_1\theta_1} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_2 \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_N \varepsilon(\Theta) e^{-jn \cdot \Theta} = \\ &= \frac{\delta(n_2) \dots \delta(n_N)}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f(x_0) e^{-jn_1\theta_1} + \\ &+ \sum_{q=2}^N \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) e^{-jn_1\theta_1} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_2 \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_N (a_q \cos\theta_q + b_q \sin\theta_q) e^{-jn \cdot \Theta} \end{aligned} \tag{A.7}$$

Definiendo,

$$F_0(n_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f(x_0) e^{-jn_1\theta_1} \tag{A.8a}$$

$$F_1(n_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) e^{-jn_1\theta_1} \tag{A.8b}$$

siendo el resultado,

$$A_n = \delta(n_2) \dots \delta(n_N) F_0(n_1) +$$

$$+ F_1(n_1) \sum_{q=2}^N \delta(n_2) \dots \delta(n_{q-1}) \delta(n_{q+1}) \dots \delta(n_N) \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_q (a_q \cos\theta_q + b_q \sin\theta_q) e^{-jn_q\theta_q}$$

y

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_q (a_q \cos\theta_q + b_q \sin\theta_q) e^{-jn_q\theta_q} = \tag{A.9}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{a_q}{2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_q \left[ e^{j(1-n_q)\theta_q} + e^{-j(1+n_q)\theta_q} \right] + \frac{1}{2\pi} \frac{b_q}{2j} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_q \left[ e^{j(1-n_q)\theta_q} - e^{-j(1+n_q)\theta_q} \right] =$$

$$= \frac{a_q}{2} [\delta(n_q - 1) + \delta(n_q + 1)] + \frac{b_q}{2j} [\delta(n_q - 1) - \delta(n_q + 1)] =$$

$$= \frac{a_q - jb_q}{2} \delta(n_q - 1) + \frac{a_q + jb_q}{2} \delta(n_q + 1) \tag{A.10}$$

Por lo tanto,

$$A_n = F_0(n_1) \delta(n_1) + F_1(n_1) \sum_{q=2}^N \delta(n_q) \left[ \frac{a_q - jb_q}{2} \delta(n_q - 1) + \frac{a_q + jb_q}{2} \delta(n_q + 1) \right] \tag{A.11}$$

Donde

$$\delta(\mathbf{n}_q) = \delta(n_2) \dots \delta(n_{q-1}) \delta(n_{q+1}) \dots \delta(n_N)$$

Ahora notamos que ambos  $F_0(n_1)$  y  $F_1(n_1)$  son complejas,

$$F_p(n_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f^{(p)}(x_0) \cos n_1 \theta_1 - \frac{j}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f^{(p)}(x_0) \sin n_1 \theta_1 =$$

$$= f_p(n_1) - j f_p^*(n_1) \tag{A.12}$$

De acuerdo con la ecuación (A.11) los vectores que dan coeficientes  $A_n$  son no nulos

$$\mathbf{n} \equiv (n_1, 0, \dots, n_q, \dots, 0), n_q = 0, 1, -1, q = 2, \dots, N \tag{A.13}$$

Volviendo a escribir la ecuación (A.3a) como,

$$y(t) = \sum_n A_n e^{jn \cdot \Theta} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\mathbf{n}_k} A_{\mathbf{n}_k} e^{j\mathbf{n}_k \cdot \Theta} \approx \sum_{k=0}^N \sum_{\mathbf{n}_k} A_{\mathbf{n}_k} e^{j\mathbf{n}_k \cdot \Theta} \tag{A.14}$$

Donde,

$$\{\mathbf{n}_k\} = \{ \mathbf{n} \text{ tal que } \mathbf{n} \cdot \Theta = \sum_{m=1}^N n_m m \omega t = \pm k \omega t \} \tag{A.15}$$

Teniendo en cuenta (A.13), la ecuación (A.14) es,

$$y(t) = \sum_{k=0}^N \left\{ A_{(k,0,\dots,0)} e^{jk\omega t} + \sum_{q=2}^N A_{(k-q,0,\dots,1,\dots,0)} e^{jk\omega t} + \sum_{q=2}^N A_{(k+q,0,\dots,-1,\dots,0)} e^{jk\omega t} + \right. \\ \left. + A_{(-k,0,\dots,0)} e^{-jk\omega t} + \sum_{q=2}^N A_{(-k-q,0,\dots,1,\dots,0)} e^{-jk\omega t} + \sum_{q=2}^N A_{(-k+q,0,\dots,-1,\dots,0)} e^{-jk\omega t} \right\} \tag{A.16}$$

Mediante la ecuación (A.11)

$$y(t) = \sum_{k=0}^N \left\{ F_0(k) + \sum_{q=2}^N F_1(k-q) \frac{a_q - jb_q}{2} + \sum_{q=2}^N F_1(k+q) \frac{a_q + jb_q}{2} \right\} e^{jk\omega t} + \\ + \sum_{k=0}^N \left\{ F_0(-k) + \sum_{q=2}^N F_1(-k-q) \frac{a_q - jb_q}{2} + \sum_{q=2}^N F_1(-k+q) \frac{a_q + jb_q}{2} \right\} e^{-jk\omega t} \tag{A.17}$$

Sustituyendo la ecuación (A.12) en (A.17) y haciendo

$$\frac{f_1(k-q) + f_1(k+q)}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) \cos k\theta_1 \cos q\theta_1 = f_{cc}(k,q) \\ - \frac{f_1(k-q) - f_1(k+q)}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) \sin k\theta_1 \sin q\theta_1 = f_{ss}(k,q)$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{f_1^*(K-q) - f_1^*(K+q)}{2} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) \cos k\theta_1 \sin q\theta_1 = f_{cs}(k,q) \\
 \frac{f_1^*(K-q) + f_1^*(K+q)}{2} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 f'(x_0) \sin k\theta_1 \cos q\theta_1 = f_{sc}(k,q)
 \end{aligned}
 \tag{A.18}$$

Se deduce que,

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_{k=0}^N 2 \left\{ F_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{f_{cc}}(k,q) + b_{f_{cs}}(k,q)] \right\} \cos k\omega t + \\
 &+ \sum_{k=0}^N 2 \left\{ F_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{f_{sc}}(k,q) - b_{f_{ss}}(k,q)] \right\} \sin k\omega t
 \end{aligned}
 \tag{A.19}$$

Para relacionar ahora  $y(t)$  y  $x(t)$  a través de los elementos lineales de la figura A.1  $H(s)$ , consideramos

$$\begin{aligned}
 y(t) &= A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t = \text{Re} \left\{ (A_n - jB_n) e^{j\omega_n t} \right\} \\
 x(t) &= a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t = \text{Re} \left\{ (a_n - jb_n) e^{j\omega_n t} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{A.20}$$

Desde,

$$(a_n - jb_n) = (A_n - jB_n) H^*(j\omega_n)
 \tag{A.21}$$

Si llamamos,

$$\begin{aligned}
 h_r(\omega_n) &= \text{Re} H^*(j\omega) = \text{Re} H(j\omega) \\
 -h_i(\omega_n) &= -\text{Im} H^*(j\omega) = \text{Im} H(j\omega)
 \end{aligned}
 \tag{A.22}$$

El resultado será

$$\begin{aligned}
 a_n &= A_n h_r(\omega_n) - B_n h_i(\omega_n) \\
 b_n &= B_n h_r(\omega_n) + A_n h_i(\omega_n)
 \end{aligned}
 \tag{A.23}$$

La ecuación (A.23) es válida para cada componente armónico. Por lo tanto, junto con la ecuación (A.19) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 \frac{a_k}{2} &= \left\{ f_0(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(k,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(k,q)] \right\} h_r(k\omega) - \\
 &- \left\{ f_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(k,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(k,q)] \right\} h_i(k\omega), \quad k = 0, 1, \dots, N \\
 \frac{b_k}{2} &= \left\{ f_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(k,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(k,q)] \right\} h_r(k\omega) - \\
 &- \left\{ f_0(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(k,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(k,q)] \right\} h_i(k\omega), \quad k = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{A.24}$$

Tenemos  $2N + 1$  ecuaciones. Como la fase fundamental puede ser colocado arbitrariamente, podemos hacer  $b_1 = 0$  sin perder información. Entonces las incógnitas son  $a_0, a_1, \dots, a_N, b_2, \dots, b_N$  y  $\omega$ , esto es  $2N + 1$  las incógnitas.

Además, podemos separar el sistema (A.24) en un conjunto de ecuaciones no-lineales en las incógnitas  $a_0, a_1$  y  $\omega$

$$\begin{aligned}
 \frac{a_0}{2} &= \left\{ f_0(0) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(0,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(0,q)] \right\} h_r(0) - \left\{ f_0^*(0) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(0,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(0,q)] \right\} h_i(0) \\
 \frac{a_1}{2} &= \left\{ f_0(1) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(1,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(1,q)] \right\} h_r(\omega) - \left\{ f_0^*(1) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(1,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(1,q)] \right\} h_i(\omega) \\
 0 &= \left\{ f_0^*(1) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(1,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(1,q)] \right\} h_r(\omega) + \left\{ f_0(1) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(1,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(1,q)] \right\} h_i(\omega)
 \end{aligned} \tag{A.25}$$

y en un conjunto de ecuaciones lineales en las incógnitas  $a_2, \dots, a_N, b_2, \dots, b_N$ ,

$$\begin{aligned}
 \frac{a_k}{2} &= \left\{ f_0(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{cc}} f_{cc}(k,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(k,q)] \right\} h_r(k\omega) - \\
 &- \left\{ f_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(k,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(k,q)] \right\} h_i(k\omega), \quad k = 0, 1, \dots, N \\
 \frac{b_k}{2} &= \left\{ f_0^*(k) + \sum_{q=2}^N [a_{q_{sc}} f_{sc}(k,q) - b_{q_{ss}} f_{ss}(k,q)] \right\} h_r(k\omega) -
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

$$- \left\{ f_0(k) + \sum_{q=2}^N [\alpha_{q_{cc}} f_{cc}(k,q) + b_{q_{cs}} f_{cs}(k,q)] \right\} h_i(k\omega), k = 2, \dots, N$$

Una forma posible para resolver estas ecuaciones es dando algunos valores iniciales arbitrarios a  $a_0$ ,  $a_1$  y  $\omega$ , hacer  $a_i = b_i = 0$  para  $i = 2, \dots, k$ ; obtener  $a_i$ ,  $b_i$  para  $i = 2, \dots, k$  por la ecuación (A.26); actualizar  $a_0$ ,  $a_1$  y  $\omega$  por la ecuación (A.25); y continuamos iterando hasta obtener convergencia.

Otra alternativa podría ser, después de obtener  $a_0$ ,  $a_1$  y  $\omega$  a través de un método diferente, usar el sistema de ecuaciones lineales (A.26) para obtener el resto de los armónicos.

## APENDICE B

### LISTADOS DE SPICE

#### Listing3.1

\*\*\*\*\*12-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.6 3/15/83 \*\*\*\*\*11:58:59\*\*\*\*\*

OTA

\*\*\*\* INPUT LISTING TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*

```
.SUBCKT OTA 1 2 9
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 100
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -1
VISS+ 8 0 +1
GOUT 0 9 6 0 1E-6
ROUT 9 0 1E8
.ENDS
X1 1 0 9 OTA
VIN 1 0 AC
VOUT 9 0 0
.MODEL DIODE D N=1E-3
.DC VIN -.02 .02 .002
.PLOT DC I(VOUT)
.AC DEC 3 1E4 1E9
.PLOT AC IM(VOUT) IP(VOUT)
.WIDTH OUT=80
.END
```

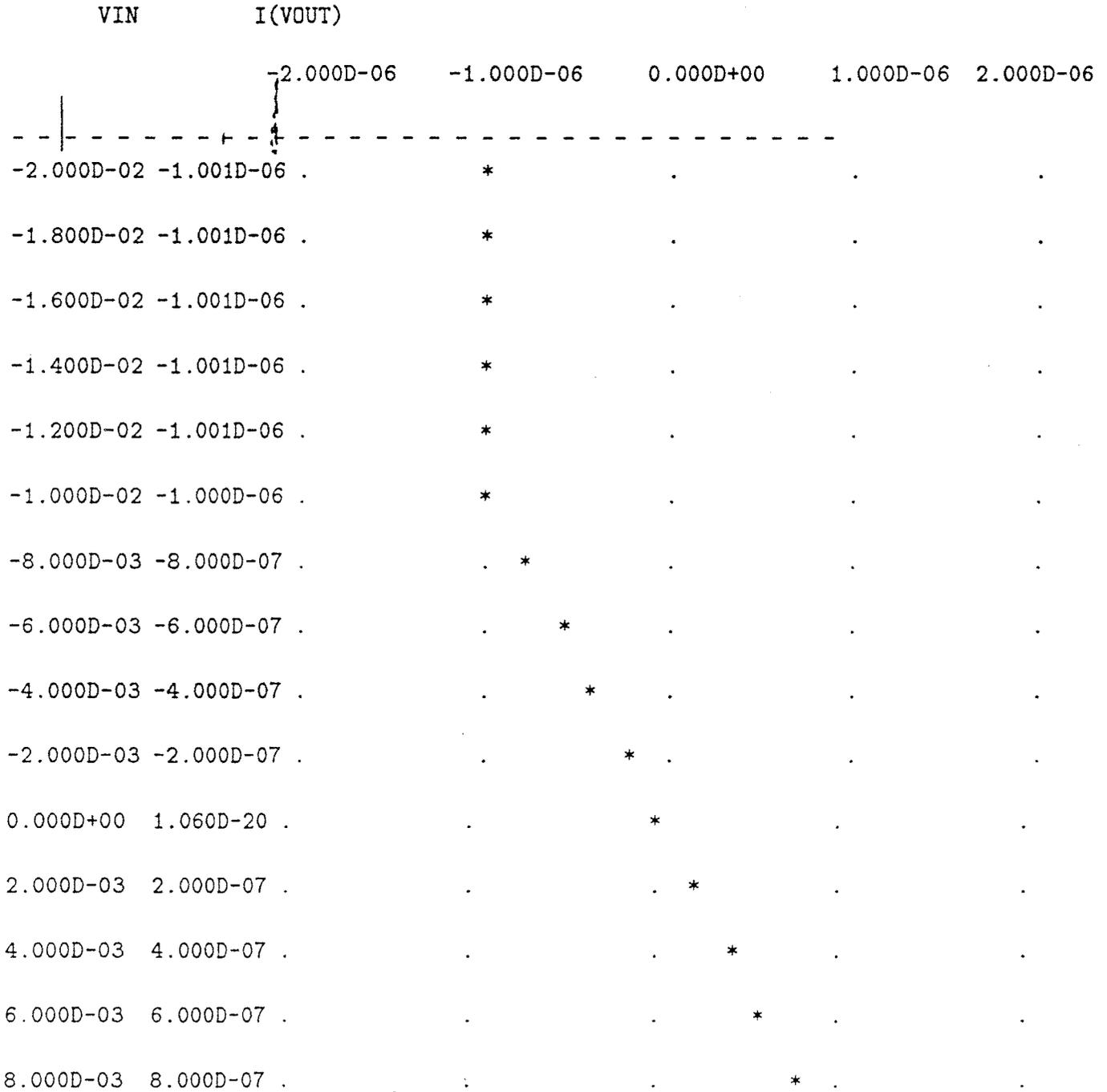
Listing3.2a

\*\*\*\*\*12-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.6 3/15/83 \*\*\*\*\*11:58:59\*\*\*\*\*

OTA

\*\*\* DC TRANSFER CURVES TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*



1.000D-02	1.000D-06	.	.	.	*	.
1.200D-02	1.001D-06	.	.	.	*	.
1.400D-02	1.001D-06	.	.	.	*	.
1.600D-02	1.001D-06	.	.	.	*	.
1.800D-02	1.001D-06	.	.	.	*	.
2.000D-02	1.001D-06	.	.	.	*	.
-----						

Listing3.2b

\*\*\*\*\*12-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.6 3/15/83 \*\*\*\*\*11:58:59\*\*\*\*\*

OTA

\*\*\* AC ANALYSIS TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*

LEGEND:

\*: IM(VOUT)

+: IP(VOUT)

FREQ	IM(VOUT)				
(*)-----	1.000D-08	1.000D-06	1.000D-04	1.000D-02	1.000D+00
-----					
(+)-----	-2.000D+02	-1.500D+02	-1.000D+02	-5.000D+01	0.000D+00
-----					
1.000D+04	1.000D-04 .	.	*	.	+
2.154D+04	1.000D-04 .	.	*	.	+
4.642D+04	1.000D-04 .	.	*	.	+
1.000D+05	1.000D-04 .	.	*	.	+
2.154D+05	1.000D-04 .	.	*	.	+
4.642D+05	1.000D-04 .	.	*	.	+
1.000D+06	1.000D-04 .	.	*	.	+
2.154D+06	1.000D-04 .	.	*	.	+
4.642D+06	1.000D-04 .	.	*	.	+
1.000D+07	1.000D-04 .	.	*	.	+
2.154D+07	1.000D-04 .	.	*	.	+

4.642D+07	1.000D-04	.	.	*	.	+	.
1.000D+08	1.000D-04	.	.	*	+	.	.
2.154D+08	1.000D-04	.	.	+	*	.	.
4.642D+08	1.000D-04	.	+	*	.	.	.
1.000D+09	1.000D-04	.	+	*	.	.	.

-----

## Listing3.3

```
*****12-MAR-90 ***** SPICE 2G.6 3/15/83 *****12:04:16*****
```

```
HYST
```

```
**** INPUT LISTING TEMPERATURE = 27.000 DEG C
```

```
*****
```

```
.SUBCKT HYST 1 2 9
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 100
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -1
VISS+ 8 0 +1
GOUT 0 1 6 0 1E-6
ROUT 1 0 1E8
GOT2 0 9 6 0 1E-6
ROT2 9 0 1E8
D3 11 1 DIODE
VL- 11 0 -1
D4 1 12 DIODE
VL+ 12 0 1
.ENDS
X1 1 2 3 HYST
VIN 2 0 SIN(0 1.5 1E6 0 0)
VOUT 3 0 0
.MODEL DIODE D N=1E-3
.TRAN 1E-9 2E-6 1E-6
.PRINT TRAN V(2) I(VOUT)
.OPTIONS LIMPTS=1001 ITL5=0
.WIDTH OUT=80
.END
```

## Listing3.4a

```
*****15-MAR-90 ***** SPICE 2G.6 3/15/83 *****13:19:36*****
```

```
Nonlinear Resistor
```

```
**** INPUT LISTING TEMPERATURE = 27.000 DEG C
```

```
*****
```

```
.SUBCKT MULT 1 2 6
E1 4 0 3 0 0 0 1
E2 5 0 1 2 0 0 1
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
RI3 3 0 1E20
EX1 3 2 1 0 1
RI4 4 0 1E20
RI5 5 0 1E20
GOU 6 0 4 5 1.25E-7
.ENDS
.SUBCKT INL 1 5
E1 2 0 1 0 10
R1 2 3 1K
D1 0 3 DIODE
D2 3 4 DIODE
VIC 4 0 1
X1 3 5 1 MULT
RO 1 0 1E20
.ENDS
X1 1 3 INL
VBI 3 0 1
VIN 2 0
VI1 2 1 0
X2 10 30 INL
E1 11 0 1 0 1
VI2 11 10 0
VB2 30 0 2
X3 15 35 INL
E2 16 0 1 0 1
VI3 16 15 0
VB3 35 0 3
.MODEL DIODE D N=1E-3
.DC VIN -2 2 :2
```

```
.PLOT DC I(VI1) I(VI2) I(VI3) (0 1.5E-6)  
.WIDTH OUT=80  
.OPTIONS PIVTOL=1E-21  
.END
```

**Listing3.4a**

\*\*\*\*\*15-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.6 3/15/83 \*\*\*\*\*13:19:36\*\*\*\*\*

Nonlinear Resistor

\*\*\* DC TRANSFER CURVES TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*

LEGEND:

\*: I(VI1)  
 +: I(VI2)  
 =: I(VI3)

VIN	I(VI1)				
(*+=)-----	0.000D+00	3.750D-07	7.500D-07	1.125D-06	
1.500D-06					
-----					
-2.000D+00	-3.663D-10 X	.	.	.	.
-1.800D+00	-3.649D-10 X	.	.	.	.
-1.600D+00	-3.634D-10 X	.	.	.	.
-1.400D+00	-3.617D-10 X	.	.	.	.
-1.200D+00	-3.597D-10 X	.	.	.	.
-1.000D+00	-3.573D-10 X	.	.	.	.
-8.000D-01	-3.545D-10 X	.	.	.	.
-6.000D-01	-3.507D-10 X	.	.	.	.
-4.000D-01	-3.455D-10 X	.	.	.	.
-2.000D-01	-3.365D-10 X	.	.	.	.
0.000D+00	5.050D-16 X	.	.	.	.
2.000D-01	5.003D-07 .	.	*	.	+ . =

4.000D-01	5.003D-07	.	*	.	+	.	=
6.000D-01	5.003D-07	.	*	.	+	.	=
8.000D-01	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
1.000D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
1.200D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
1.400D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
1.600D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
1.800D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=
2.000D+00	5.004D-07	.	*	.	+	.	=

-----

## Listing3.5

\*\*\*\*\*12-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.6 3/15/83 \*\*\*\*\*13:54:43\*\*\*\*\*

Hysteresis Oscillator

\*\*\*\* INPUT LISTING TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*

```
.SUBCKT MULT 1 2 6
E1 4 0 3 0 0 0 1
E2 5 0 1 2 0 0 1
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
RI3 3 0 1E20
EX1 3 2 1 0 1
RI4 4 0 1E20
RI5 5 0 1E20
GOU 6 0 4 5 1.25E-7
.ENDS
.SUBCKT INL 1 5
E1 2 0 1 0 10
R1 2 3 1K
D1 0 3 DIODE
D2 3 4 DIODE
VIC 4 0 1
X1 3 5 1 MULT
*G1 1 0 3 0 .5E-6
RO 1 0 1E20
.ENDS
.SUBCKT HYST 1 2
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 10
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -1
```

```
VISS+ 8 0 +1
GOUT 0 1 6 0 1E-6
ROUT 1 0 1E8
GOT2 0 2 6 0 1E-6
ROT2 2 0 1E8
D3 11 1 DIODE
VL- 11 0 -1
D4 1 12 DIODE
VL+ 12 0 1
.ENDS
X1 1 2 HYST
X2 2 10 INL
VBIAS 10 0 0 PULSE(0 1.5 5E-6 0 0 5E-6 1E-5)
CL 2 0 .5E-12 IC=.5
.MODEL DIODE D N=1E-3
.TRAN 1E-7 1E-5 UIC
.PRINT TRAN V(1) V(2) V(10)
.OPTIONS LIMPTS=1001 ITL5=0
.WIDTH OUT=80
.END
```

```
VISS+ 8 0 +1
GOUT 0 1 6 0 1E-6
ROUT 1 0 1E8
GOT2 0 2 6 0 1E-6
ROT2 2 0 1E8
D3 11 1 DIODE
VL- 11 0 -1
D4 1 12 DIODE
VL+ 12 0 1
.ENDS
X1 1 2 HYST
X2 2 10 INL
VBIAS 10 0 0 PULSE(0 1.5 5E-6 0 0 5E-6 1E-5)
CL 2 0 .5E-12 IC=.5
.MODEL DIODE D N=1E-3
.TRAN 1E-7 1E-5 UIC
.PRINT TRAN V(1) V(2) V(10)
.OPTIONS LIMPTS=1001 ITL5=0
.WIDTH OUT=80
.END
```

## Listing3.7

\*\*\*\*\*13-MAR-90 \*\*\*\*\* SPICE 2G.1 (15OCT80) \*\*\*\*\*13:14:07\*\*\*\*\*

FitzHugh-Nagumo's Oscillator

\*\*\*\* INPUT LISTING TEMPERATURE = 27.000 DEG C

\*\*\*\*\*

.SUBCKT OTA1 1 2 9

RI1 1 0 1E20

RI2 2 0 1E20

EIN 3 0 1 2 2

R1 3 4 1K

R2 4 0 1K

R3 5 0 1K

C1 3 5 1P

EGM 10 0 4 5 100

RGM 10 6 1K

D1 7 6 DIODE

D2 6 8 DIODE

VISS- 7 0 -400

VISS+ 8 0 +400

GOUT 0 9 6 0 5E-10

ROUT 9 0 1E10

.ENDS

.SUBCKT OTA2 1 2 9

RI1 1 0 1E20

RI2 2 0 1E20

EIN 3 0 1 2 2

R1 3 4 1K

R2 4 0 1K

R3 5 0 1K

C1 3 5 1P

EGM 10 0 4 5 100

RGM 10 6 1K

D1 7 6 DIODE

D2 6 8 DIODE

VISS- 7 0 -400

VISS+ 8 0 +400

GOUT 0 9 6 0 1E-8

ROUT 9 0 1E8

.ENDS

```

.SUBCKT OTA3 1 2 9
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 100
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -400
VISS+ 8 0 +400
GOUT 0 9 6 0 1E-10
ROUT 9 0 1E10
.ENDS
.SUBCKT OTA4 1 2 9
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 100
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -400
VISS+ 8 0 +400
GOUT 0 9 6 0 2E-8
ROUT 9 0 1E8
.ENDS
.SUBCKT OTA5 1 2 9
RI1 1 0 1E20
RI2 2 0 1E20
EIN 3 0 1 2 2
R1 3 4 1K
R2 4 0 1K
R3 5 0 1K
C1 3 5 1P
EGM 10 0 4 5 100
RGM 10 6 1K
D1 7 6 DIODE
D2 6 8 DIODE
VISS- 7 0 -400
VISS+ 8 0 +400
GOUT 0 9 6 0 4E-8
ROUT 9 0 1E8
.ENDS
X1 2 3 1 OTA1
X2 4 1 2 OTA2
X3 0 1 1 OTA3
X4 2 0 2 OTA4
X5 7 2 5 OTA5
X6 8 2 6 OTA5
D1 5 2 DIODE
D2 2 6 DIODE
C1 1 0 1P IC=.5
C2 2 0 1P
VI1 3 0 PULSE(0 4 0 0 0 .5E-3 1E-3)
VI2 4 0 0
VE1 7 0 -1
VE2 8 0 1
.MODEL DIODE D N=1E-3
.TRAN 1E-6 1E-3 UIC
.PRINT TRAN V(1) V(2) V(3)
.WIDTH OUT=80
.OPTIONS LIMPTS=1001 ITL5=0
.END

```

## CONCLUSIONES

Se han presentado modelos matemáticos para osciladores controlados por tensión de primer y segundo orden y se ha demostrado que todos ellos quedan englobados por el modelo de FitzHugh-Nagumo.

Se ha desarrollado un método de balance armónico simplificado que ha sido usado para seleccionar un determinado tipo de control estático de la amplitud en osciladores sinusoidales que pretende minimizar la distorsión.

Se ha fabricado sobre Silicio el oscilador histerético de primer orden con dimensiones mínimas y un rango de 9 décadas de ajuste de su frecuencia de oscilación.

Se ha fabricado asimismo el oscilador de FitzHugh-Nagumo demostrando así la adecuación de la técnica modo-T para realizaciones monolíticas de osciladores complejos.

Se han fabricado con éxito cinco osciladores sinusoidales de alta frecuencia con limitadores estáticos dejando de manifiesto la habilidad del modo-T para operar a altas velocidades.

Se ha fabricado un detector de pico con gran versatilidad frecuencial y capaz de operar también a altas frecuencias.

Se ha usado este detector de pico para el diseño de un oscilador con AGC a altas frecuencias y baja distorsión.

Se ha presentado y demostrado la viabilidad de un lazo para el control de la frecuencia que incluye un convertidor frecuencia tensión novedoso, para su uso en osciladores controlados por tensión de alta frecuencia.

En definitiva, se ha demostrado la eficacia de la técnica de diseño modo-T para su aplicación a altas frecuencias en el campo de los osciladores, y se han introducido los aspectos necesarios para el desarrollo industrial de esta técnica.