



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE SEVILLA

**DOBLE GRADO EN INGENIERÍA DE DISEÑO INDUSTRIAL Y
DESARROLLO DEL PRODUCTO E INGENIERÍA MECÁNICA**

TRABAJO FIN DE GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

**CÁLCULO DE UNA CAJA DE CAMBIOS
DE DOBLE EMBRAGUE DE 6
VELOCIDADES**

Marina Rivero Bernabé
Director: Miguel Ángel Lago Hidalgo

Septiembre 2021

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE SEVILLA

**DOBLE GRADO EN INGENIERÍA DE DISEÑO INDUSTRIAL Y
DESARROLLO DEL PRODUCTO E INGENIERÍA MECÁNICA**

TRABAJO FIN DE GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

**CÁLCULO DE UNA CAJA DE CAMBIOS
DE DOBLE EMBRAGUE DE 6
VELOCIDADES**

Marina Rivero Bernabé
Director: Miguel Ángel Lago Hidalgo

Septiembre 2021

TÍTULO

Cálculo de una caja de cambios de doble embrague de 6 velocidades.

AUTOR

Marina Rivero Bernabé.

TUTOR ACADÉMICO

Miguel Ángel Lago Hidalgo

RESUMEN

Hasta ahora, Europa no había apostado por las cajas de cambios automáticas debido a su precio más elevado y mayores costes en combustible y reparación. Sin embargo, su mejora e incorporación en vehículos de menor tamaño, han impulsado la transmisión automática en el mercado europeo. En este contexto, este trabajo tiene como objetivo calcular una caja de cambios de doble embrague con seis velocidades, centrándose en los engranajes, ejes y rodamientos que componen la transmisión, y tomando, para ello, la caja con cambio DSG montada por el Volkswagen Golf R32 (2003) como referencia.

Palabras clave: caja de cambios, caja de cambios automática, transmisión, caja de cambios de doble embrague, DSG

ABSTRACT

To date, Europe had not opted for automatic gearboxes due to their higher price and higher fuel and repair costs. However, the improvement of these gearboxes and their incorporation in smaller vehicles have boosted automatic transmissions in the European market. In this context, this work aims to calculate a six-speed dual clutch gearbox, focusing on the gears, shafts and bearings that make up the transmission, and using, for this purpose, the Volkswagen Golf R32 (2003) DSG gearbox as a reference.

Keywords: gearboxes, automatic gearboxes, transmission, dual clutch gearbox, DSG

Tabla de símbolos y abreviaturas.

Símbolo	Descripción	Unidad
AGMA	<i>American Gear Manufactures Association</i>	--
ANSI	<i>American National Standards Institute</i>	--
\sqrt{a}	Constante de <i>Neuber</i>	mm ^{0,5}
a	<i>Addendum</i> o cabeza del diente	mm
a	Aceleración	m/s ²
A_f	Área efectiva frontal	m ²
b	<i>Dedendum</i> o pie del diente	mm
B	Holgura lateral o <i>Backlash</i>	mm
BEV	Vehículos eléctricos de batería	--
c	Claro	mm
C	Distancia entre centros	mm
CAFE	<i>Corporate Average Fuel Emissions</i> (Emisiones de Combustible Medias Corporativas)	--
C_x	Coefficiente de resistencia aerodinámica	--
C_{10}	Capacidad de carga dinámica (clasificación de carga de catálogo)	kN
d	Diámetro primitivo	mm
d	Diámetro interior	mm
D	Diámetro exterior	mm
d_o	Diámetro de circunferencia de cabeza o exterior	mm
d_r	Diámetro de circunferencia de raíz o de pie	mm
DCT	<i>Dual-Clutch Transmission</i> (Caja de cambios automática de doble embrague)	--
DGT	Dirección General de Tráfico	--
DMF	Volante bimasa o doble volante amortiguador	--
DSG	<i>Direct shift gearbox</i>	--
e	Relación del tren de engranajes	--
ED	Teoría de la energía de deformación o distorsión	--
E_G	Módulo de elasticidad para el engrane	GPa
E_p	Módulo de elasticidad para el piñón	GPa
F	Ancho de cara	mm
F_a	Carga axial o de empuje	N
FCM	<i>Fuel consumption monitoring</i>	--
F_d	Incremento de la carga dinámica	N
f_r	Factor de pérdidas por rodadura	--
f_o	Coefficiente de la presión de inflado	--
f_s	Coefficiente de la presión de inflado	--
F_{da}	Fuerza disponible para la aceleración	N
$F_{dmáx}$	Esfuerzo de tracción delantero máximo	N
F_t	Carga tangencial transmitida	N

$F_{tm\acute{a}x}$	Esfuerzo de tracci3n trasero m\acute{a}ximo	N
F_T	Esfuerzo de tracci3n o motriz	N
$F_{Tm\acute{a}x}$	Esfuerzo de tracci3n m\acute{a}ximo	N
F_m	Componente de intervalo medio de la fuerza	N
$F_{m\acute{a}x}$	Fuerza m\acute{a}xima	N
$F_{m\acute{i}n}$	Fuerza m\acute{i}nima	N
F_r	Carga radial	N
F_{xa}	Resistencia aerodin\acute{a}mica	N
GNC, GNL	Veh\acute{ı}culos propulsados por gas natural	--
GLP	Gas licuado del petr3leo	--
H	Potencia	kW
HEV	Veh\acute{ı}culos h\acute{i}bridos no enchufables	--
h_w	Profundidad de trabajo	mm
h_e	Profundidad total	mm
i	\u00cdndice de deslizamiento de las ruedas	--
K1	Embrague exterior	--
K2	Embrague interior	--
k_a	Factor de superficie	--
k_b	Factor de modificaci3n del tama\nto	--
K_B	Factor del espesor del aro	--
k_c	Factor de carga	--
k_d	Factor de temperatura	--
k_e	Factor de confiabilidad	--
k_f	Factor esfuerzos varios	--
K_f	Factor de concentraci3n del esfuerzo por fatiga de la flexi3n	--
K_{fs}	Factor de concentraci3n del esfuerzo por fatiga de la torsi3n	--
K_H	Factor de distribuci3n de la carga	--
K_{He}	Factor de correcci3n de la alineaci3n del acoplamiento	--
K_{Hma}	Factor de alineaci3n del acoplamiento	--
K_{Hmc}	Factor de correcci3n de avance	--
K_{Hpf}	Factor de proporci3n del pi\nton	--
K_{Hpm}	Modificador de proporci3n del pi\nton	--
K_o	Factor de sobrecarga	--
K_t	Factor geom\acute{e}trico de la concentraci3n del esfuerzo (te3rico)	--
k_t	Factor de concentraci3n de esfuerzo para la flexi3n	--
k_{ts}	Factor de concentraci3n de esfuerzos para la torsi3n	--
K_s	Factor de tama\nto	--
K_v	Factor din\acute{a}mico	--

L	Vida de la pieza	horas
L_D	Vida de diseño o vida deseada	ciclos
L_{10}	Vida nominal	ciclos
M	Momento flector	Nmm
M_a	Momentos de flexión alternante	Nmm
m_G	Relación de engrane	--
MHEV	Vehículos eléctricos híbridos suaves	--
M_m	Momentos de flexión medio	Nmm
M_m	Par proporcionado por el motor	Nm
$M_{m.máx}$	Par máximo proporcionado por el motor	Nm
m	Masa del vehículo	kg
m_n	Módulo normal	--
m_t	Módulo transversal	--
n	Velocidad de giro del engranaje	rpm
n	Factor de seguridad	--
NEDC	Nuevo Ciclo de Conducción Europeo	--
n_f	Coefficiente de seguridad a fatiga	--
n_L	Ciclo de carga	rpm
OBFCM	<i>On-board fuel consumption meter</i>	--
p	Paso circular	mm
P	Carga radial equivalente dinámica o carga dinámica equivalente del rodamiento	N
PDK	<i>Porsche doppelkupplungsgetriebe</i>	--
PHEV	Vehículo eléctrico híbrido enchufable	--
p_n	Paso circular normal	mm
p_t	Paso circular transversal	mm
p_x	Paso axial	mm
P	Peso del vehículo	N
q	Número de contactos por revolución	--
q	Sensibilidad a la muesca	--
Q_v	Grado de calidad	--
r	Radio	mm
r_c	Radio del neumático	m
r_b	Radio del cono posterior	mm
R_g	Resistencia gravitatoria por pendiente	N
R_r	Resistencia a la rodadura	N
R_{rd}	Resistencia a la rodadura delantera	N
R_{rt}	Resistencia a la rodadura trasera	N
R_T	Resistencia total al avance	N
$R_{Tmáx}$	Resistencia total máxima al avance	N
REEV	Vehículo eléctrico de autonomía extendida	--
S_e	Límite de resistencia a la fatiga	MPa

S'_e	Límite de resistencia a la fatiga de la viga ensayada	MPa
S_F	Factor de seguridad a flexión AGMA	--
S_H	Factor de seguridad a picadura AGMA	--
S_{uc}	Resistencia última a la compresión	MPa
S_{ut}	Resistencia a la tensión	MPa
S_y	Resistencia a la fluencia	MPa
S_{yc}	Resistencia a la fluencia en compresión	MPa
S_{yt}	Resistencia a la fluencia en flexión	MPa
T	Par	Nm
T_a	Par de torsión alternante	Nmm
t	Tiempo	s
t_G	Espesor circular de la corona	mm
$t_{Gmáx}$	Espesor transversal máximo de la corona	mm
T_m	Par de torsión medio	Nmm
t_n	Espesor circular normal	mm
t_p	Espesor circular del piñón	mm
$t_{pmáx}$	Espesor transversal máximo del piñón	mm
t_t	Espesor circular transversal (intervalo)	mm
t_t^*	Espesor circular transversal (diente)	mm
t_x	Espesor axial	mm
V	Velocidad de desplazamiento	km/h
V_i	Velocidad inicial	km/h
V_f	Velocidad final	km/h
VAG	<i>Volkswagen Audi Group</i>	--
ν_G	Coeficiente de Poisson para el engrane	
ν_p	Coeficiente de Poisson para el piñón	
ν_t	Velocidad de la línea primitiva	m/s
W	Fuerza total	N
W_a	Componente axial de la carga	N
WLTP	<i>Worldwide harmonised light vehicles test procedure</i>	--
W_r	Componente radial de la carga	N
W_t	Carga tangencial transmitida	N
X	Factor de carga radial del rodamiento	--
Y	Factor de carga axial del rodamiento	--
Y	Factor geométrico de Lewis	--
Y_J	Factor geométrico de resistencia a la flexión	--
Y_N	Factor de ciclos de esfuerzo del esfuerzo de flexión	--
Y_Z	Factor de confiabilidad	--
Y_θ	Factor de temperatura	--
Z	Número de dientes o roscas	unidad
Z'	Número virtual de dientes	unidad

Z_E	Coeficiente elástico	$\sqrt{N/mm^2}$
Z_I	Factor geométrico de resistencia a la picadura	--
Z_N	Factor de vida de ciclos de esfuerzo	--
Z_R	Factor de condición superficial	--
Z_W	Factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura	--
α	Ángulo de presión	grados
α_n	Ángulos de presión normal	grados
α_t	Ángulos de presión transversal	grados
α_x	Ángulos de presión axial	grados
β	Ángulo de hélice	grados
ε_α	Relación de contacto transversal	--
ε_β	Relación de contacto de cara o axial	--
ε_e	Relación de contacto total	--
ξ_C	Relación de transmisión del grupo cónico	--
ξ_i	Relación de transmisión de la marcha i	--
ξ_j	Relación total de la caja de cambios para marcha i	--
γ	Ángulo primitivo para piñón cónico	grados
Γ	Ángulo primitivo para corona cónica	grados
γ_m	Factor de masa equivalente	--
μ	Coeficiente de adherencia	--
η_{trans}	Rendimiento del sistema de transmisión	--
ω	Velocidad angular o de giro	rad/s
ρ	Densidad del aire	Kg/m ³
σ'	Esfuerzo de von Mises	N/mm ²
σ_a	Tensión normal alternante	N/mm ²
σ'_a	Esfuerzo de von Mises alternante	N/mm ²
σ_F	Resistencia a flexión	N/mm ²
σ_{FP}	Resistencia a la flexión admisible	N/mm ²
σ_H	Resistencia a la picadura	N/mm ²
σ_{HP}	Resistencia de contacto admisible	N/mm ²
σ_m	Tensión normal media	N/mm ²
σ'_m	Esfuerzo de von Mises medio	N/mm ²
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Esfuerzo máximo	N/mm ²
$\sigma_{m\acute{i}n}$	Esfuerzo mínimo	N/mm ²
σ_r	Intervalo de esfuerzo	N/mm ²
σ_s	Esfuerzo estático o constante	N/mm ²
τ	Esfuerzo tangencial	N/mm ²
τ_a	Tensión tangencial alternante	N/mm ²
τ_m	Tensión tangencial media	N/mm ²
θ	Ángulo de inclinación de la pendiente	Grados

Tabla de contenido

1. Alcance del proyecto	1
1.1 Motivación del proyecto	1
1.2 Objeto del proyecto	1
2. Estado de la cuestión	3
2.1 Antecedentes de las cajas de cambios automáticas.....	3
2.2 Marco teórico de las cajas de cambios automáticas	4
2.2.1 Clasificación.....	4
2.2.2 Comparativa entre cajas de velocidades automáticas	6
2.2.3 Comparativa: cambio manual vs automático	7
2.3 Marco normativo	8
2.3.1 Normativa europea	8
2.3.2 Normativa española	12
2.4 Contexto actual	13
3. Diseño y principio operativo del sistema de doble embrague	16
3.1 Principio operativo	17
3.2 Funcionamiento	17
3.3 Conducción.....	22
4. Datos de partida	24
4.1 Vehículo elegido.....	24
4.2 Secuencia de diseño e hipótesis iniciales	26
5. Geometría de engranajes	28
5.1 Geometría de engranajes helicoidales: nomenclatura, definición de términos	28
5.2 Cálculo geométrico de engranajes.....	30
6. Cálculo de los engranajes	39
6.1 Carga transmitida por los engranajes helicoidales	39
6.2 Cálculo resistivo de los engranajes	40
7. Cálculo de los ejes	60
7.1 Cargas generadas en la transmisión	60
7.2 Cálculo a fallo estático de los ejes	62
7.2.1 Fallo estático	62
7.2.2 Cálculo de las tensiones en los ejes	64
7.2.2.1 Eje primario 1	65
7.2.2.2 Eje primario 2	73
7.2.2.3 Eje secundario 1	78
7.2.2.4 Eje secundario 2	88

7.2.2.5 Eje inversor.....	95
7.3 Cálculo a fatiga de los ejes	98
7.3.1 Fallo por fatiga	98
7.3.2 Método de esfuerzo-vida.....	100
7.3.3 Límite de resistencia a la fatiga.....	101
7.3.4 Caracterización de esfuerzos fluctuantes	106
7.3.5 Cálculo de la resistencia a fatiga de los ejes	107
7.3.6 Elección del material de fabricación de los ejes	111
7.3.6.1 Características del acero 4140	112
7.3.6.2 Seguridad ante fallo de los ejes	113
8. Cálculo de los rodamientos	115
8.1 Cálculo de la fuerza radial actuante sobre los rodamientos	117
8.1.1 Rodamientos del eje primario 1.....	118
8.1.2 Rodamientos del eje primario 2.....	118
8.1.3 Rodamientos del eje secundario 1.....	119
8.1.4 Rodamientos del eje secundario 2.....	120
8.1.5 Rodamientos del eje inversor	120
8.2 Cálculo y selección de los rodamientos	121
8.2.1 Rodamientos de bolas de contacto angular	122
8.2.2 Coronas de agujas	124
8.2.3 Rodamientos de rodillos cónicos	125
8.2.3.1 Rodamientos del eje secundario 1.....	126
8.2.3.2 Rodamientos del eje secundario 2.....	129
8.2.3.3 Rodamientos del eje inversor	131
8.3 Rodamientos para los engranajes.....	133
9. Grupo diferencial	136
9.1 Funcionamiento del diferencial	137
9.2 Cálculo del grupo cónico	138
10. Análisis prestacional	140
10.1 Datos de partida del vehículo	140
10.2 Resistencia al avance	141
10.2.1 Resistencia a la rodadura	141
10.2.2 Resistencia aerodinámica	143
10.2.3 Resistencia gravitatoria por pendiente.....	145
10.2. Curva de resistencia al avance	145

10.3 Relaciones de transmisión y esfuerzo tractor para diferentes relaciones de la caja de cambios	147
10.4 Limitaciones en la aceleración	152
10.5 Aceleración y recuperaciones	154
10.5.1 Aceleración 0-100 y 0-200 km/h	156
10.5.2 Tiempos de recuperación	159
10.6 Resumen de prestaciones	162
11. Resumen de resultados	163
12. Conclusiones y perspectivas futuras.....	166
13. Bibliografía	168

1. ALCANCE DEL PROYECTO.

1.1 Motivación del proyecto

Hasta ahora, Europa no había apostado por las cajas de cambios automáticas debido a su precio más elevado y mayores costes en combustible y reparación. Sin embargo, la mejora de estas cajas y su incorporación en vehículos de menor tamaño, han impulsado la transmisión automática en el mercado europeo.

Gracias a su buena acogida y a las ventajas que ofrece, son muchas las marcas que apuestan por la incorporación de este tipo de cambios en sus vehículos híbridos, con el objetivo de reducir las emisiones de gases contaminantes para cumplir con las normas cada vez más restrictivas de la Unión Europea. Por tanto, cabe esperar que a corto-medio plazo estas cajas de cambio automáticas de doble embrague lideren el mercado automovilístico. Es en este contexto en el que se enmarca este Trabajo de Fin de Grado.

1.2 Objeto del proyecto.

El objeto general de este proyecto es calcular una caja de cambios de doble embrague y seis velocidades, centrándose en los engranajes, ejes y rodamientos que componen la transmisión, además de un análisis prestacional del vehículo. Para ello, se toma como referencia la caja automática con cambio DSG montada por el Volkswagen Golf R32 (2003).

Se plantean los siguientes objetivos parciales a alcanzar:

- Calcular términos de interés en la geometría de los engranajes acorde con la norma *ANSI/AGMA 1012-G05 Gear Nomenclature, Definition of Terms with Symbols*.
- Seleccionar las condiciones del material de fabricación de los engranajes. Para ello se calcularán las resistencias a flexión y a la picadura de los engranajes siguiendo la norma *AGMA 2101-D04 Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*.
- Calcular las cargas que actuarán sobre los ejes debidas a la transmisión y los esfuerzos que estas generan en los mismos. Además, se determinará la resistencia a la fluencia y la resistencia a la tensión mínimas. En base a estos resultados se elegirá el material de fabricación.

- Elegir los rodamientos adecuados de acuerdo al tamaño y a la capacidad de carga mínima requerida. Esta última se calculará a partir de las fuerzas a las que estarán sometidos los rodamientos.
- Definir la geometría del grupo cónico formado por piñón de ataque y corona, según la relación de transmisión entre ambos.
- Realizar un análisis de prestaciones del vehículo utilizando como referencia las curvas de par y potencia características del motor montado. Además, se compararán las prestaciones obtenidas para una caja de cambios manual y una automática de doble embrague.

Asimismo, se realiza un breve repaso del marco normativo referente a emisiones contaminantes que rigen la fabricación de automóviles. También se introduce de manera teórica la historia, tipologías y comparativas de las cajas de cambios automáticas. Al mismo tiempo, se expone el funcionamiento de la caja de cambios de doble embrague.

2. ESTADO DE LA CUESTIÓN.

2.1 Antecedentes de las cajas de cambios automáticas.

El inicio de las cajas de cambios automáticas puede remontarse al siglo XIX. En 1889 Fred Lanchester, constructor automotriz inglés, se involucra en la investigación de las cajas de cambio, mediante el estudio de engranajes epicíclicos (figura 2.1). El empleo de este sistema se apoyaba en que la transmisión del par motor podía continuar su movimiento durante el cambio de piñón, ventaja que presenta con respecto al cambio de marcha mecánico.²⁵

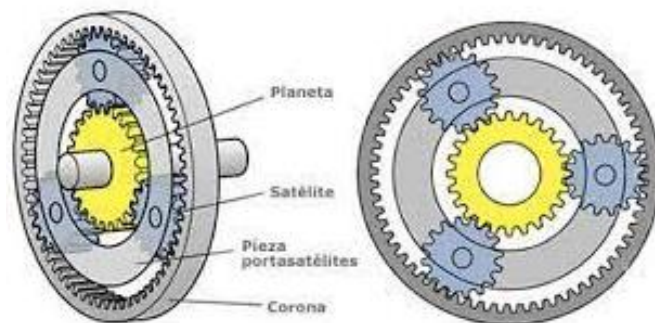


Figura 2.1. Engranajes epicíclicos o planetarios.

Sin embargo, fue Walter G. Wilson quien se interesó y profundizó más en el estudio de este tipo de cajas, llegando a desarrollar una transmisión epicíclica con palanca preseleadora que se movía manualmente y que variaba las marchas al oprimir un pedal. Así, en 1928 se presentaba el primer vehículo que incorporaba esta palanca preseleadora bajo el volante.²⁵

Al finalizar la década de los años 30, el gigante *General Motors* muestra su sistema de “cambio rápido”, introducido en el modelo *Oldsmobile* y, algún tiempo después, también en algunos modelos *Buick* y *Cadillac*. En 1940 llegó el primer cambio automático *Hydramatic*, instalado en los *Oldsmobile*. Esta caja tenía acoplamiento hidráulico, sin convertidor de par y cuatro velocidades.²⁵

Otro personaje importante en la historia de las cajas de cambios es Adolphe Kégresse, ingeniero francés que empezó a diseñar la transmisión de doble embrague en 1935, después de trabajar en Citroën, aunque no llegó a construir ningún prototipo funcional de su invento.⁶

Harry Webster, ingeniero automotriz británico, recupera la idea de Kégresse en los años 80, probando prototipos en *Ford Fiesta*, *Ford Ranger* y el *Peugeot 205* que, gracias al avance de la microinformática, se pudo reducir considerablemente la electrónica de control.⁶

Porsche y el Grupo VAG (*Volkswagen Audi Group*) continuaron su desarrollo, diseñando nuevamente una transmisión de doble embrague que, finalmente, se convirtió en la *PDK*. Este cambio *PDK* se probó por primera vez en 1983 en el *Porsche 956* (figura 2.2) y se empezó a utilizar exitosamente en competición desde 1984. Este avance tecnológico fue clave para ese éxito, ya que esta transmisión permite cambiar de marcha sin interrumpir la tracción, consiguiendo mejores prestaciones y menor consumo de combustible.⁶



Figura 2.2. Porsche 956.

Sin embargo, habría que esperar unos años para ver dicha tecnología en un vehículo de calle. En 2003 aparecen dos modelos: el *Volkswagen Golf IV R32 DSG* y el *Audi TT 3.2 quattro DSG*, donde las siglas *DSG* responden a *Direct Shift Gearbox*, denominación de las cajas de doble embrague del grupo VAG.⁶

La oferta con modelos compatibles con *DSG* comienza a dispararse y más fabricantes se ponen las pilas, empezando a aparecer cada vez más transmisiones de este tipo, como son: *Powershift* (Ford/Volvo), *TCT* (Fiat, Alfa Romeo), *DCT* (Mercedes-Benz), *DKG* (BMW), *EDC* (Renault), etc.⁶

2.2 Marco teórico de las cajas de cambios automáticas.

2.2.1 Clasificación.

Desde el punto de vista de cómo el conductor interactúa con el cambio, se pueden diferenciar dos grandes grupos de cajas de cambios: las manuales y las automáticas. Las primeras son accionadas por el propio conductor, mientras que en el segundo caso las marchas son introducidas automáticamente según las necesidades del motor.

Desde el punto de vista tecnológico, dentro del grupo de las cajas automáticas también se pueden encontrar diferentes tipos:

- Transmisión por convertidor de par. El disco de embrague que habitualmente llevan las transmisiones manuales es sustituido por el convertidor de par. Convierten la fuerza del motor para llevarla a la transmisión a partir de un fluido muy denso. Son las más convencionales.¹⁴

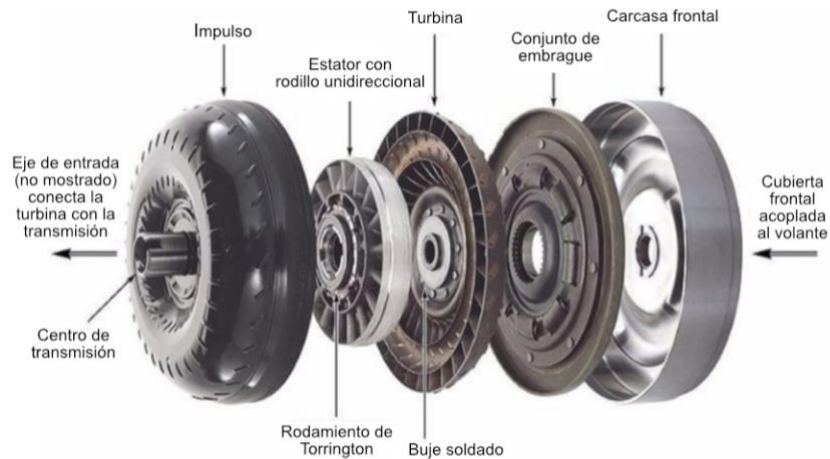


Figura 2.7. Despiece de un convertidor de par.

- Transmisión de doble embrague o semiautomáticas. A modo general, permite al conductor elegir entre efectuar los cambios de forma manual, pero sin usar el pedal de embrague (*clutch*), o dejar que la caja los haga de forma automática. Su funcionamiento se basa en el empleo de un sistema electrónico de doble embrague y doble conjunto de selectores de cambios, uno para las marchas pares y otro para las impares.¹⁴

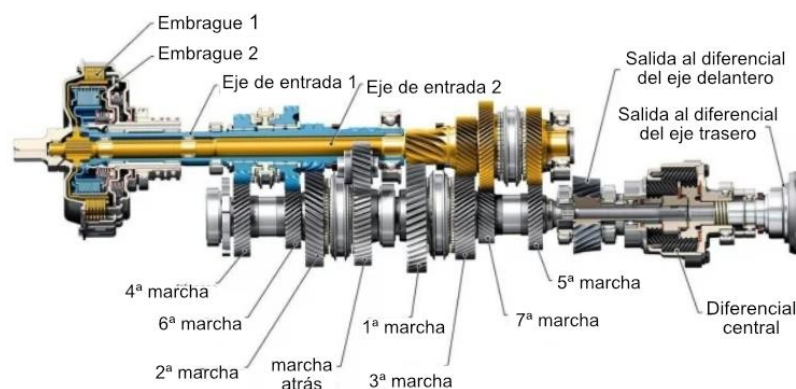


Figura 2.8. Transmisión de doble embrague.

- Transmisión CVT. También llamada “cambio por variador continuo”. Esta caja de velocidades no usa engranajes, sino un sistema de correas que varía la relación de velocidades de manera continua. Es decir, poleas de paso variables y conos que ofrece un número infinito de relaciones de cambio.¹⁴

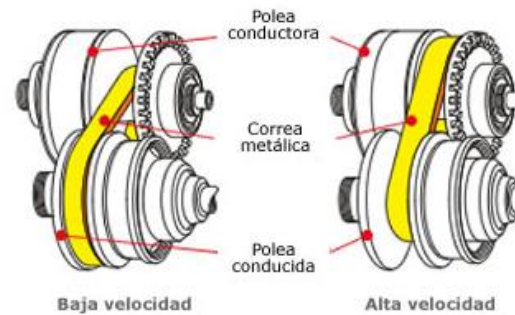


Figura 2.9. Funcionamiento básico de la transmisión CVT.

- Caja de relación simple. Conectan directamente el motor con las ruedas a través de una reducción fija. Se pueden encontrar en coches eléctricos.

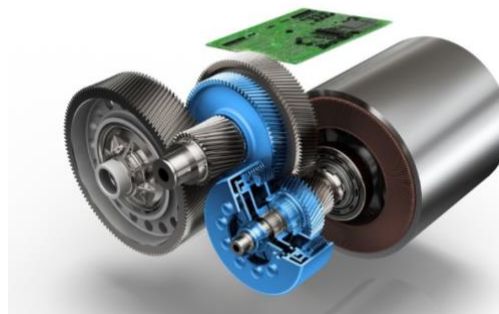


Figura 2.10. Transmisión de relación simple.

- Transmisión robotizada. Derivan de los cambios manuales convencionales, pero estas ofrecen un completo control electrónico para el embrague y la caja de cambios.²⁴

2.2.2 Comparativa entre cajas de velocidades automáticas.

Algunas características que pueden citarse de cada tipo de cambio automático son:

- Transmisión por convertidor de par. Son fiables, robustas y ofrecen buena relación calidad-precio por lo que son las más habituales, aunque algo obsoletas. La montan numerosos modelos de Mercedes, Jaguar, BMW o Range Rover. En la actualidad, se equipa con ellas los coches con 9 velocidades, ya que una baja relación de marchas asegura un consumo menor. Gracias al convertidor, los cambios se realizan con gran suavidad incluso a baja velocidad. Sin embargo, es el tipo de cambio automático más caro y pesado.²⁴
- Transmisión de doble embrague. Son la mejor opción en la actualidad. Dada su tecnología se consigue un cambio con mayor rapidez y suavidad que con un cambio manual.²⁴ El empuje del motor no se interrumpe al

cambiar, apenas consume energía, ocupa poco espacio y su sencillez la hace mucho más ligera que un cambio automático convencional. Tiene un coste intermedio entre el cambio manual y el automático por convertidor de par, siendo una solución cada vez más popular. Como inconvenientes, presenta menor suavidad al maniobrar a baja velocidad que el cambio automático convencional, y es menos fiable que este, siendo necesario atender a los intervalos de sustitución del aceite para garantizar una larga vida útil.⁹

- Transmisión CVT. Es una caja de cambios muy utilizada por marcas japonesas como Toyota o Nissan. Su principal ventaja es su capacidad para reducir el consumo en los coches de gasolina o para llegar a las revoluciones óptimas del motor. Además, la conducción es muy suave, por no producirse un cambio como tal, aunque hay marcas que ofrecen una “simulación” de las marchas. Sin embargo, presenta una respuesta lenta, y provocan una elevada sonoridad del motor en aceleración.²⁴
- Transmisión robotizada. Es compacta, ligera, consume poca energía y es relativamente barata. Además, puede instalarse sobre cualquier caja. Sin embargo, su falta de suavidad a baja velocidad las ha relegado frente a las cajas de doble embrague. Tampoco ofrecen un modo automático inteligente destacable.⁹

2.2.3 Comparativa: cambio manual vs automático.

Mientras que en Estados Unidos la mayoría de vehículos monta cajas automáticas, en Europa se apostó por el cambio manual. Esta cultura ha mantenido a España a la cola en la demanda de transmisiones automáticas.

El precio más elevado, las averías más costosas y el mayor gasto de combustible han sido algunos de los impedimentos que se ha encontrado el cambio automático para triunfar en España y en Europa. Sin embargo, la mejora de la electrónica acompañada de cambios más suaves, rápidos y eficientes en consumo, así como la generalización de los cambios automáticos a vehículos de tamaño medio y pequeño, hacen que cada vez más conductores apuesten por este tipo de transmisión.¹⁰

De acuerdo a la Dirección General de Tráfico (DGT), entre las ventajas del cambio automático frente al manual se pueden destacar:

- Mayor confort. La transmisión automática proporciona una gran comodidad durante la conducción, especialmente en ciudad, ya que el

usuario no tiene que pisar el embrague para seleccionar cada marcha ni pensar en qué relación insertar en cada momento.¹⁰

- Seguridad vial. Con el cambio automático el conductor siempre recibirá la respuesta adecuada y necesaria al acelerar.¹⁰
- Seguridad mecánica. El cambio automático cuida la mecánica del coche desgastando menos los elementos de la transmisión.¹⁰
- Mayor eficacia. Las cajas automáticas más avanzadas reducen el consumo de combustible, permitiendo que los motores de hibridación suave que las incorporan obtengan la etiqueta ECO de la DGT.¹⁰

Por otro lado, las desventajas que pueden encontrarse en este tipo de cambios son:

- Sobreprecio. Los cambios automáticos suelen ser opcionales y, dependiendo del tipo y de la marca, suponen un sobreprecio aproximado de entre 600 y 2.000 euros.¹⁰
- Mayor coste de mantenimiento. Los cambios automáticos trabajan a temperaturas muy altas degradando más rápido el aceite, por lo que necesitan revisiones periódicas más costosas que los vehículos con caja manual.¹⁰
- Mayor consumo. A pesar de que hay cajas muy eficientes, otros cambios automáticos aumentan ligeramente el consumo respecto a las cajas manuales. Dependiendo del tipo, este incremento puede ser hasta un 10% superior.¹⁰
- Freno motor. Los cambios automáticos más básicos no pueden usar el freno motor en reducciones y descensos prolongados. Excepto en las cajas más deportivas, el régimen de revoluciones para reducir suele ser alto.¹⁰
- Maniobrabilidad. La evolución de los cambios automáticos se constata también al hacer maniobras, aunque en general estas no son tan suaves y precisas con todos los cambios automáticos como con los manuales.¹⁰

2.3 Marco normativo

2.3.1 Normativa europea.

La historia del automóvil se ha caracterizado por la carrera tecnológica hacia la rentabilidad y la eficacia. La competencia entre las marcas ha tenido

diferentes motivos: la potencia, el diseño, la durabilidad... A estos se le suma la huella ecológica, factor clave en el panorama automovilístico actual.¹⁶

Al quemar carburante se emite CO₂, el cual contribuye a incrementar el calentamiento global. Por esta razón, es importante exigir a los fabricantes que reduzcan el consumo de carburante, ya que este implica a su vez una disminución de las emisiones de estos compuestos.¹⁶

Las normas europeas (EURO) sobre emisiones contaminantes pueden definirse como el conjunto de requisitos que regulan los límites aceptables para las emisiones de gases de combustión interna de los vehículos nuevos vendidos en los Estados Miembros de la UE. Como su objetivo es reducir lo máximo posible las emisiones de CO₂, esta norma es aplicable a la mayoría de los tipos de vehículos, aplicándose restricciones diferentes para cada uno de ellos.¹⁶

La norma EURO limita esencialmente las emisiones de cuatro contaminantes potencialmente peligrosos para la salud:

- Óxidos de nitrógeno (NO_x)
- Hidrocarburos (HC)
- Monóxido de carbono (CO)
- Partículas que no se queman completamente en la combustión (PM)

En 1988 entra en vigor por primera vez la norma europea sobre emisiones contaminantes bajo el nombre de Euro 0, diferenciando los límites en los vehículos de gasolina y diésel. Dentro de estos últimos se establecían límites para los turismos diésel y los vehículos pesados. Desde entonces, las normas Euro se han ido sucediendo, siendo cada vez más restrictivas. Actualmente, se aplica la Euro VI en vehículos pesados y la Euro 6 en turismos, diferenciándose los límites de las emisiones de los vehículos de gasolina y diésel e incluyendo diversas regulaciones temporales (Euro 6d-TEMP EVAP-ISC, Euro 6d-ISC-FCM...)¹⁶.

En 2021 llega la supervisión del consumo de combustible o *Fuel Consumption Monitoring* (FCM) para colocar el consumo efectivo de combustible de un vehículo en el centro de las consideraciones. Para ello, se instala en los vehículos un sistema de medición del consumo, el *On-Board Fuel Consumption Meter* (OBFCM), que se trata de un *software* que mide el consumo de combustible en los modelos con motor de combustión y el consumo energético en los vehículos con propulsión eléctrica. En los modelos híbridos enchufables se miden ambos valores, y se tiene además en cuenta la frecuencia de la conducción exclusivamente eléctrica y cuándo se recurre a la ayuda del motor de combustión interna.¹⁶

El cumplimiento de la normativa EURO se determina controlando el funcionamiento del motor en un ciclo de ensayos normalizados, el cual se endureció en 2018 con la llegada del nuevo ciclo de homologación WLTP (*Worldwide Harmonised Light Vehicles Test Procedure*). Si durante las pruebas los vehículos nuevos no cumplen los objetivos, estos tienen prohibida su venta en la Unión Europea. Además, en la normativa no se especifica el uso de una tecnología en concreto para limitar las emisiones de contaminantes, aunque se consideran las técnicas disponibles a la hora de establecer las normas.¹⁶

Tipo	Fecha	CO	THC	HC+NOx	NOx	PM
Diésel						
Euro 1	Julio de 1992	2.72 (3.16)	-	0.97 (1.13)	-	0.14 (0.18)
Euro 2, IDI	Enero de 1996	1.0	-	0.7	-	0.08
Euro 2, DI	Enero de 1996	1.0	-	0.9	-	0.10
Euro 3	Enero de 2000	0.64	-	0.56	0.50	0.05
Euro 4	Enero de 2005	0.50	-	0.30	0.25	0.025
Euro 5	Septiembre de 2009	0.50	-	0.23	0.18	0.005
Euro 6	Septiembre de 2014	0.50	-	0.17	0.08	0.005
Euro 6c	Septiembre de 2018	0.15	0.015	0.02	0.015	1*10 ⁻¹¹
Euro 6d-TEMP-EVAP-ISC	Septiembre de 2019	Controles evaporativos (EVAP) + controles de emisiones a coches en circulación (ISC)				
Euro 6d-ISC	Enero de 2020	Controles de emisiones a coches en circulación (ISC)				
Euro 6d-ISC-FCM	Enero de 2021	Supervisión del consumo de combustible (FCM)				
Gasolina						
Euro 1	Julio de 1992	2.72 (3.16)	-	0.97 (1.13)	-	-
Euro 2	Enero de 1996	2.2	-	0.5	-	-
Euro 3	Enero de 2000	2.30	0.20	-	0.15	-
Euro 4	Enero de 2005	1.0	0.10	-	0.08	-
Euro 5	Septiembre de 2009	1.0	0.10	-	0.06	0.005b
Euro 6	Septiembre de 2014	1.0	0.10	0.160	0.06	0.005
Euro 6c	Septiembre de 2018	1.0	0.10	-	0.06	0.005
Euro 6d-TEMP-EVAP-ISC	Septiembre de 2019	Controles evaporativos (EVAP) + controles de emisiones a coches en circulación (ISC)				
Euro 6d-ISC	Enero de 2020	Controles de emisiones a coches en circulación (ISC)				
Euro 6d-ISC-FCM	Enero de 2021	Supervisión del consumo de combustible (FCM)				

Tabla 2.1: límites establecidos por las diferentes normas EURO para turismos. (Datos expresados en g/km).

A la norma EURO se le suma la normativa de la Unión Europea en materia de emisiones, la normativa de emisiones CAFE (Emisiones de Combustible Medias Corporativas, por sus siglas en inglés), que establece unas normas de emisiones de CO₂ más estrictas para turismos y vehículos comerciales ligeros nuevos en la UE a partir de 2020, y que se aplicará en su totalidad a partir de 2021.

La Comisión presentó su propuesta de Reglamento en noviembre de 2017, como parte del «paquete de movilidad limpia». La finalidad global de la propuesta es contribuir a alcanzar los objetivos del Acuerdo de París y llegar a una reducción en toda la UE del 30% para 2030, en relación con 2005.

Las medidas y objetivos propuestos se basan en el marco en materia de clima y energía hasta el año 2030 y la Estrategia de la Unión de la Energía, que tiene como finalidad reducir las emisiones del transporte y el consumo energético.

Las medidas y objetivos propuestos son:

- **Objetivo de reducción de emisiones.**

La media de emisiones de CO₂ de los nuevos turismos matriculados en la UE tendrá que haberse reducido un 15% para 2025 y en un 35% para 2030, en comparación con los límites de emisiones que están vigentes en 2021.¹³

- **Vehículos de emisión cero o de baja emisión.**

El Consejo ha acordado adoptar un mecanismo de incentivos para los vehículos de emisión cero o de baja emisión, tales como los automóviles totalmente eléctricos o los automóviles híbridos enchufables.¹³

También se ha adoptado un incentivo específico para que los fabricantes vendan vehículos de emisión cero o de baja emisión en mercados en los que estos vehículos tienen un bajo índice de penetración.¹³

- **Datos de emisiones más fiables.**

Se impondrá a los fabricantes la obligación de facilitar datos sobre valores medidos en lugar de sobre valores declarados. Así pues, el cálculo de los objetivos se basará en los valores medidos conforme al procedimiento WLTP.¹³

El WLTP consiste en un procedimiento mejorado de ensayo que mide valores de emisiones de CO₂ y de consumo de combustible que son más representativos de las condiciones reales que los valores que se obtenían por el procedimiento que se utilizaba anteriormente, el Nuevo Ciclo de Conducción Europeo (NEDC). El WLTP pasó a ser obligatorio para todos los

nuevos modelos de automóvil a partir de septiembre de 2017, y para todos los automóviles nuevos, a partir de septiembre de 2018.¹³

2.3.2 Normativa española.

La tabla de emisiones de CO₂ en coches divide el parque automovilístico español en cinco categorías según el nivel de emisiones contaminantes de cada vehículo (0, ECO, C, B y vehículos sin distintivo ambiental):

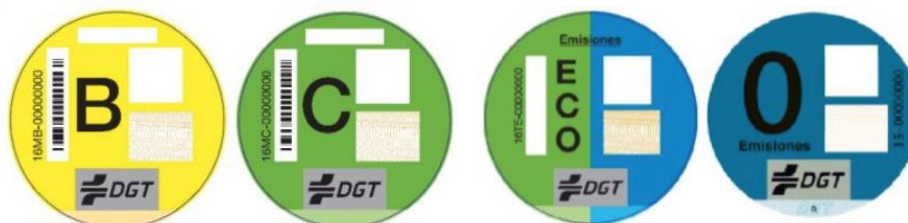


Figura 2.11: pegatinas de la DGT. Clasificación de vehículos.

- **B:** Turismos y furgonetas ligeras de gasolina matriculadas a partir de enero del año 2000 y de diésel a partir de enero de 2006. Vehículos de más de 8 plazas y pesados tanto de gasolina como de diésel matriculados a partir de 2005. Por tanto, los de gasolina deben cumplir la norma Euro 3 y en Diésel la Euro 4 y 5.²⁰
- **C:** Turismos y furgonetas ligeras de gasolina matriculadas a partir de enero de 2006 y diésel a partir de 2014. Vehículos de más de 8 plazas y pesados, tanto de gasolina como de diésel, matriculados a partir de 2014. Por tanto, los de gasolina deben cumplir la norma Euro 4,5 y 6 y en Diésel la Euro 6.²⁰
- **ECO:** Vehículos híbridos enchufables con autonomía <40km, vehículos híbridos no enchufables (HEV), vehículos propulsados por gas natural (GNC y GNL) o gas licuado del petróleo (GLP). En todo caso, deberán cumplir los criterios de la etiqueta C.²⁰
- **Cero emisiones:** vehículos eléctricos de batería (BEV), vehículo eléctrico de autonomía extendida (REEV), vehículo eléctrico híbrido enchufable (PHEV) con una autonomía mínima de 40 km o vehículos de pila de combustible.²⁰

El sector transporte representa el 25% de las emisiones totales de gases de efecto invernadero en España y casi el 40% de las emisiones de los sectores difusos. Por modos de transporte, la carretera representa casi el 95% de las emisiones.²³

Las medidas orientadas a la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero que se han desarrollado en el sector transporte se pueden englobar en tres grandes grupos: ²³

- **Medidas de fomento del trasvase modal en pasajeros y mercancías.**

El objetivo es trasvasar pasajeros y mercancías del modo de transporte más ineficiente, como la carretera, a otros modos más eficientes. Como el transporte colectivo de pasajeros y la bicicleta en el caso del transporte de pasajeros, y el transporte por ferrocarril y el barco, en el caso del transporte de mercancías.²³

- **Medidas de fomento de combustibles alternativos en el transporte.**

Destacan actuaciones destinadas a fomentar combustibles/modos de propulsión con menores niveles de emisión de CO₂ por unidad de energía consumida en transporte, como el coche eléctrico, la pila de hidrógeno, los biocombustibles o el biometano.²³

- **Medidas de fomento de la eficiencia en el transporte.**

Por último, las actuaciones de eficiencia energética en transporte tratan de mejorar la eficiencia de los vehículos en el transporte por carretera, así como hacer un uso más eficiente de los mismos.²³

2.4 Contexto actual.

Los fabricantes de automóviles que quieran operar en la Unión Europea deberán hacer frente a unas nuevas normativas de emisiones que cada vez son más restrictivas. ²¹

Las emisiones de CO₂ promedias en las gamas de cada marca no podrán superar los 95 g/km, según fija la normativa de emisiones CAFE. En caso de no cumplir con los niveles establecidos, la compañía podría exponerse al pago de multas millonarias ya que tendrán que abonar 95€ por cada gramo y vehículo vendido que supere estas cifras. Por tanto, esta normativa influirá en el precio de los coches, favoreciendo a los vehículos con menos emisiones. Esto conlleva que las marcas de coches deberán trabajar a pleno rendimiento para introducir vehículos híbridos y/o eléctricos que permitan rebajar sus emisiones para alcanzar la nueva marca fijada por la UE.²¹

Ejemplo de esta hibridación o electrificación de vehículos es el Grupo PSA (Peugeot, Citroën, DS y Opel), quien ha anunciado un acuerdo con el fabricante Punch Powertrain para el desarrollo de nuevas cajas de cambio de doble embrague, que vienen acompañadas de un sistema *mild hybrid* de 48 voltios.¹²

De esta forma, el futuro del grupo francés y todas sus marcas pasa por el cambio de doble embrague. En este acuerdo, el fabricante Punch Powertrain suministrará transmisiones de doble embrague híbridas, denominadas *hybrid DT2*, para todas las marcas del grupo. Esta caja de cambios contará previsiblemente con 7 relaciones como ya sucede en el diseño DT1, pero incluirá un motor eléctrico alimentado por un sistema *mild hybrid* de 48 voltios. Al igual que el reciente anuncio de Volkswagen donde ha presentado una nueva generación de motores 2.0 TDI híbridos, esta transmisión de doble embrague de PSA permitirá mejoras en eficiencia gracias a una arquitectura de 48 voltios que asiste al propulsor térmico en aceleración, arranques, regeneración de energía, etc.¹²

La *hybrid DT2* es una transmisión automática híbrida (DCT) que se basa en el conocido principio de doble embrague. Sin embargo, incluye una mejora innovadora y fundamental de este concepto: un motor eléctrico se convierte en una parte integral de la transmisión. Esto permite que la unidad líder en su clase disfrute de los beneficios de ambos componentes: una tecnología de transmisión de doble embrague ultraeficiente vinculada con máquinas eléctricas que permite diferentes niveles de hibridación.²¹



Figura 2.12: Hybrid DT2.

La unidad puede estar equipada con un motor de baja potencia de 48 voltios (20 kW) o con una potente máquina eléctrica de alto voltaje (90 kW), sin ningún cambio de diseño en la transmisión base. La solución de 48V equipa vehículos eléctricos híbridos suaves (MHEV), lo que resulta un ahorro de combustible de hasta un 15%, mientras que la solución de alto voltaje está diseñada para vehículos eléctricos híbridos enchufables (PHEV), con hasta un 75% de ahorro de combustible.²¹

Esta flexibilidad en el nivel de energía eléctrica, y por lo tanto en el costo, no se ve en ninguna otra transmisión en el mercado actual. Esto permite a los fabricantes de equipos originales ajustar continuamente su combinación de electrificación de la flota de vehículos a la demanda del mercado y garantizar el cumplimiento de los requisitos de CO₂.²¹

Por otro lado, Volkswagen presenta una nueva familia de motores diésel 2.0 TDI con tecnología híbrida, una nueva generación de propulsores alimentados por gasóleo con una reducción de emisiones récord.²⁸

Volkswagen Golf estrenará 3 elementos claves para su nueva generación, los cuales dan vida al sistema de propulsión semihíbrida o *mild hybrid* que permite optimizar el gasto energético.²⁸

En el caso de los nuevos 2.0 TDI, estas mecánicas estarán asistidas por un sistema *mild hybrid* de 12 voltios, una arquitectura similar a las vistas en el sistema de 48 voltios instalado en los motores gasolina. Volkswagen aseguró que estos nuevos motores han sido desarrollados conforme al nuevo ciclo de homologación WLTP, consiguiendo una reducción de emisiones de 10 gramos de CO₂ por kilómetro recorrido, además de una mejora de potencia y par del 9%, respecto a la anterior generación de motores 2.0 TDI.²⁸

También se verá cómo estos propulsores serán capaces de combinarse con diferentes sistemas de transmisión, cambio manual o automático DSG/S-Tronic y tracción, delantera o total 4Motion/4Drive/quattro.²⁸

3. DISEÑO Y PRINCIPIO OPERATIVO DEL SISTEMA DE DOBLE EMBRAGUE.

El sistema de doble embrague puede describirse, grosso modo, como una doble caja de cambios, una para las marchas pares y otra para las impares, donde a través de un control hidráulico, controlado electrónicamente, se asegura que la caja de engranajes pueda funcionar de forma totalmente automática. La existencia de dos embragues permite que una marcha esté engranada mientras que la siguiente se encuentra preseleccionada, según las necesidades de la conducción, lista para hacer el cambio cuando la unidad de control lo ordene. De esta manera, el cambio es prácticamente instantáneo, por lo que no existe pérdida de par durante el mismo.



Figura 3.1: caja de cambios DSG de 6 velocidades.

El sistema de mecatrónica procesa la siguiente información para el correcto control del funcionamiento:

- Velocidad de rotación de entrada de la transmisión.
- Velocidad del eje primario de las dos transmisiones.
- Velocidad del volante y velocidad vial.
- Posición de la palanca de cambios.
- Posición del pedal del acelerador (aceleración o deceleración).

Usando estos datos, la mecatrónica del vehículo anticipa la siguiente marcha que se seleccionará y la engrana por medio de accionadores de engranaje y horquillas de cambio.

Durante el funcionamiento, una marcha está engranada o seleccionada mientras que la siguiente ya está preseleccionada. Esto se traduce en que un embrague estará cerrado, el de la marcha seleccionada, y el otro embrague se encontrará abierto. La apertura y cierre de ellos se debe a dos cilindros de

posicionamiento, cada uno de los cuales acciona las palancas de accionamiento. Por tanto, cuando se produce el cambio de marcha, los embragues se intercambian, es decir: el embrague abierto se cierra mientras que el otro se abre simultáneamente. El hecho de que uno de los dos embragues esté siempre cerrado garantiza la transmisión de potencia continua por parte del juego de velocidades.⁸

3.1 Principio operativo.

Pueden diferenciarse dos juegos de velocidades, las velocidades pares y las impares, cada uno de estos juegos funciona de manera análoga a una caja de cambios convencional, estando asignados cada uno de estos juegos a un embrague.

Existen dos ejes primarios concéntricos, uno hueco (exterior) y otro macizo (interior), cada uno de ellos acoplado a un embrague. De esta forma, el embrague exterior K1 se acopla con el eje interior macizo que monta las marchas impares (1ª, 3ª, 5ª y "R") mientras que las marchas pares (2ª, 4ª y 6ª) engranan con el embrague interior K2 por medio del eje exterior hueco (figura 3.2).⁸

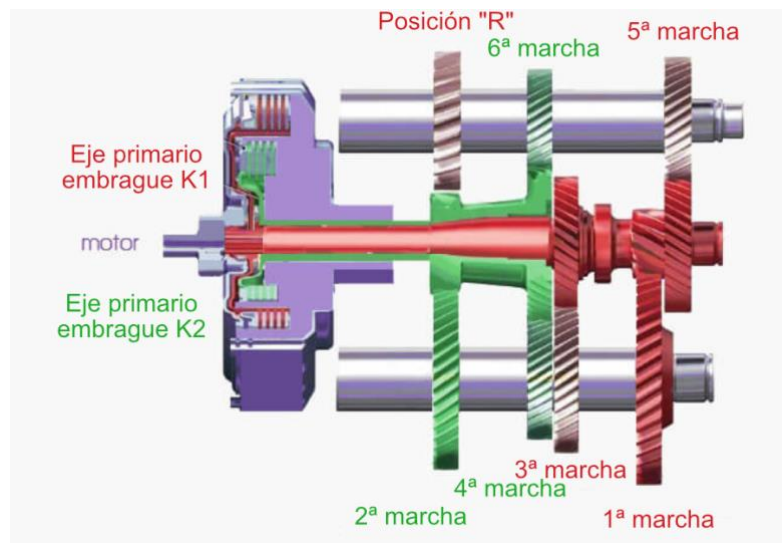


Figura 3.2: esquema sistema de doble embrague.

3.2 Funcionamiento.

Cuando el cigüeñal gira transmite la fuerza al volante de inercia bimasas y este lo transmite a los embragues mediante el soporte multidisco exterior (figura 3.3), que gira siempre de forma solidaria con el volante bimasas. Este conjunto contiene los dos embragues multidiscos bañados en aceite: el embrague exterior K1 y el embrague interior K2. Además, lleva captadores de revoluciones y de

temperatura, información que procesa la unidad mecatrónica para el funcionamiento de la caja. ⁸



Figura 3.3: Soporte multidisco exterior.

Los embragues permiten acoplar o desacoplar la salida de par del motor (cigüeñal – volante de inercia) con la entrada de la caja de velocidades. Estos embragues están formados por varios discos de acero y discos de material de fricción intercalados entre sí y bañados por aceite. La presencia del aceite entre los discos hace que la transmisión sea más suave que el embrague seco; sin embargo, la superficie de los discos es mayor para poder transmitir un mismo par. ⁵

La prensa se encarga de apretar todo el conjunto contra el plato de presión y el aro de presión. El aro de presión es un circlip que va insertado en el tambor de embrague y sirve de tope a los elementos. El movimiento de la prensa se consigue gracias a la aplicación de presión hidráulica que entra por la válvula situada en el tambor. Mientras no se aplique dicha presión hidráulica, bien un diafragma o un muelle helicoidal mantienen separados los discos o platos de embrague. Cuando el embrague dispone de diafragma, además de mantener los discos separados, también sirve como multiplicador de la fuerza de aplicación de la prensa cuando esta actúa. ⁵

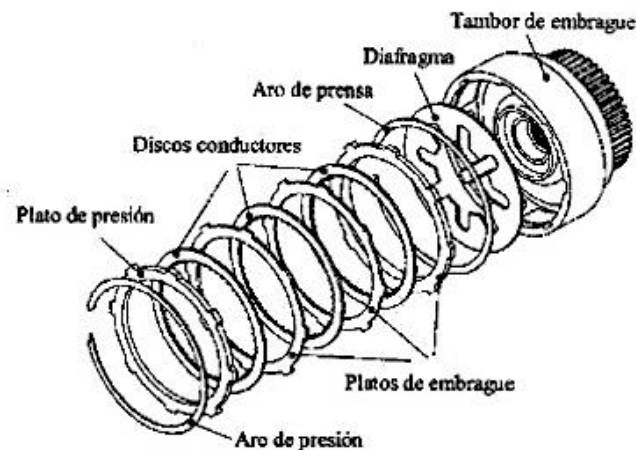


Figura 3.4: Despiece de un embrague multidisco en baño de aceite.

Los dos tipos de discos intercalados entre sí, difieren en que unos son estriados y encajan en una corona interior (discos de fricción), mientras que los otros (discos metálicos) carecen de estriado y encajan en el tambor de embrague (corona exterior), de tal modo que se mueven solidarios a este. Cuando la prensa, al presionar los platos, los haga solidarios, se igualará el giro del eje que engrana en los platos estriados con el tambor. Mientras sea el muelle o el diafragma el que prevalezca, eje y tambor giran independientes.⁵

Cuando el embrague se cierra, el par realiza un recorrido que le lleva a pasar por el multidisco interior para luego llegar al árbol de entrada. En este proceso, uno u otro de los soportes multidisco está transmitiendo fuerza en todo momento. Por tanto, con uno de los embragues cerrados, el par motor se transfiere a través del disco de embrague al eje de entrada correspondiente de la caja de cambios.⁸

Si se acciona alguno de los dos embragues, por ejemplo, el embrague exterior K1, se hace solidaria la carcasa exterior con la interior y giraría solo el eje primario 1 de las marchas impares y marcha atrás. En el caso de que se accione el embrague K2, la corona exterior y la interior se harían solidarias y giraría solo el eje primario 2. De este modo, la unidad mecatrónica decide si accionar hidráulicamente el embrague K1 o el embrague K2, según la marcha requerida.⁸



Figura 3.5: discos, embrague K2, embrague K1, conjunto abierto (corona exterior e interior).

- Marchas impares.

Se acciona el embrague K1, transmitiéndose el par a través de este hacia el eje primario 1, que monta los piñones de las velocidades impares, llegando así al piñón de la velocidad. Este piñón hará girar a la corona de la respectiva marcha, 1ª y 3ª se encuentran situadas en el eje secundario 1 mientras que 5ª está en el secundario 2. El selector se desplaza hacia el engranaje

seleccionando del secundario, lo que permite que todo el árbol secundario gire solidariamente con este último engranaje, mientras los demás engranajes del secundario giran locos, y se transmite así el par desde este árbol al diferencial.⁸

- Marchas pares.

Se cierra el embrague K2, quien hace que el conjunto primario 2, marchas pares, gire solidario a él, mientras que el eje primario 1 gira loco. El piñón de la marcha transmite el par y la fuerza a su respectiva corona del secundario, en el árbol secundario 1 se encuentran los engranajes de salida de la 2ª y 4ª marcha y en el secundario 2 el de la 6ª marcha. Además, la 4ª y la 6ª marchas comparten engranaje en el eje primario 2. El sincronizador se ha desplazado para seleccionar el engranaje del secundario de la marcha que se desea acoplar, mientras los demás giran locos, y hacer solidario el árbol al dentado seleccionado, transmitiendo así el par al diferencial.⁸

- Marcha atrás.

El embrague K1 se acciona y el par se transmite al eje primario 1. El piñón de la 1ª velocidad engrana con la corona de entrada del árbol inversor. Así, el par es transmitido desde el primario 1 hacia el árbol inversor y desde este se transmite al árbol secundario 2 por el engranaje de salida. Finalmente, el eje secundario 2 se une con el diferencial mediante el piñón de ataque de este árbol, habiendo hecho solidario el giro del engranaje de reversa en el secundario 2 con el árbol mediante el sincronizador.⁸

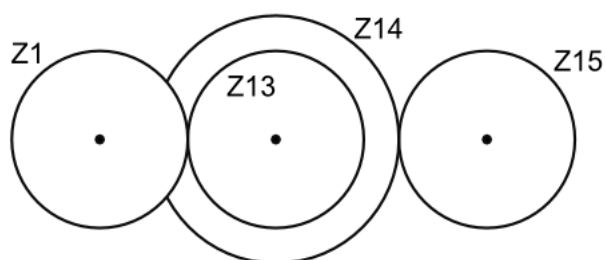


Figura 3.6: tren de engranajes para la marcha atrás.

Estos cambios son tan rápidos porque siempre se tienen seleccionadas dos marchas, aunque solo uno de los embragues está cerrado. Es decir, para hacer el cambio de marcha la unidad mecatrónica solo tendrá que desacoplar un embrague y acoplar el otro, estando ya las marchas seleccionadas.⁸

La mecatrónica se encarga de abrir y cerrar los embragues a través de un control electrohidráulico. Esta recibe aceite a presión y lo manda al orificio correspondiente de la caja para accionar el embrague requerido.⁸

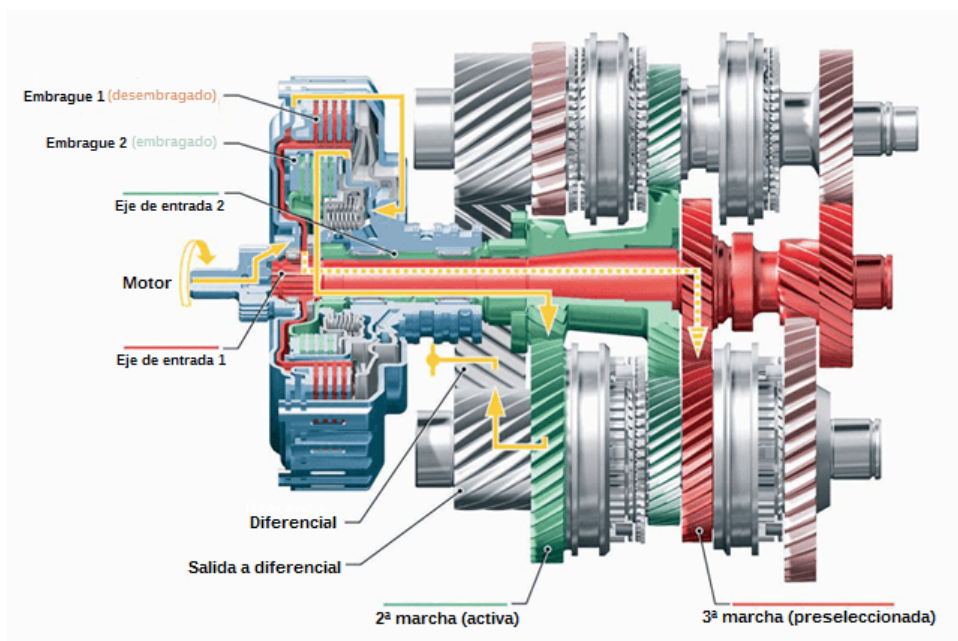


Figura 3.7: Esquema de la selección de marchas del sistema de doble embrague.

El selector se maneja a través de una horquilla, controlada hidráulicamente. Esta horquilla incorpora captadores con los que la unidad mecatrónica verifica si la marcha ha sido seleccionada o no.⁸

Los árboles primarios llevan a su vez unos captadores de revoluciones, la unidad mecatrónica comparará estas revoluciones con las del conjunto de los embragues (figura 3.4), de manera que sabiendo a qué revoluciones de entrada gira el conjunto, una vez que el embrague se accione, las revoluciones de salida del eje primario deberán ser las mismas, de lo contrario, el embrague estaría patinando.⁸

El volante bimasa, también denominado doble volante amortiguador o DMF, es un tipo de volante motor destinado a proporcionar mayor confort en mecánicas de elevado par motor.

Un volante motor convencional se compone de una pieza maciza para reducir vibraciones del motor y equilibrar las revoluciones del mismo, luego, el volante motor es un acumulador de energía cinética para estabilizar las velocidades angulares de los picos del motor.

Un volante bimasa se compone de dos masas, una de ellas será solidaria al cigüeñal y la otra será solidaria a la prensa de embrague, ambas fijadas mediante pernos. Este volante bimasa pretende mitigar el traspaso de par entre el motor y la caja de velocidades, esto permitirá evitar la transmisión de vibraciones para un mayor confort de los ocupantes del vehículo.



Figura 3.8: Volante bimasa.

3.3 Conducción.

Para manejar un vehículo equipado con cambio automático DSG es necesario conocer qué modos se pueden seleccionar desde la palanca de cambios y cuándo emplear cada modo.

Como en cualquier otro cambio automático, existen solo dos pedales, el de freno y el de aceleración, ambos se controlan con el pie derecho.



Figura 3.9: interior de un Volkswagen con cambio automático DSG.

La parte que más difiere con respecto a un vehículo con cambio manual es la palanca de cambios. Esta no se empleará para meter las distintas marchas, sino que tiene diferentes posiciones que se seleccionan durante la conducción según qué se necesite:

- **P: Parking.** Modo que se selecciona cuando el coche está estacionado para su inmovilización.

- **R: Reversa.** Se emplea cuando el conductor desea moverse marcha atrás con el vehículo.
- **N: neutro.** En esta posición, el vehículo se encuentra en punto muerto.
- **D/S: Drive/Sport.** El modo Drive se selecciona para avanzar hacia delante. La conducción será automática, es decir, el conductor solo tiene que pisar el acelerador o el freno según lo requiera, sin atender al cambio de marchas, que lo controla la mecatrónica de la caja. Para seleccionar el modo Sport, se empuja la palanca hacia atrás desde el modo Drive. Este modo aporta más empuje o par a la conducción.
- **+/- : Secuencial.** Si estando en modo Drive se desplaza la palanca a la derecha, se activa el modo manual. Este modo permite al conductor subir la marcha o reducirla, bien moviendo la palanca de cambios hacia delante o hacia atrás o bien por los controles en el volante. Aunque este modo no es manual completamente, ya que, si se llega al número de revoluciones máximo o mínimo de cada marcha, se introduce automáticamente la siguiente necesaria.



Figura 3.10: palanca de cambios DSG.

4. DATOS DE PARTIDA.

4.1 Vehículo elegido.

El vehículo elegido como referencia para realizar el proyecto ha sido el *Volkswagen Golf R32* con cambio *DSG*, vehículo presentado en 2003 con el que Volkswagen daba a conocer su exitoso cambio automático. (*Volkswagen Golf 3.2 DSG R32 4MOTION 250CV GTI 5P*).²⁶

El DSG (acrónimo de *Direct Shift Gearbox*) es un cambio automático que admite la selección manual de las marchas con mandos secuenciales en la palanca o en el volante.²⁶



Figura 4.1: Volkswagen Golf R32 DSG (2003).

El *Volkswagen Golf R32 MKIV* con el cambio automático DSG se presentó en el Salón de Ginebra de 2003 prometiendo una aceleración mayor, consiguiendo hacer el 0 a 100 km/h en 6.2 segundos y con un consumo de 1.3 litros menos de gasolina (un 11% menor) con respecto al modelo anterior.²⁶

Desde su presentación, la caja de cambios *DSG* se ha convertido en un imprescindible para casi cualquier coche Volkswagen. Hasta la fecha, 26 millones de coches de la marca han estado equipados con una caja de cambios de doble embrague y actualmente un 40% de los Volkswagen Golf que se compran la equipan, llegando al 60% en el caso del *Passat*, al 80% en el caso del *Volkswagen Arteon*, e incluso a un 90% en el caso del *Volkswagen Tiguan Allspace*.²⁶

Las características del *Volkswagen Golf 3.2 DSG R32 4MOTION 250CV GTI 5P* se detallan a continuación:²⁷

Transmisión	
Tracción	Total
Velocidades	6
Relación de la 1ª velocidad (:1)	2,93
Relación de la 2ª velocidad (:1)	1,83
Relación de la 3ª velocidad (:1)	1,30
Relación de la 4ª velocidad (:1)	0,98
Relación de la 5ª velocidad (:1)	0,77
Relación de la 6ª velocidad (:1)	0,62
Relación de la marcha atrás (:1)	2,51
Prestaciones	
Velocidad máxima (km/h)	248
Aceleración 0-100 km/h	6,2
Potencia máxima CV (KW)	148 (250)
Rpm para la potencia máxima (mín)	6300
Par máximo (Nm)	320
Rpm para el par máximo (mín)	2500
Dimensiones	
Longitud (mm)	4246
Altura (mm)	1465
Anchura (mm)	1759
Otros	
Peso en vacío (publicado) (kg)	1538
Coeficiente de resistencia aerodinámica, C_x	0,32

Tabla 4.1: Resumen de la ficha técnica del Volkswagen Golf 3.2 DSG R32.

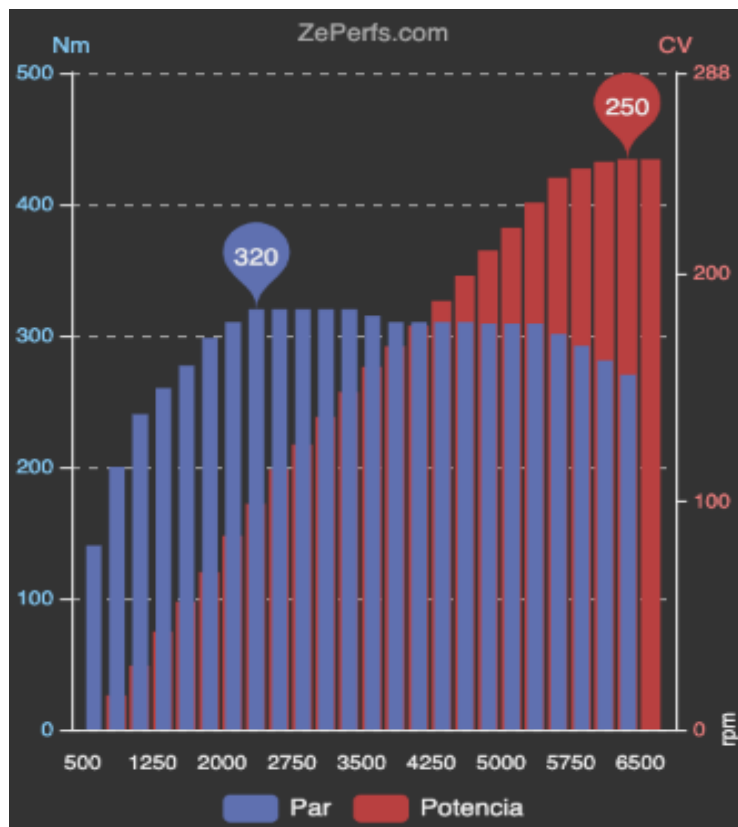


Figura 4.2: Curvas de par y potencia del motor del Volkswagen Golf V R32

4.2 Secuencia de diseño e hipótesis iniciales.

Por naturaleza, el diseño es un proceso iterativo en el que es necesario realizar algunas selecciones iniciales y construir un esquema previo para determinar las partes críticas del mismo.⁷ La secuencia de diseño seguida y las hipótesis iniciales tomadas son:

- **Requisitos de potencia y par de torsión.** Estos determinarán las necesidades globales de dimensionamiento de todo el sistema.⁷ La tabla 4.1 proporciona los datos relativos a la situación de máxima potencia y máximo par, a partir de su estudio se establecerá cuál es la situación más desfavorable para el diseño, tomándola como partida, apartado 6.1.
- **Especificación de engranes.** A partir de las relaciones de transmisión necesarias para las velocidades, definidas en la tabla 4.1, se obtendrá el número de dientes de cada engranaje. Algunas de las consideraciones de diseño que se toman *a priori* son:
 - Engranajes cilíndricos helicoidales exteriores.
 - Módulo normal: $m_n = 5$.
 - Ángulo de presión: $\alpha_n = 20^\circ$.
 - Ángulo de hélice: $\beta = 30^\circ$.

De esta forma, se podrán obtener los diámetros y otros parámetros de los engranajes. Los apartados 5 y 6 abordarán su geometría y cálculo.

- **Diseño del eje y análisis de fuerzas.** Se debe especificar el diseño general del eje, lo cual incluye la ubicación axial de los engranajes y cojinetes. Siendo conocidos los diámetros de los engranajes, se podrán elaborar los diagramas de esfuerzos de los ejes.⁷ Esto se desarrollará en el apartado 7. A continuación, se muestran los esquemas previos de los ejes:

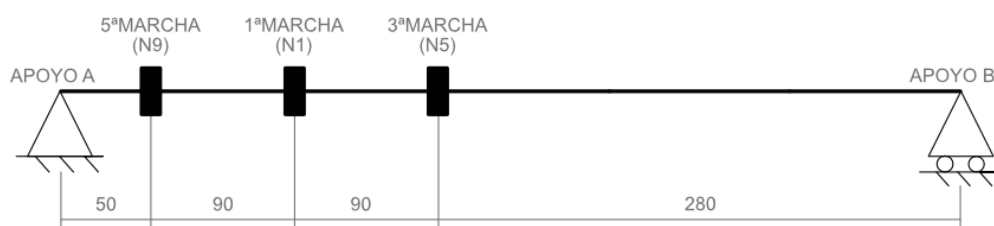


Figura 4.3: Esquema previo del eje primario 1.

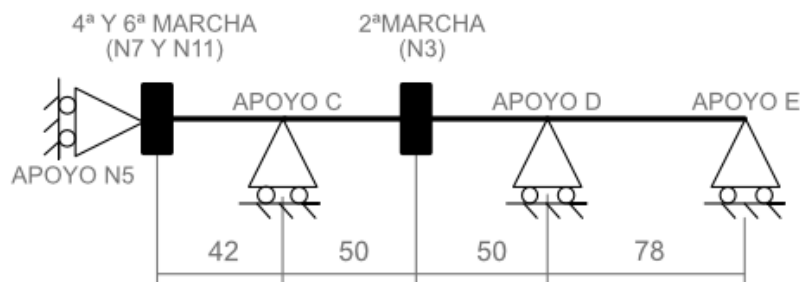


Figura 4.4: Esquema previo del eje primario 2.

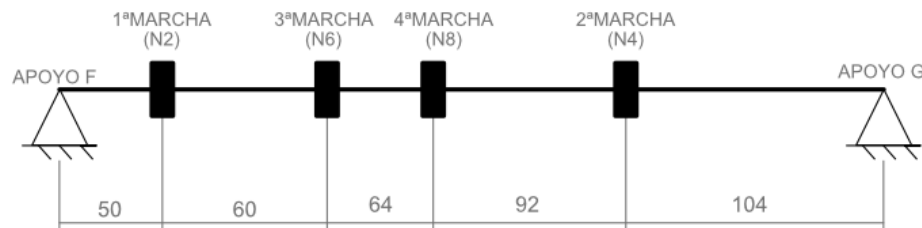


Figura 4.5: Esquema previo del árbol secundario 1.

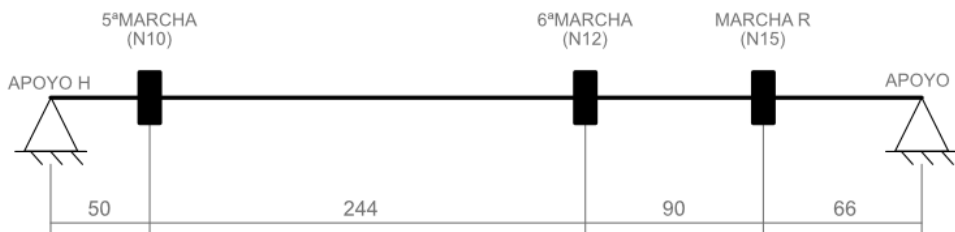


Figura 4.6: Esquema previo del árbol secundario 2.



Figura 4.7: Esquema previo del eje inversor.

- **Diseño del eje para esfuerzo estático y de fatiga.** Se conocen los diagramas de momentos de flexión y fuerza de corte y estableciendo los siguientes diámetros, los cuales se consideran constantes, para los ejes:
 - Eje primario 1: $\varnothing 30 \text{ mm}$.
 - Eje primario 2: $\varnothing_{interior} 47 \text{ mm}$ y $\varnothing_{exterior} 60 \text{ mm}$.
 - Árbol secundario 1: $\varnothing 50 \text{ mm}$.
 - Árbol secundario 2: $\varnothing 50 \text{ mm}$.
 - Eje inversor: $\varnothing 50 \text{ mm}$.

Podrán predecirse ubicaciones críticas y concentraciones aproximadas de esfuerzo, con lo que realizar una selección razonable del material de fabricación de ejes y engranajes. Todo esto se aborda en el apartado 7.

- **Selección de cojinetes** (apartado 8). Podrán escogerse los rodamientos específicos de un catálogo para satisfacer las cargas que estos deben soportar según el análisis de fuerzas y los diámetros estimados de los ejes. Estos últimos pueden ajustarse ligeramente.⁷
- **Cálculo del grupo cónico** (apartado 9). Para ello se toman como datos de partida la velocidad máxima alcanzable del vehículo y la relación de la marcha más larga (6ª velocidad), recogidos en la tabla 4.1.
- **Análisis prestacional** (apartado 10). Se toman como datos de partida las curvas de par y potencia del motor (figura 4.2).

5. GEOMETRÍA DE ENGRANAJES.

5.1 Geometría de engranajes helicoidales: nomenclatura, definición de términos.

Los engranajes empleados en la caja de velocidades son del tipo helicoidal. Estos engranajes se caracterizan por poseer dientes inclinados con respecto al eje de rotación y no son tan ruidosos como los engranajes rectos, debido al engranado más gradual de los dientes durante el acoplamiento. Además, pueden transmitir mayor fuerza para un mismo ancho de diente (en dirección axial) que los engranajes de dientes rectos.⁷

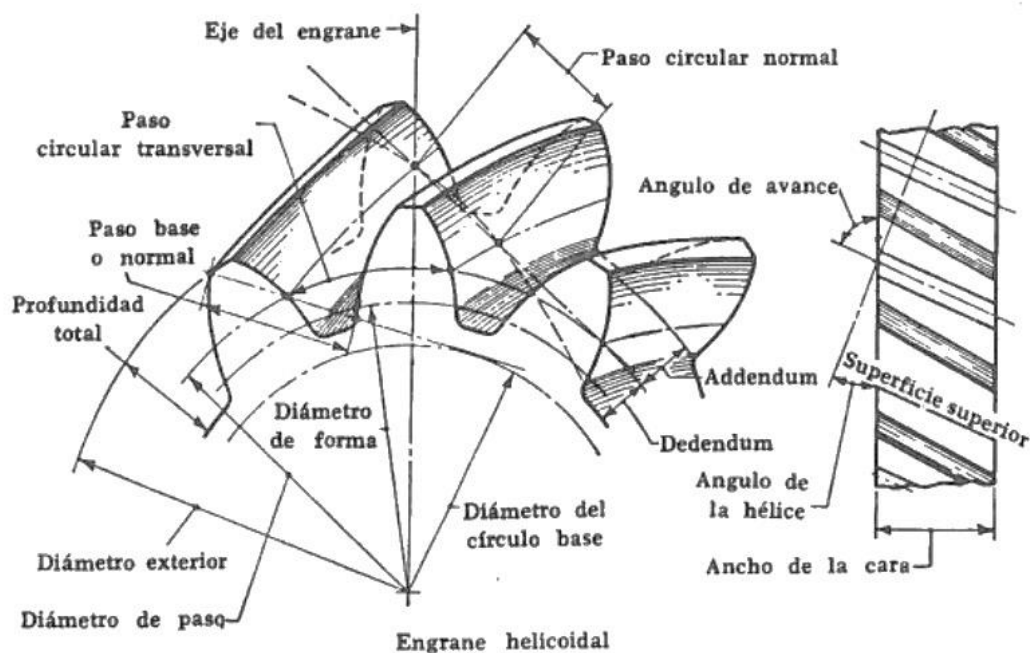


Figura 5.1: Características de los dientes de un engrane helicoidal.

A continuación, se describen las partes y nomenclatura más importantes de los engranajes helicoidales:

- Relación de engrane, m_G : es la relación entre el mayor y el menor número de dientes en un par de ruedas dentadas.³

$$m_G = \frac{Z_G}{Z_P}$$

- Paso circular, p : es la distancia a lo largo del círculo primitivo o la línea primitiva entre perfiles homólogos de dientes adyacentes.³ Según el plano en el que se contenga, se puede definir:

- Paso circular transversal, p_t : $p_t = \frac{p_n}{\cos\beta}$
- Paso circular normal, p_n : $p_n = \pi \cdot m_n$
- Paso axial, p_x : $p_x = \frac{p_n}{\sen\beta}$

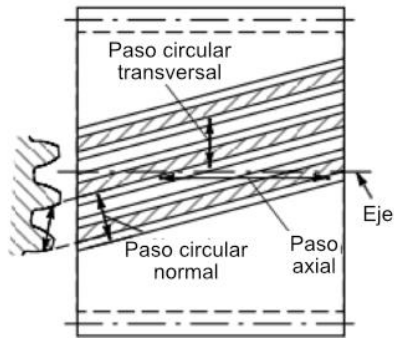


Figura 5.2: Pasos del diente.

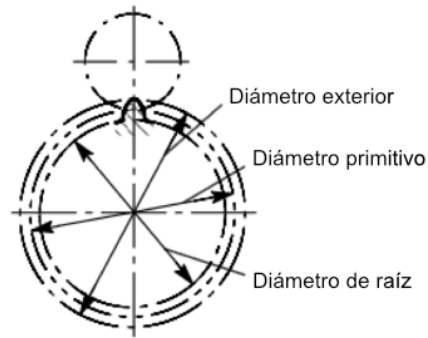


Figura 5.3: Diámetros de un engrane.

- Diámetro primitivo, d : es el diámetro de la circunferencia primitiva imaginaria que rueda sin deslizar sobre otra circunferencia primitiva en una pareja de ruedas dentadas (circunferencia primitiva).³

$$d = Z m = \frac{Z p}{\pi} = Z \frac{m_n}{\cos \beta}$$

- Diámetro de raíz o de pie: es el diámetro de la circunferencia tangente a los fondos de los espacios entre los dientes en una sección transversal (circunferencia de raíz o de pie).¹⁵

$$d_r = d - 2b$$

- Diámetro de cabeza o exterior: coincide con las superficies superiores de los dientes de un engranaje cilíndrico externo, en un corte seccional.¹⁵

$$d_o = d + 2a$$

- Addendum o cabeza del diente, a : es la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia de cabeza.¹⁸

$$a = m_n$$

- Dedendum o pie del diente, b : es la profundidad del diente bajo el círculo primitivo o línea primitiva, es decir, la distancia radial entre la circunferencia primitiva y el círculo de pie o raíz.¹⁸

$$b = 1,25m_n$$

- Claro, c : es la cantidad que excede el dedendum de un engrane determinado al addendum de su engrane compañero.¹⁸

$$c = b - a$$

- Profundidad de trabajo, h_k : es la profundidad del engranamiento de dos ruedas dentadas, es decir, la suma de sus addendums.³

- Profundidad total, h_t : es la profundidad total del espacio entre los dientes, igual a la suma del addendum y el dedendum. También es igual a la profundidad de trabajo más el claro.³

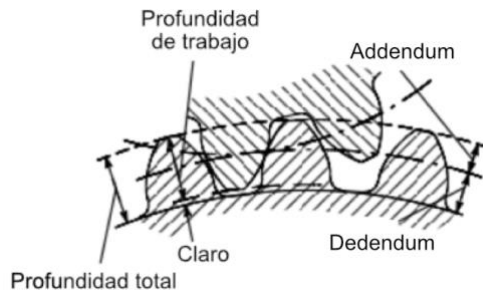


Figura 5.4: Dimensiones principales del diente.

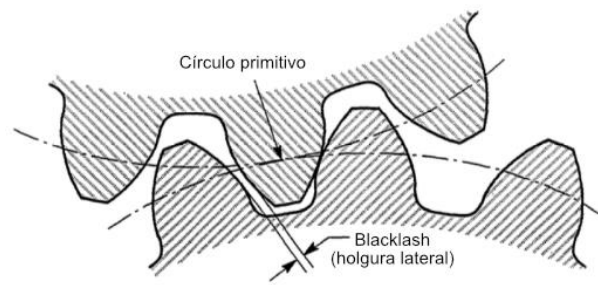


Figura 5.5: holgura lateral.

- Holgura lateral o *Backlash*, B : es la cantidad por la cual el ancho del espacio entre dientes excede el espesor del diente con el que engrana en los círculos primitivos de funcionamiento.³

$$B_{\min} = 0,06 + 0,0005C + 0,03m_n$$

- Espesor circular, t_p, t_G : es la longitud del arco entre los dos lados del diente del engrane sobre la circunferencia primitiva.³ Según el plano en el que se contenga, se diferencia:

- o Espesor circular transversal, t_t . Su valor máximo se calcula como:

$$t_{tG\max} = 2\pi \left(\frac{C}{Z_G + Z_P} \right) - B_{\min} - m_t \frac{\pi}{2}$$

- o Espesor circular normal, t_n : $t_n = t_t \cdot \cos\beta = m_n \frac{\pi}{2}$

- o Espesor axial, t_x : $t_x = \frac{t_n}{\sin\beta} = \frac{t_t}{\tan\beta}$

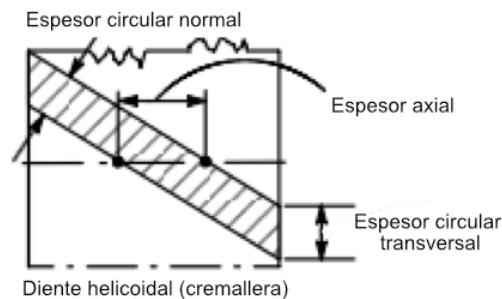


Figura 5.6: Espesores de un diente helicoidal.

- Ancho de la cara, F : es la longitud de los dientes en un plano axial. El ancho de la cara de los engranes helicoidales debe ser de al menos 2 veces el paso axial, a fin de obtener una buena acción del engrane helicoidal.¹⁸
- Ángulo de presión, α : es el ángulo en el punto primitivo entre la línea de presión, la cual es normal a la superficie del diente, y el plano tangente a la superficie primitiva. Suele tomar el valor normalizado 20° . Según el plano que lo contenga, transversal, normal o axial, se definen los ángulos de presión transversal (α_t), normal (α_n) y axial (α_x), respectivamente.

- o Ángulo de presión transversal, α_t : $\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan\alpha_n}{\cos\beta} \right)$

- Ángulo de hélice, β : es el ángulo entre la hélice y la línea axial del cilindro. En engranes helicoidales, está en el diámetro primitivo a menos que se especifique lo contrario.³

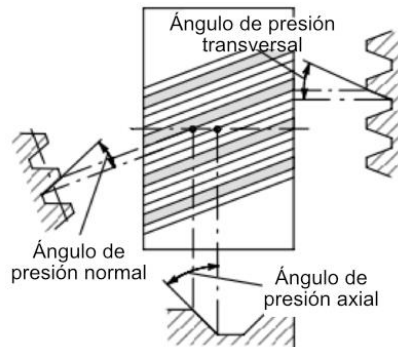


Figura 5.7: Ángulos de presión.

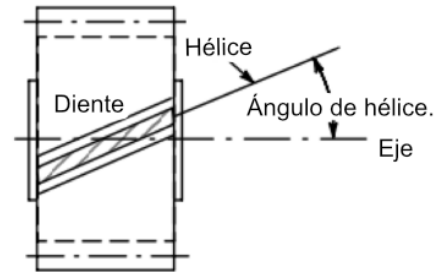


Figura 5.8: Ángulo de hélice.

- Módulo transversal, m_t : es la relación entre el diámetro primitivo, medido en milímetros, y el número de dientes. $m_t = \frac{d}{z} = \frac{25.4}{P_d}$
- Módulo normal, m_n : es el valor del módulo en un plano normal al engranaje helicoidal.⁷ $m_n = \frac{d}{z} \cos \beta = m_t \cos \beta$
- Relación de contacto total, ε_γ : es la suma de las relaciones de contacto transversal (ε_α) y axial (ε_β), la que debe estimarse como el promedio del número total de dientes en contacto en engranes helicoidales paralelos.¹⁷

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \left(\frac{\left(\sqrt{d_{o1}^2 - d_{r1}^2} + \sqrt{d_{o2}^2 - d_{r2}^2} \right) - C \cdot \text{sen} \alpha_t}{2 \cdot m_n \cdot \pi \cdot \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta} \right)} \right) + \frac{t_n \cdot \text{sen} \beta}{m_n \cdot \pi}$$

5.2 Cálculo geométrico de engranajes.

Para comenzar con el cálculo de la geometría de los engranes de la caja de velocidades, primero se ha obtenido el número de dientes de cada engranaje, partiendo de la relación de transmisión de cada velocidad. Estas relaciones son:²⁷

Relación de la 1ª velocidad (:1)	2,93
Relación de la 2ª velocidad (:1)	1,83
Relación de la 3ª velocidad (:1)	1,30
Relación de la 4ª velocidad (:1)	0,98
Relación de la 5ª velocidad (:1)	0,77
Relación de la 6ª velocidad (:1)	0,62
Relación de la marcha atrás (:1)	2,51

Tabla 5.1: relación de transmisión de cada velocidad.

Para obtener el número de dientes de cada engrane, se debe tener en cuenta el número mínimo de dientes que debe tener el piñón para que opere sin interferencia. En la siguiente tabla se muestra el número mínimo de dientes del piñón según el ángulo de presión y de hélice para evitar la socavación:⁷

Ángulo de la hélice, $\beta(^{\circ})$	Número mínimo de dientes para evitar la socavación			
	Ángulo de presión normal, $\alpha_n(^{\circ})$			
	$14\ 1/2$	20	$22\ 1/2$	25
0 (Engranajes rectos)	32	17	14	12
5	32	17	14	12
10	31	17	14	12
15	29	16	13	11
20	27	15	12	10
23	25	14	11	10
25	24	13	11	9
30	21	12	10	8
35	18	10	8	7
40	15	8	7	6
45	12	7	5	5

Tabla 5.2: Número mínimo de dientes del piñón vs ángulo de presión y ángulo de la hélice.

En este caso, el ángulo de presión α_n , es 20° y el ángulo de la hélice, β , se ha fijado en 30° luego, el número mínimo de dientes que ha de tener el piñón para evitar la interferencia durante el acoplamiento es 12.⁷

En segundo lugar, para continuar con el cálculo del número de dientes de los engranajes, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Cada velocidad de la caja de cambios se corresponderá con una pareja de engranajes, por lo que las relaciones de transmisión entre ellas serán las recogidas en la tabla 5.3.
- La relación de transmisión de una pareja de engranes se relaciona con los números de dientes de la corona y el piñón como: $m_G = Z_G/Z_P$
- El número mínimo de dientes que se considerará para un engranaje será de 13. El piñón de la primera velocidad tendrá este número de dientes. ($Z_1 = 13$).
- La distancia entre los centros de las distintas parejas de engranajes montadas sobre los mismos ejes debe permanecer constantes, por tratarse de ejes paralelos (figura 5.10). Esta condición se puede traducir como⁷:

$$\frac{d_{Pi}}{2} + \frac{d_{Gi}}{2} = \frac{d_{Pj}}{2} + \frac{d_{Gj}}{2} \rightarrow Z_{Pi} + Z_{Gi} = Z_{Pj} + Z_{Gj} \rightarrow Z_P + Z_G = Z_{cte}$$

- Dado que existen dos árboles secundarios, se pueden definir dos distancias entre centros distintas: la existente entre los ejes primarios y el

secundario 1, C_1 , y la existente entre los primarios y el secundario 2, C_2 . Por tanto, las parejas de engranes de las primeras cuatro velocidades (1ª, 2ª, 3ª y 4ª) mantendrán la misma distancia entre sus centros, C_1 ; mientras que la 5ª y 6ª velocidad definirán la distancia C_2 (figura 5.10).

- Las velocidades cuarta y sexta comparten el engranaje conductor o piñón ($Z_7 = Z_{11}$) (figura 5.10)
- El módulo de los engranajes es 5, según se consideró en las hipótesis iniciales de diseño (apartado 4.2)
- La marcha atrás no se trata de una pareja sino de un tren compuesto por cuatro engranajes (figura 5.9). El primero de ellos es el piñón de la primera velocidad, el cuarto se sitúa en el árbol secundario 2 y los dos intermedios van montados en un eje independiente, el eje inversor (figura 5.10). La relación de transmisión, en este caso, se define como el cociente del producto del número de dientes motrices entre el producto del número de dientes impulsados, e :⁷

$$e = \frac{Z_1 \cdot Z_{14}}{Z_{13} \cdot Z_{15}}$$

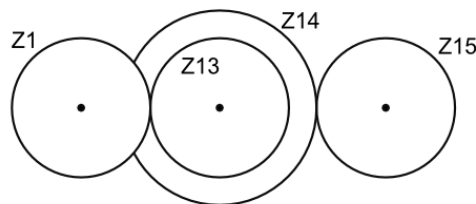


Figura 5.9: Esquema tren inversor.



Figura 5.10: Disposición de los engranajes y enumeración. DSG 6V (02E)

Teniendo en cuenta lo anterior, el número de dientes de los engranajes puede obtenerse como:

$$\begin{cases} m_{G1} = \frac{Z_2}{Z_1} = 2,93 \\ Z_1 = 13 \end{cases} \rightarrow Z_2 = 38 \rightarrow 38 + 13 = 51$$

$$\begin{cases} m_{G2} = \frac{Z_4}{Z_3} = 1,83 \\ Z_3 + Z_4 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_4 = 1,83 \cdot Z_3 \\ Z_3 + 1,83 \cdot Z_3 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_3 = 18 \\ Z_4 = 33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{G3} = \frac{Z_6}{Z_5} = 1,30 \\ Z_6 + Z_5 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_6 = 1,30 \cdot Z_5 \\ Z_5 + 1,30 \cdot Z_5 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_5 = 22 \\ Z_6 = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{G4} = \frac{Z_8}{Z_7} = 0,98 \\ Z_7 + Z_8 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_8 = 0,98 \cdot Z_7 \\ Z_7 + 0,98 \cdot Z_7 = 51 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_7 = 26 \\ Z_8 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{G6} = \frac{Z_{12}}{Z_{11}} = 0,62 \\ Z_{11} = Z_7 = 26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_{12} = 16 \\ Z_{11} + Z_{12} = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{G5} = \frac{Z_{10}}{Z_9} = 0,77 \\ Z_9 + Z_{10} = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_{10} = 0,77 \cdot Z_9 \\ Z_9 + 0,77 \cdot Z_9 = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_9 = 24 \\ Z_{10} = 18 \end{cases}$$

En el caso de la marcha atrás, se conoce el valor de la relación de la marcha atrás, $e = 2,51$, y el número de dientes del piñón de la primera velocidad, $Z_1 = 13$, además, el número mínimo de dientes de las ruedas debe ser 13. Luego, para que se cumplan estas condiciones se toma $Z_{13} = 13$, $Z_{14} = 45$ y $Z_{15} = 18$.

En la tabla 5.3 se recogen el número de dientes de los engranajes y las relaciones de transmisiones reales de estos.

m_{G1}	2,93	m_{G2}	1,83	m_{G3}	1,30	m_{G4}	0,98	m_{G5}	0,77	m_{G6}	0,62	m_{GR}	2,51
Z_{CTE}	51	Z_{CTE}	51	Z_{CTE}	51	Z_{CTE}	51	Z_{CTE}	42	Z_{CTE}	42	Z_{13}	13
Z_1	13	Z_3	18	Z_5	22	Z_7	26	Z_9	24	Z_{11}	26	Z_{14}	45
Z_2	38	Z_4	33	Z_6	29	Z_8	25	Z_{10}	18	Z_{12}	16	Z_{15}	18
m_{G1}^{real}	2,92	m_{G2}^{real}	1,83	m_{G3}^{real}	1,32	m_{G4}^{real}	0,96	m_{G5}^{real}	0,75	m_{G6}^{real}	0,62	m_{GR}^{real}	2,50

Tabla 5.3: Número de dientes de los engranajes y relaciones de transmisión.

Si se toma un plano normal a la hélice primitiva, figura 5.11, el cilindro primitivo de radio r queda seccionado según una elipse que se puede sustituir en l por un arco de círculo de radio $r/\cos^2\beta$. Dentro de este plano, el módulo normal $m_n = m_t \cdot \cos \beta$, y el ángulo de presión es el ángulo de presión normal

α_n . Así, se puede estudiar el dentado helicoidal dentro del plano normal como si se tratara de un dentado recto de las características siguientes: ¹⁸

Módulo m_n

Ángulo de presión α_n

Radio primitivo $r/\cos^2\beta$

Luego, el número virtual de dientes es:

$$Z' = \frac{Z}{\cos^3\beta}$$

Se necesita conocer el número virtual de dientes en el diseño por resistencia y, en ocasiones, en el corte de dientes helicoidales. ¹⁸

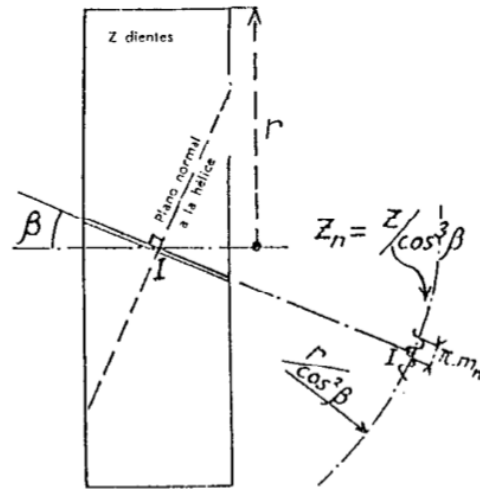


Figura 5.11: plano normal a la hélice.

Este radio de curvatura aparentemente mayor significa que pueden usarse menos dientes en engranes helicoidales, debido a que habrá menos rebaje. ¹⁸

La siguiente tabla recoge el número virtual de dientes para cada engrane:

Z_1'	20	Z_3'	28	Z_5'	34	Z_7'	40	Z_9'	37	Z_{11}'	40	Z_{13}'	20	Z_{15}'	28
Z_2'	59	Z_4'	51	Z_6'	45	Z_8'	38	Z_{10}'	28	Z_{12}'	25	Z_{14}'	69		

Tabla 5.4: Número virtual de dientes para cada engranaje.

A continuación, se calcula el diámetro primitivo de cada engrane, d , y la distancia entre centros, C .⁷ Siendo el valor del módulo normal 5. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 5.5.

$$d = Z \frac{m_n}{\cos\beta} \qquad C = \frac{d_1+d_2}{2}$$

Velocidad	Diámetro piñones		Diámetro coronas		Distancia entre centros	
1	d_1	75,06	d_2	219,39	C_1	147,22
2	d_3	103,92	d_4	190,53	C_1	147,22
3	d_5	127,02	d_6	167,43	C_1	147,22
4	d_7	150,11	d_8	144,34	C_1	147,22
5	d_9	138,56	d_{10}	103,92	C_2	121,24
6	d_{11}	150,11	d_{12}	92,38	C_2	121,24

Tabla 5.5: diámetros primitivos y distancia entre centros (mm) (velocidades 1^a – 6^a).

En el caso de la marcha atrás, también se pueden definir dos distancias entre centros: la existente entre el eje inversor y el primario1, y la definida entre

el eje inversor y el secundario 2. Los diámetros y distancias relativos a estos engranajes se recogen en la tabla 5.6.

Diámetros conductoras		Diámetro conducidas		Distancia entre centros	
d_1	75,06	d_{13}	75,06	C_3	75.06
d_{14}	259,81	d_{15}	103,92	C_4	181.87

Tabla 5.6: diámetros primitivos y distancia entre centros (mm) (marcha atrás).

También se calcularon otras partes de interés de la geometría del engranaje, definidas en el apartado anterior, y que se recopilan en las tablas 5.7 y 5.8.

Elemento	Unidades	1ª VELOCIDAD		2ª VELOCIDAD		3ª VELOCIDAD		4ª VELOCIDAD	
		Engranaje 1	Engranaje 2	Engranaje 3	Engranaje 4	Engranaje 5	Engranaje 6	Engranaje 7	Engranaje 8
Relación de engrane, m_G	--	2,92		1,83		1,32		0,96	
Número de dientes, Z	unidad	13	38	18	33	22	29	26	25
Ángulo de presión, α_n	grados	20		20		20		20	
Ángulo de la hélice, β	grados	30		30		30		30	
Módulo normal, m_n	--	5		5		5		5	
Módulo transversal, m_t	--	5,77		5,77		5,77		5,77	
Nº virtual de dientes, Z'	unidad	20	59	28	51	34	45	40	38
Diámetro primitivo, d	mm	75,06	219,39	103,92	190,53	127,02	167,43	150,11	144,34
Distancia entre centros, C	mm	147,22		147,22		147,22		147,22	
Diámetro exterior, d_o	mm	85,06	229,39	113,92	200,53	137,02	177,43	160,11	154,34
Diámetro de raíz, d_r	mm	62,56	206,89	91,42	178,03	114,52	154,93	137,61	131,84
Addendum, a	mm	5		5		5		5	
Dedendum, b	mm	6,25		6,25		6,25		6,25	
Claro, c	mm	1,25		1,25		1,25		1,25	
Profundidad de trabajo, h_W	mm	10		10		10		10	
Profundidad total, h_e	mm	11,25		11,25		11,25		11,25	
Paso circular normal, p_n	mm	15,71		15,71		15,71		15,71	
Paso circular transversal, p_t	mm	18,14		18,14		18,14		18,14	
Paso axial, p_x	mm	31,42		31,42		31,42		31,42	
Ángulo de presión transversal, α_t	grados	22,80		22,80		22,80		22,80	
Holgura lateral, B	mm	0,28		0,28		0,28		0,28	
Espesor circular transversal (intervalo), t_t	mm	9,07		9,07		9,07		9,07	
Espesor circular transversal (diente), t_t^*	mm	8,79		8,79		8,79		8,79	
Ancho de cara, F	mm	64		64		64		64	
Relación de contacto total, ε_e	--	1,54		1,56		1,57		1,57	

Tabla 5.7: características geométricas de los engranajes de la primera, segunda, tercera y cuarta velocidad.

Elemento	Unidades	5ª VELOCIDAD		6ª VELOCIDAD		MARCHA ATRÁS			
		Engrane 9	Engrane 10	Engrane 11	Engrane 12	Engrane 1	Engrane 13	Engrane 14	Engrane 15
Relación de engrane, m_G	--	0,76		0,65		2,51			
Número de dientes, Z	unidad	24	18	26	16	13	13	45	18
Ángulo de presión, α_n	grados	20		20		20			
Ángulo de la hélice, β	grados	30		30		30			
Módulo normal, m_n	--	5		5		5			
Módulo transversal, m_t	--	5,77		5,77		5,77			
Nº virtual de dientes, Z'	unidad	37	28	40	25	20	20	69	28
Diámetro primitivo, d	mm	138,56	103,92	150,11	92,38	75,06	75,06	259,81	103,92
Distancia entre centros, C	mm	121,24		121,24		75,06		181,87	
Diámetro exterior, d_o	mm	148,56	113,92	160,11	102,38	85,06	85,06	269,81	113,92
Diámetro de raíz, d_r	mm	126,06	91,42	137,61	79,88	62,56	62,56	247,31	91,42
Addendum, a	mm	5		5		5			
Dedendum, b	mm	6,25		6,25		6,25			
Claro, c	mm	1,25		1,25		1,25			
Profundidad de trabajo, h_W	mm	10		10		10			
Profundidad total, h_e	mm	11,25		11,25		11,25			
Paso circular normal, p_n	mm	15,71		15,71		15,71			
Paso circular transversal, p_t	mm	18,14		18,14		18,14			
Paso axial, p_x	mm	31,42		31,42		31,42			
Ángulo de presión transversal, α_t	grados	22,80		22,80		22,80			
Holgura lateral, B	mm	0,28		0,28		0,28			
Espesor circular transversal (intervalo), t_t	mm	9,07		9,07		9,07			
Espesor circular transversal (diente), t_t^*	mm	8,79		8,79		8,79			
Ancho de cara, F	mm	64		64		64			
Relación de contacto total, ε_e	--	1,54		1,54		1,46		1,58	

Tabla 5.8: características geométricas de los engranajes de la quinta y sexta velocidad y de la marcha atrás.

6. CÁLCULO DE LOS ENGRANAJES.

6.1 Carga transmitida por los engranajes helicoidales.

Para poder calcular el esfuerzo de flexión y el esfuerzo de contacto de los engranes, será necesario determinar primero la carga tangencial transmitida, W_t , por cada uno de ellos.

Esta carga se calculará tanto para la condición de máxima potencia como para la condición de par máximo, con el objetivo de escoger la situación de carga más desfavorable para los engranajes. Las características de ambas situaciones son:

- Condiciones de potencia máxima: $H = 184 \text{ kW}$, $\omega = 6300 \text{rpm} \cdot 2\pi/60$
- Condiciones de par máximo: $T = 320 \text{ Nm}$, $\omega = 6300 \text{rpm} \cdot 2\pi/60$

Para la condición de potencia máxima, W_t se calcula como:

$$H = T \times \omega = \frac{d_p}{2} W_t \omega \rightarrow W_t = \frac{2H}{d_p \omega}$$

Para el caso de par máximo, W_t se calcula como:

$$T = \frac{d_p}{2} W_t \rightarrow W_t = \frac{2T}{d_p}$$

Debido a que los engranes acoplados son razonablemente eficaces, con pérdidas menores al 2%, la potencia generalmente se trata como una constante a través del acoplamiento. ⁷

El valor de la carga transmitida, W_t , para las condiciones de potencia máxima y par máximo, para cada engranaje se recoge en la siguiente tabla:

	Engrane	Dp (mm)	Wt (N) [H máxima]	Wt (N) [T máximo]
Velocidad 1	1	75,06	7431,83	8527,02
	2	219,39	7431,83	8527,02
Velocidad 2	3	103,92	5367,43	6158,40
	4	190,53	5367,43	6158,40
Velocidad 3	5	127,02	4391,54	5038,69
	6	167,43	4391,54	5038,69
Velocidad 4	7	150,11	3715,92	4263,51
	8	144,34	3715,92	4263,51
Velocidad 5	9	138,56	4025,58	4618,80
	10	103,92	4025,58	4618,80
Velocidad 6	11	150,11	3715,92	4263,51
	12	92,38	3715,92	4263,51
Marcha atrás	13	75,06	7431,83	8527,02
	14	259,81	2146,97	15642,34
	15	103,92	2113,16	15642,34

Tabla 6.1: Carga transmitida, W_t .

Los resultados reflejan que la condición de par máximo es la más desfavorable, pues la carga transmitida en este caso es superior a la transmitida en la condición de potencia máxima. Además, también puede comprobarse que la máxima carga la soporta la primera pareja de engranes.

6.2 Cálculo resistivo de los engranajes.

Los engranajes que se emplean son engranajes cilíndricos helicoidales externos montados sobre ejes paralelos, por lo que el procedimiento que se sigue para su cálculo se basa en la norma AGMA 2101-D04⁴. Esta contiene indicaciones para el cálculo de la capacidad de los engranajes teniendo en cuenta la resistencia a fatiga superficial (picadura o desgaste) y la resistencia a flexión de los mismos, considerando distintos factores que intervienen en dicho cálculo. Los cálculos de los esfuerzos admisibles en esta norma se basan en 10^7 ciclos, el 99% de confiabilidad y carga unidireccional.⁷

La picadura es una falla superficial de los dientes por fatiga debida a muchas repeticiones de esfuerzo de contacto elevado. Así, una falla superficial ocurre cuando el esfuerzo significativo de contacto es igual o excede el límite de resistencia a la fatiga de la superficie. El objetivo de la fórmula de resistencia a la picadura (σ_H) que ofrece la norma AGMA es determinar una capacidad de carga en la que las picaduras iniciales no se produzcan durante la vida de diseño del engranaje.⁷



Figura 6.1. Falla por picadura en el flanco del diente.

La falla por resistencia a la flexión intermitente en la base de los dientes de los engranajes es un fenómeno de fatiga originado por la repetición de esfuerzos desarrollados sobre el límite de resistencia, dando origen a una fisura o grieta en el filete del diente o raíz en una etapa inicial, y al desprendimiento total o parcial en una etapa avanzada.⁷

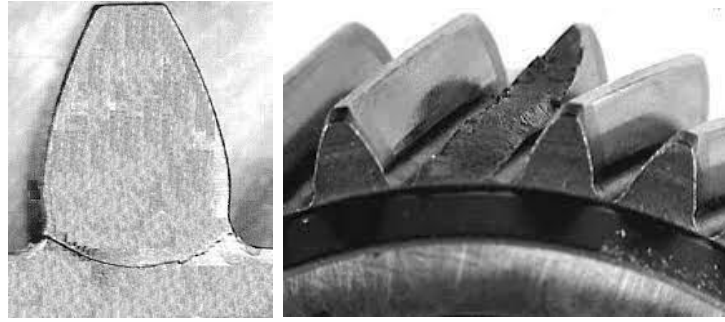


Figura 6.2. Falla por flexión del diente.

El propósito de la norma para el cálculo de la resistencia a flexión (σ_F) es determinar la carga que puede ser transmitida por el engranaje durante la vida diseñada sin causar agrietamiento en la base del diente. En ocasiones, el desgaste, las picaduras o deslizamientos plásticos pueden limitar la resistencia a la flexión debido a las concentraciones de esfuerzos alrededor de las fallas existentes en el diente. ⁷

Como ya se ha introducido, en la metodología AGMA se emplean dos fórmulas fundamentales, una para la resistencia a la picadura (esfuerzo de contacto) y otra para la resistencia a la falla por flexión. En la terminología AGMA, los resultados obtenidos son los llamados números de esfuerzo.

La ecuación fundamental de la resistencia a la falla por flexión⁴ es:

$$\sigma_F = W^t K_o K_v K_s \frac{1}{F m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

donde,

W_t es la carga tangencial transmitida (N),

K_o es el factor de sobrecarga,

K_v es el factor dinámico,

K_s es el factor de tamaño,

F es el ancho de cara del elemento más angosto (mm),

K_H es el factor de distribución de la carga,

K_B es el factor del espesor del aro,

Y_j es el factor geométrico de resistencia a la flexión (que incluye el factor de concentración de esfuerzo en la raíz del entalle K_f),

m_t es el módulo transversal.

Por otro lado, la ecuación fundamental de la resistencia a la picadura (esfuerzo de contacto)⁴ se expresa como:

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_p F Z_I}}$$

donde W^t, K_o, K_v, K_s, K_H y F son los mismos términos que los definidos para la ecuación anterior. Los términos adicionales son:

Z_E es un coeficiente elástico ($\sqrt{N/mm^2}$),
 Z_R es el factor de condición superficial,
 d_p es el diámetro de paso del piñón (mm),
 Z_I es el factor geométrico de resistencia a la picadura.

Será importante establecer una relación para comparar la resistencia a la flexión (número de esfuerzo a flexión) con la resistencia a la flexión admisible (número de esfuerzos de flexión permisible), esta relación es:

$$\sigma_F = \frac{\sigma_{FP}}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z}$$

donde

σ_{FP} (S_t) es la resistencia a la flexión admisible (N/mm²),
 Y_N es el factor de ciclos de esfuerzo del esfuerzo de flexión,
 Y_θ es el factor de temperatura,
 Y_Z es el factor de confiabilidad,
 S_F es el factor de seguridad AGMA.⁴

Del mismo modo, la relación para comparar la resistencia al contacto (número de esfuerzo de contacto) con la resistencia de contacto admisible (número de esfuerzos de contacto permisible) es:

$$\sigma_H = \frac{\sigma_{HP}}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z}$$

donde Y_θ e Y_Z son los mismos términos que los definidos anteriormente, y los nuevos términos son:

σ_{HP} (S_C) es la resistencia de contacto admisible (N/mm²),
 Z_N es el factor de vida de ciclos de esfuerzo,
 Z_W es el factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura,
 S_H es el factor de seguridad AGMA.⁴

Por tanto, dado que los factores de seguridad AGMA son mayores a la unidad, se debe cumplir que:

$$\sigma_F \leq \sigma_{FP} \quad \text{y} \quad \sigma_H \leq \sigma_{HP}$$

A continuación, se describen y calculan cada uno de los factores o coeficientes que intervienen en las ecuaciones anteriores:

- Factores geométricos Y_J y Z_I .

El factor geométrico Y_J evalúa la forma del diente, la posición en la cual la carga resulta más perjudicial y la distribución de la carga entre líneas oblicuas de contacto en los engranajes helicoidales.⁴

El factor geométrico Z_I evalúa el radio de curvatura de los perfiles de los dientes en contacto basado en su geometría. También se consideran los efectos de modificar las proporciones de los dientes y la distribución de cargas.⁴

Ambos factores se obtienen de la norma AGMA 908-B89 *Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth* (Factores Geométricos para Determinar la Resistencia a Picaduras y la Resistencia a Flexión de Engranajes Rectos, Helicoidales y de Doble Hélice).²

De las tablas que proporciona dicha norma se ha empleado la siguiente para la obtención de los valores de Y_J (J) y Z_I (I):

*I AND J FACTORS FOR:*¹

20.0	DEG. PRESSURE ANGLE	2.250	WHOLE DEPTH FACTOR
30.0	DEG. HELIX ANGLE	0.024	TOOTH THINNING FOR BACKLASH
0.250	TOOL EDGE RADIUS		LOADED AT TIP
EQUAL ADDENDUM ($x_1 = x_2 = 0$)			

GEAR TEETH	PINION TEETH																
	12		14		17		21		26		35		55		135		
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	
12 I																	
J	U	U															
14 I				0.125													
J	U	U	0.39	0.39													
17 I				0.139		0.128											
J	U	U	0.39	0.41	0.41	0.41											
21 I				0.154		0.144		0.132									
J	U	U	0.40	0.43	0.42	0.43	0.44	0.44									
26 I				0.169		0.159		0.148		0.135							
J	U	U	0.41	0.44	0.43	0.45	0.45	0.46	0.46	0.46							
35 I				0.189		0.180		0.170		0.158		0.139					
J	U	U	0.41	0.46	0.43	0.47	0.45	0.48	0.47	0.48	0.49	0.49					
55 I				0.215		0.208		0.200		0.190		0.174		0.145			
J	U	U	0.42	0.49	0.44	0.49	0.46	0.50	0.48	0.50	0.50	0.51	0.52	0.52			
135 I				0.250		0.248		0.245		0.240		0.231		0.210		0.151	
J	U	U	0.43	0.51	0.45	0.52	0.47	0.53	0.49	0.53	0.51	0.54	0.53	0.55	0.56	0.56	

¹ The letter "U" indicates a gear tooth combination which produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided. See Section 7 and Fig 7-1.

Tabla 6.2: Valores de Y_J (J) y Z_I (I).

La elección se basa en:

- Ángulo de presión: 20°.
- Ángulo de hélice: 30°.
- Mismo addendum para ambos engranes.

A partir de los valores de la tabla y conociendo el número de dientes de cada engranaje se ha obtenido el valor de Y_j y Z_I para cada uno de ellos. Estos valores se recogen en la tabla siguiente:

	Nº dientes, Z	Y_j	Z_I
Velocidad 1	13	0,41	0,193
	38	0,46	0,193
Velocidad 2	18	0,43	0,18
	33	0,47	0,18
Velocidad 3	22	0,45	0,159
	29	0,461	0,159
Velocidad 4	26	0,46	0,135
	25	0,46	0,135
Velocidad 5	24	0,45	0,15
	18	0,43	0,15
Velocidad 6	26	0,45	0,159
	16	0,43	0,159
Marcha atrás	13	0,39	0,125
	45	0,48	0,194
	18	0,435	0,194

Tabla 6.3: Factores geométricos Y_j y Z_I .

Se ha interpolado de manera lineal para los casos en los que el número de dientes no es proporcionado por la tabla.

- Factor dinámico K_v .

Este factor dinámico relaciona la carga total de los dientes incluyendo los efectos dinámicos internos con la carga tangencial transmitida por el diente.⁴

$$K_v = \frac{F_d + F_t}{F_t}$$

donde:

F_t es la carga tangencial transmitida,

F_d es el incremento de la carga dinámica del diente debido a la respuesta dinámica del par de engranajes a la excitación por error de transmisión, no incluyendo la carga tangencial transmitida.

En caso de que se desconozca la carga dinámica, como es el caso, la metodología AGMA proporciona una forma aproximada de obtener K_v . Este factor puede obtenerse a partir de la figura 6.3, donde se relaciona la velocidad de la línea primitiva, v_t , con K_v según el grado de calidad Q_v a través de curvas empíricas aproximadas.⁴

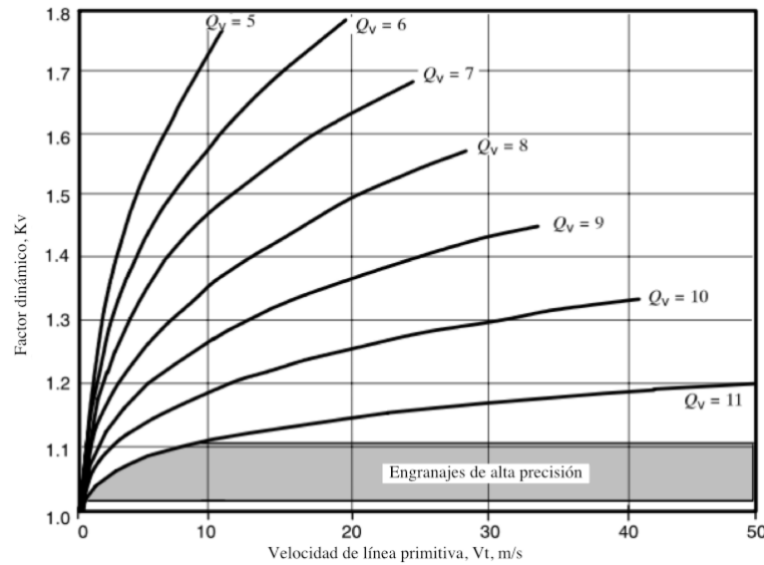


Figura 6.3: Factor dinámico, K_v .

Dichas curvas son generadas para valores enteros de Q_v , donde $5 \leq Q_v \leq 11$, el cual está relacionado con el grado de precisión de transmisión y se obtienen a partir de la siguiente fórmula:

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{196,85 v_t}}{A} \right)^B$$

donde:

$$A = 50 + 56(1,0 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{0,667}$$

El valor de la velocidad en la línea primitiva se calculará como:

$$v_t = n \frac{d_p}{2} \text{ (m/s)}$$

donde

n es el número de rpm al que gira el engranaje,
 d_p es el diámetro primitivo del engranaje.

Para el cálculo del valor del régimen de revoluciones, n , de cada engranaje se debe tener en cuenta que el análisis se efectúa para las condiciones de par máximo (320Nm y 2500rpm), pues son las más desfavorables. Por tanto, el régimen de giro del engranaje de entrada, n_e , se corresponderá a 2500rpm, mientras que el régimen de revoluciones del engranaje de salida, n_s , puede calcularse como:

$$n_s = \frac{n_e}{m_G} \text{ (rpm)}$$

donde m_G es la relación de transmisión entre los engranes.

Por otro lado, el diámetro primitivo del engranaje puede expresarse como:

$$d_p = \frac{Z_i m_n}{\cos \beta} \text{ (mm)}$$

donde

Z_i es el número de dientes del engranaje,

m_n es el módulo normal, que en este caso toma el valor de 4,

β es el ángulo de la hélice, que es de 30° .

En la siguiente tabla se recogen los valores de los factores que intervienen en el cálculo del factor dinámico, K_v , y el resultado final de este:

	Z	mG	Qv	B	A	n(rpm)	Dp (mm)	v (m/s)	Kv
Velocidad 1	13	2,92	11	0,25	92	2500	75,06	9,82	1,10
	38		11	0,25	92	856,16	219,39	9,84	1,10
Velocidad 2	18	1,83	11	0,25	92	2500	103,92	13,60	1,12
	33		11	0,25	92	1366,12	190,53	13,63	1,12
Velocidad 3	22	1,32	11	0,25	92	2500	127,02	16,63	1,13
	29		11	0,25	92	1893,94	167,43	16,60	1,13
Velocidad 4	26	0,96	11	0,25	92	2500	150,11	19,65	1,14
	25		11	0,25	92	2604,17	144,34	19,68	1,14
Velocidad 5	24	0,75	11	0,25	92	2500	138,56	18,14	1,13
	18		11	0,25	92	3333,33	103,92	18,14	1,13
Velocidad 6	26	0,62	11	0,25	92	2500	150,11	19,65	1,14
	16		11	0,25	92	4032,26	92,38	19,50	1,14
Marcha atrás	13	1	11	0,25	92	2500,00	75,06	9,82	1,10
	45	2,5	11	0,25	92	2500,00	259,81	34,01	1,17
	18		11	0,25	92	6250,00	103,92	34,01	1,17

Tabla 6.4: Factor dinámico, K_v .

- Factor de sobrecarga, K_o .

Este factor de sobrecarga tiene como finalidad tener en cuenta todas las cargas que se aplican de manera externa en exceso de la carga tangencial nominal W_t en una aplicación particular. Existen otros factores similares como el factor de aplicación o el factor de servicio. Estos factores se establecen después de obtener una considerable experiencia de campo para una aplicación particular.⁷

La tabla 6.5 recoge los factores de sobrecarga empleados según la naturaleza de la fuente de potencia y de la máquina impulsada.⁷

Tabla de factores de sobrecarga, K_o			
Máquina impulsada			
Fuente de potencia	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

Tabla 6.5. Factores de sobrecarga.

En este caso, la fuente de potencia es uniforme y la máquina impulsada tiene un impacto moderado, por lo que $K_o = 1,25$.

- Coeficiente elástico, Z_E .

Los valores de este coeficiente pueden calcularse directamente por medio de la ecuación:

$$Z_E = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} (\sqrt{N/mm^2})$$

donde

ν_p y ν_G son el coeficiente de Poisson para el piñón y el engrane, respectivamente,

E_p y E_G son el módulo de elasticidad para el piñón y el engrane, respectivamente.

Para dos engranajes de acero con $\nu = 0,3$ y $E = 2,05 \times 10^5 N/mm^2$ para ambos miembros, entonces $Z_E = 190(\sqrt{N/mm^2})$.⁴

- Factor de condición superficial, Z_R .

El factor de condición superficial, Z_R , usado solo en el cálculo del número de esfuerzos de contacto, σ_H , depende de:

- El acabado superficial,
- Las tensiones residuales,
- Efectos de plasticidad (endurecimiento de trabajo).

No se han establecido estándares para factores de condición superficial para los casos en los que existe un acabado superficial perjudicial. En tal caso, el factor de condición superficial deberá ser mayor a la unidad ($Z_R > 1$).⁴

Si se considera que el acabado superficial es adecuado, el valor del factor de condición superficial puede ser tomado como la unidad ($Z_R = 1$).

- Factor de la relación de durezas de resistencia a la picadura, Z_W .

El factor de relación de durezas, Z_W , empleado en el cálculo de la resistencia a la picadura, depende de:

- La relación de transmisión,
- El acabado superficial del piñón,
- La dureza del piñón y de la corona.

Por lo general, el piñón tiene un número de dientes menor que la corona y, en consecuencia, se somete a más ciclos de esfuerzos de contacto. Si ambos se endurecen completamente, se obtiene una resistencia superficial uniforme si se hace el piñón más duro que la rueda. ⁴

El factor de relación de durezas se usa solo para la corona (para el piñón $Z_W = 1$) y su objetivo consiste en ajustar las resistencias superficiales para este efecto.⁴ En este caso, como se considera que piñón y corona tienen la misma dureza, $Z_W = 1$.

- Factor de distribución de la carga, K_H .

Este factor interviene en las ecuaciones de esfuerzo para reflejar la distribución no uniforme de la carga a lo largo de las líneas de contacto.⁷

Se calcula como:

$$K_H = K_{H\beta} = 1,0 + K_{Hmc}(K_{Hpf}K_{Hpm} + K_{Hma}K_{He})$$

donde

K_{Hmc} es el factor de corrección de avance,

K_{Hpf} es el factor de proporción del piñón,

K_{Hpm} es el modificador de proporción del piñón,

K_{Hma} es el factor de alineación del acoplamiento,

K_{He} es el factor de corrección de la alineación del acoplamiento.

Para casos generales, $K_{Hmc} = K_{Hpm} = K_{He} = 1$.

K_{Hpf} se calcula como:

$$K_{Hpf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0,025 & F \leq 25mm \\ \frac{F}{10d} - 0,0375 + 4,92 \times 10^{-4}F & 25 < F \leq 432mm \\ \frac{F}{10d} - 0,1109 + 8,15 \times 10^{-4}F - 3,534 \times 10^{-7}F^2 & 432 < F \leq 1016mm \end{cases}$$

Para valores de $\frac{F}{10d} < 0,05$ se usa $\left(\frac{F}{10d}\right)^* = 0,05$.

K_{Hma} se calcula como:

$$K_{Hma} = A + BF + CF^2$$

donde los valores A, B y C se recogen en la tabla 6.6⁷:

Condición	A	B	C
Engranajes abiertos	2.47×10^{-1}	0.657×10^{-3}	-1.186×10^{-7}
Unidades comerciales, cerradas	1.27×10^{-1}	0.622×10^{-3}	-1.69×10^{-7}
Unidades de precisión, cerradas	0.675×10^{-1}	0.504×10^{-3}	-1.44×10^{-7}
Unidades de precisión extrema, cerradas	0.380×10^{-1}	0.402×10^{-3}	-1.27×10^{-7}

Tabla 6.6: valores de A, B y C.

En este caso, se toman los valores establecidos para la condición de unidades de precisión, cerradas.

En la tabla 6.7 se recogen los valores de los distintos factores necesarios para obtener el resultado del factor de distribución de la carga, K_H .

	KHmc	F(mm)	dp (mm)	F/(10d)	F/(10d)*	KHpf	KHpm	Khma	Khe	KH
Velocidad 1	1,00	65	75,06	0,087	0,087	0,08	1,00	0,10	1,00	1,18
	1,00	65	219,39	0,030	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
Velocidad 2	1,00	65	103,92	0,063	0,063	0,06	1,00	0,10	1,00	1,16
	1,00	65	190,53	0,034	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
Velocidad 3	1,00	65	127,02	0,051	0,051	0,05	1,00	0,10	1,00	1,15
	1,00	65	167,43	0,039	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
Velocidad 4	1,00	65	150,11	0,043	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
	1,00	65	144,34	0,045	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
Velocidad 5	1,00	65	138,56	0,047	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
	1,00	65	103,92	0,063	0,063	0,06	1,00	0,10	1,00	1,16
Velocidad 6	1,00	65	150,11	0,043	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
	1,00	65	92,38	0,070	0,07	0,06	1,00	0,10	1,00	1,16
Marcha atrás	1,00	65	75,06	0,087	0,087	0,08	1,00	0,10	1,00	1,18
	1,00	65	259,81	0,025	0,05	0,04	1,00	0,10	1,00	1,14
	1,00	65	103,92	0,063	0,063	0,06	1,00	0,10	1,00	1,16

Tabla 6.7: factor de distribución de la carga, K_H

- Factores de vida de ciclos de esfuerzo, Y_N y Z_N .

El propósito de los factores de los ciclos de esfuerzo Y_N y Z_N es modificar la resistencia AGMA para vidas que no sean de 10^7 ciclos. ⁴

Al evaluar engranajes es importante saber cuántos ciclos de carga, n_L , experimentarán individualmente durante la vida de diseño. Este valor es utilizado para determinar el factor de durabilidad y se define como: ⁴

$$n_L = 60 L \omega q$$

donde

L es la vida de la pieza (horas),

ω es la velocidad de giro (rpm),

q es el número de contactos por revolución.

La vida nominal de diseño para los engranajes dependerá de la vida útil media estimada de la caja de cambios. Bajo un cuidado mínimo, una transmisión automática puede durar alrededor de 160000 km. Para una velocidad de conducción media de 80 km/h, la vida nominal en horas resulta de 2000h.

$$L = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Velocidad}} = \frac{160000\text{km}}{80\text{km/h}} = 2000\text{h}$$

No todas las velocidades son usadas por un mismo intervalo de tiempo, por tanto, la vida nominal de cada engranaje no tiene por qué suponerse igual a la vida total de la caja de cambios. Sin embargo, por razones de seguridad se tomará que la vida nominal de diseño para cada engranaje será de 2000h.

Por otro lado, el número de contactos por revolución será la unidad para todos los engranajes, ya que ninguno se trata de un engranaje intermedio.

Así, una vez calculado el ciclo de carga para cada engrane se podrán obtener los factores Z_N y Y_N a partir de las figuras 6.4 y 6.5. ⁴

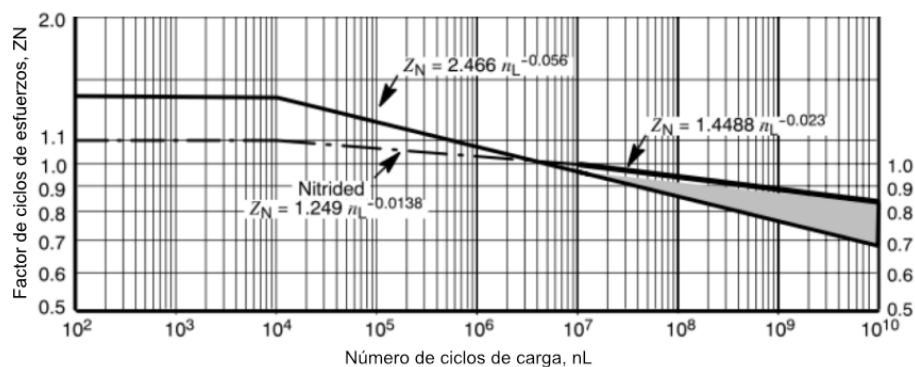


Figura 6.4: Factor de ciclos de esfuerzos, Z_N .

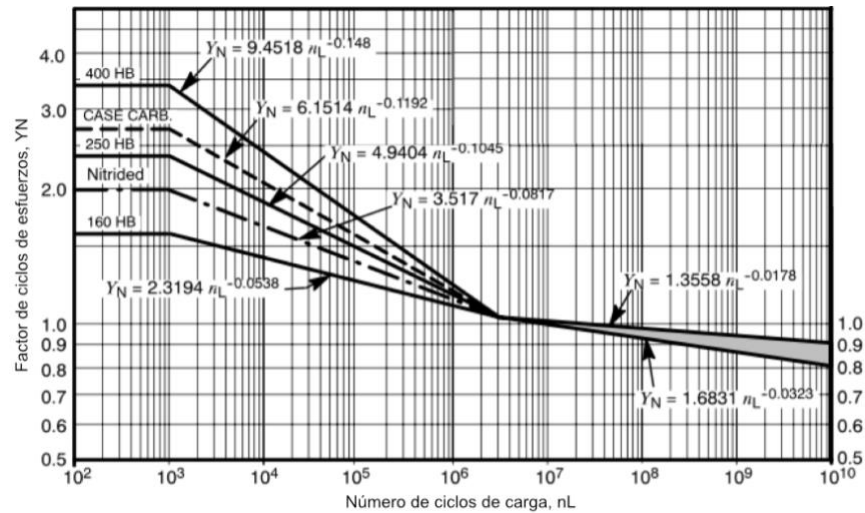


Figura 6.5: Factor de ciclos de esfuerzos, Y_N .

Luego, los factores de ciclos de esfuerzos se calcularán como:

$$Y_N = 1,3558 n_L^{-0,0178} \quad Z_N = 1,4488 n_L^{-0,023}$$

Evaluándolos para los ciclos de carga que realiza cada engranaje se obtiene:

Engrane	n (rpm)	nL	Y_N	Z_N	Engrane	n (rpm)	nL	Y_N	Z_N
1	2500	3,00E+08	0,96	0,92	9	2500	4,00E+08	0,95	0,92
2	856,16	1,03E+08	0,98	0,95	10	3333,33	3,00E+08	0,96	0,92
3	2500	3,00E+08	0,96	0,92	11	2500	4,84E+08	0,95	0,91
4	1366,12	1,64E+08	0,97	0,94	12	4032,26	3,00E+08	0,96	0,92
5	2500	3,00E+08	0,96	0,92	13	2500	3,00E+08	0,96	0,92
6	1893,94	2,27E+08	0,96	0,93	14	2500	7,50E+08	0,94	0,91
7	2500	3,00E+08	0,96	0,92	15	6250	4,00E+08	0,95	0,92
8	2604,17	3,13E+08	0,96	0,92					

Tabla 6.9: Factores de ciclos de esfuerzos, Y_N y Z_N .

- Factor de confiabilidad, Y_Z .

El factor de confiabilidad toma en cuenta el efecto de las distribuciones estadísticas de las fallas por fatiga del material, no abordándose las variaciones de carga. Las resistencias AGMA se basan en una confiabilidad de 99%.

Luego, en este caso se toma una confiabilidad de 0.99 (99%), lo que se traduce en un factor de confiabilidad, Y_Z , de valor la unidad ($Y_Z = 1$), como se muestra en la tabla 6.10. ⁷

Confiabilidad	Y_z
0,9999	1,50
0,999	1,25
0,99	1,00
0,90	0,85
0,50	0,70

Tabla 6.10: factor de confiabilidad, Y_z .

- Factor de temperatura, Y_θ .

El factor de temperatura generalmente se toma como la unidad ($Y_\theta = 1$) cuando los engranajes funcionan con temperaturas de aceite o cuerpo de engranajes inferiores a 120°C. Si se opera a temperaturas superiores, se debe emplear un factor de temperatura mayor a la unidad ($Y_\theta > 1$).⁷

- Factor de tamaño, K_S .

El factor de tamaño refleja la no uniformidad de las propiedades del material, debida al tamaño. Depende de:

- Tamaño del diente,
- Diámetro de la pieza,
- Relación del tamaño del diente con el diámetro de la pieza,
- Ancho de la cara,
- Área del patrón de esfuerzo,
- Relación de la profundidad de la superficie con el tamaño del diente,
- Templabilidad y tratamiento térmico.

Aún no se han establecido los factores estándar de tamaño de dientes de engranes para los casos donde haya un efecto perjudicial de tamaño. En esos casos, AGMA recomienda un factor de tamaño mayor a la unidad ($K_S > 1$). Si no hay efecto perjudicial de tamaño, se usa un valor unitario ($K_S = 1$).⁴ Una forma de calcular el valor del factor de tamaño es haciendo uso de la ecuación⁷:

$$K_S = 1,192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

donde

Y es el factor geométrico de Lewis,

P es el paso diametral,

F es el ancho de cara.

En la siguiente tabla se recogen los valores de los factores que intervienen en el cálculo del factor de tamaño, K_s , y el resultado final de este para cada engrane:

	F (mm)	Nº dientes, Z	Y (Factor de Lewis)	Paso diametral, P	K_s
Velocidad 1	65	13	0,261	5,08	1,32
	65	38	0,384	5,08	1,33
Velocidad 2	65	18	0,309	5,08	1,32
	65	33	0,368	5,08	1,33
Velocidad 3	65	22	0,331	5,08	1,33
	65	29	0,356	5,08	1,33
Velocidad 4	65	26	0,346	5,08	1,33
	65	25	0,342	5,08	1,33
Velocidad 5	65	24	0,337	5,08	1,33
	65	18	0,309	5,08	1,32
Velocidad 6	65	26	0,346	5,08	1,33
	65	16	0,296	5,08	1,32
Marcha atrás	65	13	0,261	5,08	1,32
	65	45	0,397	5,08	1,33
	65	18	0,309	5,08	1,32

Tabla 6.11: factor de tamaño, K_s .

El factor de Lewis de cada engranaje se ha obtenido a partir de la tabla 6.12:⁷

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,264	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremallera	0,485

Tabla 6.12: Factor de Lewis, Y.

- Factor de espesor del aro, K_B .

Cuando el espesor del aro no es suficiente para proporcionar soporte completo a la raíz del diente, la ubicación de la falla por fatiga por flexión puede ser a través del aro del engrane en lugar del entalle de la raíz. En esos casos, se recomienda el uso de un factor de modificación de esfuerzo K_B . Dicho factor ajusta el esfuerzo de flexión estimado de un engrane con aro delgado.⁷ En este caso, se tomará $K_B = 1$.

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B} & m_B < 1,2 \\ 1 & m_B \geq 1,2 \end{cases}$$

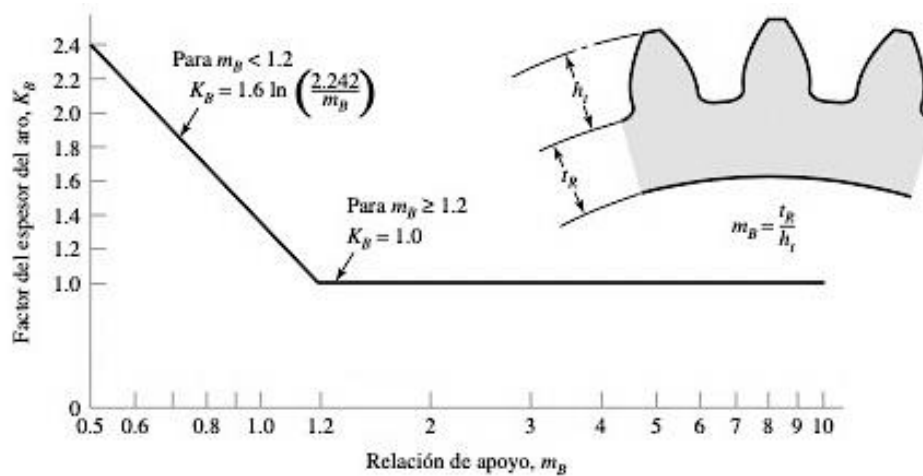


Figura 6.13: Factor del espesor del aro.

- Factores de seguridad AGMA, S_F y S_H .

El término “factor de seguridad” se ha utilizado históricamente en el diseño mecánico para describir, en general, un factor de reducción de potencia que limita el esfuerzo de diseño en proporción a la resistencia del material. Un factor de seguridad pretende considerar las incertidumbres o variaciones estadísticas en:

- El análisis del diseño,
- Las características del material,
- Las tolerancias de fabricación.

Los factores de seguridad también deben considerar el riesgo de la seguridad humana y las consecuencias económicas de una falla. A mayores incertidumbres, más alto debe ser el factor de seguridad. A medida que la magnitud de estos factores de incertidumbre se conoce con más certeza, el valor del factor de seguridad se puede determinar con mayor precisión.⁴

El valor del factor de seguridad debe ser mayor que la unidad, siendo el valor mínimo la unidad. En este caso, se toma como $S_{F\text{mín}} = 1$ y $S_{H\text{mín}} = 1$.⁴

- Carga tangencial, W_t .

Debe tenerse en cuenta la relación de contacto de los engranajes a la hora de repartir la carga transmitida entre ellos. Si la relación de contacto total

de los engranajes fuera igual a la unidad ($\varepsilon_e = 1$), el contacto entre los engranes se realizaría a través de una única pareja de dientes, luego la carga transmitida la soportaría íntegramente un solo diente del engrane. Aunque en este caso las relaciones de contacto calculadas han sido superiores a la unidad, por criterios de seguridad se considerará que el total de la carga transmitida actúa sobre un único diente del engranaje.

La tabla 6.1 recoge los valores de la carga tangencial W_t que deberá soportar cada diente. Se aplicará la situación de par máximo para el cálculo, por haber resultado esta como la condición más desfavorable.

Una vez calculados todos los términos que intervienen en las ecuaciones fundamentales de resistencia a la flexión y resistencia a la picadura, puede obtenerse el número de esfuerzos al que se somete cada engrane, σ_F y σ_H . Estos esfuerzos pueden relacionarse con los esfuerzos admisibles, σ_{FP} y σ_{HP} , mediante los factores de seguridad AGMA y otros factores conocidos (tablas 6.17 y 6.18). De esta forma, podrá obtenerse la resistencia a la flexión admisible y la resistencia al contacto admisible mínimas que ha de tener cada engrane.

En los resultados obtenidos (tablas 6.17 y 6.18) puede comprobarse que en cada pareja de engranajes la mayor tensión resulta en el engranaje que tiene un menor número de dientes y que, además, las mayores tensiones se dan para la marcha atrás.

Siendo conocidas las resistencias mínimas que ha de soportar cada engranaje, se podrá seleccionar un material adecuado para la fabricación de los mismos (tablas 6.14 y 6.15)⁷, teniendo en cuenta que este debe cumplir que sus resistencias admisibles, σ_{FP} y σ_{HP} , sean superiores o igual a las obtenidas en las tablas anteriores, es decir, que $\sigma_{FP} \geq 244 \text{ MPa}$ y $\sigma_{HP} \geq 1127 \text{ MPa}$.

Material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima [HB]	Esfuerzo de flexión admisible, σ_{FP} (Mpa)		
			Grado 1	Grado 2	Grado 3
Acero	Endurecido completamente	150	0,533HB+88,3	0,703HB+113	--
	Endurecido por llama por inducción	ver tabla *	310	380	--
		ver tabla *	150	150	--
	Carburizado y endurecido	ver tabla *	380	450-485	515
	Nitrurado (aceros endurecidos completamente)	83,5HR15N	0,568HB+83,8	0,749HB+110	--
2,5% de Cromo (sin Aluminio)	Nitrurado	87,5HR15N	0,7255HB+63,98	0,7255HB+153,63	0,7255HB+201,91
Nitralloy 135M, Nitralloy N	Nitrurado	87,5HR15N	0,594HB+87,76	0,7848HB+114,81	--

Tabla 6.14: Esfuerzos de flexión admisibles. *Para ver tablas 8 y 9 consultar la norma AGMA 2101D04.

Material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Esfuerzo de contacto admisible, σ_{HP} (Mpa)		
			Grado 1	Grado 2	Grado 3
Acero	Endurecido completamente	150	2,22HB+200	2,41HB+237	--
	Endurecido por llama por inducción	50 HRC	1170	1310	--
		54 HRC	1205	1345	--
	Carburizado y endurecido	ver tabla *	1240	1550	1895
	Nitrurado (aceros endurecidos completamente)	83,5 HR15N	1035	1125	1205
84,5 HR15N		1070	1160	1240	
2,5% de Cromo (sin Aluminio)	Nitrurado	87,5 HR15N	1070	1185	1305
	Nitrurado	90,0 HR15N	1215	1350	1490
Nitalloy 135M	Nitrurado	90,0 HR15N	1070	1260	1345
Nitalloy N	Nitrurado	90,0 HR15N	1185	1300	1415

Tabla 6.15: Esfuerzos de contacto admisibles. *Para ver tabla 9 consultar la norma AGMA 2101D04.

Con dicha condición, se elige como material de fabricación el acero carburizado y endurecido (grado 1), para el que se tienen los siguientes valores de esfuerzos admisibles:

$$\sigma_{FP} = 380 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad \sigma_{HP} = 1240 \text{ MPa}.$$

A continuación, se calculan los nuevos factores de seguridad AGMA teniendo en cuenta el material seleccionado (tabla 6.19).

A partir de los factores de seguridad obtenidos (tabla 6.19), si se compara S_F con S_H^2 podrá identificarse la amenaza de pérdida de funcionalidad, según qué término sea mayor. Es decir, si $S_F > S_H^2$ la amenaza para el engranaje será por desgaste (picadura), mientras que si $S_H^2 > S_F$, la amenaza será por flexión (aparición de fisuras o grietas).

N	1a marcha		2a marcha		3a marcha		4a marcha		5a marcha		6a marcha		Marcha atrás		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
SF	2,96	3,45	4,31	4,78	5,50	5,65	6,59	6,58	5,97	5,63	6,44	6,03	2,82	1,81	1,61
SH ²	1,88	5,89	3,37	6,38	4,44	5,91	5,21	5,00	4,96	3,64	6,14	3,65	1,22	3,42	1,31

Tabla 6.16: comparativa entre factores de seguridad.

En este caso, según los resultados de la tabla 6.16, para las coronas de la primera, segunda y reversa (engranajes 2, 4 y 14, respectivamente) la amenaza será por flexión ($S_F < S_H^2$), mientras que para el resto de engranajes la amenaza será por desgaste o picadura ($S_F > S_H^2$).

	Velocidad 1		Velocidad 2		Velocidad 3		Velocidad 4		Velocidad 5		Velocidad 6		Marcha atrás		
Engrane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
F (mm)	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
mt	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77	5,77
Wt (N)	8527,02	8527,02	6158,40	6158,40	5038,69	5038,69	4263,51	4263,51	4618,80	4618,80	4263,51	4263,51	8527,02	15642,34	15642,34
Ko	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Kv	1,10	1,10	1,12	1,12	1,13	1,13	1,14	1,14	1,13	1,13	1,14	1,14	1,10	1,17	1,17
KH	1,18	1,14	1,15	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14	1,16	1,14	1,16	1,18	1,14	1,16
Ks	1,32	1,33	1,32	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,32	1,33	1,32	1,32	1,33	1,32
Kb	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
YJ	0,41	0,46	0,43	0,47	0,45	0,461	0,46	0,46	0,45	0,43	0,45	0,43	0,39	0,48	0,435
σ_F (Mpa)	118,67	103,70	81,55	74,25	63,85	62,45	53,36	53,34	58,81	62,05	54,54	57,76	124,76	194,02	214,89
YN	0,96	0,98	0,96	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,95	0,96	0,95	0,96	0,96	0,94
Y0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Yz	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sf _{mín}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
σ_{FP} (Mpa)	128,34	110,03	88,19	79,44	69,06	67,20	57,70	57,73	63,60	67,45	58,98	63,00	134,92	209,82	236,22

Tabla 6.17: Resistencia a la flexión admisible, σ_{FP}

	Velocidad 1		Velocidad 2		Velocidad 3		Velocidad 4		Velocidad 5		Velocidad 6		Marcha atrás		
Engrane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
F (mm)	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
dp (mm)	75,06	219,39	103,92	190,53	127,02	167,43	150,11	144,34	138,56	103,92	150,11	92,38	75,06	259,81	103,92
Wt (N)	8527,02	8527,02	6158,40	6158,40	5038,69	5038,69	4263,51	4263,51	4618,80	4618,80	4263,51	4263,51	8527,02	15642,34	15642,34
Ko	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Kv	1,10	1,10	1,12	1,12	1,13	1,13	1,14	1,14	1,13	1,13	1,14	1,14	1,10	1,17	1,17
KH	1,18	1,14	1,15	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14	1,16	1,14	1,16	1,18	1,14	1,16
Ks	1,32	1,33	1,32	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,32	1,33	1,32	1,32	1,33	1,32
ZR	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ZI	0,193	0,193	0,18	0,18	0,159	0,159	0,135	0,135	0,15	0,15	0,159	0,159	0,125	0,194	0,194
Ze	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190
σ_H (Mpa)	836,45	484,42	624,86	460,38	544,40	474,61	502,27	512,16	514,99	597,08	462,81	593,50	1039,36	620,37	982,73
ZN	0,92	0,95	0,92	0,94	0,92	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,91	0,92	0,92	0,91
Zw	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Yz	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SHmín	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
σ_{HP} (Mpa)	904,49	511,08	675,69	490,96	588,68	509,95	543,13	554,34	556,89	649,94	500,46	648,88	1123,91	670,84	1085,31

Tabla 6.18: Resistencia al contacto admisible, σ_{HP}

	Velocidad 1		Velocidad 2		Velocidad 3		Velocidad 4		Velocidad 5		Velocidad 6		Marcha atrás		
Engrane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
σ_F (Mpa)	118,67	103,70	81,55	74,25	63,85	62,45	53,36	53,34	58,81	62,05	54,54	57,76	124,76	194,02	214,89
σ_{FP} (Mpa)	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380
YN	0,96	0,98	0,96	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,95	0,96	0,95	0,96	0,96	0,94
Y	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Yz	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SF	2,96	3,45	4,31	4,78	5,50	5,65	6,59	6,58	5,97	5,63	6,44	6,03	2,82	1,81	1,61
σ_H (Mpa)	836,45	484,42	624,86	460,38	544,40	474,61	502,27	512,16	514,99	597,08	462,81	593,50	1039,36	620,37	982,73
σ_{HP} (Mpa)	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240
ZN	0,92	0,95	0,92	0,94	0,92	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,91	0,92	0,92	0,91
Zw	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Yz	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SH	1,37	2,43	1,84	2,53	2,11	2,43	2,28	2,24	2,23	1,91	2,48	1,91	1,10	1,85	1,14

Tabla 6.19: Factores de seguridad, S_F y S_H .

7. CÁLCULO DE LOS EJES.

7.1 Cargas generadas en la transmisión.

El punto de aplicación de las fuerzas se encuentra en el plano de paso y en el centro de la cara del engrane.⁷ Las tres componentes de la fuerza total (normal) W del diente corresponden a:

$$\begin{aligned}W_r &= W \operatorname{sen} \phi_n \\W_t &= W \cos \phi_n \cos \psi \\W_a &= W \cos \phi_n \operatorname{sen} \psi\end{aligned}$$

donde

W es la fuerza total,

W_r es la componente radial,

W_t es la componente tangencial, también llamada carga transmitida,

W_a es la componente axial, también conocida como carga de empuje.⁷

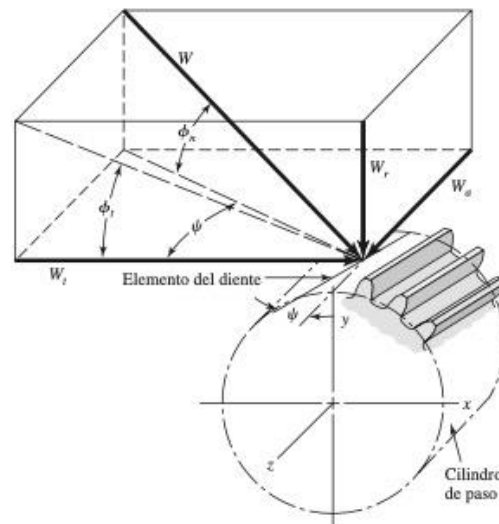


Figura 7.1: Fuerzas que actúan en los dientes de un engranaje helicoidal.

Por lo general, W_t está dado mientras que las otras fuerzas pueden calcularse a partir de esta:⁷

$$\begin{aligned}W_r &= W_t \tan \phi_n \\W_a &= W_t \tan \psi \\W &= \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}\end{aligned}$$

La carga transmitida se calculó tanto para la condición de máxima potencia como para la condición de par máximo, con el objetivo de escoger la situación de carga más desfavorable para los engranajes en el apartado 6.1. Los resultados reflejaron que la condición de par máximo era la más desfavorable.

A partir de esta componente tangencial se pueden obtener los valores de las componentes radial y axial y de la carga total, como se describió anteriormente. Todas estas serán calculadas para la situación de par máximo, por ser la más crítica, y se recogen en la tabla 7.1.

	Engrane	T (Nm)	W _t (N)	W _r (N)	W _a (N)
Velocidad 1	1	320,00	8527,02	3605,17	4882,25
	2	935,38	8527,02	4506,79	6103,26
Velocidad 2	3	320,00	6158,40	15648,79	3526,07
	4	586,67	6158,40	15648,79	3526,07
Velocidad 3	5	320,00	5038,69	12803,56	2884,96
	6	421,82	5038,69	12803,56	2884,96
Velocidad 4	7	320,00	4263,51	10833,78	2441,12
	8	307,69	4263,51	10833,78	2441,12
Velocidad 5	9	320,00	4618,80	11736,59	2644,55
	10	240,00	4618,80	11736,59	2644,55
Velocidad 6	11	320,00	4263,51	10833,78	2441,12
	12	196,92	4263,51	10833,78	2441,12
Marcha atrás	13	320,00	8527,02	21667,56	4882,25
	14	320,00	15642,34	39747,93	8956,21
	15	812,80	15642,34	39747,93	8956,21

Tabla 7.1: fuerzas que actúan en los dientes.

Para el dimensionamiento de los ejes será necesario conocer el valor de las cargas generadas durante la transmisión y cómo actúan estas sobre los ejes.

Las cargas obtenidas en la tabla 7.1 actúan en el diámetro primitivo de los engranajes, por lo que, para el estudio de los ejes, se deberá reducir el sistema al centro del engranaje. Además, este estudio se realizará en dos planos.⁷

De este modo, en el plano XY se estudiará la acción de W_t y del par de torsión transmitido por el motor, T , mientras que en el plano XZ se considerarán las acciones de las componentes radial y axial de la fuerza, W_r y W_a . Para el caso de la componente axial, W_a , la reducción del sistema en el centro del engrane implicará la actuación de un momento flector en tal punto. Este momento flector debido al empuje axial se puede calcular como:

$$M_a = W_a \cdot \frac{dp}{2}$$

En la tabla siguiente, tabla 7.2, se recoge para cada engranaje el momento flector M_a que se aplicará en el centro del mismo y sobre el eje que lo contiene.

	Engrane	Dp (mm)	Wa (N)	Ma (N·mm)
Velocidad 1	1	75,06	4882,25	183219,79
	2	219,39	6103,26	669506,57
Velocidad 2	3	103,92	3526,07	183219,79
	4	190,53	3526,07	335902,94
Velocidad 3	5	127,02	2884,96	183219,79
	6	167,43	2884,96	241516,99
Velocidad 4	7	150,11	2441,12	183219,79
	8	144,34	2441,12	176172,87
Velocidad 5	9	138,56	2644,55	183219,79
	10	103,92	2644,55	137414,84
Velocidad 6	11	150,11	2441,12	183219,79
	12	92,38	2441,12	112750,64
Marcha atrás	13	75,06	4882,25	183219,79
	14	259,81	8956,21	1163445,64
	15	103,92	8956,21	465378,26

Tabla 7.2: Momento flector debido a empuje axial

7.2 Cálculo a fallo estático de los ejes.

7.2.1 Fallo estático.

Una carga estática es una fuerza estacionaria o un par de torsión que se aplica a un elemento. Para que se trate de una carga estacionaria, su magnitud, su punto de aplicación y su dirección deben permanecer constantes, es decir, la carga no puede cambiar de ninguna manera.⁷

La falla no solo implica la rotura de la pieza en dos o más trozos, también se considera falla la distorsión permanente de la pieza, la degradación de su confiabilidad o si se ha comprometido su función, por cualquier motivo.⁷

El objetivo de este apartado será considerar las relaciones entre la resistencia y la carga estática con objeto de tomar decisiones respecto del material y su tratamiento, fabricación y geometría para satisfacer los requerimientos de funcionalidad, seguridad y confiabilidad.⁷

La concentración del esfuerzo es un efecto muy localizado, en algunos casos puede deberse a una rayadura superficial. Si el material es dúctil y la carga estática, la carga de diseño puede causar fluencia en el punto crítico sobre la muesca. Esta fluencia puede implicar endurecimiento por deformación del material y un incremento de la resistencia de fluencia en el punto crítico de la muesca. Como las cargas son estáticas, esa parte puede soportarlas de manera satisfactoria, sin presentar una fluencia general. En estos casos se establece que el factor geométrico de la concentración del esfuerzo (teórico) K_t es igual a la unidad ($K_t = 1$).⁷

Cuando se usa esta regla para materiales dúctiles sometidos a cargas estáticas, se debe tener la seguridad de que el material no es susceptible a la falla frágil en el entorno de uso.⁷

Como ya se ha introducido, el comportamiento del material se clasifica típicamente como dúctil o frágil, aunque eso no imposibilita que un material considerado como dúctil pueda fallar de manera frágil. Normalmente, los materiales se clasifican como dúctiles cuando tienen una resistencia a la fluencia identificable que a menudo es la misma en compresión que en flexión ($S_{yt} = S_{yc} = S_y$). Los materiales frágiles no presentan una resistencia a la fluencia identificable y se suelen clasificar por resistencias últimas a la tensión y a la compresión, S_{ut} y S_{uc} , respectivamente.⁷

Existen distintas teorías aceptadas para materiales dúctiles y frágiles. En este caso, se va a seguir la teoría de la energía de distorsión para materiales dúctiles, ya que, aunque no es la teoría más conservadora que existe, es una teoría más realista y que concuerda con todos los datos del comportamiento dúctil, siendo la que con más frecuencia se emplea.⁷

La teoría de la energía de deformación máxima predice que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tensión o en compresión del mismo material.⁷

Si se tuviera un caso simple de tensión σ , entonces la fluencia podría ocurrir cuando $\sigma \geq S_y$. Si, en lugar de tensión simple, se considera un esfuerzo equivalente o efectivo del estado general total del esfuerzo tridimensional, designado por los esfuerzos σ_1, σ_2 y σ_3 , la fluencia ocurriría cuando:

$$\sigma' \geq S_y$$

donde σ' es dicho esfuerzo efectivo, denominado esfuerzo de von Mises.⁷ Para el esfuerzo plano, siendo σ_A y σ_B los dos esfuerzos principales diferentes de cero, el esfuerzo de von Mises se calcula como:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2}$$

Por tanto, se puede expresar la condición $\sigma' \geq S_y$ como una ecuación de diseño incluyendo un factor de seguridad, n . Luego,

$$\sigma' = \frac{S_y}{n}$$

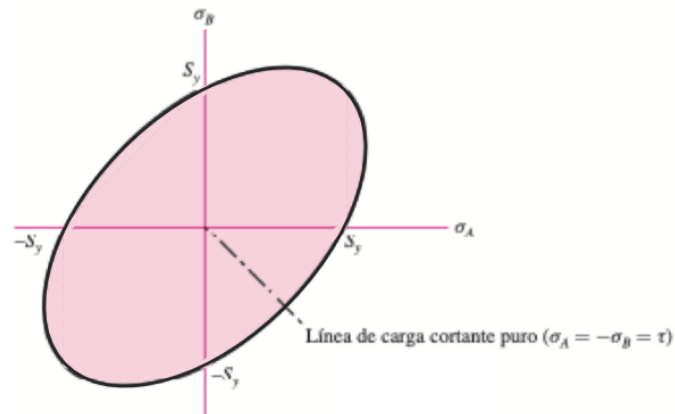


Figura 7.2: Teoría de energía de distorsión (ED) de estados de esfuerzos planos.

Para un estado de carga representado por un punto, si este está situado en el interior de la elipse, área sombreada en la figura 7.2, no se producirá el fallo estático de la pieza ($n > 1$). De esta forma, la línea perímetro de la elipse representa el límite del factor de seguridad, $n = 1$, es decir, en esos puntos se cumple que $\sigma' = S_y$. Si el punto del estado de carga se sitúa fuera de la elipse, se producirá el fallo, ($n < 1$).⁷

7.2.2 Cálculo de las tensiones en los ejes.

El procedimiento que se seguirá para el cálculo resistente de los ejes que conforman la transmisión de doble embrague comenzará por fijar la geometría de los ejes, en cuanto a longitudes y diámetros. Luego, se procederá al cálculo de las tensiones que se producen en la sección crítica y, aplicando la teoría de la energía de deformación (ED) expuesta anteriormente, se obtendrán unas especificaciones mínimas que permitirán escoger el material de fabricación de los ejes.⁷ Además, se ha fijado el factor de seguridad mínimo que será $n = 1,5$.

Este proceso se aplicará para cada eje y para cada velocidad de la transmisión. Las cargas que se aplican en cada caso son las que se expusieron en el apartado anterior, 7.1 Cargas generadas en la transmisión. De esta forma, se determinará qué caso produce mayores tensiones sobre el eje. Se ha empleado el programa de elementos finitos MEF1 para la obtención de los diagramas de esfuerzos.

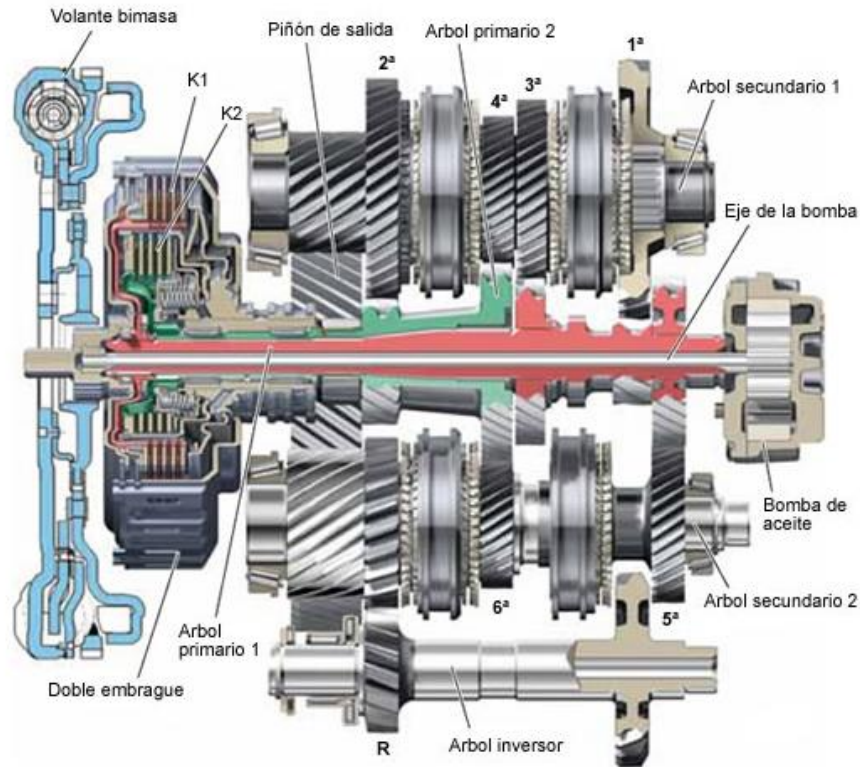


Figura 7.3: esquema DSG 02E.

7.2.2.1 Eje primario 1.

El eje primario 1 es el eje que monta las marchas impares y la marcha atrás. Aunque, en realidad, este eje se ve atravesado por el eje de la bomba, debido a que este último queda fuera del alcance del proyecto, se supondrá que el eje primario 1 es macizo.

La geometría de este eje se especifica en la figura 7.4. Se representa donde se sitúan los apoyos del eje primario 2, aunque no influirá en este. El ancho de cada engranaje es de 64 mm. El diámetro de este eje será de 30 mm, este será constante en toda su longitud con el fin de simplificar los cálculos.

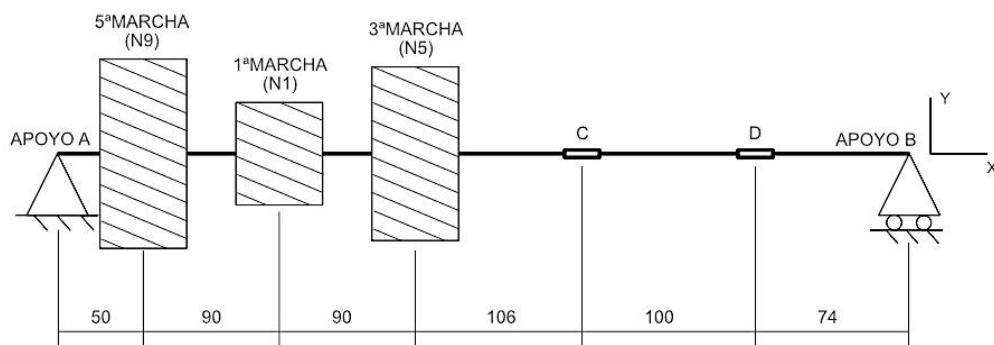


Figura 7.4: geometría de eje primario 1.

- Primera velocidad y marcha atrás.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor, como se vio en el apartado 7.1. En el caso de que la primera o la marcha atrás esté engranada, estas cargas tomaban los siguientes valores:

$$W_t = 8527,02 \text{ N} \quad T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

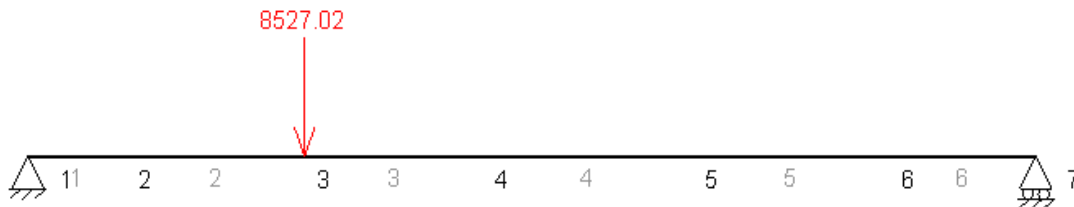


Figura 7.5. Esquema de carga sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

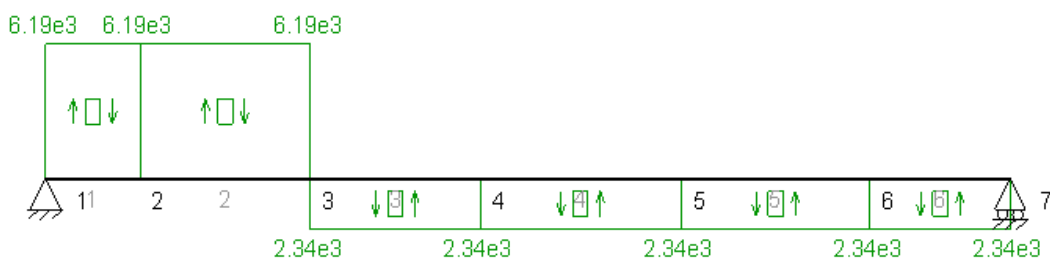


Figura 7.6. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XY.

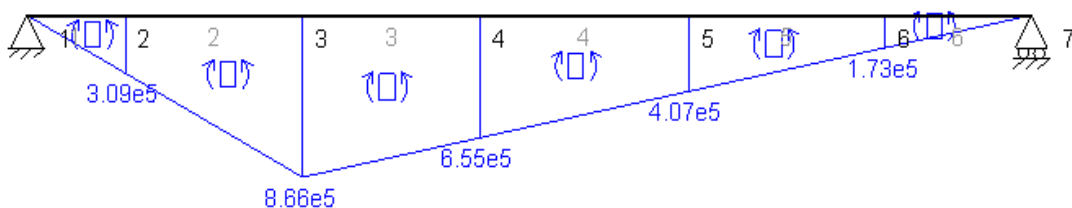


Figura 7.7. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Además, desde el punto 3 donde se sitúa el piñón de la primera velocidad hasta el extremo 7 donde se une el eje con el embrague, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Por otro lado, en el plano XZ cuando se engrana la primera marcha las fuerzas que actúan son la componente radial y axial, W_r y W_a , así como un momento flector debido al empuje axial, M_a , como se expuso en el apartado 7.1.

$$\begin{cases} W_r = 3605,17 \text{ N} \\ W_a = 4885,25 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 6069,07 \text{ N}$$

$$M_a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.8:

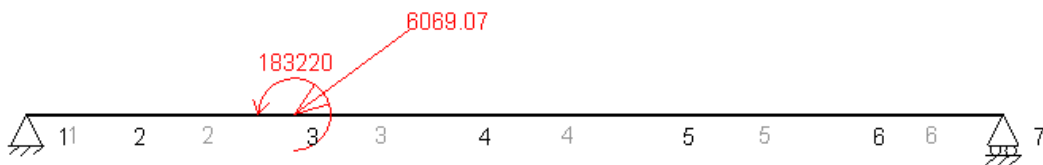


Figura 7.8. Esquema de cargas sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEFI son los siguientes:

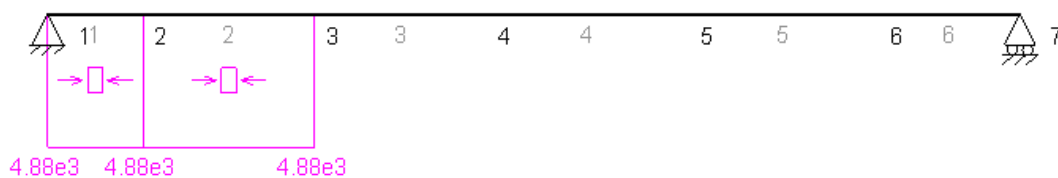


Figura 7.9. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

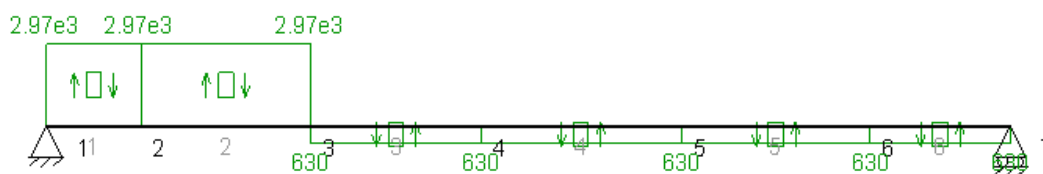


Figura 7.10. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

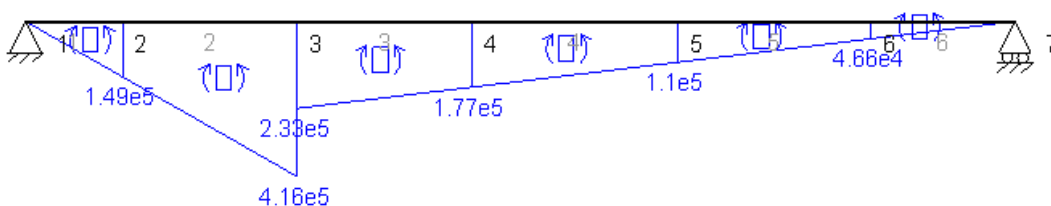


Figura 7.11. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la primera velocidad o la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

Analizando los resultados obtenidos en los diagramas, se puede concluir que la sección más desfavorable será la correspondiente al piñón de la primera marcha (sección 3 en los diagramas), ya que en ella se dan los máximos momentos flectores tanto en el plano XY como en el plano XZ.

- Tercera velocidad.

Como en el caso de la primera velocidad, en el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor. Cuando la tercera marcha esté engranada, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_t = 5038,69 \text{ N} \quad T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

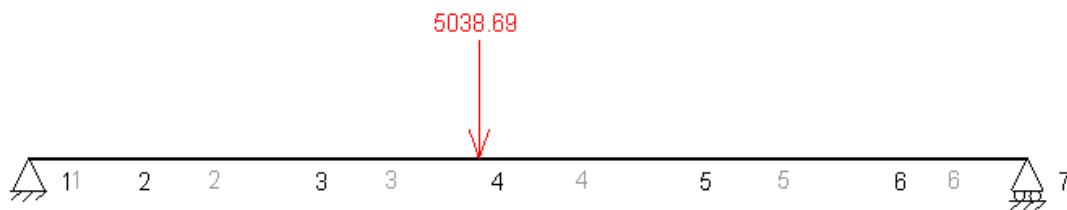


Figura 7.12. Esquema de carga sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos son los siguientes:

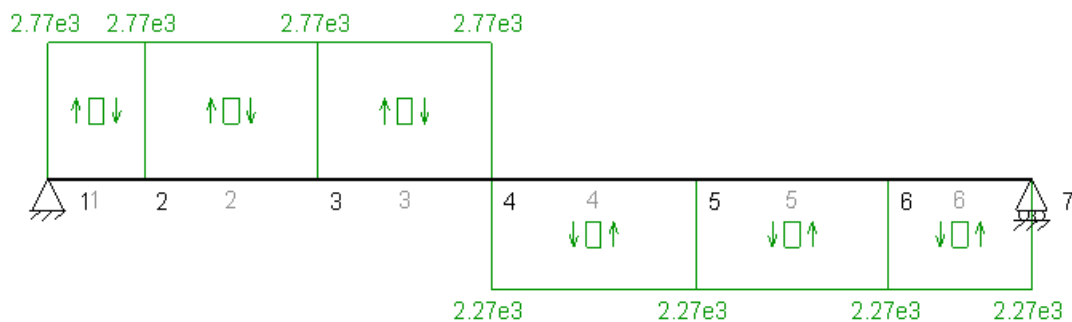


Figura 7.13. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

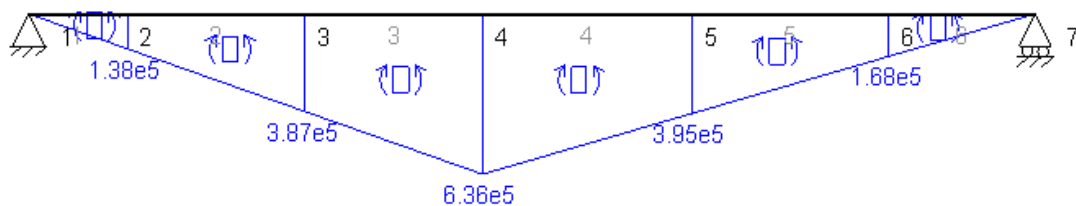


Figura 7.14. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

Desde donde se sitúa el piñón de la tercera velocidad (sección 4) hasta el extremo 7 donde se une el eje con el embrague, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Asimismo, en el plano XZ cuando se engrana la tercera marcha las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 2130,33 \text{ N} \\ W_a = 2884,96 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3586,27 \text{ N}$$

$$M_a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.15:

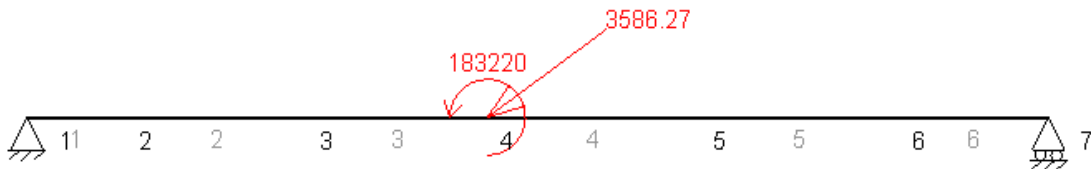


Figura 7.15. Esquema de cargas sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:



Figura 7.16. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

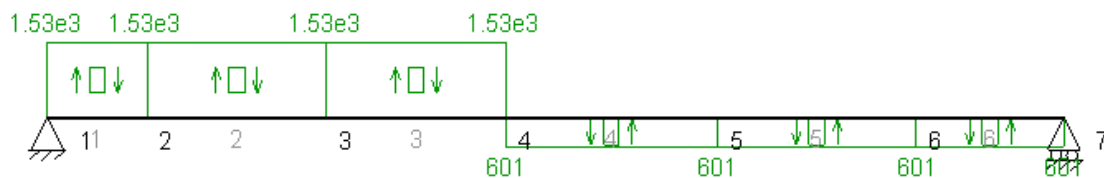


Figura 7.17. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

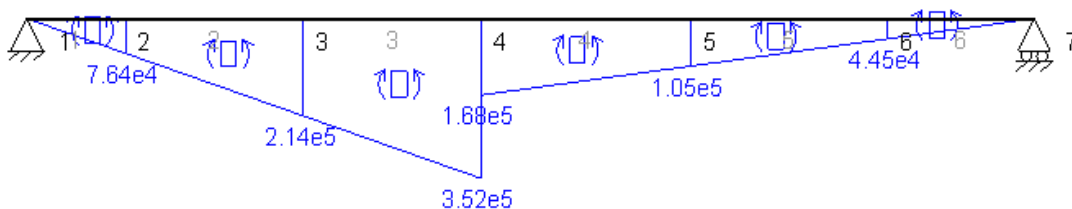


Figura 7.18. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

Si se comparan los esfuerzos de cada sección con los correspondientes al piñón de la tercera marcha (sección 4 en los diagramas), se obtendrá que la sección más desfavorable será la que se sitúa en el centro del piñón de la tercera marcha.

- Quinta velocidad.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor, como se ha dicho anteriormente. En este caso, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_t = 4618,80 \text{ N} \quad T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

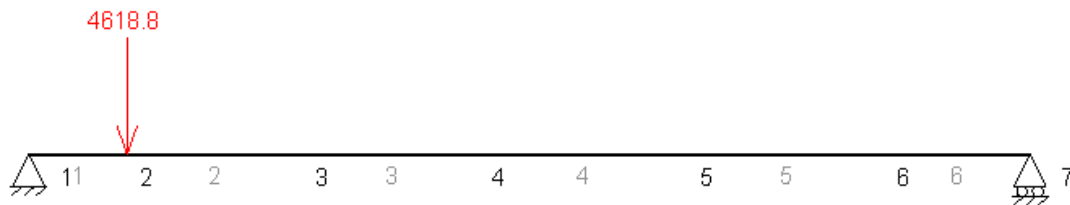


Figura 7.19. Esquema de carga sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

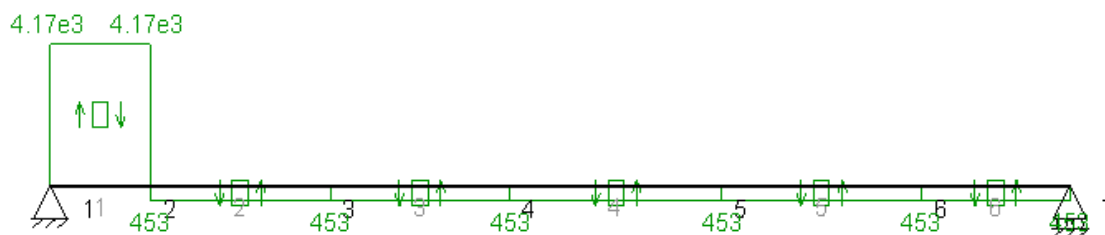


Figura 7.20. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

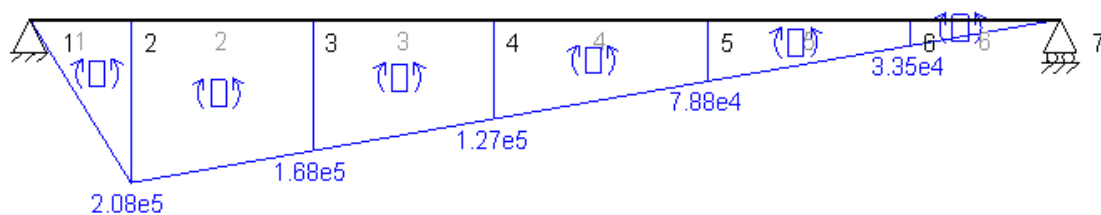


Figura 7.21. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

Como en las velocidades anteriores, desde donde se sitúa el engranaje de la primera velocidad, sección 2 en los diagramas, hasta el extremo 7, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

De igual forma, en el plano XZ actúan la componente radial y axial, W_r y W_a , así como un momento flector debido al empuje axial, M_a , sus valores para la quinta marcha son:

$$\begin{cases} W_r = 1952,80 \text{ N} \\ W_a = 2644,55 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3287,41 \text{ N}$$

$$M_a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.22:



Figura 7.22. Esquema de cargas sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEFI son los siguientes:

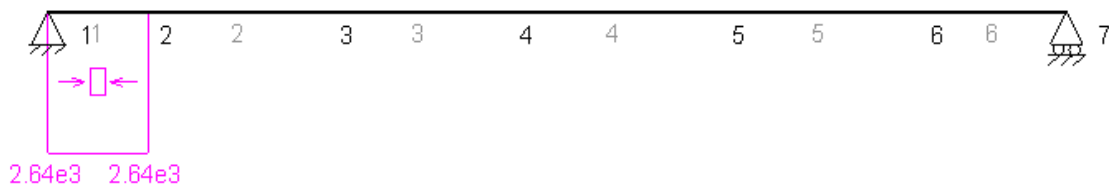


Figura 7.23. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

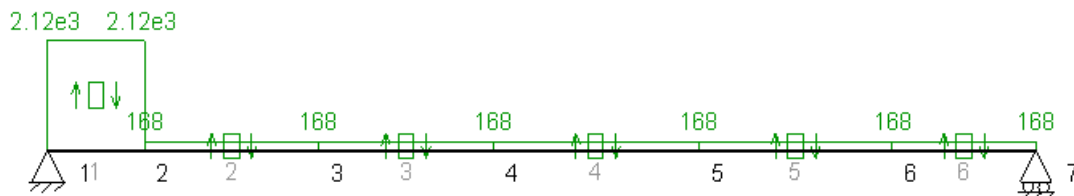


Figura 7.24. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

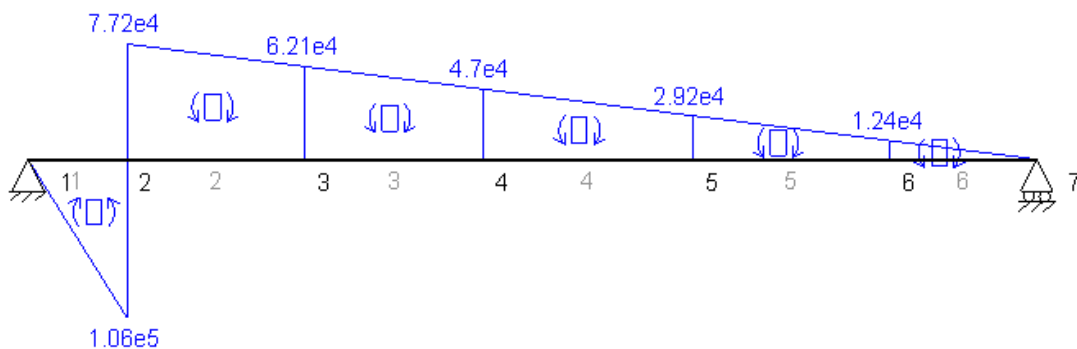


Figura 7.25. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la quinta velocidad engranada en el plano XZ.

Analizando los resultados obtenidos en los diagramas, se puede concluir que la sección más desfavorable será la correspondiente al engranaje de la quinta marcha (sección 2 en los diagramas), ya que en ella se dan los máximos momentos flectores tanto en el plano XY como en el plano XZ.

Una vez obtenidos los esfuerzos en el eje para cada velocidad engranada, se procederá con el cálculo del estado tensional para cada una de estas situaciones.

El estado tensional, σ , puede calcularse a partir del momento flector equivalente M_{eq} , que vendrá dado por los momentos flectores en los planos XY y XZ. Este se calculará en la sección crítica de cada velocidad. La tensión normal debida al axil se despreciará frente a la de los momentos flectores, por ser de magnitud inferior.⁷ Luego,

$$M_{eq} = \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2} \quad \sigma = \frac{32M_{eq}}{\pi d^3}$$

De esta forma, podrán obtenerse las tensiones principales distintas de cero, σ_A y σ_B :

$$\sigma_A = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \sigma_B = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

donde τ es el esfuerzo tangencial y se calcula como:⁷

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$$

Esto permitirá calcular el esfuerzo de von Mises σ' y, teniendo en cuenta que el factor de seguridad a fallo estático es $n = 1,5$, se podrá obtener la resistencia a la fluencia mínima del material necesaria.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2} \quad S_y = \sigma' \cdot n$$

En la tabla 7.3 se recogen los resultados del estado tensional y la resistencia a la fluencia mínima necesaria del material para el eje primario 1.

Los resultados obtenidos son coherentes con lo que cabría esperar, ya que al ser el piñón de la primera velocidad el más solicitado del eje, es esta sección la más desfavorable en el eje. Por tanto, la resistencia a la fluencia mínima del material para el eje será la que se obtiene en esta sección crítica, $S_y = 524,85 \text{ MPa}$.

	1ªVELOCIDAD	3ªVELOCIDAD	5ªVELOCIDAD
Mxy (Nmm)	866000	636000	208000
Mxz (Nmm)	183000	183000	183200
Meq (Nmm)	885124,29	661804,35	277175,47
d eje (mm)	30	30	30
σ (N/mm ²)	333,92	249,67	104,57
T (Nmm)	320000	320000	320000
τ (N/mm ²)	60,36	60,36	60,36
σ_A (N/mm ²)	344,49	263,50	132,14
σ_B (N/mm ²)	-10,58	-13,83	-27,57
σ' (N/mm ²)	349,90	270,68	147,87
n	1,5	1,5	1,5
Sy (N/mm ²)	524,85	406,01	221,80

Tabla 7.3. Resistencia a la fluencia mínima necesaria para el eje primario 1.

7.2.2.2 Eje primario 2.

El eje primario 2 es el eje que monta las marchas pares. Este eje se monta sobre el eje anterior, el primario 1, compartiendo los apoyos con este. Además, se debe tener en cuenta que se trata de un eje hueco.

La geometría de este eje se especifica en la figura 7.26. Consta de dos apoyos intermedios, apoyos C y D, que se tratarán de rodamientos de rodillos de agujas que estarán montados sobre el eje primario 1, y cuya pista exterior será el interior del propio eje primario 2. Estos apoyos impedirán el movimiento a lo largo del eje Z e Y. En el extremo E será donde se une este eje con el embrague K2. El apoyo restante, N5, representa el piñón de la tercera marcha del eje primario 1, que será el que impida el movimiento axial (a lo largo del eje X) de este eje. El diámetro interior de este eje será de 47mm. Debe recordarse que el diseño de la transmisión es un proceso iterativo, por lo que en el establecimiento de los diámetros de los ejes intervienen los diámetros de los rodamientos que serán calculados posteriormente. Asimismo, el diámetro exterior del eje será de 60mm. Ambos diámetros serán constante en toda su longitud con el fin de simplificar los cálculos.

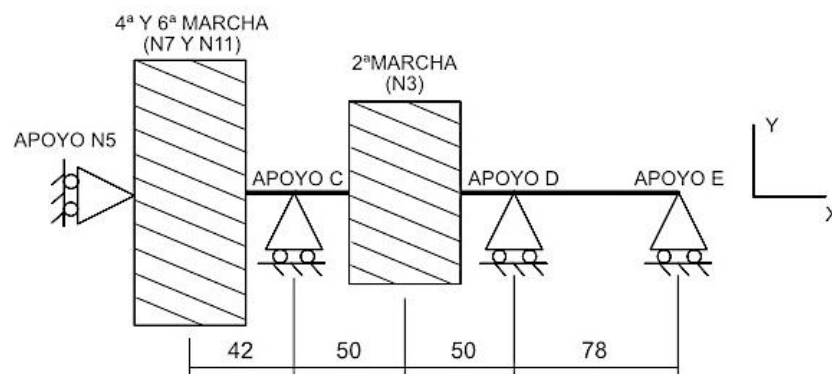


Figura 7.26. Geometría de eje primario 2.

Como en el apartado anterior, se calcularán los esfuerzos sobre el eje cuando se engrane una u otra velocidad. Se debe recordar que la cuarta y sexta velocidad comparten engranaje en este eje, por lo que los esfuerzos serán los mismos en ambas situaciones.

- Segunda velocidad.

Como se expuso en el apartado 7.1, en el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor. Suponiendo que la segunda marcha esté engranada, los valores de las cargas son:

$$W_t = 6158,40 \text{ N}$$

$$T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$



Figura 7.27. Esquema de carga sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEFI son los siguientes:

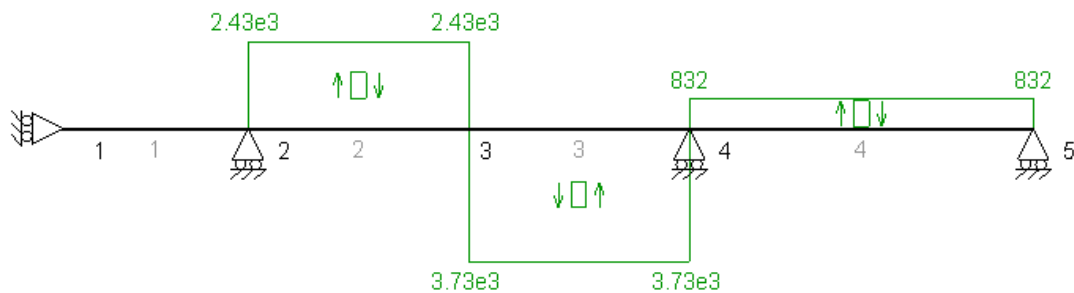


Figura 7.28. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XY.

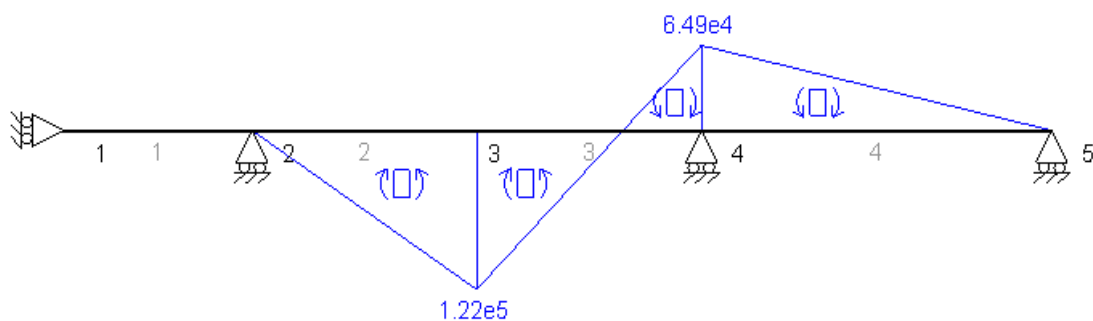


Figura 7.29. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XY.

Desde la sección 3 donde se sitúa el piñón de la segunda velocidad hasta el extremo 5, donde se une el eje con el embrague, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Por otro lado, como ya se ha dicho, en el plano XZ actúan las componentes radial y axial, W_r y W_a , y un momento flector debido al empuje axial, M_a . En el caso de que la segunda velocidad esté acoplada, los valores de estas cargas son:

$$\begin{cases} W_r = 2603,73 \text{ N} \\ W_a = 3526,07 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 4383,21 \text{ N}$$

$$M_a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.30:

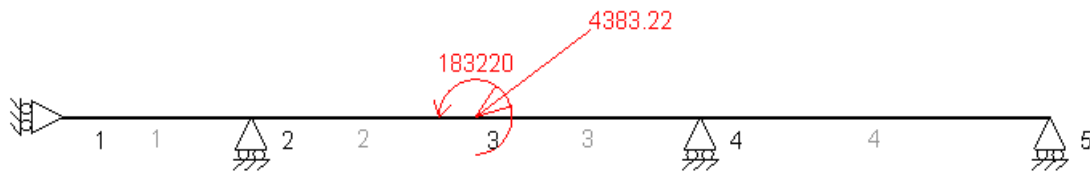


Figura 7.30. Esquema de cargas sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

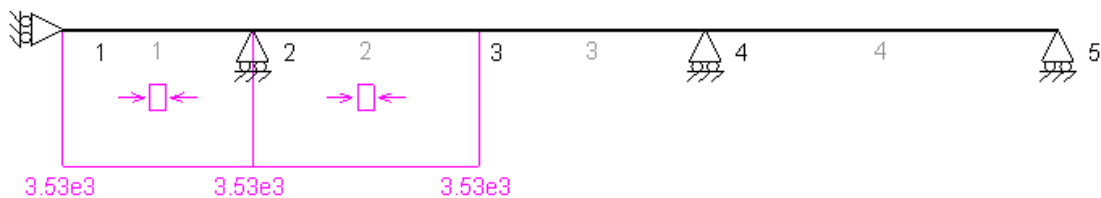


Figura 7.31. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

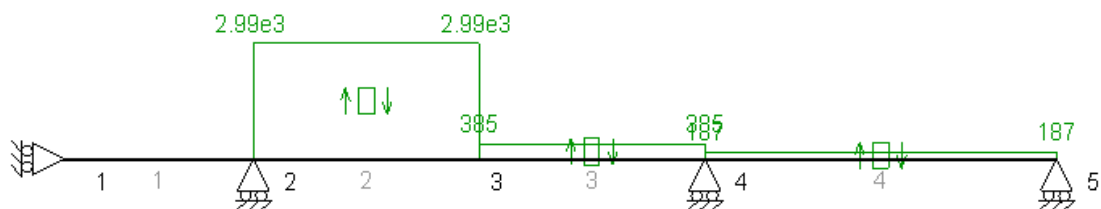


Figura 7.32. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

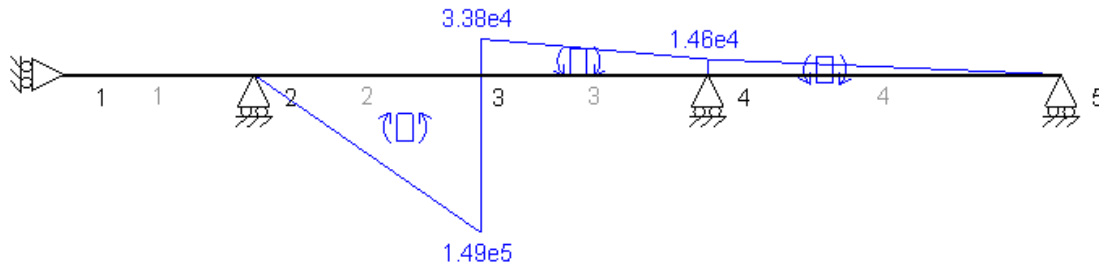


Figura 7.33. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 2 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

Se puede concluir que la sección más desfavorable será la del piñón de la segunda marcha, la sección 3 en los diagramas, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en el plano XY y en el plano XZ.

- Cuarta y sexta velocidad.

Como ya se ha dicho, dado que la cuarta y sexta velocidad comparten el engranaje en el eje de entrada, las cargas que actúen y los esfuerzos producidos cuando una u otra velocidad se engranen serán los mismos sobre este eje.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor. Cuando la cuarta o la sexta velocidad esté engranada, estas cargas tomarán los siguientes valores:

$$W_t = 4263,51 \text{ N}$$

$$T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

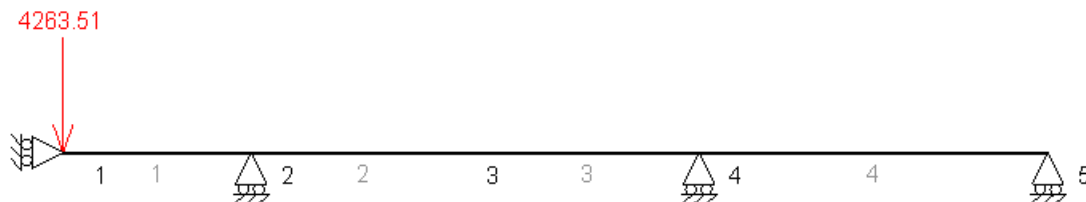


Figura 7.34. Esquema de carga sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos con MEFI son los siguientes:

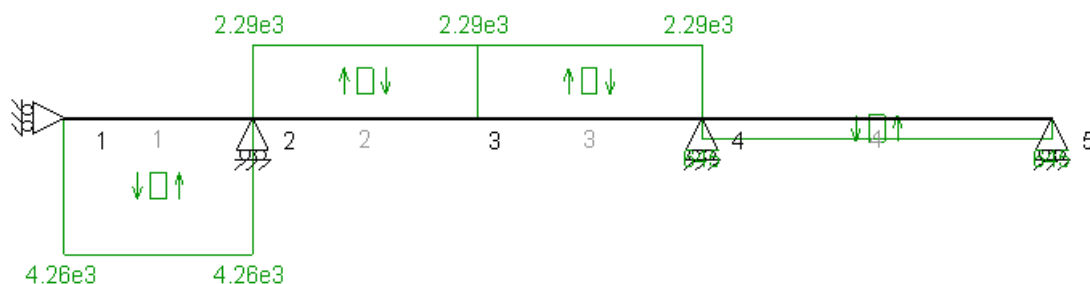


Figura 7.35. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XY.

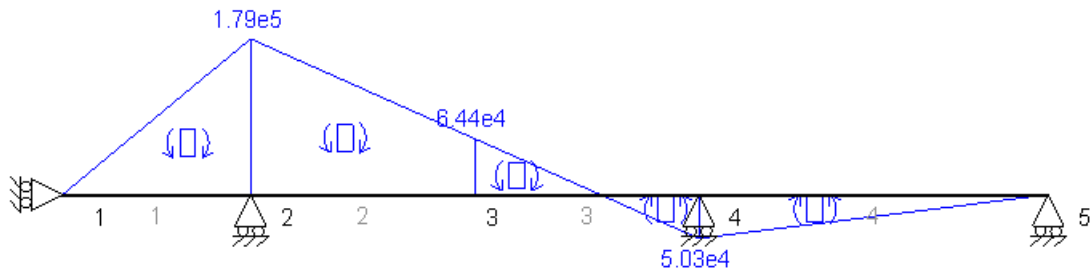


Figura 7.36. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XY.

Además, todo el eje se encuentra sometido al par de torsión de entrada $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Por otro lado, en el plano XZ las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 1802,58 \text{ N} \\ W_a = 2441,12 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3034,53 \text{ N}$$

$$M_a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.37:

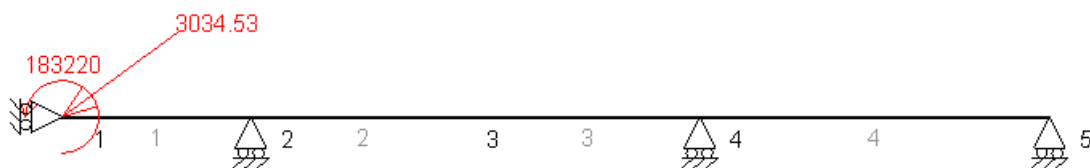


Figura 7.37. Esquema de cargas sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:

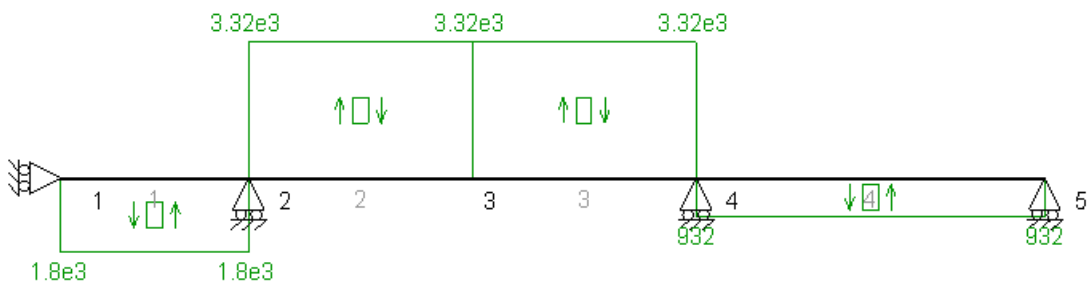


Figura 7.38. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

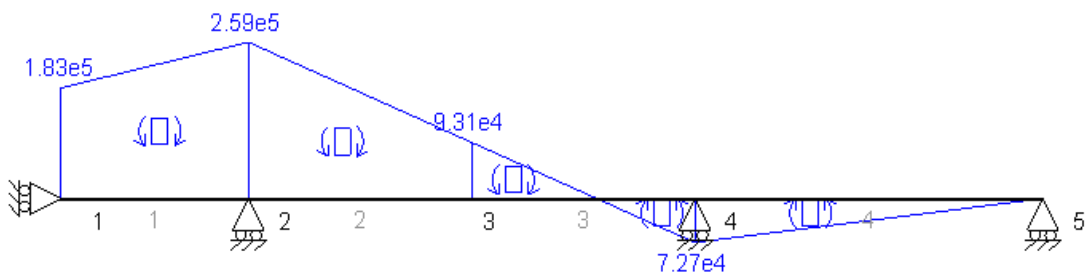


Figura 7.39. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 2 con la cuarta o sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

Según los resultados obtenidos en los diagramas, se puede decir que la sección más desfavorable será la correspondiente al apoyo C (sección 2 en los diagramas).

Como se hizo anteriormente una vez obtenidos los esfuerzos en el eje para cada velocidad engranada, se continuará con el cálculo del estado tensional para cada una de estas situaciones.

El procedimiento de cálculo y las ecuaciones empleadas serán iguales a lo expuesto en el apartado anterior para el eje primario 1. Lo único que cabe matizar con respecto a lo realizado para el eje primario 1 es que ahora se trata de un eje hueco, por lo que el estado tensional normal y tangencial, σ y τ , respectivamente, se calculan como:

$$\sigma = \frac{32M_{eq}D}{\pi(D^4-d^4)} \quad \tau = \frac{16T \cdot D}{\pi(D^4-d^4)}$$

donde D y d son los diámetros exterior e interior, respectivamente.

Los resultados se muestran en la tabla 7.4. Se obtiene que la sección crítica en este eje es la correspondiente al apoyo B, por lo que la resistencia a la fluencia mínima necesaria del material de fabricación del eje para que no se produzca el fallo estático de la pieza es $S_y \geq 47,59 MPa$.

	2ªVELOCIDAD	4ªVELOCIDAD	6ªVELOCIDAD
Mxy (Nmm)	122000	179000	179000
Mxz (Nmm)	182800	259000	259000
Meq (Nmm)	219772,25	314836,47	314836,47
d eje (mm)	47	47	47
D eje (mm)	60	60	60
σ (N/mm ²)	16,62	23,81	23,81
T (Nmm)	320000	320000	320000
τ (N/mm ²)	12,10	12,10	12,10
σ_A (N/mm ²)	22,99	28,88	28,88
σ_B (N/mm ²)	-6,37	-5,07	-5,07
σ' (N/mm ²)	26,75	31,72	31,72
n	1,5	1,5	1,5
Sy	40,13	47,59	47,59

Tabla 7.4. Resistencia a la fluencia mínima necesaria para el eje primario 2.

7.2.2.3 Eje secundario 1.

El eje secundario 1 monta las cuatro primeras velocidades y se trata de un eje macizo.

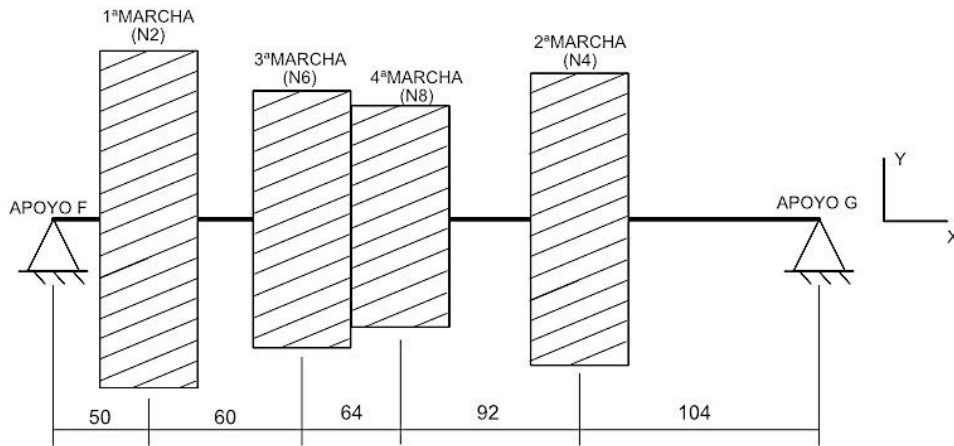


Figura 7.40: geometría de eje secundario 1.

Este eje dispondrá de dos rodamientos, uno en cada extremo, que serán los apoyos F y G en la figura 7.40. Entre los engranajes de la primera y tercera marcha se sitúa un selector, que se desplazará hacia un engranaje u otro según la velocidad que se desee engranar. Lo mismo ocurre para la cuarta y segunda marcha. Así, entre los engranajes de la tercera velocidad y la cuarta no existirá ningún selector, por lo que la distancia entre estos engranajes se ha reducido al máximo para favorecer la compacidad de la caja. El diámetro de este eje será de 50 mm y, como en los ejes anteriores, será constante en toda su longitud con el fin de simplificar los cálculos.

- Primera velocidad.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión. En el caso de que la primera marcha esté engranada, los valores de estas cargas, según lo calculado en el apartado 7.1, son:

$$W_t = 8527,02 \text{ N}$$

$$T = 935380 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

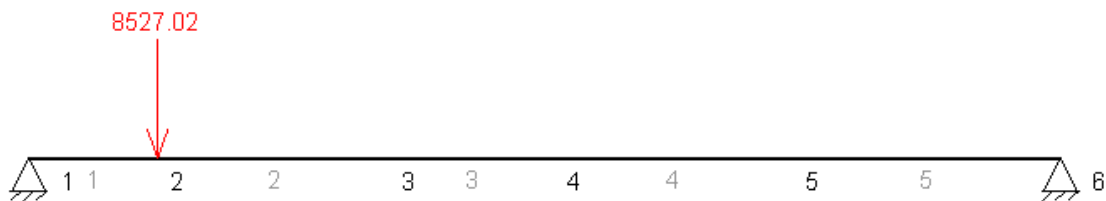


Figura 7.41. Esquema de carga sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

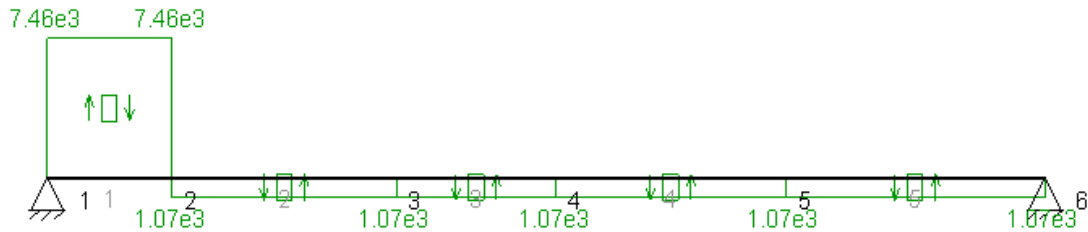


Figura 7.42. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XY.

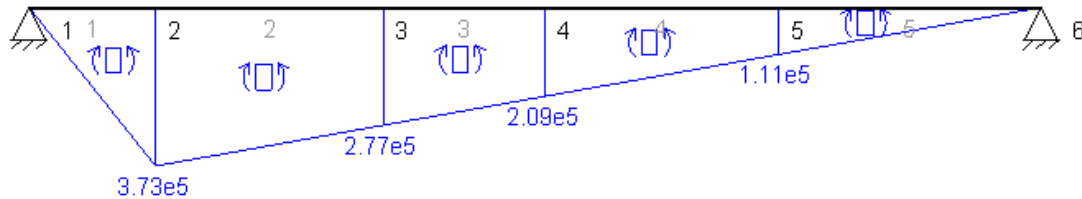


Figura 7.43. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XY.

Desde la sección 2 donde se sitúa la corona de la primera velocidad hasta el extremo 6, desde donde se transmite el par al diferencial, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 935380 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Por otro lado, en el plano XZ cuando se engrana la primera marcha las fuerzas que actúan son W_r y W_a , así como un momento flector debido al empuje axial, M_a , como se expuso en el apartado 7.1.

$$\begin{cases} W_r = 3605,17 \text{ N} \\ W_a = 4882,25 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 6069,06 \text{ N}$$

$$M_a = 535592 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.45:

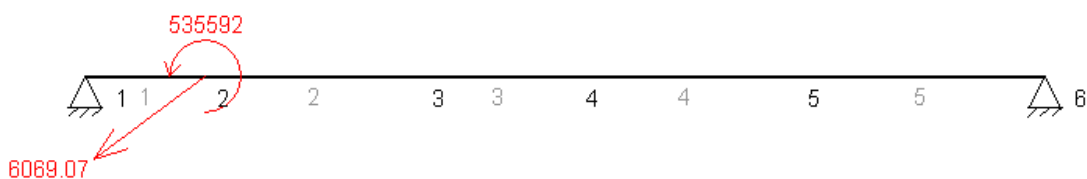


Figura 7.44. Esquema de cargas sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son los siguientes:

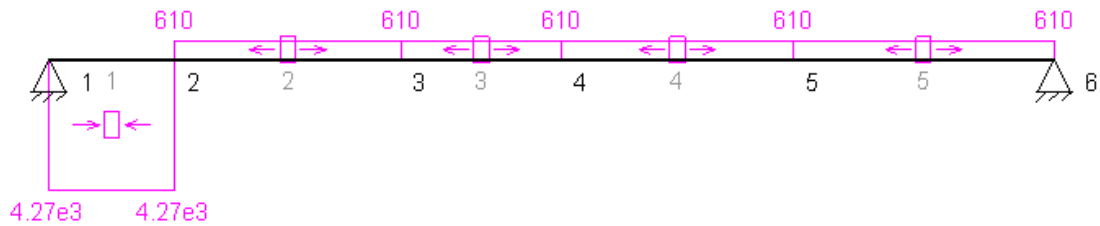


Figura 7.45. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XZ.

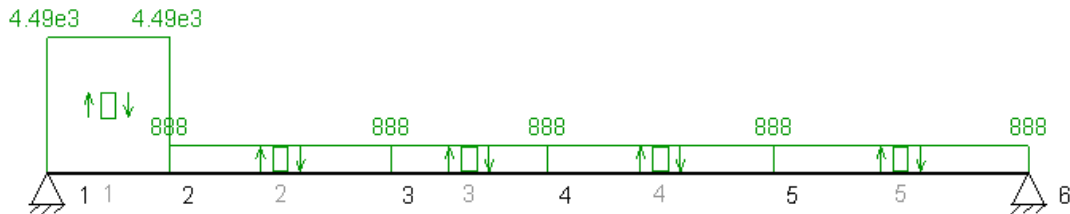


Figura 7.46. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XZ.

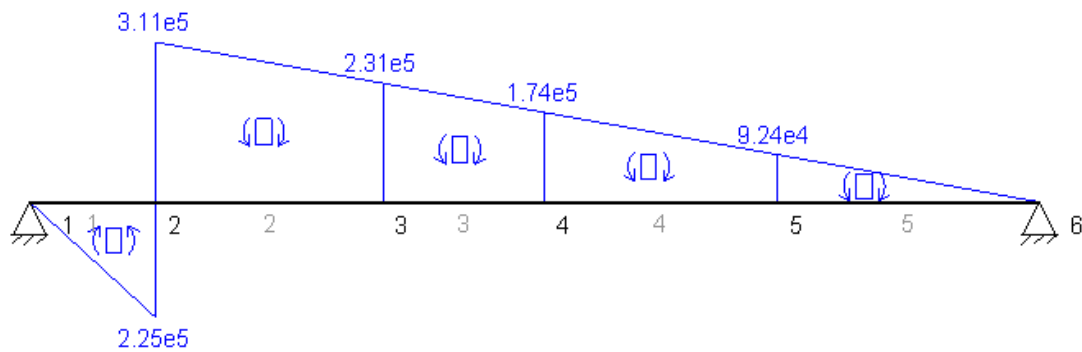


Figura 7.47. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la primera velocidad engranada, en el plano XZ.

A partir de los resultados obtenidos en los diagramas, se puede decir que la sección más desfavorable será la correspondiente al engranaje de la primera marcha (sección 2 en los diagramas), ya que en ella se dan los máximos momentos flectores tanto en el plano XY como en el plano XZ.

- Segunda velocidad.

En primer lugar, se estudiará el plano XY, donde actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión que se transmitirá al grupo diferencial. Suponiendo que la segunda marcha está engranada, los valores de las cargas son:

$$W_t = 6158,40 \text{ N}$$

$$T = 586670 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

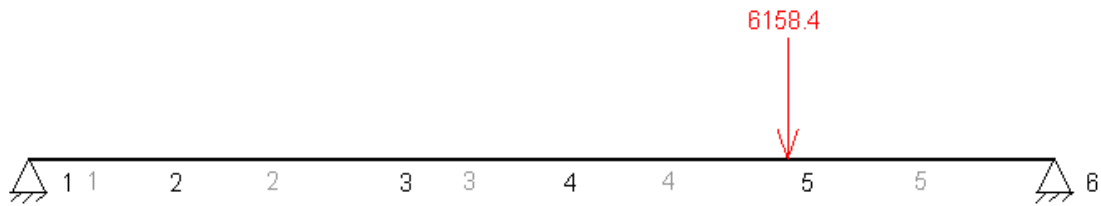


Figura 7.48. Esquema de carga sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEFI son:

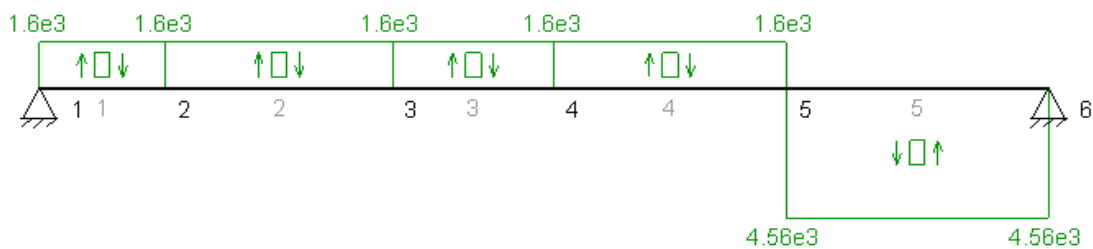


Figura 7.49. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XY.

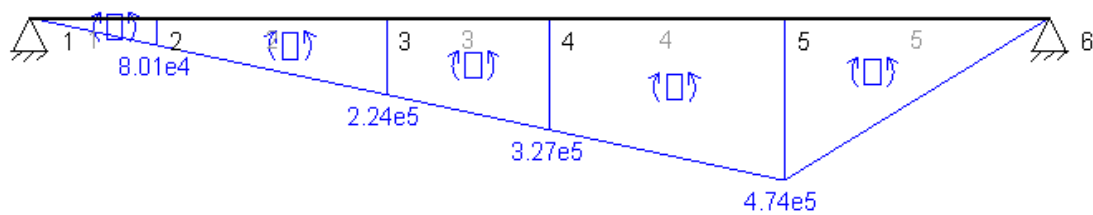


Figura 7.50. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XY.

Desde la sección 5 donde se sitúa el engranaje de la segunda velocidad hasta el extremo 6, donde se une el eje con el diferencial, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 586670 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

En segundo lugar, se estudiarán los esfuerzos en el plano XZ, en el que actúan las componentes radial y axial, W_r y W_a , y un momento flector M_a . En el caso de que la segunda velocidad esté acoplada, los valores de estas cargas son:

$$\begin{cases} W_r = 2603,73 \text{ N} \\ W_a = 3526,07 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 4383,21 \text{ N}$$

$$M_a = 335903 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.51:

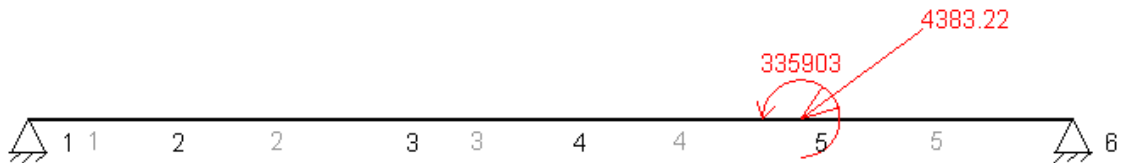


Figura 7.51. Esquema de cargas sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos son los siguientes:

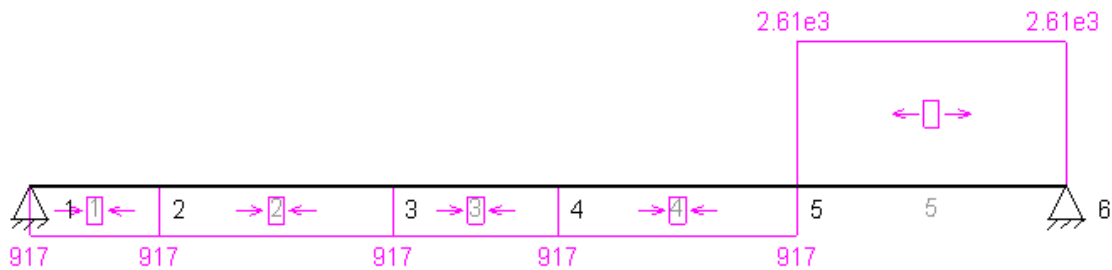


Figura 7.52. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

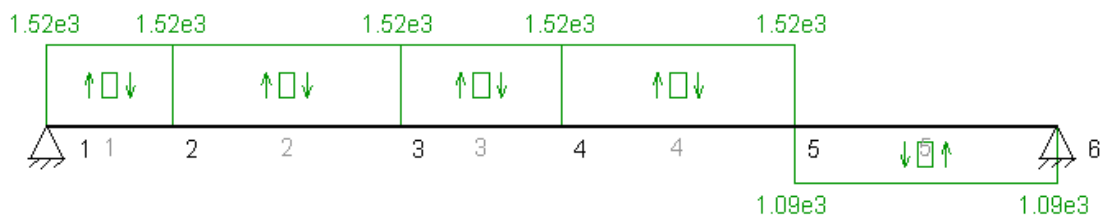


Figura 7.53. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

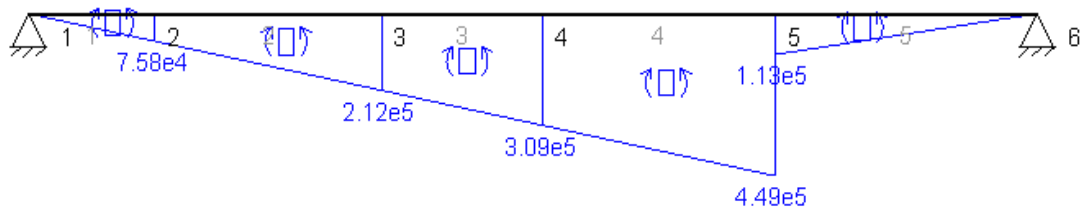


Figura 7.54. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la segunda velocidad engranada, en el plano XZ.

Según se puede ver en los diagramas, la sección más desfavorable será la del engranaje de la segunda marcha, la sección 5 en los diagramas, ya que en ella se dan los máximos momentos flectores en el plano XY y en el plano XZ.

- Tercera velocidad.

Como en las velocidades anteriores, en el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión del motor. Cuando la tercera marcha está engranada, estas cargas toman los siguientes valores:

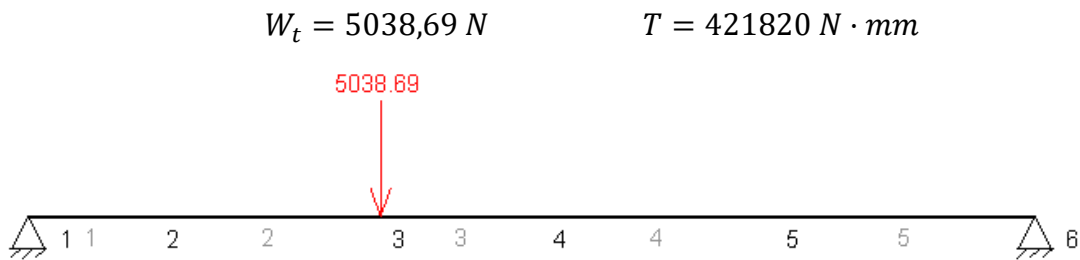


Figura 7.55. Esquema de carga sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos son los siguientes:

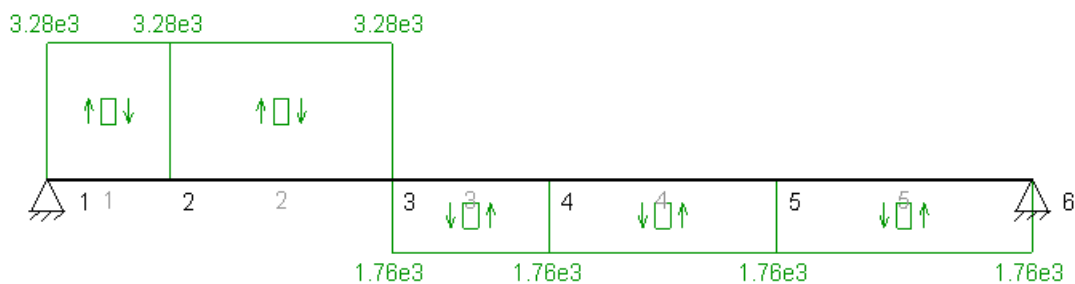


Figura 7.56. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

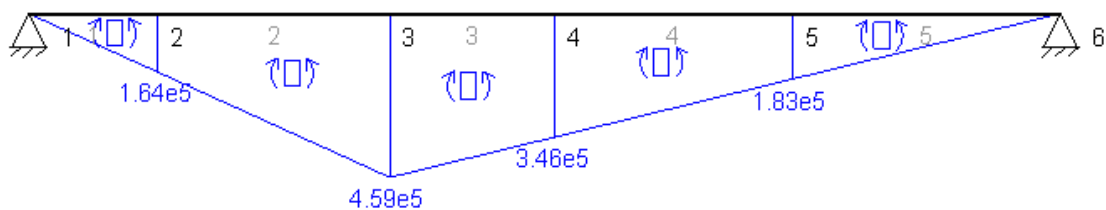


Figura 7.57. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje primario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XY.

Desde donde se sitúa el piñón de la tercera velocidad (sección 3) hasta el extremo 6 donde se une el eje con el diferencial, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 421820 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Asimismo, en el plano XZ cuando se engrana la tercera marcha las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 2130,33 \text{ N} \\ W_a = 2884,96 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3586,27 \text{ N}$$

$$M_a = 241534 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.58:

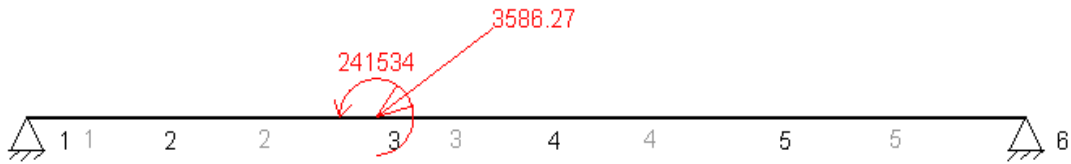


Figura 7.58. Esquema de cargas sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:

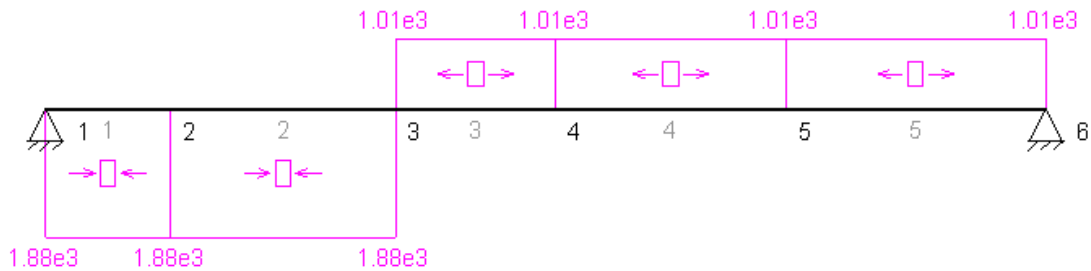


Figura 7.59. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

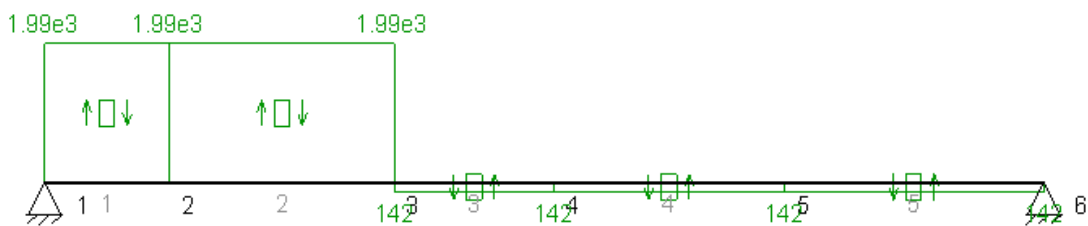


Figura 7.60. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

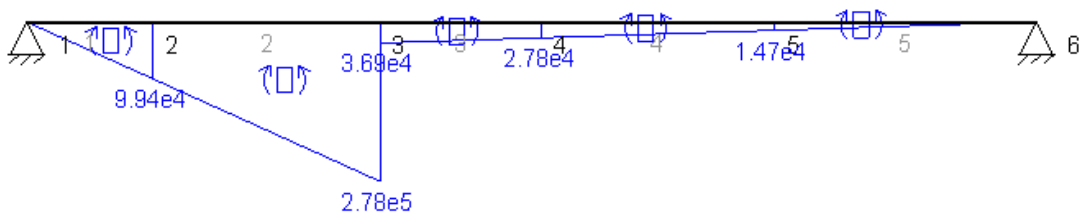


Figura 7.61. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la tercera velocidad engranada, en el plano XZ.

En esta situación, la sección crítica del eje se corresponde con la sección del centro del engranaje de la tercera velocidad, sección 3 en los diagramas, ya que es la que concentra mayores momentos flectores en los planos estudiados.

- Cuarta velocidad.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión que se transmitirá al diferencial. Cuando la cuarta velocidad esté engranada, estas cargas tomarán los siguientes valores:

$$W_t = 4263,51 \text{ N}$$

$$T = 307690 \text{ N} \cdot \text{mm}$$



Figura 7.62. Esquema de carga sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos con MEFI son los siguientes:

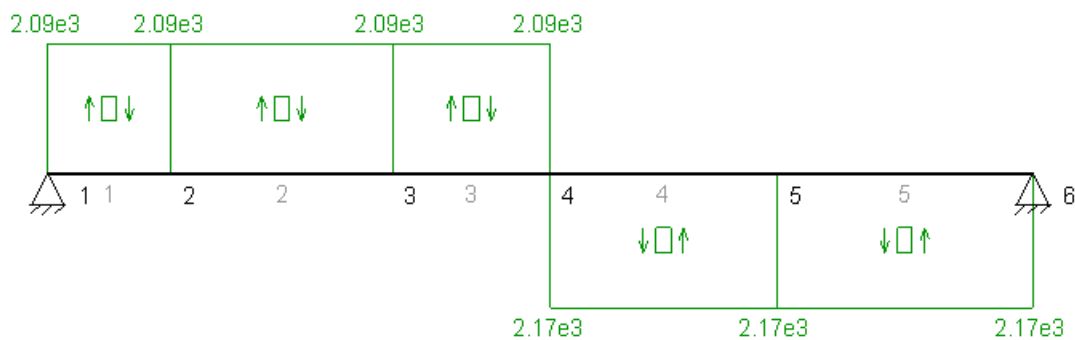


Figura 7.63. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XY.

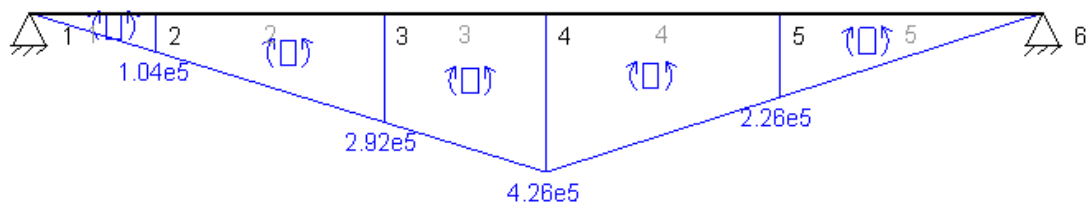


Figura 7.64. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XY.

Además, desde la sección correspondiente al engranaje de esta velocidad hasta el extremo 6 del eje, este se encuentra sometido al par de torsión de salida $T = 307690 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Por otro lado, en el plano XZ las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 1802,58 \text{ N} \\ W_a = 2441,12 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3034,53 \text{ N}$$

$$M_a = 176173 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.65:

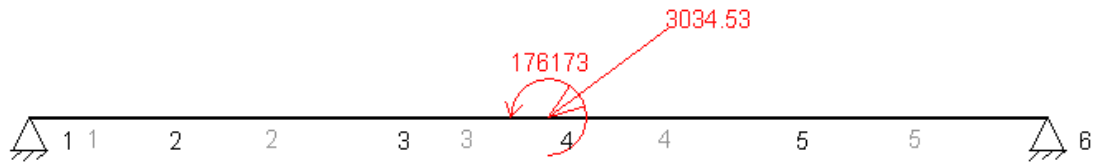


Figura 7.65. Esquema de cargas sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:

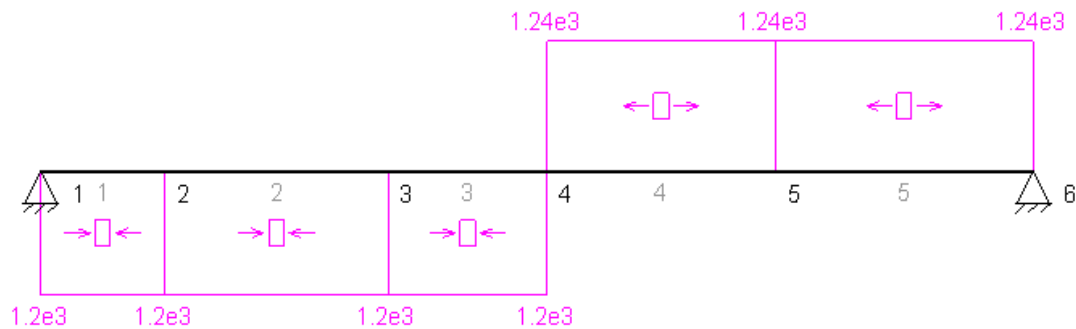


Figura 7.66. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XZ.

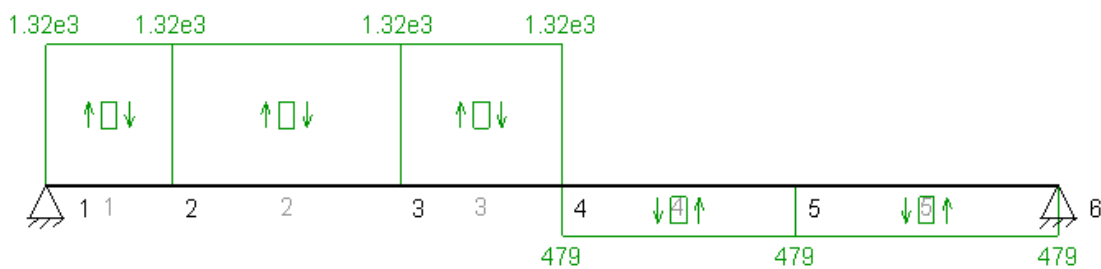


Figura 7.67. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XZ.

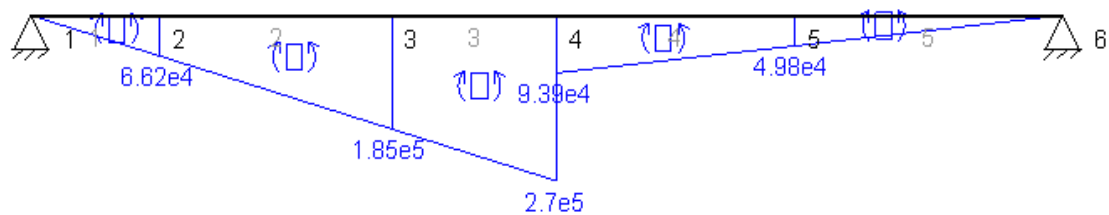


Figura 7.68. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 1 con la cuarta velocidad engranada, en el plano XZ.

Según los resultados obtenidos en los diagramas, se puede decir que la sección más desfavorable será la correspondiente al engranaje N8, de la cuarta velocidad (sección 4 en los diagramas), ya que es en dicha sección donde los momentos flectores alcanzan el valor máximo.

Por último, una vez obtenidos los esfuerzos en el eje para cada velocidad engranada, se continuará con el cálculo del estado tensional.

El procedimiento de cálculo y las ecuaciones empleadas serán iguales a lo expuesto en el apartado correspondiente al eje primario 1.

La tabla 7.5 expone los resultados del estado tensional y la resistencia a la fluencia mínima necesaria del material para el eje secundario 1.

	1ªVELOCIDAD	2ªVELOCIDAD	3ªVELOCIDAD	4ªVELOCIDAD
M _{xy} (Nmm)	373000	474000	459000	426000
M _{xz} (Nmm)	536000	336000	241100	176100
M _{eq} (Nmm)	653012,25	581009,47	518469,10	460963,35
d eje (mm)	50	50	50	50
σ (N/mm ²)	53,21	47,34	42,25	37,56
T (Nmm)	935380	586670	421820	307690
τ (N/mm ²)	38,11	23,90	17,19	12,54
σ_A (N/mm ²)	73,09	57,31	48,36	41,36
σ_B (N/mm ²)	-19,87	-9,97	-6,11	-3,80
σ' (N/mm ²)	84,79	62,89	51,68	43,39
n	1,5	1,5	1,5	1,5
S _y	127,18	94,34	77,52	65,08

Tabla 7.5. Resistencia a la fluencia mínima necesaria para el eje secundario 1.

Se concluye que la sección más desfavorable en el eje secundario 1 es la correspondiente a la primera velocidad, es decir, el centro del engranaje de la segunda marcha. Por tanto, la resistencia a la fluencia mínima del material para el eje será la que se obtiene en esta sección crítica, $S_y = 127,18 \text{ MPa}$.

7.2.2.4 Eje secundario 2.

El eje secundario 2 monta la quinta y sexta velocidad y la marcha atrás. La geometría de este eje puede verse en el esquema de la figura 7.69. Se dispondrá de dos rodamientos colocados en los extremos, que serán los apoyos H e I. Entre los engranajes de la quinta y sexta marcha se sitúa un selector, este se encargará de acoplar el engranaje de la quinta velocidad con el resto del eje, para que este último se mueva solidario al primero. Entre los engranajes N12 y N15, sexta y marcha atrás, también se dispone de un selector que se desplazará a un engranaje o a otro, según la velocidad que se desee engranar.

El diámetro de este eje será de 50 mm y, como en los ejes anteriores, será constante en toda su longitud con el fin de simplificar los cálculos.

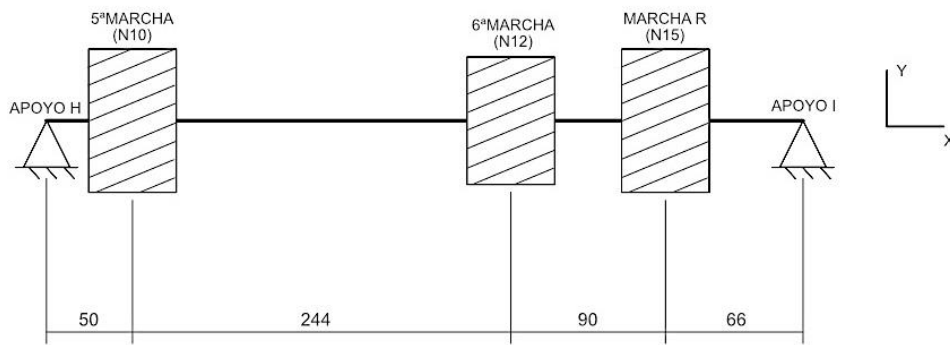


Figura 7.69: geometría de eje secundario 2.

- Quinta velocidad.

En primer lugar, se estudiará las cargas que actúan en el plano XY, que serán la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión de salida al diferencial. En este caso, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_t = 4618,80 \text{ N}$$

$$T = 240000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

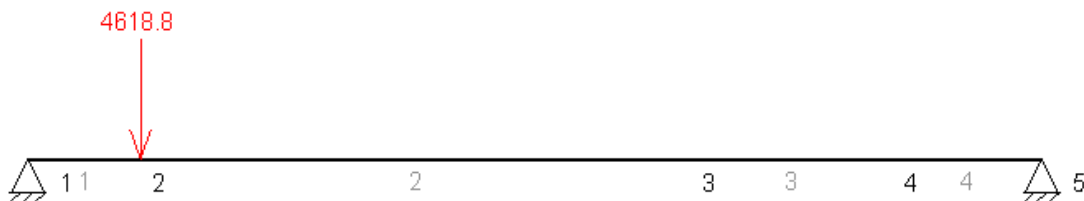


Figura 7.70. Esquema de carga sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

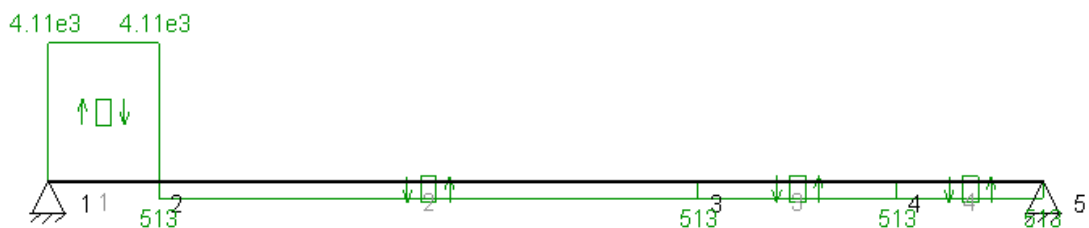


Figura 7.71. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

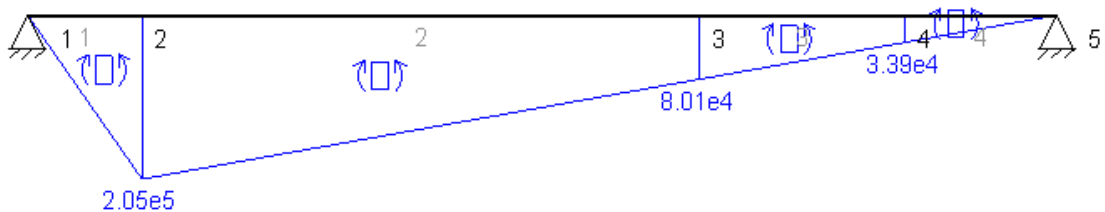


Figura 7.72. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XY.

Como en las velocidades anteriores, desde donde se sitúa el engranaje de la quinta velocidad, sección 2 en los diagramas, hasta el extremo 5, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 240000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

De igual forma, en el plano XZ actúan la componente radial y axial, W_r y W_a , así como un momento flector debido al empuje axial, M_a , sus valores para la quinta marcha son:

$$\begin{cases} W_r = 1952,80 \text{ N} \\ W_a = 2644,55 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 3287,41 \text{ N}$$

$$M_a = 137419 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.73:



Figura 7.73. Esquema de cargas sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

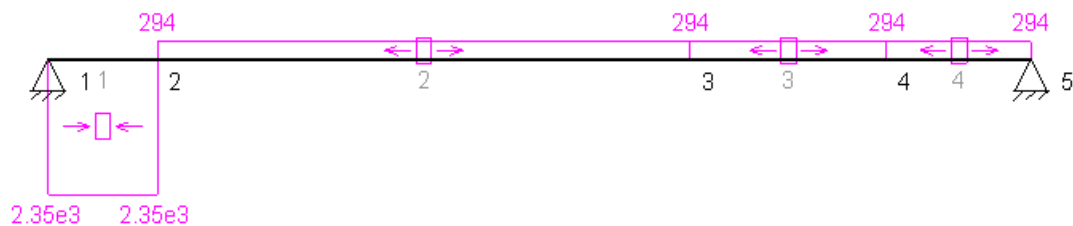


Figura 7.74. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

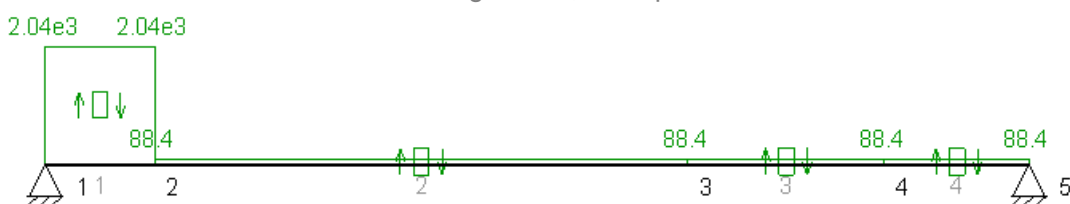


Figura 7.75. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada, en el plano XZ.

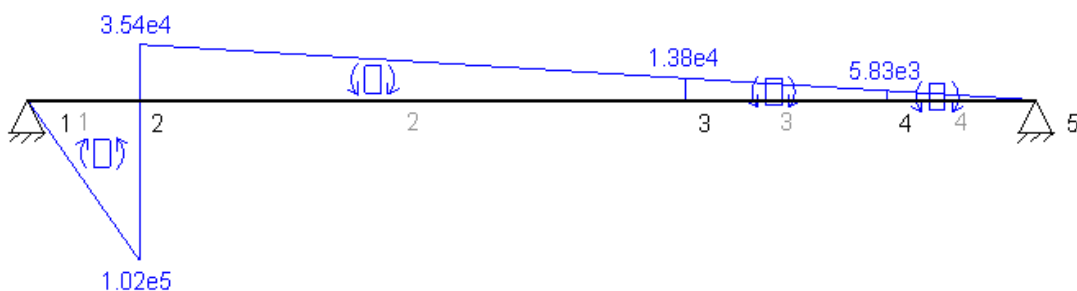


Figura 7.76. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la quinta velocidad engranada en el plano XZ.

Analizando los resultados obtenidos en los diagramas, se puede concluir que la sección más desfavorable será la correspondiente al engranaje de la quinta marcha (sección 2 en los diagramas), ya que en ella se dan los máximos momentos flectores tanto en el plano XY como en el plano XZ.

- Sexta velocidad.

Como en el caso anterior, en el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión de salida. Cuando la sexta marcha esté engranada, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_t = 4263,51 \text{ N}$$

$$T = 196920 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

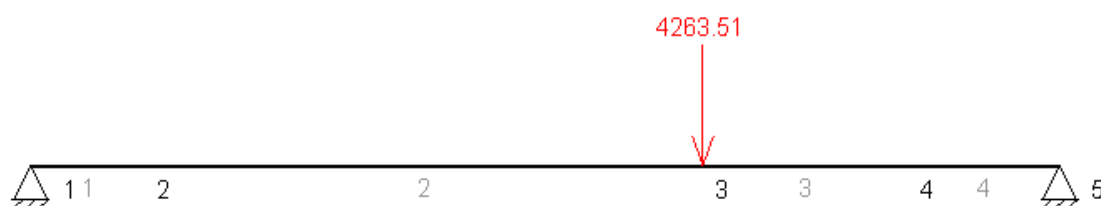


Figura 7.77. Esquema de carga sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XY.

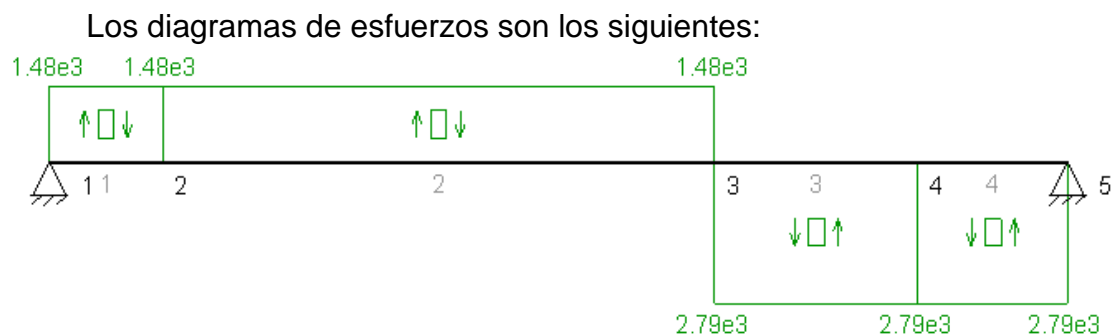


Figura 7.78. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XY.

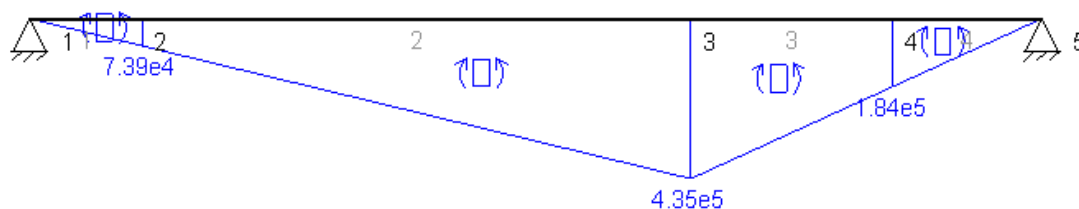


Figura 7.79. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XY.

Desde donde se sitúa el piñón de la sexta velocidad (sección 3) hasta el extremo 5, donde se acopla el eje con el diferencial, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 196920 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Asimismo, en el plano XZ cuando se engrana la sexta marcha las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 1802,58 \text{ N} \\ W_a = 2441,12 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{resultante} = 3034,53 \text{ N}$$

$$M_a = 112751 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.80:

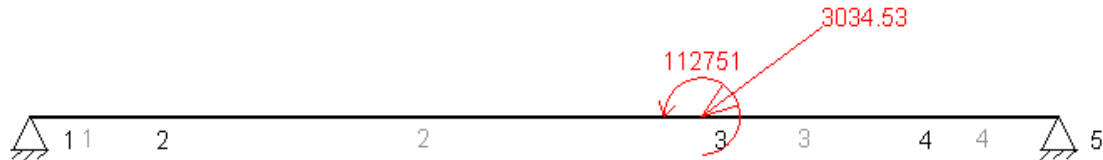


Figura 7.80. Esquema de cargas sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:

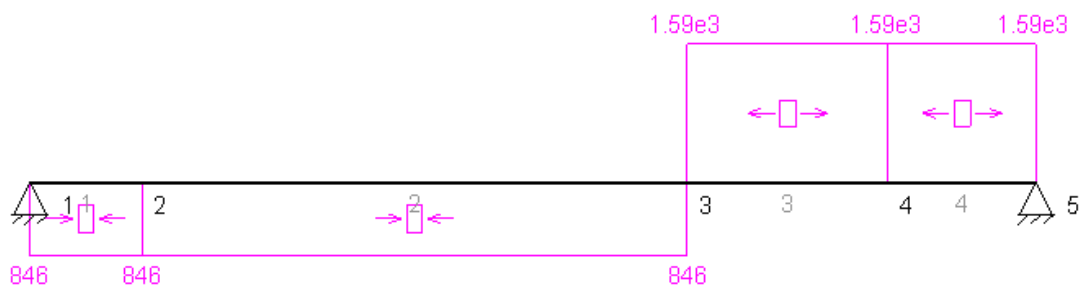


Figura 7.81. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

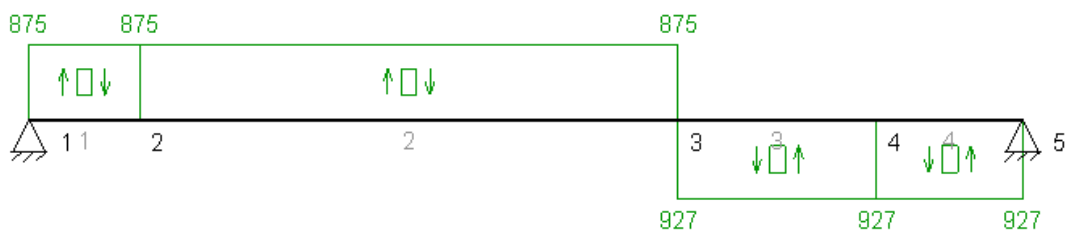


Figura 7.82. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

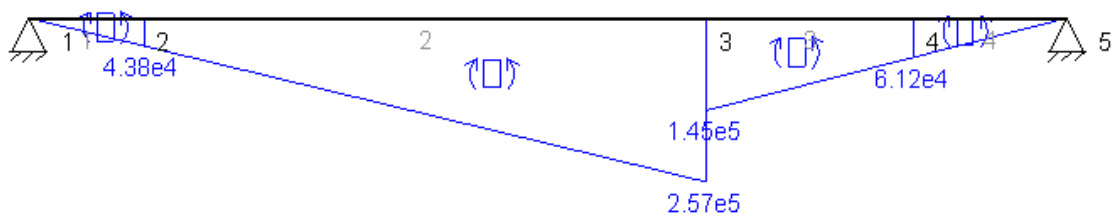


Figura 7.83. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la sexta velocidad engranada, en el plano XZ.

Si se compara la sección correspondiente al engranaje de la sexta marcha (sección 3 en los diagramas) con las demás secciones, se obtendrá que la tercera de estas es la más desfavorable.

- Marcha atrás.

En el plano XY actúan la carga tangencial transmitida, W_t , y el par de torsión. Para este caso, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_t = 15642,34 \text{ N} \quad T = 812800 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

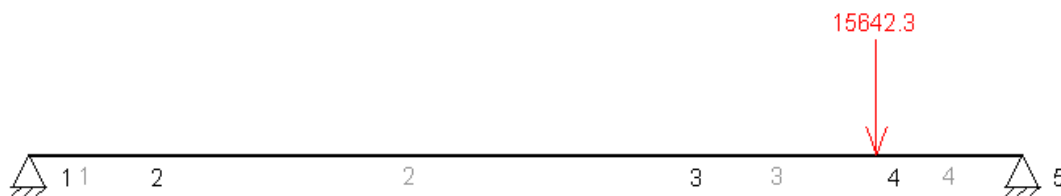


Figura 7.84. Esquema de carga sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos son los siguientes:

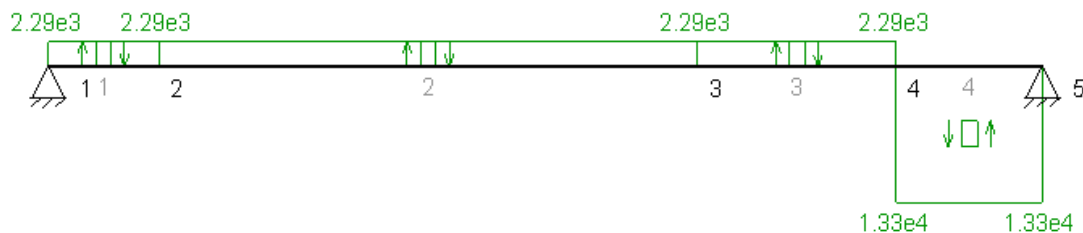


Figura 7.85. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

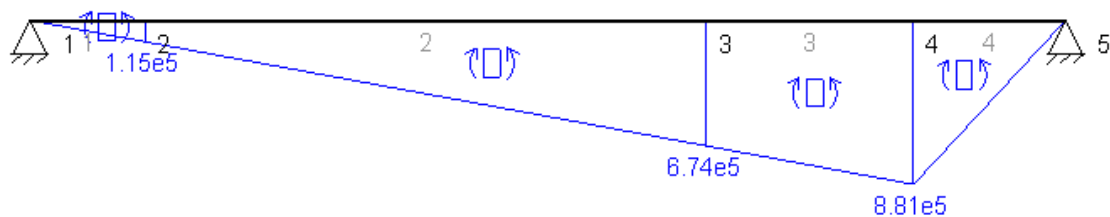


Figura 7.86. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Desde donde se sitúa el engranaje de la marcha atrás (sección 4) hasta el extremo 5 donde se une el eje con el diferencial, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 812800 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

Asimismo, en el plano XZ cuando se engrana esta marcha las fuerzas que actúan son:

$$\begin{cases} W_r = 6613,48 \text{ N} \\ W_a = 8956,21 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{\text{resultante}} = 11133,36 \text{ N}$$

$$M_a = 465378 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.87:

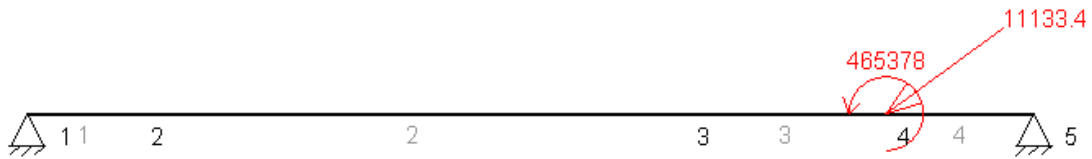


Figura 7.87. Esquema de cargas sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos son:

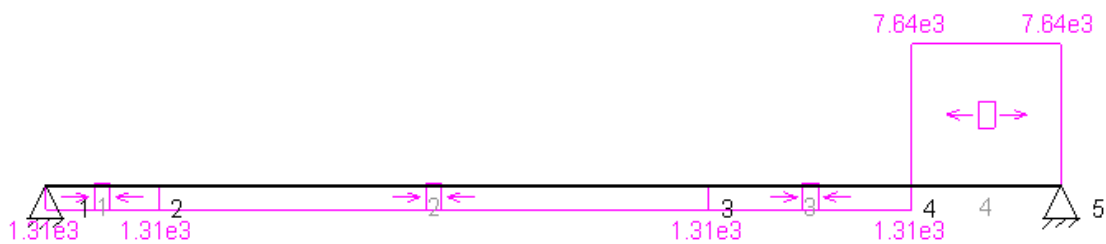


Figura 7.88. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

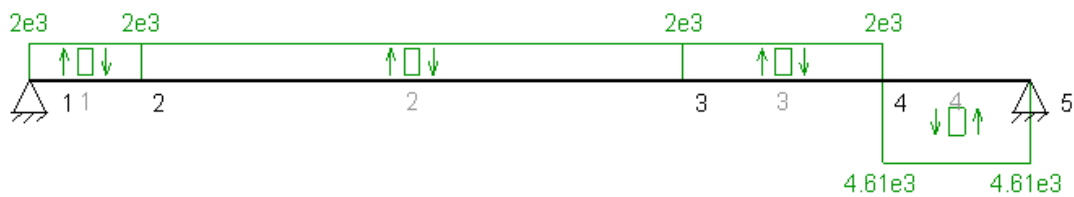


Figura 7.89. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

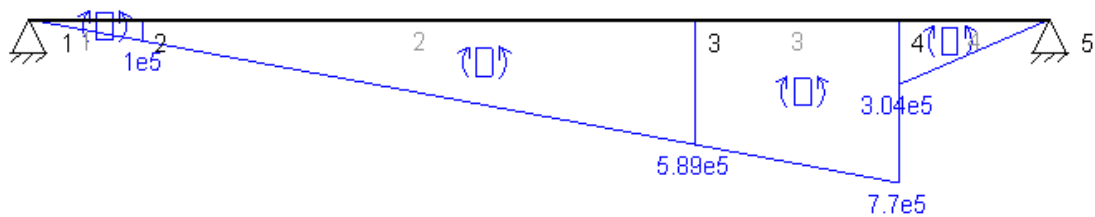


Figura 7.90. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje secundario 2 con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

En esta situación, la sección crítica del eje se corresponde con la sección del centro del engranaje de la marcha atrás, sección 4 en los diagramas, ya que es la que concentra mayores momentos flectores en los planos estudiados.

Una vez obtenidos los esfuerzos en el eje para cada velocidad engranada, se procederá con el cálculo del estado tensional para cada una de

estas situaciones. El procedimiento que se seguirá será el mismo que el seguido para el eje primario 1, expuesto en el apartado 7.2.2.1

	5ª VELOCIDAD	6ª VELOCIDAD	MARCHA ATRÁS
Mxy (Nmm)	205000	435000	881000
Mxz (Nmm)	137400	112000	466000
Meq (Nmm)	246786,87	449187,04	996652,90
d eje (mm)	50	50	50
σ (N/mm ²)	20,11	36,60	81,21
T (Nmm)	240000	196920	812800
τ (N/mm ²)	9,78	8,02	33,12
σ_A (N/mm ²)	24,08	38,28	93,01
σ_B (N/mm ²)	-3,97	-1,68	-11,79
σ' (N/mm ²)	26,29	39,15	99,43
n	1,5	1,5	1,5
Sy	39,44	58,73	149,14

Tabla 7.6. Resistencia a la fluencia mínima necesaria para el eje secundario 2.

Según los datos obtenidos, la marcha atrás será la que establezca las condiciones más desfavorables para el eje secundario 2. Por tanto, la resistencia a la fluencia mínima necesaria para el material de fabricación del eje será $S_y = 149,14 \text{ MPa}$.

7.2.2.5 Eje inversor.

El eje inversor es un eje que se emplea para invertir el giro en la marcha atrás. Se tratará de un eje macizo cuya geometría puede verse en el esquema de la figura 7.91. Se dispondrá de dos rodamientos colocados en los extremos, que serán los apoyos J y K. El diámetro de este eje será de 50 mm, que permanecerá constante en toda su longitud con el fin de simplificar los cálculos. En este caso, los engranajes se fabrican en el eje.

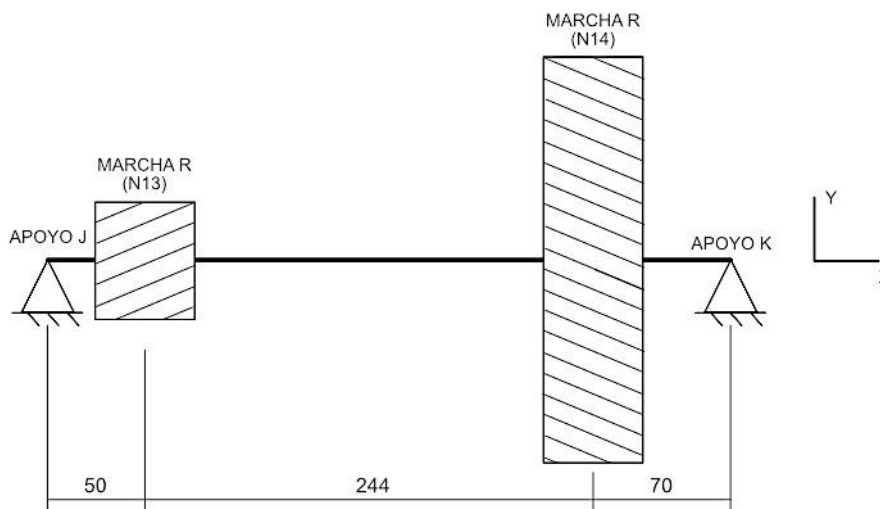


Figura 7.91: geometría de eje inversor.

- Marcha atrás.

En este caso, ambos engranajes giran solidariamente. Por tanto, a diferencia de los otros ejes donde se estudiaba el esfuerzo al que estaban sometidos por cada uno de los engranajes de la macha acoplada de forma independiente, en este caso se estudiará el esfuerzo del eje sometido al acoplamiento de ambos engranajes simultáneamente.

En primer lugar, se estudiará las cargas que actúan en el plano XY, que serán la carga tangencial transmitida, W_{13}^t y W_{14}^t , para los engranajes 13 y 14, respectivamente, y el par de torsión. En este caso, estas cargas toman los siguientes valores:

$$W_{13}^t = 8527,02 \text{ N} \quad W_{14}^t = 15642,34 \text{ N} \quad T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

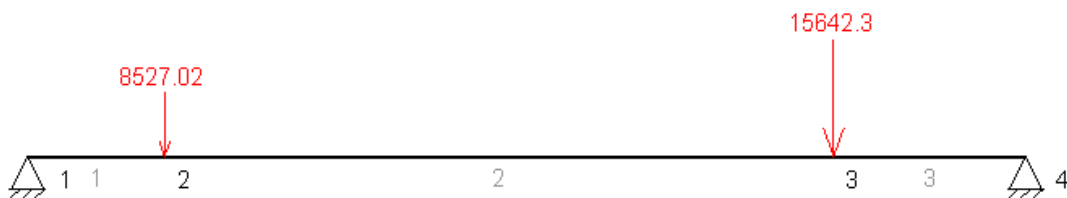


Figura 7.92. Esquema de carga sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEF1 son los siguientes:

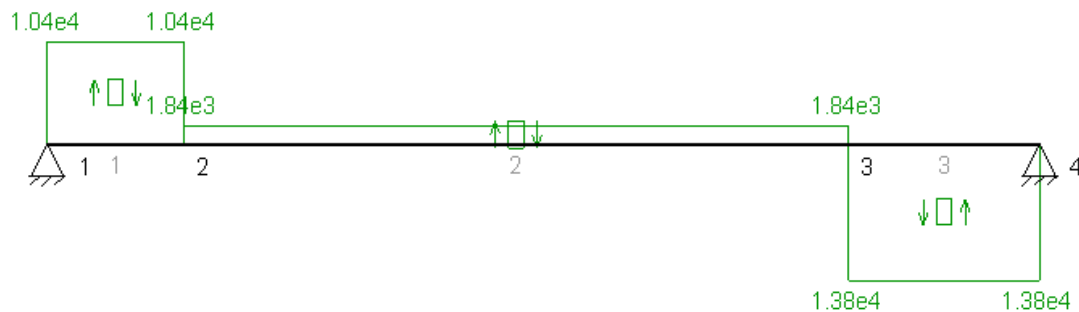


Figura 7.93. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

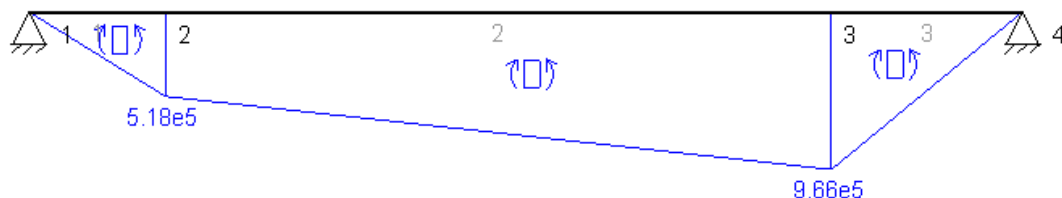


Figura 7.94. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XY.

Además, desde donde un engranaje a otro, sección 2 y sección 3 en los diagramas, el eje se encuentra sometido al par de torsión $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$.

De igual forma, en el plano XZ actúan la componente radial y axial, W_r y W_a , así como un momento flector debido al empuje axial, M_a , para cada engranaje, sus valores son:

$$\begin{cases} W_{13}^r = 3605,17 \text{ N} \\ W_{13}^a = 4882,25 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{13}^{\text{resultante}} = 6069,06 \text{ N}$$

$$M_{13}^a = 183220 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\begin{cases} W_{14}^r = 6613,48 \text{ N} \\ W_{14}^a = 8956,21 \text{ N} \end{cases} \rightarrow W_{14}^{\text{resultante}} = 11133,36 \text{ N}$$

$$M_{14}^a = 1163445,6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La acción de estas cargas se muestra en la figura 7.95:



Figura 7.95. Esquema de cargas sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

Los diagramas de esfuerzos obtenidos en MEFI son los siguientes:

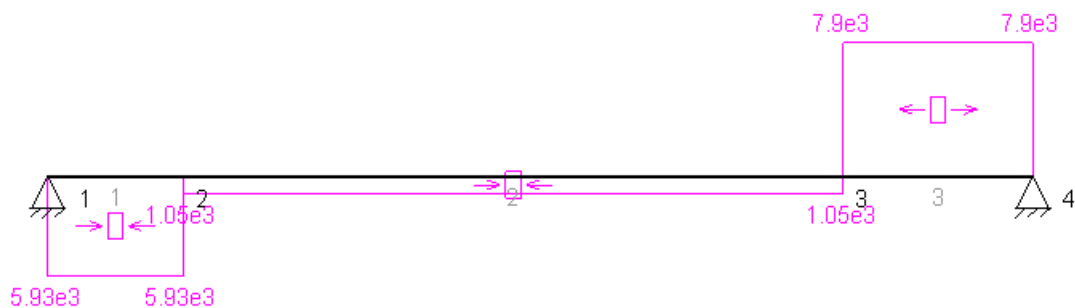


Figura 7.96. Diagrama de esfuerzos axiales sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

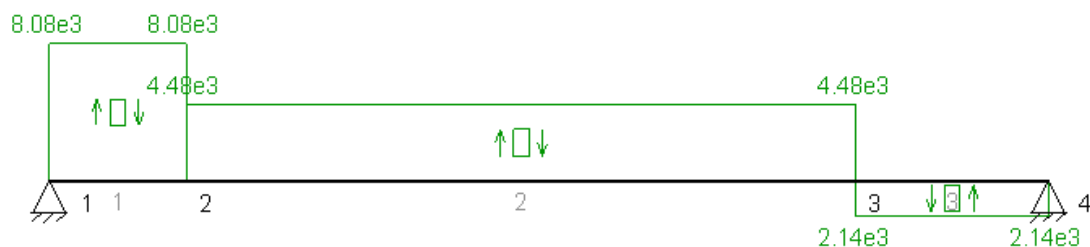


Figura 7.97. Diagrama de esfuerzos cortantes sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada, en el plano XZ.

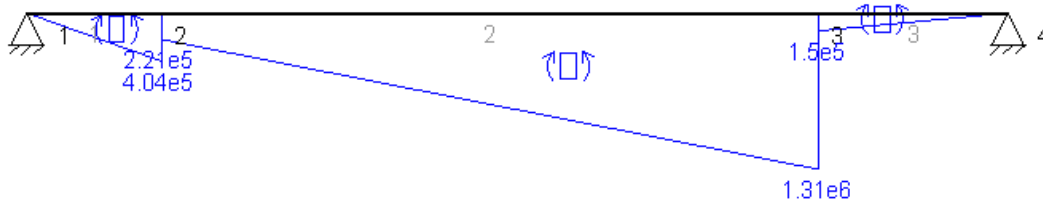


Figura 7.98. Diagrama de esfuerzos flectores sobre el eje inversor con la marcha atrás engranada en el plano XZ.

Analizando los resultados obtenidos en los diagramas, se puede concluir que la sección más desfavorable será la correspondiente al engranaje número 14 (sección 3 en los diagramas), ya que en ella se dan los máximos momentos flectores tanto en el plano XY como en el plano XZ.

Por último, una vez obtenidos los esfuerzos en el eje, se continuará con el cálculo del estado tensional. El procedimiento de cálculo y las ecuaciones empleadas serán iguales a lo expuesto en el apartado correspondiente al eje primario 1.

	MARCHA ATRÁS
Mxy (Nmm)	966000
Mxz (Nmm)	1160000
Meq (Nmm)	1509554,90
d eje (mm)	50
σ (N/mm ²)	123,01
T (Nmm)	320000
τ (N/mm ²)	13,04
σ_A (N/mm ²)	124,38
σ_B (N/mm ²)	-1,37
σ' (N/mm ²)	125,07
n	1,5
Sy	187,60

Tabla 7.7. Resistencia a la fluencia mínima necesaria para el eje inversor.

La tabla anterior recoge los resultados del estado tensional de la sección crítica del eje inversor cuando la marcha atrás está engranada. Se concluye la resistencia a la fluencia mínima del material para el eje será $S_y = 187,60 \text{ MPa}$.

7.3 Cálculo a fatiga de los ejes.

7.3.1 Fallo por fatiga.

A menudo, se encuentra que los elementos de máquinas han fallado bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes; no obstante, el análisis revela que los esfuerzos máximos reales estuvieron por debajo de la resistencia última del material y, con gran frecuencia, por debajo de la resistencia a la fluencia. La característica más notable de estas fallas consiste en que los esfuerzos se

repitieron un gran número de veces. Por lo tanto, a la falla se le llama falla por fatiga. Se debe tener especial cuidado con este tipo de fallas ya que no proporciona ninguna advertencia de que vaya a suceder, sino que es repentina, total y, por ende, peligrosa.⁷

Una falla por fatiga tiene una apariencia similar a la fractura frágil. Sin embargo, las características de fractura de una falla por fatiga son muy diferentes a la fractura frágil estática y surgen a partir de tres etapas de desarrollo:

- La etapa I es el inicio de una o más microgrietas debido a la deformación plástica cíclica seguida de propagación cristalográfica. Normalmente, las grietas de esta etapa no pueden verse a simple vista.⁷
- En la etapa II las microgrietas se convierten en macrogrietas. Estas superficies de fractura pueden tener marcas oscuras y claras conocidas como marcas de playa o marcas de concha. La aparición de estas marcas depende de los cambios en el nivel de la frecuencia de carga y la naturaleza corrosiva del entorno.⁷
- La etapa III ocurre durante el ciclo de esfuerzo final cuando el material restante no puede soportar las cargas, lo que resulta en una fractura súbita y rápida.⁷

La falla por fatiga se debe a la formación y propagación de grietas. Por lo general, una grieta de fractura se inicia en una discontinuidad del material donde el esfuerzo cíclico es máximo. Las discontinuidades pueden surgir debido a:

- El diseño de cambios rápidos en la sección transversal, cuñeros, orificios, etc., donde ocurren concentraciones del esfuerzo.⁷
- Elementos que giran y/o se deslizan entre sí (cojinetes, engranes, levas, etc.) bajo presión alta constante, lo que desarrolla esfuerzos de contacto concentrados por debajo de la superficie, los cuales pueden causar picaduras o astillas después de muchos ciclos de carga.⁷
- Falta de cuidado en las ubicaciones de los estampados, marcas de herramientas, raspaduras y rebabas; diseño defectuoso de juntas; ensamble inapropiado; y otros errores de fabricación.⁷
- La propia composición del material después de su proceso de laminado, forjado, fundido, estirado, calentado, etc. Surgen discontinuidades microscópicas y submicroscópicas en la superficie o por debajo de ella, así como inclusiones de material extraño, segregaciones de aleación, huecos, precipitaciones de partículas duras y discontinuidades cristalinas.⁷

Entre las diferentes condiciones que pueden acelerar el inicio de la grieta se destacan las temperaturas elevadas, ciclos de temperaturas, un entorno corrosivo y ciclos de alta frecuencia.⁷

La velocidad y la propagación de la grieta por fatiga está controlada de forma principal por esfuerzos localizados y por la estructura del material en donde se produjo la grieta. Sin embargo, como en la formación de la grieta, existen otros factores que pueden ejercer una influencia significativa, como el entorno, la temperatura y la frecuencia.⁷



Figura 7.99. Fractura por fatiga de ejes.

7.3.2 Método de esfuerzo – vida.

El método esfuerzo–vida es un método utilizado en el diseño y análisis con el que se intenta predecir la vida en número de ciclos hasta la falla, N , para un nivel específico de carga. Este se basa solo en niveles de esfuerzo, es el método menos exacto, especialmente para aplicaciones de bajo ciclaje. Sin embargo, es el método más tradicional, puesto que es el más fácil de implementar para una amplia variedad de aplicaciones de diseño, tiene una gran cantidad de datos de soporte y representa de manera adecuada las aplicaciones de alto ciclaje, como es el caso de estudio.⁷

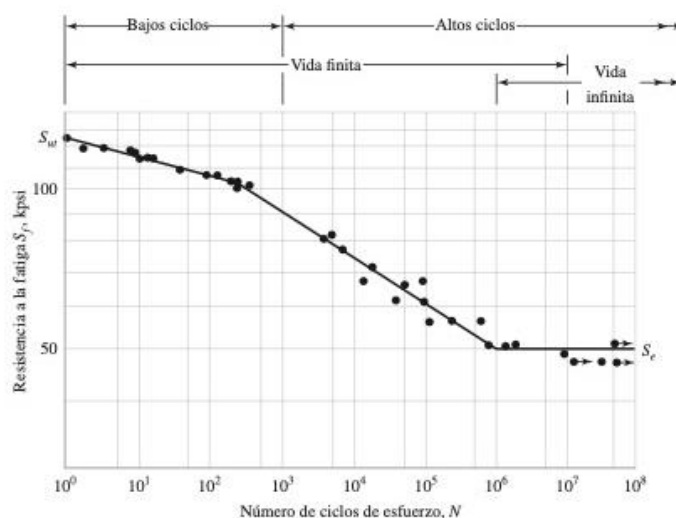


Figura 7.100: diagrama S-N.

En el caso de los aceros, se presenta un cambio brusco de dirección en la figura 7.100, para 10^6 ciclos, y más allá de este cambio no ocurrirá la falla, sin importar qué tan grande sea el número de ciclos. La resistencia correspondiente al cambio se denomina límite de resistencia, S_e , o límite de fatiga.⁷

En la figura también se pueden distinguir dos zonas: desde $N=1$ hasta $N=1000$ ciclos, que por lo general se clasifica como fatiga de bajos ciclos; y la fatiga de altos ciclos, que se relaciona con la falla correspondiente a ciclos de esfuerzos mayores que 10^3 .⁷

También se hace una distinción entre región de vida finita y región de vida infinita. La frontera entre las regiones no se puede definir con claridad excepto para un material específico, pero se ubica en algún punto entre 10^6 y 10^7 ciclos en el caso de los aceros.⁷

7.3.3 Límite de resistencia a la fatiga.

Para determinar la resistencia de materiales bajo la acción de cargas de fatiga, las muestras se someten a fuerzas repetidas o variables de magnitudes especificadas, mientras se cuentan los ciclos o inversiones del esfuerzo hasta su destrucción. El dispositivo de ensayo a fatiga que se emplea con más frecuencia es la máquina de viga rotativa de alta velocidad de R. R. Moore.⁷

En el caso de los aceros, se estimará el límite de resistencia como:

$$S'_e = \begin{cases} 0,5 \cdot S_{ut} & S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

donde S_{ut} es la resistencia a la tensión mínima y S'_e se refiere al límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria.⁷

Sin embargo, no es posible esperar que el límite de resistencia a la fatiga de un elemento mecánico o estructural iguale los valores que se obtuvieron en el laboratorio.⁷ Algunas diferencias incluyen:

- Material: composición, base de falla, variabilidad.⁷
- Manufactura: método, tratamiento térmico, corrosión superficial por frotamiento, acabado superficial, concentración de esfuerzo.⁷
- Entorno: corrosión, temperatura, estado de esfuerzos, tiempos de relajación.⁷
- Diseño: tamaño, forma, vida, estado de esfuerzos, concentración de esfuerzo, velocidad, rozamiento, excoiación.⁷

Marin identificó factores que cuantifican los efectos de la condición superficial, el tamaño, la carga, la temperatura y otros puntos.⁷ Luego, la ecuación de *Marin*⁷ se escribe:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

donde,

k_a es el factor de modificación de la condición superficial,

k_b es el factor de modificación del tamaño,

k_c es el factor de modificación de la carga,

k_d es el factor de modificación de la temperatura,

k_e es el factor de confiabilidad,

k_f es el factor de modificación de efectos varios,

S'_e es el límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria,

S_e es el límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica de una parte de máquina en la geometría y condición de uso.

A continuación, se describirá cada uno de los factores de *Marin* y se determinará el valor de cada uno para el caso de estudio.

- Factor de superficie, k_a .

La superficie de una muestra de viga rotatoria empleada en el ensayo de resistencia a fatiga está cuidadosamente pulida, condición que no se tiene, generalmente, en una pieza mecánica. Por tanto, se emplea el factor de superficie para tener en cuenta la diferencia superficial. Este factor dependerá de la calidad del acabado de la superficie y de la resistencia a la tensión.⁷ Se calcula como:

$$k_a = a S_{ut}^b$$

donde S_{ut} es la resistencia mínima a la tensión y los valores de a y b se encuentran en la tabla 7.8.

Acabado superficial	Factor a		Exponente b
	S_{ut} kpsi	S_{ut} MPa	
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272.	-0.995

Tabla 7.8: Parámetros en el factor de la condición superficial de *Marin*.

Para el caso de estudio, los ejes tendrán un acabado superficial rectificado o esmerilado.

- Factor de tamaño, k_b .

En caso de que el elemento se someta a flexión y/o torsión, el factor de tamaño puede expresarse como:

$$k_b = \begin{cases} \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,107} & = 1,24d^{-0,107} & 2,79 \leq d \leq 51mm \\ 1,51d^{-0,157} & & 51 < d \leq 254mm \end{cases}$$

Para carga axial no hay efecto de tamaño, por lo cual $k_b = 1$.⁷

- Factor de carga, k_c .

Cuando se realizan los ensayos de fatiga con carga de flexión rotatoria, axial y de torsión, los límites de resistencia a la fatiga difieren con S_{ut} .⁷ Los valores medios del factor de carga se especifican como:

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{flexión} \\ 0,85 & \text{axial} \\ 0,577 & \text{torsión*} \end{cases}$$

* Se usa solo para la carga por fatiga torsional. Cuando la torsión está combinada con otros esfuerzos, como la flexión, $k_c = 1$ y la carga combinada se maneja usando el esfuerzo de von Mises efectivo.⁷

- Factor de temperatura, k_d .

Para temperaturas iguales o inferiores a los 450°C, como es el caso, el factor de temperatura será la unidad, $k_d = 1$.⁷

- Factor de confiabilidad, k_e .

Los valores del factor de confiabilidad vienen recogidos en la tabla 7.9.⁷

Confiabilidad, %	Variación de transformación z_a	Factor de confiabilidad k_e
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Tabla 7.9: Factores de confiabilidad, k_e

En este caso se tomará una confiabilidad del 99%, es decir, $k_e = 0,814$.

- Factor de esfuerzos varios, k_f .

El factor k_f tiene el propósito de tener en cuenta la reducción del límite de resistencia a fatiga debida a otros factores no considerados anteriormente:⁷

- Esfuerzos residuales.
- Características direccionales de la operación.
- Endurecimiento superficial.
- Corrosión.
- Recubrimiento electrolito.
- Frecuencia cíclica.
- Corrosión por apriete.

La existencia de irregularidades o discontinuidades, como orificios, ranuras o muescas incrementa de manera significativa los esfuerzos teóricos en la vecindad inmediata de la discontinuidad. Se define un factor de concentración del esfuerzo, k_t o k_{ts} , que se usa con el esfuerzo nominal para obtener el esfuerzo máximo resultante debido a la irregularidad o defecto. Algunos materiales no son tan sensibles a la presencia de muescas y, por tanto, para ellos puede usarse un valor reducido de k_t , k_f o k_{fs} . El factor k_f se llama factor de concentración del esfuerzo por fatiga y se define mediante la ecuación:

$$k_f = \frac{\text{esfuerzo máximo en la pieza de prueba con muesca}}{\text{esfuerzo en la pieza de prueba sin muesca}}$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad \text{o bien} \quad k_{fs} = 1 + q_{\text{cortante}}(k_{ts} - 1)$$

donde q es la sensibilidad a la muesca y toma valores entre cero y la unidad.⁷ Según la ecuación de *Neuber*, el factor k_f puede expresarse como:

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{a/r}}$$

donde \sqrt{a} se define como constante de *Neuber* y es una constante del material.⁷ La sensibilidad de la muesca se puede reescribir como:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

El valor de \sqrt{a} se puede obtener de la siguiente tabla:

S_u		\sqrt{a}			
		Carga axial y flexión		Torsión	
(ksi)	(MPa)	(in ^{0.5})	(mm ^{0.5})	(in ^{0.5})	(mm ^{0.5})
50	345	0.130	0.66	0.093	0.47
55	380	0.118	0.59	0.087	0.44
60	415	0.108	0.54	0.080	0.40
70	485	0.093	0.47	0.070	0.35
80	550	0.080	0.40	0.062	0.31
90	620	0.070	0.35	0.055	0.28
100	690	0.062	0.31	0.049	0.25
110	760	0.055	0.28	0.044	0.22
120	825	0.049	0.25	0.039	0.20
130	895	0.044	0.22	0.035	0.18
140	965	0.039	0.20	0.031	0.16
160	1100	0.031	0.16	0.024	0.12
180	1240	0.024	0.12	0.018	0.09
200	1380	0.018	0.09	0.013	0.07
220	1515	0.013	0.07	0.009	0.05
240	1655	0.009	0.05		

Tabla 7.10: valor de la constante de Neuber según S_{ut} .

Por otro lado, el valor del factor de concentración de esfuerzos, k_t o k_{ts} , dependen de las especificaciones de tamaño, desconocidas en el primer paso del proceso. Por suerte, estos elementos suelen tener proporciones estándar, por lo que es posible estimar los factores de concentración del esfuerzo para el diseño inicial del eje. Estas concentraciones del esfuerzo podrán ser afinadas en iteraciones sucesivas.⁷

Los hombros para el apoyo de rodamientos y engranes deben obedecer a la recomendación de catálogos específicos. No obstante, un rodamiento típico necesita que la relación D/d esté entre 1,2 y 1,5. En este caso, se suponen las condiciones más desfavorables con $D/d = 1,5$. De la misma forma, r/d tiene valores típicos que van alrededor de 0,02 a 0,06. Si se toma $D/d = 1,5$ y $r/d = 0,02$, para la flexión se obtiene $K_t = 2,7$ y para la torsión $K_{ts} = 2,2$.⁷

7.3.4 Caracterización de esfuerzos fluctuantes.

A menudo, los esfuerzos fluctuantes sobre la maquinaria adoptan la forma de un patrón sinusoidal debido a la naturaleza de algunas máquinas rotatorias. Se ha determinado que en los patrones periódicos que presentan un solo máximo y un solo mínimo de la fuerza, la forma de la onda no es fundamental, pero será necesario conocer las fuerzas máximas y mínimas para caracterizar el patrón de la fuerza.⁷

Siendo $F_{m\acute{a}x}$ la fuerza mayor y $F_{m\acute{i}n}$ la fuerza menor, se pueden definir una componente uniforme, F_m , y una componente alternante, F_a , como:

$$F_m = \frac{F_{m\acute{a}x} + F_{m\acute{i}n}}{2} \quad F_a = \left| \frac{F_{m\acute{a}x} - F_{m\acute{i}n}}{2} \right|$$

donde F_m es la componente de intervalo medio de la fuerza y F_a es la componente de la amplitud de la fuerza.⁷

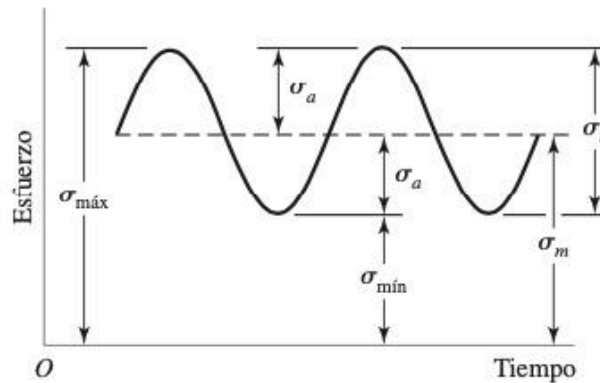


Figura 7.101: Relación esfuerzo-tiempo.

Algunos de las componentes del esfuerzo que se definen son:

$\sigma_{mín}$ = esfuerzo mínimo,	σ_m = componente del esfuerzo medio,
$\sigma_{máx}$ = esfuerzo máximo,	σ_r = intervalo de esfuerzo,
σ_a = componente de la amplitud,	σ_s = esfuerzo estático o constante.

No se debe confundir el esfuerzo constante o estático con el esfuerzo medio. El esfuerzo constante existe debido a una carga fija o a una precarga aplicada al elemento y que, por lo general, es independiente de la parte variante de la carga, mientras que el esfuerzo medio depende de la variación de la carga.⁶

La tensión alternante (esfuerzo de la amplitud) y la tensión media (esfuerzo medio) pueden definirse como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} \right|$$

Una vez definidas las componentes del esfuerzo asociadas con una parte sometida a esfuerzo fluctuante, se desea conocer la resistencia a la fatiga de partes sometidas a esos esfuerzos. Un método de análisis ampliamente utilizado es el criterio de Goodman modificado. Según este, el criterio de falla se puede definir a partir de la ecuación:

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

donde σ'_a y σ'_m son los esfuerzos de von Mises para ejes giratorios, redondos y sólidos, sin tomar en cuenta las cargas axiales, y que están dados por:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} \quad \sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

siendo σ_a y σ_m las tensiones normales alternante y media debidas a esfuerzos de flexión, y τ_a y τ_m las tensiones tangenciales alternante y media debidas a esfuerzos de torsión. Si se supone un eje sólido con sección transversal redonda, los esfuerzos fluctuantes debidos a la flexión y la torsión están dados por:

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad \sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad \tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} \quad \tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

donde M_a y M_m son los momentos de flexión alternante y medio, T_a y T_m son los pares de torsión alternante y medio, y K_f y K_{fs} son los factores de concentración del esfuerzo por fatiga de la flexión y la torsión, respectivamente.⁷

En general, las cargas axiales son comparativamente muy pequeñas en ubicaciones críticas donde dominan la flexión y la torsión, por lo que pueden dejarse fuera de las ecuaciones.⁷

En el caso de un eje giratorio con flexión constante, el esfuerzo de flexión es completamente reversible, por lo que las ecuaciones se pueden simplificar igualando M_m a 0. La torsión no puede tomarse como constante, pero se considerará que $T_a = T_m = 0,5T$.

El criterio de Goodman modificado no protege contra la fluencia, por lo que requiere una verificación adicional de este aspecto.⁷

7.3.5 Cálculo de la resistencia a fatiga de los ejes.

El procedimiento que se seguirá para caracterizar los ejes de forma que estos no fallen por fatiga será parecido al seguido en el cálculo para fallo estático. El objetivo será obtener unas especificaciones mínimas que debe cumplir el material de fabricación de los ejes, que asegure la funcionalidad de los mismos. En este caso, en lugar de obtener la resistencia a la fluencia, S_y , como en el cálculo para fallo estático, se busca el valor de la resistencia a la tensión, S_{ut} , que caracteriza la resistencia a fatiga. Para ello, se caracterizarán los esfuerzos fluctuantes a los que se ven sometidos los ejes, según lo expuesto en el apartado 7.3.4, utilizando los resultados obtenidos en los apartados 7.2.2.1 – 7.2.2.5. Así, una vez obtenidos los esfuerzos de von Mises para cada eje, σ'_a y σ'_m , se podrá obtener, despejando de la ecuación del criterio de Goodman, la resistencia a la tensión S_{ut} . En este caso, el coeficiente de seguridad a fatiga, n_f , se ha fijado en 2, debido a la alta frecuencia y peligrosidad de este tipo de falla.

A continuación, se explicará con mayor profundidad el cálculo del eje primario 1, y se resumirá el proceso para los ejes restantes.

Como ya se dijo, el criterio de falla de Goodman se puede definir a partir de la ecuación:

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

donde se busca conocer S_{ut} .

S_e es el límite de resistencia a fatiga de la pieza, que se obtiene del producto de los factores de Marin y el límite de resistencia a la fatiga de la viga ensayada S'_e . Estos factores se definieron en el apartado 7.3.3, y en el caso del eje primario 1, tomarán los siguientes valores:

- k_a : es el factor que tiene en cuenta la condición superficial y depende de la resistencia a la tensión, que es aún desconocida. Se considerará, como hipótesis inicial, que este factor toma el valor de la unidad.
- k_b : este factor dependerá del diámetro del eje, en caso de que este esté sometido a flexión y/o torsión. Para el eje primario 1, cuyo diámetro es de 35 mm, el valor de k_b será:

$$k_b = 1,24 \cdot d^{-0,107} = 1,24 \cdot 30^{-0,107} = 0,86$$

Para el resto de ejes, la tabla X recoge los resultados.

- k_c : el factor de carga será igual a la unidad para el caso de ejes sometidos a esfuerzos de flexión y torsión, situación que se da en todos los ejes.
- k_d : ya que todos los ejes trabajarán a temperaturas inferiores a 450°C, este factor de temperatura será la unidad.
- k_e : se tomará una confiabilidad del 99%, luego $k_e = 0,814$.
- k_f : ya que se desconoce el valor de q , es seguro considerar que $k_f = k_t$. Para una situación muy desfavorable se toma $k_t = 2,7$.
- S'_e depende del valor de la resistencia a la tensión. Como no se conoce, se considerará que $S_{ut} \leq 1400 \text{MPa}$, por lo que S'_e será igual a $0,5 \cdot S_{ut}$.

Luego, el límite de resistencia a fatiga para el eje primario 1 puede expresarse como:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \cdot S'_e = 1 \cdot 0,86 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 2,7 \cdot 0,5 \cdot S_{ut} = 0,945 \cdot S_{ut}$$

Para calcular los esfuerzos de von Mises, primero será necesario conocer las tensiones normales y tangenciales alternantes y medias. Se debe tener en cuenta que, según lo explicado en el apartado 7.3.4, $M_m = 0$ y $T_a = T_m = 0,5 \cdot T$.

El esfuerzo de flexión alternante, M_a vendrá dado por el momento equivalente de la sección más cargada del eje. En el caso del eje primario 1, la sección crítica correspondía al centro del engranaje de la primera velocidad, y el

momento flector en dicha sección era $M_{eq} = 1136776,58 \text{ N} \cdot \text{mm}$. Del mismo modo, el par de torsión será el que actúa en dicha sección del eje primario 1, es decir, $T = 320000 \text{ N} \cdot \text{mm}$ (consultar tabla 7.1). Luego, los cálculos para este eje son:

$$\sigma_a = \frac{32M_a}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 885124,29}{\pi \cdot 30^3} = 333,92 \text{ MPa} \quad \sigma_m = \frac{32M_m}{\pi d^3} = 0$$

$$\tau_a = \frac{16T_a}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,5 \cdot 320000}{\pi \cdot 30^3} = 30,18 \text{ MPa} \quad \tau_m = \frac{16T_m}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,5 \cdot 320000}{\pi \cdot 30^3} = 30,18 \text{ MPa}$$

Los esfuerzos de von Mises, calculados para el eje primario 1, son:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{333,92^2 + 3 \cdot 30,18^2} = 337,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{0 + 3 \cdot 30,18^2} = 52,27 \text{ MPa}$$

Si se sustituyen todos estos valores obtenidos en la ecuación de Goodman:

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{337,99}{0,945 \cdot S_{ut}} + \frac{52,27}{S_{ut}} \rightarrow S_{ut} = 819,86 \text{ MPa}$$

Se obtiene así el valor de la resistencia a la tensión mínima necesaria para la fabricación del eje.

Una vez obtenida esta resistencia, se comprueba si las consideraciones que se realizaron para obtener el límite de la resistencia a fatiga S_e , fueron adecuadas:

- k_a había sido considerada como la unidad. Si se calcula el valor de este factor resulta:

$$k_a = 1,58 \cdot S_{ut}^{-0,085} = 1,58 \cdot 819,86^{-0,085} = 0,89$$

- k_f se tomó como $k_f = k_t$, y $k_t = 2,7$. Como ahora puede obtenerse el valor de la sensibilidad de la muesca q , el valor de k_f se podrá ajustar más. Siguiendo lo expuesto en el apartado 7.3.3 para este factor concentrador de esfuerzos y considerando un radio de 3 mm, se tiene:

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = 1 + \frac{2,7 - 1}{1 + \frac{0,25}{\sqrt{3}}} = 2,49$$

- S'_e se tomó como $0,5 \cdot S_{ut}$, pues se consideró que $S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$. Esta suposición se ha comprobado que es correcta ($S_{ut} = 819,86$).

Con esta modificación en los factores, el límite de resistencia a fatiga del eje primario 1 puede expresarse como:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f \cdot S'_e = 0,89 \cdot 0,86 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 2,49 \cdot 0,5 \cdot S_{ut} = 0,78 \cdot S_{ut}$$

Recalculando el valor de la resistencia a la tensión a partir de la ecuación de Goodman se obtiene:

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{337,99}{0,78 \cdot S_{ut}} + \frac{52,27}{S_{ut}} \rightarrow S_{ut} = 971,18 \text{ MPa}$$

Para cerrar la iteración, se calculan de nuevo los valores de k_a y k_f . Si estos valores no cambian significativamente, se considerará que el valor de S_{ut} obtenido es adecuado, si no se continuará con la iteración.

Si $S_{ut} = 971,18 \text{ MPa}$:

$$k_a = 1,58 \cdot S_{ut}^{-0,085} = 1,58 \cdot 971,18^{-0,085} = 0,88.$$

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = 1 + \frac{2,7 - 1}{1 + \frac{0,20}{\sqrt{3}}} = 2,52$$

$$k_a k_b k_c k_d k_e k_f \cdot 0,5 = 0,88 \cdot 0,86 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,814 \cdot 2,52 \cdot 0,5 = 0,78$$

Los valores no varían significativamente, por lo que se considera que el valor de la resistencia a la tensión obtenido es correcto. Luego, el material con el que se fabrique el eje primario 1 deberá tener una resistencia a la tensión $S_{ut} \geq 971,18 \text{ MPa}$.

Para calcular la resistencia a la tensión del resto de ejes, el cálculo partirá con $k_a = 0,89$ y $k_f = 2,49$, para reducir el número de iteraciones. Si finalmente S_{ut} resulta inferior que la obtenida para el eje primario 1 ($S_{ut} < 960,50$), no se repetirá la iteración para ajustar los factores k_a y k_f , ya que esta resistencia a la tensión no será la que domine en la elección del material del eje.

El procedimiento que se seguirá será el mismo que el expuesto para el eje primario 1. Cabe mencionar que para el eje primario 2, al tratarse de un eje hueco, las ecuaciones del cálculo del estado tensional se ven modificadas con respecto las ahora utilizadas en la explicación, como se expuso en el apartado 7.2.2.2.

La tabla 7.11 recoge los resultados de los cálculos realizados para la obtención de la resistencia a la tensión mínima de cada eje.

EJE	PRIMARIO 1	PRIMARIO 2	SECUNDARIO 1	SECUNDARIO 2	INVERSOR
Ka	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89
D eje (mm)	30	60	50	50	50
Kb	0,86	0,79	0,82	0,82	0,82
Kc	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Kd	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Ke	0,814	0,814	0,814	0,814	0,814
Kf	2,49	2,49	2,49	2,49	2,49
Se' (MPa)	0,5·Sut	0,5·Sut	0,5·Sut	0,5·Sut	0,5·Sut
Se (MPa)	0,78·Sut	0,72·Sut	0,74·Sut	0,74·Sut	0,74·Sut
Meq (N·mm)	885124,29	314836,47	653012,25	996652,90	1508671,60
σ_a (N/mm ²)	333,92	23,81	53,21	81,21	122,94
σ_m (N/mm ²)	0	0	0	0	0
T (N·mm)	320000	320000	935380	812800	320000
τ_a (N/mm ²)	30,18	-10,00	19,06	16,56	6,52
τ_m (N/mm ²)	30,18	-10,00	19,06	16,56	6,52
σ'_a (N/mm ²)	337,99	29,44	62,62	86,13	123,46
σ'_m (N/mm ²)	52,27	17,32	33,00	28,68	11,29
nf	2	2	2	2	2
Sut (MPa)	971,18	116,42	235,24	290,14	356,24
Se' (MPa)	485,59	58,21	117,62	145,07	178,12
Se (MPa)	754,84	83,37	173,12	213,51	262,16

Tabla 7.11. Resistencia a la tensión mínima para cada eje de la transmisión.

7.3.6 Elección del material de fabricación de los ejes.

En los dos apartados anteriores, 7.3.4 y 7.3.5, se han calculado las resistencias a la fluencia y a la tensión mínimas que debe tener cada eje para que no se produzca la fractura estática o el fallo por fatiga de la pieza, bajo cierto coeficiente de seguridad, $n = 1,5$ y $n_f = 2$, respectivamente.

Dado que todos los ejes se fabricarán con el mismo material, se deberá escoger las condiciones más restrictivas para el material de las obtenidas en dichos apartados. Es decir, las especificaciones mínimas del material para la fabricación de los ejes se corresponderán con las resistencias a la fluencia y a la tensión más elevadas de las calculadas.

La tabla 7.12 muestra un resumen de las resistencias obtenidas en los apartados mencionados.

EJE	PRIMARIO 1	PRIMARIO 2	SECUNDARIO 1	SECUNDARIO 2	INVERSOR
Sy (Mpa)	524,85	47,59	127,18	149,14	187,6
Sut (MPa)	971,18	116,42	235,24	290,14	356,24

Tabla 7.12. Resumen de especificaciones mínimas del material para cada eje.

Por tanto, comparando los datos de la tabla 7.12, puede concluirse que el eje primario 1 es el que presenta las condiciones más desfavorables y, por consiguiente, las especificaciones del material más restrictivas. De este modo, se establece que el material de fabricación de los ejes debe cumplir:

$$S_y \geq 525 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad S_{ut} \geq 972 \text{ MPa}$$

A continuación, la tabla 7.13 recoge las propiedades mecánicas de algunos aceros, entre los que se elegirá el adecuado para la fabricación de los ejes.⁷

1	2	3	4	5	6	7	8
AISI núm.	Tratamiento	Temperatura, °C (°F)	Resistencia a la tensión MPa (kpsi)	Resistencia a la fluencia, MPa (kpsi)	Elongación, %	Reducción del área, %	Dureza Brinell
4130	TyR*	205 (400)	1 630 (236)	1 460 (212)	10	41	467
	TyR*	315 (600)	1 500 (217)	1 380 (200)	11	43	435
	TyR*	425 (800)	1 280 (186)	1 190 (173)	13	49	380
	TyR*	540 (1 000)	1 030 (150)	910 (132)	17	57	315
	TyR*	650 (1 200)	814 (118)	703 (102)	22	64	245
	Normalizado	870 (1 600)	670 (97)	436 (63)	25	59	197
	Recocido	865 (1 585)	560 (81)	361 (52)	28	56	156
4140	TyR	205 (400)	1 770 (257)	1 640 (238)	8	38	510
	TyR	315 (600)	1 550 (225)	1 430 (208)	9	43	445
	TyR	425 (800)	1 250 (181)	1 140 (165)	13	49	370
	TyR	540 (1 000)	951 (138)	834 (121)	18	58	285
	TyR	650 (1 200)	758 (110)	655 (95)	22	63	230
	Normalizado	870 (1 600)	1 020 (148)	655 (95)	18	47	302
	Recocido	815 (1 500)	655 (95)	417 (61)	26	57	197
4340	TyR	315 (600)	1 720 (250)	1 590 (230)	10	40	486
	TyR	425 (800)	1 470 (213)	1 360 (198)	10	44	430
	TyR	540 (1 000)	1 170 (170)	1 080 (156)	13	51	360
	TyR	650 (1 200)	965 (140)	855 (124)	19	60	280

Tabla 7.13. Propiedades mecánicas medias de algunos aceros tratados térmicamente.

El material que se ha elegido, entre los recogidos en la tabla 7.13, es el Acero 4140 bonificado (TyR) con $S_y = 1140 \text{ MPa}$ y $S_{ut} = 1250 \text{ MPa}$.

7.3.6.1 Características del acero 4140.

El acero 4140 (AISI/SAE 4140) es un acero de baja aleación al Cromo Molibdeno, que puede suministrarse con o sin tratamiento térmico de bonificado (temple y revenido).¹

%C	%Si	%Mn	%P	%S	%Cr	%Mo
0,38	0,15	0,75	-	-	0,80	0,15
0,43	0,35	1,00	0,035	0,040	1,10	0,25

Tabla 7.14. Composición química del acero 4140 (% en peso)

Se caracteriza por su alta resistencia a la fatiga y baja sensibilidad a la muesca. La resistencia al impacto a baja temperatura también es muy alta, sin fragilidad obvia. Además, se trata de un acero de buena penetración de temple y con buenas características de estabilidad en caliente hasta 400°C, sin fragilidad de revenido, muy versátil y apto para esfuerzos de fatiga y torsión en secciones pequeñas y medianas. Asimismo, posee una buena maquinabilidad y baja soldabilidad.¹

Encuentra aplicación en piezas de medianas dimensiones que exigen elevada dureza, resistencia mecánica y tenacidad. En la industria automotriz, se emplea en la fabricación de engranajes, ejes, cigüeñales, cilindros de motores, etc.¹

De esta forma, es uno de los aceros de baja aleación más populares por el amplio rango de propiedades útiles en piezas que se someten a esfuerzo con relación a su bajo costo.¹

Por tanto, este acero será el seleccionado para la fabricación de los ejes y engranajes de la caja de cambios objeto del proyecto.

7.3.6.2 Seguridad ante fallo de los ejes.

El objetivo de este apartado será obtener los valores de los coeficientes de seguridad bajo los que operan los ejes, una vez que es conocido el material que se va a emplear y las propiedades mecánicas de este.

En primer lugar, para calcular el coeficiente de seguridad a fallo estático, se compararán la resistencia a la fluencia del material y el esfuerzo de von Mises de la sección crítica del eje, calculados en los apartados 7.2.2.1 – 7.2.2.5.

$$n = \frac{S_y}{\sigma'}$$

En la tabla 7.15 se encuentran los valores de los coeficientes de seguridad a fallo estático de cada eje.

EJE	PRIMARIO 1	PRIMARIO 2	SECUNDARIO 1	SECUNDARIO 2	INVERSOR
S _y (Mpa)	1140	1140	1140	1140	1140
σ' (N/mm ²)	349,9	31,72	84,79	99,43	125,07
n	3,26	35,94	13,44	11,47	9,11

Tabla 7.15. Coeficientes de seguridad a fallo estático.

Como puede comprobarse, al ser el coeficiente de seguridad bastante superior a la unidad, puede decirse que no se producirá el fallo estático de los ejes.

Por último, para comprobar la seguridad que presentan los árboles de la transmisión ante el fallo a fatiga, se empleará el criterio de Goodman, que se expresa con la ecuación:

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

Los resultados de estos coeficientes de seguridad se muestran en la tabla 7.16. Para su cálculo se ha empleado los esfuerzos de von Mises alternantes y medios obtenidos en el apartado 7.3.5 en el cálculo de la resistencia de los ejes, y el límite de resistencia a fatiga de los ejes. Este último se ha definido a partir de los factores de Marin y la resistencia a la tensión del material escogido para la fabricación de los ejes.

EJE	PRIMARIO 1	PRIMARIO 2	SECUNDARIO 1	SECUNDARIO 2	INVERSOR
Sut (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250
Se (Mpa)	971,55	895,16	919,87	919,87	919,87
σ'_a (N/mm ²)	337,99	29,44	62,62	86,13	123,46
σ'_m (N/mm ²)	52,27	17,32	33,00	28,68	11,29
nf	2,57	21,39	10,58	8,58	6,98

Tabla 7.16. Coeficientes de seguridad a fatiga.

De la misma forma, se puede concluir que los ejes tendrán una vida infinita a fatiga ($n_f \gg 1$).

8. CÁLCULO DE LOS RODAMIENTOS.

Los cojinetes o rodamientos son elementos que sirven de apoyo a árboles, ejes y otros componentes giratorios, soportando las cargas que actúan sobre ellos. Estos elementos ofrecen gran precisión y baja fricción y, por consiguiente, admiten altas velocidades de giro al tiempo que reducen el ruido, el calor, el consumo de energía y desgaste. Además, son rentables e intercambiables, ya que normalmente siguen estándares de dimensiones nacionales o internacionales.¹¹

Un rodamiento típico consta de los siguientes cuatro componentes: aro interior, aro exterior, elementos rodantes (bolas o rodillos) y jaula. Los elementos rodantes serán los encargados de transferir la carga entre los aros interior y exterior, siendo la rodadura el movimiento relativo fundamental entre los componentes. Entre las funciones de la jaula se puede destacar: separar los elementos rodantes, para reducir el calor por fricción generado por el rodamiento, y espaciarlos uniformemente para optimizar la distribución de la carga.¹¹

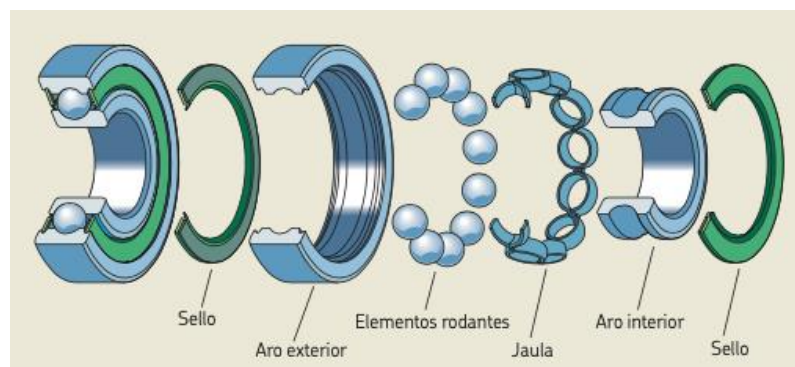


Figura 8.1. Componentes de los rodamientos.

Según el elemento rodante que se emplee, bolas o rodillos, se podrán distinguir dos tipos de rodamientos, rodamiento de bolas o rodamiento de rodillos, respectivamente.¹¹

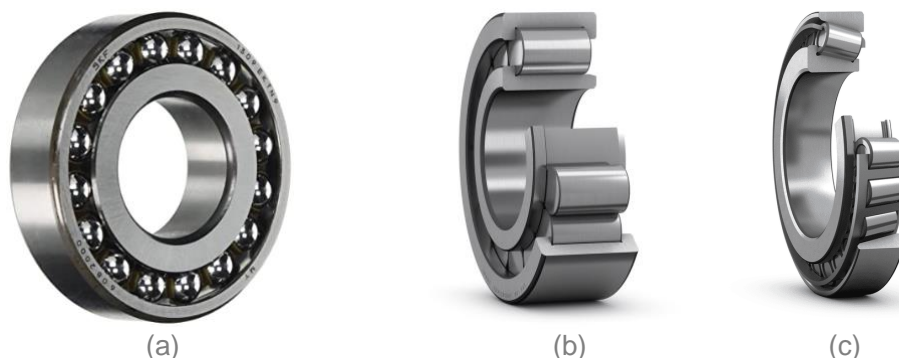


Figura 8.2. Rodamiento: (a) de bolas, (b) de rodillos cilíndricos, (c) de rodillos cónicos.

Las bolas y los rodillos difieren en la forma en que entran en contacto con los caminos de rodadura. Mientras que las bolas establecen un contacto puntual con los caminos de rodadura, el contacto establecido por los rodillos es lineal. Así, el área de contacto pequeña genera baja fricción por rodadura, lo que permite a los rodamientos de bolas admitir altas velocidades, aunque también limita su capacidad de carga. Por otro lado, debido al área de contacto mayor y al consiguiente aumento de la fricción, un rodamiento de rodillos cilíndricos puede soportar cargas más pesadas, pero velocidades más bajas, que un rodamiento de bolas del mismo tamaño.¹¹

Los rodamientos de rodillos cónicos combinan las ventajas de los rodamientos de bolas y los cilíndricos, puesto que soportan cargas radiales o de empuje (axiales) simultáneamente. Sin embargo, aun cuando no esté presente una carga de empuje externa, la carga radial inducirá una reacción de empuje dentro del rodamiento, debido a la conicidad. Para evitar la separación de las pistas y de los rodillos, a este empuje lo debe resistir una fuerza de igual y opuesta. Una manera de generar dicha fuerza es utilizar siempre al menos dos rodamientos de rodillos cónicos en el árbol. Puede montarse dos cojinetes con las partes posteriores de los conos en forma encontrada, configuración a la que se le llama *montaje directo*, o con los frentes de los conos de forma encontrada, en lo que se denomina *montaje indirecto*.⁷

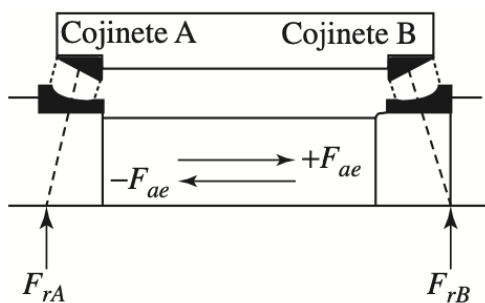


Figura 8.3. Montaje indirecto.

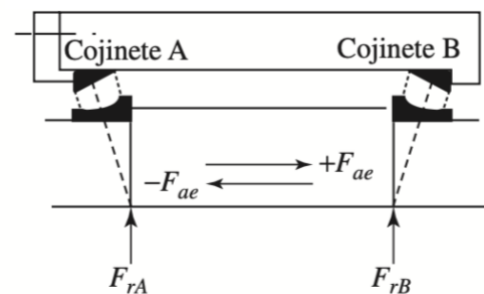


Figura 8.4. Montaje directo.

Los deterioros más comunes que se presentan en los rodamientos son:

- Aparición de fatiga superficial en elementos rodantes y pistas. Es el deterioro más frecuente y se debe a la existencia de esfuerzos de contacto que se manifiestan de forma cíclica.
- Rotura de elementos rodantes y pistas. Puede producirse en caso de sobrecargas o problemas de alineación en rodamientos de rodillos.
- Desgaste de los componentes u oxidación por presencia de agentes contaminantes en el lubricante.
- Deformación plástica de elementos rodantes y pistas. Generalmente se producen por la aplicación de cargas superiores a las máximas permisibles de los rodamientos, para bajas velocidades.

- Destrucción de las jaulas debido a elevadas velocidades de rotación, vibraciones y desalineaciones.

Este capítulo tiene como fin escoger los rodamientos apropiados para cada eje, según la carga que estos deban soportar. Para ello, se seguirá un proceso que consta de los siguientes pasos:

- 1) Determinar la fuerza radial y la carga de empuje que actúan en el rodamiento.
- 2) Obtener la carga radial equivalente dinámica que actúa en el rodamiento.
- 3) Calcular C_{10} , clasificación de carga de catálogo.
- 4) Escoger el rodamiento de catálogo.

Este proceso se trata de un proceso iterativo, por lo que una vez que se haya escogido el rodamiento se deberá repetir teniendo en cuenta las especificaciones geométricas de este, que en la primera iteración se han supuesto de manera aproximada.

En el caso de las transmisiones por engranajes, las fuerzas teóricas que actúan sobre los dientes se pueden calcular mediante la potencia transmitida y las características de los dientes del engranaje. No obstante, existen fuerzas dinámicas adicionales que pueden ser el resultado de errores de paso o de forma de los dientes y del desequilibrio de los componentes giratorios. Por tanto, se considerará un factor de seguridad mínimo de 1,20.¹¹

8.1 Cálculo de la fuerza radial actuante sobre los rodamientos.

Para la selección de los rodamientos, primero se deberá conocer las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos. Estas fuerzas vendrán dadas por las reacciones que soportan los apoyos de los ejes, los rodamientos de cada eje, en cada caso de carga, es decir, para cada velocidad engranada.

En el apartado 7.2.2 fueron calculadas las tensiones en los ejes y, empleando el programa de elementos finitos MEFI, se obtuvieron los diagramas de esfuerzos de estos ejes. Así, atendiendo a los diagramas de esfuerzos cortantes y axiles, se podrán determinar fácilmente las reacciones de los apoyos de cada eje.

Los esfuerzos cortantes fueron obtenidos para los planos XY y XZ, por lo que estas reacciones tendrán lugar en los ejes Y y Z, respectivamente. Por ejemplo, para el apoyo A, se representará como R_{YA} la componente de la reacción en el eje Y sobre dicho apoyo, y como R_{ZA} la componente de la reacción

en el eje Z sobre el mismo. La reacción radial total sobre el apoyo será la suma vectorial de estas componentes, representada por R_{rA} .

$$R_{rA} = \sqrt{R_{YA}^2 + R_{ZA}^2}$$

La fuerza radial que actúa sobre cada rodamiento, F_r , será la reacción máxima que se produzca sobre este para cada velocidad engranada sobre el eje.

Por otro lado, los esfuerzos axiales fueron obtenidos para el plano XZ, y actuarán a lo largo del eje X. Siguiendo con el ejemplo, se llamará R_{XA} a la componente en el eje X de la reacción sobre el apoyo A (fuerza axial).

8.1.1 Rodamientos del eje primario 1.

En la figura 7.4, que mostraba la geometría del eje primario 1, se puede ver la situación de los apoyos en este eje.

A partir de los diagramas de cortantes del apartado 7.2.2.1 se pueden obtener las componentes de la reacción en el apoyo A, que será el rodamiento del eje primario 1.

	1ªVELOCIDAD	3ªVELOCIDAD	5ªVELOCIDAD
R_XA (N)	4880	2880	2640
R_YA (N)	6190	2770	4170
R_ZA (N)	2970	1530	2120
R_rA (N)	6865,64	3164,46	4677,96

Tabla 8.1. Reacciones en los apoyos del eje primario 1.

Para el cálculo de los rodamientos se deberá escoger la situación de carga más desfavorable, para asegurar que este soporte todas las condiciones de la aplicación.

Analizando los resultados de las reacciones en los apoyos del eje primario 1, obtenidos en la tabla 8.1, puede decirse que la fuerza radial y axial máximas que actúan en el rodamiento A serán las producidas por el acoplamiento de la primera velocidad (o la marcha atrás). Luego,

$$F_{rA} = 6865,64 \text{ N} \quad \text{y} \quad F_{aA} = 4880 \text{ N}$$

8.1.2 Rodamientos del eje primario 2.

Del mismo modo, si se consultan los diagramas de esfuerzos cortantes y axiales para el eje primario 2, figuras del apartado 7.2.2.2, se obtienen las

reacciones que actúan sobre los apoyos C y D. En este caso, no se considera el apoyo E dado que no se trata de un rodamiento. La geometría de este eje se representa en la figura 7.26.

La tabla 8.2 recoge la magnitud de las reacciones sobre los apoyos para cada caso de carga, es decir, cuando se encuentra engranada la segunda, cuarta o sexta velocidad.

	2ªVELOCIDAD	4ªVELOCIDAD	6ªVELOCIDAD
R_{XC} (N)	0	0	0
R_{XD} (N)	0	0	0
R_{YC} (N)	2430	6550	6550
R_{YD} (N)	4562	-2990	-2990
R_{ZC} (N)	2990	5220	5220
R_{ZD} (N)	-198	-4252	-4252
R_{rC} (N)	3852,92	8375,61	8375,61
R_{rD} (N)	4566,29	5198,04	5198,04

Tabla 8.2. Reacciones en los apoyos del eje primario 2.

Comparando los valores de R_{rC} y R_{rD} para cada velocidad de la tabla anterior, se tiene que la situación más desfavorable de carga para el apoyo C ocurre cuando es engranada la cuarta o sexta marcha, mientras que para el apoyo D tiene lugar cuando se acopla la segunda velocidad. Entonces,

$$F_{rC} = 8375,61 \text{ N} \quad \text{y} \quad F_{rD} = 5198,04 \text{ N}$$

8.1.3 Rodamientos del eje secundario 1.

En la figura 7.40 se muestra un esquema de este eje, donde los apoyos F y G de los extremos se tratarán de rodamientos de rodillos cónicos. Las reacciones que actúan sobre ellos, para cada velocidad engranada, pueden obtenerse a partir de los diagramas de esfuerzos cortantes y axiales recogidos en el apartado 7.2.2.3.

	1ªVELOCIDAD	2ªVELOCIDAD	3ªVELOCIDAD	4ªVELOCIDAD
R_{XF} (N)	4270	917	1880	1200
R_{XG} (N)	610	2610	1010	1240
R_{YF} (N)	7460	1600	3280	2090
R_{YG} (N)	1070	4560	1760	2170
R_{ZF} (N)	4490	1520	1990	1320
R_{ZG} (N)	-888	1090	142	479
R_{rF} (N)	8706,99	2206,90	3836,47	2471,94
R_{rG} (N)	1390,48	4688,46	1765,72	2222,24

Tabla 8.3. Reacciones en los apoyos del eje secundario 1.

Si se analizan las reacciones obtenidas en la tabla 8.3 para cada marcha, se puede concluir que la situación de carga crítica para el rodamiento F vendrá dada por la primera velocidad; mientras que para el rodamiento G será la segunda velocidad la que defina la carga crítica. Por tanto, estas cargas serán:

$$F_{rF} = 8706,99 \text{ N} \quad \text{y} \quad F_{rG} = 4688,46 \text{ N}$$

8.1.4 Rodamientos del eje secundario 2.

Este eje dispondrá de un rodamiento de rodillos cónicos en cada extremo, apoyos H e I (figura 7.69). Al igual que en los apoyos de los ejes anteriores, la carga crítica que debe soportar el rodamiento vendrá dada por la máxima reacción radial producida en el apoyo cuando se engrana una velocidad montada en el eje. La tabla 8.4 recoge los valores de estas reacciones producidas en el eje secundario 2 para cada posible marcha engranada, que han sido obtenidas a partir de los esfuerzos cortantes calculados en el apartado 7.2.2.4

	5ªVELOCIDAD	6ªVELOCIDAD	MARCHA ATRÁS
R_XH (N)	2350	846	1310
R_XI (N)	294	1590	7640
R_YH (N)	4110	1480	2290
R_YI (N)	513	2790	13300
R_ZH (N)	2040	875	2000
R_ZI (N)	-88,4	927	4610
R_rH (N)	4588,43	1719,31	3040,41
R_rI (N)	520,56	2939,97	14076,30

Tabla 8.4. Reacciones en los apoyos del eje secundario 2.

Según los resultados, se puede concluir que cuando se encuentre engranada la marcha atrás se producirán las mayores reacciones en el apoyo I, mientras que la quinta velocidad será la que marque la situación crítica para el apoyo H. Por tanto, las fuerzas radiales críticas que actúan en cada rodamiento del eje secundario 2 serán:

$$F_{rH} = 4588,43 \text{ N} \quad \text{y} \quad F_{rI} = 14076,30 \text{ N}$$

8.1.5 Rodamientos del eje inversor.

La geometría de este eje se representa en la figura 7.91. Los rodamientos de los extremos, apoyos J y K, serán de rodillos cónicos. En este caso, la fuerza radial que actúa sobre cada rodamiento coincide con las reacciones en los apoyos del eje. Estas reacciones se han obtenido a partir de los diagramas de esfuerzos cortantes del apartado 7.2.2.5.

	MARCHA ATRÁS
R_{XJ} (N)	5930
R_{XK} (N)	7900
R_{YJ} (N)	10400
R_{YK} (N)	13800
R_{ZJ} (N)	8080
R_{ZK} (N)	2140
R_{rJ} (N)	13169,91
R_{rK} (N)	13964,94

Tabla 8.5. Reacciones en los apoyos del eje inversor.

Según los resultados de la tabla 8.5, las fuerzas radiales que soportan los rodamientos del eje inversor son:

$$F_{rJ} = 13169,91 \text{ N} \quad \text{y} \quad F_{rK} = 13964,94 \text{ N}$$

8.2 Cálculo y selección de los rodamientos de los ejes.

Se pretende seleccionar los rodamientos adecuados para cada situación de los ofertados en catálogos. Para ello, se atenderá a dos criterios: la capacidad de carga dinámica que este puede soportar para una determinada vida de diseño y el tamaño del mismo (diámetro interior).¹¹

La capacidad de carga dinámica, para una confiabilidad del 90%, se calculará como:

$$C_{10} = P \cdot \left(\frac{L_d}{L_{10}} \right)^{1/a}$$

donde

P es la carga dinámica equivalente del rodamiento,

L_d es la vida de diseño o deseada del rodamiento medida en ciclos,

L_{10} es la vida nominal del rodamiento establecida por el fabricante,

a es una constante que tomará un valor u otro si se trata de un cojinete de bolas o de rodillos ($a = 3$ para cojinetes de bolas y $a = 10/3$ para cojinetes de rodillos).¹¹

P es la carga dinámica equivalente del rodamiento.¹¹ Esta se define como la carga hipotética que, al ser aplicada, tendría la misma influencia sobre el rodamiento que las cargas reales a las que está sometido. Aunque para cada tipo de rodamiento esta se calculará de una forma, especificada por el fabricante, por lo general, puede calcularse como:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

donde,

F_r es la carga radial real que actúa sobre el rodamiento,

F_a es la carga axial real que actúa sobre el rodamiento,

X es el factor de carga radial del rodamiento,

Y es el factor de carga axial del rodamiento.¹¹

Por otro lado, la vida nominal L_{10} es la vida a fatiga alcanzada o superada por el 90% de los rodamientos idénticos de un grupo representativo, que funciona en condiciones idénticas. La vida a fatiga de un rodamiento individual es el número de revoluciones (o el número de horas de funcionamiento a velocidad constante) que funciona el rodamiento antes de que aparezca el primer signo de fatiga del metal (fatiga por contacto de rodadura o descascarillado) en uno de sus aros o elementos rodantes. Esta vida nominal será especificada por el fabricante; para los rodamientos SKF, la vida nominal es de 10^6 ciclos.¹¹

La vida de diseño o la vida deseada, L_d , del rodamiento puede calcularse a partir de las horas de funcionamiento deseadas y la velocidad de giro de diseño. En este caso, se especificarán al menos 2000h de funcionamiento, como se hizo para los engranajes, y la velocidad de giro de diseño será la velocidad de giro del árbol, n , en el que se sitúe el rodamiento. Luego,

$$L_d = 2000h \cdot n \frac{\text{ciclos}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}}$$

De esta forma, el siguiente paso en el proceso de selección de los rodamientos será calcular la carga radial equivalente dinámica, P , que actúa sobre cada rodamiento. Para ello, primero se debe definir el tipo rodamiento que se montará en cada eje:

- Eje primario 1 (apoyo A): rodamiento de bolas de contacto angular.
- Eje primario 2 (apoyos C y D): corona de agujas.
- Eje secundario 1 (apoyos F y G): rodamientos de rodillos cónicos.
- Eje secundario 2 (apoyos H e I): rodamiento de rodillos cónicos.
- Eje inversor (apoyos J y K): rodamiento de rodillos cónicos.

Para el cálculo se han diferenciado diferentes apartados, según el tipo de cojinetes: de bolas, de agujas y de rodillos cónicos.

8.2.1 Rodamiento de bolas de contacto angular.

Los rodamientos de bolas de contacto angular pueden soportar cargas radiales y axiales simultáneamente gracias a que tienen los caminos de rodadura de sus aros interior y exterior desplazados entre sí en el sentido del eje del rodamiento. La capacidad de carga axial de estos cojinetes aumenta a medida

que se incrementa el ángulo de contacto. Este ángulo se define como el ángulo que forma la línea que une los puntos de contacto entre la bola y los caminos de rodadura en el plano radial, a lo largo de la cual se transmite la carga combinada de un camino de rodadura a otro, con una línea perpendicular al eje del rodamiento. ¹¹

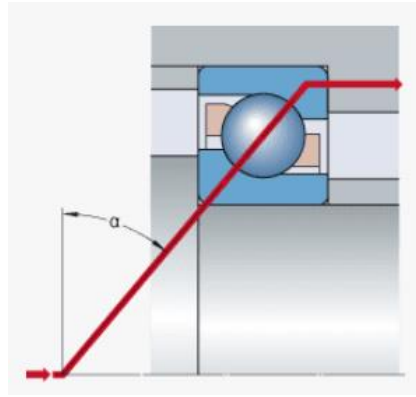


Figura 8.5: Ángulo de contacto, transmisión de cargas

Este tipo de rodamiento lo montará el eje primario 1 en el extremo A (apoyo A, figura 7.4). El cojinete que se emplee será elegido del catálogo de rodamientos SKF, utilizándose el método de cálculo que este fabricante indica.

La vida de diseño deseada, medida en ciclos, se calculará a partir de las horas de funcionamiento y la velocidad de giro estimadas para el rodamiento. Para el eje primario, esta velocidad de giro será $n = 2500 \text{ rpm}$. Luego,

$$L_d = 2000 \text{ h} \cdot 2500 \frac{\text{ciclos}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} = 300000000 \text{ ciclos}$$

La carga dinámica equivalente del rodamiento A se calculará como:

$$P_A = X_A \cdot F_{rA} + Y_A \cdot F_{aA}$$

Las cargas reales que actúan sobre el rodamiento del eje primario 1, F_{rA} y F_{aA} , pueden ser obtenidas del apartado 8.1.1.

$$F_{rA} = 6865,64 \text{ N} \quad F_{aA} = 4880 \text{ N}$$

Por otro lado, los factores X_A e Y_A vendrán dados por el rodamiento escogido y se obtienen del catálogo.

Si se supone que se emplea el rodamiento de bolas de contacto angular 7406 BCBM de SKF: $C_{10} = 47,5 \text{ kN}$, $X = 0,35$ e $Y_2 = 0,57$.

Por tanto, la carga dinámica equivalente del rodamiento A resulta:

$$P_A = 0,35 \cdot 6865,64 + 0,57 \cdot 4880 = 5184,57 \text{ N}$$

Luego, la capacidad de carga dinámica será:

$$C_{10} = 5184,57 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{10^6} \right)^{1/3} = 34707,22 \text{ N} \cong 34,71 \text{ kN}$$

Además, se puede calcular el coeficiente de seguridad del cojinete, que indicará si este es adecuado o no. En este caso,

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete A} = \frac{47,5}{34,71} = 1,37$$

Al ser este coeficiente mayor que el factor de seguridad mínimo especificado ($n_{\text{mín}} = 1,20$), puede decirse que la elección del rodamiento ha sido adecuada. Por tanto, el rodamiento empleado como apoyo del eje primario 1 será el rodamiento de bolas de contacto angular 7406 BCBM de SKF¹¹, cuyas características son:

- La capacidad de carga dinámica del rodamiento será $C_{10} = 47,5 \text{ kN}$.
- Diámetro interior $d = 30 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 90 \text{ mm}$ y ancho $B = 23 \text{ mm}$.

8.2.2 Coronas de agujas.

Los apoyos del eje primario 2, apoyos C y D, serán coronas de agujas. Estas se usan en aplicaciones en las que el eje y el agujero del soporte (eje primario 1) pueden actuar como caminos de rodadura para crear disposiciones de rodamientos que requieran un espacio radial mínimo. Estos rodamientos serán calculados según el método propuesto por el fabricante SKF.¹¹

Como ya se ha introducido, el objetivo del cálculo será obtener un valor de la capacidad de carga dinámica, C_{10} , que se comparará con las capacidades de carga dinámica básica de los rodamientos SKF a fin de seleccionar un cojinete adecuado. Esta capacidad de carga dinámica se calcula según lo expuesto en el apartado 4.2.

Este tipo de rodamientos no soportan carga axial o muy poca, por lo que el factor de carga axial Y es cero. De esta manera, la carga dinámica equivalente del rodamiento será la carga real que actúa sobre el mismo.¹¹

$$P = F_r$$

Para el caso de los apoyos C y D, la carga radial que actúa sobre ellos en condiciones desfavorables se obtuvo en el apartado 8.1.2:

$$P_C = 8375,61 \text{ N} \qquad P_D = 5198,04 \text{ N}$$

En este caso, la vida de diseño del rodamiento será la misma que en el caso anterior, puesto que ambos ejes primarios giran a la velocidad de entrada del motor. Luego,

$$L_D = 2000h \cdot 2500 \frac{\text{ciclos}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{h} = 300000000 \text{ ciclos.}$$

Por tanto, la capacidad de carga dinámica de los rodamientos C y D pueden calcularse como:

$$C_{10C} = 8375,61 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{10^6} \right)^{3/10} = 46361 \text{ N} \cong 46,36 \text{ kN}$$

$$C_{10D} = 5198,04 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{10^6} \right)^{3/10} = 28772,39 \text{ N} \cong 28,77 \text{ kN}$$

Comparando estos resultados con las capacidades de cargas dinámicas del catálogo de SKF, se concluye que para ambos apoyos se empleará una corona de agujas con designación K 32X46X32.¹¹ Esta tiene un diámetro interior de 32mm, un diámetro exterior de 46mm y su capacidad de carga dinámica es de 62,7 kN. Por consiguiente, la seguridad de estos rodamientos será:

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete C} = \frac{62,7}{46,36} = 1,35$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete D} = \frac{62,7}{28,77} = 2,18$$

Como estos coeficientes son mayores que $n_{min} = 1,20$, puede decirse que los rodamientos elegidos son adecuados.

8.2.3 Rodamientos de rodillos cónicos.

Los rodamientos de rodillos cónicos SKF cuentan con un conjunto de copa y cono. La copa está formada por el aro exterior y el conjunto de cono por el aro interior, los rodillos y la jaula. Esta estructura de rodamiento soporta cargas

combinadas (axiales y radiales) y proporciona una baja fricción durante el rodamiento.¹¹

Para el cálculo de la carga axial y la carga radial equivalente dinámica de los rodamientos se utilizarán las ecuaciones de la tabla 8.7.

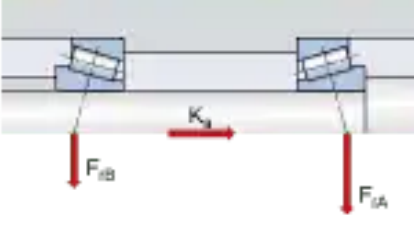
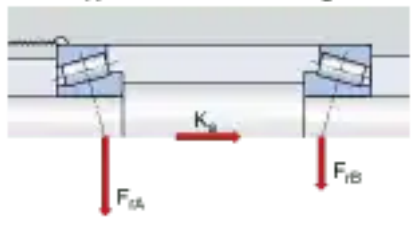
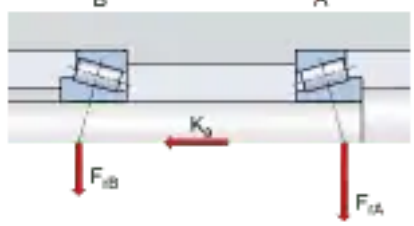
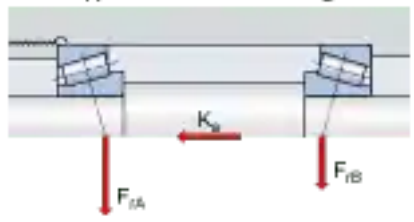
Disposición de rodamientos	Caso de carga	Cargas axiales
<p>Montaje directo</p>  <p>Montaje indirecto</p> 	<p>Caso 1a</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} \geq \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0$	$F_{aA} = \frac{0,5F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = F_{aA} + K_a$
	<p>Caso 1b</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} < \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = \frac{0,5F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = F_{aA} + K_a$
	<p>Caso 1c</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} < \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a < 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = F_{aB} - K_a$ $F_{aB} = \frac{0,5F_{rB}}{Y_B}$
<p>Montaje directo</p>  <p>Montaje indirecto</p> 	<p>Caso 2a</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} \leq \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0$	$F_{aA} = F_{aB} + K_a$ $F_{aB} = \frac{0,5F_{rB}}{Y_B}$
	<p>Caso 2b</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a \geq 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = F_{aB} + K_a$ $F_{aB} = \frac{0,5F_{rB}}{Y_B}$
	<p>Caso 1c</p> $\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B}$ $K_a < 0,5 \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} - \frac{F_{rA}}{Y_A} \right)$	$F_{aA} = \frac{0,5F_{rA}}{Y_A}$ $F_{aB} = F_{aA} - K_a$

Tabla 8.7. Ecuaciones de carga radial equivalente dinámica para rodamientos de rodillos cónicos de una hilera.

8.2.3.1 Rodamientos del eje secundario 1.

Para el cálculo de los rodamientos de los apoyos F y G del eje secundario 1, primero ha de tenerse en cuenta que:

- El montaje de los rodamientos será directo.

- La fuerza de empuje externa, K_a , actúa hacia la izquierda ($\leftarrow K_a$). Esta fuerza será la componente axial de la carga generada durante la transmisión, W_a , calculada en el apartado 3.1.
- El factor Y puede aproximarse inicialmente como 1,5 para un cojinete radial.
- Se considera que $F_a/F_r > e$.
- El valor nominal de ciclos de vida es $L_{10} = 10^6$ revoluciones.

Luego, los valores de partida son:

$$\begin{aligned} F_{rF} &= 8706,99 \text{ N} & F_{rG} &= 4688,46 \text{ N} \\ K_a &= 4882,25 \text{ N} & Y_F = Y_G &= 1,5 \end{aligned}$$

Se evalúa el caso de carga, según la tabla 8.7:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{F_{rF}}{Y_F} &= \frac{8707}{1,5} = 5804,67 > \frac{F_{rG}}{Y_G} = \frac{4688,46}{1,5} = 3125,64 \rightarrow \text{Caso 2b} \\ K_a(\leftarrow) &= 4882,25 \geq 0,5(3125,64 - 5804,67) = -1340 \end{aligned} \right.$$

Por tanto, siguiendo las ecuaciones que indica la tabla 8.7 para este caso, se tiene que la carga de empuje de cada rodamiento es:

$$F_{aG} = \frac{0,5F_{rG}}{Y_G} = \frac{0,5 \cdot 4688,46}{1,5} = 1562,82 \text{ N}$$

$$F_{aF} = F_{aG} + K_a = 1562,82 + 4882,25 = 6445,07 \text{ N}$$

y la carga radial equivalente dinámica para cada rodamiento es:

$$P_F = 0,4F_{rF} + Y_F F_{aF} = 0,4 \cdot 8706,99 + 1,5 \cdot 6445,07 = 13150,40 \text{ N}$$

$$P_G = 0,4F_{rG} + Y_G F_{aG} = 0,4 \cdot 4688,46 + 1,5 \cdot 1562,82 = 4219,61 \text{ N}$$

Para el cálculo de la vida deseada para cada rodamiento, la velocidad deseada será la velocidad de giro del eje secundario 1 cuando la primera velocidad está engranada (situación de carga crítica para los rodamientos de este eje, apartado 8.1.3): $n_d = 856,16 \text{ rpm}$ (tabla 6.4). Luego,

$$L_d = 2000h \cdot 856,16 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} = 102739200 \text{ rev}$$

Por otro lado, el producto $L_R n_R 60$ puede definirse como la vida nominal en ciclos del rodamiento, L_{10} , que es establecida por el fabricante.

Una vez definidos todos los factores que intervienen en la ecuación de la capacidad de carga dinámica, esta puede calcularse para cada rodamiento del eje secundario 1 como:

$$C_{10F} = 13150,4 \left[\frac{102739200}{10^6} \right]^{\frac{3}{10}} = 52778,84 \text{ N} \cong 52,78 \text{ kN}$$

$$C_{10G} = 4219,61 \left[\frac{102739200}{10^6} \right]^{\frac{3}{10}} = 16935,33 \text{ N} \cong 16,94 \text{ kN}$$

Según estos resultados, para ambos apoyos, F y G, se ha elegido un rodamiento de rodillos cónicos con designación 30209, del catálogo de rodamientos de rodillos cónicos de SKF. Algunas características de este rodamiento son:

- La capacidad de carga real del rodamiento será $C_{10} = 81,6 \text{ kN}$.
- Factor $Y = 1,5$ y $e = 0,4$.
- Diámetro interior $d = 45 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 85 \text{ mm}$ y ancho $T = 20,75 \text{ mm}$.

Como ya se dijo, este proceso es iterativo, pero no será necesario rehacer los cálculos ajustando el valor real de Y para el rodamiento elegido pues coincide con el supuesto: $Y = 1,5$. Si se comprobará que la hipótesis inicial, $F_a/F_r > e = 0,4$, se cumple:

$$\frac{F_{aF}}{F_{rF}} = \frac{4270}{8706,99} = 0,49 > 0,4$$

$$\frac{F_{aG}}{F_{rG}} = \frac{2610}{4688,46} = 0,56 > 0,4$$

Por tanto, los coeficientes de seguridad de los cojinetes serán:

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete } F = \frac{81,6}{52,78} = 1,55$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete } G = \frac{81,6}{16,94} = 4,82$$

Dado que ambos coeficientes de seguridad son superiores a 1,20, se puede concluir que la selección de los rodamientos ha sido válida.

8.2.3.2 Rodamientos del eje secundario 2.

Antes de proceder con el cálculo, se deberá considerar que:

- Los rodamientos H e I sobre el eje siguen un montaje directo.
- La fuerza de empuje externa, K_a , actúa hacia la izquierda ($\leftarrow K_a$). Esta fuerza coincide con W_a , calculada en el apartado 3.1.
- El proceso iterativo se iniciará tomando $Y = 1,5$, aproximación común para un cojinete radial.
- Se considera que $F_a/F_r > e$.
- Se seguirá el método cálculo de vida de SKF, siendo el valor nominal de ciclos de vida es $L_{10} = 10^6$ *revoluciones*.

Luego, los valores de partida son:

$$\begin{array}{ll} F_{rH} = 4588,43 \text{ N} & F_{rI} = 14076,30 \text{ N} \\ K_a = 3526,07 \text{ N} & Y_H = Y_I = 1,5 \end{array}$$

Si se evalúa la condición de empuje, según la tabla 8.7, como se hizo en el apartado anterior, la situación que resulta es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_{rH}}{Y_H} = \frac{4588,43}{1,5} = 3059 < \frac{F_{rI}}{Y_I} = \frac{14076,3}{1,5} = 9384,2 \rightarrow \text{Caso } 2a \\ K_a(\leftarrow) = 3526,07 \geq 0 \end{array} \right.$$

Por consiguiente, las ecuaciones que se deben emplear para el cálculo de la carga axial de cada rodamiento son las recogidas en la tabla 8.7:

$$\begin{aligned} F_{aI} &= \frac{0,5 \cdot 14076,3}{1,5} = 4692,10 \text{ N} \\ F_{aH} &= 4692,10 + 3526,07 = 8218,17 \text{ N} \end{aligned}$$

La carga radial dinámica equivalente obtenida según lo realizado en el eje anterior es:

$$P_H = 14162,63 \text{ N} \quad P_I = 12668,87 \text{ N}$$

Una vez que se conoce la carga radial equivalente dinámica de los rodamientos, se continúa con el cálculo de la capacidad de carga de catálogo C_{10} .

En este caso, la velocidad deseada de giro del eje secundario 2 vendrá dada por la velocidad del eje cuando la marcha atrás está engranada (situación de carga crítica para los rodamientos de este eje, apartado 8.1.4), luego $n_d = 6250$ *rpm* (tabla 6.4). Entonces,

$$L_d = 2000h \cdot 6250 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} = 750000000 \text{ rev}$$

Siendo conocidos los valores de todos los factores incluidos en la ecuación de la carga de catálogo, esta puede calcularse para cada rodamiento del eje secundario 2, resultando:

$$C_{10H} = 14162,63 \left(\frac{750000000}{10^6} \right)^{0,3} = 103195,84 \text{ N} \cong 103,20 \text{ kN}$$

$$C_{10I} = 12668,87 \left(\frac{750000000}{10^6} \right)^{0,3} = 92310,14 \text{ N} \cong 92,31 \text{ kN}$$

Según los resultados, para ambos cojinetes (H e I) se ha elegido un rodamiento de rodillos cónicos con número de identificación 33208, del catálogo de rodamientos cónicos de una hilera de SKF.¹¹ Algunas características de este rodamiento son:

- La capacidad de carga real del rodamiento será $C_{10} = 128 \text{ kN}$.
- Factor $Y = 1,7$ y $e = 0,35$.
- Diámetro interior $d = 40 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 80 \text{ mm}$ y ancho $T = 32 \text{ mm}$.

Si se repiten los cálculos ajustando el valor real de K para el rodamiento elegido: $Y = 1,7$. Para este tipo de cojinete, se obtiene:

$$\begin{array}{ll} P_H = 14867,84 \text{ N} & P_I = 12668,67 \text{ N} \\ C_{10H} = 108 \text{ kN} & C_{10I} = 92,31 \text{ kN} \end{array}$$

Comprobándose que se cumple la suposición inicial $F_a/F_r > e$:

$$\frac{F_{aH}}{F_{rH}} = \frac{2350}{4588,43} = 0,51 > 0,35$$

$$\frac{F_{aI}}{F_{rI}} = \frac{7640}{14076,3} = 0,54 > 0,35$$

Por tanto, los coeficientes de seguridad de los cojinetes serán:

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete H} = \frac{128}{108} = 1,20$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete I} = \frac{128}{92} = 1,39$$

Dado que ambos coeficientes de seguridad son superiores o iguales al factor de seguridad mínimo fijado ($n_{\min} = 1,20$), se puede concluir que la selección de los rodamientos ha sido válida.

8.2.3.3 Rodamientos del eje inversor.

A la hora de realizar los cálculos, se debe tener presente que:

- El montaje de los rodamientos será directo.
- La fuerza de empuje externa, K_a , actúa hacia la izquierda ($\leftarrow k_a$). Esta fuerza será la componente axial de la carga generada durante la transmisión, W_a , calculada en el apartado 3.1.
- El factor Y puede aproximarse inicialmente como 1,5.
- Se toma que $F_a/F_r > e$.
- $L_{10} = 10^6$ revoluciones.

Luego, los valores de partida son:

$$\begin{array}{ll} F_{rJ} = 13169,91 \text{ N} & F_{rK} = 13964,94 \text{ N} \\ K_a = 8956,21 \text{ N} & Y_J = Y_K = 1,5 \end{array}$$

Se evalúa la condición de empuje, según la tabla 8.7, y se calculan las cargas de empuje F_a , según se indica.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_{rJ}}{Y_J} = \frac{131692}{1,5} \leq \frac{F_{rK}}{Y_K} = \frac{13965}{1,5} \rightarrow \text{caso 2b} \\ K_a(\leftarrow) = 8956,21 \geq 0 \end{array} \right.$$

Luego,

$$F_{aJ} = 13611,19 \text{ N} \quad F_{aK} = 4654,98 \text{ N}$$

Las cargas dinámicas equivalentes serán:

$$P_J = 0,4 \cdot 13169,91 + 1,5 \cdot 13611,19 = 25684,75 \text{ N}$$

$$P_K = 0,4 \cdot 13964,94 + 1,5 \cdot 4654,98 = 12568,45 \text{ N}$$

Una vez calculadas estas cargas, se procede con el cálculo de la capacidad de carga de catálogo, en la que intervienen los siguientes parámetros:

- Carga radial deseada: P_J y P_K , para los rodamientos J y K.
- Vida de diseño medida en revoluciones: L_d . En este caso, el eje inversor gira a 2500rpm, por lo que $L_d = 2000 \cdot 2500 \cdot 60 = 300000000 \text{ rev}$.
- Vida nominal: $L_{10} = 10^6$ ciclos.

La carga de catálogo puede calcularse para cada rodamiento del eje inversor como:

$$C_{10J} = 25684,75 \left[\frac{300000000}{10^6} \right]^{\frac{3}{10}} = 142171,22 \text{ N} \cong 142,17 \text{ kN}$$

$$C_{10K} = 12568,45 \left[\frac{300000000}{10^6} \right]^{\frac{3}{10}} = 69569,35 \text{ N} \cong 69,57 \text{ kN}$$

Según estos resultados, para ambos apoyos, J y K, se ha elegido un rodamiento de rodillos cónicos con designación T2ED 050, del catálogo de rodamientos de una hilera de rodillos cónicos de SKF. Algunas características de este rodamiento son:

- La capacidad de carga real del rodamiento será $C_{10} = 189 \text{ kN}$.
- Factor $Y = 1,7$ y $e = 0,35$
- Diámetro interior $d = 50 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 100 \text{ mm}$ y ancho $T = 36 \text{ mm}$.

Se reharán los cálculos ajustando el valor real de Y para el rodamiento elegido: $Y = 1,7$. Para este tipo de cojinetes se obtiene:

$$\begin{aligned} P_J &= 27458 \text{ N} & P_K &= 12568,45 \text{ N} \\ C_{10J} &= 152,09 \text{ kN} & C_{10K} &= 69,57 \text{ kN} \end{aligned}$$

Se comprueba que realmente $F_a/F_r > e$:

$$\begin{aligned} \frac{F_{aJ}}{F_{rJ}} &= \frac{5930}{13169,91} = 0,45 > 0,33 \\ \frac{F_{aK}}{F_{rK}} &= \frac{7900}{13964,64} = 0,57 > 0,33 \end{aligned}$$

Por tanto, los coeficientes de seguridad de los cojinetes serán:

$$\begin{aligned} \text{coeficiente de seguridad cojinete J} &= \frac{189}{152} = 1,24 \\ \text{coeficiente de seguridad cojinete K} &= \frac{189}{69,6} = 2,72 \end{aligned}$$

Dado que ambos coeficientes de seguridad son superiores a 1,20, se puede concluir que la selección de los rodamientos ha sido válida.

8.3 Rodamientos para los engranajes.

En el proceso de acoplamiento de una marcha, las ruedas dentadas situadas sobre los ejes secundarios giran locas hasta que una de ellas es seleccionada por el sincronizador, que hace que el árbol secundario gire solidariamente a esta y así transmitir el par de salida al diferencial.

Para permitir que estos engranajes giren locos sobre el árbol secundario se montan sobre rodamientos. Se emplearán rodamientos de agujas debido al pequeño espacio del que se dispone.

En concreto, se utilizarán casquillos de agujas SKF. Estos se usan generalmente en aplicaciones en las que el agujero del soporte no se puede usar como camino de rodadura de una corona de agujas, pero se requiere una disposición de rodamientos muy compacta y económica. Estos casquillos de agujas se montan con un ajuste de interferencia apretado en el soporte. Por ello, no se requieren resaltes ni anillos elásticos para fijar el rodamiento axialmente, por lo que el diseño del agujero del soporte es simple y económico.¹¹

Para el cálculo, la carga radial que deberá soportar el rodamiento será la debida a las fuerzas que actúan en los dientes del engranaje por la transmisión. Se despreciará la componente axial de esta carga, luego:

$$F_r = \sqrt{W_r^2 + W_t^2}$$

Siendo, en este tipo de cojinetes, la carga radial equivalente igual a la carga radial que actúa:

$$P = F_r$$

La vida de diseño para los rodamientos se calculará como se hizo en los anteriores rodamientos, tomando la duración y velocidad de giro del engranaje, y se medirá en millones de revoluciones. Dado que estos rodamientos no están sometidos a cargas durante toda la vida de la caja de cambios, sino solo cuando su marcha está engranada, en este caso, la duración para cada velocidad se calculará como el 40% de la duración total (2000 h). En el caso de la marcha atrás, se considerará un 5% de la duración total, ya que el tiempo de uso de esta marcha es considerablemente inferior.

El coeficiente de seguridad se mantendrá en 1,20.

Los valores de los resultados obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

	Velocidad 1 (N2)	Velocidad 2 (N4)	Velocidad 3 (N6)	Velocidad 4 (N8)	Velocidad 5 (N10)	Velocidad 6 (N12)	Velocidad R (N15)
W_t (N)	8527,02	6158,40	5038,69	4263,51	4618,80	4263,51	15642,34
W_r (N)	3605,17	2603,73	2130,33	1802,58	1952,80	1802,58	6613,48
P (N)	9257,82	6686,21	5470,53	4628,91	5014,65	4628,91	16982,96
n (rpm)	856,16	1366,12	1893,94	2604,17	3333,33	4032,26	6250,00
L (rev·10 ⁶)	41,10	65,57	90,91	125,00	160,00	193,55	37,50
C_{10} (kN)	28,23	23,45	21,16	19,70	22,99	22,47	50,38

Tabla 8.8: Valores de la capacidad de carga dinámica para los distintos engranajes locos.

A la vista de estos resultados, se ha elegido un casquillo de agujas con designación HK 5025, del catálogo de rodamientos de agujas de SKF¹¹ para las primeras 6 velocidades. Algunas características de este rodamiento son:

- La capacidad de carga real del rodamiento será $C_{10} = 36,9 \text{ kN}$.
- Diámetro interior $d = 50 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 58 \text{ mm}$ y ancho $T = 25 \text{ mm}$.

Los coeficientes de seguridad para estos rodamientos son:

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N2} = \frac{36,9}{28,23} = 1,31$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N4} = \frac{36,9}{23,45} = 1,57$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N6} = \frac{36,9}{21,16} = 1,74$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N8} = \frac{36,9}{19,70} = 1,87$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N10} = \frac{36,9}{23} = 1,60$$

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N12} = \frac{36,9}{22,47} = 1,64$$

Dado que todos los coeficientes de seguridad obtenidos son superiores al factor de seguridad mínimo de 1,20, se puede concluir que la selección de rodamientos es adecuada.

En el caso de la velocidad R, los rodamientos seleccionados han sido coronas de agujas con designación K 45X59X32, del catálogo de rodamientos de agujas de SFK.¹¹ Algunas características de este rodamiento son:

- La capacidad de carga real del rodamiento será $C_{10} = 69,3 \text{ kN}$.
- Diámetro interior $d = 45 \text{ mm}$, diámetro exterior $D = 59 \text{ mm}$ y ancho $T = 32 \text{ mm}$

El coeficiente de seguridad para este cojinete es:

$$\text{coeficiente de seguridad cojinete N15} = \frac{69,3}{50,38} = 1,38$$

Ya que este coeficiente es superior a 1,20, será adecuado.

9. GRUPO DIFERENCIAL.

El diferencial es un componente de la transmisión situado en la parte final de la cadena de transmisión, inmediatamente antes de los palieres o árboles de transmisión unidos a las ruedas. En los vehículos con la caja de cambios situada junto al eje tractor, suele formar con esta un bloque.⁵

Este elemento desempeña tres funciones:

- Actúa como reductor de velocidad, con una reducción que se encuentra habitualmente entre 3 y 4.⁵
- Permite que las ruedas tractoras de un mismo eje giren a diferente velocidad, por ejemplo, en una curva.⁵
- Transforma el par que le llega de la caja de cambios por un solo eje, de forma que lo transmite a dos ejes situados a 180°. ⁵

Cuando un vehículo circula por una curva, la rueda exterior recorre un camino más largo que la interior. Si el árbol de salida de la caja de cambios estuviera engranado rígidamente a ambas ruedas, para que las mismas pudieran girar solidariamente deberían deslizarse. Esto produciría un desgaste excesivo de los neumáticos y sería muy complicado el control direccional del vehículo.⁵

El diferencial está constituido por las siguientes partes:

- La corona, sobre la que engrana el piñón del árbol de transmisión (piñón de ataque). Puede ser de engranaje cónico o cilíndrico. Ambos forman el grupo cónico.⁵
- La caja del diferencial que gira solidaria a la corona arrastrando a los satélites.⁵
- Los satélites que engranan con los planetarios y son “arrastrados” por la caja diferencial.⁵

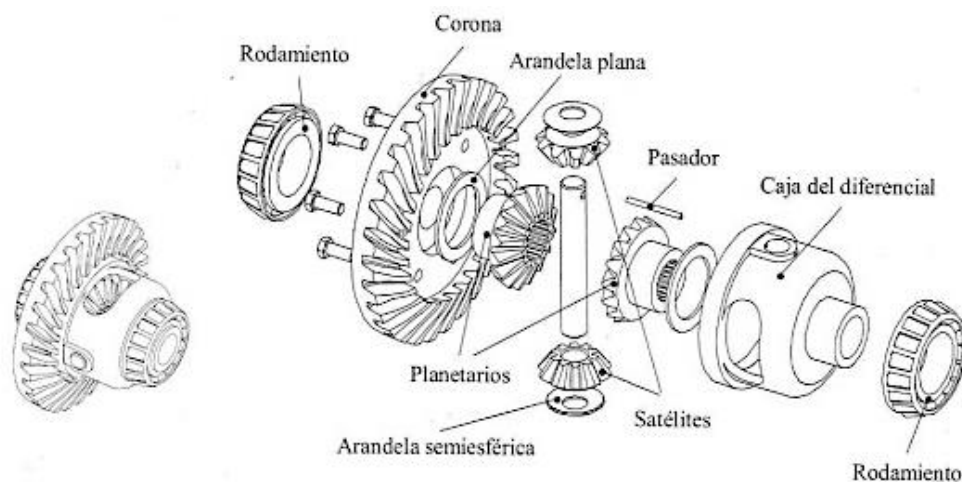


Figura 9.1: Despiece de un diferencial convencional.

9.1 Funcionamiento del diferencial.

El diferencial trabajará de forma diferente según cómo se desplace el vehículo, si este circula en recta, las ruedas tractoras giran a la misma velocidad, mientras que, si se circula por curva, las ruedas tractoras tienen velocidades distintas. En cualquier caso, la transmisión del par de salida al diferencial se hace a través de la corona, mediante un piñón de ataque (grupo cónico).⁵

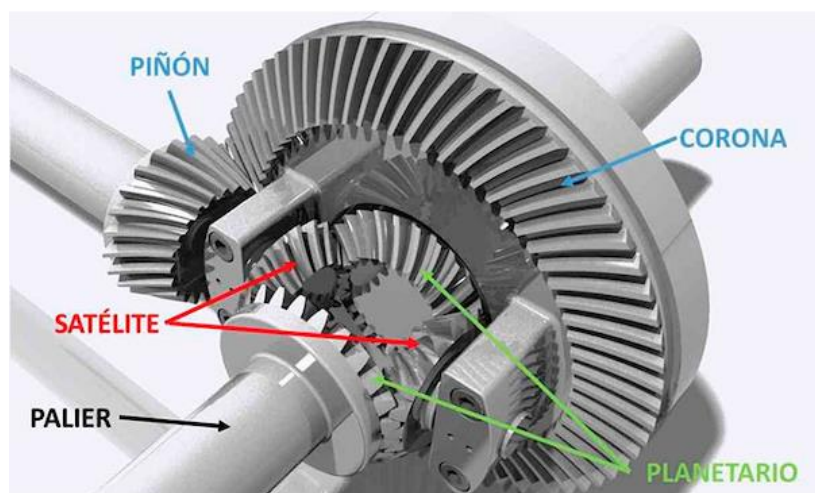


Figura 9.2: Piñón de ataque, diferencial y palier.

En circulación recta, la rotación de la corona causa el giro de la caja del diferencial, y cuando esta gira los dos piñones satélites y su eje se mueven circularmente con la misma. Como los dos planetarios están engranados con los satélites, tienen que girar, lo que causa el giro solidario de los árboles de transmisión unidos a las ruedas. En esta situación no hay giro de los satélites sobre el eje que los une a la caja diferencial, pero sí aplican un par igual a ambos planetarios, y, por tanto, ambas ruedas giran a la misma velocidad.⁵

Cuando el vehículo circula en curva, una de las ruedas gira a menor velocidad que la otra. Al girar la caja diferencial, los piñones satélites tienen que hacerlo sobre sus ejes. La razón para que ello ocurra es que los piñones satélites deben moverse alrededor del piñón planetario que gira a menor velocidad. Esto ocasionará un movimiento de rotación adicional de la rueda exterior, que debe girar más rápido en la curva.⁵

Cuando una de las ruedas tractoras supera la adherencia (patina) o bien se queda en el aire, el diferencial hace que se transmita un par muy bajo a la que dispone la capacidad de tracción, ya que el par entregado a cada palier es el mismo. En esta situación, uno de los planetarios queda fijo, por lo cual los satélites comienzan a girar sobre sus ejes alrededor del planetario en reposo. En un diferencial convencional se cumple que la suma de las velocidades angulares

de ambos semiejes permanece constante mientras no se varíe la velocidad de la corona. Por consiguiente, cuando se da la circunstancia de que una rueda no gire, la otra lo hará al doble de velocidad que lo haría si ambas ruedas girasen al unísono.⁵

9.2 Cálculo del grupo cónico.

Se calculará la relación entre el piñón de ataque, montado sobre los árboles secundarios de la caja de cambios, y la corona del diferencial, a la cual el primero le transmite el par de salida.

Con el objetivo de reducir lo máximo posible el valor de las relaciones proporcionadas por la caja de cambios, lo cual ofrece ventajas constructivas y de tamaño de la propia caja y árboles de transmisión, suele introducirse una reducción final constante, mediante el piñón de ataque y la corona (grupo cónico) junto al grupo diferencial.⁵

Esta relación puede calcularse como:⁵

$$\xi_c = \frac{\pi n_m r_c}{30 \xi_i V} (1 - i)$$

donde,

ξ_c es la relación del grupo cónico,

n_m es el régimen de giro del motor (rpm),

r_c es el radio del neumático (m),

ξ_i es la relación de la marcha i ,

V es la velocidad del vehículo (m/s),

i es el índice de deslizamiento de la rueda.

Dicha relación se calculará para la situación de máxima potencia, ya que son conocidas las condiciones y la velocidad máxima de esta situación gracias al apartado 4.1, donde se recogen las características del vehículo elegido. Luego,

- Velocidad máxima = 248 km/h
- Régimen del motor para máxima potencia = 6300 rpm
- Radio del neumático (225/40 R18) = 318,6 mm
- Relación de la 6ª marcha = 0,62
- Se supone un índice de deslizamiento de la rueda de 0,2.

Por tanto, la relación del grupo cónico será:

$$\xi_c = \frac{\pi \cdot 6300 \cdot 318,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}{30 \cdot 0,62 \cdot 248 \cdot 10^3} (1 - 0,2) = 3,94$$

A partir de la tabla 9.1, para la relación de transmisión más cercana a la obtenida, se obtiene que el piñón de ataque tendrá 14 dientes y la corona 55 ($\xi_c = 3,93$).

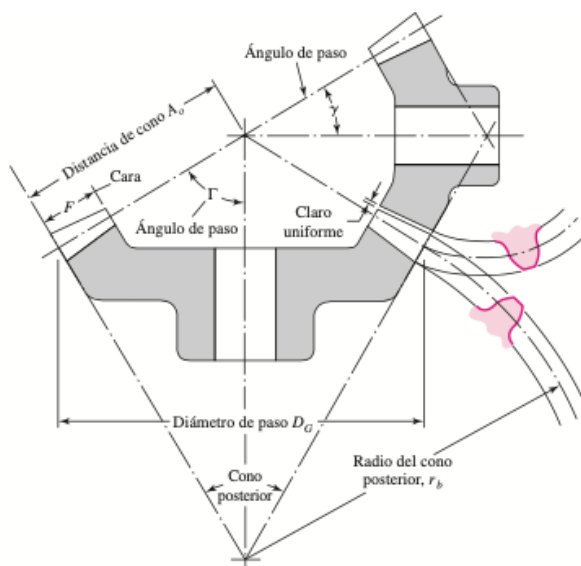
CORONAS		PIÑONES												
		48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
8	6,00	6,13	6,25	6,38	6,50	6,63	6,75	6,88	7,00	5,00	4,90	4,80	4,71	
9	5,33	5,44	5,56	5,67	5,78	5,89	6,00	6,11	6,22	5,63	5,51	5,40	5,29	
10	4,80	4,90	5,00	5,10	5,20	5,30	5,40	5,50	5,60	6,25	6,12	6,00	5,88	
11	4,36	4,45	4,55	4,64	4,73	4,82	4,91	5,00	5,09	6,88	6,73	6,60	6,47	
12	4,00	4,08	4,17	4,25	4,33	4,42	4,50	4,58	4,67	7,50	7,35	7,20	7,06	
13	3,69	3,77	3,85	3,92	4,00	4,08	4,15	4,23	4,31	8,13	7,96	7,80	7,65	
14	3,43	3,50	3,57	3,64	3,71	3,79	3,86	3,93	4,00	8,75	8,57	8,40	8,24	
15	3,20	3,27	3,33	3,40	3,47	3,53	3,60	3,67	3,73	9,38	9,18	9,00	8,82	
16	3,00	3,06	3,13	3,19	3,25	3,31	3,38	3,44	3,50	10,00	9,80	9,60	9,41	
17	2,82	2,88	2,94	3,00	3,06	3,12	3,18	3,24	3,29	10,63	10,41	10,20	10,00	
18	2,67	2,72	2,78	2,83	2,89	2,94	3,00	3,06	3,11	11,25	11,02	10,80	10,59	

Tabla 9.1: Tabla de transmisiones.

La geometría de estos dos elementos se recoge en la tabla 9.2, siendo ambos engranajes cónicos. ⁷

	Piñón	Corona
Número de dientes	14	55
Relación de transmisión	3,93	
Módulo	5	5
Ángulo primitivo, γ y Γ (°)	14,28	75,72
Radio del cono posterior, r_b (mm)	35	137,5
Anchura (mm)	64	64

Tabla 9.2: Geometría del grupo cónico.



$$\tan\gamma = \frac{N_P}{N_G}$$

$$\tan\Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

$$r_b = \frac{m Z}{2}$$

Figura 9.3: Geometría de engranajes cónicos.

10. ANÁLISIS PRESTACIONAL.

El objetivo de este apartado es establecer un análisis de las prestaciones que ofrece el vehículo montando una caja de cambios de doble embrague o una caja manual.

10.1 Datos de partida del vehículo.

Como se expuso en el apartado 3.1, el vehículo escogido es el Volkswagen (VW) Golf R32 250 CV (2003). Para el análisis de las prestaciones que este ofrece, es necesario conocer las curvas características de par y potencia del motor instalado en el vehículo.²⁹

rpm	Par (Nm)	Potencia (CV)	rpm	Par (Nm)	Potencia (CV)
750	140	15	3750	315	168
1000	200	28	4000	310	177
1250	240	43	4250	310	188
1500	260	56	4500	310	199
1750	277	69	4750	310	210
2000	298	85	5000	309	220
2250	310	99	5250	309	231
2500	320	114	5500	309	242
2750	320	125	5750	301	246
3000	320	137	6000	292	249
3250	320	148	6250	281	250
3500	320	159	6500	270	250

Tabla 10.1: Valores de par y potencia a distintas rpm del motor.

A partir de la figura 4.2, mostrada en el apartado de datos de partida (apartado 4), se obtuvieron los valores de la curva de par y de potencia para distintas velocidades de giro del motor (saltos de 250 rpm) de la tabla 10.1.

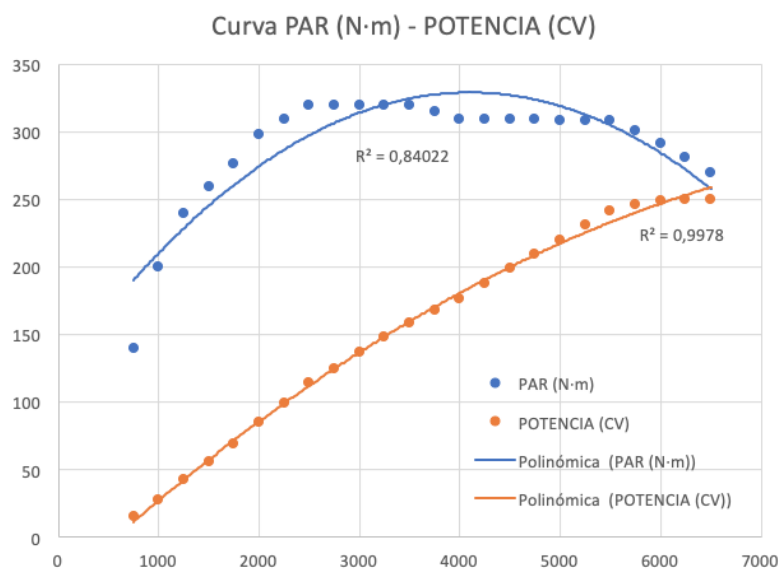


Figura 10.1: Curvas de par y potencia del motor del Golf V R32 (obtenida en Excel).

Otros datos del vehículo que serán necesario a lo largo del desarrollo del análisis son:

- Masa del vehículo: 1538 kg.
- Diámetro del neumático (225/40 R18 W): 637,2 mm.
- Coeficiente de resistencia aerodinámica: $C_x = 0,32$.
- Área efectiva frontal: se considera como el 85% del rectángulo frontal en el que se inscribe la geometría del vehículo. Luego,

$$A_f = 1,759 \cdot 1,465 \cdot 0,85 = 2,2 \text{ m}^2$$

10.2 Resistencia al avance.

Este análisis se centra en el estudio de la dinámica longitudinal del vehículo automóvil, es decir, cuando este circula en línea recta o curva de gran radio, de forma que la aceleración lateral y las fuerzas que de ella se derivan son despreciables.⁵

Un vehículo que circula con velocidad constante sobre una superficie no horizontal estará sometido a las siguientes fuerzas resistentes:

- Resistencia a la rodadura: $R_r = R_{rd} + R_{rt}$
- Resistencia aerodinámica: $F_{xa} = \frac{1}{2} \rho C_x A_f V^2$
- Resistencia gravitatoria (por pendiente): $R_g = P \sin \theta$.

Así, la resistencia total será la suma de las tres anteriores.⁵

10.2.1 Resistencia a la rodadura.

Cuando un neumático rueda sobre una superficie dura, sometido a una carga vertical, se origina una distribución de presiones a lo largo de la huella, cuya resultante vertical equilibra la carga vertical. Sin embargo, esta distribución de presiones no es simétrica respecto al eje vertical (eje Y), encontrándose su resultante ligeramente desplazada hacia delante una distancia ΔX , figura 10.2. Por ello, aunque el neumático rueda libremente (sin par de tracción o frenado en el eje), será necesario aplicar una fuerza F para contrarrestar dicho efecto, de forma que

$$F \cdot r_e = M_y = F_z \cdot \Delta X$$

sabiendo que $F = -R_r$ y $F_z = -P$, donde P es el peso que soporta el neumático, se puede definir el coeficiente de rodadura, f_r , como:⁵

$$f_r = \frac{R_r}{P} = \frac{\Delta X}{r_e}$$

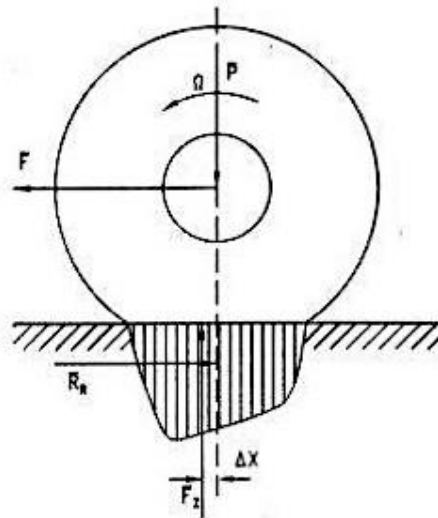


Figura 10.2: Distribución de presiones y resistencia a la rodadura de un neumático.

Al aumentar la velocidad también aumentan las pérdidas por rodadura, debido a que la deformación del neumático debe producirse más rápido. Con velocidades altas aparecen efectos dinámicos que originan ondas sobre la banda de rodadura. No obstante, existe una velocidad límite por encima de la cual se producen ondas estacionarias a lo largo de toda la banda de rodadura. Esta velocidad límite depende fundamentalmente de la rigidez y de la densidad de dicha banda. Con el fin de evitar dichos fenómenos, el fabricante del neumático establece la velocidad máxima de utilización del mismo.⁵

El aumento de la presión de inflado disminuye las pérdidas por rodadura, al disminuir la deformación del mismo. Esto será así mientras que la dureza del terreno sea grande, pero cuando esta disminuye, el aumento de la presión tendrá el resultado opuesto ya que se aumenta la penetración en el suelo.⁵

Debido al gran número de factores que influyen en las pérdidas por rodadura, es difícil establecer ecuaciones empíricas que tengan en cuenta la influencia de todos ellos. Sin embargo, se han propuesto algunas ecuaciones que tienen en cuenta los factores más importantes: velocidad y presión de inflado. Para neumáticos de turismo sobre pavimento de hormigón, se puede estimar la f_r con la siguiente ecuación:

$$f_r = f_0 + f_s \left(\frac{V}{100} \right)^{2,5}$$

donde V será la velocidad del vehículo medida en km/h. Los coeficientes f_0 y f_s dependen de la presión de inflado y se pueden obtener de la figura 10.3.⁵

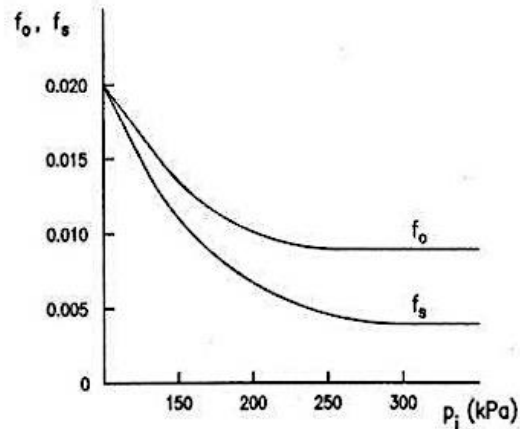


Figura 10.3: Variación de los coeficientes f_0 y f_s con la presión de inflado.

Para una presión media de inflado de 2,25 bares:

$$f_r = 0,01 + 0,005 \left(\frac{V}{100} \right)^{2,5}$$

Por tanto, la resistencia a la rodadura⁵ puede expresarse como:

$$R_r = f_r \cdot P = \left[0,01 + 0,005 \left(\frac{V}{100} \right)^{2,5} \right] P$$

A partir de la ecuación anterior, siendo P el peso del vehículo, se pueden obtener los valores de las resistencias a la rodadura para distintas velocidades, recogidas en la tabla 10.2.

Velocidad (km/h)	Rr (N)	Velocidad (km/h)	Rr (N)
0,00	150,72	130,00	286,72
10,00	151,15	140,00	311,40
20,00	152,74	150,00	338,38
30,00	155,74	160,00	367,71
40,00	160,31	170,00	399,42
50,00	166,57	180,00	433,55
60,00	174,60	190,00	470,13
70,00	184,50	200,00	509,21
80,00	196,34	210,00	550,80
90,00	210,18	220,00	594,95
100,00	226,09	230,00	641,68
110,00	244,11	240,00	691,01
120,00	264,31	250,00	742,99

Tabla 10.2: Resistencia a la rodadura para distintas velocidades.

10.2.2 Resistencia aerodinámica.

El estudio de la aerodinámica de los vehículos tiene como objetivo el análisis del conjunto de acciones y efectos que ejerce el aire sobre el vehículo

en movimiento, así como la forma de lograr que estos sean lo más favorable posible. Pueden distinguirse dos grupos de efectos asociados a dos flujos diferentes de aire: flujo de aire externo al vehículo y flujo de aire que pasa a través de los compartimentos interiores del vehículo.⁵

En este caso, solo se considerará el primer flujo de aire. Este flujo externo produce zonas de presión o depresión y rozamiento viscoso con las paredes. Todo ello origina esfuerzos que influyen no solo en el avance del vehículo, ofreciendo una resistencia aerodinámica, sino que afecta a las cargas sobre las ruedas y, en ocasiones, a la estabilidad del automóvil.⁵

La fuerza aerodinámica puede expresarse en función de la presión dinámica y de una superficie característica, mediante un coeficiente adimensional de proporcionalidad, determinado experimentalmente. Este se conserva prácticamente constante para valores del número de Reynolds suficientemente altos; los cuales se presentan en condiciones operativas normales del vehículo.⁵ Así, la resistencia aerodinámica al avance se expresa como:

$$F_{xa} = \frac{1}{2} \rho C_x A_f V^2$$

donde

ρ es la densidad del aire (en condiciones normales $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$),

C_x es el coeficiente de resistencia aerodinámica del vehículo ($C_x = 0,32$),

A_f es la superficie frontal efectiva del vehículo ($A_f = 2,2 \text{ m}^2$),

V es la velocidad de circulación en m/s.⁵

Por tanto, siendo conocidos todos los parámetros que intervienen en la ecuación de la resistencia aerodinámica, esta se calculará para distintos valores de velocidad de marcha (tabla 10.3).

Velocidad (km/h)	Velocidad (m/s)	Fxa (N)	Velocidad (km/h)	Velocidad (m/s)	Fxa (N)
0,00	0,00	0,00	130,00	36,11	593,50
10,00	2,78	3,51	140,00	38,89	688,32
20,00	5,56	14,05	150,00	41,67	790,17
30,00	8,33	31,61	160,00	44,44	899,03
40,00	11,11	56,19	170,00	47,22	1014,93
50,00	13,89	87,80	180,00	50,00	1137,84
60,00	16,67	126,43	190,00	52,78	1267,78
70,00	19,44	172,08	200,00	55,56	1404,74
80,00	22,22	224,76	210,00	58,33	1548,73
90,00	25,00	284,46	220,00	61,11	1699,74
100,00	27,78	351,19	230,00	63,89	1857,77
110,00	30,56	424,93	240,00	66,67	2022,83
120,00	33,33	505,71	250,00	69,44	2194,91

Tabla 10.3: Resistencia aerodinámica para distintas velocidades de circulación.

10.2.3 Resistencia gravitatoria por pendiente.

Esta fuerza se debe a la componente del peso del vehículo paralela al plano del suelo cuando este circula en pendiente ($\theta \neq 0$), representada por R_g en la figura 10.4. En caso de que el vehículo ascienda por una rampa o pendiente, esta componente se opondrá al movimiento, constituyendo una de las tres fuerzas de resistencia al avance. Sin embargo, si el vehículo desciende por una pendiente, esta componente sería favorable al movimiento, lo que facilitaría el avance del vehículo.⁵

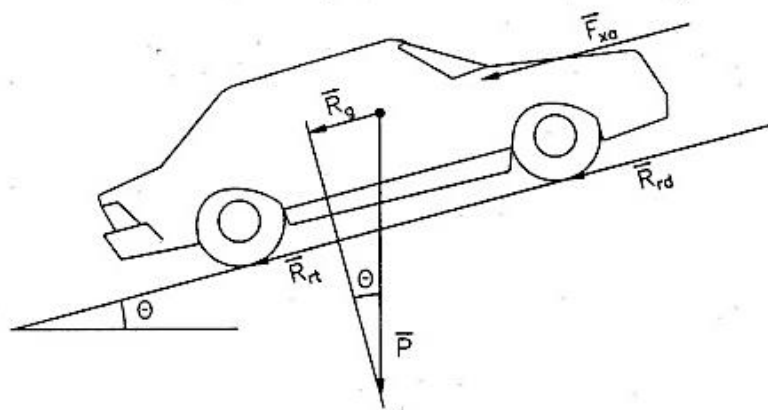


Figura 10.4: Fuerzas resistentes al avance del vehículo.

Según como se representa en la figura anterior, la resistencia gravitatoria por pendiente puede expresarse como:

$$R_g = P \cdot \text{sen}\theta$$

siendo P el peso del vehículo y θ el ángulo de inclinación de la pendiente.⁵

En este caso de análisis, se considera que el vehículo circula horizontalmente, en llano, por lo que no actúa esta fuerza resistente ($R_g = 0$).

10.2.4 Curva de resistencia al avance.

La resistencia total que se deberá vencer para lograr la circulación a velocidad constante sobre una superficie no horizontal será la suma de las resistencias anteriores: resistencia a la rodadura, aerodinámica y gravitatoria.⁵ Luego, esta puede escribirse como:

$$R_T = R_r + F_{xa} + R_g = f_r \cdot P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_x \cdot A_f \cdot V^2 + P \cdot \text{sen}\theta$$

En el caso de que el vehículo circule sobre una superficie horizontal, el último término, relacionado con la resistencia por pendiente, será nulo ($\theta = 0$).

Si se suman las resistencias calculadas previamente (tabla 10.2 y tabla 10.3) se obtendrá la resistencia total al avance para distintas velocidades de circulación, expresada en N.

Velocidad (km/h)	R_T (N)	Velocidad (km/h)	R_T (N)
0,00	150,72	130,00	880,22
10,00	154,66	140,00	999,72
20,00	166,79	150,00	1128,54
30,00	187,35	160,00	1266,74
40,00	216,50	170,00	1414,34
50,00	254,36	180,00	1571,39
60,00	301,03	190,00	1737,91
70,00	356,58	200,00	1913,95
80,00	421,10	210,00	2099,53
90,00	494,64	220,00	2294,69
100,00	577,27	230,00	2499,45
110,00	669,04	240,00	2713,84
120,00	770,01	250,00	2937,90

Tabla 10.4: Resistencia total al avance para distintas velocidades de marcha.

Estos valores de la tabla 10.4 se representaron gráficamente para obtener la curva de resistencia al avance frente a la velocidad de circulación del vehículo.

Curva de resistencia al avance

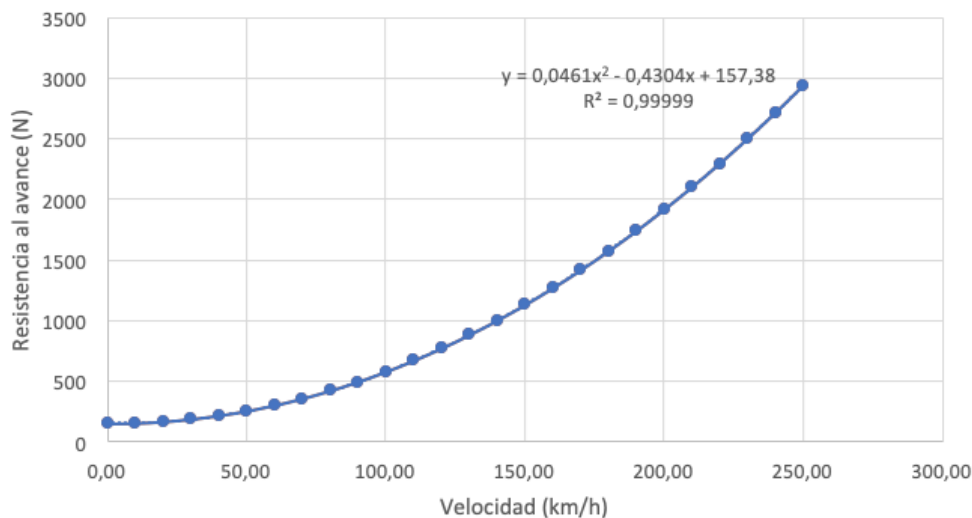


Figura 10.5: Curva de resistencia al avance (obtenida en Excel).

Ajustándose esta curva a una función polinómica de grado 2 se obtuvo la función que aparece en la figura 10.5, consiguiéndose una bondad del ajuste muy buena ($R^2 = 0,99999$). Por tanto, la resistencia total al avance se puede expresar como una función de la velocidad de marcha según la expresión:

$$R_T = 0,0461V^2 - 0,4304V + 157,38$$

Para baja velocidad es predominante el término relativo a la rodadura, mientras que para alta velocidad lo será el de resistencia aerodinámica. Por otra parte, cuando aumenta el tamaño del vehículo y, por tanto, su masa, la resistencia a la rodadura crece más que la aerodinámica, ya que, normalmente, al aumentar el tamaño del vehículo, su masa crece más rápidamente que el producto $C_x A_f$, y el resto de parámetros permanecen constantes o varían poco.⁵

10.3 Relaciones de transmisión y esfuerzo tractor para diferentes relaciones de la caja de cambios.

La transmisión está constituida por el conjunto de órganos que conectan la salida del motor con las ruedas tractoras. Su principal función es la transmisión del movimiento y el par con el objeto de lograr en las ruedas los esfuerzos de propulsión necesarios para vencer las resistencias al movimiento, incluidas las de inercia durante los procesos de aceleración.⁵

Para cumplir con esta función principal enunciada es necesario que el conjunto de la transmisión posea las características siguientes:⁵

- Debe permitir la interrupción cinemática, de modo que el motor pueda funcionar cuando el vehículo está parado o durante los cambios de la relación de transmisión, cuando estos se efectúan manualmente. Esta función la cumple el embrague, situado a la salida del motor.⁵
- Debe transformar los valores de los pares y velocidades de manera que la curva del par motor de combustión, que no se adapta a los requerimientos de propulsión del vehículo, adapte los valores en las ruedas cumpliendo lo mejor posible con tales requerimientos, que se pueden resumir como: pares elevados a bajas velocidades y más pequeños a altas velocidades. Esta función la cumple la caja de velocidades, que puede definirse como un reductor de engranajes con varios escalonamientos. Con estos escalonamientos se logra que las curvas de par-velocidad en llanta de las ruedas tractoras cubran diferentes rangos de esfuerzos tractores, en función de la velocidad del vehículo, aproximando su respuesta conjunta lo mejor posible a la ideal.⁵

Para lograr las mejores prestaciones del motor: mínimo consumo, par y potencia máximas, y puesto que es imposible hacer que este funcione a un régimen constante, porque ello exigiría un variador continuo de velocidad, se hace necesario definir un intervalo de velocidades de giro del motor de tal forma que las relaciones de transmisión permitan lograr las prestaciones previstas para el vehículo, manteniendo al motor trabajando dentro de dicho intervalo el mayor tiempo posible.⁵

En este análisis, se han obtenido las curvas de esfuerzo tractor o fuerza motriz – velocidad, para las diferentes relaciones de la caja de cambios.⁵ Este esfuerzo tractor en las ruedas motrices se puede calcular con la siguiente expresión:

$$F_T = \frac{M_m \eta_{trans} \xi_j}{r_c}$$

donde

M_m es el par motor,

η_{trans} rendimiento de la transmisión,

ξ_j relación total de la caja de cambios,

r_c es el radio de las ruedas.⁵

Esta fuerza tractora será calculada para distintas velocidades de giro del motor, a partir de los valores del par motor para distintas revoluciones (tabla 10.1). El rendimiento de la transmisión se supondrá del 90% y el radio de las ruedas será de 318,6mm. Por otra parte, la relación total de la caja de cambios será el producto de la relación de la marcha i y la relación del grupo cónico ($\xi_j = \xi_i \cdot \xi_c$). Las relaciones de transmisión fueron tomadas de la ficha técnica del vehículo escogido (apartado 3.1) y la relación del grupo cónico fue calculada en el apartado 9.2 ($\xi_c = 3,93$).

	Relación de transmisión total, ξ_j
Primera velocidad ($\xi_i = 2,93$)	11,51
Segunda velocidad ($\xi_i = 1,83$)	7,19
Tercera velocidad ($\xi_i = 1,30$)	5,11
Cuarta velocidad ($\xi_i = 0,98$)	3,85
Quinta velocidad ($\xi_i = 0,77$)	3,03
Sexta velocidad ($\xi_i = 0,62$)	2,44

Tabla 10.5: Relaciones de transmisión total de la caja de cambios.

Con el fin de obtener las curvas de esfuerzo tractor – Velocidad, se deberán obtener los valores de la fuerza tractora en las ruedas motrices y las velocidades de desplazamiento del vehículo en las distintas marchas y para diferentes velocidades de giro del motor.

Esta velocidad de desplazamiento se calculará a partir de la siguiente expresión⁵:

$$V = \frac{\pi \eta_{trans} r_c}{30 \xi_j} (1 - i)$$

donde i es el índice de deslizamiento de la rueda y se considera que toma un valor de 0,2 (20%).

En las tablas 10.6 y 10.7 se recogen los valores de dichas fuerzas motrices y de las velocidades de circulación, respectivamente. Por último, en la figura 10.7 se representan las curvas de esfuerzo tractor – velocidad obtenidas.

rpm	Fm_1 (N)	Fm_2 (N)	Fm_3 (N)	Fm_4 (N)	Fm_5 (N)	Fm_6 (N)
750	4553,92	2844,25	2020,51	1523,15	1196,76	963,63
1000	6505,59	4063,22	2886,44	2175,93	1709,66	1376,61
1250	7806,71	4875,86	3463,73	2611,12	2051,59	1651,93
1500	8457,27	5282,19	3752,37	2828,71	2222,56	1789,59
1750	9010,25	5627,56	3997,72	3013,67	2367,88	1906,61
2000	9693,33	6054,20	4300,80	3242,14	2547,39	2051,15
2250	10083,67	6297,99	4473,98	3372,69	2649,97	2133,75
2500	10408,95	6501,15	4618,31	3481,49	2735,46	2202,58
2750	10408,95	6501,15	4618,31	3481,49	2735,46	2202,58
3000	10408,95	6501,15	4618,31	3481,49	2735,46	2202,58
3250	10408,95	6501,15	4618,31	3481,49	2735,46	2202,58
3500	10408,95	6501,15	4618,31	3481,49	2735,46	2202,58
3750	10246,31	6399,57	4546,14	3427,09	2692,72	2168,16
4000	10083,67	6297,99	4473,98	3372,69	2649,97	2133,75
4250	10083,67	6297,99	4473,98	3372,69	2649,97	2133,75
4500	10083,67	6297,99	4473,98	3372,69	2649,97	2133,75
4750	10083,67	6297,99	4473,98	3372,69	2649,97	2133,75
5000	10051,14	6277,68	4459,55	3361,82	2641,43	2126,86
5250	10051,14	6277,68	4459,55	3361,82	2641,43	2126,86
5500	10051,14	6277,68	4459,55	3361,82	2641,43	2126,86
5750	9790,92	6115,15	4344,09	3274,78	2573,04	2071,80
6000	9498,17	5932,30	4214,20	3176,86	2496,11	2009,85
6250	9140,36	5708,82	4055,45	3057,18	2402,07	1934,14
6500	8782,55	5485,35	3896,69	2937,51	2308,04	1858,42

Tabla 10.6: Fuerzas motrices en las ruedas para cada marcha y a diferentes rpm del motor.

rpm	V_1 (km/h)	V_2 (km/h)	V_3 (km/h)	V_4 (km/h)	V_5 (km/h)	V_6 (km/h)
0	0	0	0	0	0	0
750	7,26	11,62	16,35	21,69	27,61	34,29
1000	9,67	15,49	21,80	28,92	36,81	45,72
1250	12,09	19,36	27,25	36,15	46,01	57,15
1500	14,51	23,23	32,71	43,38	55,22	68,58
1750	16,93	27,11	38,16	50,61	64,42	80,00
2000	19,35	30,98	43,61	57,85	73,62	91,43
2250	21,77	34,85	49,06	65,08	82,82	102,86
2500	24,18	38,72	54,51	72,31	92,03	114,29
2750	26,60	42,59	59,96	79,54	101,23	125,72
3000	29,02	46,47	65,41	86,77	110,43	137,15
3250	31,44	50,34	70,86	94,00	119,64	148,58
3500	33,86	54,21	76,31	101,23	128,84	160,01
3750	36,28	58,08	81,76	108,46	138,04	171,44
4000	38,70	61,95	87,21	115,69	147,24	182,87
4250	41,11	65,83	92,66	122,92	156,45	194,30
4500	43,53	69,70	98,12	130,15	165,65	205,73
4750	45,95	73,57	103,57	137,38	174,85	217,15
5000	48,37	77,44	109,02	144,61	184,05	228,58
5250	50,79	81,32	114,47	151,84	193,26	240,01
5500	53,21	85,19	119,92	159,08	202,46	251,44
5750	55,62	89,06	125,37	166,31	211,66	262,87
6000	58,04	92,93	130,82	173,54	220,87	274,30
6250	60,46	96,80	136,27	180,77	230,07	285,73
6500	62,88	100,68	141,72	188,00	239,27	297,16

Tabla 10.7: Velocidad de desplazamiento para cada marcha y a diferentes rpm del motor.

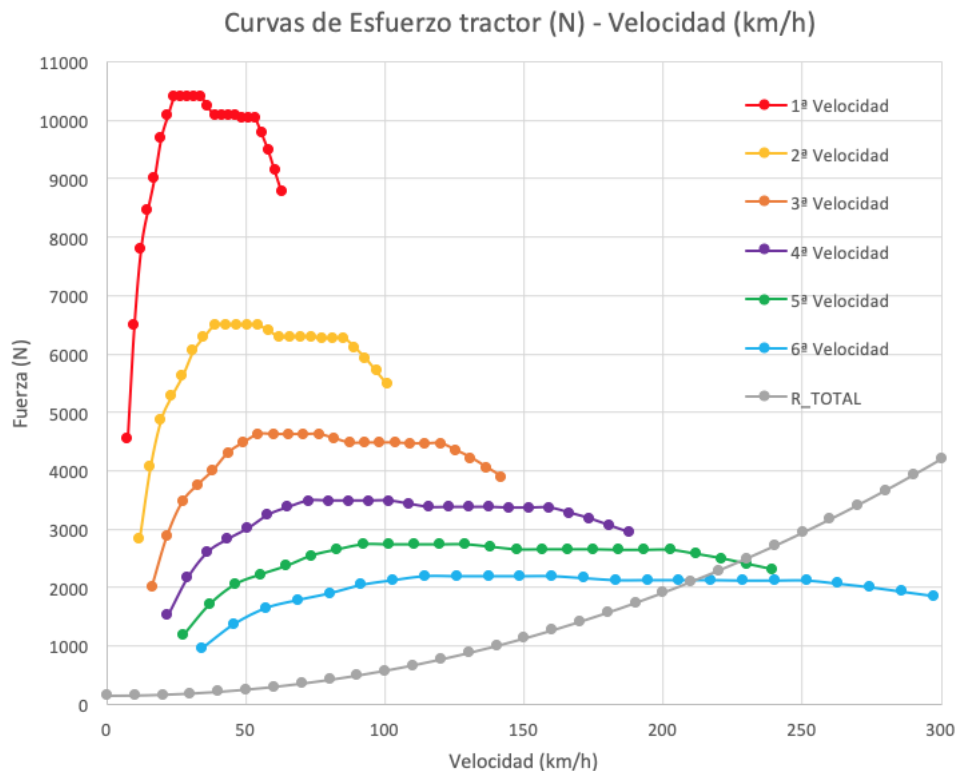


Figura 10.6: Curvas de Esfuerzo tractor – Velocidad.

Como se explicó al principio del apartado, para poder cumplir con su función principal la transmisión debía transformar los pares y velocidades en las ruedas de manera que estos se adaptaran lo mejor posible a los requerimientos de propulsión de vehículos: pares elevados a bajas velocidades y más pequeños a velocidades altas.

En la figura 10.6 se puede observar cómo estas curvas se adaptan a dichos requerimientos, proporcionándose una mayor fuerza motriz a las ruedas en marchas bajas y alcanzándose una menor velocidad de desplazamiento, situación que se revierte para marchas altas.

Por otro lado, puede compararse estas curvas motrices con la resistencia total al avance. Cuando esta última corta y supera a las curvas motrices, implica que la fuerza que hay que vencer para continuar con el desplazamiento es mayor que la fuerza motriz que es capaz de transmitir el motor a las ruedas. De esta manera, el vehículo no podría seguir aumentando su velocidad, aunque se aumentara la velocidad de giro del motor. Esto ocurre para la quinta y sexta velocidad, como se puede comprobar en la figura 10.6, quedando por tanto la velocidad máxima limitada a la correspondiente al punto de corte entre dichas curvas.

También es de interés representar los valores de la tabla 10.7 de forma que se enfrente la velocidad de giro del motor con la velocidad de desplazamiento (figura 10.7).

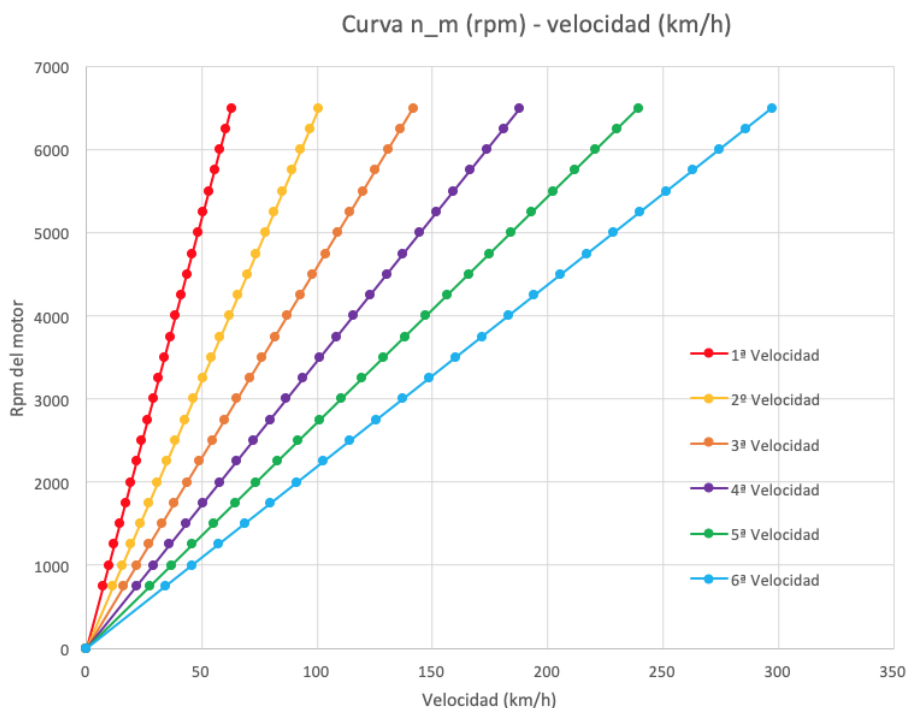


Figura 10.7: Relación entre rpm del motor y velocidad de las ruedas para cada marcha.

Entre la velocidad del motor y la de giro de las ruedas existe una relación lineal, excepto en el breve periodo transitorio del embragado.⁴ La figura 10.7 permite visualizar cómo de larga o corta es una marcha, es decir, qué velocidad máxima puede alcanzarse y qué velocidad de desplazamiento puede obtenerse a una determinada velocidad de giro del motor.

10.4 Limitaciones en la aceleración.

Existen ciertas limitaciones en las fuerzas de tracción que puede proporcionar el vehículo que no se habían considerado. Una de estas limitaciones viene impuesta por la adherencia neumático-calzada, es decir, la limitación que existe en el esfuerzo tractor que pueden transmitir los neumáticos sin que se produzca el deslizamiento. El segundo límite viene impuesto por el máximo par de tracción que el motor puede transmitir a las ruedas tractoras a través de la transmisión. El menor de estos dos límites condicionará las prestaciones del vehículo.⁵

Para un vehículo con tracción integral (en los dos ejes) se puede aprovechar la adherencia debida a toda la carga vertical, por lo que la capacidad de tracción es mayor que en el caso de tracción delantera o trasera. Por tanto, el esfuerzo de tracción máximo será:

$$F_{Tm\acute{a}x} = F_{dm\acute{a}x} + F_{tm\acute{a}x} = \mu \cdot P$$

donde P es el peso del vehículo y μ el coeficiente de adherencia.⁴ El valor de este último se tomará para asfalto y hormigón secos, según la tabla 10.8, luego $\mu = 0,8$.

Superficie	Valor máximo $\mu_{\text{m\acute{a}x}}$
Asfalto y hormigón secos	0.8-0.9
Asfalto mojado	0.5-0.7
Hormigón mojado	0.8
Grava	0.6
Tierra seca	0.68
Tierra húmeda	0.55
Nieve dura	0.2
Hielo	0.1

Tabla 10.8: Valores medios del coeficiente de adherencia.

De esta forma, la fuerza máxima que podrán transmitir los neumáticos será de $F_{Tm\acute{a}x} = 12057,92 \text{ N}$.

Por otro lado, el par de tracción máximo que puede transmitir el motor hacia las ruedas tractoras a través de la transmisión viene dado por:

$$M_{m.máx} = \frac{R_{Tmáx} \cdot r_c}{\xi_1 \cdot \eta}$$

donde la resistencia al avance máxima podrá calcularse a partir de la ecuación que se obtuvo para esta y la velocidad máxima de marcha, que se ha considerado de 235 km/h según la figura 10.6. Entonces,

$$R_{Tmáx} = 0,0461V_{máx}^2 - 0,4304V_{máx} + 157,38 = 2602,11 \text{ N}$$

$$M_{m.máx} = \frac{2602,11 \cdot 0,3186}{2,93 \cdot 0,9} = 314,38 \text{ Nm}$$

A partir de este par, la fuerza tractora máxima que se puede transmitir a las ruedas será:

$$F_{Tmáx} = \frac{M_{m.máx} \cdot \eta_{trans} \cdot \xi_j}{r_c} = \frac{314,38 \cdot 0,9 \cdot 2,93 \cdot 3,93}{0,3186} = 10226,14 \text{ N}$$

Ya que esta limitación es más restrictiva a la impuesta por la adherencia neumático-calzada, será esta primera la que limite la fuerza motriz y la aceleración. Esta limitación solo afectará a la primera velocidad, ya que es la que recibe esfuerzos tractores mayores.

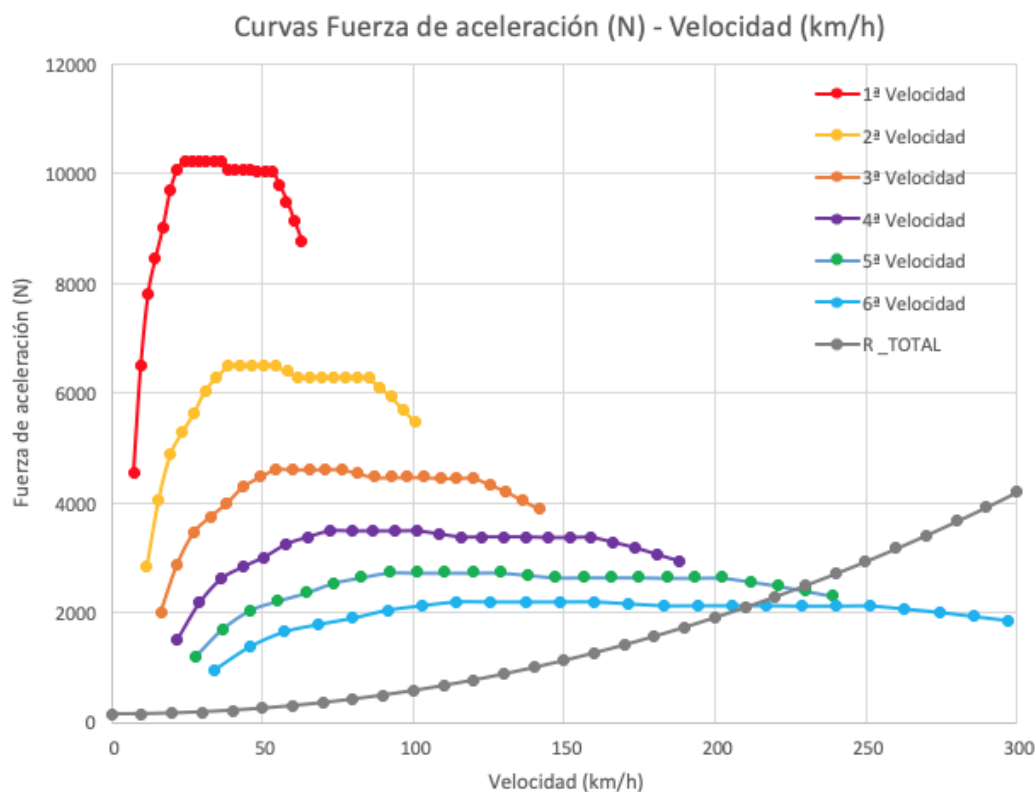


Figura 10.8: Curvas de Esfuerzo tractor – Velocidad. Limitaciones en fuerza motriz máxima transmisible y aceleración.

En la figura 10.8 se han representado las curvas de esfuerzo tractor-velocidad, teniéndose en cuenta la limitación existente en la fuerza motriz máxima capaz de transmitir el motor a las ruedas. Se puede observar cómo cambia la curva correspondiente a la primera marcha, que se ve interrumpida en el ascenso, con respecto a la representada en la figura 10.6.

Los valores que se han empleado para la representación de dicha curva son los recogidos en la tabla 10.9.

PRIMERA VELOCIDAD					
rpm	Velocidad (km/h)	Fuerza motriz (N)	Ftmax (N)	F trans (N)	RT (N)
750	7,26	4553,92	10226,14	4553,92	156,68
1000	9,67	6505,59	10226,14	6505,59	157,53
1250	12,09	7806,71	10226,14	7806,71	158,92
1500	14,51	8457,27	10226,14	8457,27	160,84
1750	16,93	9010,25	10226,14	9010,25	163,31
2000	19,35	9693,33	10226,14	9693,33	166,31
2250	21,77	10083,67	10226,14	10083,67	169,85
2500	24,18	10408,95	10226,14	10226,14	173,93
2750	26,60	10408,95	10226,14	10226,14	178,56
3000	29,02	10408,95	10226,14	10226,14	183,72
3250	31,44	10408,95	10226,14	10226,14	189,42
3500	33,86	10408,95	10226,14	10226,14	195,66
3750	36,28	10246,31	10226,14	10226,14	202,43
4000	38,70	10083,67	10226,14	10083,67	209,75
4250	41,11	10083,67	10226,14	10083,67	217,61
4500	43,53	10083,67	10226,14	10083,67	226,01
4750	45,95	10083,67	10226,14	10083,67	234,94
5000	48,37	10051,14	10226,14	10051,14	244,42
5250	50,79	10051,14	10226,14	10051,14	254,43
5500	53,21	10051,14	10226,14	10051,14	264,98
5750	55,62	9790,92	10226,14	9790,92	276,08
6000	58,04	9498,17	10226,14	9498,17	287,71
6250	60,46	9140,36	10226,14	9140,36	299,88
6500	62,88	8782,55	10226,14	8782,55	312,59

Tabla 10.9: Limitación en la fuerza motriz máxima transmisible.

10.5 Aceleración y recuperaciones.

La fuerza disponible para la aceleración máxima instantánea será la diferencia entre la fuerza de tracción máxima en la rueda y la fuerza resistente al avance.⁵

$$F_{da} = F_T - R_T$$

La fuerza disponible se utiliza para acelerar la masa del vehículo y las masas con movimiento de rotación. Estas últimas son las ruedas, las masas

unidas a ellas y todos los elementos de la transmisión (incluidos los del motor) que giran a sus velocidades correspondientes.⁵

La aceleración se puede escribir como:

$$a = \frac{F_{da}}{\gamma_m \cdot m}$$

donde γ_m es el factor de masa equivalente.⁴ Este factor es un coeficiente de mayoración de la masa para tener en cuenta la aceleración de las masas rotativas y puede ser calculado utilizando relaciones empíricas. Para turismos puede considerarse, de forma aproximada, como:

$$\gamma_m = 1,04 + 0,0025\xi_i^2$$

en la tabla 10.10 se recoge el valor del factor de masa equivalente para cada relación de transmisión de la caja de cambios.

	Factor de masa equivalente, γ_m
Primera velocidad ($\xi_i = 2,93$)	1,06
Segunda velocidad ($\xi_i = 1,83$)	1,05
Tercera velocidad ($\xi_i = 1,30$)	1,04
Cuarta velocidad ($\xi_i = 0,98$)	1,04
Quinta velocidad ($\xi_i = 0,77$)	1,04
Sexta velocidad ($\xi_i = 0,62$)	1,04

Tabla 10.10: Factor de masa equivalente para las relaciones de transmisión.

Por otro lado, el tiempo necesario para acelerar entre dos velocidades sin modificar la relación de transmisión será:⁴

$$t = \int_{V_i}^{V_f} \gamma_m \cdot m \frac{dV}{F_{da}} = \frac{V_f - V_i}{a}$$

Cuando durante el proceso de aceleración se cambia de marcha una o varias veces, hay que tener en cuenta el tiempo que se tarda en cambiar de marcha, en este caso se ha supuesto que el cambio de marcha durará 0,3 segundos en el caso del cambio de doble embrague y 0,8 segundos para el cambio manual. Además, se considera que en los 0,5 segundos iniciales el motor alcanza las 2000 rpm.

El análisis de la aceleración máxima se dividirá en dos partes: aceleración y recuperaciones. En la primera, se estudiará el tiempo en aceleración máxima hasta alcanzar una cierta velocidad, en concreto se medirá el tiempo en aceleración de 0 a 100 km/h y de 0 a 200 k/h. En segundo lugar, se medirá el tiempo de recuperación en una determinada marcha: de 60ª 90 km/h para la tercera, cuarta, quinta y sexta velocidad; de 80 a 100 km/h para la cuarta, quinta y sexta velocidad; y de 80 a 120, 160 y 180 km/h para la cuarta, quinta y sexta velocidad y el tiempo mínimo.

10.5.1 Aceleración 0-100 y 0-200 km/h.

En la tabla 10.11 y 10.12 se recogen los tiempos de aceleración de 0 a 100 y a 200 km/h para el cambio de doble embrague y el cambio manual, respectivamente. El cambio de marcha se producirá cuando se alcancen las 6250 rpm del motor.²⁹ Las ecuaciones empleadas son las que se definieron en el apartado anterior.

Lo resultados muestran que con la caja de cambios de doble embrague se alcanzan los 100 km/h en 6,2 segundos y los 200 km/h en 32,4 segundos, mientras que con la caja de cambios manual se consigue una aceleración de 0 a 100 km/h de 7,2 segundos y de 0 a 200 km/h en 34,4 segundos.

La figura 10.9 muestra una comparativa de la aceleración alcanzada por cada tipo de cambios, pudiéndose comprobar cómo el sistema de doble embrague reduce el tiempo de aceleración.

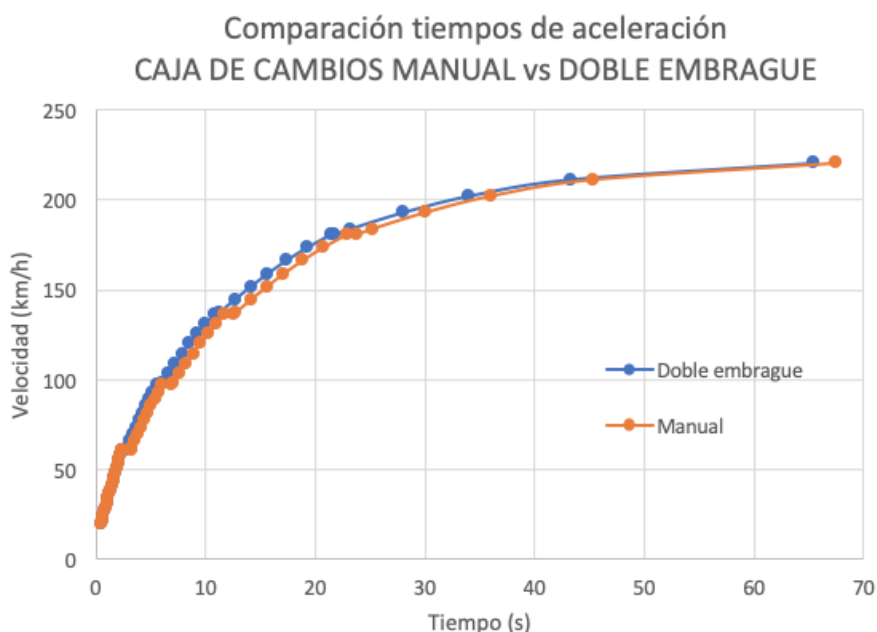


Figura 10.9: Comparación de tiempos de aceleración cambio DSG vs manual.

Marcha	rpm	V (km/h)	Fm	R_T	Fda	a (m/s ²)	dt (s)	t (s)
1	2000	19,35	9693,33	166,31	9527,02	5,84	0,921	0,50
1	2250	21,77	10083,67	169,85	9913,82	6,07	0,111	0,61
1	2500	24,18	10226,14	173,93	10052,21	6,16	0,109	0,72
1	2750	26,60	10226,14	178,56	10047,58	6,15	0,109	0,83
1	3000	29,02	10226,14	183,72	10042,42	6,15	0,109	0,94
1	3250	31,44	10226,14	189,42	10036,72	6,15	0,109	1,05
1	3500	33,86	10226,14	195,66	10030,48	6,14	0,109	1,16
1	3750	36,28	10226,14	202,43	10023,71	6,14	0,109	1,27
1	4000	38,70	10083,67	209,75	9873,92	6,05	0,111	1,38
1	4250	41,11	10083,67	217,61	9866,06	6,04	0,111	1,49
1	4500	43,53	10083,67	226,01	9857,66	6,04	0,111	1,60
1	4750	45,95	10083,67	234,94	9848,73	6,03	0,111	1,71
1	5000	48,37	10051,14	244,42	9806,72	6,01	0,112	1,82
1	5250	50,79	10051,14	254,43	9796,71	6,00	0,112	1,93
1	5500	53,21	10051,14	264,98	9786,16	5,99	0,112	2,05
1	5750	55,62	9790,92	276,08	9514,84	5,83	0,115	2,16
1	6000	58,04	9498,17	287,71	9210,46	5,64	0,119	2,28
1	6250	60,46	9140,36	299,88	8840,48	5,42	0,124	2,41
1--2	6250	60,46					0,300	2,71
2	4000	61,95	6297,99	307,67	5990,33	3,72	0,112	2,82
2	4250	65,83	6297,99	328,81	5969,18	3,70	0,291	3,11
2	4500	69,70	6297,99	351,34	5946,66	3,69	0,292	3,40
2	4750	73,57	6297,99	375,24	5922,75	3,67	0,293	3,69
2	5000	77,44	6277,68	400,53	5877,14	3,64	0,295	3,99
2	5250	81,32	6277,68	427,21	5850,47	3,63	0,296	4,28
2	5500	85,19	6277,68	455,26	5822,41	3,61	0,298	4,58
2	5750	89,06	6115,15	484,70	5630,45	3,49	0,308	4,89
2	6000	92,93	5932,30	515,52	5416,78	3,36	0,320	5,21
2	6250	96,80	5708,82	547,72	5161,10	3,20	0,336	5,55
2--3	6250	96,80					0,300	5,85
3	4500	98,12	4473,98	558,94	3915,05	2,44	0,149	5,99
3	4750	103,57	4473,98	607,27	3866,71	2,41	0,629	6,62
3	5000	109,02	4459,55	658,34	3801,21	2,37	0,640	7,26
3	5250	114,47	4459,55	712,16	3747,40	2,33	0,649	7,91
3	5500	119,92	4459,55	768,71	3690,84	2,30	0,659	8,57
3	5750	125,37	4344,09	828,00	3516,10	2,19	0,692	9,26
3	6000	130,82	4214,20	890,03	3324,18	2,07	0,732	9,99
3	6250	136,27	4055,45	954,80	3100,65	1,93	0,784	10,78
3--4	6250	136,27					0,300	11,08
4	4750	137,38	3372,69	968,35	2404,34	1,50	0,206	11,28
4	5000	144,61	3361,82	1059,24	2302,57	1,44	1,398	12,68
4	5250	151,84	3361,82	1154,95	2206,87	1,38	1,459	14,14
4	5500	159,08	3361,82	1255,48	2106,34	1,31	1,529	15,67
4	5750	166,31	3274,78	1360,83	1913,95	1,19	1,682	17,35
4	6000	173,54	3176,86	1471,00	1705,86	1,06	1,888	19,24
4	6250	180,77	3057,18	1585,99	1471,20	0,92	2,189	21,43
4--5	6250	180,77					0,300	21,73
5	5000	184,05	2641,43	1639,85	1001,58	0,63	1,460	23,19
5	5250	193,26	2641,43	1795,96	845,46	0,53	4,843	28,03
5	5500	202,46	2641,43	1959,88	681,54	0,43	6,008	34,04

Tabla 10.11: Aceleración de 0-100-200 km/h para caja de cambios de doble embrague.

Marcha	rpm	V (km/h)	Fm	R_T	Fda	a (m/s ²)	dt (s)	t (s)
1	2000	19,35	9693,33	166,31	9527,02	5,84	0,921	0,50
1	2250	21,77	10083,67	169,85	9913,82	6,07	0,111	0,61
1	2500	24,18	10226,14	173,93	10052,21	6,16	0,109	0,72
1	2750	26,60	10226,14	178,56	10047,58	6,15	0,109	0,83
1	3000	29,02	10226,14	183,72	10042,42	6,15	0,109	0,94
1	3250	31,44	10226,14	189,42	10036,72	6,15	0,109	1,05
1	3500	33,86	10226,14	195,66	10030,48	6,14	0,109	1,16
1	3750	36,28	10226,14	202,43	10023,71	6,14	0,109	1,27
1	4000	38,70	10083,67	209,75	9873,92	6,05	0,111	1,38
1	4250	41,11	10083,67	217,61	9866,06	6,04	0,111	1,49
1	4500	43,53	10083,67	226,01	9857,66	6,04	0,111	1,60
1	4750	45,95	10083,67	234,94	9848,73	6,03	0,111	1,71
1	5000	48,37	10051,14	244,42	9806,72	6,01	0,112	1,82
1	5250	50,79	10051,14	254,43	9796,71	6,00	0,112	1,93
1	5500	53,21	10051,14	264,98	9786,16	5,99	0,112	2,05
1	5750	55,62	9790,92	276,08	9514,84	5,83	0,115	2,16
1	6000	58,04	9498,17	287,71	9210,46	5,64	0,119	2,28
1	6250	60,46	9140,36	299,88	8840,48	5,42	0,124	2,41
1--2	6250	60,46					0,800	3,21
2	4000	61,95	6297,99	307,67	5990,33	3,72	0,112	3,32
2	4250	65,83	6297,99	328,81	5969,18	3,70	0,291	3,61
2	4500	69,70	6297,99	351,34	5946,66	3,69	0,292	3,90
2	4750	73,57	6297,99	375,24	5922,75	3,67	0,293	4,19
2	5000	77,44	6277,68	400,53	5877,14	3,64	0,295	4,49
2	5250	81,32	6277,68	427,21	5850,47	3,63	0,296	4,78
2	5500	85,19	6277,68	455,26	5822,41	3,61	0,298	5,08
2	5750	89,06	6115,15	484,70	5630,45	3,49	0,308	5,39
2	6000	92,93	5932,30	515,52	5416,78	3,36	0,320	5,71
2	6250	96,80	5708,82	547,72	5161,10	3,20	0,336	6,05
2--3	6250	96,80					0,800	6,85
3	4500	98,12	4473,98	558,94	3915,05	2,44	0,149	6,99
3	4750	103,57	4473,98	607,27	3866,71	2,41	0,629	7,62
3	5000	109,02	4459,55	658,34	3801,21	2,37	0,640	8,26
3	5250	114,47	4459,55	712,16	3747,40	2,33	0,649	8,91
3	5500	119,92	4459,55	768,71	3690,84	2,30	0,659	9,57
3	5750	125,37	4344,09	828,00	3516,10	2,19	0,692	10,26
3	6000	130,82	4214,20	890,03	3324,18	2,07	0,732	10,99
3	6250	136,27	4055,45	954,80	3100,65	1,93	0,784	11,78
3--4	6250	136,27					0,800	12,58
4	4750	137,38	3372,69	968,35	2404,34	1,50	0,206	12,78
4	5000	144,61	3361,82	1059,24	2302,57	1,44	1,398	14,18
4	5250	151,84	3361,82	1154,95	2206,87	1,38	1,459	15,64
4	5500	159,08	3361,82	1255,48	2106,34	1,31	1,529	17,17
4	5750	166,31	3274,78	1360,83	1913,95	1,19	1,682	18,85
4	6000	173,54	3176,86	1471,00	1705,86	1,06	1,888	20,74
4	6250	180,77	3057,18	1585,99	1471,20	0,92	2,189	22,93
4--5	6250	180,77					0,800	23,73
5	5000	184,05	2641,43	1639,85	1001,58	0,63	1,460	25,19
5	5250	193,26	2641,43	1795,96	845,46	0,53	4,843	30,03
5	5500	202,46	2641,43	1959,88	681,54	0,43	6,008	36,04

Tabla 10.12: Aceleración de 0-100-200 km/h para caja de cambios manual.

10.5.2 Tiempos de recuperación.

Se calcularán los siguientes tiempos de recuperación:²⁹

- De 60 a 90 km/h en tercera velocidad (tabla 10.13).
- De 60 a 100 km/h en cuarta velocidad (tabla 10. 14).
- De 80 a 120 km/h en tercera (tabla 10.15).
- De 80 a 100, 120, 160 y 180 km/h en cuarta marcha (tabla 10.16).
- De 80 a 100, 120, 160 y 180 km/h en quinta marcha (tabla 10.17).
- De 80 a 100, 120, 160 y 180 km/h en sexta marcha (tabla 10.18).
- De 80 a 180 km/h en tiempo mínimo (tabla 10.19 y tabla 10.20).

Las tablas obtenidas en el desarrollo de los cálculos se muestran a continuación:

Marcha	rpm	V (km/h)	Fda (N)	a (m/s ²)	dt (s)	t (s)
3	2750	59,96	4321,00	2,70	--	0,00
3	3000	65,41	4291,84	2,68	0,56	0,56
3	3250	70,86	4259,94	2,66	0,57	1,13
3	3500	76,31	4225,31	2,64	0,57	1,71
3	3750	81,76	4115,77	2,57	0,59	2,29
3	4000	87,21	4003,49	2,50	0,60	2,90
3	4250	92,66	3960,64	2,48	0,61	3,51
3	4500	98,12	3915,05	2,45	0,62	4,13
3	4750	103,57	3866,71	2,42	0,63	4,76

Tabla 10.13: Tiempo de recuperación de 60 a 90 km/h en tercera velocidad.

Marcha	rpm	V (km/h)	Fda (N)	a (m/s ²)	dt (s)	t (s)
4	2000	57,85	2955,40	1,85	--	0,00
4	2250	65,08	3048,09	1,91	1,05	1,05
4	2500	72,31	3114,21	1,95	1,03	2,09
4	2750	79,54	3066,70	1,92	1,05	3,13
4	3000	86,77	3014,38	1,88	1,07	4,20
4	3250	94,00	2957,24	1,85	1,09	5,29
4	3500	101,23	2895,27	1,81	1,11	6,40

Tabla 10.14: Tiempo de recuperación de 60 a 100 km/h en cuarta velocidad.

Marcha	rpm	Fda (N)	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
3	3500	4225,31	2,64	76,31		0,00
3	3750	4115,77	2,57	81,76	0,59	0,59
3	4000	4003,49	2,50	87,21	0,60	1,19
3	4250	3960,64	2,48	92,66	0,61	1,80
3	4500	3915,05	2,45	98,12	0,62	2,42
3	4750	3866,71	2,42	103,57	0,63	3,05
3	5000	3801,21	2,38	109,02	0,64	3,69
3	5250	3747,40	2,34	114,47	0,65	4,33
3	5500	3690,84	2,31	119,92	0,66	4,99
3	5750	3516,10	2,20	125,37	0,69	5,68
3	6000	3324,18	2,08	130,82	0,73	6,41
3	6250	3100,65	1,94	136,27	0,78	7,19

Tabla 10.15: Tiempo de recuperación de 80 a 120 km/h en tercera velocidad.

Marcha	rpm	Fda (N)	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
4	2750	3066,70	1,92	79,54		0,00
4	3000	3014,38	1,88	86,77	1,07	1,07
4	3250	2957,24	1,85	94,00	1,09	2,15
4	3500	2895,27	1,81	101,23	1,11	3,26
4	3750	2774,09	1,73	108,46	1,16	4,42
4	4000	2648,08	1,66	115,69	1,21	5,63
4	4250	2571,66	1,61	122,92	1,25	6,88
4	4500	2490,41	1,56	130,15	1,29	8,17
4	4750	2404,34	1,50	137,38	1,34	9,51
4	5000	2302,57	1,44	144,61	1,40	10,90
4	5250	2206,87	1,38	151,84	1,46	12,36
4	5500	2106,34	1,32	159,08	1,53	13,88
4	5750	1913,95	1,20	166,31	0,30	14,18
4	6000	1705,86	1,07	173,54	1,88	16,07
4	6250	1471,20	0,92	180,77	2,18	18,25

Tabla 10.16: Tiempos de recuperación de 80-100-120-160-180 km/h en cuarta marcha.

Marcha	rpm	Fda (N)	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
5	2000	2171,83	1,36	73,62		0,00
5	2250	2212,00	1,38	82,82	1,85	1,85
5	2500	2227,26	1,39	92,03	1,84	3,68
5	2750	2149,24	1,34	101,23	1,90	5,59
5	3000	2063,40	1,29	110,43	1,98	7,57
5	3250	1969,76	1,23	119,64	2,08	9,64
5	3500	1868,30	1,17	128,84	2,19	11,83
5	3750	1716,30	1,07	138,04	2,38	14,22
5	4000	1556,49	0,97	147,24	2,63	16,84
5	4250	1431,61	0,90	156,45	2,86	19,70
5	4500	1298,92	0,81	165,65	3,15	22,85
5	4750	1158,43	0,72	174,85	3,53	26,38
5	5000	1001,58	0,63	184,05	4,08	30,46

Tabla 10.17: Tiempos de recuperación de 80-100-120-160-180 km/h en quinta marcha.

Marcha	rpm	Fda (N)	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
6	1750	1488,59	0,93	80,00		0,00
6	2000	1547,72	0,97	91,43	3,28	3,28
6	2250	1532,87	0,96	102,86	3,31	6,59
6	2500	1492,20	0,93	114,29	3,40	10,00
6	2750	1370,66	0,86	125,72	3,70	13,70
6	3000	1237,08	0,77	137,15	4,10	17,81
6	3250	1091,45	0,68	148,58	4,65	22,46
6	3500	933,78	0,58	160,01	5,44	27,90
6	3750	729,65	0,46	171,44	6,96	34,86
6	4000	513,47	0,32	182,87	9,89	44,75

Tabla 10.18: Tiempos de recuperación de 80-100-120-160-180 km/h en sexta marcha.

Marcha	rpm	Fda (N)	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
3	3500	4225,31	2,64	76,31		0,00
3	3750	4115,77	2,57	81,76	0,59	0,59
3	4000	4003,49	2,50	87,21	0,60	1,19
3	4250	3960,64	2,48	92,66	0,61	1,80
3	4500	3915,05	2,45	98,12	0,62	2,42
3	4750	3866,71	2,42	103,57	0,63	3,05
3	5000	3801,21	2,38	109,02	0,64	3,69
3	5250	3747,40	2,34	114,47	0,65	4,33
3	5500	3690,84	2,31	119,92	0,66	4,99
3	5750	3516,10	2,20	125,37	0,69	5,68
3	6000	3324,18	2,08	130,82	0,73	6,41
3	6250	3100,65	1,94	136,27	0,78	7,19
3--4	6250			136,27	0,30	7,49
4	4750	2404,34	1,50	137,38	0,21	7,69
4	5000	2302,57	1,44	144,61	1,40	9,09
4	5250	2206,87	1,38	151,84	1,46	10,54
4	5500	2106,34	1,32	159,08	1,53	12,07
4	5750	1913,95	1,20	166,31	1,68	13,75
4	6000	1705,86	1,07	173,54	1,88	15,63
4	6250	1471,20	0,92	180,77	2,18	17,82
4--5	6250			180,77	0,30	18,12
5	5000	1001,58	0,63	184,05	1,46	19,57
5	5250	845,46	0,53	193,26	4,84	24,41
5	5500	681,54	0,43	202,46	6,00	30,41

Tabla 10.19: Tiempo mínimo de aceleración de 80 a 180 km/h con cambio DSG.

Marcha	rpm	Fda	a (m/s ²)	V (km/h)	dt (s)	t (s)
3	3500	4225,31	2,64	76,31		0,00
3	3750	4115,77	2,57	81,76	0,59	0,59
3	4000	4003,49	2,50	87,21	0,60	1,19
3	4250	3960,64	2,48	92,66	0,61	1,80
3	4500	3915,05	2,45	98,12	0,62	2,42
3	4750	3866,71	2,42	103,57	0,63	3,05
3	5000	3801,21	2,38	109,02	0,64	3,69
3	5250	3747,40	2,34	114,47	0,65	4,33
3	5500	3690,84	2,31	119,92	0,66	4,99
3	5750	3516,10	2,20	125,37	0,69	5,68
3	6000	3324,18	2,08	130,82	0,73	6,41
3	6250	3100,65	1,94	136,27	0,78	7,19
3--4				136,27	0,80	7,99
4	4750	2404,34	1,50	137,38	0,21	8,19
4	5000	2302,57	1,44	144,61	1,40	9,59
4	5250	2206,87	1,38	151,84	1,46	11,04
4	5500	2106,34	1,32	159,08	1,53	12,57
4	5750	1913,95	1,20	166,31	1,68	14,25
4	6000	1705,86	1,07	173,54	1,88	16,13
4	6250	1471,20	0,92	180,77	2,18	18,32
4--5				180,77	0,80	19,12
5	5000	1001,58	0,63	184,05	1,46	20,57

Tabla 10.20: Tiempo mínimo de aceleración de 80 a 180 km/h con cambio manual.

10.6 Resumen de prestaciones.

En la tabla 10.21 se recopilan los tiempos de las recuperaciones y aceleraciones de los apartados 10.5.1 y 10.5.2, de modo que sea más fácil su lectura y comparación. Así, se puede comprobar cómo la transmisión de doble embrague mejora los tiempos de aceleración con respecto al cambio manual.

Recuperación (km/h)	tiempo (s)		mejora (%)
	doble embrague	manual	
0 a 100	6,2	7,2	16,10
0 a 200	32,4	34,4	6,17
60 a 90 (3ª marcha)	3,2	3,2	--
60 a 100 (4ª marcha)	4,3	4,3	--
80 a 100 (4ª marcha)	3,1	3,1	--
80 a 100 (5ª marcha)	3,8	3,8	--
80 a 100 (6ª marcha)	5,8	5,8	--
80 a 120 (3ª marcha)	4,6	4,6	--
80 a 120 (4ª marcha)	6,4	6,4	--
80 a 120 (5ª marcha)	8,2	8,2	--
80 a 120 (6ª marcha)	11,8	11,8	--
80 a 160 (4ª marcha)	13,9	13,9	--
80 a 160 (5ª marcha)	19,4	19,4	--
80 a 160 (6ª marcha)	27,9	27,9	--
80 a 180 (mínimo)	17,2	17,7	2,91
80 a 180 (4ª marcha)	18,0	18,0	--
80 a 180 (5ª marcha)	27,1	27,1	--
80 a 180 (6ª marcha)	42,3	42,3	--

Tabla 10.21: Resumen de prestaciones y comparativa DSG-Manual.

11. RESUMEN DE RESULTADOS.

A continuación, las tablas 11.1, 11.2, 11.3, 11.4 y 11.5 muestran un resumen de los principales resultados obtenidos a lo largo del proyecto.

	EJES				
	PRIMARIO 1	PRIMARIO 2	SECUNDARIO 1	SECUNDARIO 2	INVERSOR
d_{eje} (mm)	30	47	50	50	50
D_{eje} (mm)	--	60	--	--	--
σ' (MPa)	349,9	31,72	84,79	99,43	125,07
Sy_{min} (Mpa)	524,85	47,59	127,18	149,14	187,6
σ'_a (MPa)	337,99	29,44	62,62	86,13	123,46
σ'_m (MPa)	52,27	17,32	33,00	28,68	11,29
Sut_{min} (MPa)	971,18	116,42	235,24	290,14	356,24
Material	Acero 4140	Acero 4140	Acero 4140	Acero 4140	Acero 4140
Sy (MPa)	1140	1140	1140	1140	1140
Sut (MPa)	1250	1250	1250	1250	1250
Se (MPa)	741,45	683,16	702,01	702,01	702,01
n	3,26	35,94	13,44	11,47	9,11
nf	2,57	21,39	10,58	8,58	6,98
Tipo de rodamiento	Bolas de contacto angular	Corona de agujas	Rodillos cónicos	Rodillos cónicos	Rodillos cónicos
Designación	7406 BCBM	K 32X46X32	30209	33208	T2ED 050
C_{10} (kN)	47,5	62,7	81,6	128	189
d_{rod} (mm)	30	32	45	40	50
D_{rod} (mm)	90	46	85	80	100
T_{rod} (mm)	23	32	20,75	32	36

Tabla 11.1: Resumen de los principales resultados en relación a los ejes.

Velocidad	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	R
Nº engranaje	2	4	6	8	10	12	15
Tipo de rodamiento	Casquillo de agujas						Corona de agujas
Designación	HK 5025	HK 5025	HK 5025	HK 5025	HK 5025	HK 5025	K 45X59X32
C_{10} (kN)	36,9	36,9	36,9	36,9	36,9	36,9	69,3
d_{rod} (mm)	50	50	50	50	50	50	45
D_{rod} (mm)	58	58	58	58	58	58	59
T_{rod} (mm)	25	25	25	25	25	25	32

Tabla 11.2: Resumen de resultados de rodamientos para los engranajes locos.

	Piñón	Corona
Número de dientes	14	55
Relación de transmisión	3,93	
Módulo	5	5
Ángulo primitivo, γ y Γ (°)	14,28	75,72
Radio del cono posterior, r_b (mm)	35	137,5
Anchura (mm)	64	64

Tabla 11.3: Resumen de resultados del grupo cónico.

Recuperación (km/h)	tiempo (s)		mejora (%)
	doble embrague	manual	
0 a 100	6,2	7,2	16,10
0 a 200	32,4	34,4	6,17
60 a 90 (3ª marcha)	3,2	3,2	--
60 a 100 (4ª marcha)	4,3	4,3	--
80 a 100 (4ª marcha)	3,1	3,1	--
80 a 100 (5ª marcha)	3,8	3,8	--
80 a 100 (6ª marcha)	5,8	5,8	--
80 a 120 (3ª marcha)	4,6	4,6	--
80 a 120 (4ª marcha)	6,4	6,4	--
80 a 120 (5ª marcha)	8,2	8,2	--
80 a 120 (6ª marcha)	11,8	11,8	--
80 a 160 (4ª marcha)	13,9	13,9	--
80 a 160 (5ª marcha)	19,4	19,4	--
80 a 160 (6ª marcha)	27,9	27,9	--
80 a 180 (mínimo)	17,2	17,7	2,91
80 a 180 (4ª marcha)	18,0	18,0	--
80 a 180 (5ª marcha)	27,1	27,1	--
80 a 180 (6ª marcha)	42,3	42,3	--

Tabla 11.4: Resumen de prestaciones (doble embrague vs manual).

	VELOCIDAD														
	1		2		3		4		5		6		R		
Engrane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
m_G	2,92		1,83		1,32		0,96		0,76		0,65		2,51		
Z	13	38	18	33	22	29	26	25	24	18	26	16	13	45	18
α_n	20		20		20		20		20		20		20		
β	30		30		30		30		30		30		30		
m_n	5		5		5		5		5		5		5		
d (mm)	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06	75,06
F (mm)	64		64		64		64		64		64		64		
ε_e	1,54		1,57		1,57		1,58		1,54		1,54		1,50		
n (rpm)	2500	856,16	2500	1366,12	2500	1893,94	2500	2604,17	2500	3333,33	2500	4032,26	2500	2500	6250
Wt (N)	8527,02		6158,40		5038,69		4263,51		4618,80		4263,51		8527,02	15642,34	
σ_F (Mpa)	118,67	103,70	81,55	74,25	63,85	62,45	53,36	53,34	58,81	62,05	54,54	57,76	124,76	194,02	214,89
σ_H (Mpa)	836,45	484,42	624,86	460,38	544,40	474,61	502,27	512,16	514,99	597,08	462,81	593,50	1039,36	620,37	982,73
σ_{FP} (MPa)	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380	380
σ_{HP} (MPa)	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240	1240
S_F	2,96	3,45	4,31	4,78	5,50	5,65	6,59	6,58	5,97	5,63	6,44	6,03	2,82	1,81	1,61
S_H	1,37	2,43	1,84	2,53	2,11	2,43	2,28	2,24	2,23	1,91	2,48	1,91	1,10	1,85	1,14

Tabla 11.5: Resumen de los principales resultados en relación a los engranajes.

12. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS.

Este proyecto ha abarcado el cálculo de una caja de cambios de doble embrague con seis velocidades, cuyo principal objetivo ha sido el análisis de engranajes, ejes y rodamientos que la componen.

A lo largo de este trabajo se ha podido concluir:

- El tipo de engranaje empleado son engranajes cilíndricos helicoidales exteriores, ya que estos son menos ruidosos y transmiten mayores cargas que engranajes rectos del mismo tamaño.
- A fin de evitar interferencias entre los engranajes, el número de dientes mínimo se fijó en 13 dientes. Así, cada velocidad estaría compuesta por una pareja de engranajes con los siguientes dientes, respectivamente: 13 y 38, 18 y 33, 22 y 29, 26 y 25, 24 y 18, 26 y 16. En el caso de la marcha atrás, esta estaría compuesta por un tren formado por 4 engranajes, siendo el número de dientes de cada uno de ellos: 13 (engranaje compartido por la primera velocidad y marcha atrás), 13, 45 y 18.
- Los ejes primarios son concéntricos entre sí y paralelos a los secundarios e inversor, siendo las distancias entre ellos: 147,22 mm (primarios – secundario 1), 121,24 mm (primarios – secundario 2), 75,06 mm (primarios – inversor), y 181,87 mm (inversor – secundario 2).
- El ancho de cara de los engranajes se ha fijado en 64 mm y el módulo normal en 5.
- La situación que se ha identificado como crítica corresponde al par máximo.
- Para la fabricación de los engranajes, se ha determinado que el material deberá ser carburizado y endurecido (grado 1) con el fin de soportar los esfuerzos de contacto y de flexión a los que se verán sometidos estos elementos. Los esfuerzos de contacto y de flexión admisibles serán 1240 y 380 MPa, respectivamente.
- Los coeficientes de seguridad de los engranajes ante la flexión y el desgaste son superiores a la unidad, de modo que se asegurará el correcto funcionamiento de estos elementos.
- El material escogido para la fabricación de ejes y engranajes será el acero 4140. Esta selección se ha realizado de acuerdo a la resistencia a la fluencia ($S_y = 1140 \text{ MPa}$) y a la tensión ($S_{ut} = 1250 \text{ MPa}$) que presenta el material en cuestión.
- Se ha verificado que $n \geq 1,5$ en todas las secciones del eje, por lo tanto, el diseño cumple con los requerimientos de resistencia necesarios. Asimismo, se cumple que $n_f \geq 2$ para todos los ejes, luego se asegura una vida infinita a fatiga de los mismos.

- La selección del tipo de rodamientos que se emplearían en el montaje de los ejes se ha realizado en base a la dirección de las cargas que estos deben asumir. Para el eje primario 1 se elige un rodamiento de bolas de contacto angular con designación 7406 BCBM ($C_{10} = 47,50$). El eje primario 2 se montaría sobre dos coronas de agujas con designación K 32X46X32 ($C_{10} = 62,7 \text{ kN}$). Por último, los ejes secundario 1, secundario 2 e inversor utilizarían rodamientos de rodillos cónicos con designación 30209 ($C_{10} = 81,60 \text{ kN}$), 33208 ($C_{10} = 128 \text{ kN}$) y T2ED 050 ($C_{10} = 189 \text{ kN}$), respectivamente. Todos los rodamientos han sido obtenidos del catálogo de SKF.
- Los rodamientos elegidos para montar los engranajes locos en los ejes secundarios son rodamientos de agujas, debido a que la carga axial se desprecia. Así, para las velocidades 1 – 6 se ha escogido un casquillo de agujas con designación HK 5025 ($C_{10} = 36,9 \text{ kN}$), mientras que la marcha atrás se monta sobre una corona de agujas con designación K 45X59X32 ($C_{10} = 69,3 \text{ kN}$). Todos ellos obtenidos del catálogo de SKF.
- El coeficiente de seguridad de cada rodamiento se ha verificado ser mayor a 1,20.
- El grupo cónico formado por piñón de ataque y corona tendrá una relación de transmisión de 3,93, siendo el número de dientes de 14 y 55, respectivamente. Se mantendrá el ancho de 64 mm y el módulo 5 de los engranajes.
- Comparando la aceleración de 0 a 100 km/h, se obtiene que con la caja de cambios de doble embrague se alcanzan en 6,2 segundos, mientras que con la caja de cambios manual se consigue en 7,2 segundos, produciéndose una mejora del 16,10% al introducir el cambio automático. También se obtiene una mejora del 6,17% al comparar el tiempo de aceleración de 0 a 200 km/h entre ambos cambios (32,4 s vs 34,4 s).

Más allá de los objetivos de este trabajo, futuros proyectos contemplarían el estudio más detallado de otros elementos partícipes en la transmisión DSG, tales como sincronizadores, sensores requeridos por la mecatrónica, sistema de lubricación y lubricante. También se podría abarcar la fabricación del conjunto, incluyendo el tallado de engranajes y el mecanizado de los ejes.

13. BIBLIOGRAFÍA.

1. Acero 4140 (<https://www.ferrocortes.com.co/acero-4140/>)
2. AGMA 908-B89: Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth.
3. ANSI/AGMA 1012-G05: Gear Nomenclature, Definition of terms with symbols.
4. ANSI/AGMA 2101-D04: Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.
5. Apuntes asignatura Automóviles de la Escuela Politécnica Superior de Sevilla.
6. Breve historia de la transmisión de doble embrague.
(<https://www.motorpasion.com/tecnologia/breve-historia-de-la-transmision-de-doble-embrague>)
7. Budynas, Richard G., Keith Nisbett, J. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. 8ª edición.
8. Cambio automático DSG 6V (026) – ATDautodiagnosis (YouTube).
<https://www.youtube.com/watch?v=tVexbZRWv0>
9. Cambio automático o manual.
(<https://www.race.es/cambio-automatico-o-manual>)
10. Cambio automático: Ventajas e Inconvenientes.
(<https://neomotor.sport.es/conduccion/cambio-automatico-ventajas-e-inconvenientes.html>)
11. Catálogo de rodamientos SKF.
https://www.skf.com/binaries/pub201/Images/0901d19680416953-Rolling-bearings---17000_1-ES_tcm_201-121486.pdf
12. Clavero, D. Peugeot, Citroen, DS y Opel se pasan al doble embrague, incluyendo sorpresa mild hybrid de 48 voltios. Diariomotor. 5/ 2018.
(<https://www.diariomotor.com/noticia/peugeot-citroen-ds-opel-doble-embrague-hibrido/>)
13. Consejo de la Unión Europea.
(<https://www.consilium.europa.eu/es/press/press-releases/2018/10/10/co2-emission-standards-for-cars-and-vans-council-agrees-its-position/>)
14. Cuáles son los principales tipos de cambio automático que existen.
<https://www.autofacil.es/tecnica/son-principales-tipos-cambio-automatico-existen/56500.html>

15. Dudley. Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes.
16. Euro 6d. Actual normativa europea de emisiones Euro 6d: todo lo que debes saber. (<https://www.autonocion.com/normativa-de-emisiones-euro6/>)
17. González, Gonzalo. Cálculo de engranajes cilíndricos.
18. Henriot, G. Manual Práctico de Engranajes.
19. López Vera, Alexander. Clasificación Cajas de Cambio.
20. Los pegatinas de la DGT ya están a la venta. (<https://www.autonocion.com/las-pegatinas-de-la-dgt-ya-estan-a-la-venta-aqui-el-precio-y-donde-conseguirlas/>)
21. Nueva normativa emisiones Euro 6d (<https://www.motor.es/tag/nueva-normativa-emisiones>)
22. Punch Power Train (<https://www.punchpowertrain.com/en/products/26/dt2#formspec>)
23. Sector transporte. Ministerio para la Transición Ecológica y el Reto Demográfico. (<https://www.miteco.gob.es/es/cambio-climatico/temas/mitigacion-politicas-y-medidas/transporte.aspx>)
24. Tipos de cajas de cambios automáticas según fabricante. (<https://blog.reparacion-vehiculos.es/tipos-de-cajas-de-cambios-automaticas>)
25. Vélez Salazar. Historia de las Cajas Automáticas.
26. Volkswagen Golf R32 fue el primero: hace 15 años que existen los cambios DSG en los coches Volkswagen. (<https://www.diariomotor.com/noticia/volkswagen-golf-r32-cambio-dsg/>)
27. Volkswagen Golf R32 (2003) Precio y ficha técnica (<https://www.km77.com/coches/volkswagen/golf/1997/3-puertas/r32/golf-r32/datos>)
28. Volkswagen no se rinde con el diésel y presenta revolución con su nuevo motor TDI híbrido. (<https://www.diariomotor.com/noticia/volkswagen-diesel-nuevo-motor-tdi-hibrido/>)
29. Ze Perfs: Volkswagen Golf R32 250 CV ficha técnica y prestaciones. <https://zeperfs.com/es/fiche1329-vw-golf-v-r32.htm#GRDB>