Aplicación del problema de la Galería de Arte a levantamientos arquitectónicos

Elena Cabrera
Universidad de Sevilla
Sevilla (Spain)
elenistica_87@hotmail.com

José Antonio Barrera
Universidad de Sevilla
Sevilla (Spain)
barrera@us.es

M. José Chávez*
Universidad de Sevilla
Sevilla (Spain)
mjchavez@us.es

Resumen

En este trabajo se aplican estrategias empleadas en problemas de vigilancia a levantamientos arquitectónicos. Se da un método que proporciona un número suficiente de estacionamientos desde los cuales se puede obtener una visión completa de un edificio que se desea levantar.

1. Introducción

En pocos años se ha experimentado un gran avance en la tecnología relativa a la adquisición de imágenes, este avance también ha servido para crear nuevas técnicas de levantamiento, tanto topográficos como fotogramétricos, complementando al tradicional levantamiento directo consiguiendo mejores resultados en cuanto a la realización de levantamientos arquitectónicos de edificios, trayendo consigo una mayor precisión y velocidad a la hora de su realización.

El término *levantamiento arquitectónico* engloba el conjunto de investigaciones y operaciones realizadas con el fin de determinar las características significativas de un edificio, para su evaluación e investigación. Es decir, el levantamiento arquitectónico tiene como finalidad primordial el conocimiento integral del objeto arquitectónico, no sólo en su materialidad física, sino en todo lo que le concierne como pueda ser su historia y su significado. Mas explicítamente, se conoce como levantamiento arquitectónico, la fase de recogida y plasmación gráfica de los datos obtenidos de un edificio. El uso de nuevas técnicas de captura masiva de información espacial da lugar a un gran avance en la toma de datos arquitectónicos y su representación gráfica.

La aplicación del escáneres láser permite adquirir grandes cantidades de puntos con gran precisión de forma rápida. Generalmente se requieren múltiples escaneos para generar un modelo completo del edificio a levantar. Estos escaneos tienen que ser introducidos a un sistema común de referencia, mediante el proceso de registro o alineación para crear un modelo completo. El proceso de convertir una nube de puntos en un modelo de poliedral 3D, con el que poder trabajar, se llama la reedificación o reconstrucción. La idoneidad de los estacionamientos desde los que se han realizado los escaneos es fundamental para la optimización del registro de las nubes de puntos. En este trabajo presentamos un problema de optimización geométrica relacionado con el mínimo número de estacionamientos desde los cuales se puede obtener una visión completa de un edificio a levantar desde el exterior del mismo.

2. Aplicación del Problema de la Prisión

El *Problema de la Galería de Arte* [2, 5, 6], propuesto por V. Klee [3] se pregunta cuántos guardias son suficientes para vigilar todo punto interior a un polígono P con n vértices. Fue solucionado por V. Chvátal [1], quien demostró que $\lfloor \frac{3}{n} \rfloor$ guardias o luces son siempre suficientes

*Parcialmente subvencionado por MTM 2010-20445

y a veces necesarias 3 para iluminar un polígono P con n vértices. En la actualidad, bajo él, se engloban todos los problemas que de alguna manera están relacionados con la iluminación o vigilancia de cualquier estructura o elemento geométrico.

En una primera aproximación a la obtención de un método óptimo que proporcione los puntos donde estacionarse, con el fin de realizar el levantamiento 2D de un edificio de planta ortogonal, se ha estudiado el *Problema de la Prisión* que resuelve cuestiones de visibilidad de polígonos ortogonales con obstáculos. En él se plantea vigilar una prisión, tanto su exterior como su interior, buscando la respuesta a la pregunta ¿cuántos guardias son suficientes para vigilar simultáneamente el interior de un polígono ortogonal simple? En 1996, F. Hoffman y K. Kriegel [2] proporcionan un número suficiente de guardias en los vértices.

Teorema 2.1 (Hoffman y Kriegel)**.** $\lfloor \frac{5n}{12} \rfloor + 2$ *guardias en los vértices son suficiente y ocasionalmente necesarios para proteger el interior y el exterior de un polígono ortogonal con n vértices.*

Se procede a describir por pasos el método inspirado de las técnicas utilizadas en la demostración de este teorema.

Paso 1: Vértices de estacionamiento. Sea P el polígono ortogonal con 36 vértices que corresponde a la planta del edificio que se desea levantar.

1. Se realiza el cierre ortoconvexo $C_1(P)$, es decir, el poligono más pequeño conteniendo P que es ortogonal y convexo.

2. Se crea un nuevo cierre $C_2(P)$ definido por las cuatro aristas extremas (también llamadas tapas norte, sur, este y oeste y las aristas que unen cada par consecutivo de vértices convexos de $C_1(P)$.

3. Se agregan vértices externos: dos por cada arista extrema y un vértice a lo más por cada dos vértices no convexos en las escaleras monótonas de la frontera de $C_2(P)$, (véase Figura 1).

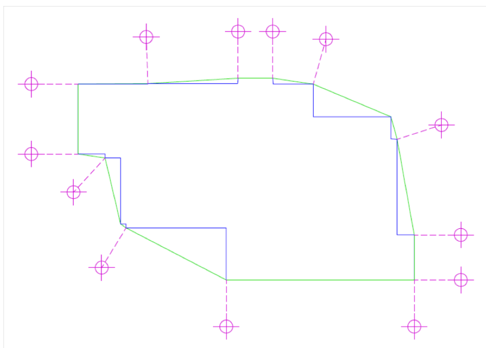

Figura 1: $C_1(P)$ color azul, $C_2(P)$ color verde.

El Teorema 2.1 nos garantiza que los vértices obtenidos son puntos suficiente de estacionamiento para el levantamiento del edificio. Dependiendo de las condiciones externas de su emplazamiento, y del alcance del instrumento topográfico a utilizar, se establecerá la distancia externa.

Paso 2: Eliminación de vértices de estacionamiento redundante. El proceso para obtener los puntos de estacionamiento definitivo es el siguiente:

1. Se construye la región de visibilidad de los vértices de estacionamiento sobre P.
2. Se analizan las regiones de visibilidad, recorriendo los vértices en sentido horario, y se eliminan aquellos puntos de estacionamiento en los que todos los vértices de P que se vigilen desde este punto ya se encuentre vigilado por otros puntos de estacionamiento anterior, (véase Figura 2).

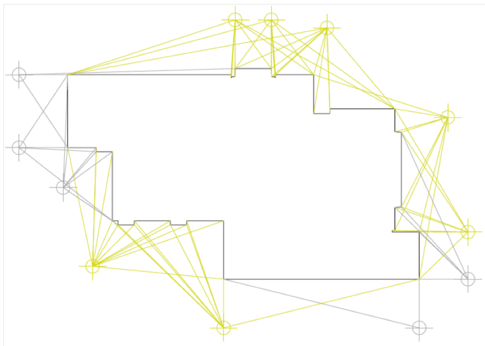

Figura 2: Estacionamientos definitivos color amarillo.

Nota: Obsérvese que dado el polígono ortogonal P, la frontera de $C_1(P)$ divide la región exterior de P en la región exterior de $C_1(P)$ y las posibles componentes de $C_1(P) \setminus P$, llamadas *bolsas*. En caso de tener una planta que de lugar a bolsas, estas tienen un estudio directo.

Referencias

[1] V. Chvátal, A combinatorial theorem in plane geometry. *J Combinat Theor*, Series B **18** (1975), 39–41

[2] F. Hoffman and K. Kriegel, A graph-coloring result and its consequences for polygonguarding problems. *Siam J. Discrete Math* **9(2)** (1996), 210–224.

[3] V. Klee, Is every polygonal region illuminated from some point?, *Amer. Math. Monthly* **76** (1969), 180.

[4] O. Morales, *Vigilando Poliedros Ortogonales 3D*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F, 2006.

[5] J. O'Rourke, *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Oxford University Press, New York, NY, 1987.

[6] J. Urrutia. *Art gallery and illumination problems* J. R. Sack and J. Urrutia, editors, Hanbook on Computational Geometry, Elsevier Science Publishers, 1997, 387–434.